

УДК623. 467.72  
КП  
№ держреєстрації 0115U000666  
Інв. №

Міністерство освіти і науки України  
Сумський державний університет(СумДУ)  
40007, Україна, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2, тел. (0542) 33 41 08

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Проректор з наукової роботи  
д.ф.-м.н., професор

\_\_\_\_\_ А.М. Черноус  
2016.12.23

ЗВІТ  
ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ  
РОЗРОБКА УНІВЕРСАЛЬНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВЗАЄМОДІЇ  
МОБІЛЬНОЇ ПУСКОВОЇ УСТАНОВКИ ОТРК(ТРК) З ҐРУНТОМ ПІД ЧАС  
СТАРТОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ  
(заключний)

Начальник НДЧ,  
к.ф.-м.н., с.н.с.

Д.І. Курбатов

Керівник НДР,  
д. ф.-м.н., проф.

В.В. Калашніков

2016

Рукопис закінчено 23 грудня 2016 року  
Результати роботи розглянуто науковою радою, протокол №4 від 2016.12.23

## СПИСОК АВТОРІВ

Науковий керівник,  
п.н.с. д.ф.-м.н., проф.

\_\_\_\_\_  
(підпис)  
2016.12.23  
(дата)

**В.В.КАЛАШНІКОВ**  
(розділ 1)

Відповідальний виконавець,  
п.н.с. к.ф.-м.н, с.н.с

\_\_\_\_\_  
(підпис)  
2016.12.23  
(дата)

**І.В.КОПЛИК**  
(вступ, розділи 1-5,  
висновки)

Виконавець  
п.н.с. к.т.н., доц.

\_\_\_\_\_  
(підпис)  
2016.12.23  
(дата)

**О.М.ШИЙКО**  
(вступ, розділи 1-5,  
висновки)

Виконавець,  
п.н.с., к.т.н., проф.

\_\_\_\_\_  
(підпис)  
2016.12.23  
(дата)

**А.В.ВАСИЛЬЄВ**  
( розділ 2)

Виконавець,  
п.н.с. к.т.н., доц.

\_\_\_\_\_  
(підпис)  
2016.12.23  
(дата)

**П.В.ПОЛЕНИЦЯ**  
(розділи 1-4)

Виконавець,  
м.н.с.

\_\_\_\_\_  
(підпис)  
2016.12.23  
(дата)

**О.П.ОСТАПОВА**  
(розділи 1-4)

Виконавець,  
н.с.

\_\_\_\_\_  
(підпис)  
2016.12.23  
(дата)

**О.М.Авдєєва**  
(розділи 2-4)

Виконавець,  
н.с., к.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_  
(підпис)  
2016.12.23  
(дата)

А.М.ЗАСКОКА  
(розділи 2-4)

## РЕФЕРАТ

Звіт (заключний) про НДР: 164 с., 22 рис., 7 табл., 39 джерел.

Об'єкт дослідження – процес старту літального апарату з мобільної пускової установки. Об'єктом розробки є система диференціальних рівнянь руху складових частин мобільної пускової установки та літального апарату.

Мета роботи – створення універсальної математичної моделі для визначення параметрів взаємодії мобільної пускової установки ОТРК (ТРК) із ґрунтом під час короткочасного динамічного навантаження.

Метод дослідження – класичні методи сучасної динаміки, а також методи моделювання.

Надано результати аналізу існуючих конструктивних схем старту ракет з мобільних пускових установок. Розроблені розрахункові моделі взаємодії мобільної пускової установки ОТРК (ТРК) з ґрунтом під час стартового навантаження. Створені математичні моделі мобільної пускової установки при мінометному старті. Розроблена модель динамічних переміщень ґрунту як пружної напівплощини. Досліджено рух системи носій-ракета-контейнер під час мінометного старту ракети з транспортно-пускового контейнеру з урахуванням динамічної взаємодії контейнера з ґрунтом.

Прогнозні припущення щодо розвитку об'єкта дослідження – створення інформаційної технології, як сукупності методів розрахунку, процесу конструювання та програмно-технічного забезпечення, інтегрованих з метою отримання, опрацювання та використання інформації для покращення технічних і вартісних показників нових зразків техніки.

**ПУСКОВА УСТАНОВКА, МІНОМЕТНИЙ СТАРТ, НОСІЙ, РАКЕТА, ТРАНСПОРТНО-ПУСКОВИЙ КОНТЕЙНЕР, ПРУЖНЯ ҐРУНТОВА ОСНОВА, ПАРАМЕТРИ РУХУ.**

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ.....	7
ВСТУП .....	8
1 РОЗРОБКА РОЗРАХУНКОВИХ МОДЕЛЕЙ ВЗАЄМОДІЇ МОБІЛЬНОЇ ПУСКОВОЇ УСТАНОВКИ ОТРК (ТРК) З ГРУНТОМ ПІД ЧАС СТАРТОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ .....	10
1.1 Огляд конструкційних схем старту ракет.....	10
1.1.1 Мобільні пускові установки ОТРК з відкритими напрямними .....	14
1.1.2 Мобільні пускові установки ОТРК з транспортно-пусковими контейнерами.....	15
1.2 Деякі проблеми динаміки старту з мобільних ПУ .....	19
1.3 Розробка розрахункових моделей динаміки старту з мобільних ПУ ..	26
2 ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ СИСТЕМИ РАКЕТА-КОНТЕЙНЕР-НОСІЙ ПІД ЧАС МІНОМЕТНОГО СТАРТУ РАКЕТИ З ТПК .....	34
2.1 Рівняння руху ракети і контейнера на ділянці відносного поступального руху ракети в контейнері .....	35
2.2 Рівняння руху ракети і контейнера на ділянці відносного складного руху ракети в контейнері.....	46
2.3 Математична модель руху складових частин чотирьохосного автомобіля-носія з частковим виваженням на ділянці відносного складного руху ракети в контейнері .....	70
2.4 Система диференційних рівнянь руху складових частин ПУ на ділянці відносного поступального руху ракети в контейнері .....	94
2.5 Система диференційних рівнянь руху складових частин ПУ на ділянці відносного складного руху ракети в контейнері .....	106
2.6 Система диференційних рівнянь руху складових частин ПУ на ділянці вільних згасаючих коливань .....	118
2.7 Початкові умови руху та умови відриву ПУ від ґрунту .....	127
3 МЕХАНІКА ГРУНТІВ ЯК ТЕОРЕТИЧНА ОСНОВА ВЗАЄМОДІЇ ПУ З ГРУНТОМ .....	130
3.1 Природа ґрунтів та їх фізичні властивості .....	131
3.2 Пружні деформації ґрунтів .....	133

3.3 Врахування динамічних властивостей ґрунтів при розрахунках на коливання .....	134
4 ДИНАМІЧНІ ПЕРЕМІЩЕННЯ ПРУЖНОЇ НАПІВПЛОЩІНИ.....	141
5 РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНИХ РОЗРАХУНКІВ ДИНАМІКИ МІНОМЕТНОГО СТАРТУ РАКЕТИ З МОБІЛЬНОЇ ПУ .....	152
ВИСНОВКИ.....	159
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ .....	161

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ,  
СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ**

БРК	– Бойовий ракетний комплекс
ГЧ	– Головна частина
ЗРК	– Зенітний ракетний комплекс
ЛА	– Літальний апарат
МБР	– Міжконтинентальна балістична ракета
ОТРК	– Оперативно-тактичний ракетний комплекс
ПАТ	– Пороховий акумулятор тиску
ПРО	– Проти ракетна оборона
ПУ	– Пускова установка
РГЧ	– Розділююча головна частина
РРД	– Рідинний реактивний двигун
РС	– Реактивний снаряд
РСЗВ	– Реактивна система залпового вогню
СПУ	– Стартова пускова установка
ТПК	– Транспортно-пусковий контейнер
ТРК	– Тактичний ракетний комплекс
ШПУ	– Шахтна пускова установка

## ВСТУП

Дослідження динаміки старту по-перше необхідні для визначення початкових збурень, які отримує літальний апарат в момент втрати контакту з направляючою, а також динамічних навантажень на корпус літального апарату під час старту. Не менш важливою задачею є визначення навантажень на пускову установку під час старту. Вона передбачає визначення динамічних зусиль, виникаючих в елементах конструкції пускової установки, з наступним можливим визначенням динамічних напружень та деформацій елементів конструкції.

Основним джерелом інформації на стадії конструкторської розробки, зокрема про динамічні навантаження під час старту, є розрахункові дослідження. Теоретичною основою для таких досліджень може бути тільки математична модель. Модель повинна уявляти систему диференціальних рівнянь руху складових частин мобільної пускової установки та літального апарату під час старту з урахуванням інерційних властивостей складових частин установки і літального апарату, а також пружних і демпфуючих властивостей внутрішніх зв'язків установки та ґрунтової основи.

**Актуальність теми.** Вирішення задачі взаємодії мобільної пускової установки із ґрунтом під час короткочасного динамічного навантаження є актуальною проблемою. Потреба збільшення маси літальних апаратів та початкових швидкостей при сході їх з пускових установок призводить до зростання динамічних навантажень на пускову установку при старті літального апарату. В такому разі питання динаміки набувають все більшого значення як при розрахунках пускової установки на міцність та жорсткість, так і з метою визначення збурень початкових умов старту. Ці збурення призводять до суттєвого технічного розсіювання траєкторій літальних апаратів і повинні бути відомими при розв'язанні балістичних задач. Чисельне розв'язання системи диференціальних рівнянь руху системи пускова установка-літальний апарат дає можливість отримувати величини реакцій



внутрішніх зв'язків та параметрів руху складових системи, що дозволить вирішувати питання оптимізації конструкції пускової установки по жорсткості, вазі і вартості на стадії конструкторської розробки, що в свою чергу збільшить конкурентоздатність подібних виробів на ринку.

**Мета роботи** – створення універсальної математичної моделі для визначення параметрів взаємодії мобільної пускової установки ОТРК (ТРК) із ґрунтом під час короткочасного динамічного навантаження.

**Задачі, які необхідно вирішити для досягнення мети.** Необхідно проаналізувати існуючі конструкції мобільних пускових установок, взявши їх за основу для створення образу гіпотетичної мобільної пускової установки. Створивши базову гіпотетичну установку, її слід розділити на складові частини (носій, рухома направляюча, мости з колесами та ін.), з'єднані між собою і з ґрунтом лінійними та кутовими прижньо-демпфуючими зв'язками. Визначившись з узагальненими параметрами літального апарату та окремих складових пускової установки, необхідно скласти диференціальні рівняння руху складових пускової установки, залучивши для цього відомі закони теоретичної механіки.

# 1 РОЗРОБКА РОЗРАХУНКОВИХ МОДЕЛЕЙ ВЗАЄМОДІЇ МОБІЛЬНОЇ ПУСКОВОЇ УСТАНОВКИ ОТРК (ТРК) З ГРУНТОМ ПІД ЧАС СТАРТОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

## 1.1 Огляд конструкційних схем старту ракет

Ракетна пускова установка - комплекс спеціальних агрегатів і споруд, призначених для розміщення ракет, виконання всіх операцій в процесі їх експлуатації, підготовки і проведення пусків. Пускова установка (ПУ) займає центральне місце в наземному обладнанні, яке поряд з ракетою є другою, не менш важливою складовою частиною ракетного комплексу. Саме вдосконалення ПУ, які багато в чому визначають технічний вигляд ракетних комплексів, дозволило в основному вирішувати завдання забезпечення живучості. Існують різноманітні технічні рішення даних пристроїв: у вигляді напрямних профілів, порожнистих труб та ін.

Стаціонарні ПУ першого покоління представляли собою наземні незахищені групові старту і були уразливі для ракет, які склалися в цей час на озброєнні ймовірного противника. Наступне покоління стаціонарних стартів представляло захищені шахтні пускові установки (ШПУ) у складі групових стартових позицій. Великим кроком у забезпеченні живучості ракетних комплексів стало створення одиночних шахтних пускових установок, які розташовувалися на значній відстані одна від одної.

Еволюція стратегії ведення збройних конфліктів показала, що однією з істотних їх тенденцій є прагнення протидіючих сторін до максимального обмеження боротьби на передньому краї, в безпосередньому зіткненні військ з метою збереження живої сили для нанесення вирішального удару і перенесення основного обсягу операцій в другі ешелони, що може досягатися застосуванням авіації або ракетних комплексів різного призначення. Проте, враховуючи, що дії авіації не всепогодні і також пов'язані з людськими

втратами, ракетні комплекси залишаються найбільш ефективним засобом поразки різного типу об'єктів в будь-який час доби, року, в будь-яких кліматичних умовах.

Оперативно-тактичний ракетний комплекс (ОТРК) - вид ракетного озброєння, призначений для ураження цілей противника на оперативну глибину щодо лінії фронту. Він є проміжною сходинкою між тактичними і стратегічними ракетними озброєннями. Комплекс структурно складається з оперативно-тактичної ракети, системи наведення, зв'язку та обслуговуючої апаратури. ОТРК активно використовувалися в ході ряду локальних воєн кінця ХХ, початку ХХІ століття. Існує ряд міжнародних домовленостей, що обмежують характеристики оперативно-тактичних комплексів.

Сформована на початковий період розробки ТРК і ОТРК суспільно-політична ситуація зумовила створення комплексів, застосування яких передбачало тільки ядерне бойове оснащення, при цьому ракети мали низьку точність і малу ймовірність подолання ПРО супротивника та інші недоліки, обумовлені рівнем науково-технічного розвитку на період створення зазначених комплексів. Наступна зміна військово-політичної ситуації і перехід на звичайне (неядерна) оснащення ТРК і ОТРК вимагало принципової зміни ідеології побудови цих комплексів, основними напрямками якої на сучасному етапі є:

- висока ефективність застосування бойових частин звичайного спорядження за рахунок прецизійної точності стрільби;
- широка номенклатура бойових частин;
- автономність, мобільність, маневреність і висока прохідність бойових машин;
- скритність підготовки та нанесення ракетного удару;
- швидкість розгортання СПУ і мінімальний час підготовки пуску ракети;
- можливість використання непідготовлених в інженерному та

топогеодезичному відношенні стартових позицій;

- висока надійність і зручність в експлуатації;
- високий ступінь автоматизації процесу підготовки і проведення пуску;
- широкий температурний діапазон бойового застосування;
- тривалі терміни служби;
- висока ймовірність подолання ПРО супротивника.

Більшість перерахованих вище напрямків вдалося реалізувати за рахунок пересувних (мобільних) пускових установок.

В даний час існують два основні види старту ракет з ПУ: газодинамічний старт та так званий мінометний старт. Мінометний старт («холодний» старт) - спосіб запуску ракети, при якому ракета викидається з пускової установки (транспортно-пускового контейнера) за рахунок тиску, створюваного в замкнутому об'ємі яким-небудь джерелом, розташованим поза ракети. Таким джерелом може служити, наприклад, пороховий акумулятор тиску (ПАТ). Пороховий акумулятор тиску викидає ракету з шахти або з транспортно-пускового контейнера (ТПК) на висоту, достатню для безпечного включення РРД ракети. Після виходу з шахти ПАТ відділяється пружинним штовхачем і відводиться убік порохом ракетним двигуном, щоб не створювати перешкод реактивному струмені РРД. Двигун ракети при цьому запускається вже після того, як ракета вийде з пускової установки.

Переваги мінометного старту перед звичайним (газодинамічним):

- поліпшуються енергетичні показники ракети, так як економиться запас палива на борту;
- газовий струмінь ракетного двигуна менше впливає на пускову установку і саму ракету;
- спрощується конструкція і зменшуються розміри пускової установки, так як відпадає потреба у відведенні газового струменя і захисту від неї обладнання ПУ.

Існує й інший варіант мінометного старту - із запуском двигуна ракети прямо в транспортно-пусковому контейнері (ТПК), але він менш вигідний в порівнянні з описаним вище. Мінометний старт став єдиним рішенням, що дозволяв запускати ракети з борту підводного човна в підводному положенні. В даний час ця схема широко застосовується для бойових ракет різних класів.

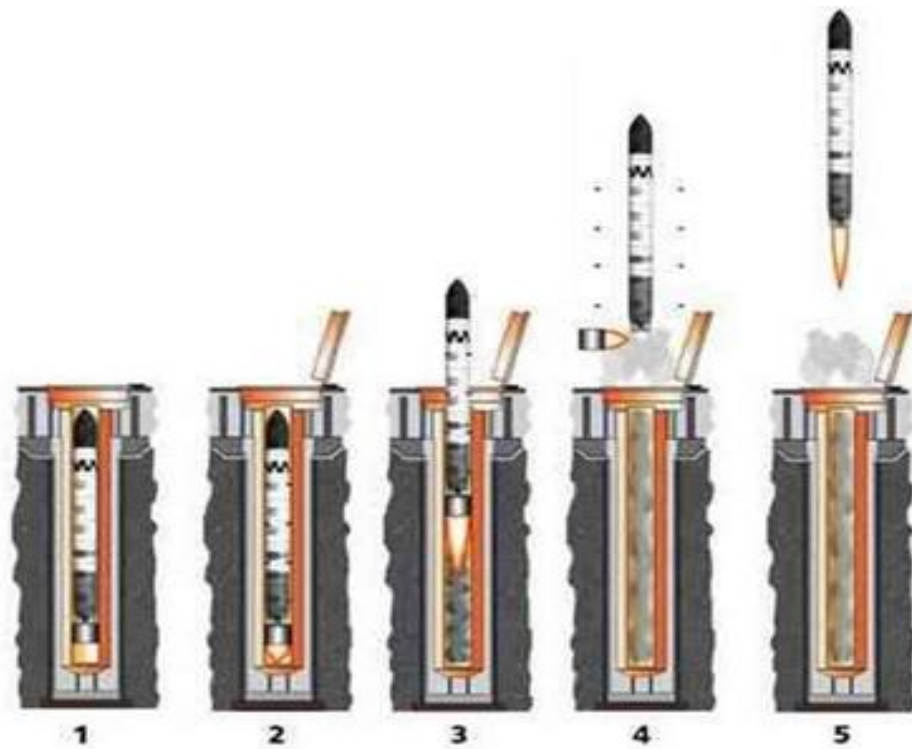


Рисунок 1.1 – Схема мінометного старту МБР Р-36М

Мінометна схема старту ракети з транспортно-пускового контейнера (ТПК) вперше у світовій практиці була розроблена і впроваджена для важкої рідинної МБР Р-36М. При старті тиск, створюваний пороховими акумуляторами тиску, виштовхував ракету з ТПК і тільки після покидання шахти запускався двигун ракети (рис.1.1.) Концепція важкої ракети холодного (мінометного) старту за допомогою порохового акумулятора тиску була розроблена Михайлом Янгелем в 1969 році. Р-36М - двоступенева міжконтинентальна балістична ракета. Оснащувалася моноблочною ГЧ і РГЧ ІН з десятьма бойовими блоками. Розроблена в КБ "Південне" під

керівництвом Михайла Янгеля та Володимира Уткіна. Проектування розпочато в 1969 році. ЛКВ проводилися з 1972 року по жовтень 1975 року.

У прийнятій схемі викидання ракети з шахти роль поршня виконував спеціальний піддон, який представляв досить складну просторову тонкостінну конструкцію з діаметром, рівним діаметру ракети, а довжина його складала декілька метрів. Робочим тілом, що виштовхує ракету з шахти, були газу, вироблювані пороховими акумуляторами тиску. Крім розробки їх конструкції, що саме по собі представляло окрему проблему, потрібно було забезпечити оптимальний режим наростання тиску. Розрахунки показали: одним акумулятором тиску це зробити неможливо. Тому довелося передбачити другий, який ввімкнувся через певний проміжок часу після початку роботи першого. Застосування двоступеневої схеми дозволило забезпечити прогресивну витрату, що стежила за збільшенням об'єму, заповнюваного газами в процесі виходу ракети з шахти. Сумарна необхідна маса заряду ПАТів виявилася рівною 120 кілограмам.

Про ефективність роботи порохових акумуляторів тиску свідчить такий факт: знайдена сумарна вага заряду сумішевого твердого палива легко виштовхувала з контейнера масу в 210 тон зі швидкістю до 25м/с на висоту до 15-20 м. Величина максимального перевантаження, що виникає у процесі викиду ракети з контейнера складала 2,5. Це перевантаження вибиралося на основі оптимізації за багатьма параметрами: швидкості виходу з шахти, дальності польоту, потрібної маси для забезпечення несучої здатності конструкції.

### **1.1.1 Мобільні пускові установки ОТРК з відкритими напрямними**

*Оперативно-тактичний ракетний комплекс "Іскандер".*

Прикладом ОТРК, де застосовується пускова установка газодинамічного старту з відкритих напрямних є ракетний комплекс «Іскандер» (рис.1.2). Мобільний оперативно-тактичний ракетний комплекс (ОТРК) «Іскандер»

призначений для ураження високоточними ракетами наземних цілей, таких як командні пункти, великі угруповання військ, засоби вогневого ураження, об'єкти ППО і ПРО, літаки і вертольоти на аеродромах. Комплекс має високу тактичну маневреність завдяки високій прохідності бойових машин.



Рисунок. 1.2 – Оперативно-тактичний ракетний комплекс "Іскандер"

Комплекс випускається в двох варіантах - «Іскандер-М» (для Збройних Сил Росії) і «Іскандер-Е» (для експорту). Експортний варіант по бойових характеристиках дещо відрізняється, зокрема максимальною дальністю ураження цілі - до 280 км. Комплекс «Іскандер-М» має високу вогневу продуктивність, здатний вражати цілі на дальності до 500 км, причому з інтервалом в 1 хвилину може обстріляти 2 різні цілі. Траєкторія польоту ракети - не балістична, важкопрогнозована для противника, ракета керується протягом усього польоту.

### **1.1.2 Мобільні пускові установки ОТРК з транспортно-пусковими контейнерами**

Невід'ємною приналежністю багатьох ракет ОТРК в даний час є транспортно-пусковий контейнер (ТРК), що забезпечує транспортування, перевантаження, зберігання, бойове чергування, підготовку до пуску і пуск

ракети. ТПК забезпечує підтримку заданого температурно-вологісного режиму утримання ракети, підтримки всередині контейнера необхідних параметрів газового середовища і контроль цих параметрів на всіх етапах експлуатації ракети. Контейнер виключає шкідливий вплив на ракету атмосферних умов, пилу, сонячної радіації; оберігає ракету від механічних пошкоджень в процесі транспортування; забезпечує бойове чергування і спрямований рух ракети в початковий період пуску при газодинамічному або мінометному старті. Конструктивна схема ТПК в значній мірі визначається типом ракети і бойового ракетного комплексу (БРК), транспортними засобами, а також типом старту.

На практиці використовуються дві основні схеми ТПК: схема ТПК ракети, що використовується для пуску з шахтної пускової установки (ШПУ); схема ТПК ракети, що використовується в рухомих ґрунтових ракетних комплексах. У першому випадку при газодинамічному старті ракета після включення двигунів в ТПК ковзає за допомогою розташованих в декількох площинах бугелів по напрямних, закріплених всередині ТПК по всій його довжині. При мінометному старті направляючою руху ракети є вся внутрішня поверхня ТПК, по якій ракета ковзає опорними поясами, що розташовані на певній відстані по її довжині і скидаються після виходу ракети з контейнера. ТПК для рухомих ОТРК виконуються багатошаровими (як правило тришаровими) циліндричними оболонками, де зовнішній і внутрішній шари є силовими, виконаними зі склопластику, а проміжний шар є теплоізолятором. Така конструкція спільно з системою терморегулювання забезпечує підтримку усередині ТПК необхідного температурного режиму в будь-який час року. Другою особливістю цих ТПК є наявність у них нижнього телескопічного днища, яке при старті ракети опускається на ґрунт і запобігає перекиданню пускової установки при виході ракети з ТПК за рахунок передачі більшої частини зусилля віддачі безпосередньо на ґрунт.



*Зенітний ракетний комплекс С-300ПТ з ракетою В-500Р.*

У 1981 році був прийнятий на озброєння зенітний ракетний комплекс С-300-ПТ з ракетою В-500-Р. Маса ракети становила 1665кг, включаючи бойову частину масою 130кг, довжина - 7,25 м, діаметр – 508 мм. Комплекс С-300-ПТ на початку вісімдесятих років був вдосконалений з доведенням можливостей до рівня самохідного, отримавши позначення С-300-ПТ-1. Усі контейнери цього варіанту комплексу при бойовій роботі знаходилися на автомобільних шасі напівпричепів (рис.1.3).



Рисунок 1.3 – Додаткова пускова установка 5П85Д зенітної ракетної системи С-300-ПС.

При старті ракет комплексу використовувався їх викид з ТПК за допомогою катапультного пристрою, задіяного при подачі продуктів згоряння ПАТ. При спрацьовуванні ще одного ПАТ газ надходив до 2-х розташованих уздовж контейнера циліндра катапульти, приводячи в рух розміщені в них штоки. Ракета примусово катапультиувалася на висоту близько 20 метрів. Одночасно з виходом ракети з контейнера розкривалися аеродинамічні поверхні. Запуск двигуна ракети проводився з використанням

блоку затримки через одну-півтори секунди після виходу ЗУР з контейнера і при досягненні практично нульової швидкості. Кожна установка забезпечувалася гідравлічними опорами і чотирма циліндричними герметизованими ТПК з керованими твердопаливними одноступінчастими ракетами 5В55Р зі стартовою масою 1665 кг, довжиною 7,25 м і осколково-фугасної бойовою частиною масою 133 кг. Таким чином, в дивізіоні С-300ПС в цілому знаходилося 48 ракет. Їх запуск здійснювався з ТПК за допомогою катапульти, а потім на висоті 20 м включалися двигуни ракет і системи управління, що дозволяло вести стрільбу в умовах складного рельєфу. Її темп становив 3 - 5 с.

*Зенітний ракетний комплекс С-400 «Тріумф».*

Зенітний ракетний комплекс С-400 «Тріумф» (за класифікацією НАТО - SA-21 Growler) - зенітна ракетна система великої і середньої дальності, зенітний ракетний комплекс (ЗРК) нового покоління (рис.1.4). Призначений для ураження всіх сучасних і перспективних засобів повітряно-космічного нападу: літаків-розвідників, літаків стратегічної і тактичної авіації, тактичних, оперативно-тактичних балістичних ракет, балістичних ракет середньої дальності, гіперзвукових цілей, постановників перешкод, літаків радіолокаційного дозору і наведення та інших.



Рисунок.1.4 – Зенітний ракетний комплекс С-400 «Тріумф»

Ракети зенітного ракетного комплексу С-400 використовують "холодний" старт - перед запуском маршового двигуна вони викидаються з контейнера на висоту більше 30 метрів. У процесі підйому на цю висоту ракета з непрацюючим маршовим двигуном схиляється в бік цілі за допомогою газодинамічної системи. Запуск маршового двигуна по завершенні схилення дозволяє збільшити досяжність і зменшити ближню границю зони ураження.

## **1.2 Деякі проблеми динаміки старту з мобільних ПУ**

Актуальність проблеми забезпечення заданої точності ураження цілей при застосуванні ТРК і ОТРК, що базуються на мобільних ПУ, вимагає розробки інженерних методик оцінки динамічних якостей мобільних ПУ, під якими розуміють сукупність властивостей ПУ як механічної системи, що визначають її здатність забезпечувати необхідні показники точності при заданих умовах стрільби. Останні визначаються збурюючими чинниками для виявлення гранично допустимих значень яких, а також розробки рекомендацій по зниженню їх впливу на рух при старті і на весь подальший рух ЛА, потрібні теоретичні і розрахункові дослідження динаміки старту.

Аналіз літературних джерел показує, що в даний час для дослідження процесів, які супроводжують старт ЛА з мобільної ПУ, створюються методи, орієнтовані на вирішення питань, пов'язаних з вивченням параметрів руху ЛА та складових частин ПУ під час старту: 1) визначення початкових збурень траєкторії польоту, що отримує ЛА при сході з ПУ; 2) визначення перевантажень, діючих на ЛА на старті; 3) визначення параметрів коливань складових частин ПУ; 4) визначення динамічних зусиль, виникаючих в елементах конструкції ПУ [12].

При старті ЛА з мобільної ПУ на доданок до статичних навантажень виникають значні додаткові динамічні навантаження на ПУ. Ці навантаження призводять до появи додаткових динамічних напружень в елементах

конструкцій ПУ і повинні бути враховані при розрахунках систем ЛА-ПУ на міцність, жорсткість і надійність. Динамічні навантаження призводять до переміщень частин ПУ і, як наслідок, до появи збурень початкових умов старту ЛА. В свою чергу збурення початкових умов старту визначають збурення початкових параметрів активної ділянки руху ЛА, що можуть призвести до суттєвого відхилення положень ЛА в кінці траєкторії, особливо некерованих. В зв'язку з цим, при розробці нових або модернізації існуючих зразків ОТРК, ТРК і РСЗВ виникає необхідність створення математичних моделей руху ЛА як на траєкторії польоту, так і в межах ПУ, а також руху самої ПУ. Останнє особливо стосується мобільних ПУ, що змонтовані на транспортній автомобільній платформі і являють собою пружньо-інерційні коливні системи, яким притаманні всі особливості коливних систем, зокрема резонансні прояви. Близькість власної частоти коливань таких ПУ до частоти сходів ЛА з ПУ призводить до збільшення збурень траєкторій снарядів і динамічних навантажень на ПУ. І навпаки, відхилення частоти сходів від власної частоти коливань ПУ повинно зменшувати збурення початкових умов руху снарядів і, як наслідок, зменшувати збурення траєкторій, а також зменшувати динамічну складову навантажень на ПУ. Слід відмітити, що по мірі сходу ЛА з ПУ, які споряджені декількома ЛА, наприклад, в системах РСЗВ, суттєво зменшується маса направляючої ПУ, попередньо завантаженої ЛА, що призводить до зміни власних частот ПУ в порівнянні зі значеннями при початковому завантаженні. Це приводить до поступового зміщення резонансних частот ПУ, очікувано в бік їх збільшення. При цьому зменшується і статична складова навантаження на елементи ПУ, що призводить до зміни положення статичної рівноваги складових частин ПУ.

Складність фізичних явищ динаміки старту ракет і неповнота відомостей про діючі процеси примушує зазвичай вводити спрощення, проводити аналіз лише головних чинників і найбільш небезпечних випадків. Відносна малість складових інтервалів часу дозволяє у ряді випадків обмежитися лінеаризованими системами рівнянь, розглядати на цих інтервалах ЛА як

систему постійної (середньої) маси і моменту інерції, вводити і інші спрощення, обмежуватися у ряді випадків аналізом плоского руху, підсумовуючи (алгебраїчно або геометрично) можливі збурення.

До числа успішно вирішених завдань динаміки старту слід віднести розробку статистичних методів розрахунку параметрів старту. Впродовж тривалого часу розрахунки параметрів старту, що характеризують стійкість, безударність і навантаження ракети, як правило, виконувалися для граничних умов бойового використання, параметрів ракети, двигуна, пускової установки і автомата стабілізації. Детермінована схема розрахунку, дозволяючи моделювати процес старту, не повністю виявляє реальні можливості ракетних комплексів. В процесі розвитку методів розрахунку старту ракет неодноразово робилися спроби імовірнісного опису процесів старту в основному аналітичними методами. Їх недолік полягає в тому, що вони припускають обов'язкове істотне спрощення математичної моделі процесів старту, що призводить до неприпустимого погіршення точності обчислень, тому з урахуванням досвіду розробки і потужних можливостей сучасної обчислювальної техніки при розрахунку параметрів старту може бути використаний метод статистичних випробувань.

Суттєвий вплив на характеристики розсіювання літальних апаратів чинять жорсткісні характеристики ґрунтової основи з якої здійснюється стрільба, а також хвильові процеси, що відбуваються в ґрунті при прикладенні до нього імпульсних стартових навантажень. Труднощі в математичному описанні поведінки ґрунту під навантаженнями збільшуються внаслідок його багатоконпонентності. Зважаючи на це у кожному конкретному випадку вимагаються вибрати таку математичну модель, яка відповідає поставленій задачі. Наприклад, в динаміці ґрунтів, основ і фундаментів в різних задачах ґрунт представляється вінклеровською моделлю, поєднанням вінклеровської основи з приєднаною масою або з натягнутою мембраною, ідеально пружним матеріалом, суцільним середовищем, у тому числі багатоконпонентним, наділеним властивостями рідини або газу, пластичним, пружнопластичним,

пружнов'язкопластичним середовищами з різними залежностями між напругою і деформаціями або швидкістю деформацій, іншими, ще більш складними середовищами, у тому числі анізотропними, неоднорідними, нелінійно-пружними, стохастичними і дискретними. Проте результати, придатні для практичного використання в конкретних умовах, можна отримати далеко не для усіх цих моделей ґрунту. Призначення багатьох з них - теоретичне пояснення окремих фізичних явищ. Хвильовий характер руху середовища, будь то безмежне середовище або обмежена її частина, зазвичай описується рівняннями механіки суцільного середовища, які вирішуються за певних початкових або граничних умов. Величина поширення коливань в ґрунті залежить від джерела коливань і стану середовища.

Забезпечення безударного виходу ракети з ПУ досягалося різними шляхами. У перших конструкціях стартів з контейнера застосовувалась бугельна схема, в якій напрям руху здійснюється за допомогою двох пар бугелів, що рухаються по направляючих контейнера. Ця схема забезпечує незначні кутові відхилення ракети і переміщення її відносно контейнера. Проте ця схема не знайшла подальшого застосування, оскільки вимагала великих проміжків між ракетою і контейнером. Вирішення питань безударності було досягнуте застосуванням пружних схем направлення руху: за допомогою поясів резинометаличних амортизаторів, розміщених на ракеті, або за допомогою поясів резинометаличних амортизаторів, розміщених на стінці контейнера, і двох бугелів в хвостовій частині ракети.

Одним з головних завдань, що стоять при створенні пересувних ракетних комплексів, є забезпечення необхідних динамічних характеристик системи ЛА-ПУ. Для цього використовуються відповідуючі конструкціям, що розробляються, розрахункові динамічні моделі. За період використання контейнерів в стартових комплексах, склалася практика застосування розрахункових моделей різної розмірності. З одного боку, транспортно-пусковий контейнер в складі стартового комплексу дозволяє створити для ракети найбільш сприятливі умови зберігання, спростити багато

технологічних операцій при підготовці до старту і старті ракети, перерозподілити різного роду навантаження: інерційні навантаження, навантаження від зовнішнього середовища в потрібні точки та ін. Це дає можливість оптимізувати конструкцію різного устаткування, задіяного при підготовці до старту і безпосередньо при старті ракети. З іншого боку, наявність контейнера створює додаткові навантаження при коливаннях системи ракета-контейнер-ПУ, оскільки контейнер, будучи пружним тілом, являється додатковою коливальною ланкою.

Схематично представити систему ракета-контейнер-ПУ досить просто, використовуючи плоскі схеми, і відповідно обійтися трьома ступенями свободи. Подібні схеми дозволяють досить добре описувати певний клас дій, що виникають при експлуатації стартового комплексу, і такий підхід цілком виправданий, якщо [15, 16]:

- ракету і контейнер можна вважати "жорсткою", тобто такими, що не піддаються згину;
- дія стартуючої ракети на стартовий комплекс невелика (чи нею можна нехтувати);
- рухом частин пускової установки, контейнера і ракети в інших напрямках можна нехтувати.

Існують стартові комплекси, які спочатку не вписуються в названі критерії. Як приклад можна привести комплекс "Повітряний старт", де передбачалося використати в якості літака-носія військово-транспортний літак АН 125-100 "Руслан" із злітною масою близько 300 т. При цьому в якості ракети-носія планувалося використати нову ракету стартовою масою 100 т. Ракету передбачалося розміщувати усередині фюзеляжу літака на спеціальному стартовому пристрої. Вже найпростіший аналіз початкових даних виявляє, що ракета і літак-носії при старті ракети відрізняються по масі усього лише в 1,5-2 рази, що дозволяє зробити висновок про значну дію стартуючої ракети на літак-носії, що вимагає розробки просторової розрахункової моделі з розподіленими параметрами маси і жорсткості.

Проте, розрахунок з використанням "жорстких" тіл дозволяє і в цьому випадку отримати кінематику руху системи.

Особливістю контейнерного старту ракети є дія ПАТа при "мінометному" способі старту, яка може бути описана, виходячи з балансу енергії диференціальним рівнянням для тиску в підракетному просторі контейнера. Вирішуючи це рівняння спільно з рівняннями руху ракети, можна визначити поточний тиск і відповідно рушійну силу а також зусилля на внутрішню поверхню контейнера.

Наявність зусиль від тиску на внутрішній поверхні контейнера призводить до прогину його оболонки, що в результаті дає зниження зусиль в опорно-ведучих поясах ракети. Врахування податливості конструкції ТПК, зокрема направляючих і ракети, призводить до значного (до 6-8 разів) зниження розрахункових зусиль у бугелях ракети [17].

При цьому кінематика руху ракети по направляючих в цілому залишається практично такою ж, як при використанні моделі "жорстких" тіл.

Досвід практичного використання різних моделей показує, що застосування моделей в "жорстких" тілах дозволяє визначити з високою достовірністю кінематику руху і відповідно навантаження на ракету і пускову установку від сил, безпосередньо залежних від кінематики руху ракети [16]. Для визначення внутрішніх силових чинників необхідно застосовувати моделі з розвиненою структурою - балочні, а також просторові оболонкові і твердотілі. Погрішність цих моделей можна проілюструвати даними, приведеними в табл.1.1 [16].

Таким чином, можна говорити про роль того або іншого типу моделей в розрахунках, а отже, і областях застосовності. Так, моделі в "жорстких" тілах можна застосовувати на етапах опрацювання обрисів ракетного комплексу, коли вимагається швидко визначити найзагальніші параметри руху системи, конфігурацію системи амортизації і т. д., а плоскі розрахункові схеми (балочні моделі) - на етапах ескізного проектування, оскільки при своїй простоті і швидкості рішення вони дозволяють визначити параметри руху і з



прийнятною (для цього етапу проектування) точністю внутрішні зусилля в системі ракета-контейнер-ПУ.

Таблиця 1.1 - Погрішність залежно від типу розрахункової моделі [16], %

Характеристика динамічного навантаження контейнера і ракети	Тип розрахункової моделі		
	«Жорсткі» тіла	Плоска	Просторова високої розмірності
Прискорення: • на блоках корисного навантаження ракети і ступенях • на контейнері в місцях встановлення обладнання і апаратури • на контейнері в місцях кріплення системи амортизації	По аперіодичній компоненті 10...20. По динамічній компоненті до 100...300	По аперіодичній компоненті 5...10. По динамічній компоненті до 30...100	По аперіодичній компоненті 2...3. По динамічній компоненті до 10...20
Внутрішні силові фактори (сили і моменти) в перетинах контейнера і ракети	–	30 ... 100	10 ... 20
Реакції в поясах взаємодії ракети і контейнера: • бугелі • опорно-ведучі пояси • опорні вузли ракети	–	30 ... 100	10 ... 20
Реакції в місцях встановлення на контейнері обладнання і апаратури	–	30 ... 100	10 ... 20
Реакції від системи амортизації в напрямку: • радіальному • тангенціальному • продольному	По аперіодичній компоненті 10...20. По динамічній компоненті до 0...200	30 ... 100	10 ... 20
Хід системи амортизації	5 ... 10	2 ... 3	1 ... 2

Розвинені ж просторові моделі доцільно застосовувати на етапах перевірки прийнятих конструктивних рішень, коли більшість проміжних рішень для вигляду ракетного комплексу, налаштування системи амортизації і вибору параметрів різних систем вже прийняті.

### 1.3 Розробка розрахункових моделей динаміки старту з мобільних ПУ

Метою даної роботи є створення математичної моделі взаємодії мобільної пускової установки із ґрунтом під час короткочасного динамічного навантаження. Модель повинна уявляти систему диференціальних рівнянь взаємопов'язаних рухів складових частин системи пускова установка-літальний апарат відносно параметрів, що визначають ці рухи. Модель повинна надавати змогу враховувати як дію детерміністських сил, так і випадкове розсіювання жорстких та масових характеристик елементів конструкції пускової установки. Система диференціальних рівнянь повинна бути представлена рівняннями першого порядку з метою її чисельного розв'язання. На підставі математичної моделі повинна бути розроблена обчислювальна програма, за допомогою якої проведені чисельні дослідження впливу масових та пружньо-демпфуючих параметрів ПУ і ґрунту на величини динамічних реакцій внутрішніх зв'язків та ґрунтової основи, а також на збурення початкових умов старту літального апарату.

Для досягнення поставленої мети передбачається, провівши аналіз існуючих конструкцій мобільних пускових установок, створити образи гіпотетичних пускових установок з мінометним і газодинамічним типом старту. Створивши базову гіпотетичну установку, її слід розділити на складові частини (носій, рухома направляюча або контейнер, мости з колесами та ін.), з'єднані між собою і з ґрунтом пружньо-демпфуючими зв'язками. Визначившись з узагальненими параметрами літального апарату та окремих складових частин пускової установки, необхідно створити математичну модель динаміки системи ПУ-ЛА, склавши диференціальні рівняння руху ЛА та складових частин ПУ з залученням для цього відомих законів теоретичної механіки

Для створення математичної моделі насамперед створюється розрахункова модель об'єкту досліджень. При цьому складові частини мобільної пускової установки та літальний апарат розглядаються як тверді

тіла, пов'язані між собою та з ґрунтом пружньо-демпфуючими зв'язками. Процес старту розглядається як послідовність чотирьох ділянок руху. Перша ділянка визначається інтервалом часу від початку дії сили тяги двигуна до зрушення літального апарату. Друга ділянка визначається інтервалом часу від моменту зрушення до моменту часу, коли залишається одна точка контакту між направляючою та літальним апаратом. Третя ділянка визначається інтервалом часу до повної втрати контакту літального апарату з направляючою. Четверта ділянка – процес затухання коливань пускової установки.

На всіх розглянутих ділянках руху для кожної складової частини пускової установки та для літального апарату на підставі відомих теорем динаміки записуються рівняння руху у формі диференціальних рівнянь відносно параметрів, що визначають відхилення цих частин відносно положень їх статичної рівноваги. Отримана в результаті система диференціальних рівнянь розв'язується чисельно при змінних масових та пружньо-демпфуючих параметрах системи ПУ-ЛА з метою дослідження впливу цих параметрів на величини динамічних реакцій внутрішніх зв'язків та ґрунтової основи, а також на збурення початкових умов старту літального апарату за рахунок коливань пускової установки.

Вибір розрахункової моделі динамічних процесів, протікаючих в системі ПУ-ЛА є найбільш складною задачею при проектуванні системи [12]. Розрахункова схема повинна вірно відображати всі основні якості (як статичні, так і динамічні) реальної конструкції і бути найбільш простою з можливих варіантів схематизації, проте, дозволяючою отримати всю необхідну інформацію при розрахунках системи на міцність, жорсткість і ефективність роботи.

З позицій динамічного аналізу в механічній системі ЛА-ПУ, змонтованій на автомобільному шасі зазвичай виділяють три тіла, наділених значною масою: шасі, напрямну або контейнер і ЛА. Шасі включає раму автомобіля з розміщеними на ній механізмами переміщення напрямної або контейнера та

кабіну водія [12]. До складу розрахункових динамічних моделей ЛА-ПУ можуть бути також включені автомобільні мости [21, 22]. Пружні і демпфуючі властивості підвіски, коліс та ґрунтової основи можуть бути враховані відповідними приведеними коефіцієнтами жорсткості та в'язкого тертя.

Конструкція в цілому і окремі її складові частини (наприклад, ЛА, контейнер чи направляюча) в залежності від конструктивної схеми можуть розглядатися або ж як система з розподіленими параметрами маси і жорсткості (з нескінченно великою або обмеженою кількістю ступенів вільності), або ж як система абсолютно жорстких тіл (з кінцевим числом ступенів вільності). В першому випадку математична модель динаміки системи буде містити диференційні рівняння в часткових похідних, в другому випадку дослідження динаміки системи ЛА-ПУ на старті потребує рішення системи звичайних диференційних рівнянь. Розрахункова модель, в якій ЛА, направляюча та носій розглядаються як абсолютно жорсткі тіла, являється найбільш простою.

У разі, коли власні частоти коливань для розрахункової моделі з абсолютно жорсткими тілами значно менше перших частот реальної системи, то остання розрахункова модель є виправданою [12,20]. Коливання складових частин системи ЛА-ПУ можуть розглядатися в поздовжній площині [13, 15, 17], або ж досліджуватися як просторові у випадку, коли площина наведення ЛА не співпадає з площинами головних моментів інерції носія [12].

Метою даного розділу роботи є розробка розрахункових моделей, призначених для дослідження динамічних процесів, що відбуваються в змонтованій на базі автомобільного носія мобільній ПУ, і враховують як взаємодію між ЛА і ПУ та окремих частин ПУ між собою, так і взаємодію ПУ з ґрунтом під час стартового навантаження.

