

УДК 621.515.621.67
КП
№ госрегистрации 0115U000549

Инв. №

**Министерство образования и науки Украины
Сумский государственный университет
(СумГУ)
40007, м. Сумы, ул. Римского-Корсакова, 2; тел. 68-78-44,
isn@kmm.sumdu.edu.ua**

Утверждаю
Проректор по научной работе
д.ф.-м.н., профессор
_____ А.Н. Черноус

**ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ РОТОРОВ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ МАШИН,
СВЯЗАННЫХ С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ РЕАКЦИЙ В ЗАЗОРАХ
ПОДШИПНИКОВ И УПЛОТНЕНИЙ, И ИХ ВИБРОДИАГНОСТИКА
(заключительный)**

Начальник НИЧ
к.ф.-м.н., снс

Д.И. Курбатов

Руководитель НИР
д.т.н., проф.

В.И. Симоновский

2016

Рукопись окончена 28 ноября 2016 р.
Результаты работы рассмотрены научным советом СумГУ,
протокол от 2016.12.23 № 4

СПИСОК АВТОРОВ

Д.т.н., проф. кафедры ОМ и ДМ (руководитель)	2016.11.28	Симоновский В.И. (разделы 1,3)
К.т.н., старший преподаватель кафедры ОМ и ДМ	2016.11.28	Павленко И.В. (раздел 1)
Студентка кафедры ОМ и ДМ	2016.11.28	Демьяненко М.Н. (раздел 1)
К.т.н., доцент кафедры ОМ и ДМ	2016.11.28	Калиниченко П.М. (раздел 2)
Студентка кафедры ОМ и ДМ	2016.11.28	Крутась Ю.С. (раздел 2)
Аспирант кафедры ОМ и ДМ	2016.11.28	Бурый А.С. (раздел 3)

РЕФЕРАТ

Отчёт о НИР содержит: 75 с., 45 рис., 11 табл., 26 ист.

Объект исследования – ротор центробежной машины.

Цель работы – разработка математических моделей роторов насосов и поршневых компрессоров, а также исследование и расчет их колебаний.

Методы исследования – численные, аналитические.

Разработаны расчётные модели валопровода турбонасосного агрегата жидкостного ракетного двигателя, а также роторов турбонасоса окислителя и насоса горючего с учётом жёсткости подшипниковых опор. Предложена методика определения жёсткостей опор, основанная на использовании моделей контактного взаимодействия поверхностей сопрягаемых деталей. Определены критические частоты и соответствующие им формы колебаний роторных систем. Исследованы особенности критических частот парциальных роторных систем и валопровода в целом.

Разработана методика расчета узла осевой разгрузки ротора насоса – гидропяты. Получены формулы для расчета потерь энергии в цилиндрическом и торцовом дросселях гидропяты, используя аналогию определения потерь энергии в цилиндрической трубе круглого сечения. Приведены результаты апробации предложенной методики расчета гидропяты.

Изложена методика расчёта собственных частот и форм крутильных колебаний валопроводов поршневых компрессоров, ориентированная на использование систем компьютерной алгебры. С помощью этой методики выполнен анализ крутильных колебаний валопровода оппозитной поршневой компрессорной установки.

ТУРБОНАСОСНЫЙ АГРЕГАТ, ПОРШНЕВОЙ КОМПРЕССОР, РОТОР, ВАЛОПРОВОД, ПОДШИПНИК, МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, КРИТИЧЕСКАЯ ЧАСТОТА, СОБСТВЕННАЯ ФОРМА, ГИДРОПЯТА НАСОСА, ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ, ПРОТЕЧКИ, ЖЕСТКОСТЬ ХАРАКТЕРИСТИКИ

СОДЕРЖАНИЕ

	С.
ВВЕДЕНИЕ	6
1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ ВРАЩЕНИЯ ВАЛОПРОВОДА ТНА	7
1.1 Вводные замечания	7
1.2 Определение жёсткостей подшипников ТНА с помощью программного комплекса ANSYS Workbench	8
1.3 Расчётные конечноэлементные модели роторов и валопровода ТНА	14
1.4 Результаты расчёта критических частот и форм роторов и валопровода ТНА при использовании компьютерной программы “Critical frequencies of the rotor”	22
1.5 Расчётные модели роторов и валопровода ТНА при использовании программного комплекса ANSYS Workbench.....	40
1.6 Основные выводы	44
2 ЗАДАЧА НАХОЖДЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ ГИДРОПЯТЫ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕЙ НАДЕЖНУЮ РАБОТУ НАСОСА ПРИ МИНИМАЛЬНЫХ ПОТЕРЯХ ЭНЕРГИИ	46
2.1 Введение.....	46
2.2 Анализ литературных данных и постановка проблемы.....	46
2.3 Цель и задачи исследования.....	48
2.4 Материалы и методы исследования по разработке методики расчета гидропяты.....	49
2.4.1 Исходные данные для разработки методики расчета.....	49
2.4.2 Последовательность решения задачи статического расчета гидропяты	51
2.4.3 Последовательность реализации методики расчета гидропяты.....	52
2.5 Результаты исследований по методике расчета гидропяты	53
2.6 Выводы	61

3 РАСЧЕТ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ФОРМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВАЛОПРОВОДА ПОРШНЕВОЙ КОМПРЕССОРНОЙ УСТАНОВКИ.....	62
3.1 Введение.....	62
3.2 Техническая характеристика компрессорной установки.....	63
3.3 Методика расчёта собственных частот и форм.....	64
3.4 Результаты расчёта.....	69
3.5 Выводы	71
ВЫВОДЫ	72
ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК.....	73

ВВЕДЕНИЕ

Работа посвящена исследованию и расчету колебаний роторов насосов и поршневых компрессоров. В первом разделе рассмотрены особенности колебаний роторов турбонасосных агрегатов. Второй раздел посвящён анализу колебаний ротора центробежного насоса с гидропятой в осевом направлении. В третьем разделе представлены результаты исследования крутильных колебаний роторов поршневых компрессоров. Во всех разделах содержатся новые научные результаты как по части развития методов расчёта колебаний роторных систем, так и по выявленным особенностям динамики рассмотренных технических объектов.

1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ ВРАЩЕНИЯ ВАЛОПРОВОДА ТНА

1.1 Вводные замечания

В данном разделе рассмотрены компьютерное моделирование динамики роторов ТНА и численные расчёты возможных критических частот агрегата. Данная задача усложняется тем, что объектом исследования является новая конструкция, по динамике которой, естественно, отсутствуют экспериментальные данные. В то же время процесс создания достоверных математических моделей роторов обычно проходит в постоянном сопоставлении с экспериментальными данными и уточнении (идентификации) коэффициентов и структуры расчётных схем. Так это имело место при различного рода исследованиях виброндёжности и балансировке центробежных насосов и турбокомпрессоров [1–5].

Параметры исследуемой конструкции во многом отличаются от традиционно применяемых в энергомашиностроении, поэтому было решено использовать различные варианты моделей, от наиболее «жёстких», дающих максимально возможный сдвиг спектра критических частот вправо, до максимально «податливых», которые дают минимальные их значения. При этом использовалась компьютерная программа “Critical frequencies of the rotor”, реализующая метод конечных элементов [6–8], каждый из которых имеет четыре степени свободы. Применяемые в программе модели являются проверенными при расчётах роторных систем турбокомпрессоров в практике проектирования СКБ ПАО «Сумское машиностроительное научно-производственное объединение» и позволяют весьма эффективно проводить численные эксперименты, варьируя значения входных параметров. Также применялся программный комплекс ANSYS Workbench, реализующий как балочные элементы “Beam 3”, так и объёмную трехмерную модель. Последняя обеспечивает максимальную детализацию конструкции, однако повышает трудоёмкость подготовки исходных данных и существенно увеличивает время расчёта. Как показала практика расчётов, балочные конечноэлементные

модели при надлежащем уровне идентификации дают результаты, практически совпадающие с данными экспериментов [3–5].

Последующее сопоставление результатов расчёта моделей для предварительно определённого диапазона значений жёсткостей шарикоподшипниковых опор даст возможность достаточно достоверно оценить возможный диапазон расположения спектра критических частот и запас отстройки от резонансных режимов рабочих частот вращения.

1.2 Определение жёсткостей подшипников ГНА с помощью программного комплекса ANSYS Workbench

Для определения жёсткости подшипниковых опор применяется программный комплекс ANSYS Workbench. Соответствующая схема нагружения приведена на рисунке 1.1.

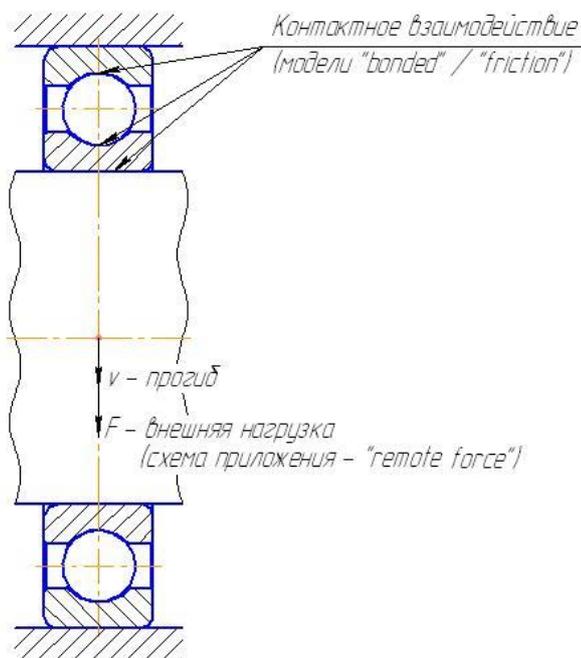


Рисунок 1.1 – Расчётная схема нагружения подшипниковых опор и определения соответствующих прогибов

При моделировании контактов при помощи программного комплекса ANSYS Workbench одним из важных проблем является выбор достоверной модели взаимодействия контактной пары “target – contact”. При этом существует пять моделей контактного взаимодействия, сравнительные характеристики которых приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Сравнительная таблица основных характеристик моделей контактного взаимодействия поверхностей сопрягаемых деталей

Модели контакта	Типы контакта	Количество итераций для получения решения	Допустимость разделения поверхностей (Normal Behavior)	Допустимость проскальзывания поверхностей (Tangent Behavior)
Bonded	Линейный	Одна итерация	Не допускается	Не допускается
No Separation				Допускается
Rough	Нелинейный	Несколько итераций	Допускается	Не допускается
Frictionless				Допускается
Frictional				Допускается

Для дальнейших расчётов выбираются по одному типу контактов: “bonded” из группы линейных контактов и “frictional” – из группы нелинейных. Именно эти модели позволяют определить максимально возможные диапазоны изменения жёсткостей подшипниковых опор.

“Bonded” – модель контакта, в котором целевая (“target”) и контактная (“contact”) поверхности пары связаны между собой, а контактная область не меняется под действием приложенной нагрузки. Скольжения между гранями и ребрами, а также их разделение (нарушение контакта) не допускается.

“Frictional” – модель контакта, в котором учитывается проскальзывание поверхностей “target” и “contact” друг относительно друга. Область контакта при

ЭТОМ МОЖЕТ МЕНЯТЬСЯ ПРИ ПРЕВЫШЕНИИ МОДУЛЯ КАСАТЕЛЬНОЙ СИЛЫ СВОЕГО ПРЕДЕЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ.

В результате численного моделирования – нагружения подшипниковой опоры по схеме “remote force” – для дискретных значений сил F в диапазоне от нуля до максимальной грузоподъёмности определяются соответствующие перемещения (рисунки 1.2 – 1.3).

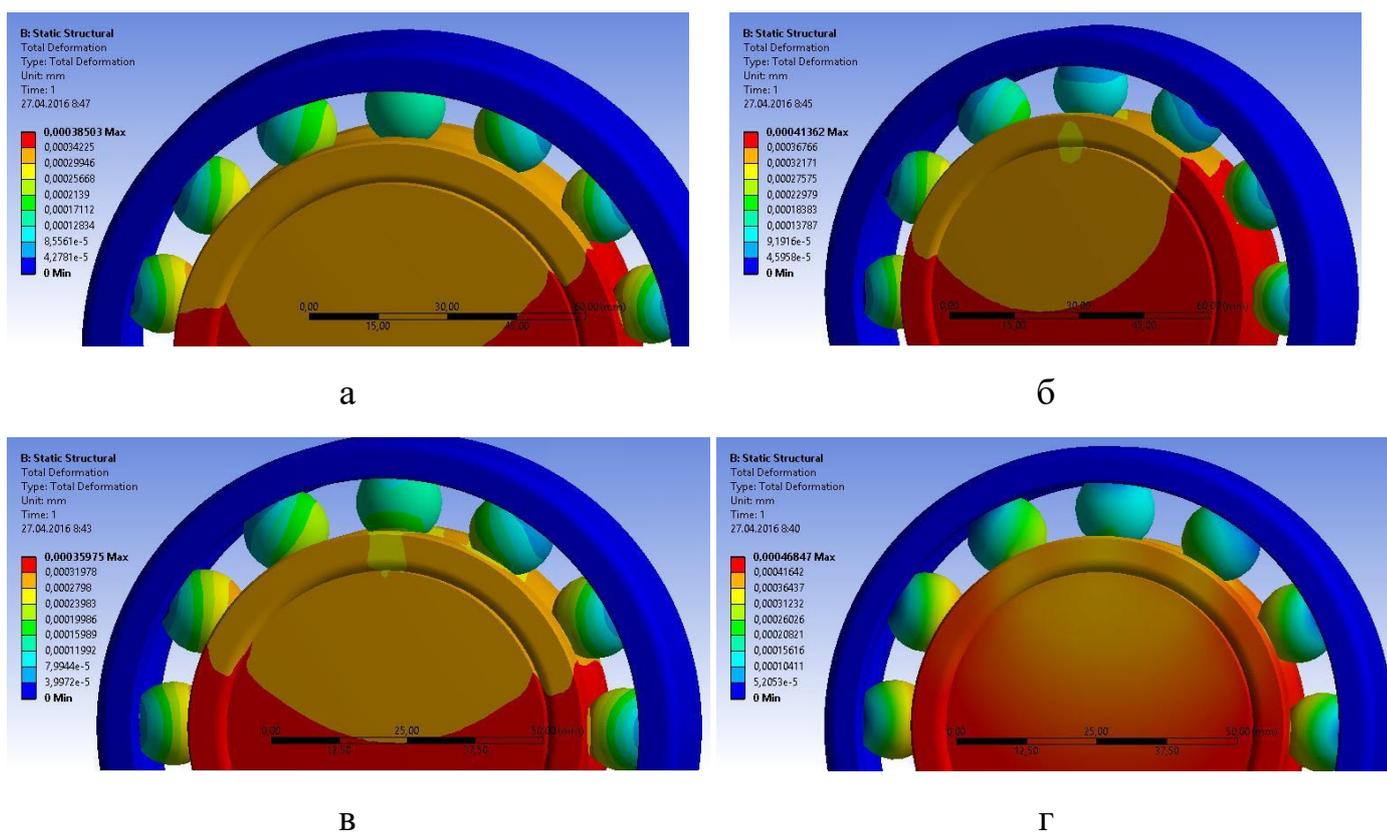
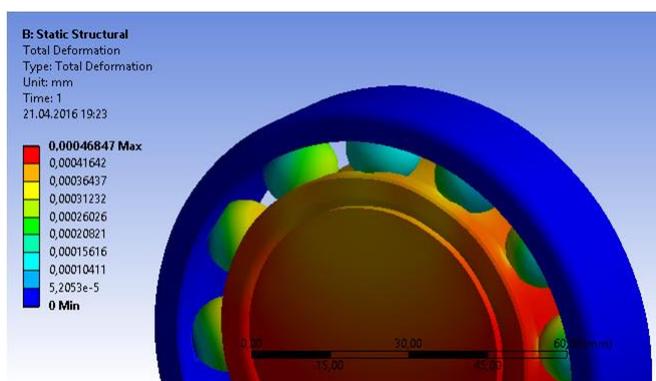


Рисунок 1.2 – Определение жёсткости подшипников для модели “bonded”

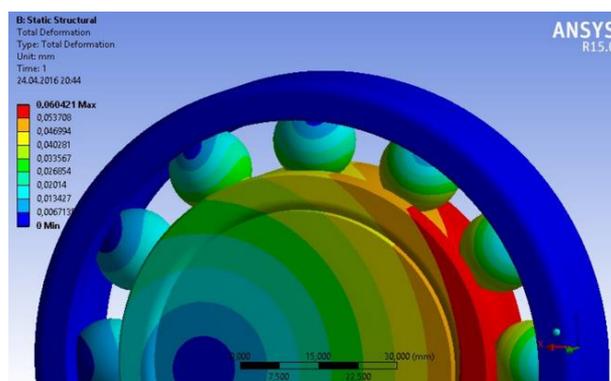
контактного взаимодействия тел качения с обоймами:

а – подшипник 45-216Ю; б – подшипник 45-276214Ю;

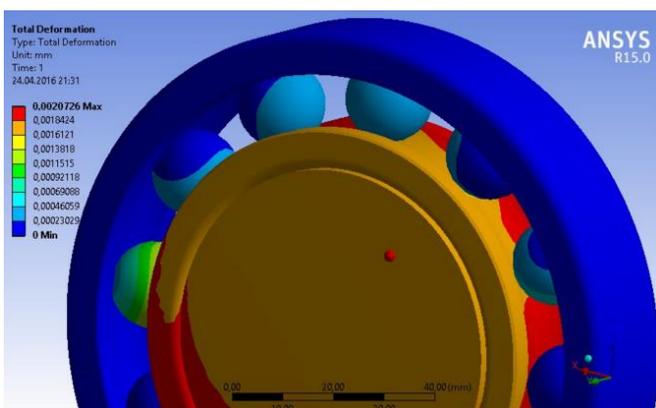
в – подшипник 46-276212Ю; г – подшипник 36-211Ю



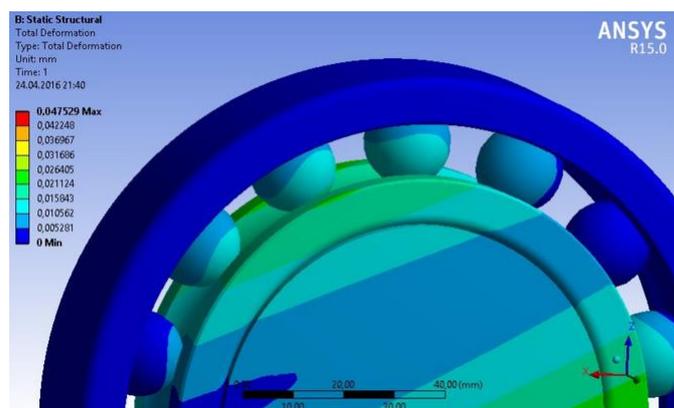
а



б



в



г

Рисунок 1.3 – Определение жёсткости подшипников для модели “frictional”

контактного взаимодействия тел качения с обоймами:

а – подшипник 45-216Ю; б – подшипник 45-276214Ю;

в – подшипник 46-276212Ю; г – подшипник 36-211Ю

Расчётные точки позволяют определить массив данных численного эксперимента, по которым строятся точки диаграммы «нагрузка – перемещение $F - v$ » (таблица 1.2, рисунки 1.4 – 1.5).

Таблица 1.2 – Результаты численного эксперимента по определению точек диаграммы «нагрузка – перемещение $F - v$ »

Марка подшипника	Нагрузка, Н	Перемещение, м	
		“frictional”	“bonded”
45-216Ю	$1 \cdot 10^3$	$3,03 \cdot 10^{-6}$	$3,43 \cdot 10^{-7}$
	$1 \cdot 10^4$	$2,12 \cdot 10^{-5}$	$3,43 \cdot 10^{-6}$
	$7 \cdot 10^4$	$1,12 \cdot 10^{-4}$	$2,40 \cdot 10^{-5}$
45-276214Ю	$1 \cdot 10^3$	$4,76 \cdot 10^{-6}$	$3,62 \cdot 10^{-7}$
	$1 \cdot 10^4$	$1,96 \cdot 10^{-5}$	$3,62 \cdot 10^{-6}$
	$6 \cdot 10^4$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$2,17 \cdot 10^{-5}$
46-276212Ю	$1 \cdot 10^3$	$7,69 \cdot 10^{-6}$	$3,16 \cdot 10^{-7}$
	$1 \cdot 10^4$	$2,43 \cdot 10^{-5}$	$3,16 \cdot 10^{-6}$
	$5 \cdot 10^4$	$8,82 \cdot 10^{-5}$	$1,56 \cdot 10^{-5}$
36-211Ю	$1 \cdot 10^3$	$3,85 \cdot 10^{-6}$	$4,18 \cdot 10^{-7}$
	$1 \cdot 10^4$	$3,90 \cdot 10^{-5}$	$4,18 \cdot 10^{-6}$
	$4,5 \cdot 10^4$	$1,26 \cdot 10^{-4}$	$1,88 \cdot 10^{-5}$

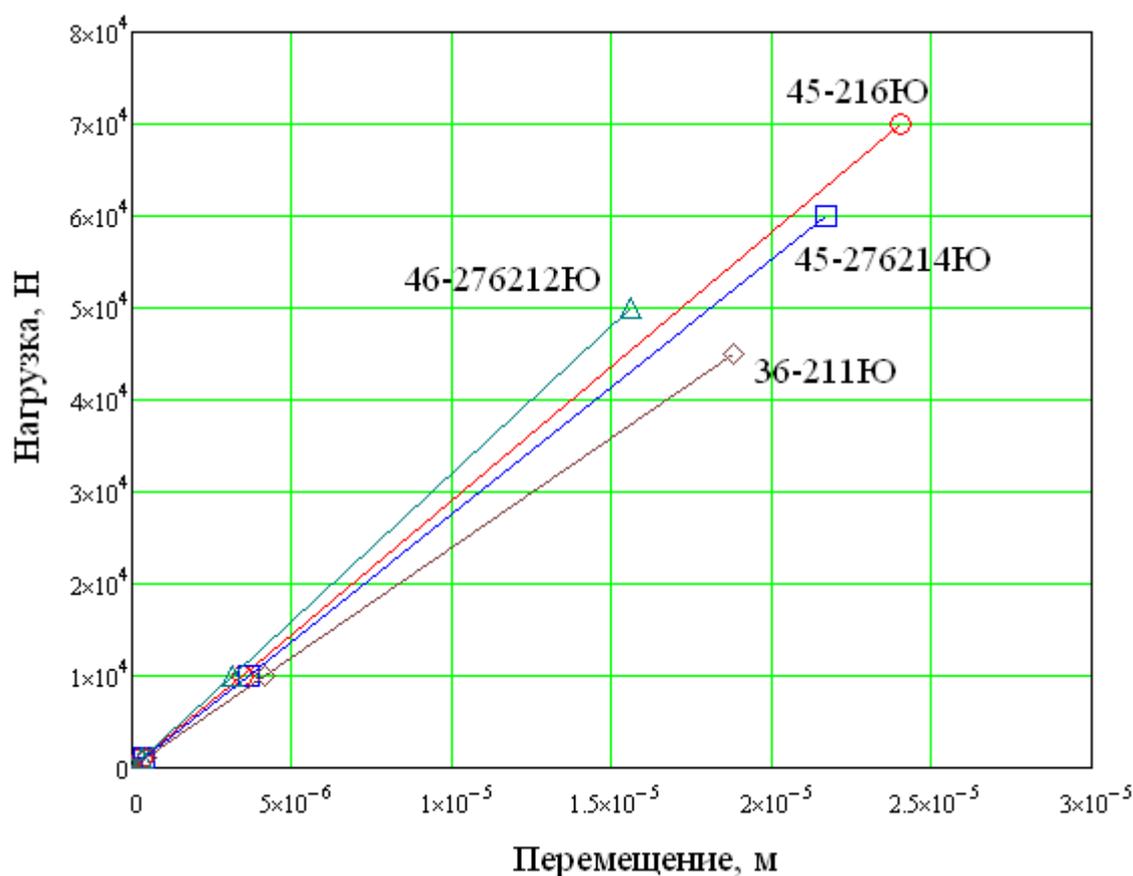


Рисунок 1.4 – Диаграммы «нагрузка – перемещение $F - v$ » для модели “bonded” контактного взаимодействия тел качения с обоймами