Проведений аналіз існуючих на теперішній час конструкцій мобільних ПУ, показав, що для запусків ЛА з мобільних ПУ що входять до складу

ОТРК (ТРК) в більшості випадків застосовується газодинамічний старт з

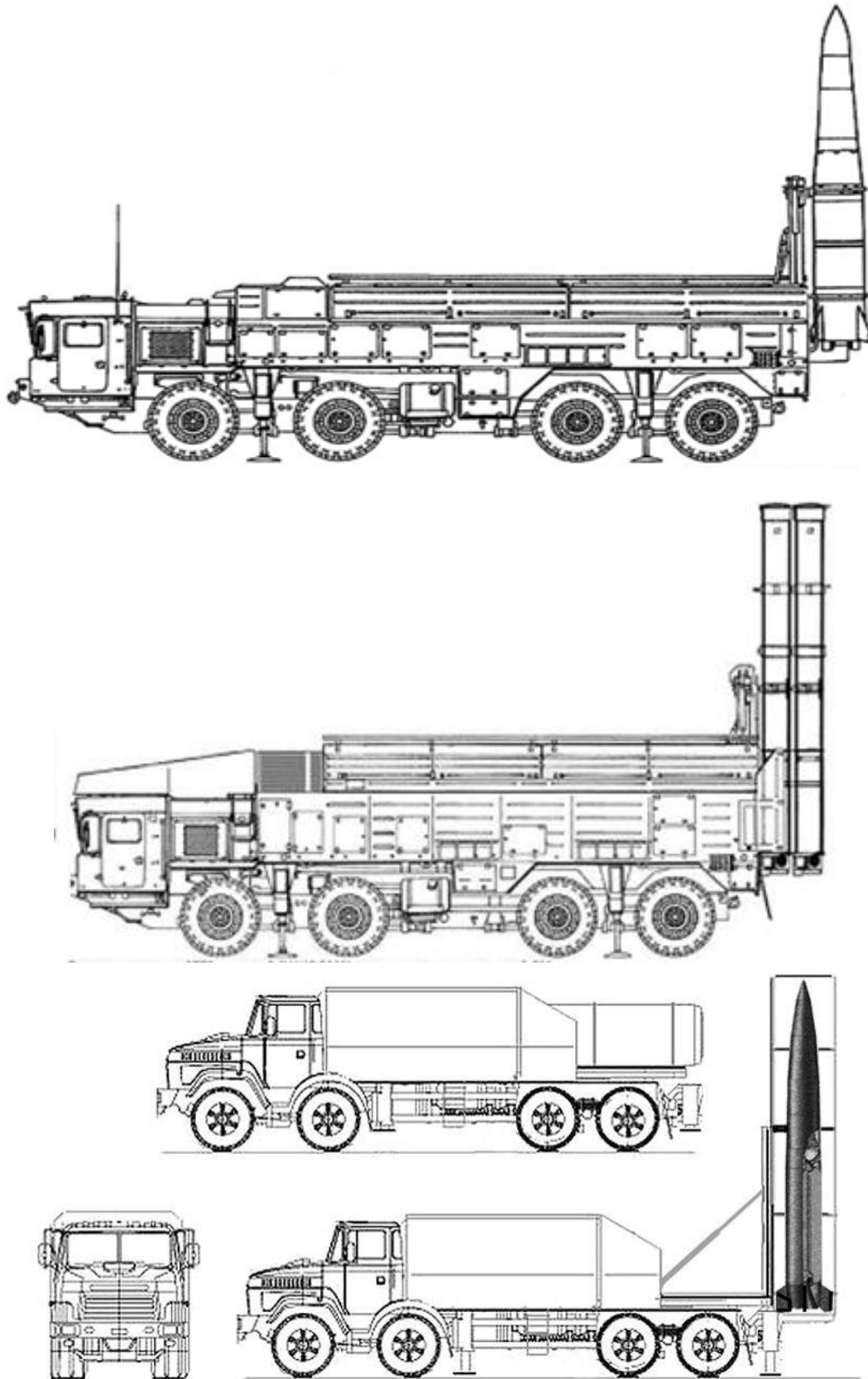


Рисунок 1.5 – Конструктивні схеми мобільних ПУ ОТРК (ТРК)





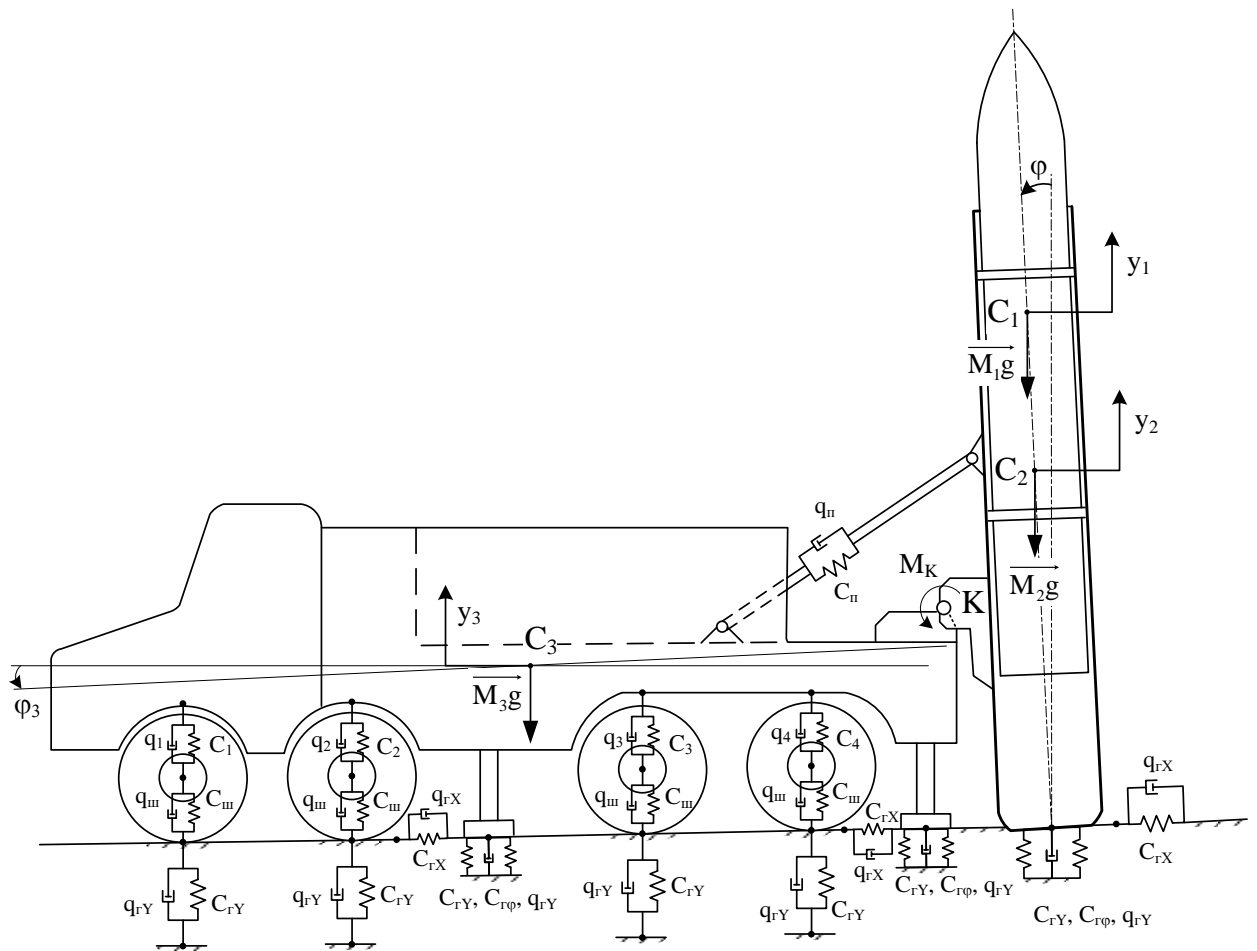


Рисунок 1.8. Розрахункова модель мінометному старту з частковим виваженням ПУ

У відповідності з наведеними конструктивними схемами на рис.1.6 представлена плоска розрахункова модель гіпотетичної мобільної ПУ з газодинамічним стартом, яку може бути використати при створенні математичної моделі взаємодії системи ЛА-ПУ з ґрунтом під час стартового навантаження. Дана розрахункова модель може бути застосована, коли система ЛА-ПУ має вертикальну площину симетрії. В такому разі рух системи ЛА-ПУ можна розглядати таким, що відбувається в вертикальній площині, співпадаючій з площиною головних моментів інерції носія, і як плоский [12,15]. Модель містить такі окремі складові частини: ЛА, напрямну,



носій та колісні мости. Кожну з цих частин будемо вважати абсолютно твердим тілом, а її рух – плоским. Рух ЛА по напрямній починається після спрацьовування стопорного-замкового пристрою. В свою чергу цей рух поділяється на дві ділянки: ділянку відносного поступального руху та ділянку відносного складного руху ЛА по напрямній.

На рис.1.7, 1.8 представлені розрахункові моделі системи ЛА-ПУ для випадку мінометного старту, які розроблені на підставі аналізу розглянутих попередньо конструкцій мобільних ПУ існуючих ОТРК (ТРК). Модель на рис.1.7 відповідає повному виваженню ПУ. Модель, зображена на рис.1.8, відповідає частковому виваженню ПУ за допомогою домкратів, коли зберігається контакт між ґрунтом і колесами носія. Обидві розрахункові моделі мінометного старту можуть використати при моделюванні динаміки старту з урахуванням взаємодії ПУ з ґрунтом під час короткочасного навантаження.

## **2 ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ СИСТЕМИ РАКЕТА-КОНТЕЙНЕР-НОСІЙ ПІД ЧАС МІНОМЕТНОГО СТАРТУ РАКЕТИ З ТПК**

Мінометний старт ("холодний" старт) - спосіб запуску ракети, при якому ракета викидається з транспортно-пускового контейнера (ТПК) пускової установки за рахунок тиску, що створюється в замкнутому об'ємі яким-небудь джерелом, розташованим поза ракетою. Таким джерелом може служити, наприклад, пороховий акумулятор тиску (ПАТ), який викидає ракету з шахти на висоту, достатню для безпечного включення двигуна ракети. Рух в системі "ракета – контейнер-носій" при такому старті слід в часі поділити на три ділянки. Перша ділянка – це ділянка відносного поступального руху ракети в контейнері. Існування цієї ділянки забезпечується наявністю центруючи опорних поясів (облютераторів) на корпусі ракети. Ділянка починається з моменту зрушення ракети і завершується в момент, коли передостанній облутератор втрачає контакт з контейнером. Друга ділянка – це ділянка відносного складного руху ракети в контейнері. Ця ділянка руху починається після втрати передостаннім облутератором контакту з внутрішньою поверхнею контейнера і закінчується в момент, коли останній нижній облутератор втратить контакт з поверхнею контейнера. Третя ділянка руху системи – це рух контейнера і носія після повної втрати ракетою механічного контакту з контейнером, що уявляє вільні затухаючі коливання.

Розглянемо окремо кожну з ділянок та запишемо системи диференціальних рівнянь руху ракети, контейнера носія на зазначених ділянках. Для цього застосуємо відомі теореми динаміки матеріальної системи: теорему про рух центру мас та теорему про зміну моменту кількості руху системи. Рух складових частин системи будемо розглядати як плоский.

## 2.1 Рівняння руху ракети і контейнера на ділянці відносного поступального руху ракети в контейнері

Рух ракети на цій ділянці розглядаємо як складний, що складається з поступального руху ракети відносно контейнера і переносного руху контейнера. Для дослідження відносного руху ракети застосуємо теорему про рух центру мас системи у відносному русі, додавши до діючих на ракету сил і реакцій її зв'язків головні вектори переносних і коріолісових сил інерції мас ракети. Якщо при розгляді руху контейнера як переносного для ракети, в якості полюса взяти точку  $O'$  - центр опорної поверхні контейнера і при цьому знехтувати поступальною складовою руху контейнера, то переносний рух контейнера буде уявляти обертання навколо точки  $O'$  (рис.2.1).

Для запису рівнянь руху ракети і контейнера на ділянці відносного поступального руху ракети в контейнері запровадимо слідуєчі системи осей (рис.2.1): нерухому систему осей  $Ox$  з початком в точці  $O$  на поверхні недеформованої ґрунтової основи під центром опорної поверхні контейнера; незмінно пов'язану з контейнером систему рухомих осей  $O_1x_1y_1$  з початком в точці  $O_1$  на верхньому зрізі контейнера, вісь  $y_1$  якої є головною центральною віссю інерції контейнера.

Положення рухомих осей  $Ox_1y_1$  відносно нерухомої системи  $Ox$  визначаємо кутом  $\varphi$ , який одночасно є кутом повороту контейнера разом з ракетою при її відносному поступальному русі.

На ракету діють такі сили: прикладена в центрі мас рівнодіюча сил тяжіння  $\overrightarrow{M_2g}$ ; рівнодіюча  $\vec{P}$  сил тиску на донну поверхню ракети, лінія дії якої проходить через центр мас ракети; сили нормальної реакції  $\vec{Q}_1$  нижнього і  $\vec{Q}_2$  верхнього опорних поясів, прикладені відповідно в точках  $K_1$  і  $K_2$  рухомих контактів корпусу ракети з контейнером; сили тертя  $\vec{F}_{T1}$  і  $\vec{F}_{T2}$  корпусу ракети по поверхні контейнера, прикладені в тих же точках  $K_1$  і  $K_2$ .

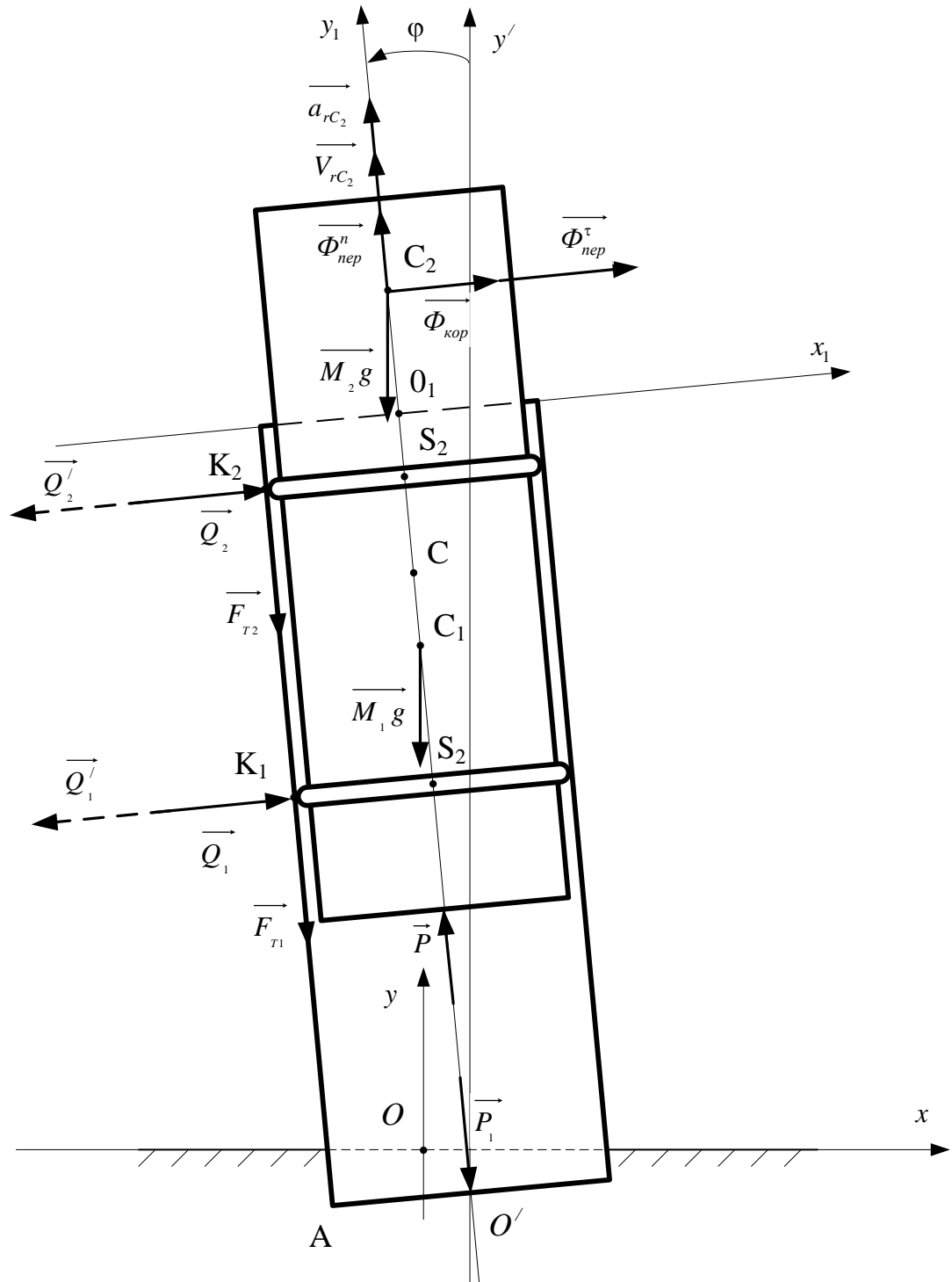


Рисунок 2.1 – Сили та моменти в системі ракета-контейнер на ділянці відносного поступального руху ракети

Для складання рівнянь руху центру мас ракети відносно пов'язаних з контейнером рухомих осей  $O_1x_1y_1$ , додамо до діючих сил прикладені в центрі

мас ракети головні вектори її переносних нормальних сил інерції  $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^n$ , дотичних переносних сил інерції  $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^{\tau}$  та коріолісових сил інерції  $\vec{\Phi}_{\text{кор}}$ .

Визначимося з цими складовими сил інерції. Для цього розглянемо кожен головний вектор сил інерції як додатак елементарних сил інерції ракети при її поступальному русі по відношенню до контейнера, який в свою чергу обертається навколо центру  $O'$ . Впливом поступальної складової руху контейнера на відносний рух ракети будемо нехтувати.

$$\begin{aligned}\vec{\Phi} &= \sum_{k=1}^n (\vec{f}_{ke}^n + \vec{f}_{ke}^{\tau} + \vec{f}_{k\text{кор}}) = \sum_{k=1}^n -m_k \cdot (\vec{\varepsilon}_e \times \vec{r}_k) + \sum_{k=1}^n m_k \cdot \omega_e^2 \cdot \vec{r}_k - \\ &- 2 \cdot \sum_{k=1}^n m_k \cdot (\vec{\omega}_e \times \vec{V}_{rk}) = \\ &= -\vec{\varepsilon}_e \times \sum_{k=1}^n m_k \cdot \vec{r}_k + \omega_e^2 \cdot \sum_{k=1}^n m_k \cdot \vec{r}_k - 2\vec{\omega}_e \times \sum_{k=1}^n m_k \vec{V}_{rk} = \\ &-\vec{\varepsilon}_e \times M_2 \vec{R}_{c_2} + \omega^2 \cdot M_2 \cdot \vec{R}_{c_2} - 2\vec{\omega}_e \times M_2 \vec{V}_{rc_2} = -M_2 \cdot (\vec{\varepsilon}_e \times \vec{R}_{c_2}) + \\ &+ (M_2 \cdot \omega^2 \cdot \vec{R}_{c_2}) - 2M_2 \cdot (\vec{\omega}_e \times \vec{V}_{rc_2})\end{aligned}$$

де:  $m_k, \vec{r}_k$  – відповідно маса та радіус-вектор  $k$  – ї точки ракети відносно центру  $O'$ ;  $\vec{R}_{c_2}$  – радіус-вектор центру мас ракети відносно центру  $O'$ ;  $\vec{V}_{rk}, \vec{V}_{rc_2}$  – відповідно швидкість  $k$  – ї точки ракети та швидкість центру мас ракети відносно пов'язаної з контейнером рухомої системи осей  $O_1x_1y_1$ ;  $\vec{\varepsilon}_e, \vec{\omega}_e$  – відповідно кутове прискорення та кутова швидкість обертального руху контейнера;  $M_2$  – маса ракети.

В такому разі:

$$\begin{aligned}\vec{\Phi}_{\text{пер}}^n &= M_2 \cdot \omega^2 \cdot \vec{R}_{c_2}; & \vec{\Phi}_{\text{пер}}^{\tau} &= -M_2 \cdot (\vec{\varepsilon}_e \times \vec{R}_{c_2}); \\ \vec{\Phi}_{\text{кор}} &= -2M_2 (\vec{\omega}_e \times \vec{V}_{rc_2}).\end{aligned}$$

Визначившись з напрямками головних векторів сил інерції, покажемо їх на рис.2.1.

Чисельні значення головних векторів сил інерції:

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{пер}}^n &= M_2 \omega_e^2 \cdot R_{C_2} = M_2 \cdot \dot{\varphi}_1^2 \cdot O'C_2; \\ \Phi_{\text{пер}}^\tau &= M_2 \cdot \varepsilon_e \cdot R_{C_2} = M_2 \cdot \ddot{\varphi}_1 \cdot O'C_2; \\ \Phi_{\text{кор}} &= 2M_2 \cdot \omega_e \cdot V_{rC_2} = 2M_2 \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \vartheta_{rC_2}.\end{aligned}\quad (2.1)$$

Векторне рівняння руху центру мас ракети по відношенню до системи осей  $O_1x_1y_1$ , незмінно пов'язаних з контейнером, має вигляд:

$$M_2 \cdot \frac{d\vec{V}_{rc_2}}{dt} = \vec{M}_2 g + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{T1} + \vec{F}_{T2} + \vec{P} + \vec{\Phi}_{\text{кор}} + \vec{\Phi}_{\text{пер}}^n + \vec{\Phi}_{\text{пер}}^\tau \quad (2.2)$$

де  $\vec{V}_{rc_2}$  – вектор швидкості центру мас ракети відносно пов'язаної з контейнером системи осей  $O_1x_1y_1$ ;  $\vec{M}_2 g$  – рівнодіюча сил тяжіння ракети;  $\vec{P}$  – сила тиску на донну поверхню ракети,  $\vec{\Phi}_{\text{кор}}$ ,  $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^n$ ,  $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^\tau$  – головні вектори коріолісових, переносних нормальних та переносних дотичних сил інерції ракети;  $\vec{Q}_1$  і  $\vec{Q}_2$  – нормальні реакції в точках рухомих контактів корпусу ракети з контейнером;  $\vec{F}_{T1}$  і  $\vec{F}_{T2}$  – сили тертя корпусу ракети по поверхні контейнера, прикладені в тих же точках і пов'язані з відповідними нормальними реакціями залежностями:

$$F_{T1} = f \cdot Q_1; \quad F_{T2} = f \cdot Q_2; \quad (2.3)$$

Записуючи векторне рівняння (2.2) в проекціях на вісь  $y_1$  системи осей  $O_1x_1y_1$ , отримуємо диференціальне рівняння відносного поступального руху ракети в напрямку вісі  $y_1$ :

$$M_2 \cdot \dot{v}_{ry_1} = -M_2 \cdot g \cdot \cos\varphi - F_{T1} - F_{T2} + P + \Phi_{\text{пер}}^n \quad (2.4)$$

$M_2$  – маса ракети;  $v_{ry_1}$  – проекції вектора швидкості  $\vec{V}_{rc_2}$  центра мас ракети відносно контейнера (відносно осей  $O_1x_1y_1$ , пов'язаних з контейнером) на вісь  $y_1$ ;  $y_{1c_2}$  – координата центру мас ракети в осях  $O_1x_1y_1$ . Остання пов'язана з проекцією вектора  $\vec{V}_{rc_2}$  диференційною залежністю

$$\dot{y}_{1c_2} = v_{ry_1} . \quad (2.5)$$

$$\Phi_{\text{пер}}^n = M_2 \cdot \dot{\varphi}_1^2 \cdot O'C_2 ; \quad O'C_2 = H_0 + l_2 + \Delta y_{1c_2} .$$

Задіяні геометричні розміри  $H$ ,  $H_1$ ,  $l_2$ ,  $l_{12}$  показані на рис.2.2 і визначаються конструктивними параметрами ТПК і ракети.

Початкове значення координати  $y_1$  центру мас ракети в системі відносних координат  $O_1x_1y_1$  :

$$(y_{1c_2})_0 = H_0 + l_2 - H ; \quad (2.6)$$

Кінцеве значення координати  $y_1$  центру мас ракети в системі відносних координат  $O_1x_1y_1$  :

$$(y_{1c_2})_{\text{кінц}} = l_2 - l_{12} ; \quad (2.7)$$

Записуючи векторне рівняння (2.2) в проекціях на вісь  $x_1$  системи осей  $O_1x_1y_1$ , отримуємо рівняння відносного спокою центру мас ракети в напрямку вісі  $x_1$ , перпендикулярної до внутрішньої поверхні контейнера у вигляді:

$$Q_1 + Q_2 - M_2 \cdot g \cdot \sin \varphi + \Phi_{\text{кор}} + \Phi_{\text{пер}}^{\tau} = 0 , \quad (2.8)$$

де

$$\Phi_{\text{пер}}^{\tau} = M_2 \cdot \ddot{\varphi}_1 \cdot O'C_2 ; \quad \Phi_{\text{кор}} = 2M_2 \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \vartheta_{rc_2} .$$

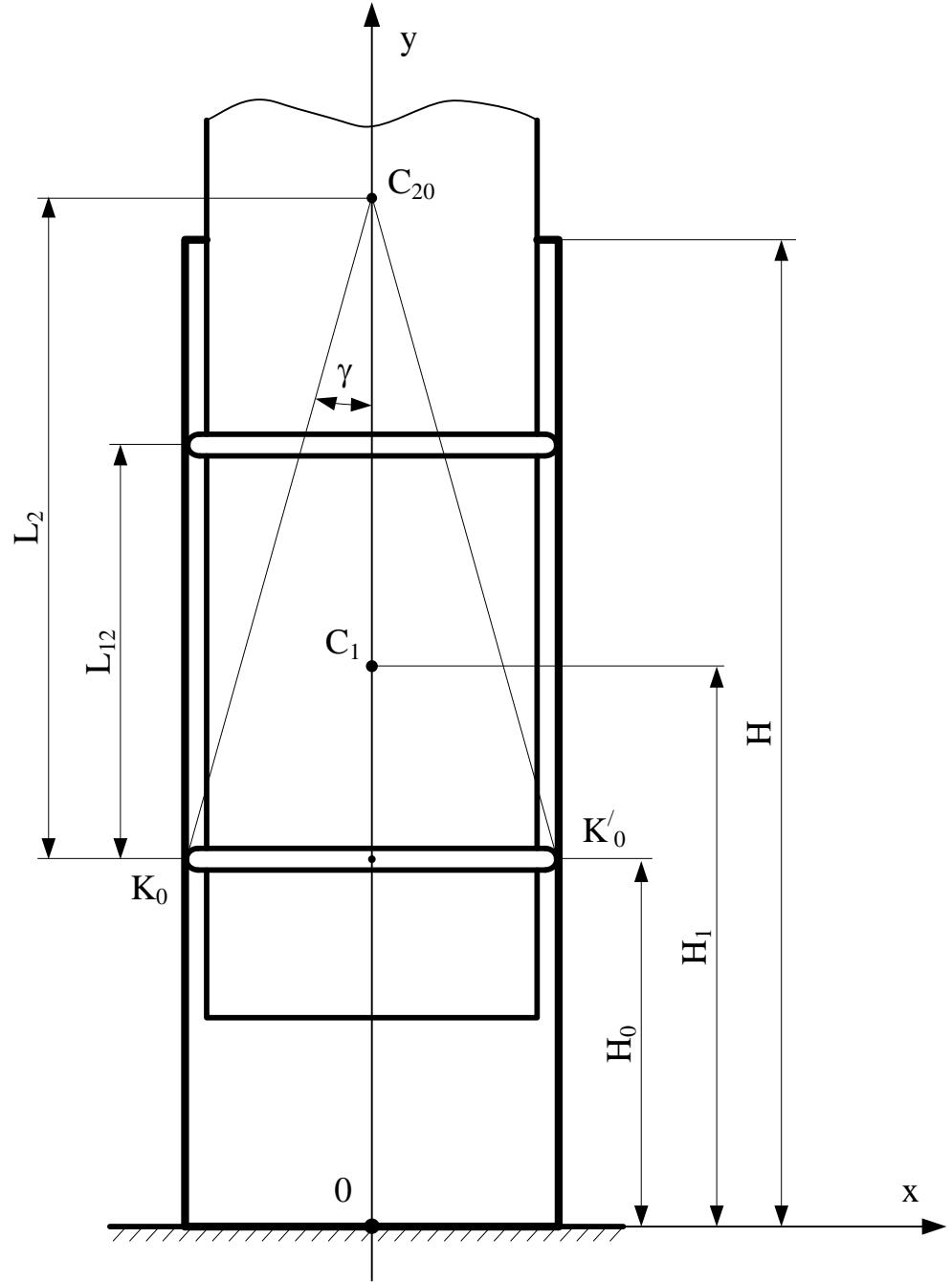


Рисунок 2.2 - Основні геометричні розміри системи ракета-контейнер у стартовому положенні

Умова відсутності відносних кутових переміщень ракети в контейнері запишеться таким чином (рис.2.1):

$$Q_1 \cdot C_2 S_1 + Q_2 \cdot C_2 S_2 = 0, \quad (2.9)$$



звідки

$$Q_2 = -Q_1 \cdot \bar{l} , \quad (2.10)$$

де

$$\bar{l} = C_2 S_1 / C_2 S_2 ; C_2 S_1 = l_2 ; \quad C_2 S_2 = l_2 - l_{12} ; \quad \bar{l} = l_2 / l_2 - l_{12}$$

Розв'язуючи рівняння (2.8) з урахуванням (2.10), будемо мати:

$$Q_1 = (+ M_2 \cdot g \cdot \sin \varphi - \Phi_{\text{кор}} - \Phi_{\text{пер}}^{\tau}) / (1 - \bar{l}) ; \quad Q_2 = -Q_1 \cdot \bar{l} . \quad (2.11)$$

Так як на ділянці відносного поступального руху ракети контейнер і ракета в кожен момент часу мають однакові кути повороту, то обертальний рух ракети і контейнера визначимо одним рівнянням обертального руху контейнера разом з ракетою навколо їх загального центру мас. Положення загального центру мас контейнера з ракетою визначимо змінною в часі відстанню

$$O'C = (M_1 \cdot O'C_1 + M_2 \cdot O'C_2) / (M_1 + M_2) \quad (2.12)$$

При цьому:

$$O'C_2 = H_0 + l_2 + \Delta y_{1c_2} ; \quad O'C_1 = H_1 ; \quad \Delta y_{1c_2} = y_{1c_2} - (y_{1c_2})_0 ; \quad (2.13)$$

$$(y_{1c_2})_0 = H_0 + l_2 - H ; (y_{1c_2})_{\text{кінц}} = l_2 - l_{12}$$

Рівняння сумісного обертального руху контейнера і ракети по відношенню до їх загального центру мас (рис.2.1), записане на підставі теореми про зміну моменту кількості руху системи, має вигляд

$$I_C \cdot \ddot{\varphi} = -K_{\Gamma\varphi} \cdot \varphi - b_{\Gamma\varphi} \cdot \dot{\varphi} + M_2 g \cdot \sin \varphi \cdot (O'C_2 - O'C) -$$

$$- M_1 g \cdot \sin \varphi \cdot (O'C - O'C_1) - M_{\Gamma} - C_{\kappa} \cdot (\varphi - \varphi_3) +$$

$$+ M_c (\overrightarrow{R_{\Pi}}) + M_c (\overrightarrow{N_1}) + M_c (\overrightarrow{N_2}) , \quad (2.14)$$

де  $K_{\Gamma\varphi}$  - кутова жорсткість ґрунтової основи під контейнером;  $b_{\Gamma\varphi}$  - коефіцієнт кутового опору (демпфування) ґрунту під опорною поверхнею контейнера;  $I_C$  - момент інерції контейнера з ракетою відносно їх загального центру мас;  $C_K$  - кутова жорсткість механізму повороту контейнера (рис.2.8);  $M_c(\vec{R}_\Pi), M_c(\vec{N}_1), M_c(\vec{N}_2)$  - моменти сил реакції зв'язків підйомного і поворотного механізмів контейнера відносно загального з ракетою центру мас (рис. 2.8);  $M_\Gamma = I_\Gamma \cdot \omega_\Gamma \cdot \dot{\varphi}_2$  - гіроскопічний стабілізуючий момент,  $I_\Gamma$  - момент інерції стабілізуючого гіроскопа,  $\omega_\Gamma$  - кутова швидкість стабілізуючого гіроскопа.

Знайдемо моменти  $M_c(\vec{R}_\Pi), M_c(\vec{N}_1), M_c(\vec{N}_2)$  діючих на контейнер сил відносно загального з ракетою центру мас (рис. 2.8). Положення точки прикладення реакції  $\vec{R}_\Pi$  підйомного механізму (точка D) по відношенню до загального центру мас контейнера ракети визначається вектором (рис.2.1; рис. 2.10)

$$\vec{CD} = \vec{CC}_1 + \vec{R} + \vec{l}_6 + \vec{b} \quad (2.15)$$

Положення точки прикладення складових  $\vec{N}_1$  і  $\vec{N}_2$  реакції в механізмі повороту контейнера (точка G) визначається вектором (рис.2.1; рис. 2.10)

$$\vec{CG} = \vec{CC}_1 + \vec{R} + \vec{H}_3 + \vec{l}_5, \quad (2.16)$$

де чисельне значення вектора  $\vec{CC}_1$  знаходиться за залежністю

$$CC_1 = O'C - O'C_1,$$

а величини  $O'C$  і  $O'C_1$  обчислюються по ф. (2.12), (2.13)

В такому разі зазначені моменти сил  $\vec{R}_\Pi, \vec{N}_1$  і  $\vec{N}_2$  отримаємо за такими залежностями:

$$\begin{aligned}
M_c(\vec{R}_n) &= (\vec{CD})_x \cdot [-(R'_n)_y] - (\vec{CD})_y \cdot [-(R'_n)_x]; \\
M_c(\vec{N}_1) &= (\vec{CG})_x \cdot N_1; \quad M_c(\vec{N}_2) = -(\vec{CG})_y \cdot N_2,
\end{aligned} \quad (2.17)$$

де:  $(R'_n)_x, (R'_n)_y$  – проекції прикладеної до остову носія сили реакції шарнірно-стержневого з'єднання, яким моделюється механізм підйому контейнера (рис. 2.8). Величини  $(R'_n)_x$  і  $(R'_n)_y$  будуть знайдені в подальшому.

$$\begin{aligned}
(\vec{CD})_x &= CC_1 \cdot \sin\varphi - R \cdot \cos\varphi - l_6 \cdot \sin\varphi - b \cdot \cos\varphi; \\
(\vec{CD})_y &= -CC_1 \cdot \cos\varphi - R \cdot \sin\varphi + l_6 \cdot \cos\varphi - b \cdot \sin\varphi; \\
(\vec{CG})_x &= CC_1 \cdot \sin\varphi - R \cdot \cos\varphi + H_3 \cdot \sin\varphi - l_5 \cdot \cos\varphi; \\
(\vec{CG})_y &= -CC_1 \cdot \cos\varphi - R \cdot \sin\varphi - H_3 \cdot \cos\varphi - l_5 \cdot \sin\varphi.
\end{aligned} \quad (2.18)$$

Підставляючи (2.17) в (2.14), будемо мати рівняння сумісного обертального руху контейнера і ракети у вигляді:

$$\begin{aligned}
I_C \cdot \ddot{\varphi} &= -K_{\Gamma\varphi} \cdot \varphi - b_{\Gamma\varphi} \cdot \dot{\varphi} + M_2 g \cdot \sin\varphi \cdot (O'C_2 - O'C) - \\
&- M_1 g \cdot \sin\varphi \cdot (O'C - O'C_1) - M_{\Gamma} - C_{\kappa} \cdot (\varphi - \varphi_3) - (\vec{CD})_x \cdot (R'_n)_y \\
&+ (\vec{CD})_y \cdot (R'_n)_x + N_1 \cdot (\vec{CG})_x - N_2 \cdot (\vec{CG})_y,
\end{aligned} \quad (2.19)$$

Момент інерції контейнера з ракетою  $I_C$  відносно їх загального центру мас у відповідності з теоремою Гюйгенса знаходиться за залежністю

$$I_C = I_{C_1} + I_{C_2} + M_1 \cdot (O'C - O'C_1)^2 + M_2 \cdot (O'C_2 - O'C)^2, \quad (2.20)$$

де  $I_{C_1}$  і  $I_{C_2}$  – головні екваторіальні моменти інерції контейнера і ракети, а лінійні величини визначаються залежностями (2.13).

До попередньо записаних рівнянь відносного руху ракети в контейнері (2.4) та сумісного обертального руху контейнера і ракети (2.19) додаємо рівняння руху центру мас контейнера у вигляді:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{c_1} &= \frac{1}{M_1} \left[ -K_{\text{гх}} \cdot (x_{c_1} - \mu) - b_{\text{гх}} \cdot (\dot{x}_{c_1} - \dot{\mu}) + P_1 \cdot \sin\varphi - (Q'_1 + Q'_2) \cdot \cos\varphi \right. \\ &\quad \left. - (Q'_1 + Q'_2) \cdot f \cdot \sin\varphi + N_2 - (R'_{\text{п}})_x \right]; \\ \ddot{y}_{c_1} &= \frac{1}{M_1} \left[ -K_{\text{гy}} \cdot (y_{c_1} - H_1 + \Delta_{\text{ушц}} - z) - b_{\text{гy}} \cdot (\dot{y}_{c_1} - \dot{z}) - P_1 \cdot \cos\varphi \right. \\ &\quad \left. - (Q'_1 + Q'_2) \cdot \sin\varphi - (Q'_1 + Q'_2) \cdot f \cdot \cos\varphi + N_1 - (R'_{\text{п}})_y - M_1 g \right],\end{aligned}\tag{2.21}$$

де  $x_{c_1}$ ,  $y_{c_1}$  - координати центру мас  $C_1$  контейнера в нерухомій системі осей  $Oxy$  (рис.2.1);  $\Delta_{\text{ушц}}$  - глибина ущільнення ґрунту під опорною поверхнею контейнера в статичному положенні;  $\varphi_1$  - кут повороту контейнера;  $P_1 = p \cdot S_k = \pi R^2 \cdot p$  - сила тиску на донну поверхню контейнера;  $S_k$  - площа внутрішньої донної поверхні контейнера;  $p$  - тиск в контейнері;  $R$  - внутрішній радіус контейнера;  $Q'_1$ ;  $Q'_2$  - нормальні складові сили дії корпусу ракети на внутрішню поверхню контейнера;  $f$  - коефіцієнт тертя поверхні облютератора по внутрішній поверхні контейнера;  $K_{\text{гх}}$ ,  $K_{\text{гy}}$  та  $b_{\text{гх}}$ ,  $b_{\text{гy}}$  - коефіцієнти жорсткості і опору ґрунту в напрямку осей  $x$  та  $y$ ;  $\xi$  і  $z$  - горизонтальне та вертикальне переміщення ґрунтової основи під контейнером;  $(R'_{\text{п}})_x$ ,  $(R'_{\text{п}})_y$  - проекції вектора реакції підйомного механізму, що прикладена до остову носія;  $N_1$ ,  $N_2$  - складові реакції в поворотному механізмі контейнера (рис. 2.8)

Об'єднуючи диференційні рівняння другого порядку (2.4), (2.19) та (2.21) в систему рівнянь та понижаючи порядок рівнянь, шляхом введення проміжних величин, отримаємо таку систему диференційних рівнянь першого порядку:

$$1. \dot{y}_{1c_2} = v_{ry_1};$$

$$2. \dot{v}_{ry_1} = \frac{1}{M_2} (-M_2 \cdot g \cdot \cos\varphi - F_{T1} - F_{T2} + P + \Phi_{\text{неп}}^n);$$

$$F_{T1} = f \cdot Q_1; \quad F_{T2} = f \cdot Q_2;$$

$$3. \dot{\varphi} = \varepsilon;$$

$$4. \dot{\varepsilon} = [-K_{r\varphi} \cdot \varphi - b_{r\varphi} \cdot \dot{\varphi} + M_2 g \cdot \sin\varphi \cdot (O'C_2 - O'C) - \\ - M_1 g \cdot \sin\varphi \cdot (O'C - O'C_1) - M_r - C_k \cdot (\varphi - \varphi_3) - (\overline{CD})_X \cdot (R'_\Pi)_y \\ + (\overline{CD})_y \cdot (R'_\Pi)_x + N_1 \cdot (\overline{CG})_x - N_2 \cdot (\overline{CG})_y ] / I_C ;$$

$$\text{де:} \quad (\overline{CD})_X = CC_1 \cdot \sin\varphi - R \cdot \cos\varphi - l_6 \cdot \sin\varphi - b \cdot \cos\varphi;$$

$$(\overline{CD})_y = -CC_1 \cdot \cos\varphi - R \cdot \sin\varphi + l_6 \cdot \cos\varphi - b \cdot \sin\varphi;$$

$$(\overline{CG})_X = CC_1 \cdot \sin\varphi - R \cdot \cos\varphi + H_3 \cdot \sin\varphi - l_5 \cdot \cos\varphi ;$$

$$(\overline{CG})_y = -CC_1 \cdot \cos\varphi - R \cdot \sin\varphi - H_3 \cdot \cos\varphi - l_5 \cdot \sin\varphi.$$

$$5. \dot{x}_{c_1} = \eta;$$

$$6. \dot{\eta} = [-K_{rx} \cdot (x_{c_1} + H_1 \cdot \sin\varphi - \mu) - b_{rx} \cdot (\dot{x}_{c_1} - \dot{\mu}) + P_1 \cdot \sin\varphi - \\ - (Q'_1 + Q'_2) \cdot \cos\varphi - (Q'_1 + Q'_2) \cdot f \cdot \sin\varphi + N_2 - (R'_\Pi)_x] / M_1 ;$$

$$7. \dot{y}_{c_1} = \xi;$$

$$8. \dot{\xi} = [-K_{ry} \cdot (y_{c_1} - H_1 + \Delta_{y\text{шц}} - z) - b_{ry} \cdot (\dot{y}_{c_1} - \dot{z}) - P_1 \cdot \cos\varphi - (Q'_1 + Q'_2) \times \\ \times \sin\varphi - (Q'_1 + Q'_2) \cdot f \cdot \cos\varphi + N_1 - (R'_\Pi)_y - M_1 g] / M_1 ,$$

де

$$\Phi_{\text{неп}}^n = M_2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot O'C_2; \quad \Phi_{\text{неп}}^r = M_2 \cdot \ddot{\varphi}_1 \cdot O'C_2; \quad \Phi_{\text{кор}} = 2M_2 \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \vartheta_{rC_2};$$

$$P = P_1 = p \cdot S_k = \pi R^2 \cdot p ;$$

$$Q_1 = (+M_2 \cdot g \cdot \sin \varphi - \Phi_{\text{кор}} - \Phi_{\text{пер}}) / (1 - \bar{l}) ; \quad Q_2 = -Q_1 \cdot \bar{l} ;$$

$$\bar{l} = l_2 / (l_2 - l_{12}) ; \quad Q'_1 = Q_1 ; \quad Q'_2 = Q_2 ;$$

$$I_C = I_{C_1} + I_{C_2} + M_1 \cdot (O'C - O'C_1)^2 + M_2 \cdot (O'C_2 - O'C)^2 ;$$

$$O'C = (M_1 \cdot O'C_1 + M_2 \cdot O'C_2) / (M_1 + M_2) ; \quad O'C_2 = H_0 + l_2 + \Delta y_{1C_2} ;$$

$$O'C_1 = H_1 ; \quad \Delta y_{1C_2} = y_{1C_2} - (y_{1C_2})_0 ;$$

$$(y_{1C_2})_0 = H_0 + l_2 - H ; \quad (y_{1C_2})_{\text{кінц}} = l_2 - l_{12} .$$

## 2.2 Рівняння руху ракети і контейнера на ділянці відносного складного руху ракети в контейнері

Будемо вважати, що після виходу з контейнера передостаннього опорного пояса (облутератора) ракети і до повної втрати зв'язку з контейнером, ракета певний проміжок часу контактує з контейнером в одній точці (точка К, рис.2.3).

Абсолютний рух ракети на цій ділянці розглядаємо як складний, що складається з плоского руху ракети відносно контейнера і переносного плоского руху ракети разом з контейнером. Для дослідження відносного руху ракети застосуємо теорему про рух центру мас системи у відносному русі, додавши до діючих на ракету сил і реакцій її зв'язків головні вектори переносних і коріолісових сил інерції мас ракети. Якщо при розгляді руху контейнера як переносного для ракети, в якості полюса взяти точку  $O'$  - центр опорної поверхні контейнера і при цьому знехтувати поступальною складовою руху контейнера, то переносний рух контейнера буде уявляти обертання навколо точки  $O'$  (рис.2.3).

Для запису рівнянь руху ракети і контейнера на цій ділянці запровадимо слідуєчи системи осей (рис.2.3): нерухому систему  $Oxy$  з початком в точці  $O$  на поверхні недеформованої ґрунтової основи під центром опорної поверхні нерухомого контейнера; незмінно пов'язану з контейнером систему рухомих осей  $O_1x_1y_1$  з початком в точці  $O_1$  на верхньому зрізі контейнера, вісь  $y_1$  якої є головною центральною віссю інерції контейнера; пов'язану з ракетою систему її головних центральних осей  $C_2x_2y_2$ ; систему допоміжних осей  $C_2x_*y_*$ , вісь  $y_*$  якої проходить через точку  $O'$  центру повороту контейнера. Положення рухомих осей  $O_1x_1y_1$  відносно нерухомої системи  $Oxy$  визначаємо кутом  $\varphi_1$ . Положення рухомої системи  $C_2x_2y_2$  відносно системи нерухомих осей  $Oxy$  – кутом  $\varphi_2$ . Кут  $\Psi_*$  визначає положення осей системи  $C_2x_*y_*$  відносно осей  $O_1x_1y_1$ . Положення вектора відносної швидкості  $\vec{V}_{rc_2}$  центру мас ракети відносно рухомих осей  $O_1x_1y_1$  будемо визначати кутом  $\Psi_r$ .

На ракету діють такі сили: прикладена в центрі мас рівнодіюча сил тяжіння  $\vec{M}_2\vec{g}$ ; сила  $\vec{P}$  тиску на донну поверхню ракети, лінія дії якої проходить через центр мас ракети; сила  $\vec{N}$  нормальної реакції поверхні контейнера на тиск ракети в точці  $K$  рухомого контакту корпусу ракети з контейнером; сила тертя корпусу ракети по поверхні контейнера  $\vec{F}_T$ .

Для складання рівнянь руху центру мас ракети відносно пов'язаних з контейнером рухомих осей  $O_1x_1y_1$ , додамо до діючих сил прикладені в центрі мас ракети головні вектори її переносних нормальних сил інерції  $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^n$ , дотичних переносних сил інерції  $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^t$  та коріолісових сил інерції  $\vec{\Phi}_{\text{кор}}$ . Визначимось з цими складовими сил інерції. Для цього розглянемо кожен головний вектор сил інерції як додаток елементарних сил інерції ракети при її русі по відношенню до контейнера, який в свою чергу обертається навколо центру  $O'$ . Впливом поступальної складової руху контейнера на відносний рух ракети будемо нехтувати.

$$\begin{aligned}
\vec{\Phi} &= \sum_{k=1}^n (\vec{f}_{ke}^n + \vec{f}_{ke}^{\tau} + \vec{f}_{k\text{кор}}) = \sum_{k=1}^n -m_k \cdot (\vec{\varepsilon}_e \times \vec{r}_k) + \sum_{k=1}^n m_k \cdot \omega_e^2 \cdot \vec{r}_k - \\
&- 2 \cdot \sum_{k=1}^n m_k \cdot (\vec{\omega}_e \times \vec{V}_{rk}) = \\
&= -\vec{\varepsilon}_e \sum_{k=1}^n m_k \cdot \vec{r}_k + \omega_e^2 \cdot \sum_{k=1}^n m_k \cdot \vec{r}_k - 2\vec{\omega}_e \times \sum_{k=1}^n m_k \vec{V}_{rk} = \\
&-\vec{\varepsilon}_e \times M_2 \vec{R}_{c_2} + \omega^2 \cdot M_2 \cdot \vec{R}_{c_2} - 2\vec{\omega}_e \times M_2 \vec{V}_{rc_2} = -M_2 \cdot (\vec{\varepsilon}_e \times \vec{R}_{c_2}) + \\
&+ (M_2 \cdot \omega^2 \cdot \vec{R}_{c_2}) - 2M_2 \cdot (\vec{\omega}_e \times \vec{V}_{rc_2})
\end{aligned}$$

де:  $m_k$ ,  $\vec{r}_k$  – відповідно маса та радіус-вектор  $k$  – ї точки ракети відносно початку координат пов'язаної з контейнером рухомої системи осей  $O_1x_1y_1$ ;  $\vec{R}_{c_2}$  – радіус-вектор центру мас ракети відносно початку координат рухомої системи осей  $O_1x_1y_1$ ;  $\vec{V}_{rk}$ ,  $\vec{V}_{rc_2}$  – відповідно швидкість  $k$  – ї точки ракети та швидкість центру мас ракети відносно початку координат пов'язаної з контейнером рухомої системи осей  $O_1x_1y_1$ ;  $\vec{\varepsilon}_e$ ,  $\vec{\omega}_e$  – відповідно кутове прискорення та кутова швидкість ракети відносно контейнера;  $M_2$  – маса ракети.

В такому разі:

$$\begin{aligned}
\vec{\Phi}_{\text{пер}}^n &= M_2 \cdot \omega^2 \cdot \vec{R}_{c_2}; \quad \vec{\Phi}_{\text{пер}}^{\tau} = -M_2 \cdot (\vec{\varepsilon}_e \times \vec{R}_{c_2}); \\
\vec{\Phi}_{\text{кор}} &= -2M_2 (\vec{\omega}_e \times \vec{V}_{rc_2}).
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Визначившись з напрямками головних векторів сил інерції, покажемо їх на рис.2.3.

Чисельні значення головних векторів сил інерції:

$$\begin{aligned}
\Phi_{\text{пер}}^n &= M_2 \omega_e^2 \cdot R_{c_2} = M_2 \cdot \dot{\varphi}_1^2 \cdot O'C_2; \\
\Phi_{\text{пер}}^{\tau} &= M_2 \cdot \varepsilon_e \cdot R_{c_2} = M_2 \cdot \ddot{\varphi}_1 \cdot O'C_2; \\
\Phi_{\text{кор}} &= 2M_2 \cdot \omega_e \cdot V_{rc_2} = 2M_2 \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \vartheta_{rc_2}.
\end{aligned} \tag{2.23}$$



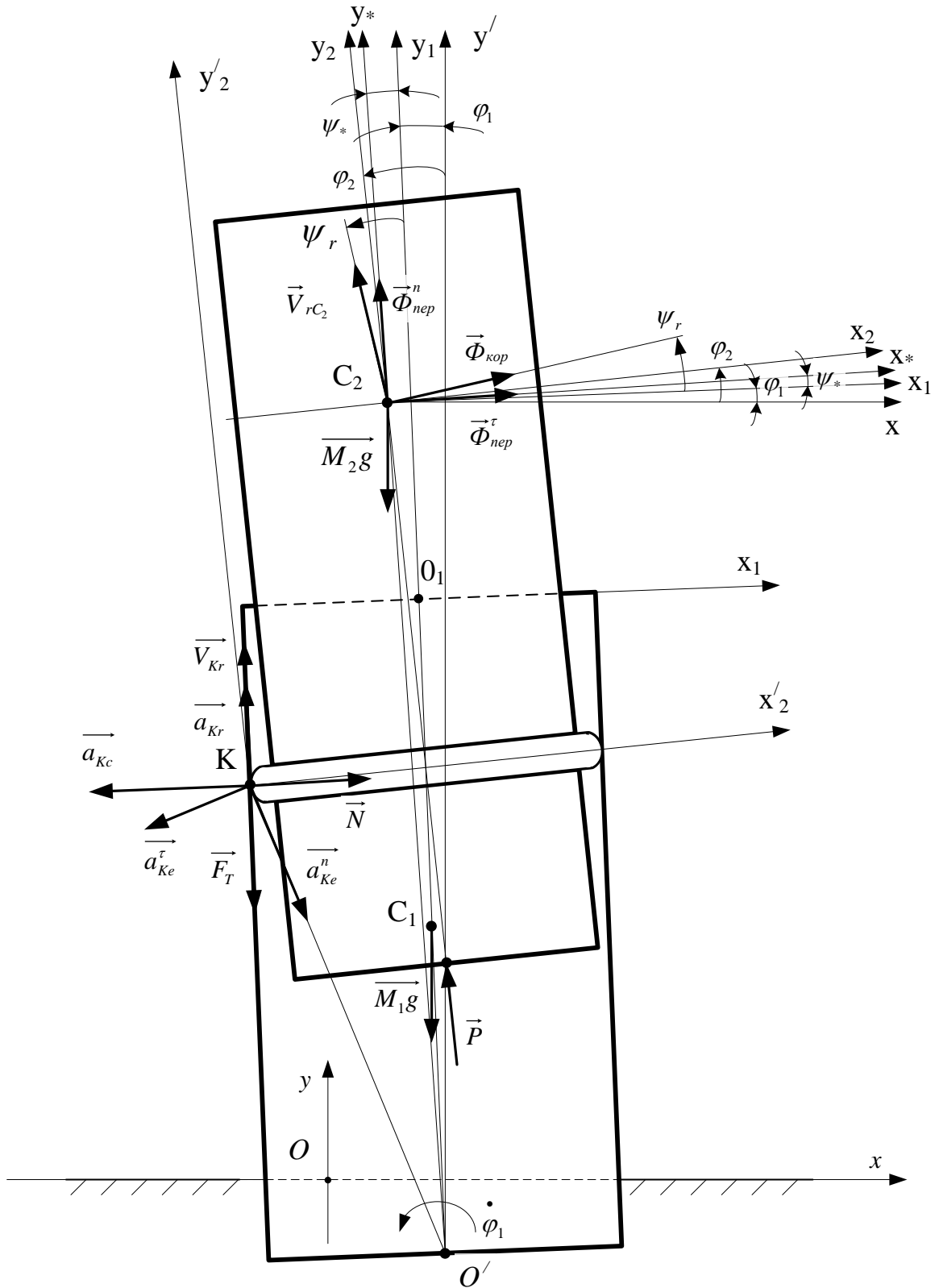


Рисунок 2.3 - Розрахункова модель системи ракета-контейнер на ділянці складного відносного руху ракети

Векторне рівняння руху центру мас ракети по відношенню до системи осей  $O_1x_1y_1$ , жорстко пов'язаних з контейнером, має вигляд:

$$M_2 \cdot \frac{d\vec{V}_{rc2}}{dt} = \vec{M}_2 g + \vec{N} + \vec{F}_T + \vec{P} + \vec{\Phi}_{\text{кор}} + \vec{\Phi}_{\text{пер}}^n + \vec{\Phi}_{\text{пер}}^\tau \quad (2.24)$$

де  $\vec{V}_{rc2}$  – вектор швидкості центру мас ракети відносно пов'язаної з контейнером системи осей  $Ox_1y_1$ ;  $\vec{M}_2 g$  – рівнодіюча сил тяжіння ракети;  $\vec{N}$  та  $\vec{F}_T$  – складові реакції внутрішньої поверхні контейнера;  $\vec{P}$  сила тиску на донну поверхню ракети,  $\vec{\Phi}_{\text{кор}}$ ,  $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^n$ ,  $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^\tau$  – головні вектори коріолісових, переносних нормальних та переносних дотичних сил інерції ракети відповідно.

Записуючи рівняння (2.24) в проєкціях на осі  $O_1x_1y_1$ , будемо мати такі два рівняння:

$$\begin{aligned} M_2 \cdot \dot{v}_{rx_1} = & -M_2 \cdot g \cdot \sin\varphi_1 + N - \Phi_{\text{кор}} \cdot \cos\Psi_r - \\ & -P \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \sin\Psi_* + \Phi_{\text{пер}}^\tau \cdot \cos\Psi_* \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} M_2 \cdot \dot{v}_{ry_1} = & -M_2 \cdot g \cdot \cos\varphi_1 - F_T + P \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + \\ & + \Phi_{\text{кор}} \cdot \sin\Psi_r + \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \cos\Psi_* + \Phi_{\text{пер}}^\tau \cdot \sin\Psi_*, \end{aligned}$$

де

$$\operatorname{tg} \Psi_r = -\frac{v_{rx_1}}{v_{ry_1}}; \quad \operatorname{tg} \Psi_* = -\frac{X_{1c_2}}{Y_{1c_2}}$$

$v_{rx_1}, v_{ry_1}$  – проєкції вектора відносної швидкості  $\vec{V}_{rc2}$  центра мас ракети відносно контейнера (відносно осей  $O_1x_1y_1$ , пов'язаних з контейнером) на вісі  $x_1$  та  $y_1$ ;  $x_{1c_2}, y_{1c_2}$  – координати центра мас ракети в осях  $O_1x_1y_1$ . Останні зв'язані з проєкціями швидкості вектора  $\vec{V}_{rc2}$  диференційними залежностями

$$\dot{x}_{1c_2} = v_{rx_1}; \quad \dot{y}_{1c_2} = v_{ry_1} \quad (2.26)$$

Чисельне значення відносної швидкості

$$v_{rc_2} = \sqrt{v_{rx_1}^2 + v_{ry_1}^2} \quad (2.27)$$

Для визначення обертального руху ракети скористаємося теоремою про зміну моменту кількості руху матеріальної системи по відношенню до рухомого центру, що не співпадає з її центром мас [24]. У відповідності з цією теоремою залежність для моменту кількості руху твердого тіла відносно незмінно зв'язаного з тілом рухомого центру і позначеного, наприклад буквою  $O$ , має вигляд:

$$\frac{d'\vec{K}_O^\omega}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{K}_O^\omega = \vec{M}_O^e - m \cdot \vec{\rho}_{CO} \times \vec{a}_O, \quad (2.28)$$

де  $\vec{K}_O^\omega$  - момент кількості руху твердого тіла відносно рухомого центру  $O$  тільки за рахунок обертання тіла навколо центру;

$\vec{\omega}$  - кутова швидкість обертання тіла відносно рухомого центру  $O$ ;

$\vec{M}_O^e$  - головний момент зовнішніх сил відносно рухомого центру  $O$ ;

$m$  - маса тіла;

$\vec{\rho}_{CO}$  - радіус - вектор центру мас тіла відносно рухомого центру  $O$ ;

$\vec{a}_O$  - абсолютне прискорення рухомого центру  $O$ .

$I_O$  - момент інерції ракети відносно центру  $O$ .

У випадку плоского руху залежність (2.28) приймає вигляд:

$$I_O \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_O^e - m \cdot (\rho_{Cx} \cdot a_{Oy} - \rho_{Cy} \cdot a_{Ox}), \quad (2.29)$$

де  $\rho_{Cx}$ ,  $\rho_{Cy}$  - проекції радіус-вектора  $\vec{\rho}_{CO}$  на незмінно пов'язані з тілом вісі  $Ox$ ,  $Oy$ , що мають початок в рухомому центрі  $O$ ;  $a_{Ox}$ ,  $a_{Oy}$  - проекції на ті ж самі

вісі вектора абсолютного прискорення рухомого центру;  $I_0$  - момент інерції тіла відносно центру  $O$ .

В якості рухомого центру візьмемо точку  $K$  поверхні облютератора ракети, якою вона контактує з внутрішньою поверхнею контейнера (рис.2.3). Застосовуючи залежності (2.28) та (2.29) до тіла ракети при рухомому центрі  $K$ , будемо мати ці залежності у вигляді:

$$\frac{d' \vec{K}_K^\omega}{dt} + \vec{\omega}_2 \times \vec{K}_K^\omega = \vec{M}_K^e - M_2 \cdot \vec{\rho}_{C_2K} \times \vec{a}_K, \quad (2.30)$$

$$I_K \cdot \frac{d\omega_2}{dt} = M_K^e - M_2 \cdot (\rho_{C_2x'_2} \cdot a_{Ky'_2} - \rho_{C_2y'_2} \cdot a_{Kx'_2}), \quad (2.31)$$

де  $\vec{K}_K^\omega$  - момент кількості руху ракети відносно рухомого центру  $K$  тільки за рахунок обертання ракети навколо цього центру;

$\vec{\omega}_2$  - кутова швидкість обертання ракети відносно рухомого центру  $K$ ;

$\vec{M}_K^e$  - головний момент діючих на ракету зовнішніх сил відносно рухомого центру  $K$ ;

$M_2$  - маса ракети;

$\vec{\rho}_{C_2K} = \vec{KC}_2$  - радіус - вектор центру мас ракети відносно рухомого центру  $K$ ;

$\vec{a}_K$  - абсолютне прискорення рухомого центру  $K$ ;

$\rho_{C_2x'_2}, \rho_{C_2y'_2}, a_{Kx'_2}, a_{Ky'_2}$  - проекції векторів  $\vec{\rho}_{C_2K}$  і  $\vec{a}_K$  на незмінно зв'язані з ракетною віссю  $Kx'_2y'_2$ , що мають початок в рухомому центрі  $K$  і паралельні головним центральним осям  $C_2x_2y_2$  ракети;

$I_K$  - момент інерції ракети відносно центру  $K$ .

Прискорення точки  $K$  корпусу ракети знайдемо як прискорення точки при її складному русі:

$$\vec{a}_K = \vec{a}_{Kr} + \vec{a}_{Ke}^n + \vec{a}_{Ke}^t + \vec{a}_{Kc}, \quad (2.32)$$

де  $\vec{a}_{Kr}$  - відносне прискорення точки  $K$  в системі рухомих осей  $O_1x_1y_1$ , незмінно зв'язаної з контейнером;  $\vec{a}_{Ke}^n$  - нормальне переносне прискорення

точки  $K$  при обертанні рухомих осей  $O_1x_1y_1$  навколо точки  $O'$ ;  $\vec{a}_{Ke}^{\tau}$  – дотичне переносне прискорення точки  $K$  при обертанні рухомих осей  $O_1x_1y_1$  навколо точки  $O'$ ;  $\vec{a}_{Kc}$  – коріолісове прискорення точки  $K$  при її складному русі, з урахуванням виразу для якого залежність (2.32) набуває вигляду

$$\vec{a}_K = \vec{a}_{Kr} + \vec{a}_{Ke}^n + \vec{a}_{Ke}^{\tau} + 2 \cdot (\vec{\omega}_1 \times \vec{V}_{Kr}), \quad (2.33)$$

де:  $\vec{\omega}_1$  – кутова швидкість обертання пов'язаної з контейнером рухомої системи осей  $O_1x_1y_1$  навколо точки  $O'$  (кутова швидкість контейнера);  $\vec{V}_{Kr}$  – відносна швидкість точки  $K$  корпусу ракети в системі осей  $O_1x_1y_1$ . Вектори відносної швидкості  $\vec{V}_{Kr}$  та відносного прискорення  $\vec{a}_{Kr}$  точки  $K$  корпусу ракети спрямовані вздовж внутрішньої бокової стінки контейнера; переносне нормальне прискорення  $\vec{a}_{Ke}^n$  спрямовано вздовж відрізка  $\overline{O'K}$ , що з'єднує центр повороту  $O'$  контейнера з точкою  $K$ , в напрямку від точки  $K$  до центру  $O'$ ; переносне дотичне прискорення  $\vec{a}_{Ke}^{\tau}$  спрямовано перпендикулярно відрізка  $\overline{O'K}$  в бік переносного кутового прискорення (кутового прискорення контейнера); вектор коріолісового прискорення  $\vec{a}_{Kc}$  спрямований перпендикулярно боковій стінці контейнера.

Чисельні значення складових абсолютного прискорення точки  $K$ :

$$\begin{aligned} a_{Ke}^n &= \omega_1^2 \cdot O'K = \dot{\varphi}_1^2 \cdot O'K; a_{Ke}^{\tau} = \varepsilon_1 \cdot O'K = \ddot{\varphi}_1 \cdot O'K, \\ a_{Kc} &= 2\omega_1 \cdot v_{Kr} = 2 \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot v_{Kr}, \end{aligned} \quad (2.34)$$

Значення відносної швидкості точки  $K$  знайдемо за допомогою теореми про проекції швидкостей двох точок тіла на пряму, що з'єднує ці точки, застосувавши її для відносного руху ракети. Будемо мати (рис.2.4):

$$V_{Kr} \cdot \cos\gamma_1 = V_{rc2} \cdot \cos(\psi_r + \gamma_1), \quad \text{звідки}$$

$$V_{Kr} = V_{rc_2} \cdot \frac{\cos(\psi_r + \gamma_1)}{\cos\gamma_1}, \quad (2.35)$$

де:

$$\gamma_1 = \gamma - \Delta\varphi, \quad \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1, \quad \operatorname{tg}\gamma = \frac{R}{l_2},$$

$R$  – внутрішній радіус контейнера;  $l_2$  – відстань між серединою нижнього опорного поясу ракети та центром мас ракети (рис.2.2).

Відстань від рухомої точки  $K$  до центру повороту контейнера

$$O'K = \sqrt{O'A^2 + AK^2}, \quad \text{де} \quad (2.36)$$

$$O'A = R; \quad AK = H - l_{12} + \Delta y_{1c_2},$$

$l_{12}$  – відстань між серединами нижнього і передостаннього опорних поясів (рис.2.3);  $\Delta y_{1c_2}$  – приріст координата центру мас ракети на ділянці її відносного складного руху в системі  $O_1x_1y_1$  з початком в точці  $O_1$  на верхньому зрізі контейнера (рис.2.3);  $H$  – висота контейнеру.

Для знаходження значення відносного прискорення точки  $K$  в системі рухомих осей  $O_1x_1y_1$  спочатку з рівнянь (2.24) знайдемо проекції вектора прискорення центру мас ракети  $\vec{a}_{rc_2}$  на вісі  $O_1x_1y_1$ , позначивши їх  $a_{rx_1}$  та  $a_{ry_1}$ :

$$a_{rx_1} = \dot{v}_{rx_1} = \frac{1}{M_2} [-M_2g \cdot \sin\varphi_1 + N - \Phi_{\text{кор}} \cdot \cos\psi_r -$$

$$-P \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \sin\psi_* + \Phi_{\text{пер}}^\tau \cdot \cos\psi_*];$$

$$a_{ry_1} = \dot{v}_{ry_1} = \frac{1}{M_2} [-M_2g \cdot \cos\varphi_1 - F_T + P \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) +$$

$$+ \Phi_{\text{кор}} \cdot \sin\psi_r + \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \cos\psi_* + \Phi_{\text{пер}}^\tau \cdot \sin\psi_*] \quad (3.37)$$

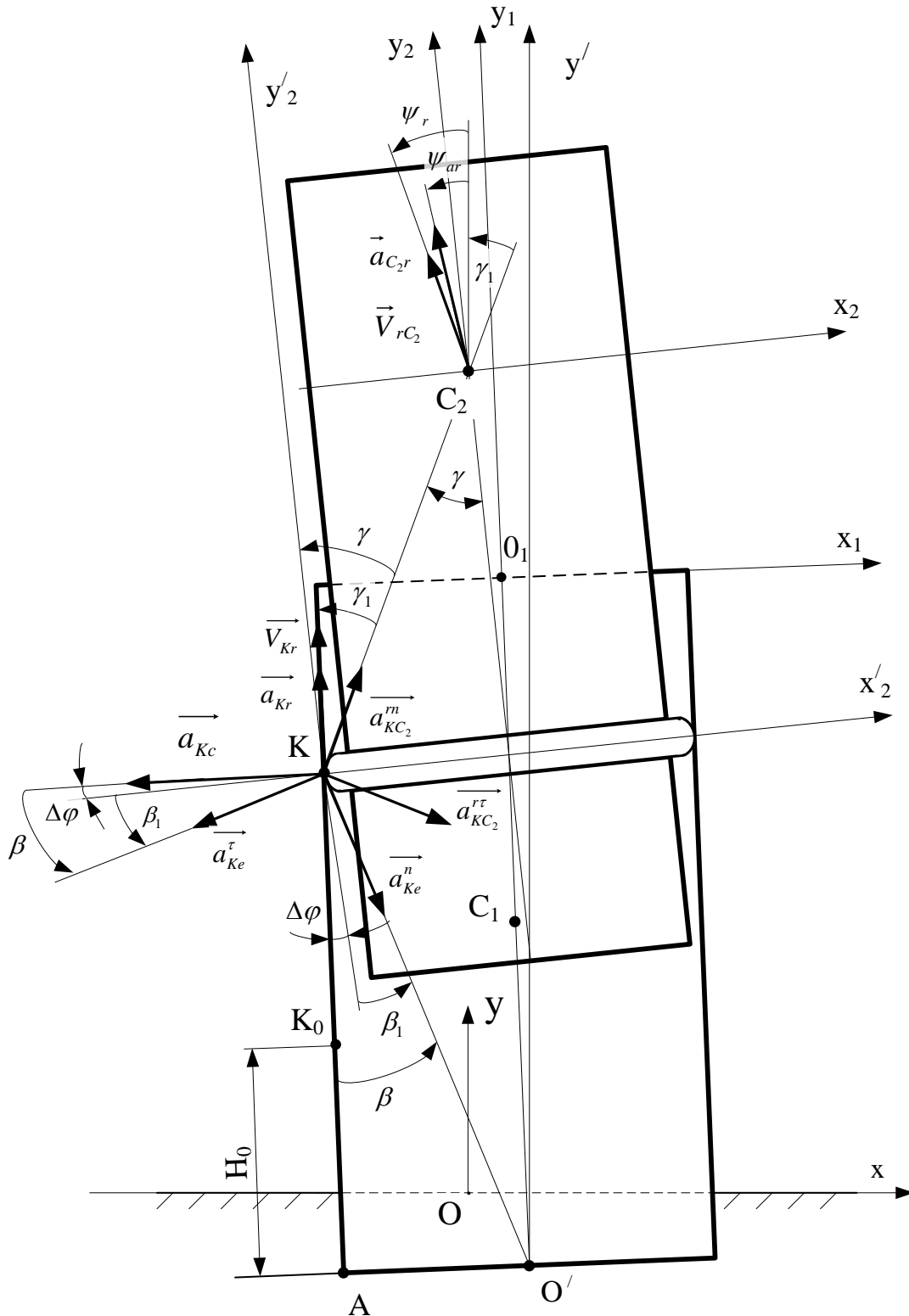


Рисунок 2.4 – Кінематична розрахункова модель системи ракета-контейнер на ділянці складного відносного руху

Напрямок вектора відносного прискорення центру мас ракети в системі рухомих осей  $O_1x_1y_1$  визначається кутом  $\psi_{ar}$  (рис.2.4) за умови, що

$$tg\psi_{ar} = \frac{a_{rx_1}}{a_{ry_1}} \quad (2.38)$$

Прийнявши точку  $C_2$  за полюс, знайдемо відносне прискорення точки  $K$  корпусу ракети за теоремою про зв'язок прискорень двох точок тіла при плоскому русі:

$$\vec{a}_{rK} = \vec{a}_{rc_2} + \vec{a}_{KC_2}^{rn} + \vec{a}_{KC_2}^{r\tau}, \quad (2.39)$$

де  $\vec{a}_{KC_2}^{rn}$  - нормальна складова прискорення точки  $K$  при її обертанні у відносному русі навколо точки  $C_2$ ;  $\vec{a}_{KC_2}^{r\tau}$  - дотична складова цього прискорення.

Чисельні значення складових вектора прискорення точки  $K$  при її обертанні у відносному русі навколо точки  $C_2$ :

$$a_{KC_2}^{rn} = (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1)^2 \cdot KC_2; \quad a_{KC_2}^{r\tau} = (\ddot{\varphi}_2 - \ddot{\varphi}_1) \cdot KC_2, \quad (2.40)$$

де  $KC_2 = \sqrt{R^2 + l_2^2}$ ;  $l_2$  - відстань від середини нижнього опорного поясу до центру мас ракети (рис 2.2)

Визначившись з складовими виразу (2.32) для прискорення точки  $K$ , запишемо проекції  $\vec{a}_K$  на незмінно пов'язані з ракетою вісі  $Kx'_2y'_2$ , що мають початок в рухомому центрі  $K$  і паралельні головним центральним осям  $C_2x_2y_2$  ракети. Ці проекції входять до залежності (2.31), див. рис.2.4.

$$\begin{aligned} a_{Kx'_2} &= (\vec{a}_{rc_2})_{x'_2} + a_{KC_2}^{rn} \cdot \sin\gamma + a_{KC_2}^{r\tau} \cdot \cos\gamma + \\ &+ a_{Ke}^n \cdot \sin\beta_1 - a_{Ke}^\tau \cdot \cos\beta_1 - a_{Kc} \cdot \cos\Delta\varphi, \\ a_{Ky'_2} &= (\vec{a}_{rc_2})_{y'_2} + a_{KC_2}^{rn} \cdot \cos\gamma - a_{KC_2}^{r\tau} \cdot \sin\gamma - \\ &- a_{Ke}^n \cdot \cos\beta_1 - a_{Ke}^\tau \cdot \sin\beta_1 + a_{Kc} \cdot \sin\Delta\varphi, \end{aligned} \quad (2.41)$$

де  $\beta_1 = \beta - \Delta\varphi$ ;  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ ;  $tg\beta = \frac{R}{AK}$ ;  $AK = H - l_{12} + \Delta y_{1c_2}$



Залишилось визначити проекції вектора  $\vec{a}_{rc_2}$  на вісі  $Kx'_2y'_2$  (рис.2.4), коли відомі його проекції на вісі  $O_1x_1y_1$ , представлені залежністю (2.32). Згадані вісі взаємно повернуті на кут  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ . Використовуючи відомі залежності для повороту осей, будемо мати:

$$\begin{cases} (\vec{a}_{rc_2})_{x'_2} = a_{rx_1} \cdot \cos\Delta\varphi + a_{ry_1} \cdot \sin\Delta\varphi \\ (\vec{a}_{rc_2})_{y'_2} = -a_{rx_1} \cdot \sin\Delta\varphi + a_{ry_1} \cdot \cos\Delta\varphi \end{cases} \quad (2.42)$$

Проекції радіуса-вектора  $\vec{\rho}_{c_2}$  центру мас ракети відносно рухомого центру  $K$  ( $\vec{\rho}_{c_2} = \vec{KC}_2$ ) на незмінно пов'язані з ракетою вісі  $Kx'_2y'_2$  знайдемо так (рис.2.3, 2.4):

$$\rho_{c_2x'_2} = R; \quad \rho_{c_2y'_2} = l_2 \quad (2.43)$$

Додаток моментів всіх зовнішніх сил, що діють на ракету відносно рухомого центру  $K$ .

$$M_K^e = M_k(\vec{M}_2g) + M_k(\vec{P}) - M_\Gamma$$

де  $M_\Gamma = I_\Gamma \cdot \omega_\Gamma \cdot \dot{\varphi}_2$  - гіроскопічний стабілізуючий момент (рис.2.3),  $I_\Gamma$ - момент інерції стабілізуючого гіроскопа,  $\omega_\Gamma$  - кутова швидкість стабілізуючого гіроскопа.

Підставляючи очевидні вирази для моментів сили тяжіння  $\vec{M}_2g$  та сили тиску на донну поверхню  $\vec{P}$ , будемо мати:

$$M_K^e = \rho_{c_2x'_2} \cdot (\vec{M}_2g)_{y'_2} - \rho_{c_2y'_2} \cdot (\vec{M}_2g)_{x'_2} + P \cdot R - M_\Gamma \quad (2.44)$$

Проекції вектора сили тяжіння на вісі  $Kx'_2y'_2$  дорівнюють:

$$(\vec{M}_2g)_{x'_2} = -M_2g \cdot \sin\varphi_2 ;$$

$$(\vec{M}_2 g)_{y'_2} = -M_2 g \cdot \cos\varphi_2 \quad (2.45)$$

Підставляючи (2.43) і (2.45) в (2.44), остаточно будемо мати:

$$\begin{aligned} M_K^e &= P \cdot R - R \cdot M_2 g \cdot \cos\varphi_2 + l_2 \cdot M_2 g \cdot \sin\varphi_2 = \\ &= R(P - M_2 g \cdot \cos\varphi_2) + l_2 \cdot M_2 g \cdot \sin\varphi_2 - M_\Gamma \end{aligned} \quad (2.46)$$

Запишемо рівняння обертального руху ракети в іншому вигляді, застосувавши для цього теорему про зміну моменту кількості руху матеріальної системи по відношенню до її центру мас (рис.2.3).

$$I_{c_2} \cdot \ddot{\varphi}_2 = M_{c_2}(\vec{N}) + M_{c_2}(\vec{F}_T) - M_\Gamma \quad (2.47)$$

де  $I_{c_2}$  - момент інерції ракети відносно її центру мас;  $M_\Gamma = I_\Gamma \cdot \omega_\Gamma \cdot \dot{\varphi}_2$  - гіроскопічний стабілізуючий момент,  $I_\Gamma$  - момент інерції стабілізуючого гіроскопа,  $\omega_\Gamma$  - кутова швидкість стабілізуючого гіроскопа.

Вектори моментів реакції  $\vec{N}$  та сили тертя  $\vec{F}_T$  відносно центру мас ракети визначаються так

$$\begin{aligned} \vec{M}_{c_2}(\vec{N}) &= \vec{C}_2 \vec{K} \times \vec{N} = -\vec{K} \vec{C}_2 \times \vec{N} = -\vec{\rho}_{c_2} \times \vec{N} \\ \vec{M}_{c_2}(\vec{F}_T) &= \vec{C}_2 \vec{K} \times \vec{F}_T = -\vec{K} \vec{C}_2 \times \vec{F}_T = -\vec{\rho}_{c_2} \times \vec{F}_T \end{aligned} \quad (2.48)$$

Їх алгебраїчні значення отримаємо, розкриваючи відповідний визначник векторного добутку:

$$\begin{aligned} \vec{M}_{c_2}(\vec{N}) &= -\left[ \rho_{c_2 x'_2} \cdot (\vec{N})_{y'_2} - \rho_{c_2 y'_2} \cdot (\vec{N})_{x'_2} \right]; \\ \vec{M}_{c_2}(\vec{F}_T) &= -\left[ \rho_{c_2 x'_2} \cdot (\vec{F}_T)_{y'_2} - \rho_{c_2 y'_2} \cdot (\vec{F}_T)_{x'_2} \right], \end{aligned} \quad (2.49)$$

де проекції радіуса-вектора  $\vec{\rho}_{c_2}$  центру мас ракети відносно точки  $K$  на рухомі вісі  $Kx'_2y'_2$  визначаються залежностями (2.43), а проекції нормальної реакції  $\vec{N}$  та сили тертя  $\vec{F}_T$  на ті ж самі вісі мають значення

$$\begin{aligned} (\vec{N})_{x'_2} &= N \cdot \cos\Delta\varphi; & (\vec{N})_{y'_2} &= -N \cdot \sin\Delta\varphi \\ (\vec{F}_T)_{x'_2} &= -F_T \cdot \sin\varphi = -Nf \cdot \sin\Delta\varphi; & (\vec{F}_T)_{y'_2} &= -Nf \cdot \cos\Delta\varphi, \end{aligned} \quad (2.50)$$

де  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ ,  $f$  - коефіцієнт тертя між поверхнею контейнера і контактною поверхнею облютератора ракети.

Підставляючи послідовно (2.50) в (2.49) і (2.43) та (2.49) в (2.47), будемо мати рівняння обертального руху ракети навколо центру мас у вигляді:

$$\begin{aligned} I_{c_2} \cdot \ddot{\varphi}_2 &= N \cdot [R \cdot (\sin\Delta\varphi + f \cdot \cos\Delta\varphi) + \\ &+ l_2 \cdot (\cos\Delta\varphi - f \cdot \sin\Delta\varphi)] - M_T, \end{aligned} \quad (2.51)$$

Прирівнявши вирази для  $\ddot{\varphi}_2$ , отримані по черзі з рівнянь (2.31) та (2.51), будемо мати:

$$\begin{aligned} N &= \frac{I_{c_2}}{I_k} \cdot \frac{(P - M_2g \cdot \cos\varphi_2) \cdot R + M_2g \cdot \sin\varphi_2 \times \\ &\times l_2 - M_2 \cdot (R \cdot a_{Ky'_2} - l_2 \cdot a_{Kx'_2})}{R \cdot (\sin\Delta\varphi + f \cdot \cos\Delta\varphi) + l_2 \times \\ &\times (\cos\Delta\varphi - f \cdot \sin\Delta\varphi)}, \end{aligned} \quad (2.52)$$

де  $a_{Kx'_2}$ ,  $a_{Ky'_2}$  - визначаються залежностями (2.41), (2.42),  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ .

Отримаємо величину динамічної реакції внутрішньої поверхні контейнера  $\vec{N}$ , використавши для цього рівняння зв'язків и системі ракета-контейнер. При цьому радіус-вектор центру мас ракети відносно початку нерухомої системи координат  $Ox$  запишемо як додаток ланцюга векторів:

$$\overrightarrow{OC_2} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'A} + \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KN} + \overrightarrow{NC_2}$$

Нехтуючи поступальною складовою руху контейнера, запишемо дане векторне рівняння зв'язку у вигляді (рис.2.3):

$$\overrightarrow{OC_2} = \overrightarrow{O'A} + \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KN} + \overrightarrow{NC_2} \quad (2.53)$$

Запишемо рівняння (2.53) в проєкціях на вісь x системи нерухомих осей Оху. В результаті отримаємо (рис.2.3):

$$x_{C_2} = -R \cdot \cos\varphi_1 - AK \cdot \sin\varphi_1 + R \cdot \cos\varphi_2 - l_2 \cdot \sin\varphi_2 \quad (2.54)$$

Двічі диференціюючи за часом вираз (2.48), будемо мати:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{C_2} = & \ddot{\varphi}_1 \cdot (R \cdot \sin\varphi_1 - AK \cdot \cos\varphi_1) + \dot{\varphi}_1^2 \cdot (R \cdot \cos\varphi_1 + AK \cdot \sin\varphi_1) - \\ & - 2 \cdot v_{Kr} \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \cos\varphi_1 - a_{Kr} \cdot \sin\varphi_1 - \ddot{\varphi}_2 \cdot (R \cdot \sin\varphi_2 + l_2 \cdot \cos\varphi_2) + \\ & + \dot{\varphi}_2^2 \cdot (R \cdot \cos\varphi_2 - l_2 \cdot \sin\varphi_2) \end{aligned} \quad (2.55)$$

При диференціюванні враховано, що  $AK = v_{Kr}$ .

Внаслідок малості кутів приймаємо:

$$\begin{aligned} \sin\varphi_1 &\approx 0; \quad \cos\varphi_1 \approx 1; \\ \sin\varphi_2 &\approx 0; \quad \cos\varphi_2 \approx 1 \end{aligned}$$

За такої умови вираз (2.55) набуває вигляду:

$$\ddot{x}_{C_2} = -\ddot{\varphi}_1 \cdot AK + \dot{\varphi}_1^2 \cdot R - 2 \cdot v_{Kr} \cdot \dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2^2 \cdot R - \ddot{\varphi}_2 \cdot l_2 \quad (2.56)$$

Рівняння абсолютного руху центру мас ракети в проекціях на вісь  $x$  системи нерухомих осей  $Oxy$  має вигляд (рис.2.3):

$$M_2 \cdot \ddot{x}_{C_2} = -P \cdot \sin\varphi_2 + N \cdot \cos\varphi_1 + F_T \cdot \sin\varphi_1 ,$$

або ж

$$M_2 \cdot \ddot{x}_{C_2} = -P \cdot \sin\varphi_2 + N \cdot (\cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1)$$

З останнього рівняння знаходимо реакцію  $N$ :

$$N = \frac{M_2 \cdot \ddot{x}_{C_2} + P \cdot \sin\varphi_2}{\cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1} , \quad (2.57)$$

де величина  $\ddot{x}_{C_2}$  знаходиться за залежністю (2.56).

Тепер розглянемо рух контейнера. На підставі теореми про рух центру мас системи, рівняння руху центру мас контейнера в проекціях на нерухомі вісі  $Oxy$  будуть мати вигляд (рис.2.5):

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{C_1} &= \frac{1}{M_1} [-K_{гх} \cdot (x_{c_1} - \mu) - b_{гх} \cdot (\dot{x}_{c_1} - \dot{\mu}) + P_1 \cdot \sin\varphi_1 - N' \cdot \cos\varphi_1 - F_T' \times \\ &\quad \times \sin\varphi_1 + N_2 - (R'_n)_x]; \\ \ddot{y}_{C_1} &= \frac{1}{M_1} [-K_{гy} \cdot (y_{c_1} - H_1 + \Delta_{yщ} - z) - b_{гy} \cdot (\dot{y}_{c_1} - \dot{z}) - M_1 g - P_1 \times \cos\varphi_1 \\ &\quad - N' \cdot \sin\varphi_1 + F_T' \cdot \cos\varphi_1 + N_1 - (R'_n)_y], \end{aligned} \quad (2.58)$$

де  $x_{c_1}$ ,  $y_{c_1}$  - координати центру мас  $C_1$  контейнера в нерухомій системі осей  $Oxy$  (рис.2.5);  $\Delta_{yщ}$  - глибина ущільнення ґрунту під опорною поверхнею контейнера;  $\varphi_1$  - кут повороту контейнера;  $P_1 = p \cdot S_k = \pi R^2 \cdot p$  - сила тиску на донну поверхню контейнера;  $S_k$  - площа внутрішньої донної поверхні контейнера;  $p$  - тиск в контейнері;  $R$  - внутрішній радіус контейнера;  $F_T = N' \cdot f$  - сила тертя поверхні облютератора по внутрішній поверхні

контейнера;  $N'$  – нормальна складова сили дії корпусу ракети на внутрішню поверхню контейнера;  $f$  – коефіцієнт тертя поверхні облютератора по внутрішній поверхні контейнера;  $K_{gx}$ ,  $K_{gy}$  та  $b_{gx}$ ,  $b_{gy}$  – коефіцієнти жорсткості і опору ґрунту в напрямку осей  $x$  та  $y$ ;  $\mu$  і  $z$  – горизонтальне та вертикальне переміщення ґрунтової основи під контейнером;  $\vec{R}_\Pi$  – реакція шарнірно-стержневого з'єднання між остовом і контейнером, яким моделюється механізм підйому контейнера;  $N_1$  – величина вертикальної складової сили реакції в механізмі повороту контейнера;  $N_2$  – величина горизонтальної складової сили реакції в механізмі повороту контейнера.

Рівняння обертального руху контейнера отримаємо за допомогою теореми про зміну кінетичного моменту системи по відношенню до її центру мас (рис.2.5):

$$I_{c_1} \cdot \ddot{\varphi}_1 = M_{c_1}(\vec{N}') + M_{c_1}(\vec{F}'_T) - K_{g\varphi} \cdot \varphi_1 - b_{g\varphi} \cdot \dot{\varphi}_1 - C_k \cdot (\varphi_1 - \varphi_3) + M_{c_1}(\vec{R}_\Pi) + M_{c_1}(\vec{N}_1) + M_{c_1}(\vec{N}_2), \quad (2.59)$$

де  $K_{g\varphi}$  – кутова жорсткість ґрунтової основи під контейнером;  $b_{g\varphi}$  – коефіцієнт кутового опору (демпфування) ґрунту під опорною поверхнею контейнера;  $C_k$  – кутова жорсткість механізму повороту контейнера;  $M_{c_1}(\vec{N}')$ ,  $M_{c_1}(\vec{F}'_T)$ ,  $M_{c_1}(\vec{R}_\Pi)$ ,  $M_{c_1}(\vec{N}_1)$ ,  $M_{c_1}(\vec{N}_2)$  – моменти діючих на контейнер сил відносно його центру мас.

Вектори моментів діючих сил знайдемо як відповідні векторні добутки:

$$\vec{M}_{c_1}(\vec{N}') = \vec{C}_1 \vec{K} \times \vec{N}'; \quad \vec{M}_{c_1}(\vec{F}'_T) = \vec{C}_1 \vec{K} \times \vec{F}'_T \quad (2.60)$$

Запишемо моменти (2.60) за допомогою відомого визначника векторного добутку:

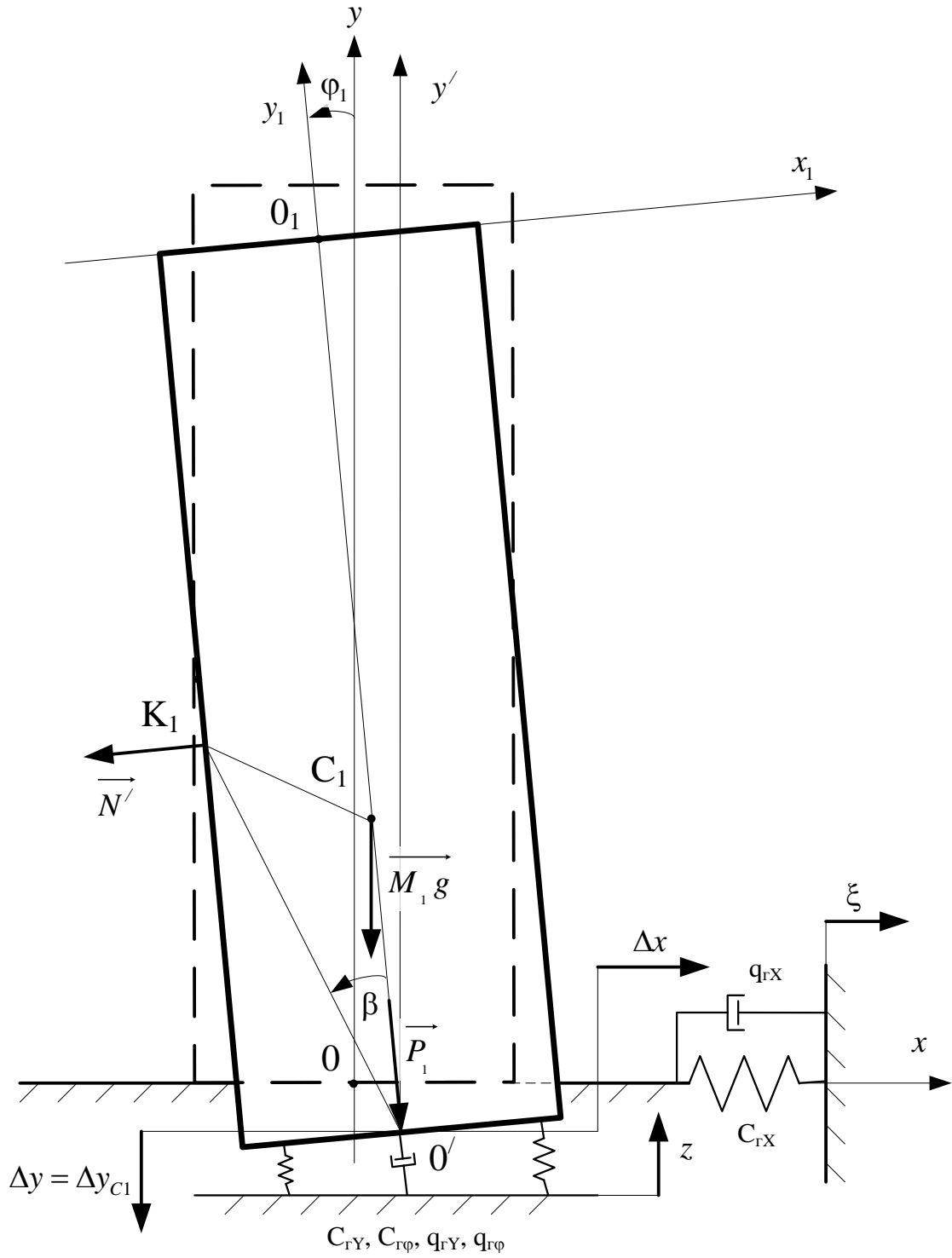


Рисунок 2.5 – Контейнер на пружній ґрунтовій основі

$$\vec{M}_{c_1}(\vec{N}') = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ (\overline{C_1K})_x & (\overline{C_1K})_y & 0 \\ N'_x & N'_y & 0 \end{vmatrix} \quad (2.61)$$

$$\vec{M}_{c_1}(\vec{F}'_T) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ (\overline{C_1K})_x & (\overline{C_1K})_y & 0 \\ F'_{Tx} & F'_{Ty} & 0 \end{vmatrix}$$

Розкриваючи визначники по останньому елементу першої строки, будемо мати вирази для перших двох моментів, що входять до правої частини (2.59):

$$\begin{aligned} M_{c_1}(\vec{N}') &= (\overline{C_1K})_x \cdot N'_y - (\overline{C_1K})_y \cdot N'_x, \\ M_{c_1}(\vec{F}'_T) &= (\overline{C_1K})_x \cdot F'_{Ty} - (\overline{C_1K})_y \cdot F'_{Tx} \end{aligned} \quad (2.62)$$

Відповідні проекції сил знайдемо таким чином ( $N' = N$ ):

$$\begin{aligned} N'_x &= -N' \cdot \cos\varphi_1; & N'_y &= -N' \cdot \sin\varphi_1; \\ F'_{Tx} &= -F'_T \cdot \sin\varphi_1; & F'_{Ty} &= F'_T \cdot \cos\varphi_1 \end{aligned} \quad (2.63)$$

Проекції радіуса-вектора точки  $K$  прикладення сил  $\vec{N}'$  і  $\vec{F}'_T$  відносно центру мас контейнера знайдемо, врахувавши, що

$$\overline{C_1K} = \overline{O'K} - \overline{O'C_1} \quad (2.64)$$

В такому разі

$$\begin{aligned} (\overline{C_1K})_x &= -O'K \cdot \sin(\beta + \varphi_1) - O'C_1 \cdot \sin\varphi_1 \\ (\overline{C_1K})_y &= -O'K \cdot \cos(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \cos\varphi_1 \end{aligned} \quad (2.65)$$



Положення точки прикладення реакції  $\vec{R}_n$  (точка D) по відношенню до центру мас контейнера визначається вектором

$$\vec{C_1D} = \vec{R} + \vec{l}_6 + \vec{b} \quad (2.66)$$

Положення точки прикладення складових  $\vec{N}_1$  і  $\vec{N}_2$  реакції в механізмі повороту контейнера (точка G) визначається вектором

$$\vec{C_1G} = \vec{R} + \vec{H}_3 + \vec{l}_5 \quad (2.67)$$

В такому разі зазначені моменти сил  $\vec{R}_n$ ,  $\vec{N}_1$  і  $\vec{N}_2$  отримуємо за такими залежностями:

$$\begin{aligned} M_{c_1}(\vec{R}_n) &= (\vec{C_1D})_x \cdot [-(R'_n)_y] - (\vec{C_1D})_y \cdot [-(R'_n)_x]; \\ M_{c_1}(\vec{N}_1) &= (\vec{C_1G})_x \cdot N_1; \quad M_{c_1}(\vec{N}_2) = -(\vec{C_1G})_y \cdot N_2, \end{aligned} \quad (2.68)$$

де:

$$\begin{aligned} (\vec{C_1D})_x &= -R \cdot \cos\varphi_1 - l_6 \cdot \sin\varphi_1 - b \cdot \cos\varphi_1; \\ (\vec{C_1D})_y &= -R \cdot \sin\varphi_1 + l_6 \cdot \cos\varphi_1 - b \cdot \sin\varphi_1; \\ (\vec{C_1G})_x &= -R \cdot \cos\varphi_1 + H_3 \cdot \sin\varphi_1 - l_5 \cdot \cos\varphi_1; \\ (\vec{C_1G})_y &= -R \cdot \sin\varphi_1 - H_3 \cdot \cos\varphi_1 - l_5 \cdot \sin\varphi_1. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Підставляючи послідовно (2.68), (2.69), (2.65) та (2.63) в (2.62), а потім в (2.59), будемо мати:

$$\begin{aligned} I_{c_1} \cdot \ddot{\varphi}_1 &= N' \cdot \{ [O'K \cdot \sin(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \sin\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 - f \cdot \cos\varphi_1) + \\ &\quad + [O'K \cdot \cos(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \cos\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 + f \cdot \cos\varphi_1) \} - \\ &= -K_{\Gamma\varphi} \cdot \varphi_1 - b_{\Gamma\varphi} \cdot \dot{\varphi}_1 - C_k \cdot (\varphi_1 - \varphi_3) + M_{c_1}(\vec{R}_n) + N_1 \cdot (\vec{C_1G})_x - N_2 \cdot (\vec{C_1G})_y, \end{aligned} \quad (2.70)$$

де  $O'C_1 = H_1$  (рис.2.5).

Об'єднуючи диференційні рівняння руху центру мас ракети і рівняння руху ракети навколо центру мас з рівняннями руху центру мас контейнера і обертального руху контейнера та зводячи їх до диференційних рівнянь першого порядку, отримуємо наступну систему рівнянь:

$$1. \dot{x}_{1c_2} = v_{rx_1}; \quad (2.71)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1;$$

$$V_{Kr} = V_{rc_2} \cdot \frac{\cos(\psi_r + \gamma_1)}{\cos\gamma_1},$$

де

$$tg\gamma = R/l_2; \quad \gamma_1 = \gamma - \Delta\varphi;$$

$$tg\Psi_r = -\frac{v_{rx_1}}{v_{ry_1}}; \quad tg\Psi_* = -\frac{X_{1c_2}}{Y_{1c_2}};$$

$$N = (M_2 \cdot \ddot{x}_{c_2} + P \cdot \sin\varphi_2) / (\cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1), \quad (2.72)$$

$$\ddot{x}_{c_2} = -\dot{\varepsilon} \cdot AK + \varepsilon^2 \cdot R - 2 \cdot v_{Kr} \cdot \varepsilon + \omega_2^2 \cdot R - \dot{\omega}_2 \cdot l_2,$$

$$AK = H - l_{12} + \Delta y_{1c_2}$$

Для отримання  $\Delta y_{1c_2}$  треба записати початкове значення  $y_{1c_2}$  (рис.2.6), а потім вилучати його з розрахункового значення  $y_{1c_2}$  на кожному кроці чисельного інтегрування.

$$O'C_2 = H + (l_2 - l_{12}) + \Delta y_{1c_2}; \quad v_{rc_2} = \sqrt{v_{rx_1}^2 + v_{ry_1}^2};$$

$$\Phi_{\text{пер}}^n = M_2 \cdot \varepsilon^2 \cdot O'C_2; \quad \Phi_{\text{пер}}^\tau = M_2 \cdot \dot{\varepsilon} \cdot O'C_2; \quad \Phi_{\text{кор}} = 2M_2 \cdot \varepsilon \cdot \vartheta_{rc_2};$$

$$2. \dot{v}_{rx_1} = \frac{1}{M_2} [-M_2 g \cdot \sin\varphi_1 + N - \Phi_{\text{кор}} \cdot \cos\psi_r - \\ - P \cdot \sin(\Delta\varphi) - \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \sin\psi_* + \Phi_{\text{пер}}^\tau \cdot \cos\psi_*]; \quad (2.73)$$

$$3. \dot{y}_{1c_2} = v_{ry_1}; \quad (2.74)$$

$$4. \dot{v}_{ry_1} = \frac{1}{M_2} [-M_2 g \cdot \cos\varphi_1 - F_T + P \cdot \cos(\Delta\varphi) + \\ + \Phi_{\text{кор}} \cdot \sin\psi_r + \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \cos\psi_* + \Phi_{\text{пер}}^\tau \cdot \sin\psi_*]; \quad (2.75)$$

$$O'K = \sqrt{O'A^2 + AK^2}, \quad \text{де } O'A = R, \quad AK = H - l_{12} + \Delta y_{1c_2};$$

$$5. \dot{\varphi}_2 = \omega_2; \quad (2.76)$$

$$M_{\Gamma} = I_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma} \cdot \omega_2$$

де  $I_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma}$  – власний кінетичний момент гіроскопу.