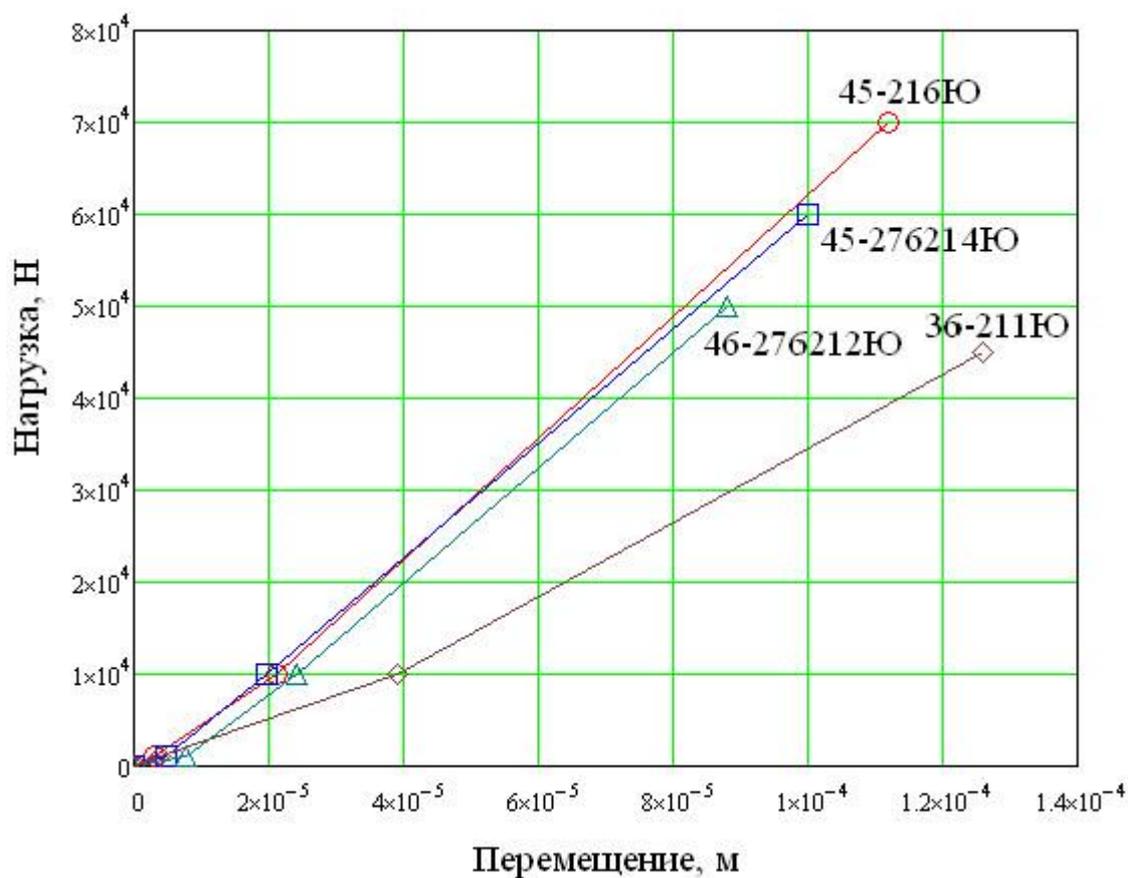


Рисунок 1.5 – Диаграммы «нагрузка – перемещение $F - v$ » для модели “frictional” контактного взаимодействия тел качения с обоймами

Полученные данные интерполируются соответствующими кривыми нагружения $F = F(v)$. При этом жёсткости опор для линейных моделей определяется как тангенс начального угла наклона диаграммы «нагрузка – перемещение $F - v$ » к оси абсцисс:

$$c = \operatorname{tg} \alpha = \left(\frac{\partial F}{\partial v} \right)_0. \quad (1.1)$$

Коэффициенты жёсткости подшипников, вычисленные по вышеописанной процедуре, сведены в таблицу 1.3.

Таблица 1.3 – Коэффициенты жёсткости подшипниковых опор

Марка подшипника	Коэффициент жёсткости, 10^8 Н/м	
	модель “frictional”	модель “bonded”
45-216Ю	3,3	29,2
45-276214Ю	2,1	27,6
46-276212Ю	1,3	31,7
36-211Ю	2,6	23,9

1.3 Расчётные конечноэлементные модели роторов и валопровода ТНА

Разрез валопровода ТНА приведен на рисунке 1.6.

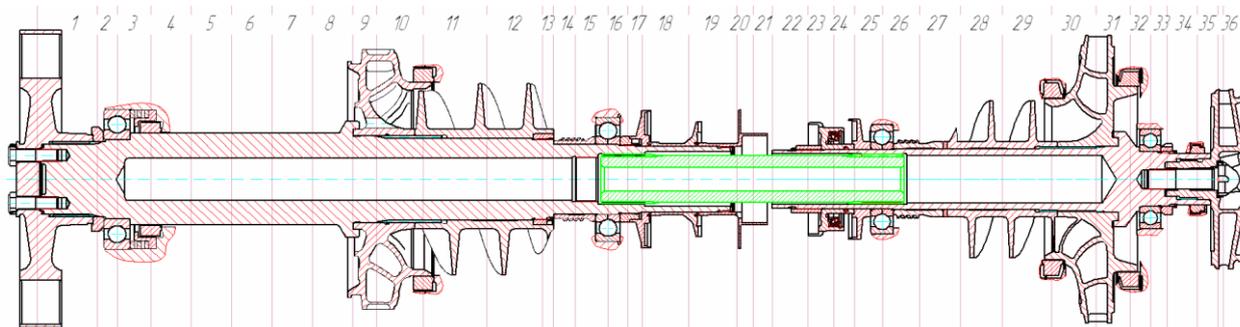


Рисунок 1.6 – Разрез валопровода ТНА

Соответствующие расчётные схемы балочной модели даны на рисунке 1.7.

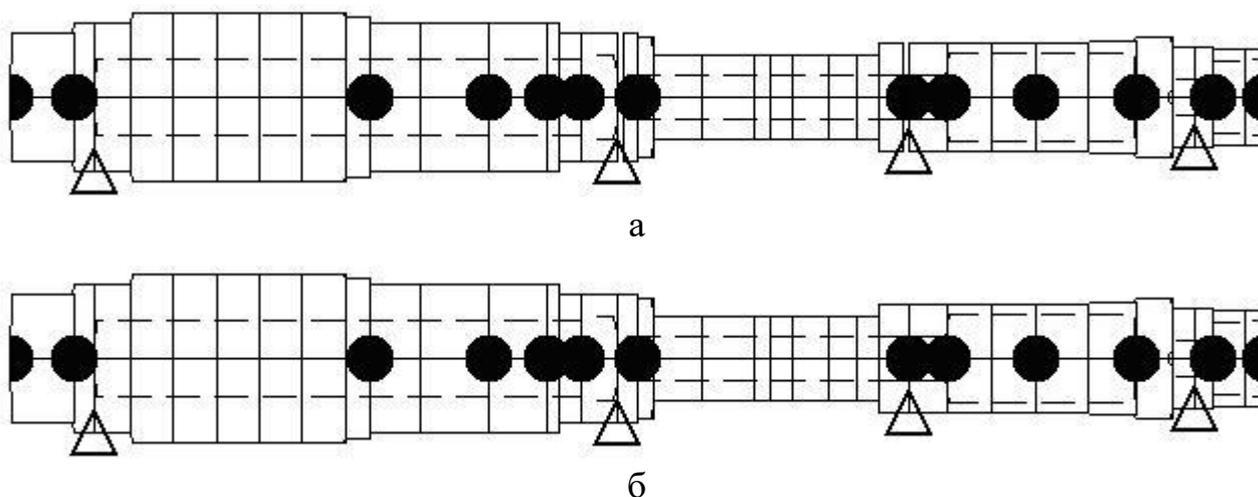


Рисунок 1.7 – Расчётные схемы балочной модели валопровода для моделей контактного взаимодействия “frictional” (а) и “bonded” (б)

На рисунках 1.8 и 1.9 приведены общий вид и координаты осевые координаты насадных деталей роторов соответственно турбопоса окислителя и насоса горючего.

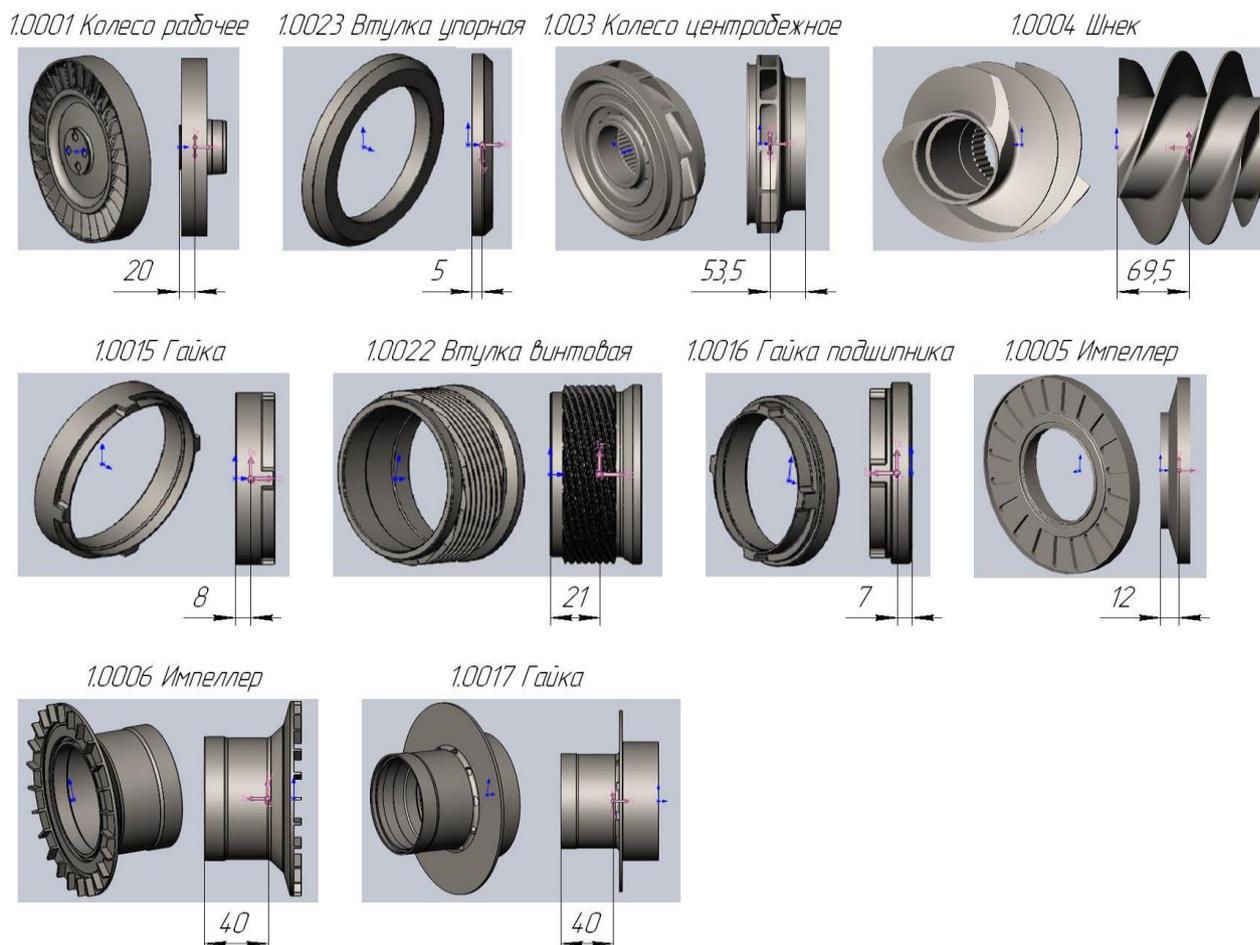


Рисунок 1.8 – Локальные координаты центров тяжести насадных деталей ротора турбопоса окислителя, мм

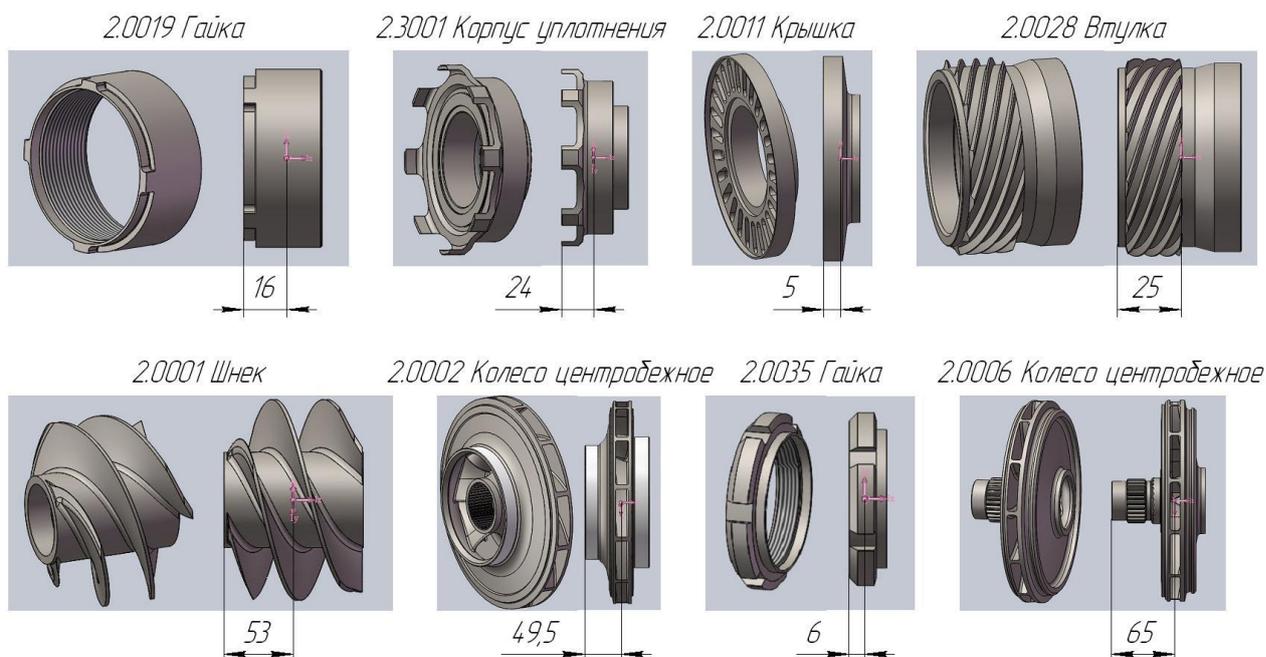


Рисунок 1.9 – Локальные координаты центров тяжести насадных деталей ротора насоса горючего, мм

Координаты x_c центров тяжести сопрягаемых деталей (в частности 1.0001 и 1.0028, 2.0006 и 2.0008) определяется по массам m_1 , m_2 этих деталей и координатам их центров тяжести x_{c1} , x_{c2} в совместной глобальной системе координат:

$$x_c = \frac{m_1 x_{c1} + m_2 x_{c2}}{m_1 + m_2}. \quad (1.2)$$

В таблицах 1.4 – 1.5 приведены исходные данные для расчёта критических частот валопровода с помощью балочной модели.

Таблица 1.4 – Исходные данные расчёта критических частот валопровода для модели “frictional ”

№ участка	Длина, м	Диаметр, м		Масса насадных деталей, кг	Коэффициент жёсткости опор, 10^8 Н/м
		наружный	внутренний		
1	0,058	0,071	–	12,57	–
2	0,019	0,080	–	0,30	–
3	0,033	0,080	0,042	–	3,3
4	0,039	0,092	0,042	–	–
5	0,039	0,092	0,042	–	–
6	0,039	0,092	0,042	–	–
7	0,039	0,092	0,042	–	–
8	0,039	0,092	0,042	–	–
9	0,023	0,088	0,042	–	–
10	0,045	0,082	0,042	8,94	–
11	0,062	0,082	0,042	–	–
12	0,053	0,082	0,042	5,00	–
13	0,011	0,082	0,042	0,17	–
14	0,021	0,070	0,042	–	–
15	0,032	0,070	0,045	0,39	–
16	0,019	0,070	0,024	–	2,1
17	0,0001	0,001	–	–	–
18	0,014	0,066	0,024	2,00	–
19	0,045	0,047	0,024	–	–
20	0,046	0,047	0,024	–	–
21	0,016	0,047	0,024	–	–
22	0,019	0,047	0,024	–	–
23	0,034	0,047	0,024	–	–
24	0,025	0,047	0,024	–	–
25	0,020	0,047	0,024	–	–
26	0,027	0,060	0,024	–	–
27	0,0001	0,001	–	–	–
28	0,036	0,060	0,024	1,21	1,3
29	0,040	0,060	0,048	0,22	–
30	0,040	0,060	0,048	–	–
31	0,048	0,060	0,048	2,38	–
32	0,043	0,062	0,048	–	–
33	0,033	0,066	–	8,48	–
34	0,020	0,055	0,020	–	–
35	0,016	0,055	0,020	–	2,6
36	0,029	0,052	0,040	0,13	–
37	0,020	0,052	0,041	0	–
38	–	–	–	1,22	–

Таблица 1.5 – Исходные данные расчёта критических частот валопровода для модели “bonded”

№ участка	Длина, м	Диаметр, м		Масса насадных деталей, кг	Коэффициент жёсткости опор, 10^8 Н/м
		наружный	внутренний		
1	0,058	0,071	–	12,57	–
2	0,019	0,080	–	0,30	–
3	0,033	0,080	0,042	–	29,2
4	0,039	0,092	0,042	–	–
5	0,039	0,092	0,042	–	–
6	0,039	0,092	0,042	–	–
7	0,039	0,092	0,042	–	–
8	0,039	0,092	0,042	–	–
9	0,023	0,088	0,042	–	–
10	0,045	0,082	0,042	8,94	–
11	0,062	0,082	0,042	–	–
12	0,053	0,082	0,042	5,00	–
13	0,011	0,082	0,042	0,17	–
14	0,021	0,070	0,042	–	–
15	0,032	0,070	0,045	0,39	–
16	0,019	0,070	0,024	–	27,6
17	0,014	0,066	0,024	2,00	–
18	0,045	0,047	0,024	–	–
19	0,046	0,047	0,024	–	–
20	0,016	0,047	0,024	–	–
21	0,019	0,047	0,024	–	–
22	0,034	0,047	0,024	–	–
23	0,025	0,047	0,024	–	–
24	0,020	0,047	0,024	–	–
25	0,027	0,060	0,024	–	–
26	0,036	0,060	0,024	1,21	31,7
27	0,040	0,060	0,048	0,22	–
28	0,040	0,060	0,048	–	–
29	0,048	0,060	0,048	2,38	–
30	0,043	0,062	0,048	–	–
31	0,033	0,066	–	8,48	–
32	0,020	0,055	0,020	–	–
33	0,016	0,055	0,020	–	23,9
34	0,029	0,052	0,040	0,13	–
35	0,020	0,052	0,041	0	–
36	–	–	–	1,22	–

Расчёт критических частот валопровода проводится в двух вариантах: “frictional” (таблица 1.4) и “bonded” (таблица 1.5). В первом варианте значения жёсткостей подшипников принимались минимальными (последний столбец таблицы 1.4), причём соединения рессоры с валами обоих роторов полагались шарнирными. Во втором варианте брались максимально возможные жёсткости (последний столбец таблицы 1.5), а соединения рессоры принимались по схеме жёсткого заземления.

Следует заметить, что соединение роторов валопровода с помощью рессоры обуславливает весьма слабую динамическую связь между ними. В связи с этим парциальные критические частоты роторов в отдельности мало отличаются от соответствующих частот, получаемых из расчёта валопровода в целом, что и подтверждается расчётами, приведенными ниже. Поэтому также были рассмотрены роторные системы турбокомпрессора окислителя и насоса горючего как отдельные динамические системы. В дальнейшем при расчёте вынужденных колебаний и анализе вариантов балансировки модели обоих роторов будут так же рассматриваться по отдельности.

На рисунке 1.10 дан разрез ротора турбокомпрессора окислителя, на рисунке 1.11 приведена расчётная схема его балочной модели.

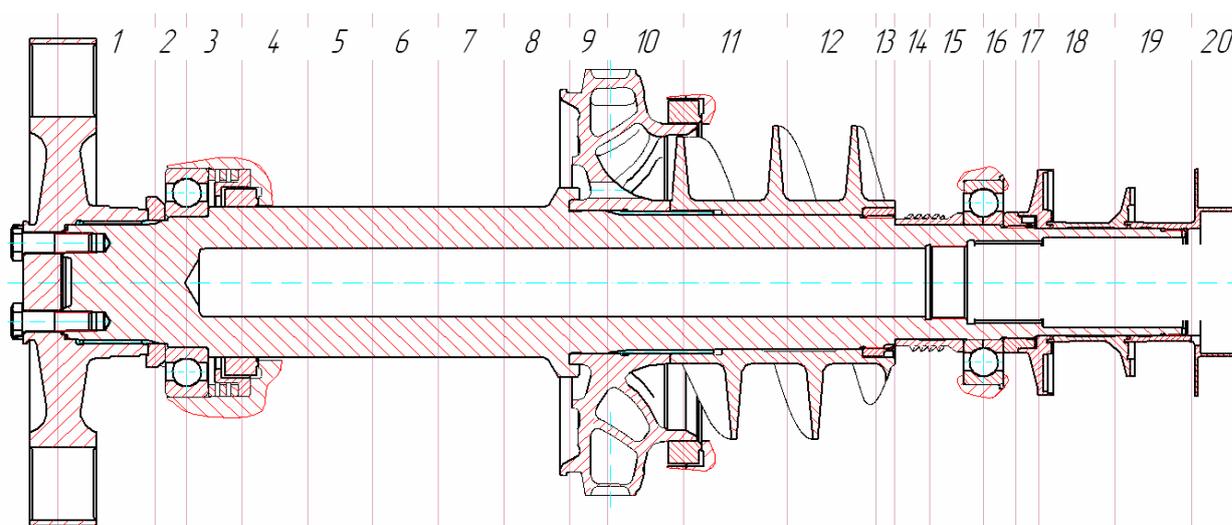


Рисунок 1.10 – Разрез ротора турбокомпрессора окислителя

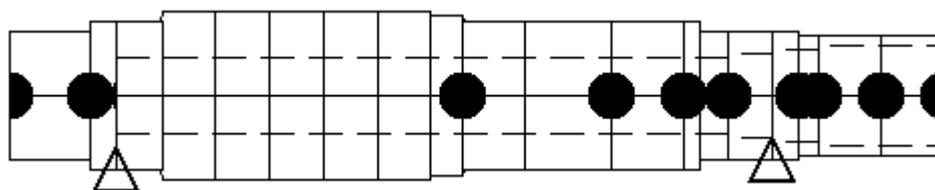


Рисунок 1.11 – Расчётная схема ротора турбонасоса окислителя

В таблице 1.6 приведены исходные данные для расчёта критических частот ротора турбонасоса окислителя.