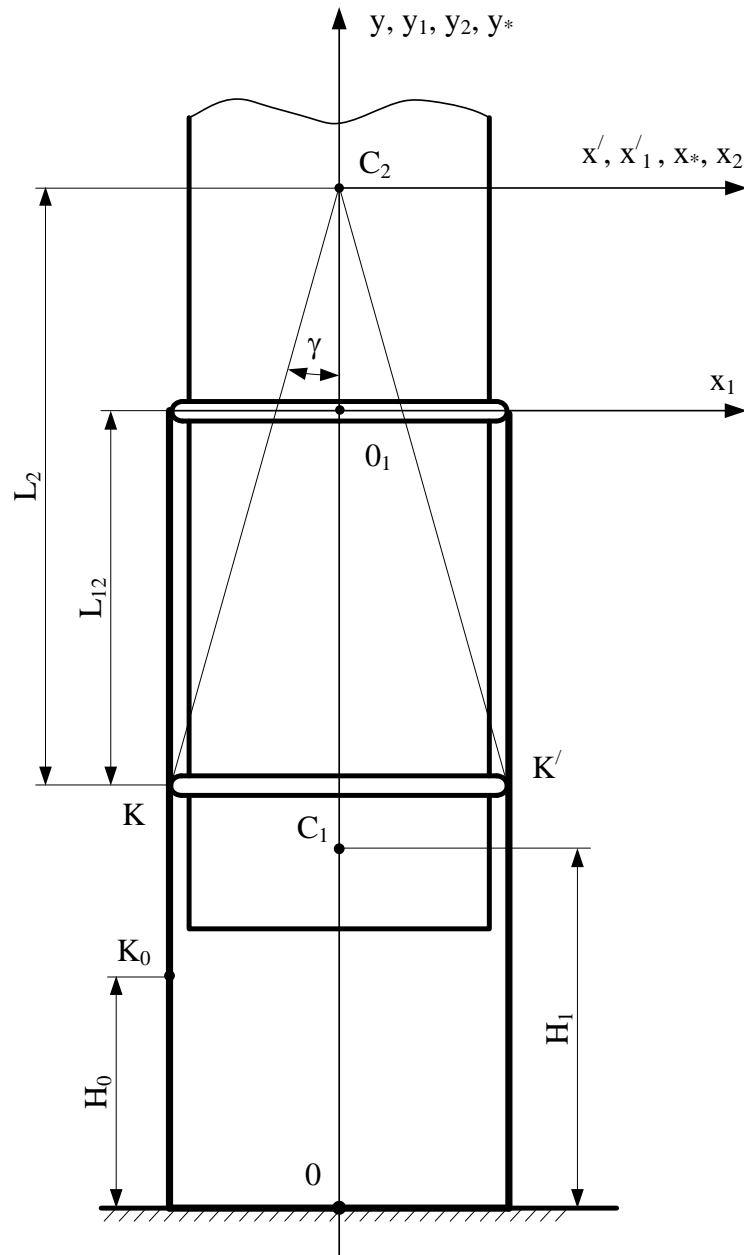


Рисунок 2.6 – До визначення початкових умов системи диференціальних рівнянь на ділянці відносного складного руху

$$6. \omega_2 = \frac{\{N \cdot [R \cdot (\sin\Delta\varphi + f \cdot \cos\Delta\varphi) + l_2 \cdot (\cos\Delta\varphi - f \cdot \sin\Delta\varphi)]\} - M_{\Gamma}}{I_{c_2}}$$

(2.77)

$$7. \dot{\varphi}_1 = \varepsilon; \quad (2.78)$$

$$N' = N$$

$$8. \dot{\varepsilon} = \frac{N'}{I_{C_1}} \{ [O'K \cdot \sin(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \sin\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 - f \cdot \cos\varphi_1) + \\ + [O'K \cdot \cos(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \cos\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 + f \cdot \cos\varphi_1) \} - \\ - \frac{C_K \cdot (\varphi_1 - \varphi_3)}{I_{C_1}} - K_{r\varphi} \cdot \frac{\varphi_1}{I_{C_1}} - b_{r\varphi} \cdot \frac{\varepsilon}{I_{C_1}} + \frac{M_{C_1}(\vec{R}_\Pi)}{I_{C_1}} + \\ + N_1 \cdot (\vec{C}_1\vec{G})_x / I_{C_1} - N_2 \cdot (\vec{C}_1\vec{G})_y / I_{C_1}, \quad (2.79)$$

де  $O'C_1=H_1$  (рис.2.6);

$$tg\beta = R/AK; \quad AK = H - l_{12} + \Delta y_{1c_2};$$

$$M_{C_1}(\vec{R}_\Pi) = (\vec{C}_1\vec{D})_x \cdot [-(R'_\Pi)_y] - (\vec{C}_1\vec{D})_y \cdot [-(R'_\Pi)_x];$$

де:

$$(\vec{C}_1\vec{D})_x = -R \cdot \cos\varphi_1 - l_6 \cdot \sin\varphi_1 - b \cdot \cos\varphi_1;$$

$$(\vec{C}_1\vec{D})_y = -R \cdot \sin\varphi_1 + l_6 \cdot \cos\varphi_1 - b \cdot \sin\varphi_1;$$

$$(\vec{C}_1\vec{G})_x = -R \cdot \cos\varphi_1 + H_3 \cdot \sin\varphi_1 - l_5 \cdot \cos\varphi_1;$$

$$(\vec{C}_1\vec{G})_y = -R \cdot \sin\varphi_1 - H_3 \cdot \cos\varphi_1 - l_5 \cdot \sin\varphi_1.$$

$$9. \dot{x}_{c_1} = \eta; \quad (2.80)$$

$$F'_T = f \cdot N'; \quad P_1 = P;$$

$$10. \dot{\eta} = \left[ -K_{rx} \cdot (x_{c_1} - \mu) - b_{rx} \cdot (\eta - \dot{\mu}) + P_1 \cdot \sin\varphi_1 - N' \times \right. \\ \left. \times \cos\varphi_1 - F'_T \cdot \sin\varphi_1 + N_2 - (R'_\Pi)_x \right] / M_1; \quad (2.81)$$

$$11. \dot{y}_{c_1} = \xi; \quad (2.82)$$

$$12. \dot{\xi} = \left[ -K_{ry} \cdot (y_{c_1} - H_1 + \Delta y_{ш} - z) - b_{ry} \cdot (\mu - \dot{z}) - M_1 g - P_1 \times \right. \\ \left. \times \cos\varphi_1 - N' \cdot \sin\varphi_1 + F'_T \times \cos\varphi_1 + N_1 - (R'_\Pi)_y \right] / M_1, \quad (2.83)$$

де  $\Delta_{y_{ущ}}$  – глибина ущільнення ґрунту (рис.2.7).

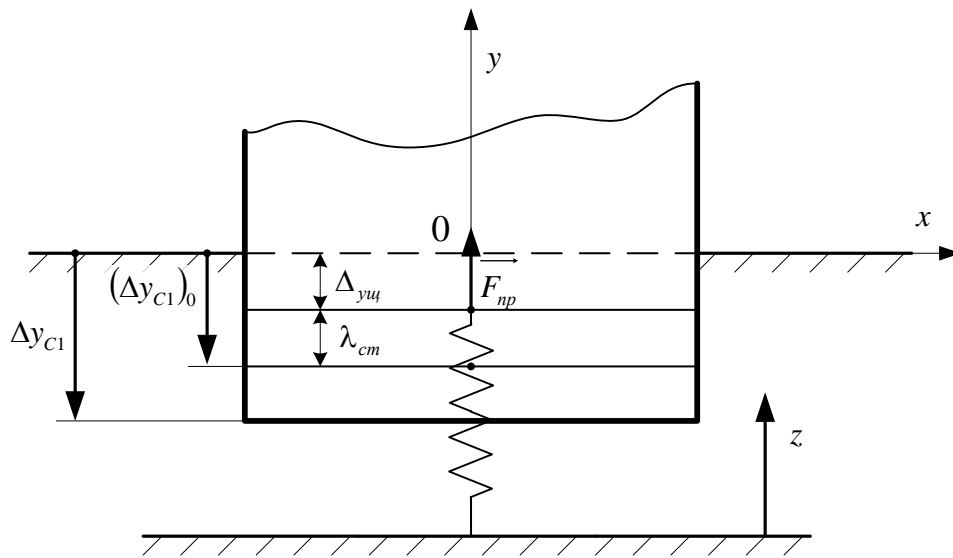


Рисунок 2.7 – До визначення початкових умов старту ракети

Отримана система рівнянь (2.71)÷(2.82) в існуючому вигляді не може розв’язуватися чисельними методами, наприклад, методом Рунге-Кутти, так як праві частини рівнянь (2.77) та (2.79) містять перші похідні змінних  $\dot{\omega}_2$  та  $\dot{\varepsilon}$ , які входять у праві частини виразу (2.762) через (2.56). Для того, щоб коректно розв’язати отриману систему диференціальних рівнянь (2.71) ÷ (2.82), необхідно зробити перетворення у виразах (2.77), (2.79) таким чином, щоб вони містили перші похідні тільки у своїх лівих частинах.

Для цього необхідно у явному вигляді підставити (2.72) у (2.77), (2.79) та розв’язати отриману систему лінійних рівнянь відносно змінних  $\dot{\omega}_2$ ,  $\dot{\varepsilon}$ . У результаті диференціальні рівняння (2.77), (2.79) приймуть вигляд:

$$\dot{\omega}_2 = \{b_1 - a_{12} \cdot ((b_1 - b_2k)/(a_{12} - a_{22}k))\}/a_{11} \quad (2.84)$$

$$\dot{\varepsilon} = (b_1 - b_2k)/(a_{12} - a_{22}k) \quad (2.85)$$

де  $k = a_{11}/a_{21}$  ;  $a_{11} = 1 + S_6S_7$ ;  $a_{12} = S_5S_7$  ;

$$a_{21} = S_6 S_9; \quad a_{22} = 1 + S_5 S_9; \quad b_1 = S_4 S_7 - S_8;$$

$$b_2 = S_4 S_9 - S_{10}; \quad S_{10} = \frac{C_{r\varphi} \cdot \varphi_1 + q_{r\varphi} \varepsilon}{I_{C_1}};$$

$$S_9 = \{[O'K \cdot \sin(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \sin\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 - f \cdot \cos\varphi_1) + \\ + [O'K \cdot \cos(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \cos\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 + f \cdot \cos\varphi_1)\} / I_{C_1};$$

$$S_7 = [R \cdot (\sin\Delta\varphi + f \cdot \cos\Delta\varphi) + l_2 \cdot (\cos\Delta\varphi - f \cdot \sin\Delta\varphi)] / I_{C_2};$$

$$S_6 = l_2 S_1; \quad S_5 = AK \cdot S_1; \quad S_4 = S_1 S_3 + S_2; \quad S_8 = M_r / I_{C_2};$$

$$S_3 = \varepsilon^2 \cdot R - 2 \cdot v_{Kr} \cdot \varepsilon + \omega_2^2 \cdot R;$$

$$S_2 = \frac{P \cdot \sin\varphi_2}{\cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1}; \quad S_1 = \frac{M_2}{\cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1}$$

Рівняння (2.72) перетворюється до вигляду:

$$N = S_4 - \dot{\varepsilon} S_5 - \dot{\omega}_2 S_6 \quad (2.86)$$

### 2.3 Математична модель руху складових частин чотирьохосного автомобіля-носія з частковим виваженням на ділянці відносного складного руху ракети в контейнері

Залежно від поставленої мети, різними авторами використовуються декілька методів представлення математичних моделей динаміки багатоосного автомобіля.

У багатьох випадках розв'язання задач, пов'язаних з динамікою багатоосних автомобілів, ґрунтується на застосуванні так званої «плоскої» моделі автомобіля, що випадків дозволяє отримати прийнятні аналітичні

рішення та шляхом подальшого їхнього аналізу встановити вплив різних конструктивних параметрів на динаміку автомобіля, надати рекомендації щодо оптимального удосконалення конструкції автомобіля в цілому.

Сучасні мобільні ПУ ОТРК (ТРК), що базуються на багатоосних шасі, можуть мати три, чотири і більшу кількість автомобільних мостів. Для забезпечення стабілізації ПУ під час старту ракет вони облаштовуються системами виваження за допомогою домкратів, яке може бути частковим або повним.

Метою даного розділу є розробка плоскої розрахункової та математичної моделей чотирьохосного автомобіля – носія мобільної ПУ під час контейнерного старту з ґрунту. Чотирьохосна модель шасі виробництва Мінського заводу МЗТК застосовується, наприклад, в автомобілі-носії, що є складовою частиною ПУ ОТРК «Іскандер».

При розробці моделей будемо вважати, що носій має незалежні ресорні підвіски двох передніх мостів і ресорно-балансирну підвіску двох задніх мостів (Рис.2.8). Пружні та демпфуючі властивості передньої підвіски будемо характеризувати коефіцієнтами жорсткості  $C_1$  та опору (демпфування)  $q_1$  у вертикальному напрямку. Для підвіски другого переднього мосту задамо відповідно коефіцієнти  $C_2$  та  $q_2$ . Зусилля в ресорно-балансирній підвісці визначаються її коефіцієнтом жорсткості  $C_3$  та коефіцієнтом сухого тертя в підвісці  $k_{з\text{тр}}$ . Вертикальні реакції шин визначаються коефіцієнтами жорсткості  $C_{\text{ш}}^{(i)}$  та демпфування  $q_{\text{ш}}^{(i)}$  ( $i = 1, \dots, 4$ ). Приведені сумарні жорсткість та демпфування шин і ґрунту в горизонтальному напрямку будемо визначати коефіцієнтами жорсткості та опору  $K_{1X}$  і  $b_{1X}$  для першого переднього мосту;  $K_{2X}$ ,  $b_{2X}$  – для другого переднього мосту;  $K_{3X}$ ,  $K_{4X}$  і  $b_{3X}$ ,  $b_{4X}$  – для двох задніх мостів, об'єднаних ресорно-балансирною підвіскою. Пружні та демпфуючі властивості ґрунту в вертикальному напрямку під колесами носія оцінюємо коефіцієнтами жорсткості  $K_{\text{гу}}^{(i)}$  та коефіцієнтами опору  $b_{\text{гу}}^{(i)}$ . Коефіцієнти жорсткості та

демпфування ґрунту під опорними домкратами в вертикальному напрямку позначимо  $K_{\text{гy}}^{(Дj)}, b_{\text{гy}}^{(Дj)}$ . В горизонтальному напрямку – відповідно  $K_{\text{гx}}^{(Дj)}, b_{\text{гx}}^{(Дj)}$ ; при поворотах опорних поверхонь домкратів –  $K_{\text{г}\phi}^{(Дj)}, b_{\text{г}\phi}^{(Дj)}$  ( $j=1, 2$ ).

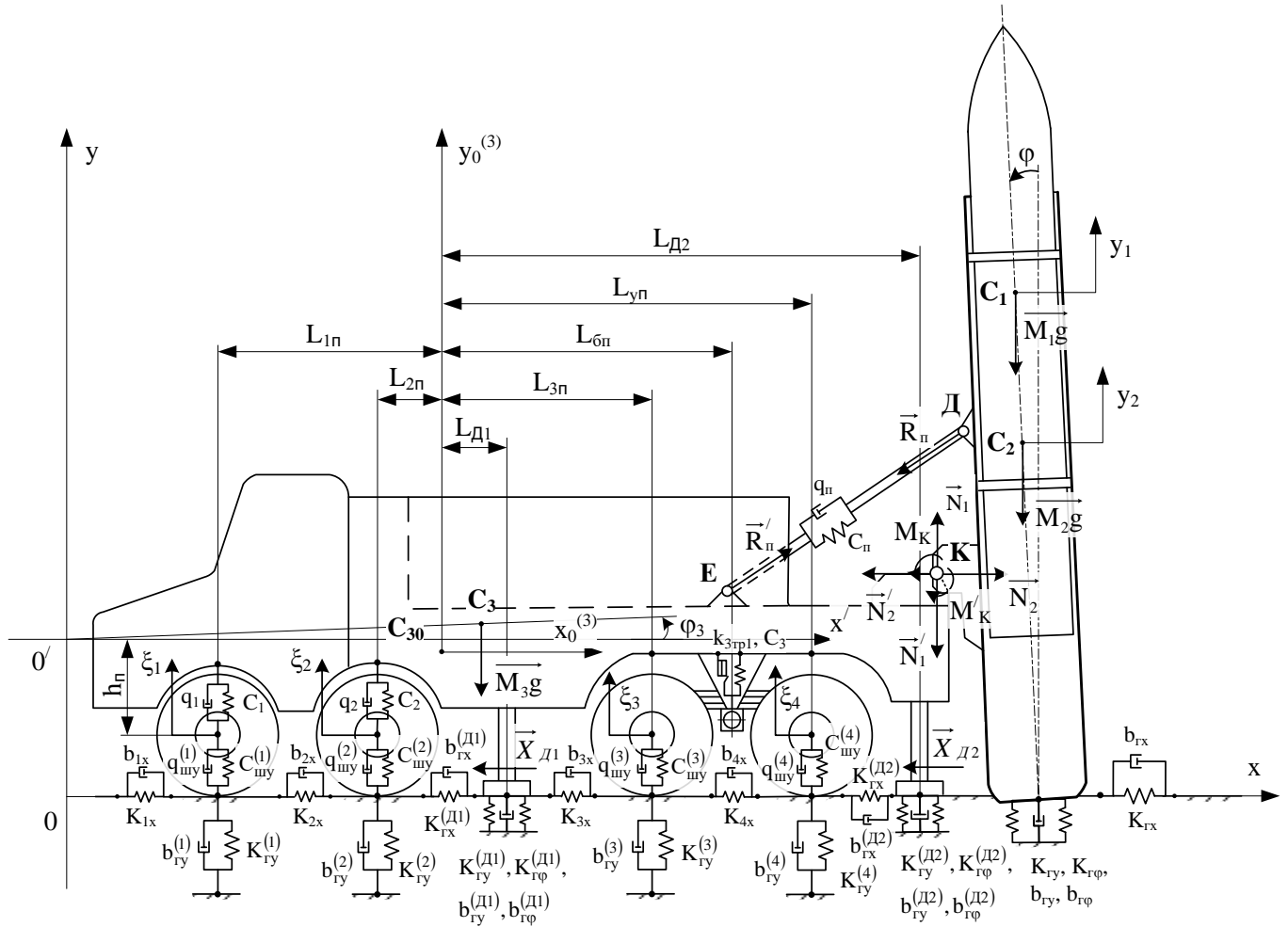


Рисунок 2.8 - Розрахункова модель ПУ з частковим виваженням носія при мінометному старті

Розрахункова модель носія складається з п'яти тіл (остову носія та чотирьох мостів), що вважаються абсолютно твердими і поєднані між собою та з ґрунтом пружньо-демпфуючими зв'язками. Ґрунт вважається пружньо-демпфуючим середовищем. Поєднані між собою п'ять тіл утворюють



п'ятимасову коливну систему з одинадцятьма ступенями вільності (3 – у підресореної маси остову носія, по 2 – у кожного мосту).

Відповідна ступеням вільності кількість параметрів визначає положення системи:  $x_3, u_3, \varphi_3$  – координати центру ваги (центру мас) та кут повороту підресореної маси носія;  $\xi_j$  і  $\eta_j$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) – вертикальні та горизонтальні координати центрів ваги (центрів мас) передніх і задніх мостів. Відлік зазначених координат кожного з тіл будемо вести з положення його статичної рівноваги. Для цього в статичному положенні центру мас кожного з тіл розмістимо початок координат системи горизонтальної та вертикальної осей.

На рис. 2.8 показано таку систему осей  $C_{30}x_{30}u_{30}$ , за допомогою якої ведеться відлік координат центру мас остову носія при переміщенні його з положення статичної рівноваги. Системи осей, що мають початок в статичних положеннях центрів мас мостів і слугують для відліку вертикальних координат  $\xi_j$  і горизонтальних координат  $\eta_j$  центрів мас мостів при їх переміщенні з положення статичної рівноваги на малюнку не позначені.

Так як початок відліку координат всіх тіл, що входять до складу носія, починається з положень їх статичної рівноваги, то при складанні рівнянь руху мас носія дію сил ваги не враховуємо. Вони компенсуються силами пружності підвісок, шин та ґрунту.

Підйомний механізм ПУ моделюємо шарнірно-стержневим з'єднанням між остовом і контейнером, що включає пружний і демпфуючий елементи з характеристиками жорсткості  $C_{\Pi}$  та демпфування  $q_{\Pi}$ . Механізм повороту контейнера, що з'єднує носій і контейнер, моделюємо шарнірним з'єднанням з коефіцієнтом кутової жорсткості  $C_K$ . Складові сили реакції в шарнірному з'єднанні механізму повороту контейнера позначимо  $\vec{N}_1$  та  $\vec{N}_2$ .

Запишемо диференційні рівняння руху складових частин носія. Єдине диференційне рівняння руху підресореної частини носі та мостів у

горизонтальному напрямку отримаємо, вважаючи, що завдяки значній горизонтальній жорсткості підвісок, носій рухається в горизонтальному напрямку разом з мостами так, що горизонтальне зміщення центру мас остову носія  $x_3$  дорівнює одночасно всім горизонтальним переміщенням центрів мас мостів  $\eta_j$ .

Диференційне рівняння руху центру мас носія (остов разом з мостами) при поступальному горизонтальному русі носія одночасно є рівнянням руху всіх його точок, у тому числі й центру мас остову. В такому разі, використовуючи теорему про рух центру мас та позначаючи горизонтальну координату центру мас остову носія в системі нерухомих осей  $C_{30}x_0^{(3)}y_0^{(3)}$  як  $x_3$ , записуємо диференційне рівняння руху центру мас носія та всіх мостів в горизонтальному напрямку у вигляді:

$$\begin{aligned} (M_3 + m_{1п} + m_{2п} + m_{13} + m_{23}) \cdot \ddot{x}_3 = & - \sum_1^4 K_{ix} \cdot (x_3 - \mu_i) - \\ & - X_{Д1} - X_{Д2} + (\overline{R}'_{п})_x - N'_2 - \sum_1^4 b_{ix} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_i), \end{aligned} \quad (1)$$

де  $M_3$  – маса остову носія;  $m_{1п}, m_{2п}$  – маси першого переднього та другого переднього мостів;  $m_{13}, m_{23}$  – маси першого та другого задніх мостів відповідно;  $X_{Д1}, X_{Д2}$  – величини горизонтальних сил, що діють з боку ґрунту на опорні поверхні домкратів (рис. 2.8);  $\overline{R}'_{п}$  – реакція шарнірно-стержневого з'єднання між остовом і контейнером, яким моделюється механізм підйомконтейнера;  $N'_2$  – величина горизонтальної складової сили реакції в механізмі повороту контейнера;  $\mu$  і  $\dot{\mu}$  – горизонтальні вібропереміщення і віброшвидкість ґрунту під колесом –  $i$ -го мосту.

Вважаючи стійки домкратів абсолютно жорсткими, запишемо вирази для горизонтальних реакцій ґрунту під домкратами у вигляді:

$$X_{Д1} = -K_{гХ}^{(д1)} \cdot (x_3 - \mu_{Д1}) - b_{гХ}^{(д1)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{Д1}); \quad (2)$$

$$X_{Д2} = -K_{гX}^{(Д2)} \cdot (x_3 - \mu_{Д2}) - b_{гX}^{(Д2)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{Д2});$$

де  $K_{гX}^{(Д1)}$ ,  $K_{гX}^{(Д2)}$  – коефіцієнти горизонтальної жорсткості ґрунту відповідно під переднім та заднім домкратами, визначені з урахуванням площі опорної поверхні домкратів;  $b_{гX}^{(Д1)}$ ,  $b_{гX}^{(Д2)}$  – коефіцієнти опору (демпфування) ґрунту під переднім і заднім домкратами, визначені з урахуванням площі опорної поверхні домкратів;  $\mu_{Д1}$ ,  $\mu_{Д2}$  – вібропереміщення ґрунту в горизонтальному напрямку під домкратами;  $\dot{\mu}_{Д1}$  і  $\dot{\mu}_{Д2}$  – горизонтальна віброшвидкість ґрунту під домкратами.

Залежності для коефіцієнтів жорсткості та опору (демпфування) ґрунту для прямокутної основ надаються в [34] і представлені в табл. 1. Їх можливо використати для знаходження коефіцієнтів жорсткості і демпфування ґрунту ( $K_{гX}^{(Дj)}$ ,  $b_{гX}^{(Дj)}$ ) під домкратами.

Таблиця 1 – Еквівалентні характеристики жорсткостей і розсіювання енергії у прямокутній в основі споруди [34]

Напрямок коливань	Прямокутний фундамент	
	Еквівалентні жорсткості	Еквівалентні затухання
Горизонтальні	$K_{гx} = 2(1 + \nu)G\beta_x\sqrt{BL}$ , Н/м	Як для круглого фундаменту з радіусом $R = \sqrt{BL/\pi}$
Вертикальні	$K_{гy} = \frac{G}{1-\nu}\beta_y\sqrt{BL}$ , Н/м	Як для круглого фундаменту з радіусом $R = \sqrt{BL/\pi}$
Качання в вертикальній площині	$K_{г\varphi} = \frac{G}{1-\nu}\beta_\varphi BL^2$ , Н·м	Як для круглого фундаменту з радіусом $R = \sqrt[4]{BL^3/3\pi}$
Повертання в горизонтальній площині	Як для круглого фундаменту з радіусом $R = \sqrt[4]{BL(B^2 + L^2)/6\pi}$	

Позначення в таблиці:  $B$  – ширина опорної поверхні, м;  $L$  – довжина опорної поверхні;  $\beta_x$ ,  $\beta_y$ ,  $\beta_\varphi$ , – коефіцієнти, що залежать від відношення  $B/L$  та знаходяться з графіка ([34], стор. 125)

Для знаходження приведеної жорсткості та демпфування шин і ґрунту під шинами в горизонтальному напрямку, що визначаються коефіцієнтами  $K_{1x}, K_{2x}, K_{3x}, K_{4x}; b_{1x}, b_{2x}, b_{3x}, b_{4x}$ , треба знайти окремо коефіцієнти жорсткості та демпфування ґрунту під шинами і шин в горизонтальному напрямку, а потім знайти приведені коефіцієнти ланок жорсткості та демпфування при їх паралельному з'єднанні. Коефіцієнти горизонтальної жорсткості та демпфування ґрунту під шинами колес всіх мостів можна обчислити за допомогою даних табл. 1 з урахуванням площі плями контакту шини з ґрунтом.

Коефіцієнт приведеної жорсткості шини і ґрунту першого переднього мосту в горизонтальному напрямку  $K_{1x}$  (Н/м) знайдемо, з'єднуючи паралельно жорсткості цієї шини та ґрунту:

$$K_{1x} = C_{ШХ}^{(1)} + K_{ГХ}^{(1)},$$

або 
$$K_{1x} = C_{ШХ}^{(1)} + C_{ГХ}^{(1)} \cdot S_{1K}, \quad (3)$$

де  $C_{ШХ}^{(1)}$  – тангенціальна жорсткість шини колеса першого переднього мосту, Н/м;  $K_{ГХ}^{(1)}$  – коефіцієнт горизонтальної жорсткості ґрунту під колесом першого переднього мосту (за даними табл.1);  $C_{ГХ}^{(1)}$  – горизонтальна питома жорсткість ґрунту під колесом першого переднього мосту, Н/м<sup>3</sup>;  $S_{1K}$  – площа плями контакту шини колеса першого переднього мосту з ґрунтом, м<sup>2</sup>.

Для другого переднього мосту запишемо аналогічну залежність:

$$K_{2x} = C_{ШХ}^{(2)} + K_{ГХ}^{(2)}, \quad \text{або ж} \quad K_{2x} = C_{ШХ}^{(2)} + C_{ГХ}^{(2)} \cdot S_{2K}, \quad (4)$$

де  $C_{ШХ}^{(2)}, K_{ГХ}^{(2)}, C_{ГХ}^{(2)}, S_{2K}$  мають зміст, аналогічний змісту величин залежності (3) для першого переднього мосту.

Для першого та другого заднього мостів будемо мати подібні залежності:

$$\begin{aligned}
K_{3X} &= C_{ШХ}^{(3)} + K_{ГХ}^{(3)}, & \text{або ж} & & K_{3X} &= C_{ШХ}^{(3)} + C_{ГХ}^{(3)} \cdot S_{3К}, \\
K_{4X} &= C_{ШХ}^{(4)} + K_{ГХ}^{(4)}, & \text{або ж} & & K_{4X} &= C_{ШХ}^{(4)} + C_{ГХ}^{(4)} \cdot S_{4К},
\end{aligned} \quad (5)$$

Питому горизонтальну жорсткість ґрунту під колесами передніх і задніх мостів  $C_{ГХ}^{(1)}$ ,  $C_{ГХ}^{(2)}$ ,  $C_{ГХ}^{(3)}$ ,  $C_{ГХ}^{(4)}$  можна знайти, застосувавши залежність, що надається в [18]:

$$C_{ГХ}^{(i)} = 0,7C_0 \cdot [1 + 2 \cdot (L_i + B_i) / (\Delta_1 \cdot S_{ik})] \cdot \sqrt{\frac{P_i}{P_0}}, \quad (6)$$

де  $S_{ik}$  – площа плями контакту шини відповідного колеса з ґрунтом,  $m^2$ ;  $C_0$  – постійна жорсткість основи, що не залежить від розмірів плями контакту,  $n/m^2$ ;  $L_i$  та  $B_i$  – характерні розміри плями,  $m$ ;  $\Delta_1 = 1 m^{-1}$  – постійний коефіцієнт розмірності;  $P_0$  – тиск під дослідним штампом при визначенні  $C_0$   $n/m^2$ ;  $P_i$  – тиск в шині відповідного мосту,  $n/m^2$ . Чисельні значення коефіцієнта  $C_0$ , які відповідають тиску дослідного штампа  $p_0 = 20$  кПа (або 0,02 МПа), надаються в [18] і приведені в розділі 4. Площа плями контакту  $S_{ik}$  та величини характерних розмірів плями  $L_i$  та  $B_i$  визначаються дослідним шляхом в залежності від радіального навантаження на колесо і тиску в шині. Залежність (6) може бути також використана для визначення питомої горизонтальної жорсткості ґрунту під опорною площею контейнера.

Тепер розглянемо вертикальні переміщення остову носія, позначивши вертикальну координату центру мас носія в системі нерухомих осей  $C_{30}x_0^{(3)} y_0^{(3)}$  як  $y_3$ . Запишемо диференційне рівняння руху центру мас остову носія, користуючись теоремою про рух центру мас системи:

$$M_3 \cdot \ddot{y}_3 = \sum_{j=1}^3 R_{Pj} + Y_{Д1} + Y_{Д2} + (\vec{R}'_п)_y - N'_1, \quad (j = 1, \dots, 3), \quad (7)$$

де  $R_{Pj}$  – вертикальна реакція  $j$ -ї підвіски на зміщення підресореної та непідресореної частин носія з положення статичної рівноваги (різниця діючого та статичного зусилля в підвісці);  $Y_{Д1}, Y_{Д2}$  – вертикальні динамічні

складові реакції ґрунту під домкратами;  $(\vec{R}'_п)_y$  – проекція вектору реакції шарнірно-стержневого з'єднання механізму підйому контейнера;  $N'_1$  – величини вертикальної складової сили реакції в механізмі повороту контейнера.

Реакція в кожній підвісі визначається її коефіцієнтами жорсткості  $C_j$ , опору (демпфування) амортизаторів  $q_j$  і сухого тертя  $k_{jтр}$ .

Реакція в першій передній підвісі:

$$R_{P1} = -2C_1 \cdot (y_3 - \xi_1 + \varphi_3 \cdot L_{1п}) - 2q_1(\dot{y}_3 - \dot{\xi}_1 + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{1п}). \quad (8)$$

Реакція в другій передній підвісі:

$$R_{P2} = -2C_2 \cdot (y_3 - \xi_2 + \varphi_3 \cdot L_{2п}) - 2q_2(\dot{y}_3 - \dot{\xi}_2 + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{2п}). \quad (9)$$

В виразах (8) – (10):  $\xi_1$  і  $\xi_2$  – вертикальні переміщення першого та другого передніх мостів;  $L_{1п}$  і  $L_{2п}$  – координати відстаней по горизонталі від центру мас підресореної частини носія (остову) до осей першого та другого передніх мостів в системі нерухомих осей  $C_{30}x_0^{(3)}y_0^{(3)}$ . Якщо  $L_{1п}$  і  $L_{2п}$  відкладаються вліво, то вони беруться зі знаком «мінус». В протилежному випадку  $L_{1п}$  і  $L_{2п} > 0$ .

Вертикальну реакцію задньої балансирної підвіски запишемо, враховуючи виникнення в підвісі пружної складової реакції і сили сухого тертя між листами ресор.

$$R_{P3} = 2 \cdot \{-C_3(y_3 + \varphi_3 \cdot L_{6п}) \cdot (1 + k_{3тр}) + C_3\xi_3[1 - k_{3тр} \cdot \text{sign}(\dot{y}_3 - \dot{\xi}_3)] + C_3\xi_4[1 - k_{3тр} \cdot \text{sign}(\dot{y}_3 - \dot{\xi}_4)]\} \quad (10)$$

У виразах (8)÷(10):  $k_{зтр}$  – коефіцієнт сухого тертя між листами ресор балансірної підвіски;  $\xi_3, \xi_4$  – вертикальні переміщення першого та другого задніх мостів;  $L_{бп}$  – координата відстані по горизонталі від центру мас остову до вісі повороту балансірної підвіски (рис.2.8). Якщо  $L_{бп}$  відкладається вправо від центру мас остову, то  $L_{бп} > 0$ .

Вертикальні складові реакції ґрунту під опорними поверхнями домкратів при зміщенні остову з положення статичної рівноваги знайдемо таким чином:

$$\begin{aligned} Y_{д1} &= -K_{гY}^{(д1)} \cdot (y_3 - z_{д1} + \varphi_3 \cdot L_{д1}) - b_{гY}^{(д1)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{д1} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{д1}); \\ Y_{д2} &= -K_{гY}^{(д2)} \cdot (y_3 - z_{д2} + \varphi_3 \cdot L_{д2}) - b_{гY}^{(д2)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{д2} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{д2}), \quad (11) \end{aligned}$$

де  $z_{д1}, z_{д2}$  – вертикальні вібропереміщення ґрунту під домкратами;  $\dot{z}_{д1}, \dot{z}_{д2}$  – вертикальна віброшвидкість ґрунту під домкратами;  $K_{гY}^{(д1)}, K_{гY}^{(д2)}$  – коефіцієнти вертикальної жорсткості ґрунту під переднім та заднім домкратами, визначені з урахуванням площі опорної поверхні домкратів;  $b_{гY}^{(д1)}, b_{гY}^{(д2)}$  – коефіцієнти опору (демпфування) ґрунту під переднім та заднім домкратами;  $L_{д1}, L_{д2}$  – координати відстаней по горизонталі від центру мас остову носія до центрів опорних площ домкратів в системі осей  $C_{30}x_0^{(3)}, y_0^{(3)}$  (рис. 2.8). Якщо  $L_{д1}$  і  $L_{д2}$  відкладаються вправо, то вони беруться зі знаком «плюс». В протилежному випадку  $L_{д1}$  і  $L_{д2} < 0$ .

Залежності для коефіцієнтів жорсткості та опору (демпфування) ґрунту для прямокутної в основі споруди надаються в [34] і представлені в табл. 1. Їх можливо використати для знаходження коефіцієнтів жорсткості і демпфування ґрунту ( $K_{гY}^{(дj)}, b_{гY}^{(дj)}$ ) під домкратами.

Рівняння обертального руху остова носія отримаємо за теоремою про зміну моменту кількості руху матеріальної системи по відношенню до її центру мас:

$$I_{C_3} \cdot \ddot{\varphi}_3 = \sum_{k=1}^n m_{C_3} (\vec{F}_k), \quad (12)$$

де  $I_{C_3}$  – момент інерції остова носія відносно осі, що проходить через його центр мас перпендикулярно до умовної площини руху остова;  $\varphi_3$  – кут повороту остова носія;  $\sum_{k=1}^n m_{C_3} (\vec{F}_k)$  – додаток моментів сил, що діють на остов носія.

Знайдемо моменти діючих на остов сил при його зміщенні з положення статичної рівноваги. При цьому будемо вважати, що горизонтальні зусилля, що діють на колеса носія, передаються на остов носія на рівні з'єднання підвісок носія з мостами. Для обчислення моментів використаємо вже існуючі вирази (1), (2) та (8)÷(10) для горизонтальних і вертикальних проекцій прикладених до носія сил на вісі нерухомої системи координат  $C_{30}x_0^{(3)}y_0^{(3)}$ , а також координати точок прикладення цих сил в згаданій системі координат. За відомою залежністю для моменту сили відносно точки на площині

$$m_C = X \cdot F_y - Y \cdot F_x, \quad (13)$$

де  $X$  та  $Y$  – координати точки прикладення сили відносно моментної точки;  $F_x$  і  $F_y$  – проекції вектора сили на вісі з початком в моментній точці, будемо мати праву частину рівняння (12) у вигляді:

$$\sum_{k=1}^n m_{C_3} (\vec{F}_k) = R_{P1} \cdot L_{1п} + R_{P2} \cdot L_{2п} + R_{P3} \cdot L_{\deltaп} - N'_1 \cdot x_G - A_3 \cdot (-h_{п} + y_3) - (-N'_2) \cdot y_G + (R'_{п})_y \cdot x_E - (R'_{п})_x \cdot y_E + Y_{д1} \cdot L_{д1} + Y_{д2} \cdot L_{д2} - C_k \cdot (\varphi_3 - \varphi_1) \quad (14)$$



де  $L_{1п}, L_{2п}, L_{\deltaп}$  – координати відстаней точок прикладення сил, діючих з боку підвісок на остов носія;  $h_{п}$  – виміряна по вертикалі відстань між статичним положенням центру мас остова носія та точками приєднання підвісок до мостів носія, що вважаються розміщеними на одному рівні;  $L_{д1}, L_{д2}$  – координати відстаней по горизонталі від центру мас остову носія до центрів опорних площ домкратів в системі координатних осей  $C_{30}x_0^{(3)}y_0^{(3)}$ .

Підставляючи (14) в (12), маємо рівняння обертального руху остову носія у вигляді:

$$I_{C_3} \cdot \ddot{\varphi}_3 = R_{P1} \cdot L_{1п} + R_{P2} \cdot L_{2п} + R_{P3} \cdot L_{\deltaп} - N'_1 \cdot x_G - A_3 \cdot (-h_{п} + y_3) + N'_2 \times \\ \times y_G + (R'_{п})_y \cdot x_E - (R'_{п})_x \cdot y_E + Y_{д1} \cdot L_{д1} + Y_{д2} \cdot L_{д2} - C_k \times \\ \times (\varphi_3 - \varphi_1), \quad (15)$$

де

$$A_3 = - \sum_1^4 K_{ix} \cdot (x_3 - \mu_i) - X_{д1} - X_{д2} - \sum_1^4 b_{ix} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_i), \\ X_{д1} = -K_{гX}^{(д1)} \cdot (x_3 - \mu_{д1}) - b_{гX}^{(д1)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{д1}); \\ X_{д2} = -K_{гX}^{(д2)} \cdot (x_3 - \mu_{д2}) - b_{гX}^{(д2)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{д2});$$

$x_E, y_E, x_G, y_G$  – координати точок Е та G (рис.2.9) прикладення до остову реакцій внутрішніх зв'язків системи носій-контернер в системі осей, що рухаються поступально разом з центром мас остова відносно осей  $C_{30}x_0^{(3)}y_0^{(3)}$ . Значення цих координат знайдемо, визначивши попередньо радіуси-вектори точок Е та G як додатки ланцюгів векторів постійних довжин, що визначаються конструктивними розмірами ПУ (рис. 2.10):

$$\vec{r}_G = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 + \vec{l}_4; \quad \vec{r}_E = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{a} \quad (16)$$

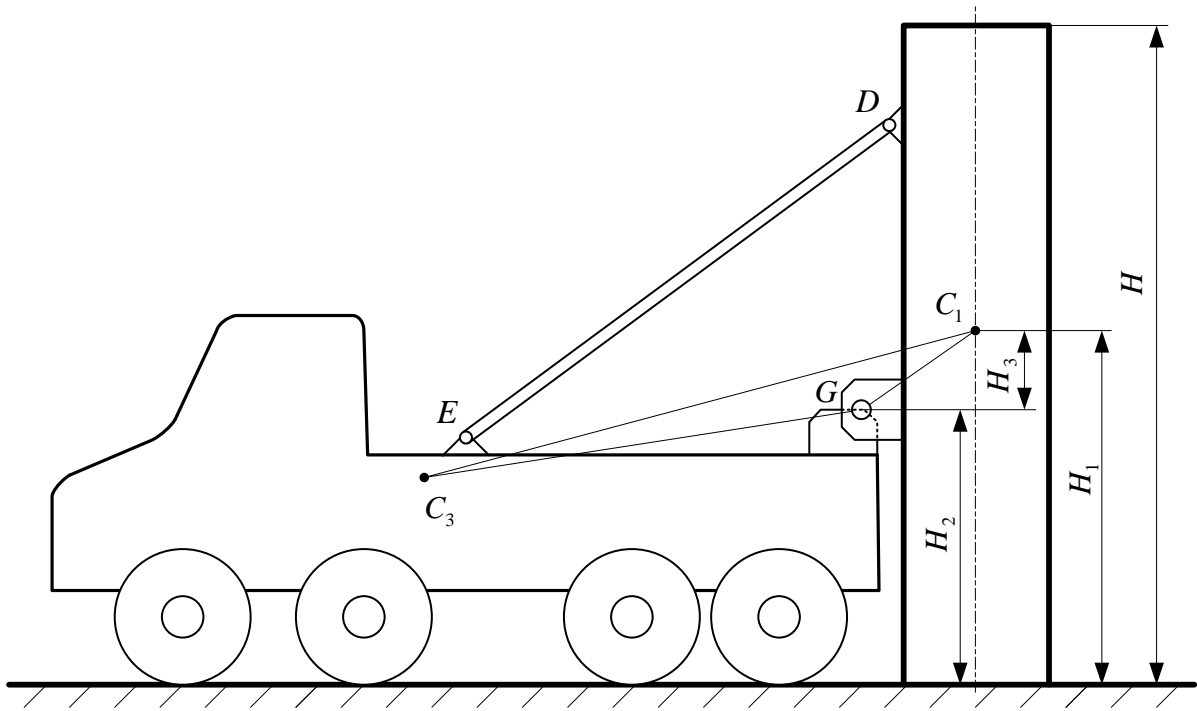


Рисунок 2.9 - До визначення координат точок внутрішніх зв'язків

Записавши (16) по черзі в проекціях на вісі системи осей, що рухаються поступально разом з центром мас остова відносно нерухомих осей  $C_{30}x_0^{(3)}y_0^{(3)}$ , отримаємо:

$$\begin{aligned}
 x_G &= -l_1 \cdot \sin\varphi_3 + l_2 \cdot \cos\varphi_3 + l_3 \cdot \cos\varphi_3 - l_4 \cdot \sin\varphi_3; \\
 y_G &= l_1 \cdot \cos\varphi_3 + l_2 \cdot \sin\varphi_3 + l_3 \cdot \sin\varphi_3 - l_4 \cdot \cos\varphi_3; \\
 x_E &= -l_1 \cdot \sin\varphi_3 + l_2 \cdot \cos\varphi_3 - a \cdot \sin\varphi_3; \\
 y_G &= l_1 \cdot \cos\varphi_3 + l_2 \cdot \sin\varphi_3 + a \cdot \cos\varphi_3.
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Векторне рівняння зв'язку між носієм та контейнером, що існує в шарнірному з'єднанні механізму повороту контейнера з остовом носія (точка G, (рис. 2.9), отримаємо за допомогою ланцюгів векторів постійної величини  $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3, \vec{l}_4, \vec{l}_5, \vec{H}, \vec{R}$  та векторів переміщень центрів мас остову носія  $\Delta\vec{r}_3$  і контейнера  $\Delta\vec{r}_1$  (рис. 2.10).

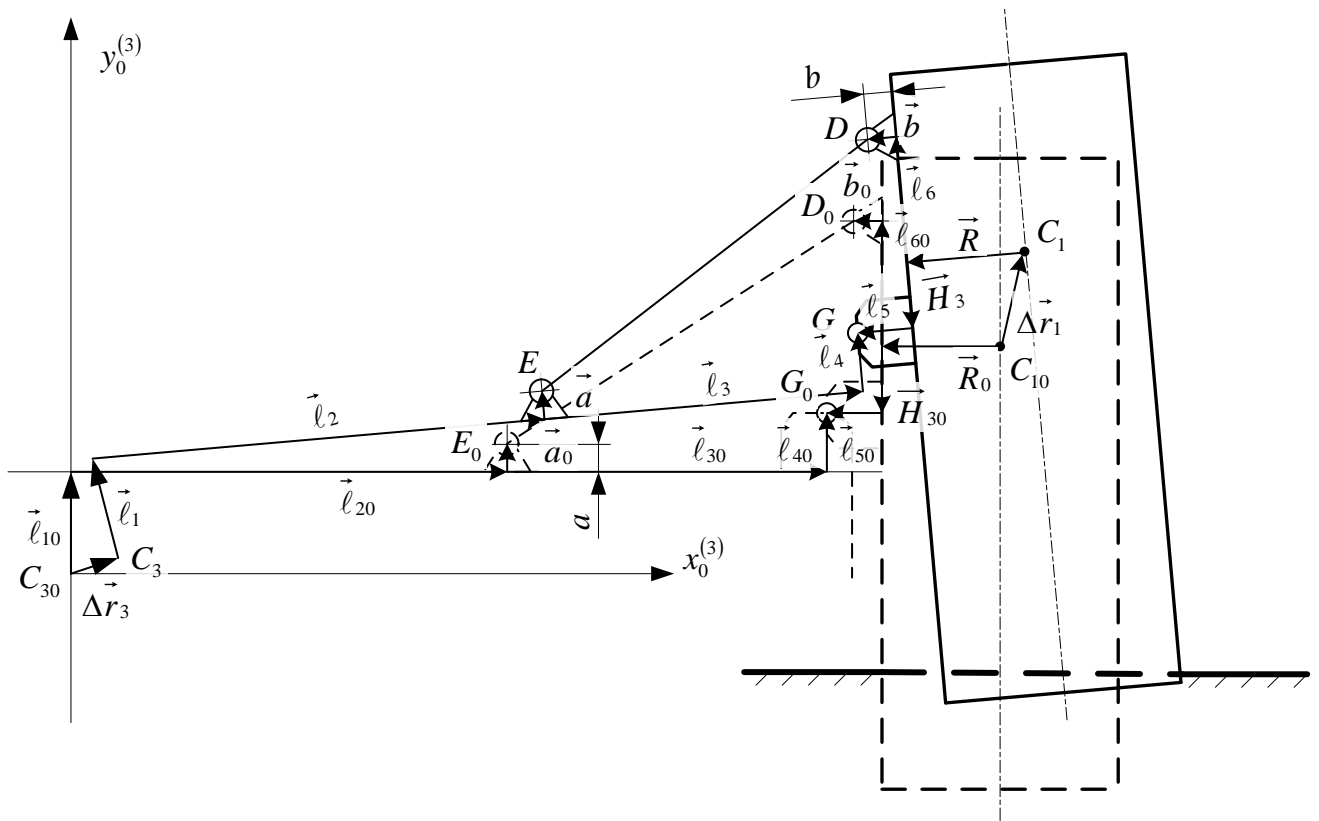


Рисунок 2.10 - До рівняння зв'язку в точці G повороту контейнера

Додаток векторів, які з'єднують між собою точки  $C_{30}$  і  $C_{10}$  статичних положень центрів мас носія та контейнера, під час руху носія та контейнера залишається незмінним, тобто:

$$\begin{aligned} \vec{l}_{10} + \vec{l}_{20} + \vec{l}_{30} + \vec{l}_{40} - (\vec{l}_{50} + \vec{H}_{30} + \vec{R}_0) = \\ = \Delta\vec{r}_3 + \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 + \vec{l}_4 - (\vec{l}_5 + \vec{H}_3 + \vec{R} + \Delta\vec{r}_1) \end{aligned} \quad (18)$$

Запишемо рівняння (18) в проекціях на вісь  $x_0^{(3)}$  системи нерухомих осей  $C_{30}x_0^{(3)}y_0^{(3)}$ :

$$\begin{aligned} l_{20} + l_{30} + l_{50} + R_0 = x_3 - l_1 \cdot \sin\varphi_3 + l_2 \cdot \cos\varphi_3 + l_3 \cdot \cos\varphi_3 - \\ - l_4 \cdot \sin\varphi_3 + l_5 \cdot \cos\varphi_1 - H_3 \cdot \sin\varphi_1 + R \cdot \cos\varphi_1 - x_{C1} \end{aligned} \quad (19)$$

Продиференціюємо рівняння (19) двічі за часом:

$$\dot{x}_3 - l_1 \cdot \cos\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3 - (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3 - l_4 \cdot \cos\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3 - \\ - l_5 \cdot \sin\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1 - H_3 \cdot \cos\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1 - R \cdot \sin\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1 - \dot{x}_{C1} = 0;$$

$$\dot{x}_3 - \dot{x}_{C1} = (l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3 + (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3 + \\ + (l_5 + R) \cdot \sin\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1 + H_3 \cdot \cos\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1;$$

$$\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1} = \dot{\varphi}_3 \cdot [(l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3 + (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3] + \\ + \dot{\varphi}_1 \cdot [(l_5 + R) \cdot \sin\varphi_1 + H_3 \cdot \cos\varphi_1];$$

$$\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1} = \ddot{\varphi}_3 \cdot [(l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3 + (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3] + \\ + \dot{\varphi}_3 \cdot [-(l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3 + (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3] + \\ + \ddot{\varphi}_1 \cdot [(l_5 + R) \cdot \sin\varphi_1 + H_3 \cdot \cos\varphi_1] + \\ + \dot{\varphi}_1 \cdot [(l_5 + R) \cdot \cos\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1 - H_3 \cdot \sin\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1];$$

$$\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1} = \ddot{\varphi}_3 \cdot [(l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3 + (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3] + \\ + \dot{\varphi}_3^2 \cdot [(l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3 - (l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3] + \\ + \ddot{\varphi}_1 \cdot [(l_5 + R) \cdot \sin\varphi_1 + H_3 \cdot \cos\varphi_1] + \dot{\varphi}_1^2 \cdot [(l_5 + R) \cdot \cos\varphi_1 - H_3 \cdot \sin\varphi_1]$$

або

$$\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1} = \mathcal{D}_1 \cdot \ddot{\varphi}_3 + \mathcal{D}_2 \cdot \dot{\varphi}_3^2 + \mathcal{D}_3 \cdot \ddot{\varphi}_1 + \mathcal{D}_4 \cdot \dot{\varphi}_1^2, \quad (20)$$

де

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_1 &= (l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3 + (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3; \\ \mathcal{D}_2 &= (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3 - (l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3; \\ \mathcal{D}_3 &= (l_5 + R) \cdot \sin\varphi_1 + H_3 \cdot \cos\varphi_1; \\ \mathcal{D}_4 &= (l_5 + R) \cdot \cos\varphi_1 - H_3 \cdot \sin\varphi_1. \end{aligned} \quad (21)$$

З метою подальшого отримання значення горизонтальної складової реакції  $N_2$  в шарнірному з'єднанні механізму повороту контейнера, звернемося до рівняння (2.58) руху центру мас контейнера на ділянці відносного складного руху ракети в контейнері

$$M_1 \cdot \ddot{x}_{C_1} = -K_{gx} \cdot (x_{C_1} - \mu) - b_{gx} \cdot (\dot{x}_{C_1} - \dot{\mu}) + P_1 \cdot \sin\varphi_1 - \\ - M_1 g \cdot \sin\varphi_1 - N \cdot \cos\varphi_1 - F_T \cdot \sin\varphi_1 + N_2 - (R'_\Pi)_x$$

та запишемо його у вигляді

$$M_1 \cdot \ddot{x}_{C_1} = A_1 + N_2 - (R'_\Pi)_x, \quad (22)$$

де

$$A_1 = -K_{gx} \cdot (x_{C_1} - \mu) - b_{gx} \cdot (\dot{x}_{C_1} - \dot{\mu}) + P_1 \cdot \sin\varphi_1 - N \cdot \cos\varphi_1 - F_T \cdot \sin\varphi_1$$

Рівняння (1) руху центру мас остову носія в горизонтальному напрямку запишемо у вигляді:

$$M \cdot \ddot{x}_3 = A_3 - N_2' + (R'_\Pi)_x \quad (23)$$

де

$$M = M_3 + m_{1\Pi} + m_{2\Pi} + m_{13} + m_{23}; \\ A_3 = - \sum_1^4 K_{ix} \cdot (x_3 - \mu_i) - X_{D1} - X_{D2} - \sum_1^4 b_{ix} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_i), \\ X_{D1} = -K_{gX}^{(D1)} \cdot (x_3 - \mu_{D1}) - b_{gX}^{(D1)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{D1}); \\ X_{D2} = -K_{gX}^{(D2)} \cdot (x_3 - \mu_{D2}) - b_{gX}^{(D2)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{D2});$$

Використовуючи рівняння (20)÷(23), знайдемо величину горизонтальної складової реакції зв'язку в механізмі повороту контейнера  $N_2$ :

$$\ddot{x}_{C1} = \frac{A_1}{M_1} + \frac{N_2}{M_1} - \frac{(R'_\Pi)_x}{M_1}; \quad \ddot{x}_3 = \frac{A_3}{M} - \frac{N_2'}{M} + \frac{(R'_\Pi)_x}{M};$$

$$\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1} = \frac{A_3}{M} - \frac{N_2'}{M} + \frac{(R'_\Pi)_x}{M} - \frac{A_1}{M_1} - \frac{N_2}{M_1} + \frac{(R'_\Pi)_x}{M_1};$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1} &= \left( \frac{A_3 + (R'_\Pi)_x}{M} + \frac{(R'_\Pi)_x - A_1}{M_1} \right) - \left( \frac{N_2'}{M} + \frac{N_2}{M_1} \right) \\ &= \frac{[A_3 + (R'_\Pi)_x] \cdot M_1 + [(R'_\Pi)_x - A_1] \cdot M}{M \cdot M_1} - N_2 \cdot \frac{M + M_1}{M \cdot M_1}; \end{aligned}$$

$$(\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1}) \cdot M \cdot M_1 = [A_3 + (R'_\Pi)_x] \cdot M_1 + [(R'_\Pi)_x - A_1] \cdot M - N_2 \cdot (M + M_1);$$

$$N_2 = \{[A_3 + (R'_\Pi)_x] \cdot M_1 + [(R'_\Pi)_x - A_1] \cdot M - (\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1}) \cdot M \cdot M_1\} / (M + M_1) \quad (24)$$

де  $(\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1})$  обчислюється за виразом (20) з урахуванням (21).

Для подальшого знаходження значення вертикальної складової реакції  $N_1$  в шарнірному з'єднанні механізму повороту контейнера, запишемо векторне рівняння (18) в проєкціях на вісь  $y_0^{(3)}$  системи нерухомих осей  $C_{30}x_0^{(3)}y_0^{(3)}$ :

$$\begin{aligned} l_{10} + l_{40} + H_{30} = y_3 + l_1 \cdot \cos\varphi_3 + (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3 + \\ + l_4 \cdot \cos\varphi_3 + l_5 \cdot \sin\varphi_1 + H_3 \cdot \cos\varphi_1 + R \cdot \sin\varphi_1 - y_{C1} \end{aligned} \quad (25)$$

Продиференціюємо рівняння (25) двічі за часом:

$$\begin{aligned} \dot{y}_3 + (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3 - (l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3 + \\ + l_5 \cdot \cos\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1 - H_3 \cdot \sin\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1 + R \cdot \cos\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1 - \dot{y}_{C1} = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_3 - \dot{y}_{C1} = -(l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3 + (l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3 - \\ - (l_5 + R) \cdot \cos\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1 + H_3 \cdot \sin\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1; \end{aligned}$$

$$\dot{y}_3 - \dot{y}_{C1} = \dot{\varphi}_3 \cdot [(l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3 - (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3] +$$

$$+\dot{\varphi}_1 \cdot [H_3 \cdot \sin\varphi_1 - (l_5 + R) \cdot \cos\varphi_1];$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_3 - \ddot{y}_{C1} = & \ddot{\varphi}_3 \cdot [(l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3 - (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3] + \\ & + \dot{\varphi}_3 \cdot [(l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3 + (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3] + \\ & + \ddot{\varphi}_1 \cdot [H_3 \cdot \sin\varphi_1 - (l_5 + R) \cdot \cos\varphi_1] + \\ & + \dot{\varphi}_1 \cdot [(l_5 + R) \cdot \sin\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1 + H_3 \cdot \cos\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_3 - \ddot{y}_{C1} = & \ddot{\varphi}_3 \cdot [(l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3 - (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3] + \\ & + \dot{\varphi}_3^2 \cdot [(l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3 + (l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3] + \\ & + \ddot{\varphi}_1 \cdot [H_3 \cdot \sin\varphi_1 - (l_5 + R) \cdot \cos\varphi_1] + \dot{\varphi}_1^2 \cdot [(l_5 + R) \cdot \sin\varphi_1 + H_3 \cdot \cos\varphi_1] \end{aligned}$$

або

$$\ddot{y}_3 - \ddot{y}_{C1} = \mathcal{D}_5 \cdot \ddot{\varphi}_3 + \mathcal{D}_6 \cdot \dot{\varphi}_3^2 + \mathcal{D}_7 \cdot \ddot{\varphi}_1 + \mathcal{D}_8 \cdot \dot{\varphi}_1^2, \quad (26)$$

де

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_5 &= (l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3 - (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3; \\ \mathcal{D}_6 &= (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3 + (l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3; \\ \mathcal{D}_7 &= H_3 \cdot \sin\varphi_1 - (l_5 + R) \cdot \cos\varphi_1; \\ \mathcal{D}_8 &= H_3 \cdot \cos\varphi_1 + (l_5 + R) \cdot \sin\varphi_1. \end{aligned} \quad (27)$$

Звернемося до рівняння вертикальних переміщень центру мас остову носія (7), що має вигляд:

$$M_3 \ddot{y}_3 = R_{P1} + R_{P2} + R_{P3} + Y_{д1} + Y_{д2} + (\overrightarrow{R'_п})_y - N'_1$$

$$Y_{д1} = -K_{гY}^{(д1)} \cdot (y_3 - z_{д1} + \varphi_3 \cdot L_{д1}) - b_{гY}^{(д1)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{д1} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{д1});$$

$$Y_{д2} = -K_{гY}^{(д2)} \cdot (y_3 - z_{д2} + \varphi_3 \cdot L_{д2}) - b_{гY}^{(д2)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{д2} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{д2}),$$

та запишемо його більш компактно:

$$M_3 \cdot \ddot{y}_3 = A_4 - N'_1, \quad (28)$$

де

$$A_4 = R_{P1} + R_{P2} + R_{P3} + Y_{д1} + Y_{д2} + (\overline{R'_п})_y. \quad (29)$$

Тепер звернемося до рівняння вертикальних переміщень центру мас контейнера (2.58) на ділянці відносного складного руху ракети в контейнері.

$$\begin{aligned} M_1 \cdot \ddot{y}_{c1} = & -K_{гy} \cdot (y_{c1} - H_1 + \Delta_{yщ} - z) - b_{гy} \cdot (\dot{y}_{c1} - \dot{z}) - M_1 g - \\ & - P_1 \cdot \cos\varphi_1 - N' \cdot \sin\varphi_1 + F'_T \cdot \cos\varphi_1 + N_1 - (R'_п)_y, \end{aligned}$$

записавши його у вигляді

$$M_1 \cdot \ddot{y}_{c1} = A_5 + N_1, \quad (30)$$

де

$$\begin{aligned} A_5 = & -K_{гy} \cdot (y_{c1} - H_1 + \Delta_{yщ} - z) - b_{гy} \cdot (\dot{y}_{c1} - \dot{z}) - \\ & - M_1 g - P_1 \cdot \cos\varphi_1 - N' \cdot \sin\varphi_1 + F'_T \cdot \cos\varphi_1 - (R'_п)_y \end{aligned}$$

Використовуючи рівняння (28)÷(30), знайдемо величину вертикальної складової реакції зв'язку в поворотному механізмі контейнера:

$$\ddot{y}_{c1} = \frac{A_5}{M_1} + \frac{N_1}{M_1}; \quad \ddot{y}_3 = \frac{A_4}{M_3} - \frac{N'_1}{M_3};$$

$$\ddot{y}_3 - \ddot{y}_{c1} = \left( \frac{A_4}{M_3} - \frac{A_5}{M_1} \right) - N_1 \cdot \left( \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_3} \right) = \frac{A_4 \cdot M_1 - A_5 \cdot M_3}{M_1 \cdot M_3} - N_1 \cdot \frac{M_1 + M_3}{M_1 \cdot M_3};$$

$$(\ddot{y}_3 - \ddot{y}_{c1}) \cdot M_1 \cdot M_3 = (A_4 \cdot M_1 - A_5 \cdot M_3) - N_1 (M_1 + M_3);$$

$$N_1 = \frac{A_4 \cdot M_1 - A_5 \cdot M_3 - (\ddot{y}_3 - \ddot{y}_{c1}) \cdot M_1 \cdot M_3}{M_1 + M_3},$$

(31)

де різниця  $(\ddot{y}_3 - \ddot{y}_{c1})$  обчислюється за виразом (26) з урахуванням (27).



Реакцію шарнірно-стержневого з'єднання між остовом носія та контейнером, яким моделюється механізм підйому контейнера, знайдемо як таку, що обумовлена пружними деформаціями і демпфуванням в підйомному механізмі. При цьому подовження або скорочення штоку механізму підйому за рахунок пружних деформацій механізму підйому представимо як різницю поточної та початкової відстаней між точками Е і Д (рис.2.10):

$$\Delta \ell_{ED} = ED - E_0D_0. \quad (32)$$

В свою чергу вектори  $\overrightarrow{ED}$  і  $(\overrightarrow{ED})_0$ , що з'єднують точки Е і Д, при русі системи і її статичному положенні можуть бути знайдені як додатки векторів постійної величини  $\vec{a}, \vec{\ell}_3, \vec{\ell}_4, \vec{\ell}_5, \vec{\ell}_6, \vec{b}$  (рис.2.10):

$$\begin{aligned} \overrightarrow{ED} &= -\vec{a} + \vec{\ell}_3 + \vec{\ell}_4 - \vec{\ell}_5 + \vec{\ell}_6 + \vec{b}; \\ \overrightarrow{E_0D_0} &= -\vec{a}_0 + \vec{\ell}_{30} + \vec{\ell}_{40} - \vec{\ell}_{50} + \vec{\ell}_{60} + \vec{b}_0. \end{aligned} \quad (33)$$

Записуючи векторні рівняння (33) для  $\overrightarrow{ED}$  і  $\overrightarrow{E_0D_0}$  в проекціях на нерухомі осі  $C_{30}x_0^{(3)}y_0^{(3)}$ , маємо:

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{ED})_x &= -(-a) \sin \varphi_3 + \ell_3 \cos \varphi_3 - \ell_4 \sin \varphi_3 + \ell_5 \cos \varphi_1 - \ell_6 \sin \varphi_1 - \\ &- b \cos \varphi_1 = (a - \ell_4) \sin \varphi_3 + \ell_3 \cos \varphi_3 - \ell_6 \sin \varphi_1 + (\ell_5 - b) \cos \varphi_1; \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{ED})_y &= -a \cdot \cos \varphi_3 + \ell_3 \sin \varphi_3 + \ell_4 \cos \varphi_3 + \ell_5 \sin \varphi_1 + \ell_6 \cos \varphi_1 - \\ &- b \sin \varphi_1 = (\ell_4 - a) \cos \varphi_3 + \ell_3 \sin \varphi_3 + \ell_6 \cos \varphi_1 + (\ell_5 - b) \sin \varphi_1; \end{aligned}$$

$$(\overrightarrow{E_0D_0})_x = \ell_{30} + \ell_{50} - b_0;$$

$$(\overrightarrow{E_0D_0})_y = -a_0 + \ell_{40} + \ell_{60}.$$

Подовження штоку підйомного механізму:

$$\Delta \ell_{\text{ЕД}} = \sqrt{(\overline{\text{ЕД}})_x^2 + (\overline{\text{ЕД}})_y^2} - \sqrt{(\text{Е}_0\text{Д}_0)_x^2 + (\text{Е}_0\text{Д}_0)_y^2}. \quad (35)$$

Чисельне значення сили  $\vec{R}'$ , що діє на носій, та сили  $\vec{R}$ , що діє на контейнер з боку механізму підйому, запишемо за допомогою отриманого подовження штоку механізму підйому  $\Delta \ell_{\text{ЕД}}$  таким чином:

$$R' = c_{\text{П}} \cdot \Delta \ell_{\text{ЕД}} + b_{\text{П}} \cdot \frac{d}{dt} (\Delta \ell_{\text{ЕД}}), \quad (36)$$

де  $c_{\text{П}}$ ,  $b_{\text{П}}$  – коефіцієнти жорсткості та демпфування механізму підйому.

Якщо  $\Delta \ell_{\text{ЕД}} > 0$ , тоді шток розтягнутий і якщо  $\Delta \ell_{\text{ЕД}} < 0$ , то це відповідає стиснутому стану штока.

Похідна, що входить до виразу сили опору механізму підйому, знайдеться диференціюванням за часом виразу (35) для  $\Delta \ell_{\text{ЕД}}$ :

$$\frac{d}{dt} (\Delta \ell_{\text{ЕД}}) = \left[ (\overline{\text{ЕД}})_x \cdot \frac{d}{dt} (\overline{\text{ЕД}})_x + (\overline{\text{ЕД}})_y \cdot \frac{d}{dt} (\overline{\text{ЕД}})_y \right] / \sqrt{(\overline{\text{ЕД}})_x^2 + (\overline{\text{ЕД}})_y^2} \quad (37)$$

В свою чергу, похідні за часом, що входять до виразу (37), отримаємо шляхом диференціювання за часом виразів (34):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\overline{\text{ЕД}})_x &= [(a - \ell_4) \cos \varphi_3 - \ell_3 \sin \varphi_3] \cdot \dot{\varphi}_3 - [\ell_6 \cos \varphi_1 + (\ell_5 + b) \sin \varphi_1] \cdot \dot{\varphi}_1; \\ \frac{d}{dt} (\overline{\text{ЕД}})_y &= [\ell_3 \cos \varphi_3 - (\ell_4 - a) \sin \varphi_3] \cdot \dot{\varphi}_3 - [\ell_6 \sin \varphi_1 - (\ell_5 - b) \cos \varphi_1] \cdot \dot{\varphi}_1; \end{aligned} \quad (38)$$

Кут, що утворює вісь штоку механізму підйому з горизонтальною віссю  $x_0^{(3)}$ , знайдемо таким чином:

$$\alpha = \arctg \left( (\overrightarrow{ED})_y / (\overrightarrow{ED})_x \right), \quad \text{або ж} \quad \alpha = \arcsin \left( (\overrightarrow{ED})_y / ED \right) \quad (39)$$

де

$$ED = \sqrt{(\overrightarrow{ED})_x^2 + (\overrightarrow{ED})_y^2}.$$

Проекції сили реакції в механізмі підйому  $\overrightarrow{R}'_{\Pi}$ , що діє на остов носія:

$$(\overrightarrow{R}'_{\Pi})_x = R' \cdot \cos \alpha; \quad (\overrightarrow{R}'_{\Pi})_y = R' \cdot \sin \alpha. \quad (40)$$

Вертикальні переміщення першого переднього мосту носія описуються диференціальним рівнянням:

$$m_{1\Pi} \cdot \ddot{\xi}_1 = -R_{p1} - K_{1y} \cdot (\xi_1 - z_1) - b_{1y} \cdot (\dot{\xi}_1 - \dot{z}_1), \quad (41)$$

де  $m_{1\Pi}$  – маса першого переднього мосту;  $\xi_1$  – вертикальне переміщення першого переднього мосту;  $R_{p1}$  – реакція підвіски першого переднього мосту на зміщення підресорених і непідресорених частин носія з положення статичної рівноваги, величина якої визначається залежністю (8);  $K_{1y}$ ,  $b_{1y}$  – коефіцієнти приведеної вертикальної жорсткості та приведеного опору (демпфування) шин та ґрунту під колесами першого переднього мосту;  $z_1$ ,  $\dot{z}_1$  – вертикальні вібропереміщення та віброшвидкість ґрунтової основи під колесами першого переднього мосту.

Для знаходження коефіцієнтів  $K_{1y}$  і  $b_{1y}$  треба знайти окремо коефіцієнти жорсткості та опору шин і в ґрунті вертикальному напрямку, а потім знайти приведені коефіцієнти ланок жорсткості та опору при їх послідовному з'єднанні. Коефіцієнти приведеної жорсткості та опору в такому разі визначаються залежностями:

$$K_{1y} = 2 \cdot K_{\text{гу}}^{(1)} \cdot C_{\text{шу}}^{(1)} / (K_{\text{гу}}^{(1)} + C_{\text{шу}}^{(1)}); \quad b_{1y} = 2 \cdot b_{\text{гу}}^{(1)} \cdot b_{\text{шу}}^{(1)} / (b_{\text{гу}}^{(1)} + b_{\text{шу}}^{(1)}) \quad (42)$$

де  $K_{\text{гу}}^{(1)}$  – коефіцієнт жорсткості ґрунту в вертикальному напрямку, обчислений за площею плями контакту колеса з ґрунтом за допомогою даних табл.1;  $b_{\text{гу}}^{(1)}$  – коефіцієнт опору ґрунту в вертикальному напрямку, обчислений за площею плями контакту колеса з ґрунтом за допомогою даних табл.1;  $C_{\text{шу}}^{(1)}$  – жорсткість шини першого переднього мосту в вертикальному напрямку;  $q_{\text{шу}}^{(1)}$  – коефіцієнт опору шини першого переднього мосту в вертикальному напрямку.

Вертикальні переміщення другого переднього мосту масою  $m_{2\text{п}}$  описуються рівнянням, аналогічним рівнянню (41):

$$m_{2\text{п}} \cdot \ddot{\xi}_2 = -R_{p2} - K_{2y} \cdot (\xi_2 - z_2) - b_{2y} \cdot (\dot{\xi}_2 - \dot{z}_2) , \quad (43)$$

де  $m_{2\text{п}}$  – маса другого переднього мосту;  $\xi_2$  – вертикальне переміщення другого переднього мосту;  $R_{p2}$  – реакція підвіски другого переднього мосту на зміщення підресорених і непідресорених частин носія з положення статичної рівноваги, величина якої визначається залежністю (9);  $K_{2y}$ ,  $b_{2y}$  – коефіцієнти приведеної вертикальної жорсткості та приведеного опору (демпфування) шин та ґрунту під колесами першого переднього мосту;  $z_2$ ,  $\dot{z}_2$  – вертикальні вібропереміщення та віброшвидкість ґрунтової основи під колесами другого переднього мосту.

Приведені коефіцієнти  $K_{2y}$ ,  $b_{2y}$  жорсткості та опору шин і ґрунту другого переднього мосту мають вигляд:

$$K_{1y} = 2 \cdot K_{\text{гу}}^{(2)} \cdot C_{\text{шу}}^{(2)} / (K_{\text{гу}}^{(2)} + C_{\text{шу}}^{(2)}); \quad b_{2y} = 2 \cdot b_{\text{гу}}^{(2)} \cdot b_{\text{шу}}^{(2)} / (b_{\text{гу}}^{(2)} + b_{\text{шу}}^{(2)}) \quad (44)$$

де величини  $K_{2y}$ ,  $b_{2y}$ ,  $C_{\text{шу}}^{(2)}$ ,  $q_{\text{шу}}^{(2)}$  мають таке саме походження, що і відповідні їм величини в виразах (42).

Диференційні рівняння вертикальних переміщень першого заднього мосту запишемо у вигляді:

$$m_{13} \cdot \ddot{\xi}_3 = R_{y3} - 0,5 \cdot R_{p3} , \quad (45)$$

де  $m_{13}$  – маса мосту;  $\xi_3$  – переміщення мосту;  $R_{y3}$  – вертикальна реакція на колесах мосту;  $R_{p3}$  – реакція ресорно-балансирної підвіски, що визначається залежністю (10).

Вертикальна реакція на колесах першого заднього мосту, що входить до правої частини рівняння (45), задається співвідношенням:

$$R_{y3} = -K_{3y} \cdot (\xi_3 - z_3) - b_{3y} \cdot (\dot{\xi}_3 - \dot{z}_3) , \quad (46)$$

де  $K_{3y}$ ,  $b_{3y}$  – коефіцієнти приведеної жорсткості та демпфування шин і ґрунту під колесами першого заднього мосту в вертикальному напрямку;  $z_3$ ,  $\dot{z}_3$  – вертикальні вібропереміщення та віброшвидкість ґрунтової основи під колесами першого заднього мосту.

Вертикальні переміщення другого заднього мосту описуються диференційним рівнянням:

$$m_{23} \cdot \ddot{\xi}_4 = R_{y4} - 0,5 \cdot R_{p3} , \quad (47)$$

де  $m_{23}$  – маса мосту;  $\xi_4$  – переміщення мосту;  $R_{y4}$  – вертикальна реакція на колесах мосту (її динамічна складова);  $R_{p3}$  – реакція ресорно-балансирної підвіски, що визначається залежністю (10).

$$R_{y4} = -K_{4y} \cdot (\xi_4 - z_4) - b_{4y} \cdot (\dot{\xi}_4 - \dot{z}_4) \quad (48)$$

де  $K_{4y}$ ,  $b_{4y}$  – коефіцієнти приведеної жорсткості та демпфування шин і ґрунту під колесами другого заднього мосту в вертикальному напрямку;  $z_4$ ,  $\dot{z}_4$  – вертикальні вібропереміщення та віброшвидкість ґрунтової основи під колесами другого заднього мосту.

В рівняннях (46) і (48) величини коефіцієнтів приведеної жорсткості та демпфування шин і ґрунту під колесами першого і другого задніх мостів в вертикальному напрямку знайдемо як при послідовному з'єднанні пружних та демпфуючих елементів:

$$\begin{aligned} K_{3y} &= 2 \cdot K_{\text{гy}}^{(3)} \cdot C_{\text{шy}}^{(3)} / (K_{\text{гy}}^{(3)} + C_{\text{шy}}^{(3)}); & b_{3y} &= 2 \cdot b_{\text{гy}}^{(3)} \cdot b_{\text{шy}}^{(3)} / (b_{\text{гy}}^{(3)} + b_{\text{шy}}^{(3)}) \\ K_{4y} &= 2 \cdot K_{\text{гy}}^{(4)} \cdot C_{\text{шy}}^{(4)} / (K_{\text{гy}}^{(4)} + C_{\text{шy}}^{(4)}); & b_{4y} &= 2 \cdot b_{\text{гy}}^{(4)} \cdot b_{\text{шy}}^{(4)} / (b_{\text{гy}}^{(4)} + b_{\text{шy}}^{(4)}) \end{aligned} \quad (49)$$

де  $K_{\text{гy}}^{(3)}$ ,  $K_{\text{гy}}^{(4)}$ ,  $b_{\text{гy}}^{(3)}$ ,  $b_{\text{гy}}^{(4)}$  – коефіцієнти жорсткості та опору ґрунту під колесами першого і другого задніх мостів, обчислені за площею плями контакту шин з ґрунтом за допомогою даних таблиці. 1.

#### **2.4 Система диференційних рівнянь руху складових частин ПУ на ділянці відносного поступального руху ракети в контейнері**

В розділі 2.1 були отримані диференційні рівняння відносного поступального руху ракети в контейнері (2.4), рівняння обертального руху контейнера разом з ракетою (2.19), горизонтального та вертикального руху центру мас контейнера (2.21) на ділянці відносного поступального руху ракети в контейнері. Ця система рівнянь повинна бути доповнена рівняннями руху складових частин носія з попереднього розділу 2.3: горизонтальних переміщень остову носія разом з мостами (1); вертикальних переміщень остову носія (7); обертального руху остову носія навколо його центру мас (15); вертикальних переміщень першого переднього мосту (41), другого

переднього мосту (43), першого заднього мосту (45) і другого заднього мосту (47).

Отримана система диференціальних рівнянь в існуючому вигляді не може розв'язуватися чисельними методами, наприклад, методом Рунге-Кутта, оскільки праві частини рівнянь (2.19) з розділу 2.1 та (15) з розділу 2.3 в дійсності залежать від перших похідних змінних  $\dot{\varepsilon}$  та  $\dot{\omega}_3$ , які входять в праву частину виразу (31) для  $N_1$  через (26) і (2.11) та в праву частину виразу (24) для  $N_2$  через (20) і (2.11) в зв'язку з тим, що вирази (20), (26), (2.11) містять  $\dot{\varepsilon}$  та  $\dot{\omega}_3$ .

Для того, щоб розв'язати отриману систему диференціальних рівнянь необхідно перетворити рівняння (2.19) для  $\dot{\varepsilon}$  і (15) для  $\dot{\omega}_3$  таким чином, щоб вони містили перші похідні тільки у своїх лівих частинах.

З цією метою слід у явному вигляді підставити (31) і (24) з розділу 2.3 у рівняння (2.19) розділу 2.1 і (15) розділу 2.3 та розв'язати отриману систему лінійних рівнянь відносно змінних  $\dot{\varepsilon}$  і  $\dot{\omega}_3$ .

Почнемо з залежностей (2.11), для внутрішніх реакцій в системі ракета-контейнер на ділянці відносного поступального руху ракети в контейнері, за якими

$$Q_1 = (+M_2 \cdot g \cdot \sin \varphi - \Phi_{\text{кор}} - \Phi_{\text{пер}}^{\tau}) / (1 - \bar{l}); \quad Q_2 = -Q_1 \cdot \bar{l},$$

де

$$\Phi_{\text{пер}}^{\tau} = M_2 \cdot \dot{\varepsilon} \cdot O' C_2; \quad \Phi_{\text{кор}} = 2M_2 \cdot \varepsilon \cdot \vartheta_{rC_2},$$

та перепишемо їх у вигляді

$$Q_1 = (M_2 \cdot g \cdot \sin \varphi - \Phi_{\text{кор}}) / (1 - \bar{l}) - M_2 \cdot O' C_2 \cdot \dot{\varepsilon} / (1 - \bar{l}); \quad (1)$$

$$Q_2 = -Q_1 \cdot \bar{l}$$

Тепер запишемо отримане рівняння (1) в скороченому вигляді:

$$Q_1 = k_0 - k_1 \cdot \dot{\varepsilon}, \quad (2)$$

де  $k_0 = (M_2 \cdot g \cdot \sin \varphi - \Phi_{\text{кор}})/(1 - \bar{l})$ ;  $k_1 = M_2 \cdot O'C_2/(1 - \bar{l})$ .

$$Q_2 = -k_0 \cdot \bar{l} + k_1 \cdot \bar{l} \cdot \dot{\varepsilon}; \quad (3)$$

Звернемося до рівняння (2.19) обертального руху контейнера з ракетою навколо їх загального центру мас і надамо цьому вигляду

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} = \{ & -K_{\Gamma\varphi} \cdot \varphi - b_{\Gamma\varphi} \cdot \dot{\varphi} + [M_2 \cdot (O'C_2 - O'C) - \\ & -M_1 \cdot (O'C - O'C_1)] \cdot g \cdot \sin \varphi - M_{\Gamma} - C_{\kappa} \cdot (\varphi - \varphi_3) + \\ & + M_c(\vec{R}_{\Pi}) + M_c(\vec{N}_1) + M_c(\vec{N}_2)\} / I_C, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} I_C &= I_{C_1} + I_{C_2} + M_1 \cdot (O'C - O'C_1)^2 + M_2 \cdot (O'C_2 - O'C)^2; \\ O'C &= (M_1 \cdot O'C_1 + M_2 \cdot O'C_2) / (M_1 + M_2); O'C_1 = H_1 \\ O'C_2 &= H_0 + l_2 + \Delta y_{1C_2}; \quad \Delta y_{1C_2} = y_{1C_2} - (y_{1C_2})_0; \\ (y_{1C_2})_0 &= H_0 + l_2 - H; (y_{1C_2})_{\text{кінц}} = l_2 - l_{12}. \end{aligned}$$

Звернемося до виразів (24) і (31) розділу 2.3 для складових  $N_1$  і  $N_2$  реакції поворотного механізму контейнера, які не змінять вигляду на ділянці поступального руху ракети в контейнері в порівнянні з ділянкою її відносного складного руху в контейнері:

$$N_1 = \frac{A_4 \cdot M_1 - A_5 \cdot M_3 - (\ddot{y}_3 - \ddot{y}_{C1}) \cdot M_1 \cdot M_3}{M_1 + M_3}; \quad (5)$$

$$N_2 = \{ [A_3 + (R'_{\Pi})_x] \cdot M_1 + [(R'_{\Pi})_x - A_1] \cdot M - (\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1}) \cdot M \cdot M_1 \} / (M + M_1) \quad (6)$$

$$\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1} = \mathcal{D}_1 \cdot \dot{\omega}_3 + \mathcal{D}_2 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_3 \cdot \dot{\varepsilon} + \mathcal{D}_4 \cdot \varepsilon^2; \quad (7)$$



$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_1 &= (l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3 + (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3; \\
\mathcal{D}_2 &= (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3 - (l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3; \\
\mathcal{D}_3 &= (l_5 + R) \cdot \sin\varphi + H_3 \cdot \cos\varphi; \\
\mathcal{D}_4 &= (l_5 + R) \cdot \cos\varphi - H_3 \cdot \sin\varphi.
\end{aligned}$$

$$\ddot{y}_3 - \ddot{y}_{c1} = \mathcal{D}_5 \cdot \dot{\omega}_3 + \mathcal{D}_6 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_7 \cdot \dot{\varepsilon} + \mathcal{D}_8 \cdot \varepsilon^2; \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_5 &= (l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3 - (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3; \\
\mathcal{D}_6 &= (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3 + (l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3; \\
\mathcal{D}_7 &= H_3 \cdot \sin\varphi - (l_5 + R) \cdot \cos\varphi; \\
\mathcal{D}_8 &= H_3 \cdot \cos\varphi + (l_5 + R) \cdot \sin\varphi.
\end{aligned}$$

$$A_3 = - \sum_1^4 K_{ix} \cdot (x_3 - \mu_i) - X_{\mathcal{D}1} - X_{\mathcal{D}2} - \sum_1^4 b_{ix} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_i),$$

$$X_{\mathcal{D}1} = -K_{\text{rX}}^{(\mathcal{D}1)} \cdot (x_3 - \mu_{\mathcal{D}1}) - b_{\text{rX}}^{(\mathcal{D}1)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{\mathcal{D}1});$$

$$X_{\mathcal{D}2} = -K_{\text{rX}}^{(\mathcal{D}2)} \cdot (x_3 - \mu_{\mathcal{D}2}) - b_{\text{rX}}^{(\mathcal{D}2)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{\mathcal{D}2});$$

$$A_4 = R_{P1} + R_{P2} + R_{P3} + Y_{\mathcal{D}1} + Y_{\mathcal{D}2} + (\overrightarrow{R'_\Pi})_y;$$

Вирази для  $A_1$  і  $A_5$  при цьому децю зміняться:

$$\begin{aligned}
A_1 &= -K_{\text{rX}} \cdot (x_{c1} - \mu) - b_{\text{rX}} \cdot (\dot{x}_{c1} - \dot{\mu}) + P_1 \cdot \sin\varphi - \\
&\quad - (Q_1 + Q_2) \cdot \cos\varphi - f \cdot (Q_1 + Q_2) \cdot \sin\varphi; \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_5 &= -K_{\text{rY}} \cdot (y_{c1} - H_1 + \Delta_{\text{yщ}} - z) - b_{\text{rY}} \cdot (\dot{y}_{c1} - \dot{z}) - M_1 g - \\
&\quad - P_1 \cdot \cos\varphi - (Q_1 + Q_2) \cdot \sin\varphi + f \cdot (Q_1 + Q_2) \cdot \cos\varphi - (R'_\Pi)_y; \quad (10)
\end{aligned}$$

Представимо (4) у вигляді

$$\dot{\varepsilon} = k_2 + N_1 \cdot (\overrightarrow{CG})_x / I_C - N_2 \cdot (\overrightarrow{CG})_y / I_C, \quad (11)$$

де

$$k_2 = \{-K_{r\varphi} \cdot \varphi - b_{r\varphi} \cdot \varepsilon + [M_2 \cdot (O'C_2 - O'C) - M_1 \cdot (O'C - O'C_1)] \cdot g \cdot \sin\varphi - M_r - C_k \cdot (\varphi - \varphi_3) + M_c(\overline{R_{\Pi}})\} / I_C ,$$

або

$$k_2 = \{-K_{r\varphi} \cdot \varphi - b_{r\varphi} \cdot \varepsilon + [M_2 \cdot (O'C_2 - O'C) - M_1 \cdot (O'C - O'C_1)] \cdot g \cdot \sin\varphi - M_r - C_k \cdot (\varphi - \varphi_3) - (\overline{CD})_x \cdot (R'_{\Pi})_y + (\overline{CD})_y \cdot (R'_{\Pi})_x\} / I_C .$$

Додаючи (2) і (3), маємо:

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 &= k_0 - k_1 \cdot \dot{\varepsilon} - k_0 \cdot \bar{l} + k_1 \cdot \bar{l} \cdot \dot{\varepsilon} ; \\ Q_1 + Q_2 &= k_0 \cdot (1 - \bar{l}) + k_1(\bar{l} - 1) \cdot \dot{\varepsilon} ; \end{aligned} \quad (12)$$

Перетворимо вираз (9) для  $A_1$ , ввівши для цього деякі проміжні величини:

$$A_1 = k_3 - (Q_1 + Q_2) \cdot (\cos\varphi + f \cdot \sin\varphi) = k_3 - (Q_1 + Q_2) \cdot k_4 ; \quad (13)$$

де

$$\begin{aligned} k_3 &= -K_{rx} \cdot (x_{c_1} - \mu) - b_{rx} \cdot (\dot{x}_{c_1} - \dot{\mu}) + P_1 \cdot \sin\varphi - M_1 g \cdot \sin\varphi ; \\ k_4 &= (\cos\varphi + f \cdot \sin\varphi) . \end{aligned}$$

Підставляючи (12) в (13), в результаті маємо:

$$A_1 = k_3 - k_0 \cdot k_4 \cdot (1 - \bar{l}) - k_1 \cdot k_4 \cdot (\bar{l} - 1) \cdot \dot{\varepsilon} ;$$

$$A_1 = k_5 - k_6 \cdot \dot{\varepsilon} . \quad (14)$$

де

$$k_5 = k_3 - k_0 \cdot k_4 \cdot (1 - \bar{l}) ; k_6 = k_1 \cdot k_4 \cdot (\bar{l} - 1) .$$

Подібним чином переписемо вираз (10) для  $A_5$ :

$$A_5 = k_7 + (Q_1 + Q_2) \cdot k_8, \quad (15)$$

де

$$\begin{aligned} k_7 &= -K_{ry} \cdot (y_{c_1} - H_1 + \Delta_{y_{ш}} - z) - b_{ry} \cdot (\dot{y}_{c_1} - \dot{z}) - \\ &\quad - M_1 g - P_1 \cdot \cos\varphi - (R'_n)_y; \\ k_8 &= (f \cdot \cos\varphi - \sin\varphi). \end{aligned}$$

В результаті підстановки (12) в (15), отримуємо:

$$A_5 = k_7 + k_0 \cdot k_8 \cdot (1 - \bar{l}) + k_1 \cdot k_8 \cdot (\bar{l} - 1) \cdot \dot{\varepsilon},$$

або

$$A_5 = k_9 + k_{10} \cdot \dot{\varepsilon}, \quad (16)$$

де

$$k_9 = k_7 + k_0 \cdot k_8 \cdot (1 - \bar{l}); k_{10} = k_1 \cdot k_8 \cdot (\bar{l} - 1).$$

Підставимо (8) та (16) в вираз (5) для  $N_1$ :

$$\begin{aligned} N_1 &= (A_4 \cdot M_1) / (M_1 + M_3) - (k_9 + k_{10} \cdot \dot{\varepsilon}) \cdot M_3 / (M_1 + M_3) - \\ &\quad - M_1 \cdot M_3 / (M_1 + M_3) \cdot \mathcal{D}_5 \cdot \dot{\omega}_3 - M_1 \cdot M_3 / (M_1 + M_3) \cdot (\mathcal{D}_6 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_8 \cdot \varepsilon^2) - \\ &\quad - \frac{M_1 \cdot M_3}{(M_1 + M_3)} \cdot \mathcal{D}_7 \cdot \dot{\varepsilon}, \end{aligned}$$

абож так

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{A_4 \cdot M_1 - k_9 \cdot M_3 - (\mathcal{D}_6 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_8 \cdot \varepsilon^2) \cdot (M_1 + M_3)}{M_1 + M_3} + \\ &\quad - \frac{k_{10} \cdot M_3 + \mathcal{D}_7 \cdot M_1 \cdot M_3}{M_1 + M_3} \cdot \dot{\varepsilon} - \frac{M_1 \cdot M_3}{M_1 + M_3} \cdot \mathcal{D}_5 \cdot \dot{\omega}_3. \end{aligned}$$

Запишемо останню формулу більш коротко:

$$N_1 = k_{11} - k_{12} \cdot \dot{\varepsilon} - k_{13} \cdot \dot{\omega}_3, \quad (17)$$

де

$$k_{11} = \frac{A_4 \cdot M_1 - k_9 \cdot M_3 - (\mathcal{D}_6 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_8 \cdot \varepsilon^2) \cdot (M_1 + M_3)}{M_1 + M_3};$$

$$k_{12} = \frac{k_{10} \cdot M_3 + \mathcal{D}_7 \cdot M_1 \cdot M_3}{M_1 + M_3};$$

$$k_{13} = \frac{M_1 \cdot M_3}{M_1 + M_3} \cdot \mathcal{D}_5.$$

Підставивши (7) та (14) в вираз (6) для  $N_2$ , отримаємо :

$$N_2 = \frac{[A_3 + (R'_n)_x] \cdot M_1 + [(R'_n)_x - k_5 + k_6 \cdot \dot{\varepsilon}] \cdot M}{M + M_1} -$$

$$- \frac{(\mathcal{D}_1 \cdot \dot{\omega}_3 + \mathcal{D}_2 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_3 \cdot \dot{\varepsilon} + \mathcal{D}_4 \cdot \varepsilon^2) \cdot M \cdot M_1}{M + M_1}.$$

Введемо позначення:

$$k_{14} = \frac{[A_3 + (R'_n)_x] \cdot M_1 + [(R'_n)_x - k_5] \cdot M - (\mathcal{D}_2 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_4 \cdot \varepsilon^2) \cdot M \cdot M_1}{M + M_1};$$

$$k_{15} = \frac{k_6 \cdot M - \mathcal{D}_3 \cdot M \cdot M_1}{M + M_1}; \quad k_{16} = \frac{\mathcal{D}_1 \cdot M \cdot M_1}{M + M_1}.$$

В такому разі  $N_2$  набуває вигляду:

$$N_2 = k_{14} + k_{15} \cdot \dot{\varepsilon} - k_{16} \cdot \dot{\omega}_3 \quad (18)$$

Тепер підставимо (17) і (18) в (11), в результаті будемо мати:

$$\dot{\varepsilon} = k_2 + (k_{11} - k_{12} \cdot \dot{\varepsilon} - k_{13} \cdot \dot{\omega}_3) \cdot \frac{(\overline{CG})_x}{I_C} - (k_{14} + k_{15} \cdot \dot{\varepsilon} - k_{16} \cdot \dot{\omega}_3) \cdot \frac{(\overline{CG})_y}{I_C}$$

$$(\overline{CG})_x = CC_1 \cdot \sin\varphi - R \cdot \cos\varphi + H_3 \cdot \sin\varphi - l_5 \cdot \cos\varphi;$$

$$(\overline{CG})_y = -CC_1 \cdot \cos\varphi - R \cdot \sin\varphi - H_3 \cdot \cos\varphi - l_5 \cdot \sin\varphi.$$

або ж

$$\dot{\varepsilon} = k_2 + \frac{(\overline{CG})_x}{I_C} \cdot k_{11} - \frac{(\overline{CG})_x}{I_C} \cdot k_{12} \cdot \dot{\varepsilon} - \frac{(\overline{CG})_x}{I_C} \cdot k_{13} \cdot \dot{\omega}_3 -$$

$$- \frac{(\overline{CG})_y}{I_C} \cdot k_{14} + \frac{(\overline{CG})_y}{I_C} \cdot k_{15} \cdot \dot{\varepsilon} + \frac{(\overline{CG})_y}{I_C} \cdot k_{16} \cdot \dot{\omega}_3.$$

Введемо допоміжні величини:

$$k_{17} = k_2 + \frac{[(\overline{CG})_x \cdot k_{11} - (\overline{CG})_y \cdot k_{14}]}{I_C} ;$$

$$k_{18} = -\frac{[(\overline{CG})_x \cdot k_{12} + (\overline{CG})_y \cdot k_{15}]}{I_C} - 1 ;$$

$$k_{19} = \frac{[(\overline{CG})_y \cdot k_{16} - (\overline{CG})_x \cdot k_{13}]}{I_C} .$$

В такому разі остаточно будемо мати рівняння (11) у вигляді:

$$\dot{\varepsilon} \cdot k_{18} + \dot{\omega}_3 \cdot k_{19} + k_{17} = 0 \quad (19)$$

Тепер перетворимо рівняння обертального руху остову носія, яке на ділянці поступального руху ракети в контейнері, як і на ділянці складного руху ракети в контейнері, буде мати вигляд (15) розділу 2.3, тобто:

$$\dot{\omega}_3 = \{R_{P1} \cdot L_{1п} + R_{P2} \cdot L_{2п} + R_{P3} \cdot L_{\deltaп} - N'_1 \cdot x_G - A_3 \cdot (-h_{п} + y_3) + N'_2 \cdot y_G + (R'_{п})_y \cdot x_E - (R'_{п})_x \cdot y_E + Y_{д1} \cdot L_{д1} + Y_{д2} \cdot L_{д2} - C_{к} \cdot (\varphi_3 - \varphi_1)\} / I_{C_3} .$$

$$Y_{д1} = -K_{ГY}^{(д1)} \cdot (y_3 - z_{д1} + \varphi_3 \cdot L_{д1}) - b_{ГY}^{(д1)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{д1} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{д1});$$

$$Y_{д2} = -K_{ГY}^{(д2)} \cdot (y_3 - z_{д2} + \varphi_3 \cdot L_{д2}) - b_{ГY}^{(д2)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{д2} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{д2}),$$

Введемо чергове позначення проміжної величини:

$$k_{20} = [R_{P1} \cdot L_{1п} + R_{P2} \cdot L_{2п} + R_{P3} \cdot L_{\deltaп} - A_3 \cdot (y_3 - h_{п}) + (R'_{п})_y \cdot x_E - (R'_{п})_x \cdot y_E + Y_{д1} \cdot L_{д1} + Y_{д2} \cdot L_{д2} - C_{к} \cdot (\varphi_3 - \varphi)] / I_{C_3} ;$$

В такому разі рівняння набуває вигляду:

$$\dot{\omega}_3 = k_{20} - \frac{N'_1}{I_{C_3}} \cdot x_G + \frac{N'_2}{I_{C_3}} \cdot y_G \quad (20)$$

Підставляючи в (20) вирази (17) для  $N_1$  і (18) для  $N_2$ , отримуємо:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_3 = k_{20} - \frac{x_G}{I_{C_3}} \cdot (k_{11} - k_{12} \cdot \dot{\varepsilon} - k_{13} \cdot \dot{\omega}_3) + \\ + \frac{y_G}{I_{C_3}} \cdot (k_{14} + k_{15} \cdot \dot{\varepsilon} - k_{16} \cdot \dot{\omega}_3) \end{aligned} \quad (21)$$

Для подальшого перетворення (21) вводимо допоміжні величини:

$$k_{21} = k_{20} - \frac{x_G}{I_{C_3}} \cdot k_{11} + \frac{y_G}{I_{C_3}} \cdot k_{14} = k_{20} + (y_G \cdot k_{14} - x_G \cdot k_{11})/I_{C_3};$$

$$k_{22} = \frac{y_G}{I_{C_3}} \cdot k_{15} + \frac{x_G}{I_{C_3}} \cdot k_{12} = (y_G \cdot k_{15} + x_G \cdot k_{12})/I_{C_3};$$

$$k_{23} = \frac{x_G}{I_{C_3}} \cdot k_{13} - \frac{y_G}{I_{C_3}} \cdot k_{16} - 1 = \frac{x_G \cdot k_{13} - y_G \cdot k_{16}}{I_{C_3}} - 1.$$

В такому разі рівняння (21) обертового руху остову носія приймає остаточний вигляд:

$$\dot{\varepsilon} \cdot k_{22} + \dot{\omega}_3 \cdot k_{23} + k_{21} = 0 \quad (22)$$

Утворимо з рівнянь (22) і (19) систему неоднорідних алгебраїчних рівнянь відносно  $\dot{\varepsilon}$  і  $\dot{\omega}_3$ , що має вигляд

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} \cdot k_{22} + \dot{\omega}_3 \cdot k_{23} + k_{21} &= 0 \\ \dot{\varepsilon} \cdot k_{18} + \dot{\omega}_3 \cdot k_{19} + k_{17} &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

або ж, в матричному вигляді

$$H \cdot A = B,$$

де матриця  $H$  коефіцієнтів при невідомих лівої частини системи рівнянь, матриця-стовпець  $A$  невідомих та матриця-стовпець  $B$  значень правих частин системи мають вигляд

$$H = \begin{pmatrix} k_{22} & k_{23} \\ k_{18} & k_{19} \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{\omega}_3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -k_{21} \\ -k_{17} \end{pmatrix} \quad (24)$$

Розв'язуючи чисельно неоднорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь (23), знаходимо величини  $\dot{\varepsilon} = \Sigma$  і  $\dot{\omega}_3 = \Omega$ .