Таблица 1.6 – Исходные данные для расчёта критических частот ротора турбонасоса окислителя

№ участка	Длина, м	Диаметр, м		Масса насадных деталей, кг	Коэффициент жёсткости опор, 10^8 Н/м
		наружный	внутренний		
1	0,058	0,071	–	12,57	–
2	0,019	0,080	–	0,30	–
3	0,033	0,080	0,042	–	3,3...29,2
4	0,039	0,092	0,042	–	–
5	0,039	0,092	0,042	–	–
6	0,039	0,092	0,042	–	–
7	0,039	0,092	0,042	–	–
8	0,039	0,092	0,042	–	–
9	0,023	0,088	0,042	–	–
10	0,045	0,082	0,042	8,94	–
11	0,062	0,082	0,042	–	–
12	0,053	0,082	0,042	5	–
13	0,011	0,082	0,042	0,17	–
14	0,021	0,070	0,042	–	–
15	0,032	0,070	0,045	0,39	–
16	0,019	0,070	0,050	–	2,1...27,6
17	0,014	0,066	0,050	0,19	–
18	0,045	0,066	0,055	0,76	–
19	0,046	0,066	0,055	0,50	–
20	–	–	–	0,54	–

На рисунке 1.12 показан разрез ротора насоса горючего, на рисунке 1.13 дана расчётная схема его балочной модели.

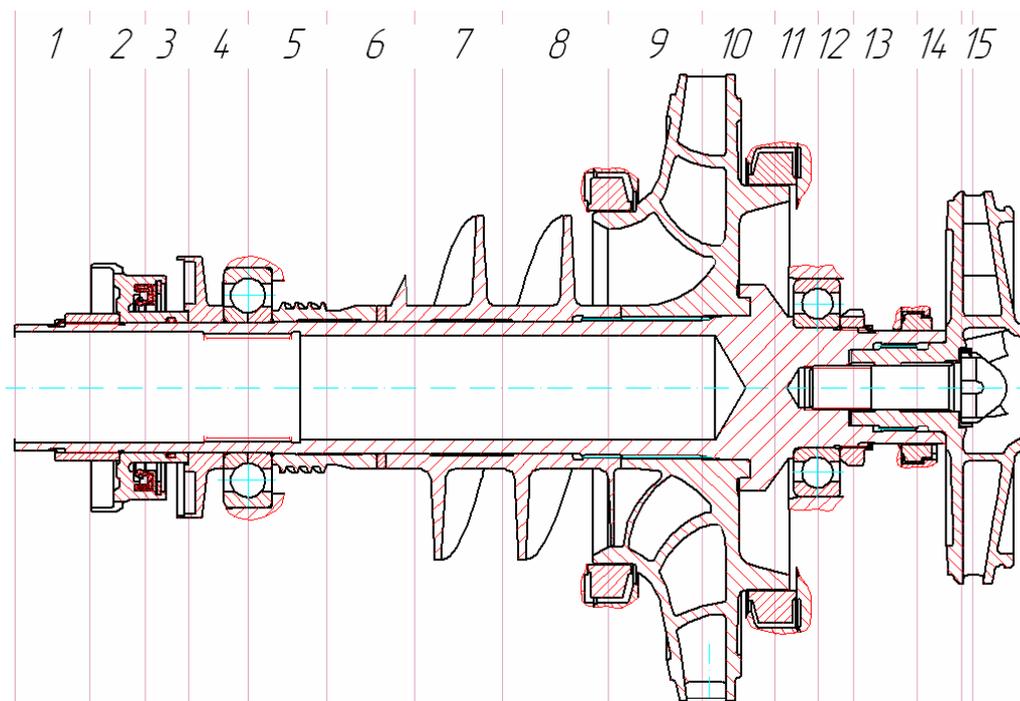


Рисунок 1.12 – Разрез ротора насоса горючего

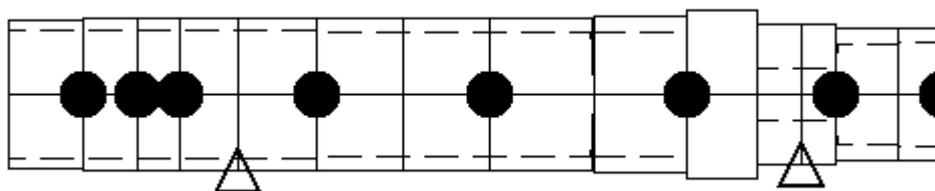


Рисунок 1.13 – Расчётная схема ротора насоса горючего

В таблице 1.7 приведены исходные данные для расчёта критических частот ротора насоса горючего.

Таблица 1.7 – Исходные данные расчёта критических частот ротора насоса горючего

№ участка	Длина, м	Диаметр, м		Масса насадных деталей, кг	Коэффициент жёсткости опор, 10^8 Н/м
		наружный	внутренний		
1	0,034	0,058	0,051	–	–
2	0,025	0,060	0,051	0,18	–
3	0,020	0,060	0,051	0,81	–
4	0,027	0,060	0,050	0,22	–
5	0,036	0,060	0,050	–	1,3...31,7
6	0,040	0,060	0,048	0,22	–
7	0,040	0,060	0,048	–	–
8	0,048	0,060	0,048	2,38	–
9	0,043	0,062	0,048	–	–
10	0,033	0,066	–	8,48	–
11	0,020	0,055	0,020	–	–
12	0,016	0,055	0,020	–	2,6...23,9
13	0,029	0,052	0,040	0,13	–
14	0,020	0,052	0,041	–	–
15	–	–	–	1,22	–

1.4 Результаты расчёта критических частот и форм роторов и валопровода ТНА при использовании компьютерной программы “Critical frequencies of the rotor”

Программа основана на методе конечных элементов и предназначена для расчёта критических частот изгибных колебаний роторов турбомашин. Результат расчёта – значения критических частот и форм колебаний. Программа выводит данные расчёта экран (при необходимости – на печать) в виде числовых значений и графиков. Программа написана в системе компьютерной алгебры MathCAD 15 и предназначена для работы в операционной системе Windows.

После ввода исходных данных (плотность и модуль упругости материала, длины участков, наружный и внутренний диаметры участков, массы насадных деталей, жёсткости опор) программа формирует локальные матрицы 4×4 жёсткости и инерции конечных элементов, каждый из которых имеет 4 степени свободы

(поперечные перемещения и углы поворота в узлах). Глобальные матрицы жёсткости $[K]$ и инерции $[M]$ формируются на основании локальных путем «сшивания» последних по соответствующим узлам.

Задача об определении критических частот сводится к отысканию собственных значений ω_i глобальной матрицы динамической жёсткости

$$[D] = [K] - \omega^2 [M] \quad (1.3)$$

При этом формы колебаний определяются как вектор-столбец, являющийся одним из решений (с точностью до постоянного множителя) частотного уравнения

$$\det[D] = 0. \quad (1.4)$$

На рисунках 1.14 – 1.19 показаны скриншоты рабочих окон программы расчёта критических частот соответственно роторов турбонасоса окислителя, насоса горючего и валопровода в целом.

Модуль пружності, Па: $E := 2.1 \cdot 10^{11}$ Густина, кг/м³: $\rho := 7850$

L, м D, м d, м m, кг k, Н/м

$\Delta_{\omega} :=$

	1	2	3	4	5
1	0.058	0.071	0	12.57	0
2	0.019	0.08	0	0.3	0
3	0.033	0.08	0.042	0	$3.3 \cdot 10^8$
4	0.039	0.092	0.042	0	0
5	0.039	0.092	0.042	0	0
6	0.039	0.092	0.042	0	0
7	0.039	0.092	0.042	0	0
8	0.039	0.092	0.042	0	0
9	0.023	0.088	0.042	0	0
10	0.045	0.082	0.042	8.94	0
11	0.062	0.082	0.042	0	0
12	0.053	0.082	0.042	5	0
13	0.011	0.082	0.042	0.17	0
14	0.021	0.07	0.042	0	0
15	0.032	0.07	0.045	0.39	0
16	0.019	0.07	0.05	0	$2.1 \cdot 10^8$
17	0.014	0.066	0.05	0.19	0
18	0.045	0.066	0.055	0.76	0
19	0.046	0.066	0.055	0.5	0
20	$1 \cdot 10^{-3}$	0.066	0.055	0.54	0

Кількість власних або критичних частот для пошуку: $N_{\omega} := 3$

Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с: $\omega_{\max} := 1 \cdot 10^5$

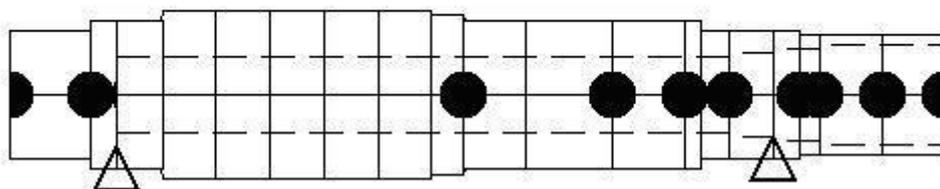
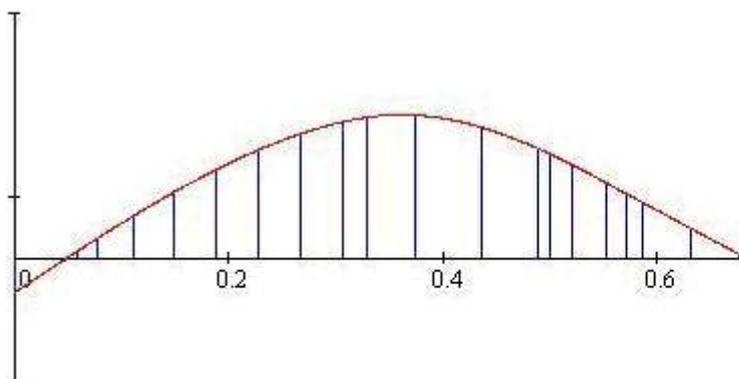


Рисунок 1.14.1 – Screenshot програми расчёта критических частот ротора турбонасоса окислителя для модели “frictional”

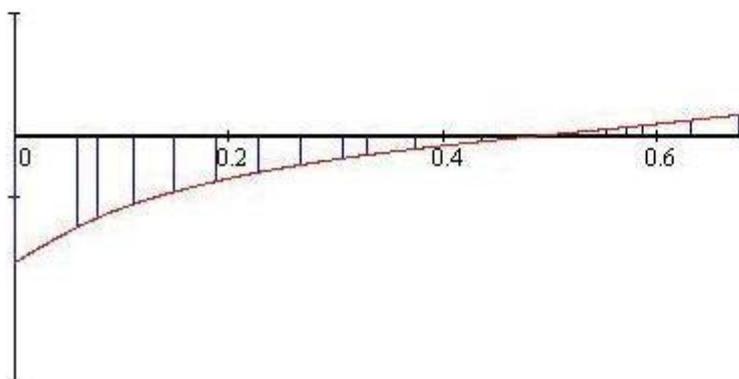
Власні частоти, рад/с:

$$\omega^T = (2.623 \times 10^3 \quad 3.251 \times 10^3 \quad 5.429 \times 10^3)$$

Перша форма коливань:



Друга форма коливань:



Функції форми:

	1	2
1	-0.014	-0.104
2	$2.73 \cdot 10^{-3}$	-0.075
3	$8.073 \cdot 10^{-3}$	-0.067
4	0.017	-0.056
5	0.027	-0.046
6	0.036	-0.037
7	0.044	-0.03
8	0.051	-0.024
9	0.056	-0.019
10	0.057	-0.016
11	0.058	-0.011
12	0.053	$-4.822 \cdot 10^{-3}$
13	0.045	$-1.572 \cdot 10^{-4}$
14	0.042	$7.871 \cdot 10^{-4}$
15	0.038	$2.58 \cdot 10^{-3}$
16	0.031	$5.34 \cdot 10^{-3}$
17	0.026	$7.034 \cdot 10^{-3}$
18	0.023	$8.314 \cdot 10^{-3}$
19	0.012	0.013
20	$1.323 \cdot 10^{-3}$	0.017
21	$1.089 \cdot 10^{-3}$	0.017

Y =

Рисунок 1.14.2 – Screenshot програми расчёта критических частот ротора турбонасоса окислителя для модели “frictional”

Модуль пружності, Па: $E := 2.1 \cdot 10^{11}$ Густина, кг/м^3 : $\rho := 7850$

L, м D, м d, м m, кг k, Н/м

A :=

	1	2	3	4	5
1	0.058	0.071	0	12.57	0
2	0.019	0.08	0	0.3	0
3	0.033	0.08	0.042	0	$2.924 \cdot 10^9$
4	0.039	0.092	0.042	0	0
5	0.039	0.092	0.042	0	0
6	0.039	0.092	0.042	0	0
7	0.039	0.092	0.042	0	0
8	0.039	0.092	0.042	0	0
9	0.023	0.088	0.042	0	0
10	0.045	0.082	0.042	8.94	0
11	0.062	0.082	0.042	0	0
12	0.053	0.082	0.042	5	0
13	0.011	0.082	0.042	0.17	0
14	0.021	0.07	0.042	0	0
15	0.032	0.07	0.045	0.39	0
16	0.019	0.07	0.05	0	$2.755 \cdot 10^9$
17	0.014	0.066	0.05	0.19	0
18	0.045	0.066	0.055	0.76	0
19	0.046	0.066	0.055	0.5	0
20	$1 \cdot 10^{-3}$	0.066	0.055	0.54	0

Кількість власних або критичних частот для пошуку: $N_{\text{max}} := 3$

Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с : $\omega_{\text{max}} := 1 \cdot 10^5$

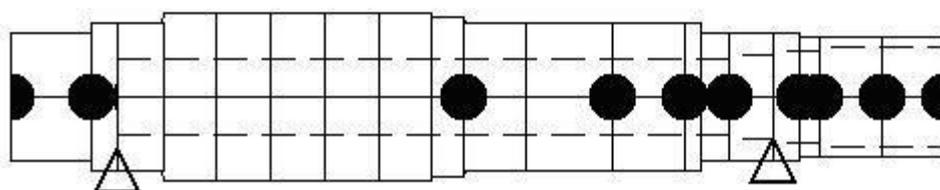
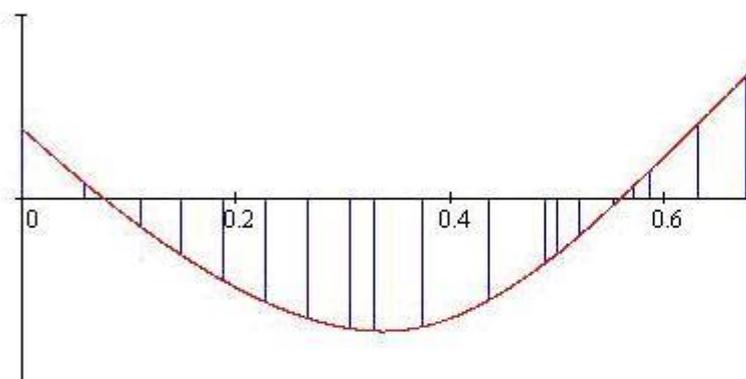


Рисунок 1.15.1 – Screenshot програми расчёта критических частот ротора турбонасоса окислителя для модели “bonded”

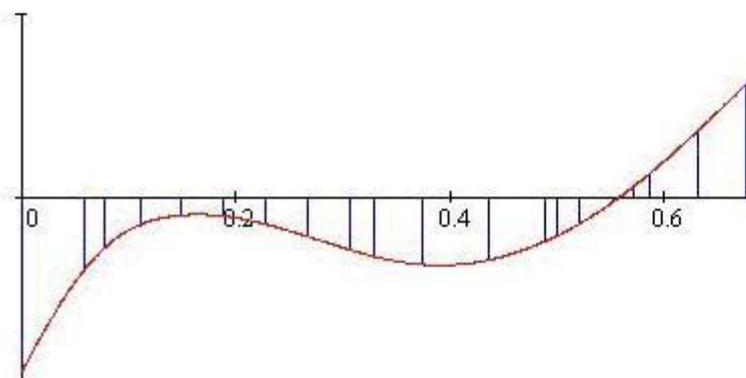
Власні частоти, рад/с:

$$\omega^T = (3.101 \times 10^3 \quad 6.513 \times 10^3 \quad 1.01 \times 10^4)$$

Перша форма коливаний:



Друга форма коливаний:



Функції форми:

	1	2
1	0.019	-0.047
2	$4.365 \cdot 10^{-3}$	-0.02
3	$-1.603 \cdot 10^{-4}$	-0.014
4	$-7.541 \cdot 10^{-3}$	$-7.341 \cdot 10^{-3}$
5	-0.015	$-4.735 \cdot 10^{-3}$
6	-0.022	$-4.988 \cdot 10^{-3}$
7	-0.028	$-7.207 \cdot 10^{-3}$
8	-0.033	-0.011
9	-0.035	-0.014
10	-0.036	-0.016
11	-0.035	-0.018
12	-0.028	-0.017
13	-0.017	-0.012
14	-0.015	-0.01
15	$-9.973 \cdot 10^{-3}$	$-7.068 \cdot 10^{-3}$
16	$-1.554 \cdot 10^{-3}$	$-8.854 \cdot 10^{-4}$
17	$3.632 \cdot 10^{-3}$	$3.269 \cdot 10^{-3}$
18	$7.507 \cdot 10^{-3}$	$6.537 \cdot 10^{-3}$
19	0.02	0.018
20	0.034	0.031
21	0.034	0.031

Рисунок 1.15.2 – Screenshot програми расчёта критических частот ротора турбопосоа окислителя для модели “bonded”

Модуль пружності, Па: $E := 2.1 \cdot 10^{11}$ Густина, кг/м³: $\rho := 7850$

L, м D, м d, м m, кг k, Н/м

$\frac{A}{mm} :=$

	1	2	3	4	5
1	0.034	0.058	0.051	0	0
2	0.025	0.06	0.051	0.18	0
3	0.02	0.06	0.051	0.813	0
4	0.027	0.06	0.05	0.22	0
5	0.036	0.06	0.05	0	$1.3 \cdot 10^8$
6	0.04	0.06	0.048	0.22	0
7	0.04	0.06	0.048	0	0
8	0.048	0.06	0.048	2.38	0
9	0.043	0.062	0.048	0	0
10	0.033	0.066	0	8.48	0
11	0.02	0.055	0.02	0	0
12	0.016	0.055	0.02	0	$2.6 \cdot 10^8$
13	0.029	0.052	0.04	0.13	0
14	0.02	0.052	0.041	0	0
15	$1 \cdot 10^{-3}$	0.052	0.041	1.222	0

Кількість власних або критичних частот для пошуку: $N_{max} := 3$

Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с: $\omega_{max} := 1 \cdot 10^5$

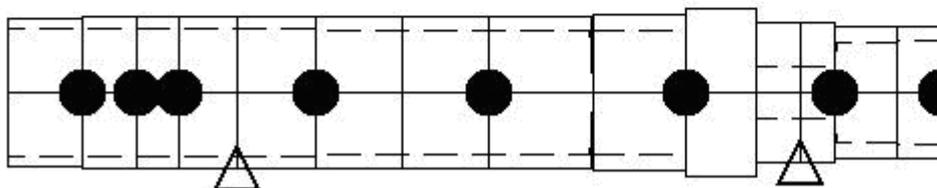
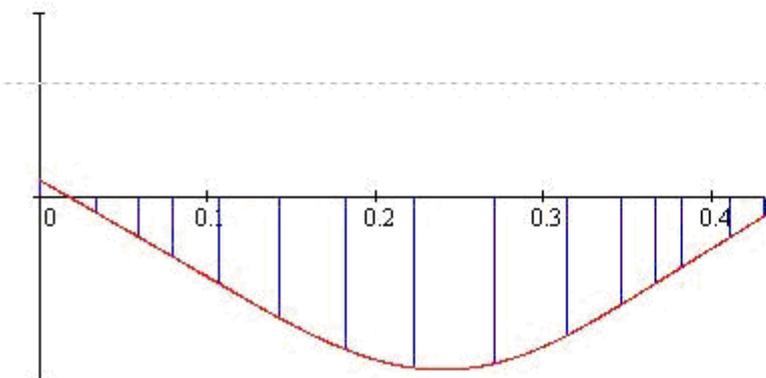


Рисунок 1.16.1 – Screenshot програми расчёта критических частот ротора насоса горячего для модели “frictional”

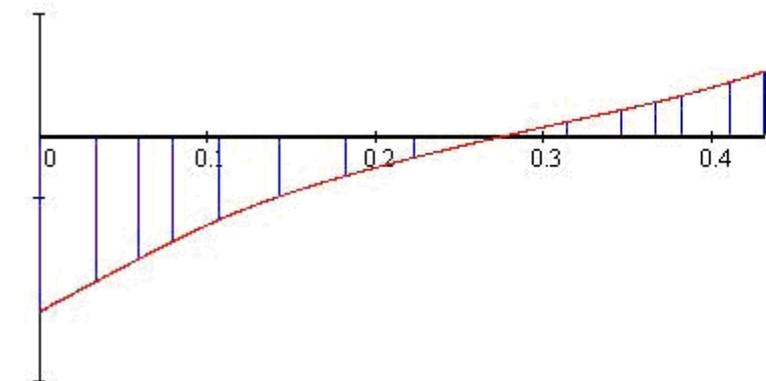
Власні частоти, рад/с:

$$\omega^T = (3.974 \times 10^3 \quad 5.675 \times 10^3 \quad 7.369 \times 10^3)$$

Перша форма коливань:



Друга форма коливань:



Функції форми:

	1	2
1	$4.627 \cdot 10^{-3}$	-0.071
2	$-4.325 \cdot 10^{-3}$	-0.059
3	-0.011	-0.05
4	-0.016	-0.043
5	-0.023	-0.034
6	-0.033	-0.025
7	-0.041	-0.016
8	-0.046	$-8.731 \cdot 10^{-3}$
9	-0.045	$-7.585 \cdot 10^{-4}$
10	-0.038	$5.872 \cdot 10^{-3}$
11	-0.029	0.011
12	-0.024	0.014
13	-0.019	0.017
14	-0.011	0.022
15	$-5.189 \cdot 10^{-3}$	0.026
16	$-4.908 \cdot 10^{-3}$	0.027

Рисунок 1.16.2 – Screenshot програми расчёта критических частот ротора насоса горючего для модели “frictional”

Модуль пружності, Па: $E := 2.1 \cdot 10^{11}$ Густина, кг/м³: $\rho := 7850$

L, м D, м d, м m, кг k, Н/м

$\underline{A} :=$

	1	2	3	4	5
1	0.034	0.058	0.051	0	0
2	0.025	0.06	0.051	0.18	0
3	0.02	0.06	0.051	0.813	0
4	0.027	0.06	0.05	0.22	0
5	0.036	0.06	0.05	0	$3.165 \cdot 10^9$
6	0.04	0.06	0.048	0.22	0
7	0.04	0.06	0.048	0	0
8	0.048	0.06	0.048	2.38	0
9	0.043	0.062	0.048	0	0
10	0.033	0.066	0	8.48	0
11	0.02	0.055	0.02	0	0
12	0.016	0.055	0.02	0	$2.387 \cdot 10^9$
13	0.029	0.052	0.04	0.13	0
14	0.02	0.052	0.041	0	0
15	$1 \cdot 10^{-3}$	0.052	0.041	1.222	0

Кількість власних або критичних частот для пошуку: $\underline{N} := 3$

Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с: $\omega_{\max} := 2 \cdot 10^5$