Взявши за основу рівняння руху системи ракета-контейнер, приведену в кінці розділу 2.1, доповнимо її рівняннями горизонтальних переміщень остову носія разом з мостами (1); вертикальних переміщень остову носія (7); обертального руху остову носія навколо його центру мас (15); вертикальних переміщень першого переднього мосту (41), другого переднього мосту (43), першого заднього мосту (45) і другого заднього мосту (47) з розділу 2.3. Надамо отриманій системі рівнянь канонічного вигляду:

$$1. \dot{y}_{1c_2} = v_{ry_1};$$

$$2. \dot{v}_{ry_1} = \frac{1}{M_2} (-M_2 \cdot g \cdot \cos \varphi - F_{T1} - F_{T2} + P + \Phi_{\text{пер}}^n);$$

де

$$F_{T1} = f \cdot Q_1; \quad F_{T2} = f \cdot Q_2;$$

$$\Phi_{\text{пер}}^n = M_2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot O'C_2; \quad \Phi_{\text{пер}}^\tau = M_2 \cdot \ddot{\varphi} \cdot O'C_2; \quad \Phi_{\text{кор}} = 2M_2 \cdot \dot{\varphi} \cdot \vartheta_{rC_2};$$

$$P = P_1 = p \cdot S_k = \pi R^2 \cdot p;$$

$$Q_1 = (+M_2 \cdot g \cdot \sin \varphi - \Phi_{\text{кор}} - \Phi_{\text{пер}}^\tau) / (1 - \bar{l}); \quad Q_2 = -Q_1 \cdot \bar{l};$$

$$\bar{l} = l_2 / (l_2 - l_{12});$$

$$3. \dot{\varphi} = \varepsilon;$$

$$4. \dot{\varepsilon} = \Sigma ;$$

$$5. \dot{x}_{c_1} = \eta ;$$

$$6. \dot{\eta} = [-K_{rx} \cdot (x_{c_1} - \mu) - q_{rx} \cdot (\dot{x}_{c_1} - \dot{\mu}) + P_1 \sin \varphi - (Q'_1 + Q'_2) \times \cos \varphi - (Q'_1 + Q'_2) \cdot f \cdot \sin \varphi + N_2 - (R'_\Pi)_x] / M_1 ;$$

$$Q'_1 = Q_1; Q'_2 = Q_2$$

$$7. \dot{y}_{c_1} = \xi ;$$

$$8. \dot{\xi} = [-K_{ry} \cdot (y_{c_1} - H_1 + \Delta_{y_{\text{ш}}}) - z) - q_{ry} \cdot (\dot{y}_{c_1} - \dot{z}) - M_1 g - P_1 \cdot \cos \varphi - (Q'_1 + Q'_2) \cdot \sin \varphi - (Q'_1 + Q'_2) \cdot f \cdot \cos \varphi + N_1 - (R'_\Pi)_y] / M_1 ,$$

$$9. \dot{\varphi}_3 = \omega_3 ;$$

$$10. \dot{\omega}_3 = \Omega ;$$

$$11. \dot{x}_3 = \chi_1 ;$$

$$12. M \cdot \dot{\chi}_1 = A_3 - N_2' + (R'_\Pi)_x ;$$

$$M = M_3 + m_{1\Pi} + m_{2\Pi} + m_{13} + m_{23} ;$$

$$A_3 = - \sum_1^4 K_{ix} \cdot (x_3 - \mu_i) - X_{\Delta 1} - X_{\Delta 2} - \sum_1^4 b_{ix} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_i) ,$$

$$X_{\Delta 1} = -K_{rX}^{(\Delta 1)} \cdot (x_3 - \mu_{\Delta 1}) - b_{rX}^{(\Delta 1)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{\Delta 1}) ;$$

$$X_{\Delta 2} = -K_{rX}^{(\Delta 2)} \cdot (x_3 - \mu_{\Delta 2}) - b_{rX}^{(\Delta 2)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{\Delta 2}) ;$$

$$13. \dot{y}_3 = \chi_2 ;$$

$$14. M_3 \cdot \dot{\chi}_2 = A_4 - N_1' ,$$



$$A_4 = R_{p1} + R_{p2} + R_{p3} + Y_{d1} + Y_{d2} + (\overline{R'_n})_y.$$

$$Y_{d1} = -K_{rY}^{(d1)} \cdot (y_3 - z_{d1} + \varphi_3 \cdot L_{d1}) - b_{rY}^{(d1)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{d1} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{d1});$$

$$Y_{d2} = -K_{rY}^{(d2)} \cdot (y_3 - z_{d2} + \varphi_3 \cdot L_{d2}) - b_{rY}^{(d2)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{d2} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{d2}),$$

$$15. \dot{\xi}_1 = \lambda_1;$$

$$16. m_{1n} \cdot \dot{\lambda}_1 = -R_{p1} - K_{1y} \cdot (\xi_1 - z_1) - b_{1y} \cdot (\dot{\xi}_1 - \dot{z}_1);$$

$$17. \dot{\xi}_2 = \lambda_2;$$

$$18. m_{2n} \cdot \dot{\lambda}_2 = -R_{p2} - K_{2y} \cdot (\xi_2 - z_2) - b_{2y} \cdot (\dot{\xi}_2 - \dot{z}_2);$$

$$19. \dot{\xi}_3 = \lambda_3;$$

$$20. m_{13} \cdot \dot{\lambda}_3 = R_{y3} - 0,5 \cdot R_{p3},$$

$$R_{y3} = -K_{3y} \cdot (\xi_3 - z_3) - b_{3y} \cdot (\dot{\xi}_3 - \dot{z}_3);$$

$$21. \dot{\xi}_4 = \lambda_4;$$

$$22. m_{23} \cdot \dot{\lambda}_4 = R_{y4} - 0,5 \cdot R_{p3},$$

$$R_{y4} = -K_{4y} \cdot (\xi_4 - z_4) - b_{3y} \cdot (\dot{\xi}_4 - \dot{z}_4);$$

$$R_{p3} = 2 \cdot \{-C_3(y_3 + \varphi_3 \cdot L_{6n}) \cdot (1 + k_{3тр}) + C_3 \xi_3 [1 - k_{3тр} \cdot \text{sign}(\dot{y}_3 - \dot{\xi}_3)] + \\ + C_3 \cdot \xi_4 [1 - k_{3тр} \cdot \text{sign}(\dot{y}_3 - \dot{\xi}_4)]\}$$

Чисельне інтегрування на ділянці відбувається в таких межах зміни відносної координати центру мас ракети по відношенню до пов'язаної з контейнером системи осей  $Ox_1y_1$ :

$$(y_{1c_2})_0 = H_0 + l_2 - H; \quad (y_{1c_2})_{\text{кінц}} = l_2 - l_{12}.$$

## 2.5 Система диференційних рівнянь руху складових частин ПУ на ділянці відносного складного руху ракети в контейнері

В розділі 2.2 були отримані диференційні рівняння відносного руху ракети в контейнері (2.25), рівняння обертального руху ракети навколо її центру мас (2.51), горизонтального та вертикального руху центру мас контейнера (2.58), рівняння обертального руху контейнера (2.70) на ділянці відносного складного руху ракети в контейнері. Ця система рівнянь доповнюється рівняннями руху складових частин носія з розділу 2.3: горизонтальних переміщень остову носія разом з мостами (1); вертикальних переміщень остову носія (7); обертального руху остову носія навколо його центру мас (15); вертикальних переміщень першого переднього мосту (41), другого переднього мосту (43), першого заднього мосту (45) і другого заднього мосту (47).

Отримана система диференційних рівнянь в існуючому вигляді не може розв'язуватися чисельними методами, наприклад, методом Рунге-Кутта, оскільки праві частини рівнянь (2.51), (2.70) та рівняння (15) з розділу 2.3 в дійсності залежать від перших похідних  $\dot{\epsilon}$ ,  $\dot{\omega}_2$  та  $\dot{\omega}_3$  змінних, які входять в праву частину виразу (31) розділу 2.3 для  $N_1$  через (26) та в праву частину виразу (24) розділу 2.3 для  $N_2$  через (20) в зв'язку з тим, що вирази (20) і (26) містять  $\dot{\epsilon}$  та  $\dot{\omega}_3$ . Вираз (2.57) для внутрішньої реакції  $N$ , що входить до правої частини рівняння (2.70) розділу 2.3 в зв'язку з (2.56) також містить похідну  $\dot{\epsilon}$ .

Для того, щоб розв'язати отриману систему диференційних рівнянь необхідно перетворити рівняння (2.51) для  $\dot{\epsilon}$ , рівняння (2.70) для  $\dot{\omega}_2$  і рівняння (15) розділу 2.3 для  $\dot{\omega}_3$  таким чином, щоб вони містили перші похідні тільки у своїх лівих частинах.

З цією метою слід у явному вигляді підставити (2.57), (31) і (24) розділу 2.3 в рівняння (2.51), (2.70), (15) розділу 2.3 та розв'язати отриману систему лінійних рівнянь відносно змінних  $\dot{\varepsilon}$ ,  $\dot{\omega}_2$  і  $\dot{\omega}_3$ .

Для більшої зручності перетворень, послідовно випишемо рівняння обертального руху ракети (2.51), контейнера (2.70) та остову носія (15) з розділу 2.3:

$$\dot{\omega}_2 = \frac{\{N \cdot [R \cdot (\sin\Delta\varphi + f \cdot \cos\Delta\varphi) + l_2 \cdot (\cos\Delta\varphi - f \cdot \sin\Delta\varphi)]\} - M_\Gamma}{I_{C_2}}; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} = & \frac{N'}{I_{C_1}} \{ [O'K \cdot \sin(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \sin\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 - f \cdot \cos\varphi_1) + \\ & + [O'K \cdot \cos(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \cos\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 + f \cdot \cos\varphi_1) \} - \\ & - K_{\Gamma\varphi} \cdot \varphi_1 / I_{C_1} - b_{\Gamma\varphi} \cdot \varepsilon / I_{C_1} - C_K \cdot (\varphi_1 - \varphi_3) / I_{C_1} + \\ & + M_{C_1}(\vec{R}_\Pi) / I_{C_1} + N_1 \cdot (\vec{C}_1\vec{G})_x / I_{C_1} - N_2 \cdot (\vec{C}_1\vec{G})_y / I_{C_1}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$M_{C_1}(\vec{R}_\Pi) = (\vec{C}_1\vec{D})_x \cdot [-(R'_\Pi)_y] - (\vec{C}_1\vec{D})_y \cdot [-(R'_\Pi)_x]; \quad (3)$$

$$(\vec{C}_1\vec{D})_x = -R \cdot \cos\varphi_1 - l_6 \cdot \sin\varphi_1 - b \cdot \cos\varphi_1;$$

$$(\vec{C}_1\vec{D})_y = -R \cdot \sin\varphi_1 + l_6 \cdot \cos\varphi_1 - b \cdot \sin\varphi_1;$$

$$(\vec{C}_1\vec{G})_x = -R \cdot \cos\varphi_1 + H_3 \cdot \sin\varphi_1 - l_5 \cdot \cos\varphi_1; \quad (4)$$

$$(\vec{C}_1\vec{G})_y = -R \cdot \sin\varphi_1 - H_3 \cdot \cos\varphi_1 - l_5 \cdot \sin\varphi_1.$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_3 = & \{ R_{P1} \cdot L_{1\Pi} + R_{P2} \cdot L_{2\Pi} + R_{P3} \cdot L_{\delta\Pi} - N'_1 \cdot x_G - A_3 \cdot (-h_\Pi + y_3) + N'_2 \cdot y_G + \\ & + (R'_\Pi)_y \cdot x_E - (R'_\Pi)_x \cdot y_E + Y_{\Delta 1} \cdot L_{\Delta 1} + Y_{\Delta 2} \cdot L_{\Delta 2} - C_K \cdot (\varphi_3 - \varphi_1) \} / I_{C_3}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$N = \frac{M_2 \cdot \ddot{x}_{C_2} + P \cdot \sin\varphi_2}{\cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1}, \quad (6)$$

$$\ddot{x}_{C_2} = -\dot{\varepsilon} \cdot AK + \varepsilon^2 \cdot R - 2 \cdot v_{Kr} \cdot \varepsilon + \omega_2^2 \cdot R - \dot{\omega}_2 \cdot l_2 \quad (7)$$

$$\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1} = \mathcal{D}_1 \cdot \dot{\omega}_3 + \mathcal{D}_2 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_3 \cdot \dot{\varepsilon} + \mathcal{D}_4 \cdot \varepsilon^2 ; \quad (8)$$

$$\mathcal{D}_1 = (l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3 + (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3 ;$$

$$\mathcal{D}_2 = (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3 - (l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3 ;$$

$$\mathcal{D}_3 = (l_5 + R) \cdot \sin\varphi_1 + H_3 \cdot \cos\varphi_1 ;$$

$$\mathcal{D}_4 = (l_5 + R) \cdot \cos\varphi_1 - H_3 \cdot \sin\varphi_1 .$$

$$\ddot{y}_3 - \ddot{y}_{C1} = \mathcal{D}_5 \cdot \dot{\omega}_3 + \mathcal{D}_6 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_7 \cdot \dot{\varepsilon} + \mathcal{D}_8 \cdot \varepsilon^2 ; \quad (9)$$

$$\mathcal{D}_5 = (l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3 - (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3 ;$$

$$\mathcal{D}_6 = (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3 + (l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3 ;$$

$$\mathcal{D}_7 = H_3 \cdot \sin\varphi_1 - (l_5 + R) \cdot \cos\varphi_1 ;$$

$$\mathcal{D}_8 = H_3 \cdot \cos\varphi_1 + (l_5 + R) \cdot \sin\varphi_1 .$$

$$Y_{\mathcal{D}1} = -K_{rY}^{(\mathcal{D}1)} \cdot (y_3 - z_{\mathcal{D}1} + \varphi_3 \cdot L_{\mathcal{D}1}) - b_{rY}^{(\mathcal{D}1)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{\mathcal{D}1} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{\mathcal{D}1}) ;$$

$$Y_{\mathcal{D}2} = -K_{rY}^{(\mathcal{D}2)} \cdot (y_3 - z_{\mathcal{D}2} + \varphi_3 \cdot L_{\mathcal{D}2}) - b_{rY}^{(\mathcal{D}2)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{\mathcal{D}2} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{\mathcal{D}2}) ,$$

$$N_2 = \{[A_3 + (R'_{\Pi})_x] \cdot M_1 + [(R'_{\Pi})_x - A_1] \cdot M - (\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1}) \cdot M \cdot M_1\} / (M + M_1) ; \quad (10)$$

$$N_1 = \frac{A_4 \cdot M_1 - A_5 \cdot M_3 - (\ddot{y}_3 - \ddot{y}_{C1}) \cdot M_1 \cdot M_3}{M_1 + M_3} ; \quad (11)$$

$$A_1 = -K_{rx} \cdot (x_{C1} - \mu) - b_{rx} \cdot (\dot{x}_{C1} - \dot{\mu}) + P_1 \cdot \sin\varphi_1 - \\ - N \cdot \cos\varphi_1 - F_T \cdot \sin\varphi_1 ; \quad (12)$$

$$A_5 = -K_{ry} \cdot (y_{C1} - H_1 + \Delta_{y\text{ш}} - z) - b_{ry} \cdot (\dot{y}_{C1} - \dot{z}) - \\ - M_1 g - P_1 \cdot \cos\varphi_1 - N' \cdot \sin\varphi_1 + F'_T \cdot \cos\varphi_1 - (R'_{\Pi})_y ; \quad (13)$$

$$F'_T = N' \cdot f ;$$

Зробимо перетворення рівнянь обертального руху контейнера, ракети і остову носія з метою приведення їх до вигляду з метою отримання явних виразів для перших похідних за часом від  $\varepsilon$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ , що уявляють собою величини кутових прискорень контейнера  $\ddot{\varphi}_1$ , ракети  $\ddot{\varphi}_2$  та остову носія  $\ddot{\varphi}_3$  відповідно.

Для цього рівняння (7) запишемо у вигляді

$$\ddot{x}_{C_2} = a - \dot{\varepsilon} \cdot AK - \dot{\omega}_2 \cdot l_2, \quad (14)$$

де 
$$a = \varepsilon^2 \cdot R - 2 \cdot v_{Kr} \cdot \varepsilon + \omega_2^2 \cdot R;$$

Підставляємо (14) в (6):

$$N = \frac{M_2 \cdot a - M_2 \cdot \dot{\varepsilon} \cdot AK - M_2 \cdot \dot{\omega}_2 \cdot l_2 + P \cdot \sin\varphi_2}{\cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1},$$

або

$$N = b - c \cdot \dot{\varepsilon} - d \cdot \dot{\omega}_2, \quad (15)$$

де

$$b = (M_2 \cdot a + P \cdot \sin\varphi_2)/z_1; \quad c = (M_2 \cdot AK)/z_1; \\ d = (M_2 \cdot l_2)/z_1; \quad z_1 = \cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1;$$

Надамо виразу (1) вигляду

$$\dot{\omega}_2 = N \cdot e - k, \quad (16)$$

$$e = \frac{[R \cdot (\sin\Delta\varphi + f \cdot \cos\Delta\varphi) + l_2 \cdot (\cos\Delta\varphi - f \cdot \sin\Delta\varphi)]}{I_{C_2}}; \quad k = M_r/I_{C_2};$$

Підставимо (15) в (16):

$$\dot{\omega}_2 = b \cdot e - c \cdot e \cdot \dot{\varepsilon} - d \cdot \dot{\omega}_2 \cdot e - k,$$

або

$$\dot{\omega}_2 \cdot (1 + d \cdot e) + c \cdot e \cdot \dot{\varepsilon} + k - b \cdot e = 0; \quad (17)$$

Перетворимо рівняння (2) до вигляду

$$\dot{\varepsilon} = N' \cdot S_0 + S_1 + N_1 \cdot (\overline{C_1 G})_x / I_{C_1} - N_2 \cdot (\overline{C_1 G})_y / I_{C_1}; \quad (18)$$

$$\text{де } S_0 = 1/I_{C_1} \cdot \{[O'K \cdot \sin(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \sin\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 - f \cdot \cos\varphi_1) + \\ + [O'K \cdot \cos(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \cos\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 + f \cdot \cos\varphi_1)\};$$

$$S_1 = -K_{г\varphi} \cdot \varphi_1 / I_{C_1} - b_{г\varphi} \cdot \varepsilon / I_{C_1} - C_k \cdot (\varphi_1 - \varphi_3) / I_{C_1} + M_{C_1}(\overline{R_{п}}) / I_{C_1}.$$

Вираз (12) для  $A_1$  запишемо у вигляді

$$A_1 = S_2 - N \cdot z_1, \quad (19)$$

$$\text{де } S_2 == -K_{гx} \cdot (x_{C_1} - \mu) - b_{гx} \cdot (\dot{x}_{C_1} - \dot{\mu}) + P_1 \cdot \sin\varphi_1.$$

Підставимо (15) в (19), привівши останній вираз до вигляду

$$A_1 = S_4 + c \cdot z_1 \cdot \dot{\varepsilon} + d \cdot z_1 \cdot \dot{\omega}_2, \quad (20)$$

$$\text{де } S_4 = S_2 - b \cdot z_1$$

Представимо (13) у вигляді

$$A_5 = S_5 - N \cdot S_3, \quad (21)$$

$$\text{де } S_3 = \sin\varphi_1 - f \cdot \cos\varphi_1;$$

$$S_5 == -K_{гy} \cdot (y_{C_1} - H_1 + \Delta_{yщ} - z) - b_{гy} \cdot (\dot{y}_{C_1} - \dot{z}) - \\ - M_1 g \cdot \cos\varphi_1 - P_1 \cdot \cos\varphi_1 - (R'_{п})_y$$

Підставивши (15) в (21), будемо мати:

$$A_5 = S_6 + c \cdot S_3 \cdot \dot{\varepsilon} + d \cdot S_3 \cdot \dot{\omega}_2, \quad (22)$$

де 
$$S_6 = S_5 - b \cdot S_3$$

Тепер перетворимо вираз (10) для реакції  $N_2$ .

$$N_2 = \{[A_3 + (R'_n)_x] \cdot M_1 + [(R'_n)_x - A_1] \cdot M - (\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{c1}) \cdot M \cdot M_1\} / (M + M_1)$$

$$N_2 = [(A_3 + (R'_n)_x) \cdot M_1 + (R'_n)_x \cdot M] / (M + M_1) - (A_1 \cdot M) / (M + M_1) - (\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{c1}) \cdot M \cdot M_1 / (M + M_1); \quad (23)$$

$$A_3 = - \sum_1^4 K_{ix} \cdot (x_3 - \mu_i) - X_{D1} - X_{D2} - \sum_1^4 b_{ix} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_i),$$

$$X_{D1} = -K_{rX}^{(D1)} \cdot (x_3 - \mu_{D1}) - b_{rX}^{(D1)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{D1});$$

$$X_{D2} = -K_{rX}^{(D2)} \cdot (x_3 - \mu_{D2}) - b_{rX}^{(D2)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{D2});$$

$$S_7 = [(A_3 + (R'_n)_x) \cdot M_1 + (R'_n)_x \cdot M] / (M + M_1);$$

$$N_2 = S_7 - M / (M + M_1) \cdot S_4 - M \cdot M_1 / (M + M_1) \cdot (\mathcal{D}_2 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_4 \cdot \varepsilon^2) - [M / (M + M_1) \cdot c \cdot z_1 + M \cdot M_1 / (M + M_1) \cdot D_3] \cdot \dot{\varepsilon} - M / (M + M_1) \cdot d \cdot z_1 \cdot \dot{\omega}_2 - M \cdot M_1 / (M + M_1) \cdot \mathcal{D}_1 \cdot \dot{\omega}_3;$$

$$S_8 = S_7 - M / (M + M_1) \cdot S_4 - M \cdot M_1 / (M + M_1) \cdot (\mathcal{D}_2 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_4 \cdot \varepsilon^2);$$

$$S_9 = M / (M + M_1) \cdot c \cdot z_1 + M \cdot M_1 / (M + M_1) \cdot D_3 = M / (M + M_1) \cdot (c \cdot z_1 + M_1 \cdot D_3);$$

$$S_{10} = M / (M + M_1) \cdot d \cdot z_1; S'_{11} = M \cdot M_1 / (M + M_1) \cdot \mathcal{D}_1;$$

$$N_2 = S_8 - S_9 \cdot \dot{\varepsilon} - S_{10} \cdot \dot{\omega}_2 - S'_{11} \cdot \dot{\omega}_3. \quad (24)$$

Перетворимо дещо вираз (11) для реакції  $N_1$ .

$$N_1 = (A_4 \cdot M_1)/(M_1 + M_3) - (A_5 \cdot M_3)/(M_1 + M_3) - \\ - (\ddot{y}_3 - \ddot{y}_{c1}) \cdot M_1 \cdot M_3/(M_1 + M_3); \quad (25)$$

$$A_4 = R_{P1} + R_{P2} + R_{P3} + Y_{d1} + Y_{d2} + (\overline{R_n})_y$$

$$Y_{d1} = -K_{rY}^{(d1)} \cdot (y_3 - z_{d1} + \varphi_3 \cdot L_{d1}) - b_{rY}^{(d1)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{d1} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{d1});$$

$$Y_{d2} = -K_{rY}^{(d2)} \cdot (y_3 - z_{d2} + \varphi_3 \cdot L_{d2}) - b_{rY}^{(d2)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{d2} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{d2}),$$

Підставимо в вираз (25) значення величин  $(\ddot{y}_3 - \ddot{y}_{c1})$  згідно виразу (9) і  $A_5$  згідно виразу (22):

$$N_1 = (A_4 \cdot M_1)/(M_1 + M_3) - M_3/(M_1 + M_3) \cdot (S_6 + c \cdot S_3 \cdot \dot{\varepsilon} + d \cdot S_3 \cdot \dot{\omega}_2) - \\ - M_1 \cdot M_3/(M_1 + M_3) \cdot (\mathcal{D}_5 \cdot \dot{\omega}_3 + \mathcal{D}_6 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_7 \cdot \dot{\varepsilon} + \mathcal{D}_8 \cdot \varepsilon^2),$$

або

$$N_1 = (A_4 \cdot M_1)/(M_1 + M_3) - M_3/(M_1 + M_3) \cdot S_6 - \\ - M_1 \cdot M_3/(M_1 + M_3) \cdot (\mathcal{D}_6 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_8 \cdot \varepsilon^2) - \\ - M_3/(M_1 + M_3) \cdot (c \cdot S_3 + \mathcal{D}_7) \cdot \dot{\varepsilon} - M_3/(M_1 + M_3) \cdot d \cdot S_3 \cdot \dot{\omega}_2 - \\ - M_1 \cdot M_3/(M_1 + M_3) \cdot \mathcal{D}_5 \cdot \dot{\omega}_3;$$

Введемо позначення чергових проміжних величин:

$$S_{11} = (A_4 \cdot M_1)/(M_1 + M_3) - M_3/(M_1 + M_3) \cdot S_6 - \\ - M_1 \cdot M_3/(M_1 + M_3) \cdot (\mathcal{D}_6 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_8 \cdot \varepsilon^2);$$

$$S_{12} = M_3/(M_1 + M_3) \cdot (c \cdot S_3 + \mathcal{D}_7); S_{13} = M_3/(M_1 + M_3) \cdot d \cdot S_3;$$

$$S_{14} = M_1 \cdot M_3/(M_1 + M_3) \cdot \mathcal{D}_5.$$

З урахуванням введених позначок вираз (25) для складової  $N_1$  реакції поворотного механізму контейнера набуває вигляду:



$$N_1 = S_{11} - S_{12} \cdot \dot{\varepsilon} - S_{13} \cdot \dot{\omega}_2 - S_{14} \cdot \dot{\omega}_3 \quad (26)$$

Підставимо вираз (15) для реакції  $N$ , вираз (26) для реакції  $N_1$  і вираз (24) для реакції  $N_2$  в рівняння (18) кутових переміщень контейнера та проведемо деякі перетворення в лівій частині отриманого рівняння.

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} = & b \cdot S_0 - c \cdot S_0 \cdot \dot{\varepsilon} - d \cdot S_0 \cdot \dot{\omega}_2 + S_1 + \\ & + \{S_{11} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_x - S_{12} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_x \cdot \dot{\varepsilon} - S_{13} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_x \cdot \dot{\omega}_2 - S_{14} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_x \cdot \dot{\omega}_3 - \\ & - S_8 \cdot (\overrightarrow{C_1G})_y + S_9 \cdot (\overrightarrow{C_1G})_y \cdot \dot{\varepsilon} + S_{10} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_y \cdot \dot{\omega}_2 + S'_{11} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_y \cdot \dot{\omega}_3\} / I_{C_1}; \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} & \dot{\omega}_2 \cdot [S_{10} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_y / I_{C_1} - S_{13} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_x / I_{C_1} - d \cdot S_0] + \\ & \dot{\varepsilon} \cdot [S_9 \cdot (\overrightarrow{C_1G})_y / I_{C_1} - S_{12} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_x / I_{C_1} - c \cdot S_0 - 1] + \\ & \dot{\omega}_3 \cdot [S'_{11} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_y / I_{C_1} - S_{14} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_x / I_{C_1}] + \\ & + b \cdot S_0 + S_1 + S_{11} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_x / I_{C_1} - S_8 \cdot (\overrightarrow{C_1G})_y / I_{C_1} = 0; \end{aligned}$$

Введемо чергові позначки проміжних величин:

$$\begin{aligned} S_{15} &= S_{10} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_y / I_{C_1} - S_{13} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_x / I_{C_1} - d \cdot S_0; \\ S_{16} &= S_9 \cdot (\overrightarrow{C_1G})_y / I_{C_1} - S_{12} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_x / I_{C_1} - c \cdot S_0 - 1; \\ S_{17} &= S'_{11} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_y / I_{C_1} - S_{14} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_x / I_{C_1}; \\ S_{18} &= b \cdot S_0 + S_1 + S_{11} \cdot (\overrightarrow{C_1G})_x / I_{C_1} - S_8 \cdot (\overrightarrow{C_1G})_y / I_{C_1}; \end{aligned}$$

В результаті будемо мати рівняння (4) у вигляді

$$\dot{\omega}_2 \cdot S_{15} + \dot{\varepsilon} \cdot S_{16} + \dot{\omega}_3 \cdot S_{17} + S_{18} = 0. \quad (27)$$

Чергові проміжні величини

$$S_{19} = 1 + d \cdot e ; S_{20} = c \cdot e ; S_{21} = k - b \cdot e$$

Підставивши їх в (17), в решті приведемо рівняння (3) до вигляду

$$\dot{\omega}_2 \cdot S_{19} + \dot{\varepsilon} \cdot S_{20} + S_{21} = 0 ; \quad (28)$$

З метою приведення рівняння (7) до форми рівнянь (27), (28), яку набули рівняння (4) і (3), вводимо проміжну величину

$$S_{22} = \{R_{P1} \cdot L_{1п} + R_{P2} \cdot L_{2п} + R_{P3} \cdot L_{\deltaп} - A_3 \cdot (-h_{п} + y_3) + (R'_{п})_y \cdot x_E - (R'_{п})_x \cdot y_E + Y_{д1} \cdot L_{д1} + Y_{д2} \cdot L_{д2} - C_k \cdot (\varphi_3 - \varphi_1)\} / I_{C_3} ;$$

В такому разі рівняння (7) набуває вигляду

$$\dot{\omega}_3 = S_{22} - N'_1 \cdot x_G / I_{C_3} + N'_2 \cdot y_G \quad (29)$$

Підставляючи в (29) вирази (24) для  $N_2$  і (26) для  $N_1$ , будемо мати

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_3 = & S_{22} - S_{11} \cdot \frac{x_G}{I_{C_3}} + S_{12} \cdot \frac{x_G}{I_{C_3}} \cdot \dot{\varepsilon} + S_{13} \cdot \frac{x_G}{I_{C_3}} \cdot \dot{\omega}_2 + S_{14} \cdot \frac{x_G}{I_{C_3}} \cdot \dot{\omega}_3 + \\ & + S_8 \cdot \frac{y_G}{I_{C_3}} - S_9 \cdot \frac{y_G}{I_{C_3}} \cdot \dot{\varepsilon} - S_{10} \cdot \frac{y_G}{I_{C_3}} \cdot \dot{\omega}_2 - S'_{11} \cdot \frac{y_G}{I_{C_3}} \cdot \dot{\omega}_3 . \end{aligned}$$

або ж, остаточно

$$\dot{\omega}_2 \cdot S_{23} + \dot{\varepsilon} \cdot S_{24} + \dot{\omega}_3 \cdot S_{25} + S_{26} = 0 , \quad (30)$$

де

$$S_{23} = (S_{13} \cdot x_G - S_{10} \cdot y_G) / I_{C_3} ;$$

$$S_{24} = (S_{12} \cdot x_G - S_9 \cdot y_G) / I_{C_3} ;$$

$$S_{25} = \frac{S_{14} \cdot x_G - S'_{11} \cdot y_G}{I_{C_3}} - 1 ;$$

$$S_{26} = S_{22} + (S_8 \cdot y_G - S_{11} \cdot x_G) / I_{C_3} .$$

Утворимо з рівнянь (27), (28), (30) систему неоднорідних алгебраїчних рівнянь відносно  $\dot{\omega}_2, \dot{\varepsilon}, \dot{\omega}_3$  вигляду

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_2 \cdot S_{19} + \dot{\varepsilon} \cdot S_{20} + \dot{\omega}_3 \cdot 0 &= -S_{21}; \\ \dot{\omega}_2 \cdot S_{15} + \dot{\varepsilon} \cdot S_{16} + \dot{\omega}_3 \cdot S_{17} &= -S_{18}; \\ \dot{\omega}_2 \cdot S_{23} + \dot{\varepsilon} \cdot S_{24} + \dot{\omega}_3 \cdot S_{25} &= -S_{26},\end{aligned}\tag{31}$$

або ж, в матричному вигляді

$$H \cdot A = B,$$

де матриця  $H$  коефіцієнтів при невідомих лівої частини системи рівнянь, матриця-стовпець  $A$  невідомих та матриця-стовпець значень правих частин системи мають вигляд

$$H = \begin{pmatrix} S_{19} & S_{20} & 0 \\ S_{15} & S_{16} & S_{17} \\ S_{23} & S_{24} & S_{25} \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} \dot{\omega}_2 \\ \dot{\varepsilon} \\ \dot{\omega}_3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -S_{21} \\ -S_{18} \\ -S_{26} \end{pmatrix}\tag{32}$$

Розв'язуючи чисельно неоднорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь (32), знаходимо величини  $\dot{\varepsilon} = \Sigma$ ,  $\dot{\omega}_2 = \Omega_2$  і  $\dot{\omega}_3 = \Omega_3$ .

Взявши за основу рівняння руху системи ракета-контейнер, приведену в кінці розділу 2.2, доповнимо її рівняннями горизонтальних переміщень остову носія разом з мостами (1), вертикальних переміщень остову носія (7), обертального руху остову носія навколо його центру мас (15), вертикальних переміщень першого переднього мосту (41), другого переднього мосту (43), першого заднього мосту (45) і другого заднього мосту (47) з розділу 2.3. В результаті будемо мати таку систему рівнянь:

$$1. \dot{x}_{1c_2} = v_{rx_1};$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1;$$

$$V_{Kr} = V_{rc_2} \cdot \frac{\cos(\psi_r + \gamma_1)}{\cos\gamma_1},$$

$$tg\gamma = R/l_2; \quad \gamma_1 = \gamma - \Delta\varphi;$$

$$tg\Psi_r = -\frac{v_{rx_1}}{v_{ry_1}}; \quad tg\Psi_* = -\frac{X_{1c_2}}{y_{1c_2}};$$

$$N = (M_2 \cdot \ddot{x}_{C_2} + P \cdot \sin\varphi_2) / (\cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1),$$

$$\ddot{x}_{C_2} = -\dot{\varepsilon} \cdot AK + \varepsilon^2 \cdot R - 2 \cdot v_{Kr} \cdot \varepsilon + \omega_2^2 \cdot R - \dot{\omega}_2 \cdot l_2,$$

$$AK = H - l_{12} + \Delta y_{1c_2}$$

$$O'C_2 = H + (l_2 - l_{12}) + \Delta y_{1c_2}; \quad v_{rc_2} = \sqrt{v_{rx_1}^2 + v_{ry_1}^2};$$

$$\Phi_{\text{пер}}^n = M_2 \cdot \varepsilon^2 \cdot O'C_2; \quad \Phi_{\text{пер}}^\tau = M_2 \cdot \dot{\varepsilon} \cdot O'C_2; \quad \Phi_{\text{кор}} = 2M_2 \cdot \varepsilon \cdot \vartheta_{rc_2};$$

$$2. \dot{v}_{rx_1} = \frac{1}{M_2} [-M_2 g \cdot \sin\varphi_1 + N - \Phi_{\text{кор}} \cdot \cos\psi_r - \\ - P \cdot \sin(\Delta\varphi) - \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \sin\psi_* + \Phi_{\text{пер}}^\tau \cdot \cos\psi_*];$$

$$3. \dot{y}_{1c_2} = v_{ry_1};$$

$$4. \dot{v}_{ry_1} = \frac{1}{M_2} [-M_2 g \cdot \cos\varphi_1 - F_T + P \cdot \cos(\Delta\varphi) + \\ + \Phi_{\text{кор}} \cdot \sin\psi_r + \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \cos\psi_* + \Phi_{\text{пер}}^\tau \cdot \sin\psi_*];$$

$$5. \dot{\varphi}_2 = \omega_2;$$

$$6. \dot{\omega}_2 = \Omega_2;$$

$$7. \dot{\varphi}_1 = \varepsilon;$$

$$8. \dot{\varepsilon} = \Sigma ;$$

$$9. \dot{x}_{c_1} = \eta ;$$

$$N' = N ; \quad F'_T = f \cdot N' ; \quad P_1 = P ;$$

$$10. \dot{\eta} = [-K_{rx} \cdot (x_{c_1} - \mu) - b_{rx} \cdot (\eta - \dot{\mu}) + P_1 \cdot \sin\varphi_1 - N' \cdot \cos\varphi_1 - F'_T \times \\ \times \sin\varphi_1 + N_2 - (R'_{\Pi})_x] / M_1 ;$$

$$11. \dot{y}_{c_1} = \xi ;$$

$$12. \dot{\xi} = [-K_{ry} \cdot (y_{c_1} - H_1 + \Delta_{y\text{ш}} - z) - b_{ry} \cdot (\mu - \dot{z}) - M_1 g \cdot \cos\varphi_1 - P_1 \times \\ \times \cos\varphi_1 - N' \cdot \sin\varphi_1 + F'_T \times \cos\varphi_1 + N_1 - (R'_{\Pi})_y] / M_1 ,$$

$$13. \dot{\varphi}_3 = \omega_3 ;$$

$$14. \dot{\omega}_3 = \Omega_3 ;$$

$$15. \dot{x}_3 = \chi_1 ;$$

$$16. M \cdot \dot{\chi}_1 = A_3 - N'_2 + (R'_{\Pi})_x ;$$

$$M = M_3 + m_{1\Pi} + m_{2\Pi} + m_{13} + m_{23}$$

$$A_3 = - \sum_1^4 K_{ix} \cdot (x_3 - \mu_i) - X_{\Delta 1} - X_{\Delta 2} - \sum_1^4 b_{ix} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_i) ,$$

$$X_{\Delta 1} = -K_{rX}^{(\Delta 1)} \cdot (x_3 - \mu_{\Delta 1}) - b_{rX}^{(\Delta 1)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{\Delta 1}) ;$$

$$X_{\Delta 2} = -K_{rX}^{(\Delta 2)} \cdot (x_3 - \mu_{\Delta 2}) - b_{rX}^{(\Delta 2)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{\Delta 2}) ;$$

$$17. \dot{y}_3 = \chi_2 ;$$

$$18. M_3 \cdot \dot{\chi}_2 = A_4 - N'_1 ,$$

$$A_4 = R_{P1} + R_{P2} + R_{P3} + Y_{\Delta 1} + Y_{\Delta 2} + (\overline{R'_{\Pi}})_y .$$

$$Y_{\Delta 1} = -K_{rY}^{(\Delta 1)} \cdot (y_3 - z_{\Delta 1} + \varphi_3 \cdot L_{\Delta 1}) - b_{rY}^{(\Delta 1)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{\Delta 1} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{\Delta 1}) ;$$

$$Y_{д2} = -K_{rY}^{(д2)} \cdot (y_3 - z_{д2} + \varphi_3 \cdot L_{д2}) - b_{rY}^{(д2)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{д2} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{д2}),$$

$$19. \dot{\xi}_1 = \lambda_1;$$

$$20. m_{1п} \cdot \dot{\lambda}_1 = -R_{p1} - K_{1y} \cdot (\xi_1 - z_1) - b_{1y} \cdot (\dot{\xi}_1 - \dot{z}_1),$$

$$21. \dot{\xi}_2 = \lambda_2;$$

$$22. m_{2п} \cdot \dot{\lambda}_2 = -R_{p2} - K_{2y} \cdot (\xi_2 - z_2) - b_{2y} \cdot (\dot{\xi}_2 - \dot{z}_2),$$

$$23. \dot{\xi}_3 = \lambda_3;$$

$$24. m_{13} \cdot \dot{\lambda}_3 = R_{y3} - 0,5 \cdot R_{p3},$$

$$R_{y3} = -K_{3y} \cdot (\xi_3 - z_3) - b_{3y} \cdot (\dot{\xi}_3 - \dot{z}_3);$$

$$25. \dot{\xi}_4 = \lambda_4;$$

$$26. m_{23} \cdot \dot{\lambda}_4 = R_{y4} - 0,5 \cdot R_{p3},$$

$$R_{y4} = -K_{4y} \cdot (\xi_4 - z_4) - b_{3y} \cdot (\dot{\xi}_4 - \dot{z}_4);$$

$$R_{p3} = 2 \cdot \{-C_3(y_3 + \varphi_3 \cdot L_{6п}) \cdot (1 + k_{3тр}) + C_3 \xi_3 [1 - k_{3тр} \cdot \text{sign}(\dot{y}_3 - \dot{\xi}_3)] + \\ + C_3 \cdot \xi_4 [1 - k_{3тр} \cdot \text{sign}(\dot{y}_3 - \dot{\xi}_4)]\}$$

## 2.6 Система диференційних рівнянь руху складових части ПУ на ділянці вільних згасаючих коливань

Рухи контейнера і складових частин ПУ після повної втрати ракетою механічного контакту з контейнером уявляють вільні згасаючі коливання, що відбуваються під дією пружних відновлюючих та демпфуючих сил.

Рух контейнера на цій ділянці будемо розглядати як поступальний разом з його центром мас і обертання контейнера навколо центру мас. Поступальну

складову руху контейнера опишемо за допомогою теореми про рух центру мас матеріальної системи в проекціях на осі нерухомої систему  $Oxy$  з початком в точці  $O$  на поверхні недеформованої ґрунтової основи під центром опорної поверхні контейнера (рис.2.5). В результаті будемо мати два диференціальних рівняння:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{c_1} &= [-K_{gx} \cdot (x_{c_1} - \mu) - b_{gx} \cdot (\dot{x}_{c_1} - \dot{\mu}) + N_2 - (R'_n)_x] / M_1 ; \\ \ddot{y}_{c_1} &= \left[ -K_{gy} \cdot \{y_{c_1} - H_1 + \Delta_{yш} - z\} - b_{gy} \cdot (\dot{y}_{c_1} - \dot{z}) - \right. \\ &\quad \left. - M_1 g + N_1 - (R'_n)_y \right] / M_1. \end{aligned} \quad (1)$$

Рівняння обертального руху контейнера по відношенню до його центру мас (рис.2.5), записане на підставі теореми про зміну моменту кількості руху системи, має вигляд:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_1 &= [-K_{r\varphi} \cdot \varphi_1 - b_{r\varphi} \cdot \dot{\varphi}_1 + M_{c_1} (\overrightarrow{R_n}) + \\ &+ N_1 \cdot (\overrightarrow{C_1 G})_x - N_2 \cdot (\overrightarrow{C_1 G})_y - C_k \cdot (\varphi_1 - \varphi_3)] / I_{c_1} \end{aligned} \quad (2)$$

де:

$$\begin{aligned} M_{c_1} (\overrightarrow{R_n})_x &= (\overrightarrow{C_1 D})_x \cdot [-(R'_n)_y] - (\overrightarrow{C_1 D})_y \cdot [-(R'_n)_x] ; \\ (\overrightarrow{C_1 D})_x &= -R \cdot \cos \varphi_1 - l_6 \cdot \sin \varphi_1 - b \cdot \cos \varphi_1 ; \\ (\overrightarrow{C_1 D})_y &= -R \cdot \sin \varphi_1 + l_6 \cdot \cos \varphi_1 - b \cdot \sin \varphi_1 ; \\ (\overrightarrow{C_1 G})_x &= -R \cdot \cos \varphi_1 + H_3 \cdot \sin \varphi_1 - l_5 \cdot \cos \varphi_1 ; \\ (\overrightarrow{C_1 G})_y &= -R \cdot \sin \varphi_1 - H_3 \cdot \cos \varphi_1 - l_5 \cdot \sin \varphi_1. \end{aligned}$$

Всі величини, що входять до правих частин рівнянь (1) та (2) описані в попередніх розділах.

Ця система рівнянь доповнюється рівняннями руху складових частин носія з розділу 2.3: горизонтальних переміщень остову носія разом з мостами

(1), вертикальних переміщень остову носія (7), обертального руху остову носія навколо його центру мас (15), вертикальних переміщень першого переднього мосту (41), другого переднього мосту (43), першого заднього мосту (45) і другого заднього мосту (47).

Отримана система диференціальних рівнянь в існуючому вигляді не може розв'язуватися чисельними методами, наприклад, методом Рунге-Кутта, оскільки праві частини рівняння обертального руху контейнера (2) та рівняння обертального руху остову носія (15) з розділу 2.3 в свою чергу залежать від перших похідних  $\dot{\epsilon}$  та  $\dot{\omega}_3$ , які входять в праву частину виразу (31) розділу 2.3 для  $N_1$  через (26) та в праву частину виразу (24) розділу 2.3 для  $N_2$  через (20) в зв'язку з тим, що вирази (20) і (26) містять  $\dot{\epsilon}$  та  $\dot{\omega}_3$ .

Для того, щоб розв'язати отриману систему диференціальних рівнянь необхідно перетворити рівняння (2) даного розділу для  $\dot{\epsilon}$  і рівняння (15) розділу 2.3 для  $\dot{\omega}_3$  таким чином, щоб вони містили перші похідні тільки у своїх лівих частинах.

З цією метою слід у явному вигляді підставити (31) і (24) розділу 2.3 в рівняння (2) даного розділу і (15) розділу 2.3 та розв'язати отриману систему лінійних рівнянь відносно змінних  $\dot{\epsilon}$  і  $\dot{\omega}_3$ .