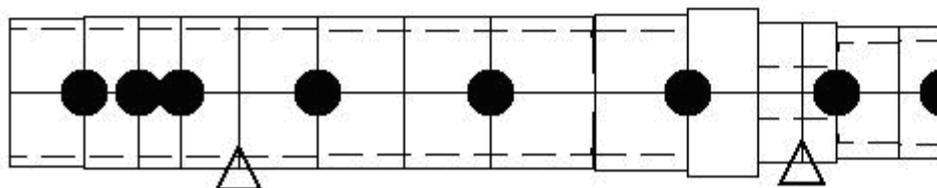
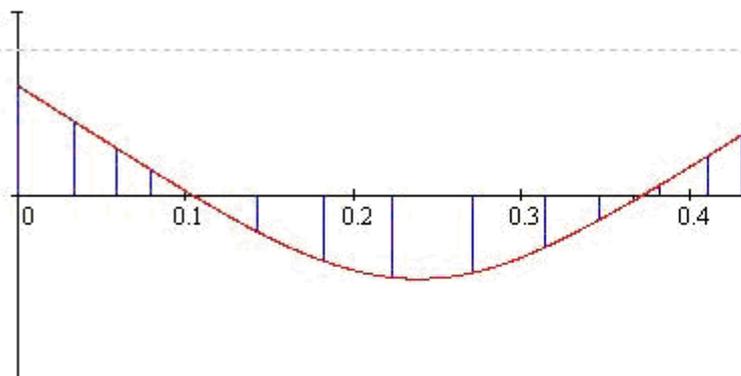


Рисунок 1.17.1 – Screenshot програми расчёта критических частот ротора насоса горячего для модели “bonded”

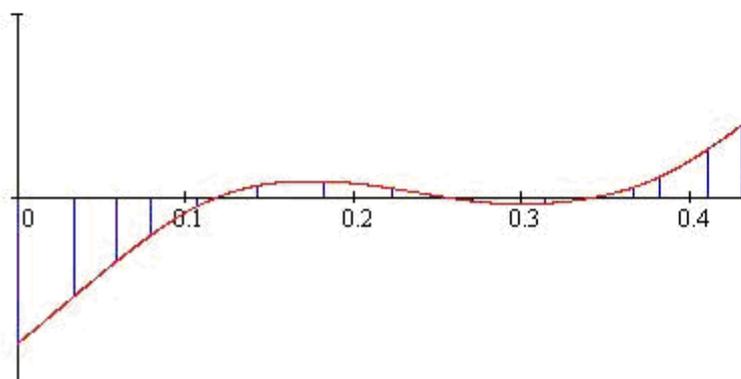
Власні частоти, рад/с:

$$\omega^T = (5.27 \times 10^3 \quad 1.342 \times 10^4 \quad 1.431 \times 10^4)$$

Перша форма коливань:



Друга форма коливань:



Функція форми:

	1	2
1	0.03	-0.04
2	0.02	-0.027
3	0.013	-0.017
4	$7.113 \cdot 10^{-3}$	-0.01
5	$-4.289 \cdot 10^{-4}$	$-2.43 \cdot 10^{-3}$
6	$-9.71 \cdot 10^{-3}$	$3.267 \cdot 10^{-3}$
7	-0.018	$4.55 \cdot 10^{-3}$
8	-0.022	$2.627 \cdot 10^{-3}$
9	-0.021	$-8.534 \cdot 10^{-4}$
10	-0.014	$-1.534 \cdot 10^{-3}$
11	$-6.496 \cdot 10^{-3}$	$4.308 \cdot 10^{-4}$
12	$-1.364 \cdot 10^{-3}$	$2.827 \cdot 10^{-3}$
13	$2.914 \cdot 10^{-3}$	$5.737 \cdot 10^{-3}$
14	0.011	0.013
15	0.017	0.02
16	0.017	0.02

Рисунок 1.17.2 – Screenshot програми расчёта критических частот ротора насоса горячего для модели “bonded”

Модуль пружності, Па: $E := 2.1 \cdot 10^{11}$ Густина, кг/м³: $\rho := 7850$

L, м D, м d, м m, кг k, Н/м

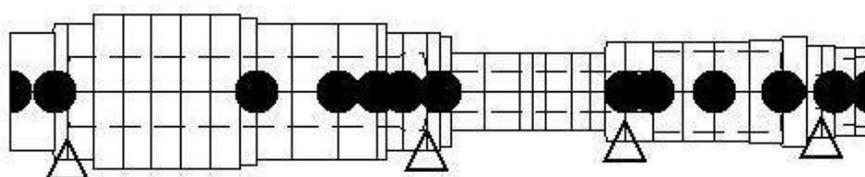
A :=

	1	2	3	4	5
1	0.058	0.071	0	12.57	0
2	0.019	0.08	0	0.3	0
3	0.033	0.08	0.042	0	$3.3 \cdot 10^8$
4	0.039	0.092	0.042	0	0
5	0.039	0.092	0.042	0	0
6	0.039	0.092	0.042	0	0
7	0.039	0.092	0.042	0	0
8	0.039	0.092	0.042	0	0
9	0.023	0.088	0.042	0	0
10	0.045	0.082	0.042	8.94	0
11	0.062	0.082	0.042	0	0
12	0.053	0.082	0.042	5	0
13	0.011	0.082	0.042	0.17	0
14	0.021	0.07	0.042	0	0
15	0.032	0.07	0.045	0.39	0
16	0.019	0.07	0.024	0	$2.1 \cdot 10^8$
17	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-3}$	0	0	0
18	0.014	0.066	0.024	2	0
19	0.045	0.047	0.024	0	0
20	0.046	0.047	0.024	0	0
21	0.016	0.047	0.024	0	0
22	0.019	0.047	0.024	0	0
23	0.034	0.047	0.024	0	0
24	0.025	0.047	0.024	0	0
25	0.02	0.047	0.024	0	0
26	0.027	0.06	0.024	0	0
27	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-3}$	0	0	0
28	0.036	0.06	0.024	1.213	$1.3 \cdot 10^8$
29	0.04	0.06	0.048	0.22	0
30	0.04	0.06	0.048	0	0
31	0.048	0.06	0.048	2.38	0
32	0.043	0.062	0.048	0	0
33	0.033	0.066	0	8.48	0
34	0.02	0.055	0.02	0	0
35	0.016	0.055	0.02	0	$2.561 \cdot 10^8$
36	0.029	0.052	0.04	0.13	0
37	0.02	0.052	0.041	0	0
38	$1 \cdot 10^{-3}$	0.052	0.041	1.222	0

Кількість власних або критичних частот для пошуку: $N_{\text{max}} := 3$

Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с: $\omega_{\text{max}} := 1 \cdot 10^4$

Рисунок 1.18.1 – Screenshot програми расчёта критических частот валопровода для модели “frictional”

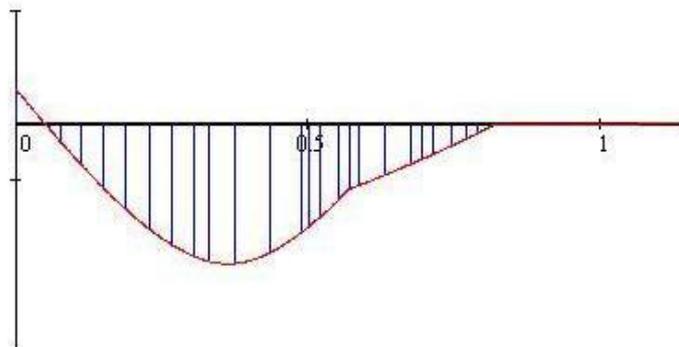


Функції форми:

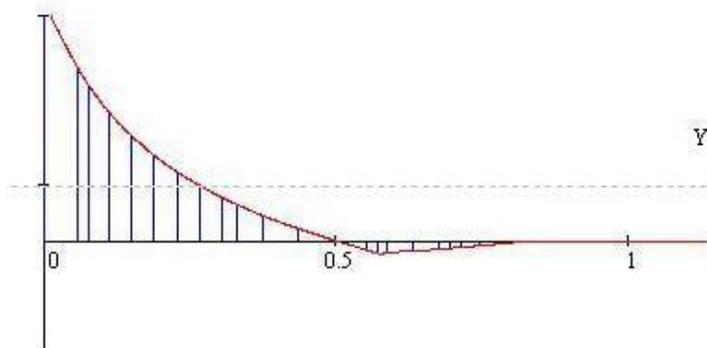
Власні частоти, рад/с:

$$\omega^T = (2.6 \times 10^3 \quad 3.252 \times 10^3 \quad 3.832 \times 10^3)$$

Перша форма коливань:



Друга форма коливань:



$Y =$

	1	2
1	0.015	0.106
2	-2.699·10 ⁻³	0.077
3	-8.368·10 ⁻³	0.069
4	-0.018	0.057
5	-0.029	0.047
6	-0.038	0.038
7	-0.047	0.031
8	-0.054	0.025
9	-0.059	0.019
10	-0.061	0.016
11	-0.062	0.011
12	-0.057	5.431·10 ⁻³
13	-0.048	9.464·10 ⁻⁴
14	-0.046	5.397·10 ⁻⁵
15	-0.041	-1.614·10 ⁻³
16	-0.034	-4.094·10 ⁻³
17	-0.029	-5.563·10 ⁻³
18	-0.029	-5.568·10 ⁻³
19	-0.027	-5.318·10 ⁻³
20	-0.023	-4.495·10 ⁻³
21	-0.018	-3.582·10 ⁻³
22	-0.016	-3.245·10 ⁻³
23	-0.014	-2.829·10 ⁻³
24	-9.705·10 ⁻³	-2.051·10 ⁻³
25	-6.64·10 ⁻³	-1.455·10 ⁻³
26	-4.154·10 ⁻³	-9.681·10 ⁻⁴
27	-7.803·10 ⁻⁴	-3.056·10 ⁻⁴
28	-7.734·10 ⁻⁴	-3.042·10 ⁻⁴
29	-7.244·10 ⁻⁴	-3.076·10 ⁻⁴
30	-6.611·10 ⁻⁴	-3.047·10 ⁻⁴
31	-5.779·10 ⁻⁴	-2.869·10 ⁻⁴
32	-4.422·10 ⁻⁴	-2.381·10 ⁻⁴
33	-2.898·10 ⁻⁴	-1.706·10 ⁻⁴
34	-1.605·10 ⁻⁴	-1.09·10 ⁻⁴
35	-7.989·10 ⁻⁵	-6.997·10 ⁻⁵
36	-1.477·10 ⁻⁵	-3.838·10 ⁻⁵
37	1.041·10 ⁻⁴	1.928·10 ⁻⁵
38	1.866·10 ⁻⁴	5.924·10 ⁻⁵
39	1.907·10 ⁻⁴	6.124·10 ⁻⁵

Рисунок 1.18.2 – Screenshot программы расчёта критических частот валопровода для модели “frictional”

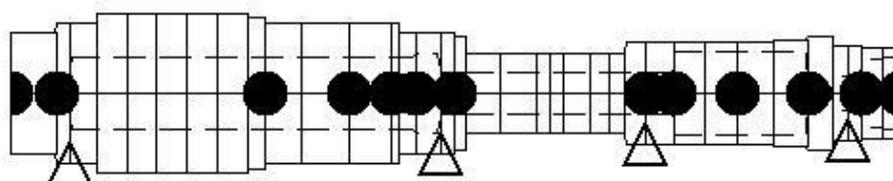
Модуль пружності, Па: $E := 2.1 \cdot 10^{11}$ Густина, кг/м³: $\rho := 7850$

	L, м	D, м	d, м	m, кг	k, Н/м
1	0.058	0.071	0	12.57	0
2	0.019	0.08	0	0.3	0
3	0.033	0.08	0.042	0	$2.924 \cdot 10^9$
4	0.039	0.092	0.042	0	0
5	0.039	0.092	0.042	0	0
6	0.039	0.092	0.042	0	0
7	0.039	0.092	0.042	0	0
8	0.039	0.092	0.042	0	0
9	0.023	0.088	0.042	0	0
10	0.045	0.082	0.042	8.94	0
11	0.062	0.082	0.042	0	0
12	0.053	0.082	0.042	5	0
13	0.011	0.082	0.042	0.17	0
14	0.021	0.07	0.042	0	0
15	0.032	0.07	0.045	0.39	0
16	0.019	0.07	0.024	0	$2.755 \cdot 10^9$
17	0.014	0.066	0.024	2	0
18	0.045	0.047	0.024	0	0
19	0.046	0.047	0.024	0	0
20	0.016	0.047	0.024	0	0
21	0.019	0.047	0.024	0	0
22	0.034	0.047	0.024	0	0
23	0.025	0.047	0.024	0	0
24	0.02	0.047	0.024	0	0
25	0.027	0.06	0.024	0	0
26	0.036	0.06	0.024	1.213	$3.165 \cdot 10^9$
27	0.04	0.06	0.048	0.22	0
28	0.04	0.06	0.048	0	0
29	0.048	0.06	0.048	2.38	0
30	0.043	0.062	0.048	0	0
31	0.033	0.066	0	8.48	0
32	0.02	0.055	0.02	0	0
33	0.016	0.055	0.02	0	$2.387 \cdot 10^9$
34	0.029	0.052	0.04	0.13	0
35	0.02	0.052	0.041	0	0
36	$1 \cdot 10^{-3}$	0.052	0.041	1.222	0

Кількість власних або критичних частот для пошуку: $N_{\text{max}} := 3$

Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с: $\omega_{\text{max}} := 1 \cdot 10^4$

Рисунок 1.19.1 – Screenshot програми расчёта критических частот валопровода для модели “bonded”

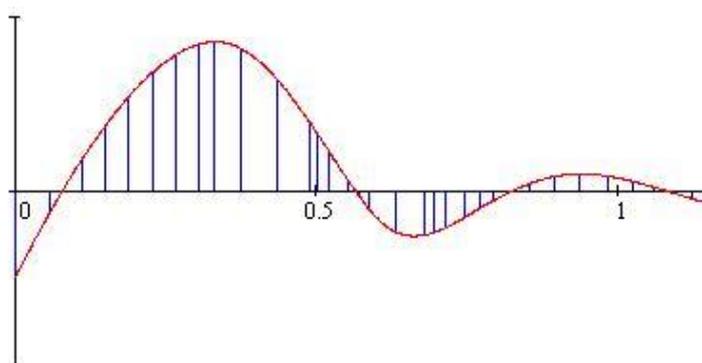


Функції форми:

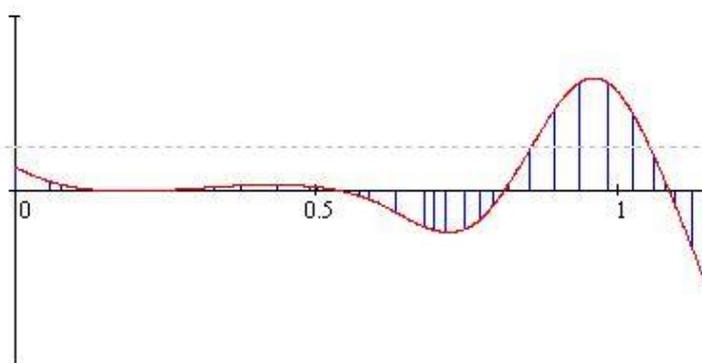
Власні частоти, рад/с:

$$\omega^T = (3.363 \times 10^3 \quad 6.211 \times 10^3 \quad 6.615 \times 10^3)$$

Перша форма коливаний:



Друга форма коливаний:



	1	2
1	-0.025	$5.301 \cdot 10^{-3}$
2	$-5.801 \cdot 10^{-3}$	$2.081 \cdot 10^{-3}$
3	$-9.719 \cdot 10^{-5}$	$1.34 \cdot 10^{-3}$
4	$9.098 \cdot 10^{-3}$	$4.953 \cdot 10^{-4}$
5	0.019	$1.451 \cdot 10^{-5}$
6	0.027	$-1.39 \cdot 10^{-4}$
7	0.034	$-4.373 \cdot 10^{-5}$
8	0.039	$2.213 \cdot 10^{-4}$
9	0.042	$5.772 \cdot 10^{-4}$
10	0.043	$7.977 \cdot 10^{-4}$
11	0.041	$1.165 \cdot 10^{-3}$
12	0.032	$1.329 \cdot 10^{-3}$
13	0.02	$9.697 \cdot 10^{-4}$
14	0.017	$8.275 \cdot 10^{-4}$
15	0.011	$4.416 \cdot 10^{-4}$
16	$2.94 \cdot 10^{-3}$	$-5.185 \cdot 10^{-4}$
17	$-1.724 \cdot 10^{-3}$	$-1.293 \cdot 10^{-3}$
18	$-4.963 \cdot 10^{-3}$	$-1.941 \cdot 10^{-3}$
19	-0.012	$-4.951 \cdot 10^{-3}$
20	-0.013	$-8.226 \cdot 10^{-3}$
21	-0.012	$-9.005 \cdot 10^{-3}$
22	-0.011	$-9.495 \cdot 10^{-3}$
23	$-7.369 \cdot 10^{-3}$	$-8.782 \cdot 10^{-3}$
24	$-4.747 \cdot 10^{-3}$	$-6.605 \cdot 10^{-3}$
25	$-2.761 \cdot 10^{-3}$	$-3.652 \cdot 10^{-3}$
26	$-3.701 \cdot 10^{-4}$	$1.542 \cdot 10^{-3}$
27	$2.289 \cdot 10^{-3}$	$9.607 \cdot 10^{-3}$
28	$4.255 \cdot 10^{-3}$	0.019
29	$4.992 \cdot 10^{-3}$	0.025
30	$4.385 \cdot 10^{-3}$	0.025
31	$2.801 \cdot 10^{-3}$	0.017
32	$1.232 \cdot 10^{-3}$	$8.166 \cdot 10^{-3}$
33	$2.208 \cdot 10^{-4}$	$1.883 \cdot 10^{-3}$
34	$-6.052 \cdot 10^{-4}$	$-3.428 \cdot 10^{-3}$
35	$-2.127 \cdot 10^{-3}$	-0.014
36	$-3.189 \cdot 10^{-3}$	-0.021
37	$-3.242 \cdot 10^{-3}$	-0.021

Рисунок 1.19.2 – Screenshot программы расчёта критических частот валопровода для модели “bonded”

Результаты расчёта форм свободных колебаний роторов в отдельности и валопровода в целом приведены на рисунках 1.20 – 1.22. Значения соответствующих критических частот сведены в таблицу 1.8 и проиллюстрированы на рисунке 1.23.

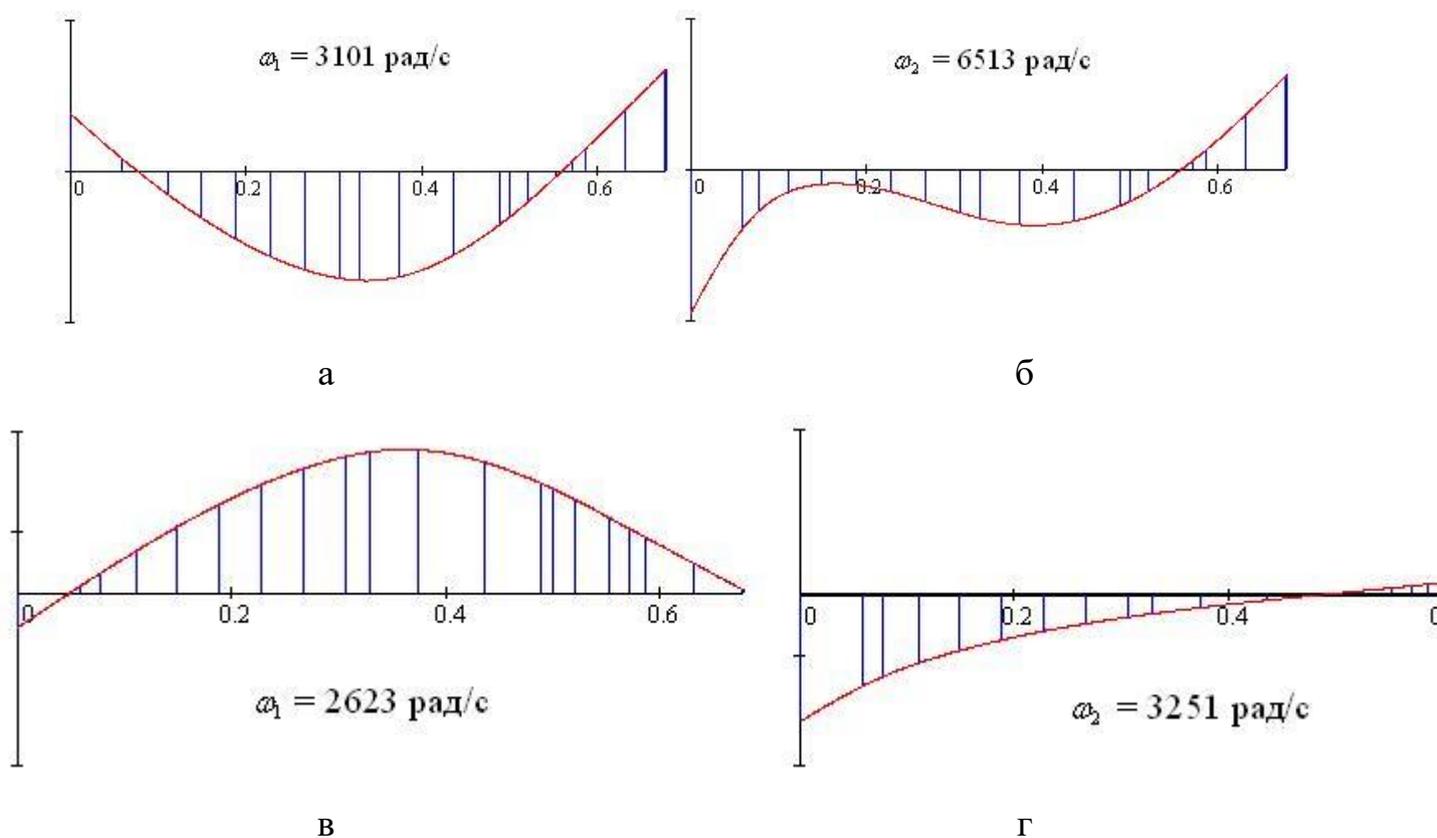


Рисунок 1.20 – Первая (а, в) и вторая (б, г) формы свободных колебаний ротора турбонасоса окислителя для моделей “bonded” (а, б) и “frictional” (в, г) контактного взаимодействия сопряженных тел

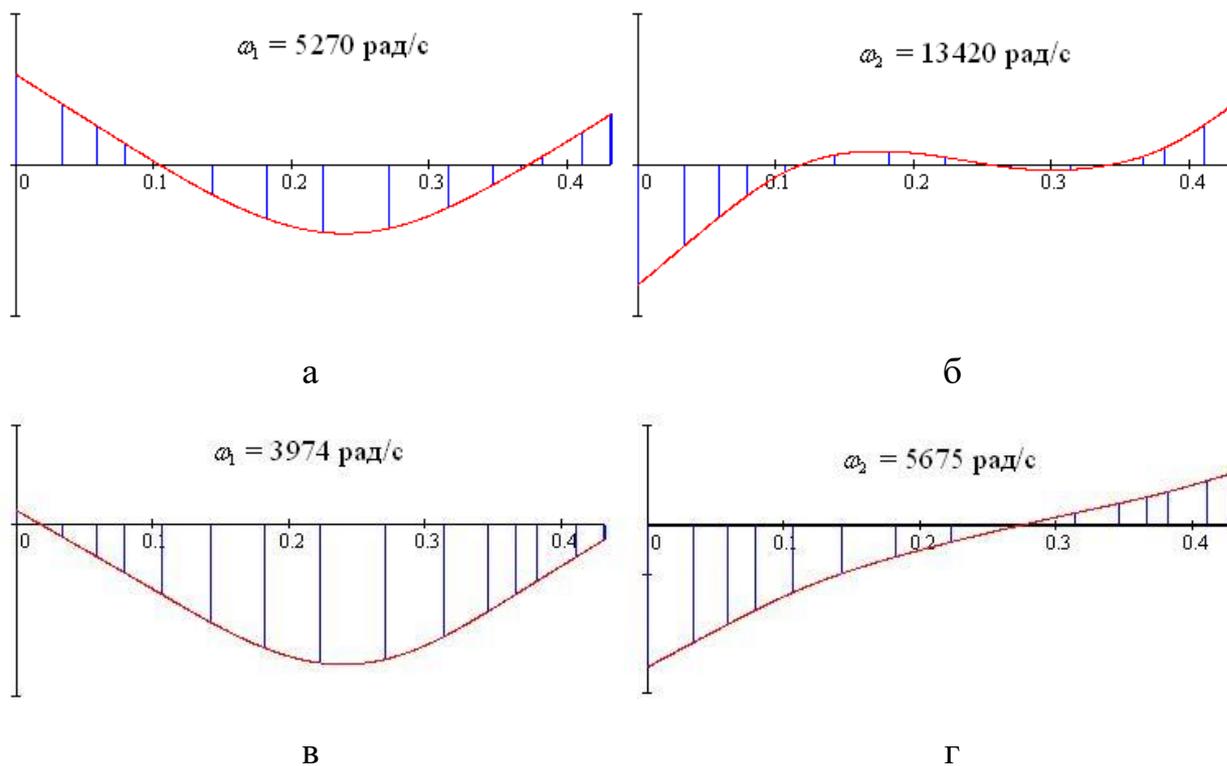


Рисунок 1.21 – Первая (а, в) и вторая (б, г) формы свободных колебаний ротора насоса горючего для моделей “bonded” (а, б) и “frictional” (в, г) контактного взаимодействия сопряженных тел

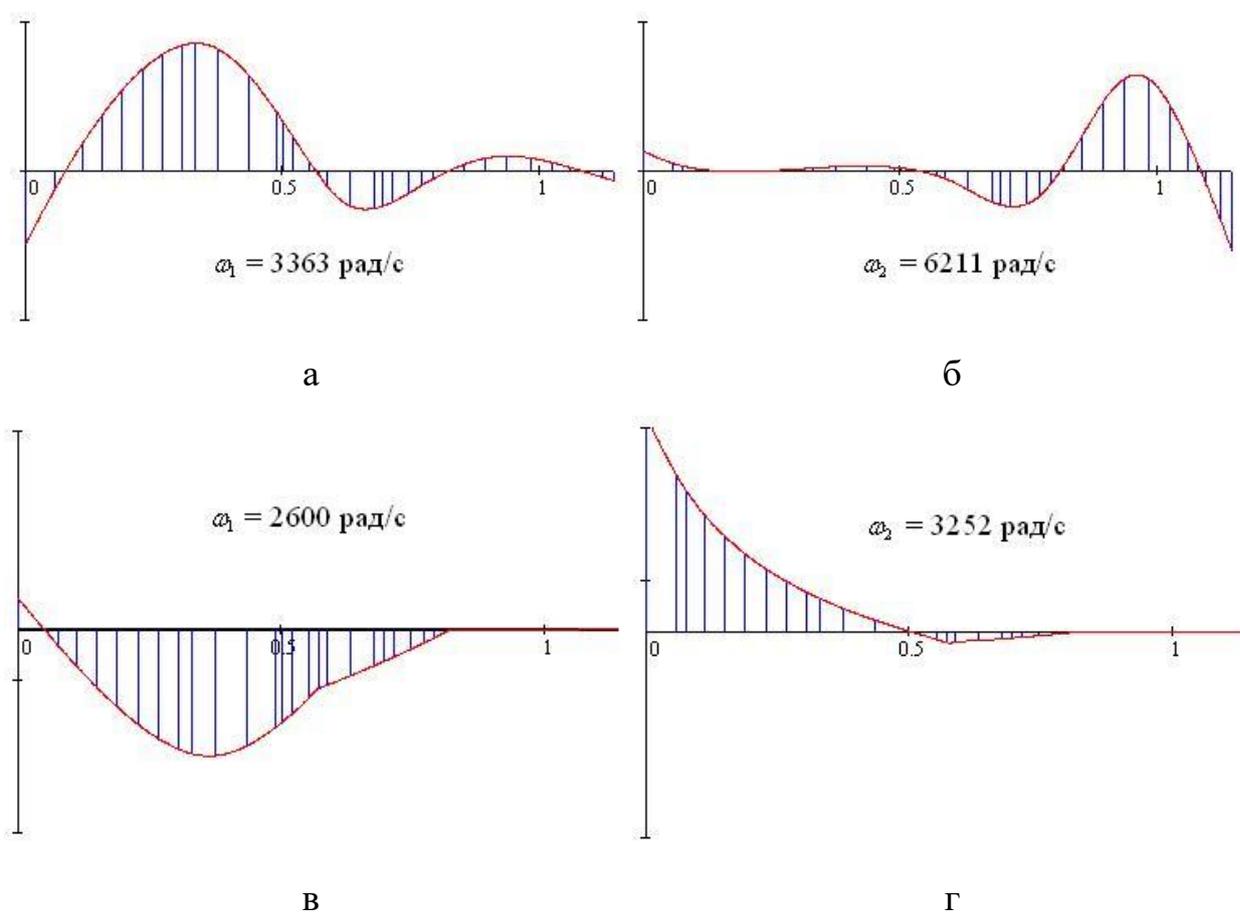


Рисунок 1.22 – Первая (а, в) и вторая (б, г) формы свободных колебаний валопровода для моделей “bonded” (а, б) и “frictional” (в, г) контактного взаимодействия сопряженных тел

В таблице 1.8 приведена сводка данных расчёта критических скоростей роторов и валопровода ТНА, полученных с помощью балочных моделей. Нижняя и верхняя границы диапазона соответствуют моделям контактного взаимодействия “frictional” и “bonded”. Заметим, что первая и вторая критические частоты ротора турбонасоса окислителя практически совпадают соответственно с первой и второй критическими частотами валопровода. Соответственно близки первая и вторая формы свободных колебаний. Третья критическая частота валопровода «привносится» первой парциальной частотой ротора насоса горючего. Поэтому для оценки отстройки роторной системы ТНА от резонансных режимов практически можно ограничиться рассмотрением динамики ротора турбонасоса окислителя.

Таблица 1.8 – Критические частоты роторных систем, определённые при помощи компьютерной программы “Critical frequencies of the rotor”

Система	Критические частоты, рад/с		
	первая	вторая	третья
Ротор турбонасоса окислителя	2623...3101	3251...6513	5429...10100
Ротор насоса горючего	3974...5270	5675...13420	7369...14310
Валопровод	2600...3363	3252...6211	3832...6615

На рисунке 1.23 приведена диаграмма расположения спектров критических частот в случае моделей “frictional”, соответствующих наиболее близкому расположению критических частот к рабочим частотам.

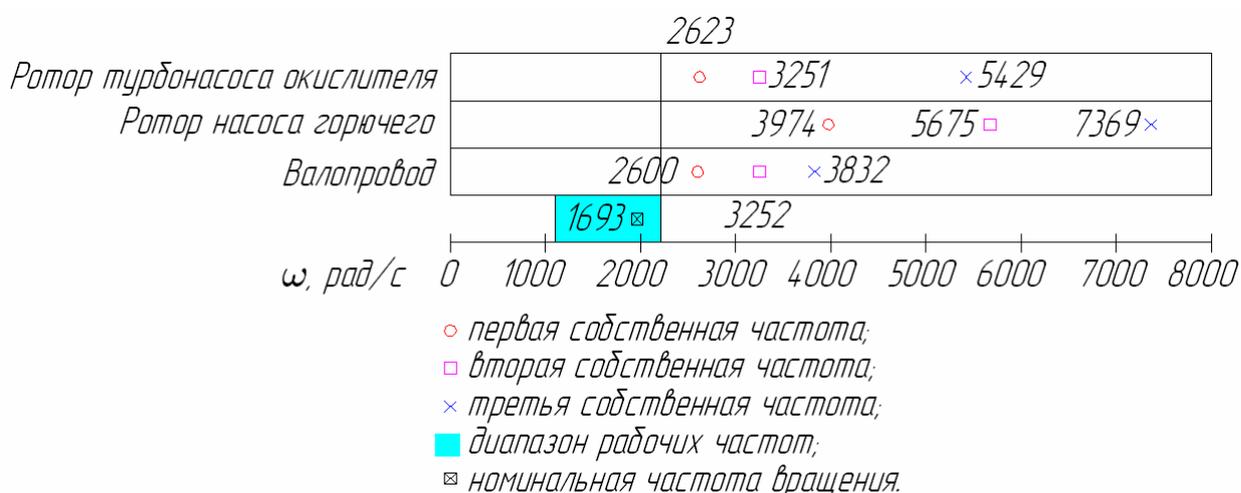
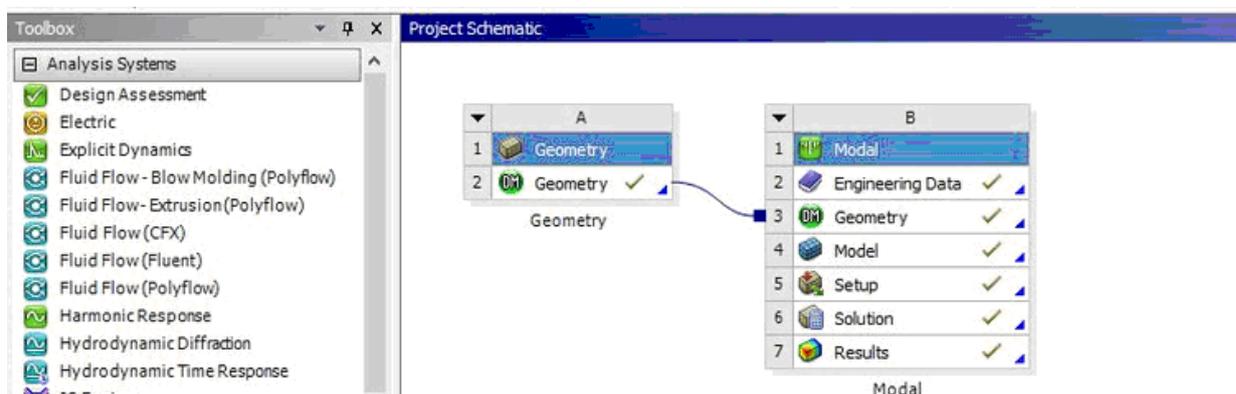


Рисунок 1.23 – Критические частоты роторных систем, определённые при помощи компьютерной программы “Critical frequencies of the rotor”

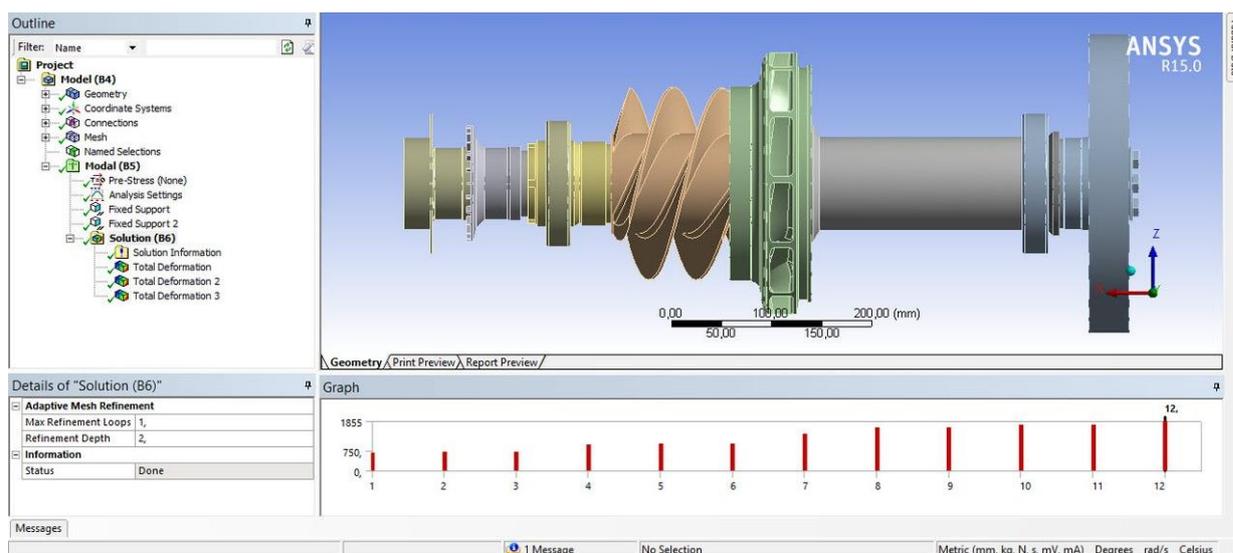
Расчёты критических частот роторов были продублированы с помощью программы ANSYS для балочных конечноэлементных моделей “Beam 3”. Результаты расчёта практически совпали с рассмотренным выше вариантом модели “frictional”. Так, например, первая критическая частота ротора турбонасоса окислителя оказалась равной 2670 рад/с, вторая – 3470 рад/с.

1.5 Расчётные модели роторов и валопровода ТНА при использовании программного комплекса ANSYS Workbench

Расчёт критических частот при использовании программного комплекса ANSYS Workbench реализуется в модуле “Modal” (рисунок 1.24 а). Задание исходных данных (рисунок 1.24 б) заключается в последовательном создании (или импортировании) Parasolid-модели (раздел “Geometry”), выборе материалов (библиотека “Engineering Data”) и моделей контактного взаимодействия сопрягаемых поверхностей (раздел “Connections”) генерации конечноэлементной сетки (инструмент “Mesh”).



а

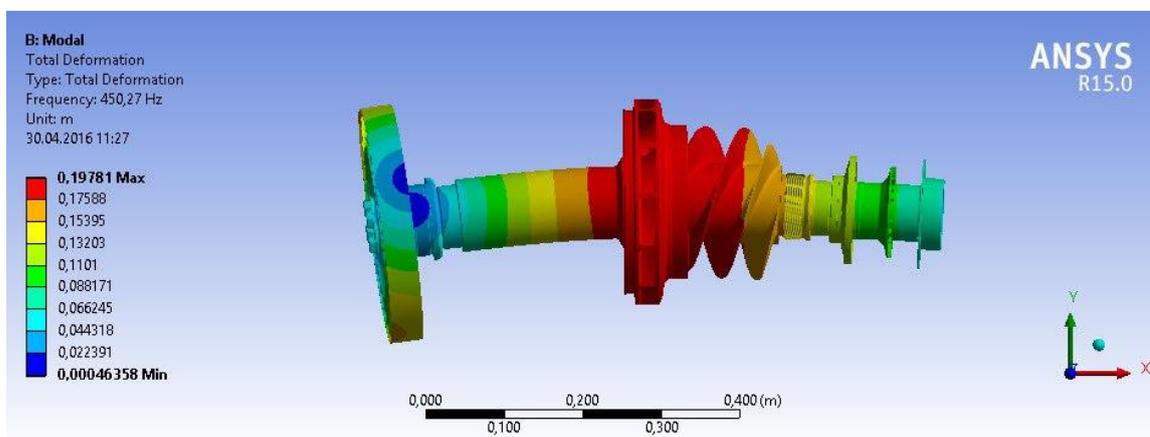


б

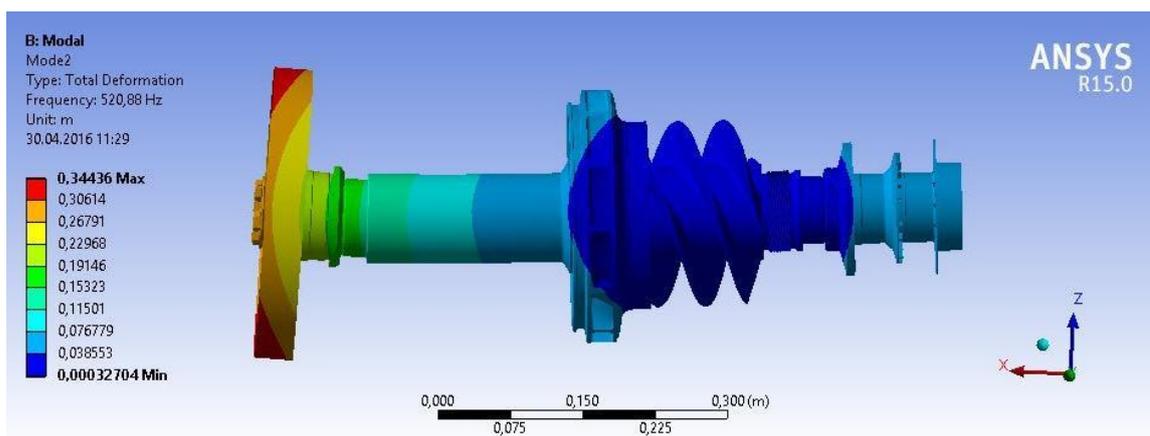
Рисунок 1.24 – Screenshot рабочей области (а) и параметров расчёта (б) критических частот при использовании ANSYS Workbench

В разделе “Model” задаются граничные условия (“Bounded Conditions”, “Supports”), а также настройки решателя (“Analysis Settings”).

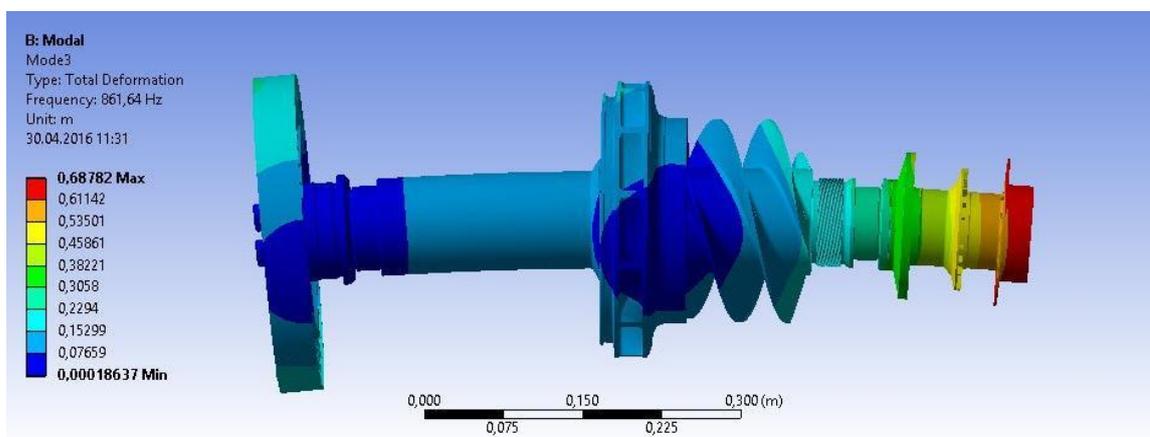
В результате расчёта программа выдаёт критические частоты и соответствующие им формы колебаний.



а

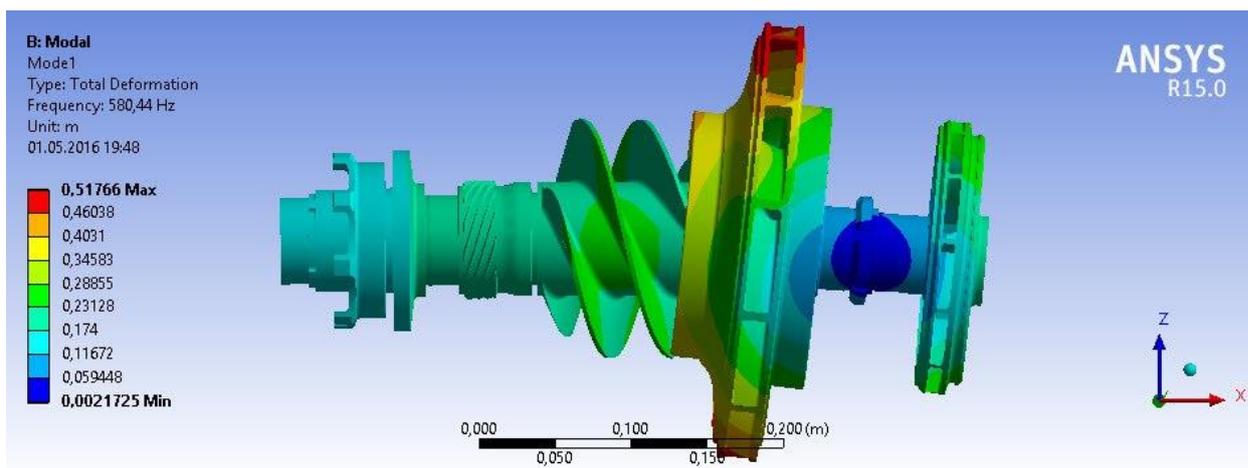


б

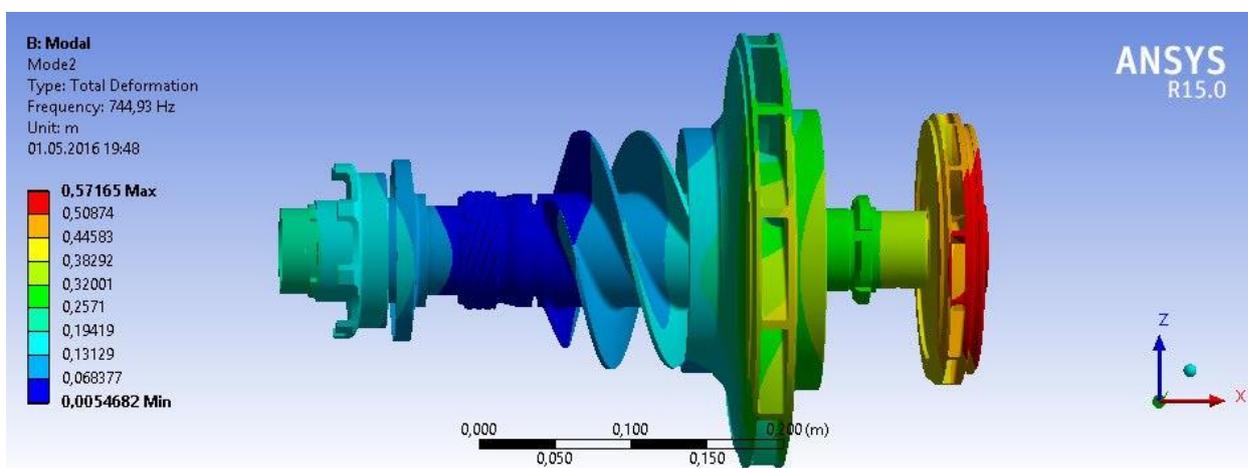


в

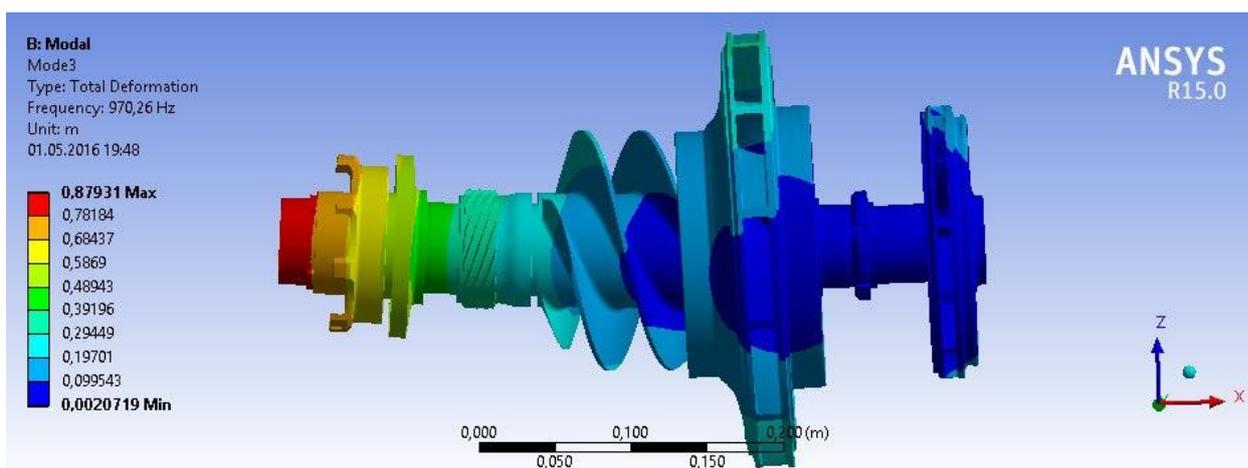
Рисунок 1.25 – Первая (а), вторая (б) и третья (в) формы свободных колебаний ротора турбонососа окислителя