Для більшої зручності перетворень, послідовно випишемо рівняння обертального руху остову носія та контейнера. Рівняння обертального руху остову візьмемо у формі (5) з попереднього розділу 2.5.

$$\dot{\omega}_3 = \{R_{P1} \cdot L_{1п} + R_{P2} \cdot L_{2п} + R_{P3} \cdot L_{\deltaп} - N'_1 \cdot x_G - A_3 \cdot (-h_{п} + y_3) + N'_2 \cdot y_G + (R'_{п})_y \cdot x_E - (R'_{п})_x \cdot y_E + Y_{д1} \cdot L_{д1} + Y_{д2} \cdot L_{д2} - C_{к} \cdot (\varphi_3 - \varphi_1)\} / I_{C_3}. \quad (3)$$

$$Y_{д1} = -K_{гY}^{(д1)} \cdot (y_3 - z_{д1} + \varphi_3 \cdot L_{д1}) - b_{гY}^{(д1)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{д1} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{д1});$$

$$Y_{д2} = -K_{гY}^{(д2)} \cdot (y_3 - z_{д2} + \varphi_3 \cdot L_{д2}) - b_{гY}^{(д2)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{д2} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{д2}),$$



де складова  $N'_1$  реакції в механізмі повороту контейнера визначається залежністю (11) того ж розділу:

$$N'_1 = \frac{A_4 \cdot M_1 - A_5 \cdot M_3 - (\ddot{y}_3 - \ddot{y}_{c1}) \cdot M_1 \cdot M_3}{M_1 + M_3}; \quad (4)$$

де

$$A_4 = R_{P1} + R_{P2} + R_{P3} + Y_{д1} + Y_{д2} + (\overline{R'_п})_y$$

$$A_5 = -K_{ry} \cdot (y_{c1} - H_1 + \Delta_{yщ} - z) - b_{ry} \cdot (\dot{y}_{c1} - \dot{z}) - M_1 g - (R'_п)_y;$$

$$\ddot{y}_3 - \ddot{y}_{c1} = \mathcal{D}_5 \cdot \dot{\omega}_3 + \mathcal{D}_6 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_7 \cdot \dot{\varepsilon} + \mathcal{D}_8 \cdot \varepsilon^2; \quad (5)$$

$$\mathcal{D}_5 = (l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3 - (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3;$$

$$\mathcal{D}_6 = (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3 + (l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3;$$

$$\mathcal{D}_7 = H_3 \cdot \sin\varphi_1 - (l_5 + R) \cdot \cos\varphi_1;$$

$$\mathcal{D}_8 = H_3 \cdot \cos\varphi_1 + (l_5 + R) \cdot \sin\varphi_1.$$

Складова  $N'_2$  реакції в механізмі повороту контейнера визначається залежністю (23) попереднього розділу:

$$N'_2 = \{[A_3 + (R'_п)_x] \cdot M_1 + [(R'_п)_x - A_1] \cdot M - (\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{c1}) \cdot M \cdot M_1\} / (M + M_1); \quad (6)$$

де

$$A_1 = -K_{rx} \cdot (x_{c1} - \mu) - b_{rx} \cdot (\dot{x}_{c1} - \dot{\mu});$$

$$M = M_3 + m_{1п} + m_{2п} + m_{13} + m_{23}$$

$$A_3 = - \sum_1^4 K_{ix} \cdot (x_3 - \mu_i) - X_{д1} - X_{д2} - \sum_1^4 b_{ix} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_i),$$

$$X_{д1} = -K_{rX}^{(д1)} \cdot (x_3 - \mu_{д1}) - b_{rX}^{(д1)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{д1});$$

$$X_{д2} = -K_{rX}^{(д2)} \cdot (x_3 - \mu_{д2}) - b_{rX}^{(д2)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{д2});$$

$$\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{c1} = \mathcal{D}_1 \cdot \dot{\omega}_3 + \mathcal{D}_2 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_3 \cdot \dot{\varepsilon} + \mathcal{D}_4 \cdot \varepsilon^2$$

Підставляючи (5) в (4), будемо мати:

$$N'_1 = (A_4 \cdot M_1)/(M_1 + M_3) - A_5 \cdot M_3/(M_1 + M_3) - \\ - M_1 \cdot M_3/(M_1 + M_3) \cdot (\mathcal{D}_5 \cdot \dot{\omega}_3 + \mathcal{D}_6 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_7 \cdot \dot{\varepsilon} + \mathcal{D}_8 \cdot \varepsilon^2)$$

Вводячи проміжні змінні,

$$S_0 = (A_4 \cdot M_1)/(M_1 + M_3) - (A_5 \cdot M_3)/(M_1 + M_3) - \\ - M_1 \cdot M_3/(M_1 + M_3) \cdot (\mathcal{D}_6 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_8 \cdot \varepsilon^2); \\ S_1 = M_1 \cdot M_3/(M_1 + M_3) \cdot \mathcal{D}_5; \quad S_2 = M_1 \cdot M_3/(M_1 + M_3) \cdot \mathcal{D}_7,$$

отримаємо вираз для вертикальної складової реакції в механізмі повороту контейнера у вигляді

$$N'_1 = S_0 - S_1 \cdot \dot{\omega}_3 - S_2 \cdot \dot{\varepsilon} \quad (7)$$

Проведемо аналогічні перетворення виразу для горизонтальної складової реакції в механізмі повороту контейнера

$$N'_2 = \{[A_3 + (R'_n)_x] \cdot M_1 + [(R'_n)_x - A_1] \cdot M - (\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{c1}) \cdot M \cdot M_1\}/(M + M_1);$$

$$N'_2 = \frac{[A_3 + (R'_n)_x] \cdot M_1 + [(R'_n)_x - A_1] \cdot M}{M + M_1} - \frac{M \cdot M_1}{M + M_1} (\mathcal{D}_1 \cdot \dot{\omega}_3 + \mathcal{D}_2 \cdot \omega_3^2 + \\ + \mathcal{D}_3 \cdot \dot{\varepsilon} + \mathcal{D}_4 \cdot \varepsilon^2);$$

$$S_3 = \frac{[A_3 + (R'_n)_x] \cdot M_1 + [(R'_n)_x - A_1] \cdot M - M \cdot M_1 \cdot (\mathcal{D}_2 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_4 \cdot \varepsilon^2)}{M + M_1}$$

$$S_4 = M_1 \cdot M_3/(M_1 + M_3) \cdot \mathcal{D}_1; \quad S_5 = M_1 \cdot M_3/(M_1 + M_3) \cdot \mathcal{D}_3,$$

надавши йому вигляду:

$$N'_2 = S_3 - S_4 \cdot \dot{\omega}_3 - S_5 \cdot \dot{\varepsilon} \quad (8)$$

Звернемося до рівняння (3) і надамо йому вигляду

$$\dot{\omega}_3 = S_6 - \frac{N'_1 \cdot x_G}{I_{C_3}} + \frac{N'_2 \cdot y_G}{I_{C_3}}, \quad (9)$$

де

$$S_6 = \{R_{P1} \cdot L_{1п} + R_{P2} \cdot L_{2п} + R_{P3} \cdot L_{\deltaп} - A_3 \cdot (-h_{п} + y_3) + (R'_{п})_y \cdot x_E - (R'_{п})_x \cdot y_E + Y_{д1} \cdot L_{д1} + Y_{д2} \cdot L_{д2} - C_k \cdot (\varphi_3 - \varphi_1)\} / I_{C_3}$$

Підставляючи в (9) вирази (7) і (8) для  $N'_1$  і  $N'_2$ , отримаємо:

$$\dot{\omega}_3 = S_6 - \frac{x_G}{I_{C_3}} \cdot (S_0 - S_1 \cdot \dot{\omega}_3 - S_2 \cdot \dot{\varepsilon}) + \frac{y_G}{I_{C_3}} \cdot (S_3 - S_4 \cdot \dot{\omega}_3 - S_5 \cdot \dot{\varepsilon});$$

Вводимо проміжні величини:

$$S_7 = \frac{x_G}{I_{C_3}} \cdot S_2 - \frac{y_G}{I_{C_3}} \cdot S_5 = (x_G \cdot S_2 - y_G \cdot S_5) / I_{C_3};$$

$$S_8 = (x_G \cdot S_1 - y_G \cdot S_4) / I_{C_3} - 1;$$

$$S_9 = S_6 + \frac{y_G \cdot S_3 - x_G \cdot S_0}{I_{C_3}},$$

за допомогою яких рівняння обертального руху остову носія набуває вигляду

$$\dot{\varepsilon} \cdot S_7 + \dot{\omega}_3 \cdot S_8 + S_9 = 0; \quad (10)$$

Тепер розглянемо рівняння обертального руху контейнера (2), запасавши його у вигляді

$$\dot{\varepsilon} = S_{10} + N'_1 \cdot (\overline{C_1 G})_x / I_{C_1} - N'_2 \cdot (\overline{C_1 G})_y / I_{C_1}, \quad (11)$$

де

$$S_{10} = [-K_{г\varphi} \cdot \varphi_1 - b_{г\varphi} \cdot \varepsilon - C_k \cdot (\varphi_1 - \varphi_3) + M_{C_1}(\overline{R_{п}})] / I_{C_1};$$

Підставляючи в (11) вирази (7) і (8) для  $N'_1$  і  $N'_2$ , отримаємо:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} = & S_{10} + (\overline{C_1 G})_x / I_{C_1} \cdot (S_0 - S_1 \cdot \dot{\omega}_3 - S_2 \cdot \dot{\varepsilon}) - \\ & - (\overline{C_1 G})_y / I_{C_1} \cdot (S_3 - S_4 \cdot \dot{\omega}_3 - S_5 \cdot \dot{\varepsilon}); \end{aligned}$$

Вводимо проміжні величини:

$$\begin{aligned} S_{11} &= [(\overline{C_1 G})_y \cdot S_5 - (\overline{C_1 G})_x \cdot S_2] / I_{C_1} - 1; \\ S_{12} &= [(\overline{C_1 G})_y \cdot S_4 - (\overline{C_1 G})_x \cdot S_1] / I_{C_1}; \\ S_{13} &= S_{10} + [(\overline{C_1 G})_x \cdot S_0 - (\overline{C_1 G})_y \cdot S_3] / I_{C_1}, \end{aligned}$$

за допомогою яких рівняння обертального руху остову носія набуває вигляду

$$\dot{\varepsilon} \cdot S_{11} + \dot{\omega}_3 \cdot S_{12} + S_{13} = 0; \quad (12)$$

Рівняння (10) та (12) об'єднуємо в систему рівнянь, розв'язуючи яку отримуємо значення  $\dot{\varepsilon} = \ddot{\varphi}_1$  і  $\dot{\omega}_3 = \ddot{\varphi}_3$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} \cdot S_{11} + \dot{\omega}_3 \cdot S_{12} + S_{13} &= 0; \\ \dot{\varepsilon} \cdot S_7 + \dot{\omega}_3 \cdot S_8 + S_9 &= 0; \end{aligned} \quad (13)$$

розв'язуючи яку отримуємо значення  $\dot{\varepsilon} = \ddot{\varphi}_1 = \Sigma$  і  $\dot{\omega}_3 = \ddot{\varphi}_3 = \Omega_3$

В матричному вигляді система має вигляд

$$H \cdot A = B,$$

де матриця  $H$  коефіцієнтів при невідомих лівої частини системи рівнянь, матриця-стовпець  $A$  невідомих та матриця-стовпець  $B$  значень правих частин системи мають вигляд

$$H = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_7 & S_8 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{\omega}_3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -S_{13} \\ -S_9 \end{pmatrix}$$

Шляхом введення додаткових проміжних величин, запишемо існуючі в нашому розпорядженні рівняння як систему рівнянь першого порядку. В результаті будемо мати слідуючу систему рівнянь руху системи носій-контейнер на ділянці вільних згасаючих коливань:

$$1. \dot{\varphi}_1 = \varepsilon;$$

$$2. \dot{\varepsilon} = \Sigma;$$

$$3. \dot{x}_{c_1} = \eta;$$

$$4. \dot{\eta} = [-K_{\text{rx}} \cdot (x_{c_1} - \mu) - b_{\text{rx}} \cdot (\eta - \dot{\mu}) + N_2 - (R'_{\text{п}})_x] / M_1;$$

$$5. \dot{y}_{c_1} = \xi;$$

$$6. \dot{\xi} = \left[ \begin{array}{l} -K_{\text{ry}} \cdot \{y_{c_1} - H_1 + \Delta_{\text{yщ}} - z\} - b_{\text{ry}} \cdot (\dot{y}_{c_1} - \dot{z}) - \\ -M_1 g + N_1 - (R'_{\text{п}})_y \end{array} \right] / M_1. \quad (2.78)$$

$$7. \dot{\varphi}_3 = \omega_3;$$

$$8. \dot{\omega}_3 = \Omega_3;$$

$$9. \dot{x}_3 = \chi_1;$$

$$10. M \cdot \dot{\chi}_1 = A_3 - N_2' + (R'_{\text{п}})_x;$$

$$M = M_3 + m_{1\text{п}} + m_{2\text{п}} + m_{13} + m_{23};$$

$$A_3 = - \sum_1^4 K_{ix} \cdot (x_3 - \mu_i) - X_{Д1} - X_{Д2} - \sum_1^4 b_{ix} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_i),$$

$$X_{Д1} = -K_{rX}^{(Д1)} \cdot (x_3 - \mu_{Д1}) - b_{rX}^{(Д1)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{Д1});$$

$$X_{Д2} = -K_{rX}^{(Д2)} \cdot (x_3 - \mu_{Д2}) - b_{rX}^{(Д2)} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{\mu}_{Д2});$$

$$N'_2 = \{[A_3 + (R'_n)_x] \cdot M_1 + [(R'_n)_x - A_1] \cdot M - (\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1}) \cdot M \cdot M_1\} / (M + M_1);$$

$$\ddot{x}_3 - \ddot{x}_{C1} = \mathcal{D}_1 \cdot \dot{\omega}_3 + \mathcal{D}_2 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_3 \cdot \dot{\varepsilon} + \mathcal{D}_4 \cdot \varepsilon^2;$$

$$\mathcal{D}_1 = (l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3 + (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3;$$

$$\mathcal{D}_2 = (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3 - (l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3;$$

$$\mathcal{D}_3 = (l_5 + R) \cdot \sin\varphi_1 + H_3 \cdot \cos\varphi_1;$$

$$\mathcal{D}_4 = (l_5 + R) \cdot \cos\varphi_1 - H_3 \cdot \sin\varphi_1.$$

знаходження складових реакції підйомного механізму контейнера  $(R'_n)_x$ ,  $(R'_n)_y$  описується в розділі 2.3.

$$11. \dot{y}_3 = \chi_2;$$

$$12. M_3 \cdot \dot{\chi}_2 = A_4 - N'_1,$$

$$A_4 = R_{P1} + R_{P2} + R_{P3} + Y_{Д1} + Y_{Д2} + (\overline{R'_n})_y$$

$$Y_{Д1} = -K_{rY}^{(Д1)} \cdot (y_3 - z_{Д1} + \varphi_3 \cdot L_{Д1}) - b_{rY}^{(Д1)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{Д1} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{Д1});$$

$$Y_{Д2} = -K_{rY}^{(Д2)} \cdot (y_3 - z_{Д2} + \varphi_3 \cdot L_{Д2}) - b_{rY}^{(Д2)} \cdot (\dot{y}_3 - \dot{z}_{Д2} + \dot{\varphi}_3 \cdot L_{Д2}),$$

$$N'_1 = (A_4 \cdot M_1) / (M_1 + M_3) - A_5 \cdot M_3 / (M_1 + M_3) -$$

$$- M_1 \cdot M_3 / (M_1 + M_3) \cdot (\mathcal{D}_5 \cdot \dot{\omega}_3 + \mathcal{D}_6 \cdot \omega_3^2 + \mathcal{D}_7 \cdot \dot{\varepsilon} + \mathcal{D}_8 \cdot \varepsilon^2)$$

$$A_5 = -K_{ry} \cdot (y_{c1} - H_1 + \Delta_{yш} - z) - b_{ry} \cdot (\dot{y}_{c1} - \dot{z}) - M_1 g - (R'_n)_y;$$

$$\mathcal{D}_5 = (l_1 + l_4) \cdot \sin\varphi_3 - (l_2 + l_3) \cdot \cos\varphi_3;$$

$$\mathcal{D}_6 = (l_2 + l_3) \cdot \sin\varphi_3 + (l_1 + l_4) \cdot \cos\varphi_3;$$

$$\mathcal{D}_7 = H_3 \cdot \sin\varphi_1 - (l_5 + R) \cdot \cos\varphi_1;$$

$$\mathcal{D}_8 = H_3 \cdot \cos\varphi_1 + (l_5 + R) \cdot \sin\varphi_1.$$

$$13. \dot{\xi}_1 = \lambda_1;$$

$$14. m_{1п} \cdot \dot{\lambda}_1 = -R_{p1} - K_{1y} \cdot (\xi_1 - z_1) - b_{1y} \cdot (\dot{\xi}_1 - \dot{z}_1),$$

$$15. \dot{\xi}_2 = \lambda_2;$$

$$16. m_{2п} \cdot \dot{\lambda}_2 = -R_{p2} - K_{2y} \cdot (\xi_2 - z_2) - b_{2y} \cdot (\dot{\xi}_2 - \dot{z}_2),$$

$$17. \dot{\xi}_3 = \lambda_3;$$

$$18. m_{13} \cdot \dot{\lambda}_3 = R_{y3} - 0,5 \cdot R_{p3},$$

$$R_{y3} = -K_{3y} \cdot (\xi_3 - z_3) - b_{3y} \cdot (\dot{\xi}_3 - \dot{z}_3);$$

$$19. \dot{\xi}_4 = \lambda_4;$$

$$20. m_{23} \cdot \dot{\lambda}_4 = R_{y4} - 0,5 \cdot R_{p3},$$

$$R_{y4} = -K_{4y} \cdot (\xi_4 - z_4) - b_{3y} \cdot (\dot{\xi}_4 - \dot{z}_4);$$

$$R_{p3} = 2 \cdot \{-C_3(y_3 + \varphi_3 \cdot L_{6п}) \cdot (1 + k_{3тр}) + C_3 \xi_3 [1 - k_{3тр} \cdot \text{sign}(\dot{y}_3 - \dot{\xi}_3)] + \\ + C_3 \cdot \xi_4 [1 - k_{3тр} \cdot \text{sign}(\dot{y}_3 - \dot{\xi}_4)]\}$$

## 2.7 Початкові умови руху та умови відриву ПУ від ґрунту

Отримані системи диференціальних рівнянь на послідовних ділянках руху системи ракета-контейнер-носій можуть бути розв'язані чисельно, наприклад, методом Рунге–Кутта. При розв'язанні кінцеві результати розрахунків параметрів руху на попередній ділянці передаються в якості початкових умов руху для послідуєчої ділянки. Виключення становить перша ділянка, для якої початкові умови задаються.

Рух системи ракета-контейнер-носій на першій ділянці починається при таких значеннях параметрів (рис.2.2, 2.7):

- |  |                      |
|--|----------------------|
| 1. $y_{1c_2} = H_0 + l_2 - H;$                                       | 12. $\chi_1 = 0;$    |
| 2. $v_{ry_1} = 0;$   | 13. $y_3 = 0;$       |
| 3. $\varphi = 10^{-3};$  | 14. $\chi_2 = 0;$    |
| 4. $\varepsilon = 0;$  | 15. $\xi_1 = 0;$     |
| 5. $x_{c_1} = 0;$  | 16. $\lambda_1 = 0;$ |
| 6. $\eta = 0;$   | 17. $\xi_2 = 0;$     |
| 7. $y_{c_1} = H_1 - (\Delta_{y_{\text{ущ}}} + \lambda_{\text{ст}});$ | 18. $\lambda_1 = 0;$ |
| 8. $\xi = 0;$  | 19. $\xi_3 = 0;$     |
| 9. $\varphi_3 = 0;$  | 20. $\lambda_3 = 0;$ |
| 10. $\omega_3 = 0;$  | 21. $\xi_4 = 0;$     |
| 11. $x_3 = 0;$   | 22. $\lambda_4 = 0.$ |

де  $\lambda_{\text{ст}} = (M_1 + M_2) \cdot g / c_{\text{гy}}$  – статична деформація пружної ґрунтової основи під контейнером (рис.2.7).

Рух контейнера починається з положення його статичної рівноваги, при якому (рис.2.7)

$$\Delta y_{c_1} = - (\Delta_{y_{\text{ущ}}} + \lambda_{\text{ст}}).$$

Умова відриву контейнера від ґрунту (рис.2.5, 2.7):  $y_{c_1} - H_1 \geq -\Delta_{y_{\text{ущ}}}$ ,  
або ж

$$y_{c_1} - H_1 + \Delta_{y_{\text{ущ}}} \geq 0 .$$

Будемо вважати, що при частковому виваженні ПУ вага носія розподіляється таким чином. На домкрати приходиться половина ваги остову носія, яка навпіл ділиться між двома домкратами, тобто кожен домкрат сприймає чверть ваги ( $0,25M_3g$ ) остову носія. Решта ваги остову носія рівномірно розподіляється між мостами носія ( $0,125M_3g$ ).



Статична деформація ґрунту під домкратами:

$$\lambda_{\text{ст}}^{(D1)} = 0,25 \cdot M_3 g / K_{\text{гу}}^{(D1)} ; \quad \lambda_{\text{ст}}^{(D2)} = 0,25 \cdot M_3 g / K_{\text{гу}}^{(D2)} ;$$

Статична деформація ґрунту під колесами мостів:

$$\lambda_{\text{ст}}^{(i)} = (0,125 \cdot M_3 g + M_i) / K_{\text{гу}}^{(i)} \quad (i = 1, \dots, 4)$$

Позначимо початкові ущільнення ґрунту під домкратами і колесами мостів як  $\Delta_{\text{ущ}}^{(D1)}$ ,  $\Delta_{\text{ущ}}^{(D2)}$ ,  $\Delta_{\text{ущ}}^{(i)}$  ( $i = 1, \dots, 4$ ). В такому разі умови відриву домкратів від ґрунту набувають вигляду:

$$y_3 + \varphi_3 \cdot L_{D1} \geq \lambda_{\text{ст}}^{(D1)} + \Delta_{\text{ущ}}^{(D1)} ;$$

$$y_3 + \varphi_3 \cdot L_{D2} \geq \lambda_{\text{ст}}^{(D2)} + \Delta_{\text{ущ}}^{(D2)} .$$

Умови відриву колес мостів від ґрунту запишемо у вигляді:

$$\xi_i \geq \lambda_{\text{ст}}^{(i)} + \Delta_{\text{ущ}}^{(i)} \quad (i = 1, \dots, 4)$$

### 3 МЕХАНІКА ГРУНТІВ ЯК ТЕОРЕТИЧНА ОСНОВА ВЗАЄМОДІЇ ПУ З ГРУНТОМ

Ґрунт уявляє собою дисперсне середовище, в порах якого розміщені вода і газ. Тому механіка ґрунтів - наукова база проектування основ і фундаментів - являє собою один з найбільш складних розділів механіки [29].

Деформації ґрунту відбуваються не миттєво, а в часі. Властивості ґрунту змінюються в процесі його ущільнення. Закони деформації різних типів ґрунтів (піщаних, глинистих, мерзлих) зовсім різні. Внаслідок значної неоднорідності ґрунтів їх розрахункові характеристики визначаються тільки з деяким наближенням. Ґрунтова основа зазвичай буває шаруватою, часто з перемінним рівнем ґрунтових вод, схильна до дії гідродинамічних сил.

Механіка ґрунтів тісно пов'язана з деякими іншими науками - фізикою, хімією, геологією, ґрунтознавством, теорією фільтрації. Намагатися побудувати яку-небудь єдину механічну модель ґрунту, яка давала б відповідь на всі питання, пов'язані з розрахунком основ і фундаментів, свідомо неможливо. У той же час для плідного розвитку розрахункових методів по необхідності доводиться абстрагуватися від другорядних факторів, що впливають на роботу основи, і шукати найбільш близькі моделі - пружні, пластичні, пружно-в'язкі, пружно-пластичні. Перераховані моделі умовно розглядають не сукупність скелета ґрунту, води, газу (а в мерзлих ґрунтах і льоду), а деяке однорідне «однофазне середовище». На цій основі можна вирішувати завдання про кінцеві значення осадок, про розрахунок конструкції на пружній основі, застосовуючи рівняння механіки суцільного середовища (теорії пружності, пластичності, повзучості). Інші більш складні завдання, наприклад консолідації, тобто ущільнення ґрунту з часом в результаті витіснення з його пір води, вимагають враховувати співвідношення різних складових ґрунту, його «фаз» в одиниці об'єму та переходу до двофазного або багатофазного середовища.

При переході до моделі не можна ухилитися від постійного критичного

аналізу наскільки значну помилку може внести в розрахунок подібне абстрагування. Механічні моделі ґрунтів постійно вдосконалюються в напрямку кращого відображення реальних явищ, що відбуваються в ґрунтах.

Глибокі дослідження в галузі механіки ґрунтів і в розрахунку основ привели до розуміння про різні фази, через які проходить ґрунтова основа при зростанні навантажень: фаза ущільнення, фаза зрушень і фаза втрати стійкості. Хоча ґрунт аж ніяк не є ідеально пружним середовищем, так як в ньому поряд з пружними деформаціями виникають залишкові, часто перевищують пружні, проте у фазі ущільнення і в початковій фазі зрушень деформації ґрунтової основи при завантаженні можуть визначатися з відомим наближенням формулами теорії пружності, або, якщо дотримуватися більш суворої термінології, теорії лінійно-деформуємого середовища. Щоб підкреслити, що при розрахунку основ мається на увазі визначення сумарної величини пружних і залишкових деформацій, модуль, що характеризує стисливість ґрунту, слід називати не модулем пружності, а модулем загальної деформації або просто модулем деформації. Можливість застосування до ґрунту формул теорії пружності дозволила розробити методи розрахунку осадок [31, 32] і розрахунку міцності конструкцій на пружній основі [33-35].

### **3.1 Природа ґрунтів та їх фізичні властивості**

До складу природних ґрунтів входять найрізноманітніші елементи, які при розгляді можна об'єднати в наступні три групи: тверді мінеральні частинки; вода в різних видах і станах; газоподібні включення [18]. Крім того, до складу деяких ґрунтів входять органічні і органо-мінеральні сполуки, що також впливають на фізичні властивості цих ґрунтів.

Тверді мінеральні частинки ґрунтів представляють систему різноманітних за формою, складом і розмірам (від декількох сантиметрів – галечники - до найдрібніших частинок колоїдного порядку, тобто, менше 1

мкм - дисперсні глини) твердих мінеральних зерен.

Вода в ґрунті, її види і властивості можуть бути дуже різними в залежності від її вмісту в ґрунті і величини сил взаємодії з мінеральними частинками, обумовлених, головним чином, гідрофільністю мінеральних часток.

Мінеральні частинки ґрунтів заряджені негативно, а молекули води являють диполі, заряджені позитивно на одному (атом кисню) і негативно на іншому (два атоми водню) кінці. При зіткненні твердої мінеральної частинки з водою виникають електромолекулярні сили взаємодії, які притягують диполі води до поверхні мінеральних часток з величезною силою (особливо перші шари), і чим більше питома поверхня частинок, тим більша кількість молекул води буде знаходитися у зв'язаному стані. Електромолекулярні сили взаємодії, за сучасними даними, дуже великі і у поверхні мінеральних часток (для першого ряду пов'язаних молекул води) складають величину порядку декількох сотень мегапаскалей. У міру ж віддалення від поверхні твердих частинок вони швидко зменшуються і на відстані, рівній приблизно 0,5мкм, стають близькими до нуля. Найближчі до мінеральної частки шари в 1-3 ряди молекул води, що стикаються з твердою поверхнею, настільки пов'язані електромолекулярними силами притягання з поверхнею, що їх не вдається видалити ні зовнішнім тиском у кілька атмосфер, ні дією напору води, і ці шари утворюють плівки так званої міцнозв'язаної адсорбованої води. Наступні шари молекул води, яка оточує мінеральні частинки, будуть зв'язуватися і орієнтуватися граничної фази в міру віддалення від твердої поверхні ґрунтових частинок все меншими силами; вони утворюють шари рихлозв'язаної (ліосорбірованої) води, які піддаються видавлюванню з пір ґрунту зовнішнім тиском до декількох сотень кілопаскалей (іноді й до декількох мегапаскалей). Нарешті, молекули води, що знаходяться поза сферою дії електромолекулярних сил взаємодії з поверхнею мінеральних часток, будуть утворювати вільно-гравітаційну воду, рух якої відбувається під дією різниці напору, і капілярну, яка здатна підтягуватися на деяку

висоту від рівня ґрунтових вод силами капілярного натягу води (капілярними менісками, що утворюються під дією адсорбційних сил поверхні в тонких порах ґрунтів і обумовлюють капілярні сили в ґрунтах) [18].

Газоподібні включення (пари,гази) завжди в тій чи іншій кількості містяться в ґрунтах і можуть перебувати в наступних станах: замкнутому(або защемленому), розташовуючись в вакуолях (порожнечах) між твердими мінеральними частинками, оточеними плівками зв'язаної води, вільному, коли гази (повітря) з'єднуються з атмосферою, і, нарешті, розчиненими в поровій воді. Наявність бульбашок газів, як замкнутих, так і тих, що містяться в поровій воді, істотно позначається на деформованості ґрунтів, обумовлюючи стисливість порової води і збільшуючи пружність ґрунту. Вміст же вільних газів (повітря), що з'єднується з атмосферою, особливого значення в механіці ґрунтів не має, так як вони практично не беруть участь у розподілі тисків між частинками ґрунту.

### **3.2 Пружні деформації ґрунтів**

Багаточисленні дослідження механіки ґрунтів підтверджують, що при дії короткочасних сил ґрунти проявляють пружні властивості. Хоча пружність і є загальною властивістю всіх тіл природи, але ґрунти, що представляють собою складні дисперсні природні утворення, можна розглядати як пружні тіла лише за певних умов. При дії місцевого навантаження (більшої структурної міцності ґрунту) і одноразового завантаження та розвантаження в ґрунті будуть спостерігатися як залишкові, так і пружні деформації, причому залишкові деформації часто будуть у багато разів перевершувати за величиною пружні деформації; при багаторазовій ж дії навантаження і розвантаження ґрунт поступово буде приходити в пружно-ущільнений стан, що характеризується постійністю (для даних умов завантаження) його пружних властивостей.

Якщо ж збільшити навантаження на ґрунт понад того, при якому ґрунт

приймав пружно-ущільнений стан, то в ґрунті знову виникнуть значні залишкові деформації, що при досить великому числі циклів завантаження і розвантаження приведе ґрунт до нового пружно-ущільненого стану, але з більшим модулем пружності (меншим нахилом до осі тисків кривої деформацій ґрунту при розвантаженні). Зрозуміло, що таке збільшення ступенів навантаження можна проводити лише до тих пір, поки не буде перевершена межа фази ущільнення ґрунту і не настане фаза розвитку зрушень.

Таким чином, ґрунти при певному режимі завантаження можуть приймати пружно-ущільнений стан. Якщо ґрунт володіє зв'язністю, то до навантаження, яке не руйнує структурних зв'язків, і при малих переміщеннях частинок і структурних елементів ґрунтів, він буде вести себе як пружне тіло, що підтверджується передачею через ґрунти пружних коливань: вібрацій, сейсмічних хвиль, струсів і т.і.; якщо ж при циклічному навантаженні структурні зв'язки будуть зруйновані, то ґрунт тільки після відповідних циклів навантаження і розвантаження прийде в новий пружно-ущільнений стан.

### **3.3 Врахування динамічних властивостей ґрунтів при розрахунках на коливання**

Труднощі задачі розрахунку динамічних характеристик ґрунтів, особливо нескельних, обумовлена тим, що вони являють собою нелінійні середовища, у яких співвідношення між напругою і деформаціями залежить від шляху навантаження. Проблема ускладнюється ще тим, що при сейсмічних коливаннях в ґрунті створюється тривісний напружений стан. В принципі, є моделі динамічної поведінки ґрунтів, що дозволяють врахувати ці чинники, але в проектній практиці вони застосовуються досить рідко, так як використання точних, але дуже складних і трудомістких методів аналізу зазвичай недоцільне через наближеності вихідних даних про геологічну

будову основи і характеристики ґрунтів.

За діючими нормами [36] допускається в динамічних розрахунках фундаментів під машини не враховувати вплив інерції ґрунту і розглядати основу як лінійно деформуєме і ідеально пружне середовище. Дійсно, при багаторазовому повторюванні навантаження і розвантаження в ґрунті виникають чисто пружні деформації, і накопичення залишкових деформацій з плином часу майже не має місця. Крім того, при дії миттєвої навантаження залишкова деформація не встигає проявитися. Тому при дії динамічних (вібраційних) навантажень від машин допускається розглядати ґрунти як пружне лінійно деформуєме середовище.

За побудованою на цих припущеннях теорією [37-39] опір вертикальним переміщенням, зрушенню і поворотам фундаменту характеризується коефіцієнтами жорсткості основи пружного рівномірного і нерівномірного стиснення  $C_z$ ,  $C_x$  і зсуву  $C_\varphi$ ,  $C_\psi$ , [18]:

$$\left. \begin{aligned} R_z &= C_z \cdot F \cdot z; \\ R_x &= C_x \cdot F \cdot x; \\ M_\varphi &= C_\varphi \cdot I \cdot \varphi; \\ M_\psi &= C_\psi \cdot I_z \cdot \psi, \end{aligned} \right\}$$

де  $R_x$  і  $R_z$  – відповідно вертикальна і горизонтальна складові рівнодіючої реакції пружної основи;  $M_\varphi$  і  $M_\psi$  – моменти реактивних пар, що діють відповідно в одній з головних вертикальних площин системи і в площині основи;  $z$  і  $x$  – відповідно вертикальне і горизонтальне зміщення центру ваги площі основи;  $\varphi$  і  $\psi$  – кути повороту фундаменту відповідно в одній з головних вертикальних площин фундаменту і в площині основи;  $F$  - площа підошви фундаменту;  $I$ ,  $I_z$  - моменти інерції цієї площі відносно головних осей можливого обертання фундаменту.

Коефіцієнти  $C_z$ ,  $C_x$ ,  $C_\varphi$ ,  $C_\psi$  залежать не тільки від пружних властивостей ґрунту, але також і від ряду інших факторів, у число яких входять розміри і

форма подошви фундаменту, будова основи та ін. Ця обставина змушує розглядати дані коефіцієнти як деякі узагальнені характеристики основи.

Свого часу [18] була зроблена спроба встановити залежності коефіцієнтів  $C_z$ ,  $C_x$ ,  $C_\varphi$  і  $C_\psi$  від розмірів площі подошви фундаменту на основі зіставлення рішень з теорії загальних і теорії місцевих пружних деформацій. В результаті були отримані формули, згідно з якими коефіцієнти жорсткості основи  $C_r$ ,  $C_x$ ,  $C_\varphi$  обернено пропорційні кореню квадратному з площі.

Більш досконалі залежності коефіцієнтів жорсткості основи від площі подошви фундаментів отримані на підставі моделі, де розглядалася задача про рівновагу масивного (жорсткого) штампа на місцевій пружній (вінклеровській) основі з накладенням на нього всебічно розтягнутої мембрани, що забезпечує розподіл зовнішнього навантаження по поверхні ґрунту (по моделі пружної основи). В остаточному вигляді ці залежності визначаються виразами [18]:

$$\left. \begin{aligned} C_z &= C_0 \left[ 1 + \frac{2(l+b)}{\Delta_1 \cdot F} \right] \sqrt{\frac{p}{p_0}}; \\ C_x &= 0,7 C_0 \left[ 1 + \frac{2(l+b)}{\Delta_1 \cdot F} \right] \sqrt{\frac{p}{p_0}}; \\ C_\varphi &= C_0 \left[ 1 + \frac{2(l+3b)}{\Delta_1 \cdot F} \right] \sqrt{\frac{p}{p_0}}. \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Що стосується коефіцієнта пружного нерівномірного зсуву (повороту), то, згідно [37], на підставі експериментальних даних його можна прийняти рівним

$$C_\varphi \approx 1,5 C_x. \quad (3.2)$$

У формулах (3.1), (3.2) прийняті наступні позначення:  $C_0$  - постійна пружності основи, яка не залежить від розмірів фундаменту;  $l$  і  $b$  - відповідно довжина і ширина подошви прямокутного фундаменту;  $p$  - тиск, що передається на основу фундаменту;  $p_0$  - тиск під дослідним штампом при



визначенні коефіцієнта  $C_0$ ;  $\Delta_1=1 \text{ м}^{-1}$ - постійний коефіцієнт розмірності.

Чисельні значення коефіцієнта  $C_0$ , які відповідають тиску дослідного штампa  $p_0=20 \text{ кПа}$  (або  $0,02 \text{ МПа}$ ), дорівнюють [18]:

Для глин і суглинків текучепластичних (показник консистенції $I_1 > 0,75$ )	$C_0 = 6-7 \text{ МН/м}^3$
Те ж, для м'якопластичних ( $0,5 < I_1 < 0,75$ )	$C_0 = 8 \text{ МН/м}^3$
Для супісків пластичних ( $0,5 < I_1 < 1$ )	$C_0 = 10 \text{ МН/м}^3$
Для пісків водонасичених рихлих ( $e > 0,80$ )	$C_0 = 12 \text{ МН/м}^3$
Для глин і суглинків тугопластичних ( $0,25 << I_1 < 0,5$ )	$C_0 = 20 \text{ МН/м}^3$
Для супісків пластичних ( $0 < I_1 < 0,5$ )	$C_0 = 16 \text{ МН/м}^3$
Для пісків пилюватих середньої щільності ( $e < 80$ )	$C_0 = 14 \text{ МН/м}^3$
Для пісків незалежно від вологості і щільності	$C_0 = 18 \text{ МН/м}^3$
Для глин і суглинків твердих ( $I_1 < 0$ )	$C_0 = 30 \text{ МН/м}^3$
Для супісків твердих ( $I_1 < 0$ )	$C_0 = 22 \text{ МН/м}^3$
Для гравію, гальки, щебеню	$C_0 = 26 \text{ МН/м}^3$

Маючи коефіцієнти жорсткості основи, можна використовувати формули для розрахунку масивних фундаментів та інших об'єктів на коливання. Якщо знехтувати впливом пружності матеріалу фундаменту, розглядаючи його як тверде тіло, і мати на увазі випадок, коли одна з головних осей інерції тіла вертикальна і проходить через центр тяжіння площі подошви, а дві інші горизонтальні і паралельні головним осям цієї площі (рис.3.1), диференціальні рівняння коливань системи можуть бути записані у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{z} + K_z z &= P(z, t); \\ m\ddot{x} + K_x x - K_x h_0 \varphi &= P(x, t); \\ \Theta_0 \ddot{\varphi} + (K_\varphi + K_x h_0^2 - Q h_0) \varphi - K_x h_0 x &= M(\varphi, t); \\ \Theta_\psi \ddot{\psi} + K_\psi \psi &= M(\psi, t), \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

де  $m$  - маса фундаменту;  $z, x, \varphi, \psi$  - відповідні зміщення і кути повороту центра ваги фундаменту в даний момент часу;  $K_z = C_z F$ ;  $K_x = C_x F$ ;  $K_\varphi = C_\varphi F$ ;  $K_\psi = C_\psi I_z$ ;  $Q$ - вага фундаменту і машини;  $\Theta_0, \Theta_\psi$  - моменти інерції тіла фундаменту відповідно щодо однієї з головних горизонтальних осей  $O_1 X$  і

вертикальної  $OZ$ ;  $h_0$  - відстань від підшви до центру ваги тіла фундаменту;  $P(z, t)$ ,  $P(x, t)$  - складові рівнодіючої збурюючих сил, що діють на фундамент;  $M(\varphi, t)$ ,  $M(\psi, t)$  - моменти цих сил відносно осей  $OY$  і  $OZ$ .

В даний час описана вище наближена методика розрахунку фундаментів на коливання широко використовується в проектній практиці.

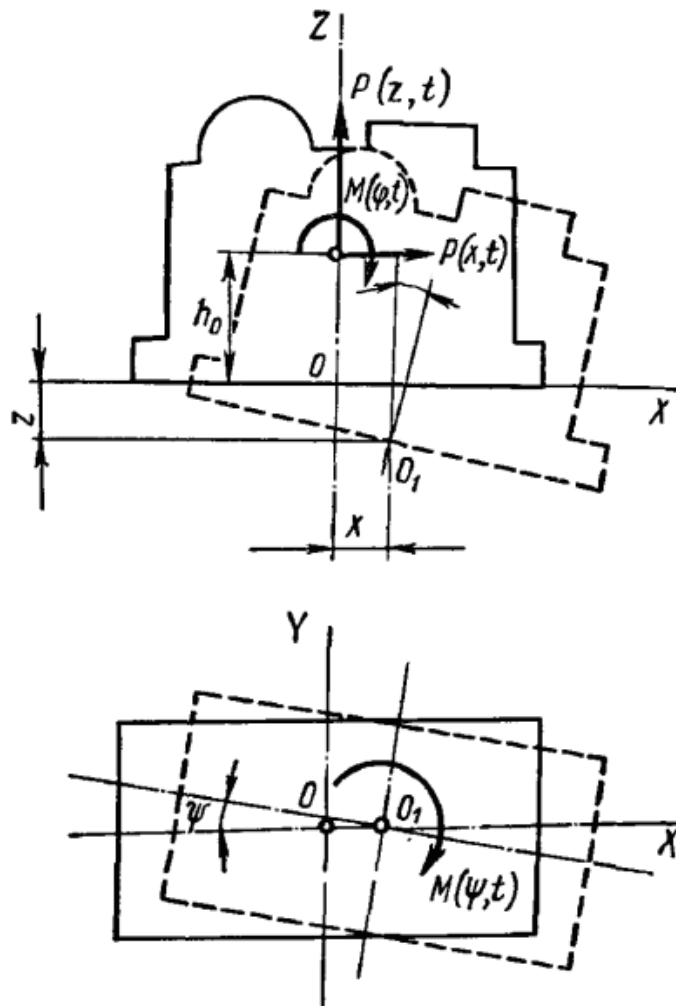


Рисунок 3.1 – Схема до розрахунку фундаменту на коливання

Згідно [34] при розрахунках конструкцій на сейсмостійкість розрахунковими динамічними характеристиками ґрунтів є: щільність  $\rho$ ,  $\text{кг/м}^3$ ; модуль пружності  $E$ , Па, що зв'язує нормальні напруження  $\sigma$  і відносні деформації  $\varepsilon$  при одноосній деформації; модуль зсуву  $G$ , Па, що зв'язує

дотичні напруження  $\tau$  і зсув  $\gamma$ ; коефіцієнт Пуассона  $\nu$ ; коефіцієнт відносної дисипації енергії в ґрунті  $\zeta$ . Ці характеристики визначають шляхом лабораторних і польових випробувань ґрунтів. Часто їх обчислюють через швидкості поширення пружних хвиль в основі - поздовжньої  $V_p$  і поперечної  $V_s$ , м/с за наступними формулами [34]:

$$E = \rho V_s^2 \frac{3\delta^2 - 4}{\delta^2 - 1}; \quad \nu = \frac{\delta^2 - 2}{2(\delta^2 - 1)}; \quad \delta = V_p / V_s; \quad G = \rho V_s^2$$

Між модулями пружності, зсуву і коефіцієнтом Пуассона є також залежність, що виражається відомою формулою  $G = 0,5E/(1 + \nu)$ . В таблиці 3.1 надаються залежності для еквівалентних характеристик жорсткостей і розсіювання енергії у основи круглої в плані споруди [34]

Таблиця 3.1 - Еквівалентні характеристики жорсткостей і розсіювання енергії у основи круглої в плані споруди [34]

Напрямок коливань	Круглий фундамент	
	Еквівалентні жорсткості	Еквівалентні затування
Горизонтальні	$K_x = \frac{32(1-\nu)GR}{7-8\nu}$ , Н/м	$b_x = 0,576 K_x R \sqrt{\frac{\rho}{G}}$ , Нс/м
Вертикальні	$K_z = \frac{4GR}{1-\nu}$ , Н/м	$b_z = 0,85 K_z R \sqrt{\frac{\rho}{G}}$ , Нс/м
Качання у вертикальній площині	$K_\varphi = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)}$ , Н/м	$b_\varphi = \frac{0,30}{1+B_\varphi} K_\varphi R \sqrt{\frac{\rho}{G}}$ , Нс/м
Поворот в горизонтальній площині	$K_\psi = \frac{16}{3} GR^3$ , Н/м	$b_\psi = \frac{1}{1+B_\psi} \sqrt{K_\psi I_\psi}$ , Нс/м

Позначення:  $B_\varphi = \frac{3(1-\nu)I_{0m}}{8\rho R^5}$ ,  $B_\psi = \frac{2I_{\psi m}}{\rho R^5}$ ,  $R$  – радіус фундаменту, м;  $I_{0m}$  – момент інерції споруди відносно горизонтальної осі качання, яка проходить через центр основи, кг м<sup>2</sup>;  $I_{\psi m}$  – полярний момент інерції споруди відносно вертикальної осі симетрії, кг м<sup>2</sup>.

Значення швидкості поширення пружних хвиль та модуля деформації наведені у табл. 4.2.

Таблиця 3.2 - Інженерно-геологічні характеристики ґрунтів [34]

Найменування ґрунтів	Щільність $\rho$ , т/м <sup>3</sup>	Швидкості поширення пружних хвиль, км/с		Модуль деформації $E_d \times 10^{-2}$ , МПа
		$V_p$	$V_s$	
<i>М'які ґрунти</i>				
Насипні ґрунти рихлі (піски, супіски, суглинки та ін.), неводонасичені	1.40-1.70	0.1-0.3	0.07-0.15	~0.1
Гравелисті-піщані ґрунти	1.60-1.90	0.2-0.5	0.10-0.25	0.05-1.3
Піщані ґрунти маловологі (сухі)	1.40-1.70	0.15-0.9	0.13-0.50	0.05-1.3
Піщані ґрунти середньої вологості	1.60-1.90	0.25-1.3	0.16-0.60	0.05-1.3
Піщані ґрунти водонасичені	1.70-2.20	0.3-1.6	0.20-0.80	0.03-1.0
Супіски	1.60-2.00	0.3-1.2	0.12-0.60	0.05-1.3
Суглинки	1.60-2.10	0.3-1.4	0.14-0.70	0.05-1.2
Глинисті ґрунти вологі, пластичні	1.70-2.20	0.5-2.8	0.13-1.20	0.05-2.0
Глинисті ґрунти щільні, напівтверді і тверді	1.90-2.60	2.0-3.5	1.10-2.00	0.05-2.0
Лес і лесовидні ґрунти	1.30-1.60	0.38-0.4	0.13-0.14	0.05-1.0
<i>Полускельні і скельні породи</i>				
Мергель	1.80-2.60	1.4-3.5	0.8-2.0	
Пісковик рихлий	1.80-2.20	1.5-2.5	0.8-1.7	
Пісковик щільний	2.00-2.60	2.0-4.3	1.1-2.5	
Пісковик сильно виветреною	1.70-2.20	1.0-3.0	0.6-1.8	
Вапняк міцний	2.00-3.00	3.0-6.5	1.5-3.7	
Глинисті сланці	2.00-2.80	2.0-5.0	1.2-3.0	
Вивержені і метаморфічні породи (граніт, гнейс, базальт, діабаз) тріщинуваті	2.40-3.00	3.0-5.0	1.7-3.0	
Вивержені і метаморфічні породи (граніт, гнейс та ін.) нетріщинуваті	2.70-3.30	4.0-6.5	2.7-4.3	

*Примітка:* Нижня межа швидкостей поширення пружних хвиль відноситься до ґрунтів і скельних порід з мінімальною об'ємною вагою, а верхній – з максимальною.