a

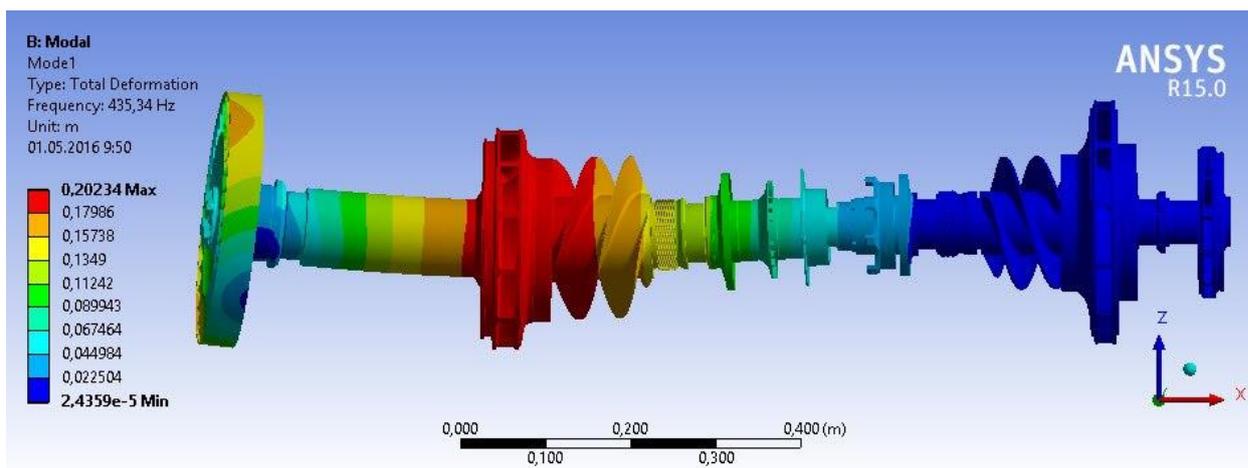


б

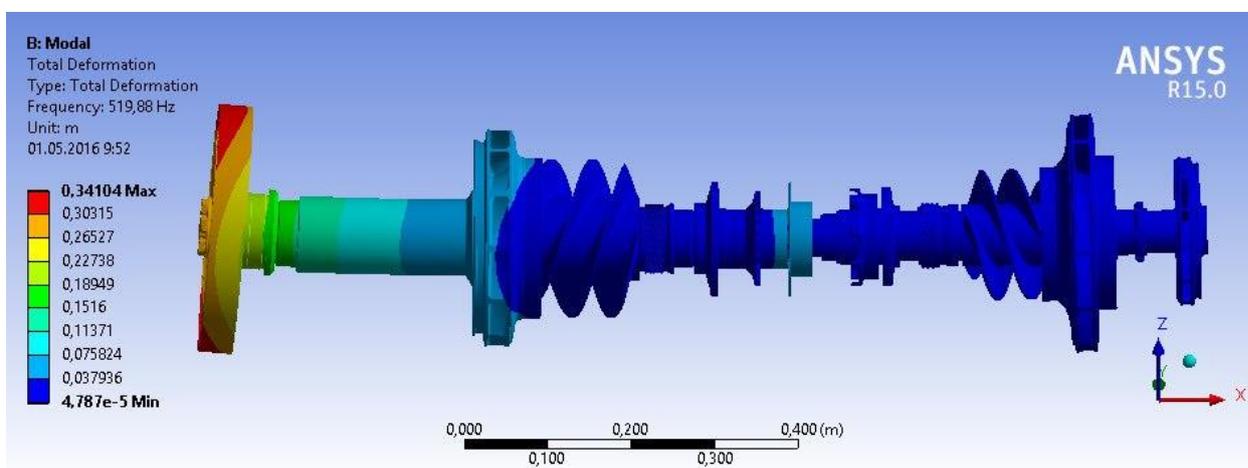


в

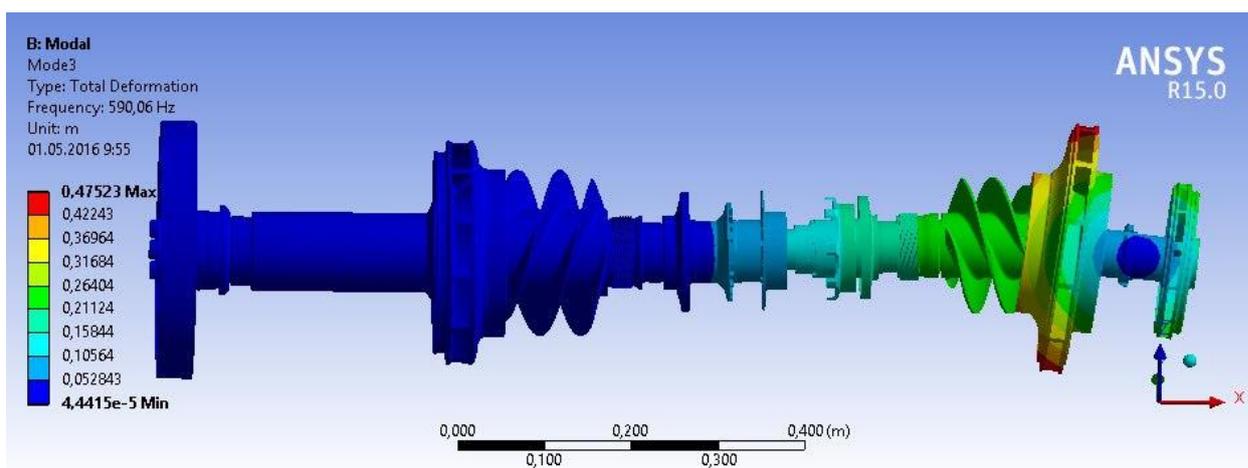
Рисунок 1.26 – Первая (а), вторая (б) и третья (в) формы свободных колебаний ротора насоса горючего



a



б



в

Рисунок 1.27 – Первая (а), вторая (б) и третья (в) формы свободных колебаний валопровода ТНА

Таблица 1.9 – Критические частоты свободных колебаний роторных систем, определённые в программном комплексе ANSYS Workbench

Система	Критические частоты, рад/с		
	первая	вторая	третья
Ротор турбонасоса окислителя	2829	3273	5414
Ротор насоса горючего	3647	4681	6096
Валопровод	2735	3267	3707

Полученные значения критических частот хорошо согласуются с приведенными выше результатами расчётов, реализованных при помощи компьютерной программы “Critical frequencies of the rotor”.

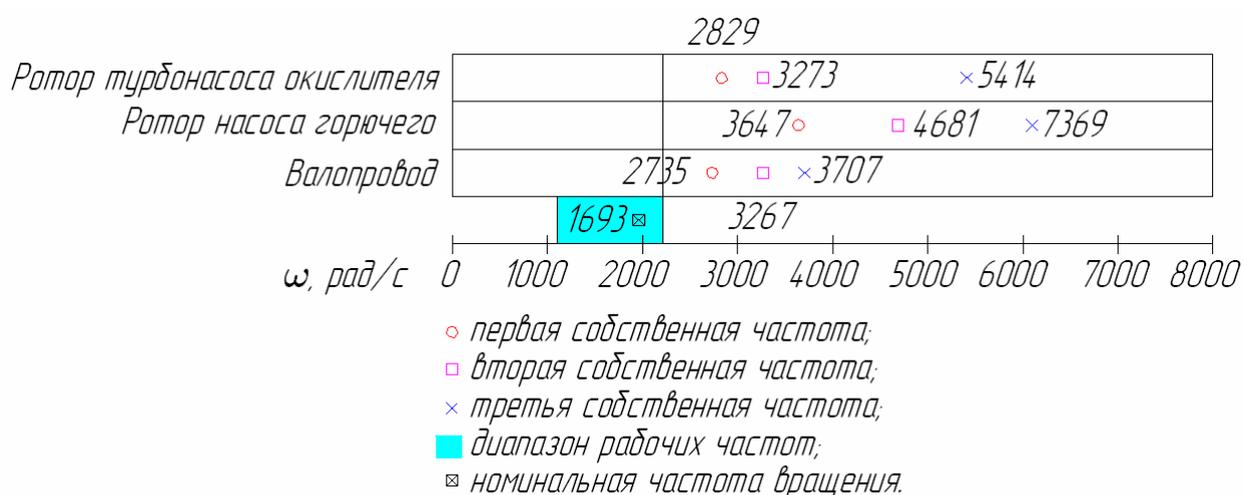


Рисунок 1.28 – Критические частоты роторных систем, определённые в программном комплексе ANSYS Workbench

1.6 Основные выводы

1. На данном этапе исследований, исходя из принятых схем моделей конечноэлементного анализа, получен диапазон расположения спектров критических частот от наиболее «пессимистического» (вариант “frictional”), до возможного максимального сдвига спектра вправо (вариант “bonded”). Величины первой критической частоты, полученные из расчёта, составляют 2600 рад/с (вариант “frictional”) и 3363 рад/с (вариант “bonded”).

2. Оба ротора и валопровод в целом являются жёсткими роторными конструкциями: максимальная рабочая частота лежит ниже первой критической как валопровода в целом, так и парциальных критических частот обоих роторов.

3. Первые две критические частоты валопровода могут быть оценены из расчёта первых двух критических частот ротора турбонасоса окислителя, поскольку они практически совпадают.

4. Запас по отстройке от резонансного режима, вычисляемый по формуле

$$\delta = \frac{\omega_1 - \omega_p^{\max}}{\omega_1} \cdot 100 \%, \quad (1.5)$$

где ω_1 – первая критическая частота, ω_p^{\max} – максимальная рабочая частота, находится в диапазоне от 15% (по данным конечноэлементной модели для случая “frictional”) до 34% (для модели “bonded”).

2 ЗАДАЧА НАХОЖДЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ ГИДРОПЯТЫ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕЙ НАДЕЖНУЮ РАБОТУ НАСОСА ПРИ МИНИМАЛЬНЫХ ПОТЕРЯХ ЭНЕРГИИ

2.1 Введение

В данном разделе приводится методика расчета узла осевой разгрузки ротора насоса – гидропяты. Гидропята – автоматическое устройство уравнивающее осевую силу, действующую на ротор центробежного насоса. Существующие методики расчета [9, 10], как и предлагаемая [11], основаны на определении размеров цилиндрического и торцового дросселей узла осевой разгрузки ротора насоса из условия надежной работы, обеспечивающей отсутствие контакта рабочих поверхностей торцовой пары, при минимальных протечках. Протечки на гидропяте обуславливают объемные потери энергии. Трение подвижных поверхностей узла разгрузки о жидкость приводит к механическим потерям энергии. Объемные и механические потери на узле разгрузки, в общем балансе потерь энергии, имеют существенное значение. Их потеря иногда достигает до 10% мощности насоса. Поэтому разработка методики расчета гидропяты из условия минимума потерь энергии при принятой жесткости статической характеристики узла разгрузки представляет актуальную задачу, решение которой приведено в данной работе.

2.2 Анализ литературных данных и постановка проблемы

Учитывая мировой энергетический кризис, в рамках существующих рыночных отношений, следует поддерживать высокий уровень конкурентоспособности насосного оборудования. Для этого необходимо совершенствовать насосное оборудование как при разработке новых, так и при модернизации существующих аналогов [9]. Здесь мы остановимся на одном из возможных путей совершенствования машины, а именно, повышении ее экономичности.

Следуя балансу энергии, потери в насосах подразделяются на гидравлические, объемные и механические. Гидравлические потери – потери в проточной части машины сведены к минимально возможным. Объемные и механические потери, в общем балансе энергии имеют существенное значение, основная часть которых приходится на устройства уравнивания осевой силы. В большинстве энергетических многоступенчатых центробежных насосов осевая сила уравнивается гидропятой. Гидропятa уравнивает осевую силу на всех режимах работы насоса.

Статический расчет гидропят основан на выборе геометрических параметров узла разгрузки из условия, чтобы в заданном диапазоне изменения осевой силы торцовый зазор и величина протечек не выходили за допустимые пределы. Торцовый зазор не должен превышать минимально допустимого значения, исключая контакт (задиры) поверхностей торцовой пары. Увеличение принятого при расчете рабочего значения торцового зазора приводит к увеличению объемных потерь энергии.

Расчет гидропят, приведенный в различных источниках, имеет особенности. В работах Чегурко [12, 13] расчет гидропят базируется на опыте проектирования. Основные размеры гидропят (к ним относятся радиусы диска, торцовый зазор, длина цилиндрического дросселя и его зазор) принимаются из опыта. По принятым параметрам проводится проверочный расчет гидропят.

Принятые параметры считаются допустимыми, если протечки не превышают 5% подачи на номинальном режиме, а минимально-допустимая величина торцового зазора находится в пределах $(1 \div 1,2) \cdot 10^{-3} R_2$.

По Ломакину расчет гидропят сводится к определению рабочего перепада давления на диске и величины протечки через узел разгрузки, используя последующую их корректировку [10].

Пфлейдерер считает, что величина наружного радиуса диска гидропят и избыточное давление не влияют на протечки жидкости через узел разгрузки. Протечки пропорциональны ширине торцового зазора. Величину торцового зазора следует выбирать настолько малой насколько это позволяет надежность работы

насоса. Здесь при расчете гидропята, определяющим параметром является длина цилиндрического дросселя [13].

В статическом расчете, приведенном в работе Каревой [14], большое внимание уделяется температуре жидкости, которая увеличивается при прохождении жидкости через насос и саму гидропята. Чтобы избежать кавитации в камере за пятой, предлагается обеспечивать превышение статического давления за пятой и в обводной трубе над давлением насыщенного пара.

Наиболее полной есть методика, разработанная и усовершенствованная Марцинковским В.А. [15, 16, 17]. Эта методика включает статический расчет и последующую проверку гидропята на динамическую устойчивость.

Исходя из рассмотренных видов статического расчета можно сделать вывод, что существующие методики расчета гидропята базируются на уравнении осевого равновесия ротора и уравнении расхода жидкости через узел разгрузки. Основное отличие всех расчетов состоит в том, какие геометрические параметры принимаются изначально, а какие рассчитываются исходя из условия равновесия, а также какие параметры считаются наиболее влиятельными на качество работы разгрузочного устройства [17, 18, 19].

Предложенная методика расчета отличается от существующих тем, что в ее основе положена замкнутая система уравнений по геометрическим параметрам гидропята, полученная из условия минимума потерь энергии на пяте при принятой жесткости статической характеристики. Уравнения равновесия ротора и уравнение расхода записаны на базе одномерной модели течения жидкости в подвижной системе координат [20, 21].

2.3 Цель и задачи исследования

Следуя анализу литературных источников по уравновешиванию осевой силы, действующей на ротор центробежного насоса, гидропята, целью работы является разработка и исследование методики расчета гидропята из условия минимума потерь энергии для принятого значения жесткости статической характеристики.

Для достижения поставленной цели сформулированы следующие задачи:

- получить расчетные зависимости для определения потерь энергии на гидропятае;
- исследовать условия минимума потерь энергии на гидропятае при принятой величине жесткости статистической характеристики;
- разработать методику расчета гидропята из условия минимума потерь энергии;
- исследовать зависимость между жесткостью статической характеристики гидропята и потерями энергии на ней.

Объектом исследования является устройство уравнивания осевой силы, действующей на ротор центробежного насоса – гидропята.

2.4 Материалы и методы исследования по разработке методики расчета гидропята

2.4.1 Исходные данные для разработки методики расчета.

Полагая зазоры цилиндрического h_1 и торцового h_2 дросселей, из условия технологичности, известными, геометрия гидропята определяется тремя геометрическими параметрами, длиной цилиндрического дросселя l , внутренним R_1 и наружным R_2 радиусами диска гидропята (рисунок 2.1).

В основе методики расчета положены: уравнение равновесия ротора

$$T_{z1}i + F_{z1} = 0, \text{ при } F_{z1} = F_z \Big|_{h_2=h_{2н}=0,001R_2};$$

и уравнение равновесия ротора

$$mT_{z1}i + F_{z2} = 0, \text{ при } F_{z2} = F_z \Big|_{h_2 \approx 0},$$

где $m = \frac{T_{z0}}{T_{z1}}$ - коэффициент, устанавливающий требуемую величину жесткости статической характеристики гидропята.

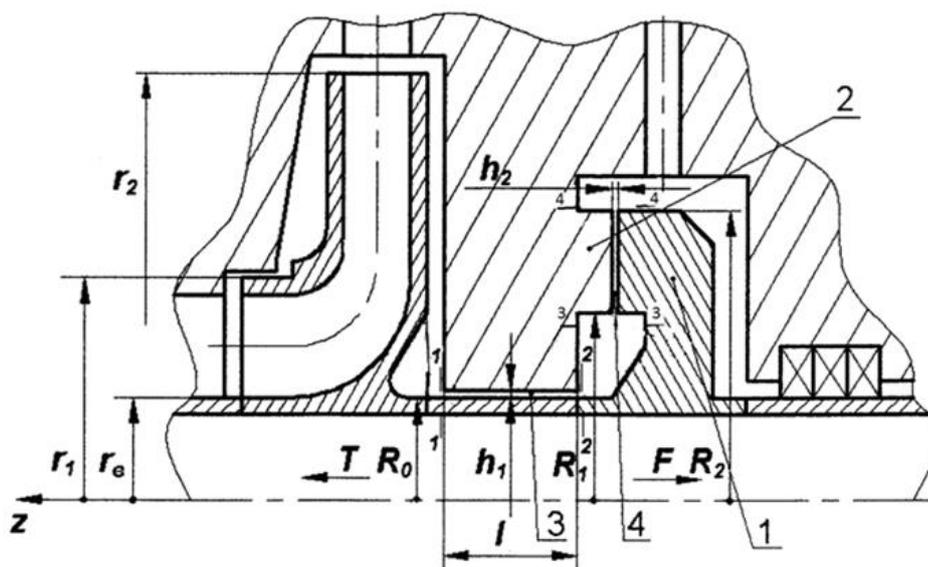


Рисунок 2.1 – Расчетная схема гидропятя

(1 – разгрузочный диск, 2 – подпятник, 3 и 4 – цилиндрический и торцовый дроссели соответственно)

В качестве замыкающего принимается уравнение потерь энергии (мощности) на гидропятяе $N_{\Pi} = N_{\text{мех}} + N_{\text{об}}$, представляющее функцию

$$\Phi(N_{\Pi}, R_1, R_2, l) = 0 \text{ при условии } N_{\Pi} = N_{\Pi}^{\text{мин}}.$$

Объемные потери $N_{\text{об}}$ определяются по общепринятому подходу, согласно которому мощность объемных потерь на узле разгрузки равна

$$N_{\text{об}} = \rho g q (H_1 i - H_1^{\text{дин}}), \quad (2.1)$$

где q – протечки через узел гидропятяе; H_1 – напор ступени; $H_1^{\text{дин}}$ – динамический напор рабочего колеса.

Мощность механических потерь находится как сумма потерь мощности на цилиндрических и торцовых подвижных поверхностях узла разгрузки. Величина потерь мощности на цилиндрических поверхностях, согласно литературным источникам, примерно одинакова. Потери мощности на торцовых поверхностях по разным литературным источникам отличаются на порядок. Поэтому в данной

работе, используя аналогию с определением потерь энергии в цилиндрической трубе круглого сечения, получены расчетные формулы для потерь мощности в цилиндрическом и торцовом дросселях, дающие хорошую сходимость, по механическим потерям энергии, с данными основных литературных источников.

Согласно проведенной аналогии, мощность механических потерь в цилиндрическом дросселе находится по формуле

$$N_{\text{мех}}^{\text{цил}} = \frac{\lambda}{16} \rho \pi \omega^3 R_0^4 l, \quad (2.2)$$

$$\text{где } \lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{D_r} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0.25}, \quad \text{Re} = \frac{\omega * R_0 * D_r}{\nu}.$$

Мощность механических потерь в торцовом дросселе имеет вид

$$N_{\text{мех}}^{\text{торц}} = \frac{\lambda}{80} \rho \pi \omega^3 (R_2^5 - R_1^5), \quad (2.3)$$

$$\text{где } \lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{D_r} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0.25}, \quad \text{Re} = \frac{\omega * R_2 * D_r}{\nu}.$$

Тогда суммарные потери энергии на узле осевой разгрузки равны

$$N_{\Pi} = N_{\text{мех}} + N_{\text{об}} = \sum_{i=1}^n N_{\text{мех}}^{\text{цил}} i + \sum_{j=1}^m N_{\text{мех}}^{\text{торц}} j + N_{\text{об}}.$$

Учитывая (2.1), (2.2), (2.3), предыдущее уравнение примет вид

$$N_{\Pi} = \rho \pi \omega^3 \left\{ \frac{1}{16} (\lambda_1 R_0^4 l + \lambda_2 R_{2д}^4 l_d) + \frac{1}{80} [\lambda_{T1} (R_1^5 - R_0^5) + \lambda_{T2} (R_2^5 - R_1^5) + \lambda_{T3} (R_2^5 - R_0^5)] \right\} + \rho g q (H_1 i - H_1^{\text{дин}}). \quad (2.4)$$

2.4.2 Последовательность решения задачи статического расчета гидропята

Предложенная методика статического расчета базируется на замкнутой системе уравнений по параметрам гидропята из условия минимума потерь энергии для принятой жесткости статической характеристики. Система уравнений представлена в виде

$$T_{z1} + F_{z1} = 0;$$

$$mT_{z1}i + F_{z2} = 0; \quad (2.5)$$

$$\Phi(N_{\Pi}^{\min}, l, R_1, R_2) = 0,$$

где

$$T_{z1} = \pi(r_1^2 - r_{em}^2) \left[\gamma(H_1 - H_1^{\text{дин}}) - \frac{\rho\omega^2}{8} \left(r_2^2 - \frac{r_1^2 + r_{em}^2}{2} \right) \right]; \quad (2.6)$$

$$F_{z1} = F_z \Big|_{h_2=0,001R_2}; \quad (2.7)$$

$$F_{z2} = F_z \Big|_{h_2 \approx 0};$$

$$F_z = -\frac{\rho q^2}{8\pi h_2^2} \left[1 - \frac{R_1^2}{R_2^2} - 2\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{\lambda_{T2}(R_2 - R_1)^2}{2h_2 R_2} + \zeta_2 \frac{R_1^2 - R_0^2}{R_2^2} \right]; \quad (2.8)$$

$q = g_3 \sqrt{\gamma(H_1 i - H_1^{\text{дин}}) + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2)}$ – расход жидкости через узел разгрузки;

$g_3 = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}$ – эквивалентная проводимость,

где

$$g_1 = 2\pi R_0 h_1 (0,5\rho\xi_1)^{0,5}, \quad \zeta_1 = 1,5 + \lambda_1 \frac{l}{2h_1},$$

$$g_2 = 2\pi R_2 h_2 (0,5\rho\xi_2)^{0,5}, \quad \zeta_2 = \left[0,2 + \frac{R_2^2}{R_1^2} + \lambda_{T2} \frac{R_2^2}{2h_2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + 1 \right].$$

2.4.3 Последовательность реализации методики расчета гидропята

1. Следуя условиям работы машины, принимают значения коэффициента m , определяющего жесткость статической характеристики.

2. Задаются рядом значений R_2 из $R_0 < R_2 < r_2$ и соответственно им, для принятого m , из первого и второго уравнений системы (2.5) находят соответствующие значения l и R_1 и из (2.9) величину протечки q .

3. По значениям R_1, R_2, l и q из уравнения (2.4) находятся значения потерь энергии N_{π} на гидропятае.

4. Строится график зависимости $N_{\pi}(R_2)$.

5. По зависимости $N_{\pi}(R_2)$ находится R_2^{opt} , соответствующее значению N_{π}^{min} , по которому из первого и второго уравнений системы (2.5) получают параметры $R_2 = R_2^{\text{opt}}$, R_1 и l . Эти параметры и определяют геометрию гидропята из условия минимума потерь энергии на пяте для принятого значения жесткости статической характеристики.

2.5 Результаты исследований по методике расчета гидропята

Исследования по методике расчета гидропята проводились на базе насоса ПЭ 600-300 [22].

Основу методики расчета, отличающуюся от предыдущих, составляет замкнутая система уравнений (2.5) по параметрам R_1, R_2, l , определяющим геометрию гидропята. Величины зазоров цилиндрического и торцового дросселей считаются заданными из условия минимально допустимого значения. Так радиальный зазор цилиндрического дросселя для насоса ПЭ 600-300 составляет $h_1 = 0,25 \cdot 10^{-3}$ м, а торцовый из условия технологичности при отсутствии контакта рабочих поверхностей торцовой пары, следуя данным работы [10], принимается равным $h_2 = 0,001 \cdot R_2$.

Осевая сила, действующая на ротор, зависит от режима работы насоса. Наибольшее её значение приходится на нулевой режим работы насоса. Для насоса ПЭ 600-300 осевая сила на нулевом режиме в 1,2 раза больше осевой силы на номинальном режиме. Кроме того, по результатам исследований, осевая сила за период эксплуатации насоса, от износа переднего уплотнения рабочего колеса

насоса и др., может возрасти в $2 \div 2,5$ раза. Учитывая это, для широкого класса насосов, на которые не накладываются особые условия по надежности гидропята, рекомендуется при расчете принимать коэффициент, устанавливающий требуемую величину жесткости статической характеристики равным трем ($m=3$).

Суть предложенной методики расчета состоит в нахождении геометрических параметров гидропята, которые удовлетворяют принятой жесткости статической характеристики из условия минимума потерь энергии на узле гидропята. Поэтому результаты исследований по методике расчета направлены на определение зависимости $N_{\text{п}}^{\text{min}}(R_2)$ и определении потерь мощности от коэффициента m , т.е. от жесткости гидропята.

Результаты исследований по зависимостям $N_{\text{об}}(R_2)$, $N_{\text{мех}}(R_2)$ и $N_{\text{п}}(R_2)$, для принятых значений жесткости $m=2,3,4,5,6$, приведены на следующих рисунках 2.2 – 2.11.

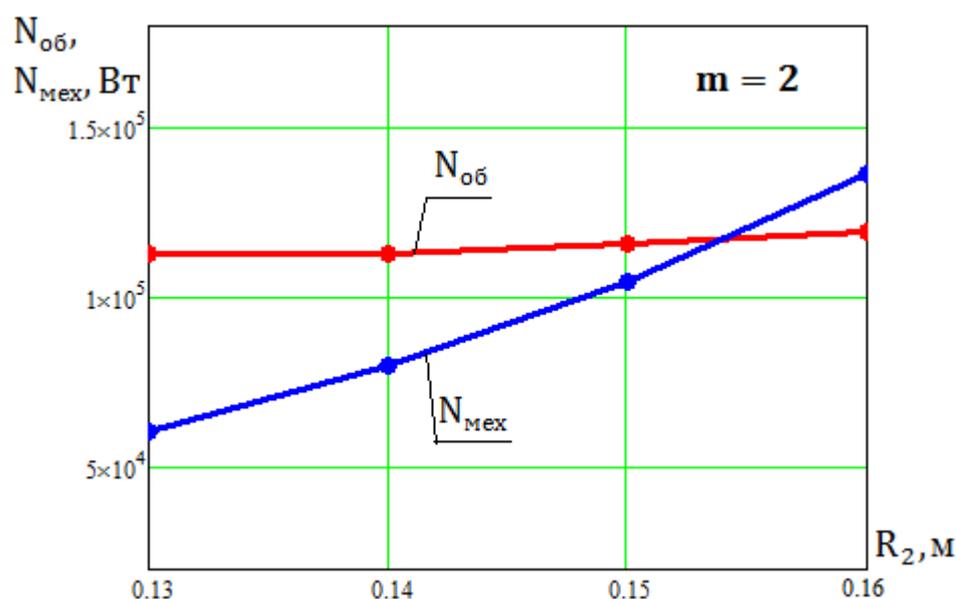


Рисунок 2.2 – Зависимость объемных $N_{\text{об}}$ и механических $N_{\text{мех}}$ потерь мощности от радиуса R_2 диска гидропята для $m=2$

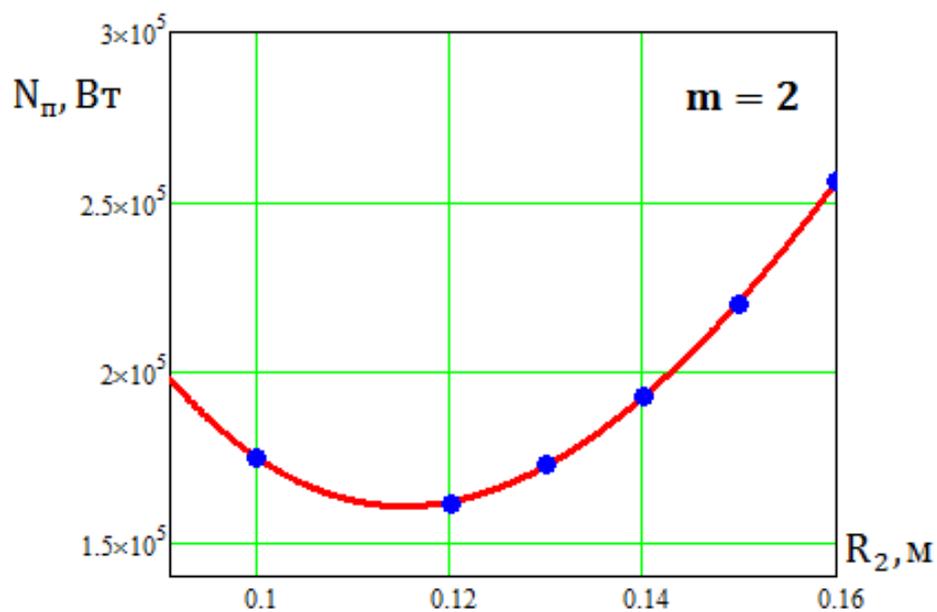


Рисунок 2.3 – Зависимость потерь мощности на гидроплате при изменении радиуса диска R_2 для $m=2$

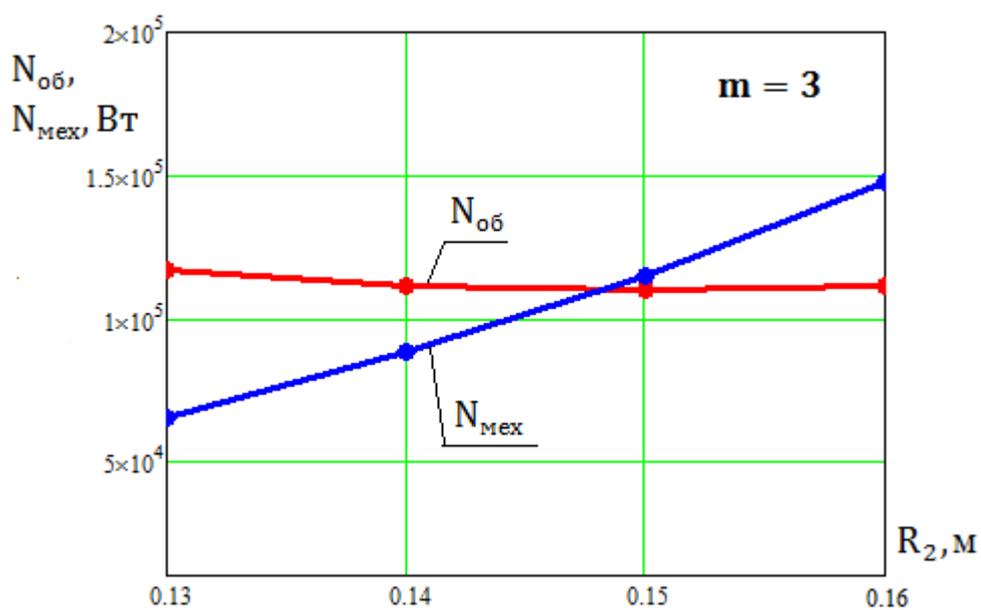


Рисунок 2.4 – Зависимость объёмных $N_{об}$ и механических $N_{мех}$ потерь мощности от радиуса R_2 диска гидроплаты для $m=3$

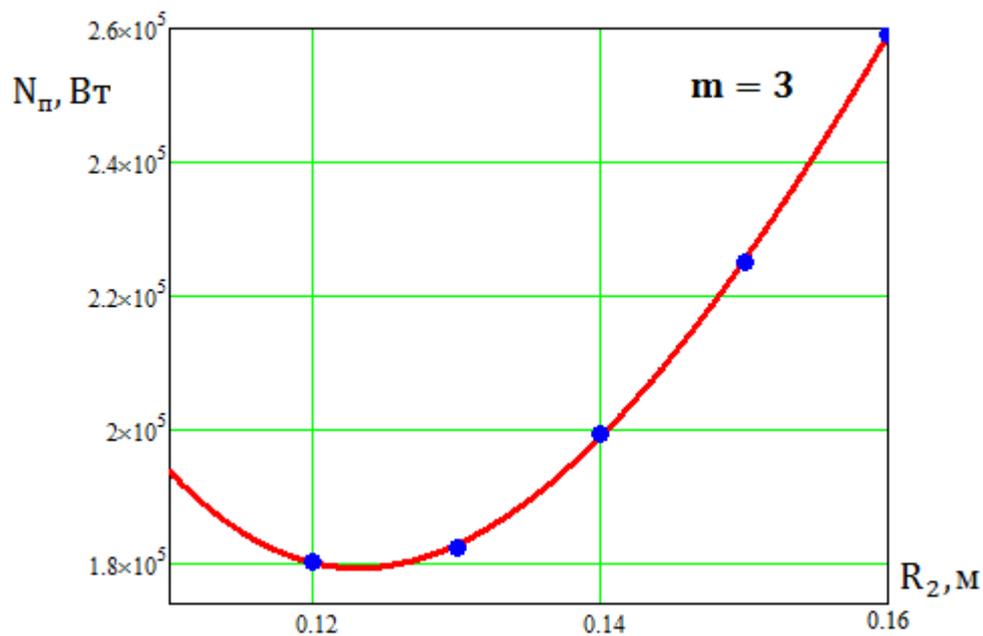


Рисунок 2.5 – Зависимость потерь мощности на гидроплате при изменении радиуса диска R_2 для $m=3$

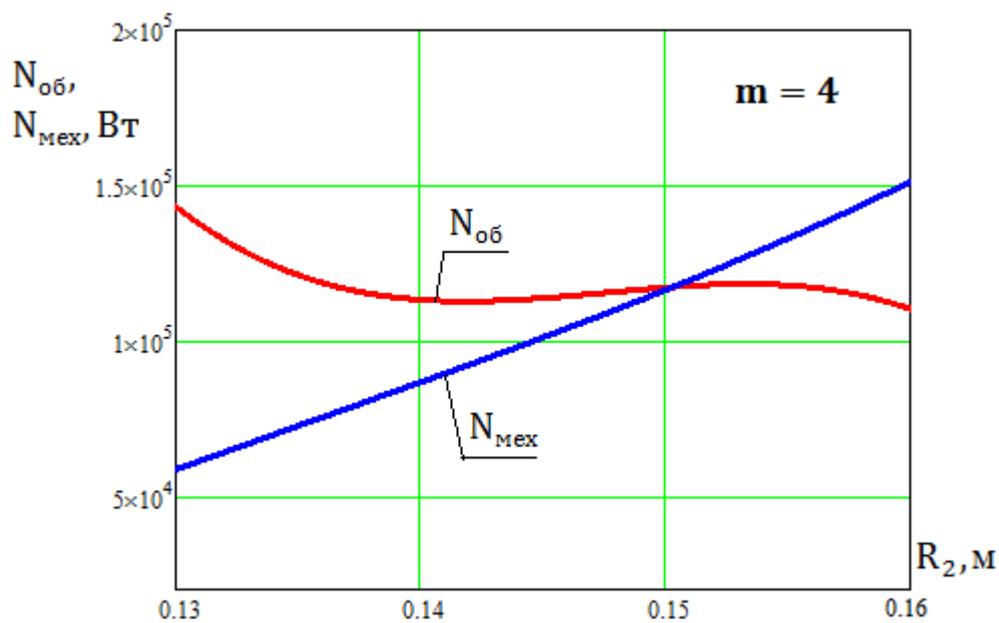


Рисунок 2.6 – Зависимость объемных $N_{об}$ и механических $N_{мех}$ потерь мощности от радиуса R_2 диска гидроплате для $m=4$

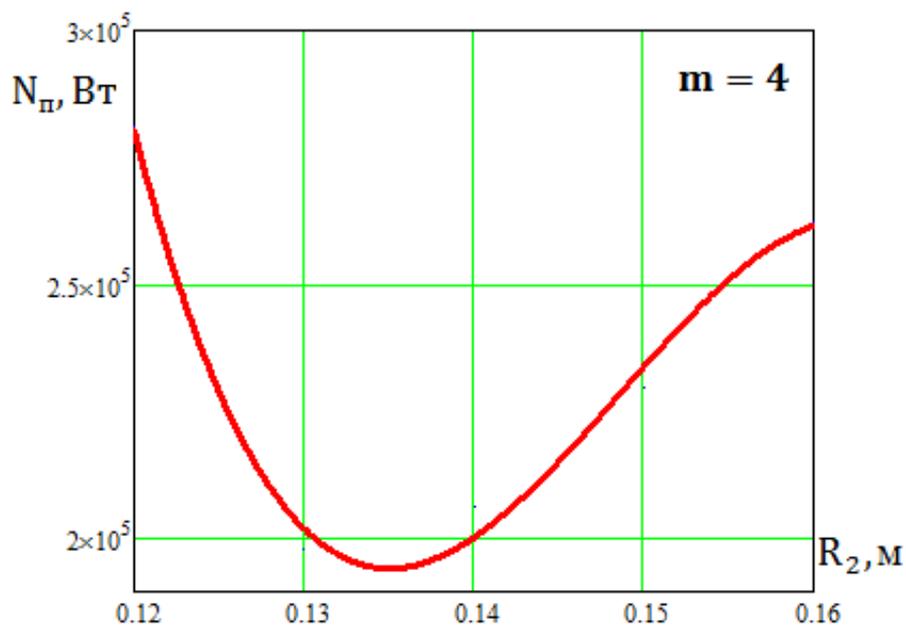


Рисунок 2.7 – Зависимость потерь мощности на гидроплате при изменении радиуса диска R_2 для $m=4$

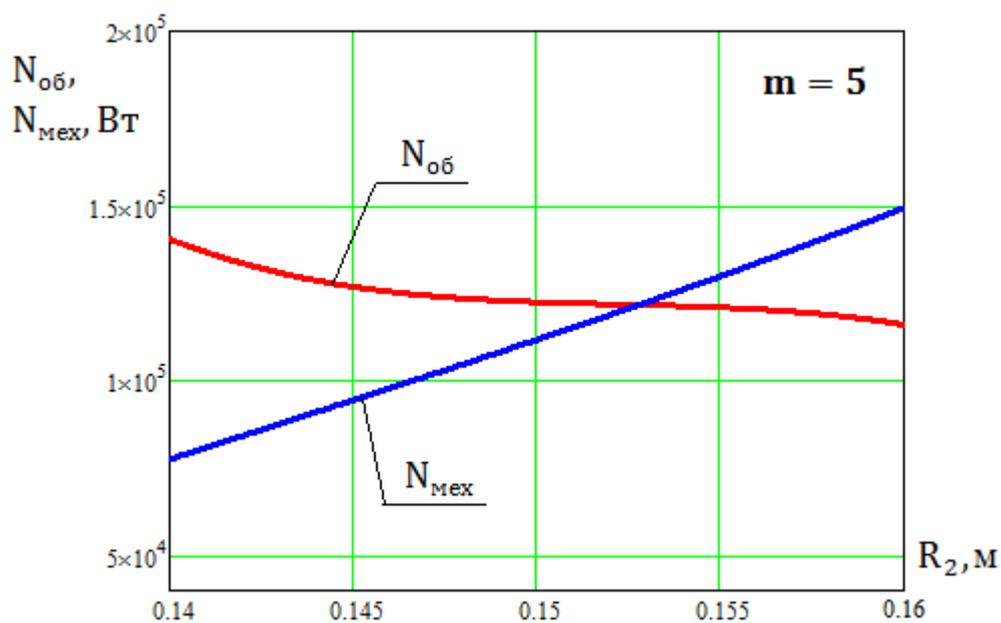


Рисунок 2.8 – Зависимость объёмных $N_{об}$ и механических $N_{мех}$ потерь мощности от радиуса R_2 диска гидроплаты для $m=5$

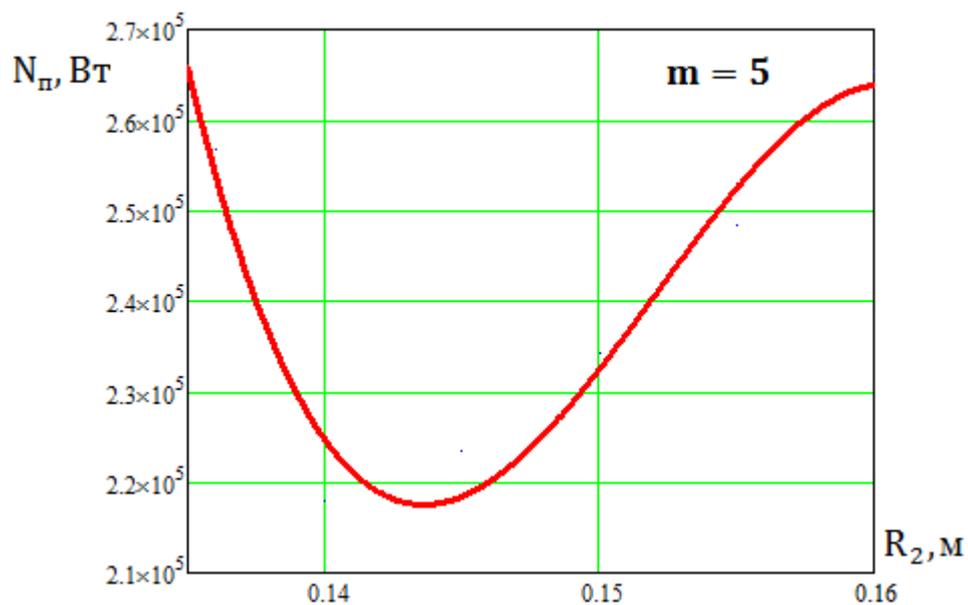


Рисунок 2.9 – Зависимость потерь мощности на гидроплате при изменении радиуса диска R_2 для $m=5$

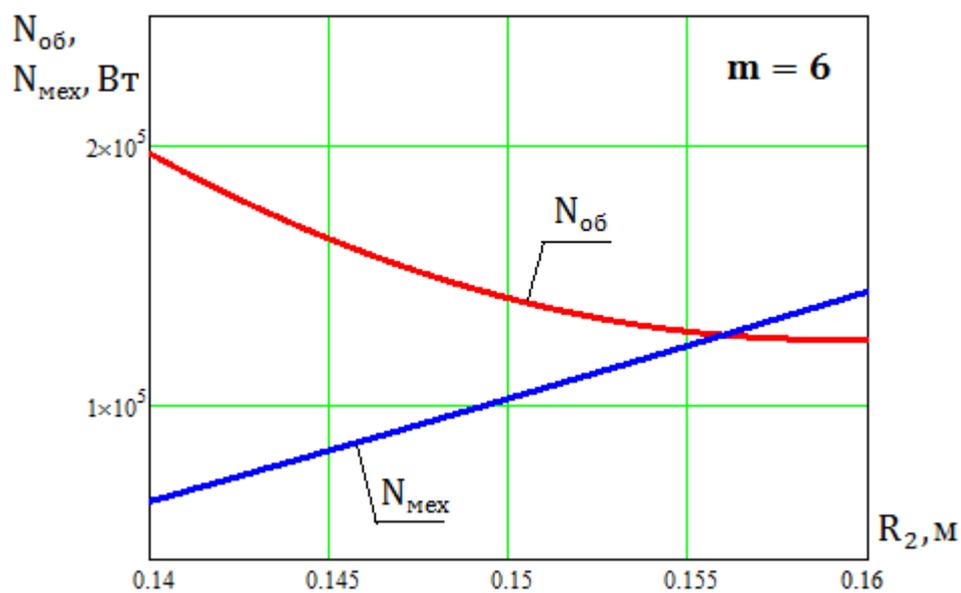


Рисунок 2.10 – Зависимость объемных $N_{об}$ и механических $N_{мех}$ потерь мощности от радиуса R_2 диска гидроплаты для $m=6$

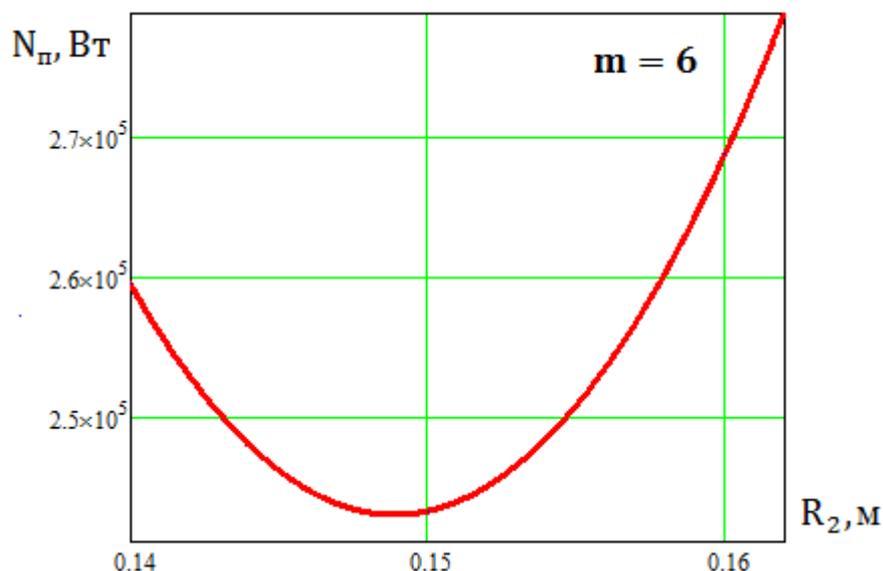


Рисунок 2.11 – Зависимость потерь мощности на гидроплате при изменении радиуса диска R_2 для $m=6$

По результатам исследований, приведенным на рисунках 2.3, 2.5, 2.7, 2.9, 2.11 обобщенная характеристика потерь мощности на гидроплате $N_p(R_2)$ для принятых значений жесткости статической характеристики имеет вид (рисунок 2.12).