#### 4 ДИНАМІЧНІ ПЕРЕМІЩЕННЯ ПРУЖНОЇ НАПІВПЛОЩІНИ

Процес взаємодії ПУ з ґрунтом як з пружною основою може розглядатися двобічно. З одного боку ґрунт може розглядатися тільки як джерело пружних відновлюючих сил. В той же час при мінометному старті ракети з контейнера ПУ, за рахунок раптового прикладення розподіленої сили тиску до внутрішньої донної поверхні контейнера, відбувається динамічна взаємодія контейнера з ґрунтом по площі опорної поверхні контейнера. Ця динамічна дія контейнера на ґрунт призводить до утворення поверхневої хвилі, яка чинить додаткову динамічну дію на ПУ в місцях контакту ПУ з ґрунтом (контейнер, домкрати, колеса).

Динамічна взаємодія контейнера ПУ з ґрунтом може бути сформульована як динамічна контактна задача теорії пружності. В рамках моделі пружної основи як пружного напівпростору уявляється можливим розглянути виникнення і взаємодію пружної поверхневої хвилі зі складовими частинами ПУ в результаті динамічної дії контейнера на ґрунтову основу при мінометному старті.

Існуючі теорії пружного напівпростору приблизно описують поведінку пружної основи в реальних умовах, однак при малих коливаннях, як про це свідчать численні експерименти [18,27], спостерігається задовільна відповідність між дослідом і теорією.

Розглянемо так звану задачу Лемба [27], тобто задачу про динамічні переміщення пружної напівплощини (плоска деформація) при заданих навантаженнях, що змінюються вздовж границі в залежності від часу. Нехай на кордоні пружної напівплощини (рис.4.1) прикладене вертикальне навантаження, закон зміни якого описується заданою функцією  $p(x,t)$ . Потрібно знайти вертикальні  $v(x, y, t)$  і горизонтальні  $u(x, y, t)$  переміщення точок напівплощини.

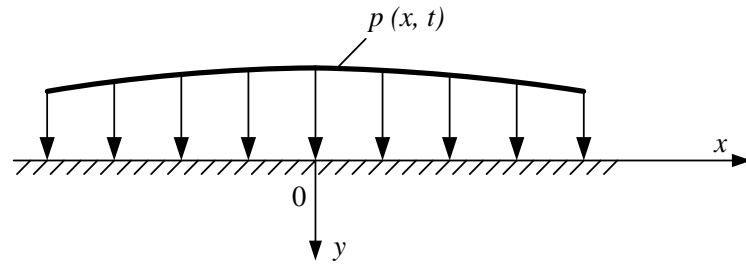


Рис. 4.1 – Довільне вертикальне розподілене навантаження

Для вирішення задачі скористаємося диференціальними рівняннями руху напівплощини, які при запису їх в переміщеннях мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1 - \beta^2) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \beta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \beta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \\ \beta^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (1 - \beta^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \beta^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

де

$$\beta = \frac{c_2}{c_1} = \sqrt{\frac{1(1 - 2\nu_0)}{2(1 - \nu_0)}}; \quad c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0}}; \quad c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_0}};$$

$$\lambda = \frac{E_0 \nu_0}{(1 + \nu_0)(1 - 2\nu_0)}; \quad \mu = \frac{E_0}{2(1 + \nu_0)};$$

$c_1$  і  $c_2$  - швидкості поздовжньої і поперечної хвиль у пружному півпросторі;  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $E_0$ ,  $\nu_0$  і  $\rho_0$  - відповідно, постійні Ламе, модуль пружності, коефіцієнт Пуассона і щільність матеріалу півпростору;  $x = \bar{x}/a$ ,  $y = \bar{y}/a$ ,  $t = c_2 \bar{t}/a$  - безрозмірні змінні;  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{t}$  - дійсні змінні;  $a$  - довільний параметр, що має розмірність довжини (якщо навантаження прикладене на ділянці кінцевої довжини, то в якості параметра зручно прийняти напівдовжину цієї ділянки). Застосовуючи до рівнянь (4.1) перетворення Лапласа за часом [26], при нульових початкових умовах отримуємо

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + (1 - \beta^2) \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x \partial y} + \beta^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} &= \beta^2 s^2 \bar{u}; \\ \beta^2 \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + (1 - \beta^2) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} &= \beta^2 s^2 \bar{v}, \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

де перетворення Лапласа функцій  $u(x, y, t)$  і  $v(x, y, t)$  мають вигляд

$$\bar{u}(x, y, s) = \int_0^{\infty} u(x, y, t) e^{-st} dt; \quad \bar{v}(x, y, s) = \int_0^{\infty} v(x, y, t) e^{-st} dt \quad (4.3)$$

( $s$  – безрозмірний параметр перетворення Лапласа). Функції по зображеннях Лапласа знаходяться за формулами обернення [26]

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, t) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i_{\infty}}^{c+i_{\infty}} \bar{u}(x, y, s) e^{ts} ds; \\ v(x, y, t) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i_{\infty}}^{c+i_{\infty}} \bar{v}(x, y, s) e^{ts} ds, \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

де інтегрування виконується в комплексній площині вздовж прямої, паралельної уявній осі і розташованої на відстані  $c$  від неї.

Для розв'язку рівнянь (4.2) введемо функції  $\bar{\varphi}(x, y, s)$  і  $\bar{\psi}(x, y, s)$ :

$$\bar{u} = \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y}; \quad \bar{v} = \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial y} - \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x}. \quad (4.5)$$

Рівняння (4.2) задовольняються, якщо функції  $\bar{\varphi}(x, y, s)$  і  $\bar{\psi}(x, y, s)$  знаходяться з рішень хвильових рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial y^2} - \beta^2 s^2 \bar{\varphi} &= 0; \\ \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial y^2} - s^2 \bar{\psi} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

Застосовуючи до рівнянь (4.6) перетворення Фур'є по координаті  $x$  [26], отримуємо

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial y^2} - (\xi^2 + \beta^2 s^2) \bar{\varphi} &= 0; \\ \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial y^2} - (\xi^2 + s^2) \bar{\psi} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

де перетворення Фур'є функцій  $\bar{\varphi}(x, y, s)$  і  $\bar{\psi}(x, y, s)$  мають вигляд

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}(\xi, y, s) &= \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\varphi}(x, y, s) e^{i\xi x} dx; \\ \bar{\psi}(\xi, y, s) &= \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\psi}(x, y, s) e^{i\xi x} dx; \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

( $\xi$  – безрозмірний параметр перетворення Фур'є). Якщо відомі перетворення Фур'є, то самі функції знаходяться за наступними формулами обернення:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}(x, y, s) &= \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\varphi}(\xi, y, s) e^{-i\xi x} d\xi; \\ \bar{\psi}(x, y, s) &= \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\psi}(\xi, y, s) e^{-i\xi x} d\xi. \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

Враховуючи умови на нескінченності, рішення рівнянь (4.7) вибираються у вигляді функцій

$$\bar{\varphi}(\xi, y, s) = A(\xi, s) e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}}; \quad \bar{\psi}(\xi, y, s) = B(\xi, s) e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}}, \quad (4.10)$$



де коефіцієнти  $A(\xi, s)$  і  $B(\xi, s)$  знаходяться з граничних умов для нормальних  $\sigma_y(x, y, t)$  і дотичних  $\tau_{xy}(x, y, t)$  напружень:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y(x, 0, t) = -p(x, t) \text{ або } \bar{\sigma}_y(x, 0, s) = -\bar{p}(x, s); \\ \tau_{xy}(x, 0, t) = 0 \text{ або } \bar{\tau}_{xy}(x, 0, s) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Підставляючи функції (4.10) у формули (4.9), отримуємо

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}(x, y, s) &= \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\xi, s) e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} - ix\xi} d\xi; \\ \bar{\psi}(x, y, s) &= \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} B(\xi, s) e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2} - ix\xi} d\xi. \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Диференціюючи останні вирази по  $x$  і  $y$  та підставляючи результат в рівності (4.5), знаходимо:

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}(x, y, s) &= \frac{-1}{a^2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ A(\xi, s)\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}} - \right. \\ &\quad \left. - i\xi B(\xi, s) e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}} \right] e^{-ix\xi} d\xi; \\ \bar{u}(x, y, s) &= \frac{-1}{a^2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ i\xi A(\xi, s) e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}} + \right. \\ &\quad \left. + B(\xi, s)\sqrt{\xi^2 + s^2} e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}} \right] e^{-ix\xi} d\xi. \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Напруження  $\sigma_y(x, y, t)$  і  $\tau_{xy}(x, y, t)$  визначаються залежностями:

$$\sigma_y = \frac{\lambda}{a} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2 \frac{\mu}{a} \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \tau_{xy} = \frac{\mu}{a} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (4.14)$$

або в зображеннях Лапласа

$$\bar{\sigma}_y = \frac{\lambda}{a} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) + 2 \frac{\mu}{a} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y}; \quad \tau_{xy} = \frac{\mu}{a} \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \quad (4.15)$$

Похідні по  $x$  і  $y$  виразів (4.13) підставляємо у формули (4.15) і задовольняємо граничним умовам (4.11). У результаті отримуємо систему двох рівнянь для визначення невідомих  $A(\xi, s)$  і  $B(\xi, s)$ :

$$\left. \begin{aligned} \left( \xi^2 + \frac{1}{2} s^2 \right) A(\xi, s) - i\xi \sqrt{\xi^2 + s^2} B(\xi, s) &= -\frac{a^2}{2\mu} \bar{p}(\xi, s); \\ i\xi \sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} A(\xi, s) + \left( \xi^2 + \frac{1}{2} s^2 \right) B(\xi, s) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

де подвійне перетворення (Лапласа і Фур'є) заданої функції  $p(x, t)$  має вигляд

$$\bar{p}(\xi, s) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} p(x, t) e^{i\xi x - st} dt dx. \quad (4.17)$$

Із системи (4.16) очевидно, що

$$A(\xi, s) = -\frac{a^2}{\mu} \frac{2\xi^2 + s^2}{F(\xi, s)} \bar{p}(\xi, s); \quad B(\xi, s) = \frac{2a^2}{\mu} \frac{i\xi \sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}}{F(\xi, s)} \bar{p}(\xi, s), \quad (4.18)$$

де

$$F(\xi, s) = (2\xi^2 + s^2)^2 - 4\xi^2 \sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} \sqrt{\xi^2 + s^2}. \quad (4.19)$$

Підстановка виразів (4.18) в (4.13) приводить до таких формул переміщень напівплощини в зображеннях Лапласа:

$$\begin{aligned} \bar{v}(x, y, s) = & \frac{1}{\mu\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}}{F(\xi, s)} [(2\xi^2 + \\ & + s^2)e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}} - 2\xi^2 e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}}] \bar{p}(\xi, s) e^{-ix\xi} d\xi; \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(x, y, s) = & \frac{1}{\mu\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi \bar{p}(\xi, s)}{F(\xi, s)} [(2\xi^2 + s^2)e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}} - \\ & - 2\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} \sqrt{\xi^2 + s^2} e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}}] e^{-ix\xi} d\xi. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Переходячи до оригіналів, отримуємо

$$\begin{aligned} v(x, y, t) = & \frac{1}{\mu\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}}{F(\xi, s)} [(2\xi^2 + s^2) e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}} - \\ & - 2\xi^2 e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}}] \bar{p}(\xi, s) e^{-ix\xi + st} d\xi ds; \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} u(x, y, t) = & \frac{i}{\mu\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi \bar{p}(\xi, s)}{F(\xi, s)} [(2\xi^2 + s^2) e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}} - \\ & - 2\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} \sqrt{\xi^2 + s^2} e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}}] e^{-ix\xi + st} d\xi ds. \end{aligned} \quad (4.23)$$

При  $y = 0$

$$\bar{v}(x, 0, s) = \frac{s^2}{\mu\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}}{F(\xi, s)} \bar{p}(\xi, s) e^{-ix\xi} d\xi; \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(x, 0, s) = & \frac{i}{\mu\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi \bar{p}(\xi, s)}{F(\xi, s)} (2\xi^2 + s^2 - 2\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} \times \\ & \times \sqrt{\xi^2 + s^2}) e^{-ix\xi} d\xi; \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$v(x, 0, t) = \frac{1}{\mu\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s^2 \sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}}{F(\xi, s)} \bar{p}(\xi, s) e^{-ix\xi + st} d\xi ds; \quad (4.26)$$

$$u(x, 0, t) = \frac{i}{\mu\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi \bar{p}(\xi, s)}{F(\xi, s)} (2\xi^2 + s^2 - 2\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} \sqrt{\xi^2 + s^2}) e^{-ix\xi + st} d\xi ds. \quad (4.27)$$

Таким чином, задача зводиться до обчислення подвійних інтегралів (4.22) і (4.23) або (4.26) і (4.27) (для границі) при відомій функції  $p(x, t)$ .

Нехай в момент часу  $t = 0$  на ділянці границі пружної напівплощини шириною  $2a$  (рис. 4.2) прикладено вертикальне навантаження вигляду

$$p(x, t) = \begin{cases} qH(t) & (|x| \leq 1); \\ 0 & (|x| > 1). \end{cases} \quad (4.28)$$

де  $q$  – інтенсивність навантаження;  $H(t)$  – функція Хевісайда. Потрібно знайти переміщення  $v(x, 0, t)$  і  $u(x, 0, t)$ .

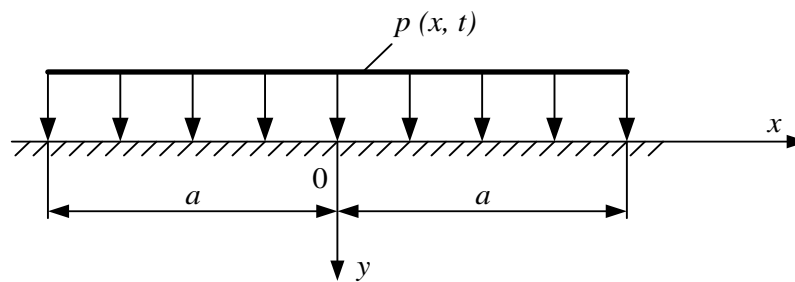


Рис. 4.2 – Раптове постійне навантаження

Провівши, описані вище, перетворення можна отримати формулу для вертикальних переміщень

$$v(x, 0, t) = \frac{4qa}{\pi^2\mu} \left[ -\pi \frac{\sqrt{\eta_1^2 - \beta^2}}{F'(\eta_1)} f_2\left(x, \frac{t}{\eta_1}\right) + \int_0^\beta \frac{\sqrt{\beta^2 - \eta^2}}{F(\eta)} f_2\left(x, \frac{t}{\eta}\right) d\eta + \int_\beta^1 \frac{4\eta^2(\eta^2 - \beta^2)\sqrt{1 - \eta^2}}{F(\eta)f(\eta)} f_2\left(x, \frac{t}{\eta_1}\right) d\eta \right], \quad (4.29)$$

де

$$f_2\left(x, \frac{t}{\eta}\right) = \frac{1}{4} \left[ (1+x) \ln \left| \frac{(1+x)^2 - t^2/\eta^2}{(1+x)^2} \right| + (1-x) \ln \left| \frac{(1-x)^2 - t^2/\eta^2}{(1-x)^2} \right| + \frac{t}{\eta} \ln \left| \frac{x^2 - (1+t/\eta)^2}{x^2 - (1-t/\eta)^2} \right| \right], \quad (4.30)$$

$$F(\eta) = (2\eta^2 - 1)^2 - 4\eta^2\sqrt{\eta^2 - \beta^2}\sqrt{\eta^2 - 1},$$

$$f(\eta) = (2\eta^2 - 1)^2 + 4\eta^2\sqrt{\eta^2 - \beta^2}\sqrt{\eta^2 - 1}.$$

Цей вираз є безперервною функцією змінних  $x$  і  $t$ . Для горизонтальних переміщень отримуємо вираз

$$u(x, 0, t) = -\frac{4qa}{\pi^2\mu} \left[ -\frac{\pi}{2} \frac{2\eta_1^2 - 1}{\eta_1 F'(\eta_1)} f_3\left(x, \frac{t}{\eta_1}\right) + \int_\beta^1 \frac{2\eta(2\eta^2 - 1)\sqrt{\eta^2 - \beta^2}\sqrt{1 - \eta^2}}{F(\eta)f(\eta)} f_3\left(x, \frac{t}{\eta}\right) d\eta \right], \quad (4.31)$$

де

$$f_3\left(x, \frac{t}{\eta}\right) = \begin{cases} 0 & (0 < t/\eta \leq |1-x|); \\ \frac{\pi}{4}(t/\eta - |1-x|)(|1-x| \leq t/\eta \leq 1+x); & \\ \frac{\pi}{2}[xH(1-x) + H(x-1)](1+x \leq t/\eta, x > 0). & \end{cases} \quad (4.32)$$

При обчисленні переміщень необхідно знати величини дійсних коренів  $\eta_1$  рівняння

$$(2\eta^2 - 1)^2 - 4\eta^2\sqrt{\eta^2 - \beta^2}\sqrt{\eta^2 - 1} = 0. \quad (4.33)$$

Це рівняння має два дійсних корені ( $\eta = \pm \eta_1$ ) і чотири комплексних (при  $\lambda \neq \mu$ ); якщо  $\lambda = \mu$ , то всі корені дійсні, де  $\eta_1$  – найбільший дійсний позитивний корінь рівняння (4.33). Деякі окремі значення величини  $\eta_1$  наведені у табл.4.1.

Таблиця 4.1 - Значення величини  $\eta_1$ .

$v_0$	0	1/6	1/4	0,3	0,4	0,5
$\eta_1$	1,145	1,10475	1,08766	1,07827	1,06135	1,04678

При зростанні  $t$  переміщення повинні прагнути до статичних. Аналіз формули (4.29) показує, що вертикальні переміщення зростають за законом  $\ln t(t \rightarrow \infty)$ . З рішень статичних задач для пружної напівплощини відомо, що при рівнодіючій вертикальних навантажень, яка не дорівнює нулю, вертикальні переміщення визначаються з точністю до сталої. Перехід до статички на основі формули (4.29) може бути здійснений, якщо за цю сталу (незалежну від координати  $x$ ) прийняти член, що містить  $\ln t(t \rightarrow \infty)$ , і виключити його, знайшовши відносні переміщення, як це робиться при вирішенні статичних задач.

При короткочасних навантаженнях труднощій у визначенні переміщень не виникає. Так, якщо навантаження має форму прямокутного імпульсу тривалістю  $T$ , то переміщення  $u(x, 0, t)_T$  визначаються за формулою

$$v(x, 0, t)_T = \begin{cases} v(x, 0, t) & (0 \leq t \leq T); \\ v(x, 0, t) - v(x, 0, t - T) & (t > T) \end{cases} \quad (4.34)$$

(при  $t \rightarrow \infty$  переміщення дорівнюють нулю). Однак, чим більше  $T$ , тим більшого максимуму досягають вертикальні переміщення, в границі прагнучі до нескінченності. Фізично, зрозуміло, таке явище не спостерігається. Отже, математичний дефект моделі пружної основи у вигляді пружної півплощини, який проявляється в статичних задачах, є і в динамічних задачах, хоча і носить обмежений характер, так як при короткочасних навантаженнях за формулою (4.34) виходять вірні результати. Горизонтальні переміщення, описувані формулою (4.31), при  $t \rightarrow \infty$  прагнуть до статичних значень.

Отримані в результаті розрахунку переміщення  $v(x, 0, t)$  і  $u(x, 0, t)$  точок границі пружної напівплощини, якою моделюється опорна поверхня ґрунтової основи, розглядаються як вібропереміщення  $z = v(x, 0, t)$  і  $\mu = u(x, 0, t)$  опорної поверхні ґрунтової основи і присутні в рівняннях руху частин ПУ на всіх розглянутих ділянках руху.

## 5 РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНИХ РОЗРАХУНКІВ ДИНАМІКИ МІНОМЕТНОГО СТАРТУ РАКЕТИ З МОБІЛЬНОЇ ПУ

За результатами теоретичних розрахунків була створена обчислювальна програма для дослідження поведінки ПУ під час мінометного старту ракети з пускового контейнера. Програма дозволяє проводити розрахунки не враховуючи коливання грантової основи, так і за умов впливу коливань ґрунту на поведінку ПУ.

Для розробленої у роботі моделі ПУ з мінометним стартом були проведені розрахунки її параметрів шляхом чисельного розв'язання системи диференціальних рівнянь. Розрахунки проводились за наступних модельних параметрів системи, які наведені у табл 5.1.:

Таблиця 5.1 – Параметри моделі ПУ

Параметр	Значення
LowerLimit - нижня границя інтегрування за часом	0.000000000000000E+0000
UpperLimit - верхня границя інтегрування за часом	5.000000000000000E+0000
dh_i - крок інтегрування за часом	1.000000000000000E-0004
P - сила тиску газів в контейнері	2.000000000000000E+0005
M2 - маса ракети	3.800000000000000E+0003
R - внутрішній радіус контейнера	4.600000000000000E-0001
L2 - відстань між серединою нижнього опорного поясу ракети та центром мас ракети	2.571000000000000E+0000
L12 - відстань між серединами нижнього і передостаннього опорних поясів	2.057000000000000E+0000
H - висота контейнера	8.000000000000000E+0000
f_tr - коефіцієнт тертя між поверхнею контейнера і поверхнею облютератора	2.000000000000000E-0001
I_c1 - екваторіальний момент інерції контейнера	5.439133000000000E+0003
I_c2 - екваторіальний момент інерції ракети	1.661702000000000E+0004
C_g_phi - кутова жорсткість ґрунтової основи під контейнером Н м <sup>2</sup>	4.500000000000000E+0006
C_gx - коефіцієнт жорсткості ґрунту в напрямку осі X	8.900000000000000E+0006
C_gy - коефіцієнт жорсткості ґрунту в напрямку осі Y	1.080000000000000E+0008
H1 - положення центра мас контейнера	4.000000000000000E+0000
H0 - відстань від нижнього облютератора до дна ракети	1.029000000000000E+0000
M1 - маса контейнера	1.000000000000000E+0003
q_gx - коефіцієнт опору ґрунту в напрямку осі X	1.270000000000000E+0005
q_gy - коефіцієнт опору ґрунту в напрямку осі Y	2.280000000000000E+0005
q_g_phi - кутовий коефіцієнт опору ґрунту	4.700000000000000E+0001



Параметр	Значення
Ig_omega_g - характеристика гіроскопа (гіроскопічної платформи)	2.40000000000000E+0005
D_ush - проседание контейнера	2.00000000000000E-0002
x_k - координата X центра контейнера	5.00000000000000E-0003
CshX1	8.90000000000000E+0006
CshX2	8.90000000000000E+0006
CshX3	8.90000000000000E+0006
CshX4; CshX1..4 - тангенціальна жорсткість шини першого...четвертого мосту, Н/м	8.90000000000000E+0006
S1k	3.50000000000000E-0002
S2k	3.50000000000000E-0002
S3k	3.50000000000000E-0002
S4k; S1k, S2k, S3k, S4k - площа плями контакту шини першого...четвертого мосту, м <sup>2</sup>	3.50000000000000E-0002
L_1	2.10000000000000E-0001
L_2	2.10000000000000E-0001
L_3	2.10000000000000E-0001
L_4	2.10000000000000E-0001
b1	1.70000000000000E-0001
b2	1.70000000000000E-0001
b3	1.70000000000000E-0001
b4; L_1, L_2, L_3, L_4, b1, b2, b3, b4 - характерні розміри плями контакту шини на поверхні ґрунту, м	1.70000000000000E-0001
C0 - постійна жорсткості основи	8.00000000000000E+0005
P0 - тиск в шині під дослідним штампом при визначенні C0	2.00000000000000E+0005
P1	3.00000000000000E+0005
P2	3.00000000000000E+0005
P3	3.00000000000000E+0005
P4; P1, P2, P3, P4 - тиск в шині	3.00000000000000E+0005
b1x	2.00000000000000E+0005
b2x	2.00000000000000E+0005
b3x	1.70000000000000E-0001
b4x; b1x, b2x, b3x, b4x - коефіцієнт опору першого...четвертого мосту,	2.00000000000000E+0005
M3 - маса остову носія, kg	5.70000000000000E+0003
m1p	1.40000000000000E+0003
m2p; m1p, m2p - маси першого переднього та другого переднього мостів, kg	1.40000000000000E+0003
m1z	1.40000000000000E+0003
m2z; m1z, m2z - маси першого та другого задніх мостів відповідно, kg	1.40000000000000E+0003
C1	1.00000000000000E+0007
C2	1.00000000000000E+0007
C3; C1, C2, C3, - коефіцієнт жорсткості в першій та другій передній підвісці та в ресорно балансірній підвісці	1.00000000000000E+0007
L_b - плече балансірної підвіски, m	1.00000000000000E+0000
q_1	1.40000000000000E+0004
q_2; q_1, q_2 - коефіцієнт опору (демпфування) в першій та другій передній підвісці та в ресорно-баланси́рній підвісці	1.40000000000000E+0004

Параметр	Значення
L1p	-3.60000000000000E+0000
L2p	-1.24000000000000E+0000
Lbp; L1p, L2p, Lbp - відстані від ЦМ до мостів, m	3.80000000000000E+0000
Lck - відстань від ЦМ до контейнеру, m	6.33400000000000E+0000
k3_tr - коефіцієнт сухого тертя в ресорно-балансирній підвісці	8.00000000000000E-0001
Kgx_d1	8.90000000000000E+0006
Kgx_d2; Kgx_d1, Kgx_d2 - коефіцієнт горизонтальної жорсткості ґрунту під переднім та заднім домкратами з урахуванням площі опорної поверхні	8.90000000000000E+0006
bgx_d1	1.27000000000000E+0005
bgx_d2; bgx_d1, bgx_d2 - коефіцієнт опору (затухання) ґрунту під переднім та заднім домкратами	1.27000000000000E+0005
Kgy_d1	1.08000000000000E+0008
Kgy_d2; Kgy_d1, Kgy_d2 - коефіцієнт вертикальної жорсткості ґрунту під переднім та заднім домкратами з урахуванням площі опорної поверхні	1.08000000000000E+0008
bgy_d1	2.28000000000000E+0005
bgy_d2; bgy_d1, bgy_d2 - коефіцієнт опору (затухання) ґрунту під переднім та заднім домкратами	2.28000000000000E+0005
Ld1	1.00000000000000E+0000
Ld2; Ld1, Ld2 - координати відстаней по горизонталі від ЦМ основи до центрів опорних домкратів, m	6.20000000000000E+0000
h_p - виміряна по вертикалі відстань між статичним положенням ЦМ основи та точками приєднання підвісок до мостів носія, m	1.20000000000000E+0000
Ic3 - момент інерції остова носія відносно осі, що проходить через його ЦМ перпендикулярно до умовної площини руху остова, Н м <sup>2</sup>	2.00000000000000E+0007
a	1.50000000000000E-0001
L__1	2.00000000000000E-0001
L__2	2.30000000000000E+0000
L__3	1.00000000000000E+0000
L__4	2.00000000000000E-0001
L__5	2.50000000000000E-0001
L__6	4.00000000000000E+0000
b; a, L__1, L__2, L__3, L__4, L__5, L__6, b - вектори постійної довжини підйомного та поворотного механізмів	1.50000000000000E-0001
H3 - відстань от ЦМ контейнера по вертикалі до осі поворотного механізму	2.00000000000000E+0000
Ср	1.08000000000000E+0010
bp; Ср, bp - коефіцієнт жорсткості та демпфування механізму підйому	2.28000000000000E+0006
Ск - коефіцієнт кутової жорсткості шарнірного з'єднання (механізм повороту)	9.00000000000000E+0007
K1y	1.08000000000000E+0007
K2y	1.08000000000000E+0007
K3y	1.08000000000000E+0007

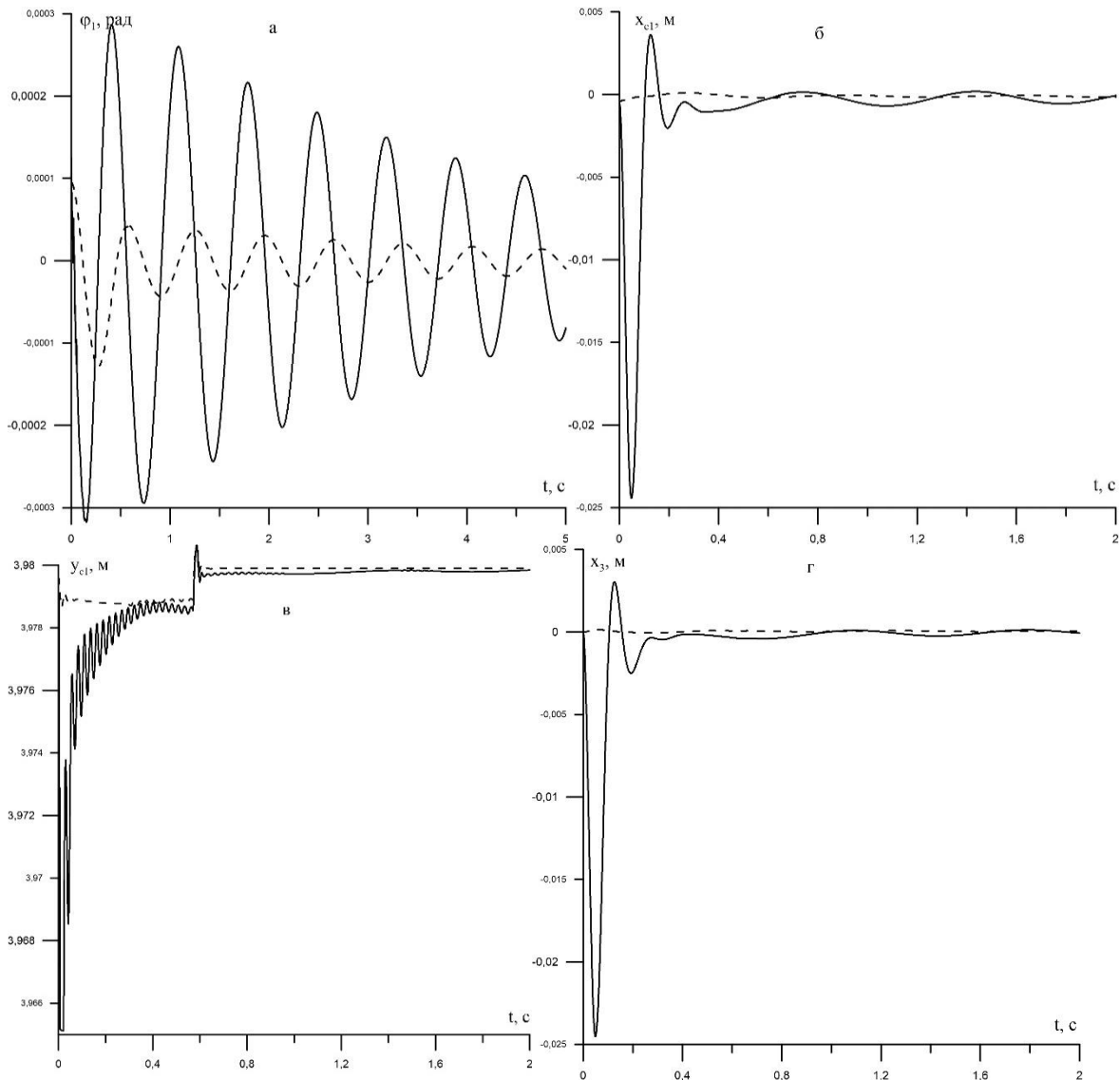
<b>Параметр</b>	<b>Значення</b>
K1y; K1y, K2y, K3y, K4y - коефіцієнт приведеної вертикальної жорсткості шин	1.080000000000000E+0007
b1y	2.280000000000000E+0006
b2y	2.280000000000000E+0006
b3y	2.280000000000000E+0006
b4y; b1y, b2y, b3y, b4y - коефіцієнт приведенного вертикального опору шин	2.280000000000000E+0006
<b>Початкові умови інтегрування за часом</b>	
0 - time	0.000000000000000E+0000
1 - x_1c2	0.000000000000000E+0000
2 - v_rx1	0.000000000000000E+0000
3 - y_1c2	-4.400000000000000E+0000
4 - v_ry1	0.000000000000000E+0000
5 - phi_2	1.000000000000000E-0004
6 - omega_2	0.000000000000000E+0000
7 - phi_1	1.000000000000000E-0004
8 - eps	0.000000000000000E+0000
9 - x_c1	-4.000000000000000E-0004
10 - eta	0.000000000000000E+0000
11 - y_c1	3.979600000000000E+0000
12 - mu	0.000000000000000E+0000
13 - x_3	0.000000000000000E+0000
14 - v_3x	0.000000000000000E+0000
15 - y_3	0.000000000000000E+0000
16 - v_3y	0.000000000000000E+0000
17 - phi_3	1.000000000000000E-0004
18 - omega_3	0.000000000000000E+0000
19 - xi_1	0.000000000000000E+0000
20 - v_1	0.000000000000000E+0000
21 - xi_2	0.000000000000000E+0000
22 - v_2	0.000000000000000E+0000
23 - xi_3	0.000000000000000E+0000
24 - v_3	0.000000000000000E+0000
25 - xi_4	0.000000000000000E+0000
26 - v_4	0.000000000000000E+0000

Розрахунки залежності від часу параметрів ПУ були проведені як з урахуванням динамічної взаємодії з ґрунтом, так і за умови її відсутності. У якості моделі ґрунту була прийнята поверхня з глини, а модельні параметри мали наступні числові значення (табл. 5.2):

Таблиця 5.2 – Модельні параметри ґрунту під ПУ

Параметр	Значення
модуль пружності	108 МПа
щільність	1750 кг/м <sup>3</sup>
коефіцієнт Пуассона	0,42
тривалість імпульсу, що передається при спрацюванні порохового акумулятора тиску	0,02с
тиск, що передається на одиниці довжини ґрунту під опорою контейнера	1,5 МПа/м

Результати розрахунків параметрів ПУ в залежності від часу наведені на рис.5.1.



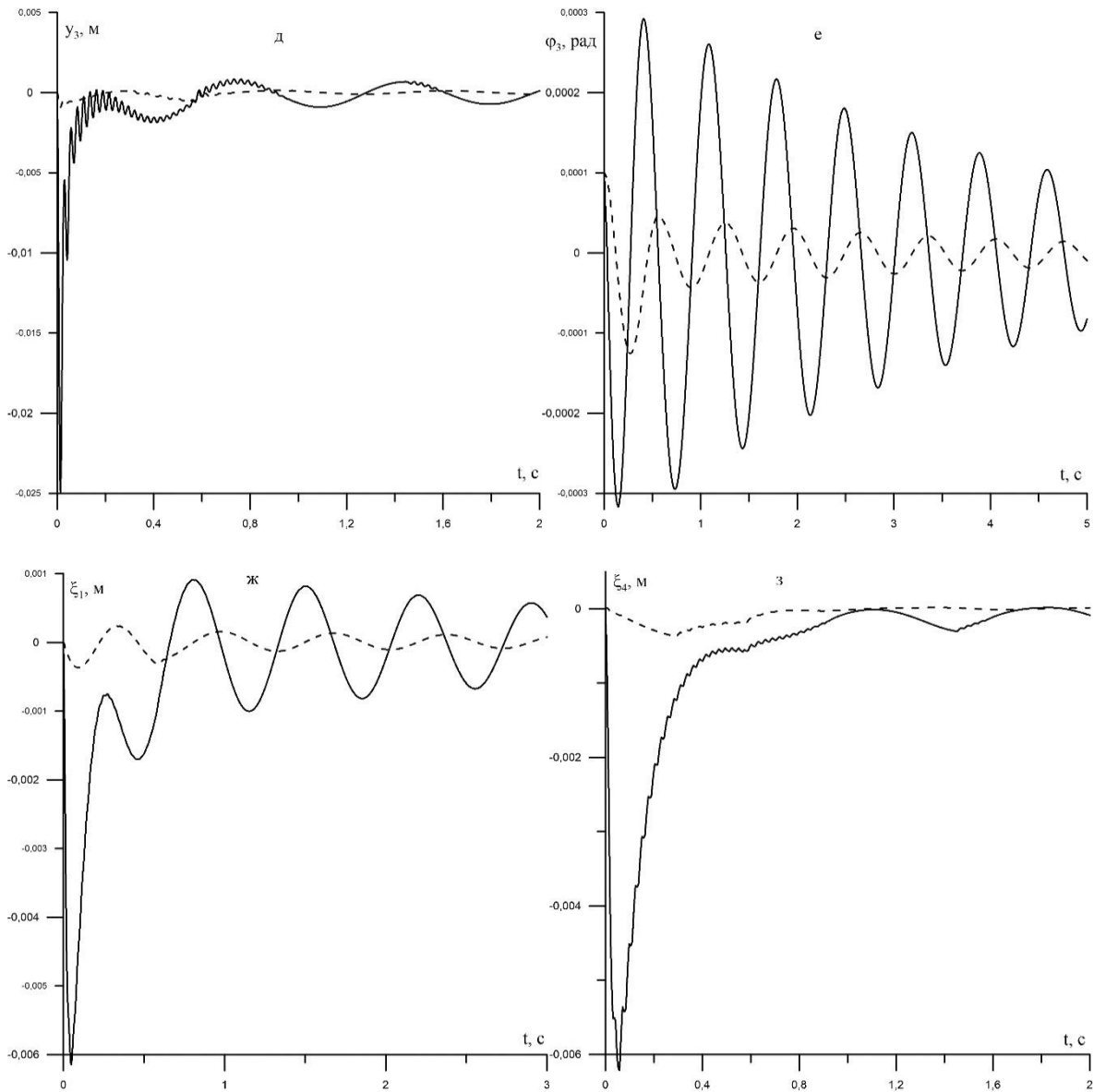


Рисунок 5.1 – Залежності параметрів ПУ від часу при мінометному старті ракети з контейнера

Пунктирна лінія – без урахування динамічної взаємодії з ґрунтовою основою  
Суцільна лінія - з урахуванням динамічної взаємодії з ґрунтовою основою

Як видно з рис.5.1 розрахункова модель та система диференціальних рівнянь належним чином враховують взаємодію ПУ з ґрунтовою основою. З рис.1 видно, що ударна хвиля в ґрунті передає імпульс на всі елементи конструкції ПУ, що контактують з ґрунтовою основою. Вплив ударної хвилі у ґрунті під час імпульсного навантаження проявляється у збільшенні амплітуди початкових коливань конструкції. Крім того, додатковий імпульс,

що передається від ґрунту, може спричиняти відрив контейнеру, та мостів від самої ґрунтової поверхні.

З урахуванням наведене вище, слід зробити висновки, що для зменшення впливу хвиль, що розповсюджуються після спрацювання порохового акумулятора тиску, необхідно в конструкціях ПУ передбачати часткове виваження остову ПУ на домкратах.

Слід зазначити на те, що розроблена модель адекватно відображає процес мінометного старту ракети при динамічній взаємодії ПУ з ґрунтом. Тому, значення, які отримуються для параметрів, що характеризуються рух ракети на виході з контейнеру, можна прийняти за початкові умови польоту ракети на активній ділянці її траєкторії.

Розроблена математична модель і її програмна реалізація дозволять суттєво скорочувати час та матеріальні ресурси при розробці установок подібного класу, оскільки дозволяють дослідити поведінку ПУ в момент і після старту ракети, а також розрахунковим шляхом отримувати значення початкових параметрів руху ракети без проведення натурних випробувань.

## ВИСНОВКИ

В результаті виконання НДР було проведено моделювання та дослідження динаміки мінометного старту з розробкою розрахункової та математичної моделей взаємодії мобільної пускової установки із ґрунтом під час короткочасного динамічного навантаження. Під час дослідження було виконано слідує:

1. Здійснено огляд схем старту літальних апаратів з мобільних пускових установок. Виявлено основні схеми старту оперативно-тактичних ракет: газодинамічний старт з відкритих або трубчастих направляючих та мінометна схема старту з пускового контейнера, коли літальний апарат виштовхується з контейнеру силою тиску газів порохового акумулятора тиску. Для дослідження динамічних процесів, що мають місце під час цих двох видів старту, необхідно створювати відповідні розрахункові і математичні моделі. Для цього були розроблені відповідні схеми старту, що враховують інерційні властивості основних складових частин пускової установки та пружні і демпфуючі властивості внутрішніх зв'язків пускової установки та ґрунту. Розроблені розрахункові моделі передбачається використати при моделюванні процесів газодинамічного та мінометного стартів з урахуванням взаємодії пускової установки з ґрунтом під час короткочасного навантаження.

2. Здійснено аналіз існуючих теорій по динаміці пускової установки та взаємодії пускової установки з ґрунтом. Виявлено, що взаємодію пускової установки з ґрунтом можна привести до класу задач про дію динамічних навантажень на конструкції з пружною основою. При цьому виникає необхідність визначення переміщень пружної основи, яка приймається у вигляді пружної напівплощини, що знаходиться під впливом навантажень, які прикладені на границі і змінюються в залежності від часу та координати.

3. Розроблені розрахункові плоскі моделі мобільних пускових установок мінометного старту з частковим і повним виваженням пускової установки за допомогою домкратів. Виявлено, що система яка досліджується є складною

та має окремі складові частини: літальний апарат, контейнер, остов носія та колісні мости.

4. Створено математичні моделі мобільної пускової установки з мінометним стартом. Розроблено системи диференціальних рівнянь, які описують механічні процеси, що відбуваються при мінометному старті ракети. Виявлено, що старт ракети необхідно розділити на три ділянки: ділянку поступального руху ракети в пусковому контейнері, ділянку складного руху ракети в пусковому контейнері та ділянку вільних коливань ПУ після виходу ракети з контейнера.

5. Шляхом чисельного розв'язання диференціальних рівнянь динамічних переміщень точок пружної напівплощини при раптовому локальному імпульсному навантаженні проведено дослідження поведінки системи ракета - пусковий контейнер-носій з урахуванням коливань ґрунтової основи після ударного навантаження.

Результати роботи можна використовувати у конструкторських бюро та підприємствах ракетно-космічної галузі. Створена модель дозволить підвищити якісно-експлуатаційні характеристики, скоротити час та зменшити вартість розробки новітніх зразків мобільних пускових установок з мінометним стартом, які будуть конкурентоспроможні як на вітчизняному, так і на міжнародному ринках.



**ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ**

1. Гудилин В. Е., Слабкий Л. И. Межконтинентальные ракеты с двигателями на твердом топливе (РТ-1, РТ-2) // Ракетно-космические системы (История. Развитие. Перспективы). — М., 1996. — 326 с.
2. К ракетным комплексам, не имеющим аналогов (1972—1990) // Призваны временем. Ракеты и космические аппараты конструкторского бюро «Южное» / Под общей редакцией С. Н. Конюхова. — Д.: Арт-Пресс, 2004.— 232 с.
3. Минометный старт жидкостных баллистических ракет дальнего действия // Ракетно-космическая техника. Серия 1, вып. 5, 1975; О критериях конструктивного совершенства современных баллистических ракет. Сигнальная информация "Поиск". Серия 1, вып. 4. — 1977.
4. Шишков А. А., Румянцев Б. В. Газогенераторы ракетных систем, М.: Машиностроение. — 1981.
5. Конюхов С. Н., Логачев П. П. Минометный старт межконтинентальных баллистических ракет. Днепропетровск, НАН, НКА Украины, Ин-т технической механики, ГKB «Южное». — 1997 — 211 с.
6. Богомаз Г. И., Науменко Н. Е., Соболевская М. Б., Хижа И. Ю. Динамика старта жидкостных ракет-носителей космических аппаратов. — 2005. — 248 с.
7. Алемасов В. Е., Дрегаллин А. Ф., Тишин А. П. Теория ракетных двигателей. Москва, Машиностроение. — 1989. — 464 с.
8. Соркин Р. Е. Теория внутрикамерных процессов в ракетных системах на твердом топливе: внутренняя баллистика. Москва, Наука. — 1983. — 288 с.
9. Алемасов В. Е. Термодинамические и теплофизические свойства ракетных топлив и их продуктов сгорания. Москва, Изд-во МО СССР. — 1977 — 318 с.

10. Глушко В. П. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочник. В 4 т. Москва, Наука. — 1978. —1982.
11. Братчев А. В., Вартанов Т. Р., Плюснин А. В. Исследование некоторых свойств течения в замкнутом объеме при выталкивании поршня. Сб. тр. Четвертой конференции пользователей программного обеспечения САД-FEM GmbH. Москва, Полигон-пресс. — 2004 — С. 251–257.
12. Светлицкий В. А. Динамика старта летательных аппаратов. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. — 1986. — 280 с.
13. Дегтярь В. Г., Пегов В. И. Гидродинамика подводного старта ракет. Москва, Машиностроение, Полет. — 2009. — 448 с.
14. Конюхов С. Н., Логачев П. П. Минометный старт межконтинентальных баллистических ракет. Днепропетровск, НАН, НКА Украины, Ин-т технической механики, ГKB «Южное», 1997, 211 с.
15. Александров А. А., Драгун Д. К., Забегаев А. И., Ломакин В. В.. Механика контейнерного старта ракеты при действии поперечных нагрузок. *Инженерный журнал: наука и инновации*, Вып. 3 — 2013.
16. Абакумов В. С., Ломакин В. В., Люкевич Н. В. Моделирование динамических процессов в контейнерных пусковых установках в режимах дежурства и пуска ракет. *Оборонная техника*. — 2003. — № 1-2.
17. Ломакин В. В. Механика взаимодействия транспортно-пускового контейнера и ракеты при пуске. *Оборонная техника*. — 2005. — № 4-5.
18. Цытович Н. А. Механика грунтов (краткий курс): Учебник для строит. вузов. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. школа. — 1983.—288 с.
19. Плюснин А. В. Учет эффекта вторичного догорания при расчетах систем газодинамического выброса летательного аппарата. *Математическое моделирование и численные методы*. — 2014, № 3. — С. 55-73.
20. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний. — М: Высшая школа. — 1980. — 408 с.

21. Ротенберг Р. В. Подвеска автомобиля: колебания и плавность хода. – М.: Машиностроение. – 1972. – 392 с.
22. Смирнов Г. А. Теория движения колесных машин. – М.: Машиностроение. – 1981. – 272 с.
23. Шийко О. М., Телухін В. О. Математична модель руху реактивного снаряда та пускової установки після спрацьовування стопорно-замкового пристрою напрямної. // Системи обробки інформації.—Х.:ХВУ.—2004, Вип. 3. – С.220-226.
24. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики: В 2-х томах. Т.2. Динамика. – М.: Наука, 1982, – 420 с.
25. Петрашень Г. И., Марчук Г. И., Огурцов К. И. О задаче Лэмба в случае полупространства. – Уч. зап. ЛГУ, 1950, 135, 21, 71—118.
26. Снеддон И. Преобразования Фурье. ИЛ: М. – 1955. – 668 с.
27. Сеймов В.М. Динамические контактные задачи. «Наукова думка», Киев. – 1976. – 283 с.
28. Горбунов-Посадов М. И. Современное состояние научных основ фундаментостроения. «Наука», М.. – 1967. – 68 с.
29. Цытович Н. А. и др. Основания и фундаменты. Госстройиздат. – 1959.
30. Егоров К. Е. Методы расчета конечных осадок фундаментов. – Сб. «Физика и механика грунтов», №3, Машстройиздат. – 1949.
31. Герсеванов Н. М., Польшин Д. Е. Теоретические основы механики грунтов. Стройиздат. – 1948.
32. Жемочкин Б. Н., Сеницын А. П. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании без гипотезы Винклера. Стройиздат. – 1963.
33. Гобунов-Посадов М. И. Расчет конструкций на упругом основании. Госстройиздат. – 1953.
34. Бирбраер А. Н. Расчет конструкций на сейсмостойкость. СПб.: Наука. – 1998. – 255 с.

35. Павлюк Н.П. О колебаниях твердого тела, опирающегося на упругое основание. – в кн. Вибрации фундаментов. Л., ОНТИ. – 1933.
36. Баркан Д. Д. Динамика оснований и фундаментов. М. – 1948.
37. Савинов О. А. Современные конструкции фундаментов под машины и их расчет. М. – 1964.
38. Филоненко-Бородич М. М. Теория упругости. М.: Физматгиз. – 1959 – 364с.
39. Методические рекомендации по определению динамических свойств грунтов, скальных пород и местных строительных материалов. П01-72. // ВНИИГ им. Веденеева. – 1972.