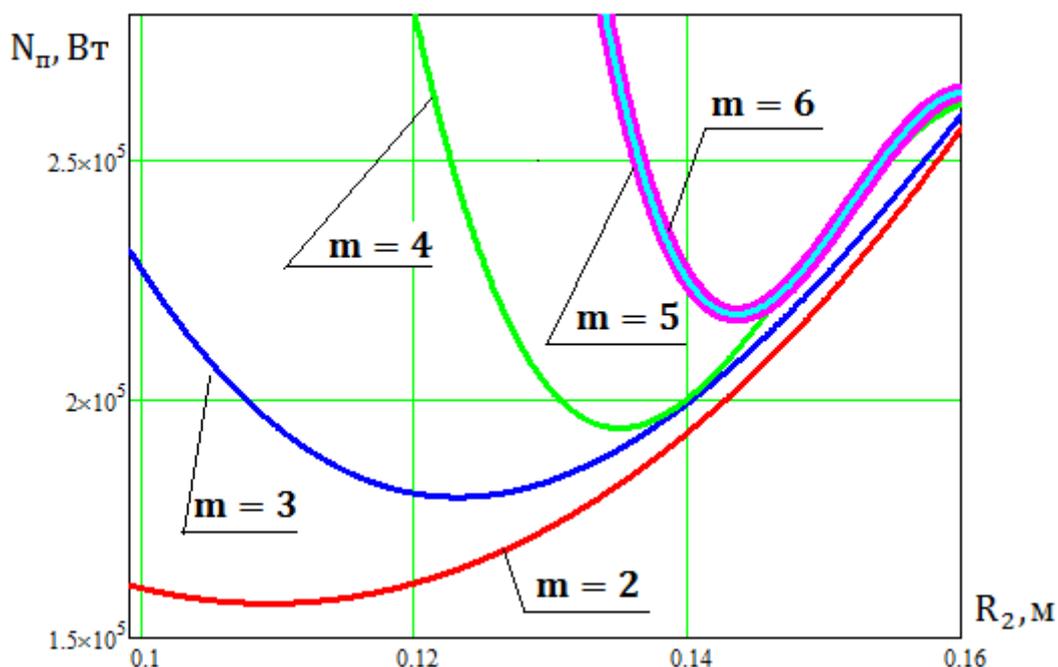


Рисунок 2.12 – Обобщенная характеристика потерь мощности на гидроплате при изменении радиуса диска R_2

Из рисунка 2.12 для насоса ПЭ 600-300 зависимость $N_{\text{п}}(R_2)$ имеет отчетливо выраженный оптимум по потерям энергии на пяте. Минимальное значение функции $N_{\text{п}}(R_2)$ берется в диапазоне $R_0 < R_2 < r_2$. Увеличение коэффициента m , а следовательно, увеличение жесткости статической характеристики, приводит к увеличению потерь энергии $N_{\text{п}}^{\text{min}}$ на пяте. Следуя рисунку 2.12, зависимость изменения минимальных потерь мощности от коэффициента жесткости $N_{\text{п}}^{\text{min}}(m)$ имеет вид (рисунок 2.13).

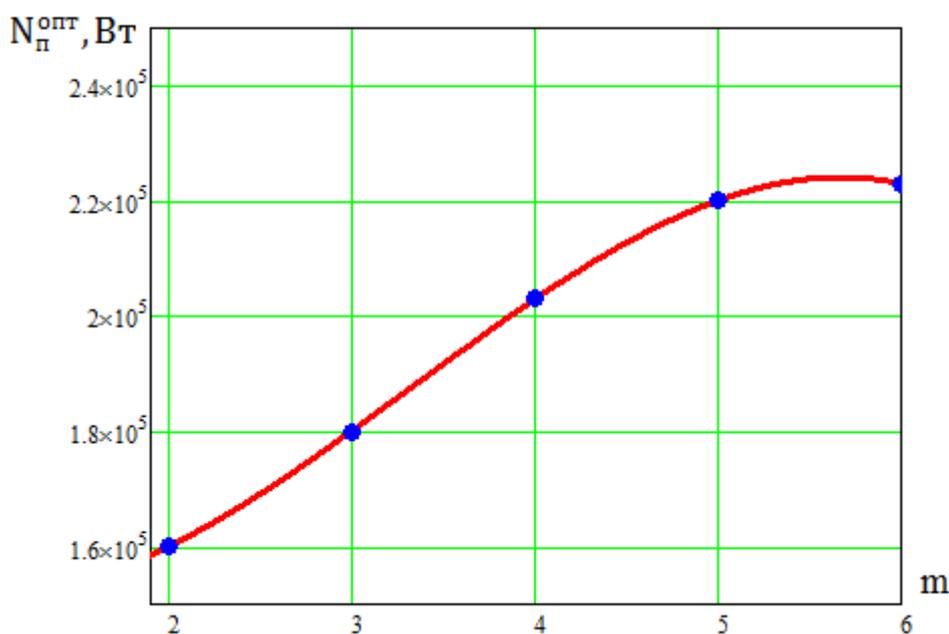


Рисунок 2.13 – Зависимость минимальных потерь мощности на гидропятае от коэффициента жесткости

По характеристикам $N_{\text{п}}(R_2)$ и $N_{\text{п}}^{\text{min}}(m)$ минимум потерь энергии, для нахождения по (2.5) геометрии гидропята, определяется принятой минимально-допустимой жесткостью статической характеристики пяты через принятое значение m .

2.6 Выводы

Для получения зависимости потерь энергии в гидроплате в работе приведены формулы нахождения потерь энергии в цилиндрическом и торцовом дросселях, используя аналогию с определением потерь энергии в цилиндрической трубе круглого сечения.

Показано, что зависимость потерь энергии на пята $N_{\text{п}}(R_2)$, для принятого значения жесткости m статической характеристики, имеет минимальное значение.

В работе получена замкнутая система уравнений для нахождения геометрии гидроплат из условия минимума потерь энергии для принятой жесткости статической характеристики, что и составляет содержание методики расчета.

Показано, что увеличение жесткости статической характеристики, т.е. коэффициента m , приводит к увеличению потерь энергии на гидроплате.

3 РАСЧЕТ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ФОРМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВАЛОПРОВОДА ПОРШНЕВОЙ КОМПРЕССОРНОЙ УСТАНОВКИ

3.1 Введение

Тенденции в развитии компрессорной техники таковы, что производители стремятся к повышению ее производительности и энергоэффективности с одновременным уменьшением массогабаритных характеристик конструкции при сохранении ее надежности [23].

Основным путем повышения производительности поршневых компрессорных установок (ПКУ) является повышение частоты вращения двигателя. Вопрос экономичности и энергоэффективности решается использованием эффективных средств регулирования их производительности, например, использованием в качестве привода электродвигателей с регулируемой частотой вращения или газопоршневых двигателей, что предполагает работу установки в широком диапазоне частот, а не на одном номинальном режиме. При этом становится актуальной необходимость более точного учета влияния на работу установки такого опасного явления, как крутильные колебания.

Крутильные колебания – один из основных факторов, влияющих на виброненадежность ПКУ вследствие полигармонического характера крутящего момента и неуравновешенности элементов валопровода. Расширение диапазона рабочих частот установки, повышение его верхнего порога, снижение массы, а с ней и жесткости конструкции может привести к появлению в рабочем диапазоне резонансных режимов, от которых не так просто отстроиться. Разработка достоверных математических моделей и программ, реализующих соответствующие расчеты, даст возможность достаточно точно прогнозировать уровень колебаний, а также разработать рекомендации по обеспечению требуемых норм по вибрациям.

В настоящее время в связи с появлением и широким распространением персональных компьютеров, систем программирования и мощных программных комплексов (систем автоматизированного проектирования (САПР), систем конечно-

элементного анализа и систем компьютерной алгебры) задача расчета крутильных колебаний систем любой сложности существенно упрощается при значительном повышении точности результатов.

В монографии [24] описаны методы всестороннего исследования крутильных колебаний силовых установок, начиная от подготовки исходных данных и кончая обработкой экспериментальных данных, изложены программы по расчетно-экспериментальному мониторингу крутильных колебаний с использованием системы компьютерной алгебры Mathcad. Однако стоит отметить, что при этом используются не самые простые и точные алгоритмы. Так, расчет свободных колебаний реализован с помощью приближенных методов цепных дробей Терских и последовательных приближений по Хольцеру, имеющих ряд недостатков. Возможности системы Mathcad позволяют значительно проще выполнить данный расчет, применяя матричные операции. В пособии [25] представлены матричные формы записи уравнений движения крутильно-колебательной системы со многими степенями свободы. Этот метод универсален, компактен в представлении исходной информации и расчетных уравнений, и, что немаловажно, легко реализуется с использованием компьютерных технологий.

В данной работе изложена методика расчёта собственных частот и форм крутильных колебаний, ориентированная на использование программного комплекса Mathcad. С помощью этой методики выполнено исследование крутильных колебаний валопровода оппозитной поршневой компрессорной установки 4ГМ25-25/8-34С.

3.2 Техническая характеристика компрессорной установки

Компрессор 4ГМ25-25/8-34С является основным звеном компрессорной установки и предназначен для сжатия природного газа путем повышения его давления с 8 кгс/см² до 34 кгс/см² при производительности, отнесенной к давлению всасывания, 25 м³ газа в минуту. Компрессор представляет собой одноступенчатую поршневую машину, выполненную на четырехрядной оппозитной базе 4М25 с

поршневым усилием на штоке 25 т. Работает без смазки цилиндров и уплотнений штоков. Частота вращения коленчатого вала $n_0 = 245$ об/мин, средняя скорость поршня 3,3 м/с. Общий вид валопровода установки представлен на рисунке 3.1.

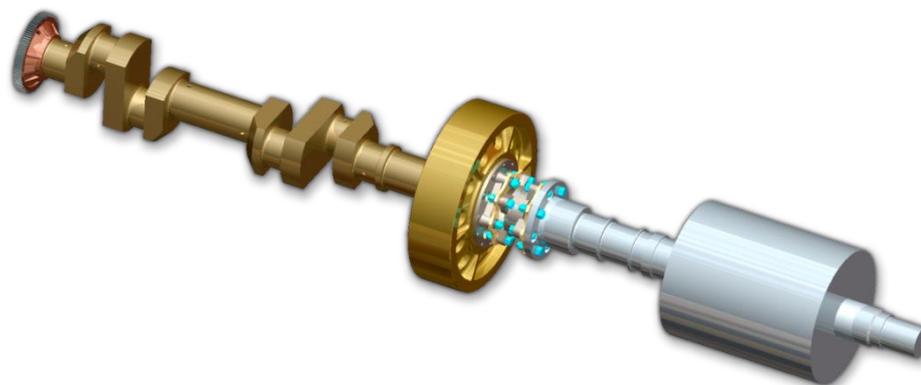


Рисунок 3.1 – Общий вид валопровода ПКУ

3.3 Методика расчёта собственных частот и форм

Предлагаемая методика заключается в реализации матричного метода расчета крутильных колебаний в системах компьютерной алгебры (на примере системы Mathcad). Такой способ является наиболее простым для понимания и практического использования, так как при этом пользователю достаточно иметь лишь начальные навыки работы в конкретной системе и не требуется знания языков программирования для самостоятельного написания программ.

Расчету свободных колебаний предшествует приведение системы к дискретному виду и определение ее характеристик. Валопровод приводится к системе цепной структуры, то есть рассматривается модель, состоящая из абсолютно твердых дисков с осевыми моментами инерции, соединенных невесомыми упругими участками с крутильными жесткостями. Такая модель обладает приемлемой точностью для решения практических задач. При этом дифференциальные уравнения колебаний записываются в прямой форме.

Определение характеристик системы сводится к нахождению моментов инерции масс и крутильной жесткости или податливости участков валопровода

между этими массами. В пособии по расчету крутильных колебаний [26] подробно описаны рекомендации по составлению расчетных схем. Информацию по определению моментов инерции и податливости участков валопровода можно найти практически в любом пособии по расчету крутильных колебаний.

Следует добавить, что с развитием САПР задача определения моментов инерции геометрически сложных тел (таких как колено кривошипа) упростилась. Достаточно построить 3D модель необходимого участка и, воспользовавшись встроенными функциями программы, получить все его геометрические характеристики. А применение систем конечно-элементного анализа позволит получить более точные данные о крутильной жесткости сложных участков.

Расчетная схема валопровода рассматриваемой установки представлена на рисунке 3.2, а результаты расчета моментов инерции и податливостей участков сведены в таблицу 3.1.

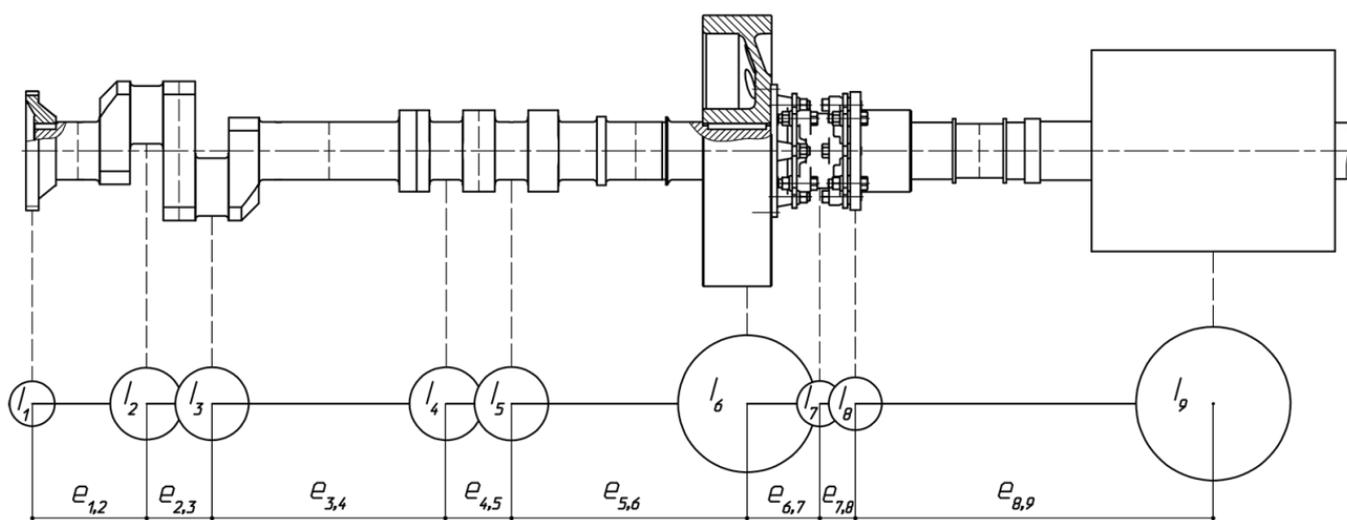


Рисунок 3.2 – Расчетная схема валопровода ПКУ
(кривошипно-шатунные механизмы условно не показаны)

Таблица 3.1 – Результаты расчета моментов инерции и податливостей участков валопровода

№ массы	Наименование участка	Моменты инерции, $I, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	Податливости, $e, \text{рад}/\text{Н} \cdot \text{м}$
1	Зубчатое колесо	8,56	
2	I колено и поршневая масса	56,797	$6,01 \cdot 10^{-9}$
3	II колено и поршневая масса	58,938	$4,66 \cdot 10^{-9}$
4	III колено и поршневая масса	58,938	$14,13 \cdot 10^{-9}$
5	IV колено и поршневая масса	60,861	$4,66 \cdot 10^{-9}$
6	Маховик и ведомая полумуфта	728,3	$12,95 \cdot 10^{-9}$
7	Проставка муфты	8,648	$10,785 \cdot 10^{-9}$
8	Ведущая полумуфта	17,209	$10,61 \cdot 10^{-9}$
9	Ротор электродвигателя	1180,1	$16,32 \cdot 10^{-9}$

Под поршневой массой в таблице 3.1 понимается приведенное (усредненное за оборот вала) значение момента инерции деталей кривошипно-шатунного механизма.

В матричном виде система уравнений, описывающая свободные крутильные колебания линейной системы без сопротивления, имеет вид [25]:

$$[I]\{\ddot{\varphi}\} + [c]\{\varphi\} = \{0\}, \quad (3.1)$$

где $[I]$ – диагональная матрица инерционных членов, элементами которой являются моменты инерции сосредоточенных масс, расположенные на главной диагонали, $[c]$ – ленточная матрица жесткости, также размером $n \times n$:

$$[I] = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I_n \end{pmatrix}, \quad [c] = \begin{pmatrix} c_1 & -c_1 & 0 & \dots & 0 \\ -c_1 & (c_1 + c_2) & -c_2 & \dots & 0 \\ 0 & -c_2 & (c_2 + c_3) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_{n-1} \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

$\{\ddot{\varphi}\} = (\ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2, \dots, \ddot{\varphi}_n)^T$, $\{\varphi\} = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n)^T$ – вектор-столбцы угловых ускорений и перемещений.

Подстановка частного решения в виде $\{\varphi\} = \{a\} \sin(\omega \cdot t + \varepsilon)$,

где $\{a\} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$ – вектор-столбец амплитуд колебаний, ω – собственная частота, ε – начальная фаза колебаний, преобразует систему (1) к виду:

$$(-[I] \cdot \omega^2 + [c])\{a\} = \{0\}. \quad (3.3)$$

Она будет иметь нетривиальное решение тогда и только тогда, когда определитель этой системы равен нулю. Таким образом, получим частотное уравнение:

$$|-[I] \cdot \omega^2 + [c]| = 0. \quad (3.4)$$

В результате его решения найдем n собственных частот, одна из которых будет нулевой, что соответствует вращению вала, как единого целого, без деформаций. Далее известным образом вычисляются формы собственных колебаний.

Рассмотрим реализацию данного алгоритма расчета собственных частот и форм крутильных колебаний в системе компьютерной алгебры Mathcad. Исходными данными для расчета будут вектор-столбцы вычисленных ранее значений моментов инерции и податливостей участков валопровода из таблицы 3.1:

$$\{I^*\} = (I_1^*, I_2^*, \dots, I_n^*)^T, \quad \{e^*\} = (e_1^*, e_2^*, \dots, e_{n-1}^*)^T. \quad (3.5)$$

Сразу отметим, что фигурные и квадратные скобки в формулах используются исключительно для наглядности, чтобы выделить вектор-столбцы и матрицы. В

тексте реальной программы их быть не должно, а обозначения векторов и матриц следует подбирать удобным и приемлемым для программы способом.

Определим матрицу жесткости: $c_j^* = 1/e_j^*$, $j = 1 \dots (n-1)$, $\{c^*\} = (c_1^*, c_2^*, \dots, c_{n-1}^*)^T$.

Составим матрицы необходимого для расчета вида (2). Матрица $[I]$ будет содержать только элементы главной диагонали: $I_{i,i} = I_i^*$, $i = 1 \dots n$. Элементы матрицы $[c]$ определяются согласно соотношениям: $c_{1,1} = c_1^*$, $c_{n,n} = c_{n-1}^*$, $c_{k,k} = c_{k-1}^* + c_k^*$, $k = 2 \dots (n-1)$, $c_{j+1,j} = c_{j,j+1} = -c_j^*$, $j = 1 \dots (n-1)$. Остальные элементы матриц по умолчанию равны нулю.

Возможности системы Mathcad позволяют напрямую решить частотное уравнение (4). Используя оператор символьного решения **solve** в сочетании со знаком символьного равенства “ \rightarrow ” получим решение: вектор-столбец квадратов собственных частот, расположенных в произвольном порядке. Применение функции **sort** поможет исправить эту проблему. Отбросив первое нулевое значение и извлекая корень, получим искомый вектор значений собственных частот: $\{\Omega\} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n-1})^T$.

Если выполнить некоторые преобразования, отбросить последнее уравнение и положить амплитуду колебаний 1-й массы единице, из системы уравнений (3) получим модальную матрицу относительных амплитуд $\{A\}$ размером $(n-1) \times n$:

$$A_{s,1} = 1, A_{s,j+1} = A_{s,j} - \omega_s^2 \cdot e_j^* \cdot \sum_{m=1}^j (I_m \cdot A_{s,m}), \quad j = 1 \dots (n-1), \quad (3.6)$$

где каждая строка с номером $s = 1 \dots (n-1)$ содержит форму колебаний соответствующей собственной частоты. Еще одно преимущество использования системы Mathcad заключается в том, что тут же без особого труда эти формы можно представить в графическом виде.

3.4 Результаты расчёта

Результаты расчета собственных частот валопровода установки приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Собственные частоты крутильных колебаний валопровода ПКУ

№	Частота, колеб/мин	Частота, рад/с	Частота, Гц
1	2087	218,56	34,785
2	4886	511,71	81,44
3	11670	1222	194,43
4	22270	2333	371,25
5	25490	2670	424,89
6	28290	2962	471,45
7	45880	4805	764,67
8	48070	5034	801,14

Формы колебаний дают возможность увидеть, какие массы колеблются с наибольшими амплитудами, а узловые точки (точки пресечения кривой с осью вала) указывают участки, на которых возникают наибольшие крутящие моменты, а соответственно и знакопеременные напряжения. Модуль разности относительных амплитуд соседних масс пропорционален напряжениям на данном участке. На рисунке 3.3 представлены три первые формы свободных колебаний валопровода. Как видим, при резонансе с первой собственной частотой наибольшая нагрузка придется на муфту.

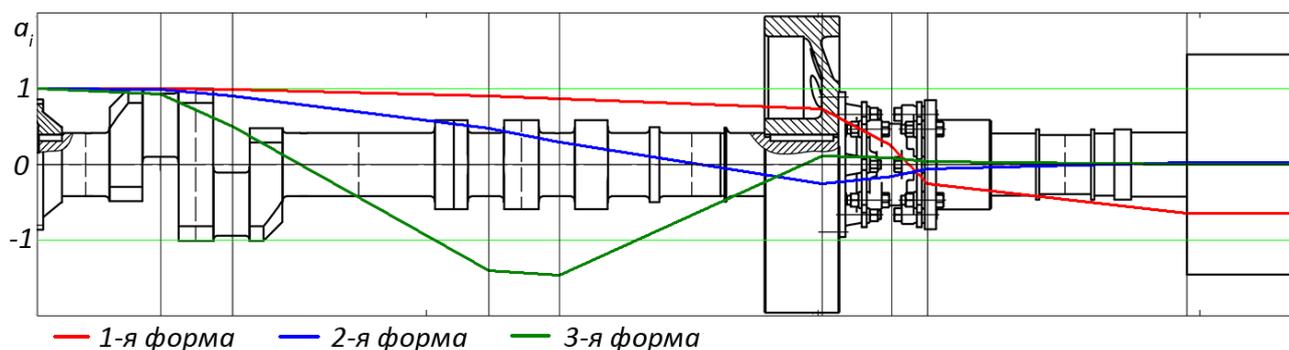


Рисунок 3.3 – Формы собственных крутильных колебаний валопровода ПКУ

Крутящий момент поршневого компрессора является полигармоническим вынуждающим воздействием. С помощью гармонического анализа его можно разложить в ряд гармонических составляющих с частотами, кратными частоте основной гармоники, то есть частоте вращения вала. Чтобы избежать работы установки на резонансных режимах, необходимо, чтобы ни одна из собственных частот не приближалась ни к одной из гармоник крутящего момента.

Для наглядного определения возможных резонансных режимов воспользуемся частотной диаграммой Кэмпбелла. При ее построении по оси абсцисс в виде вертикальных линий откладываются значения рабочих частот (об/мин), а по оси ординат – горизонтальные прямые критических частот (Гц). Также строится ряд наклонных прямых вида $y = k \cdot x / 60$, соответствующих гармоникам вынуждающего воздействия, где k - номер гармоники. Далее определяются точки пересечения прямых номинальной частоты установки и собственных частот колебаний валопровода. Если эти точки близки к прямым гармоник - возможен резонанс.

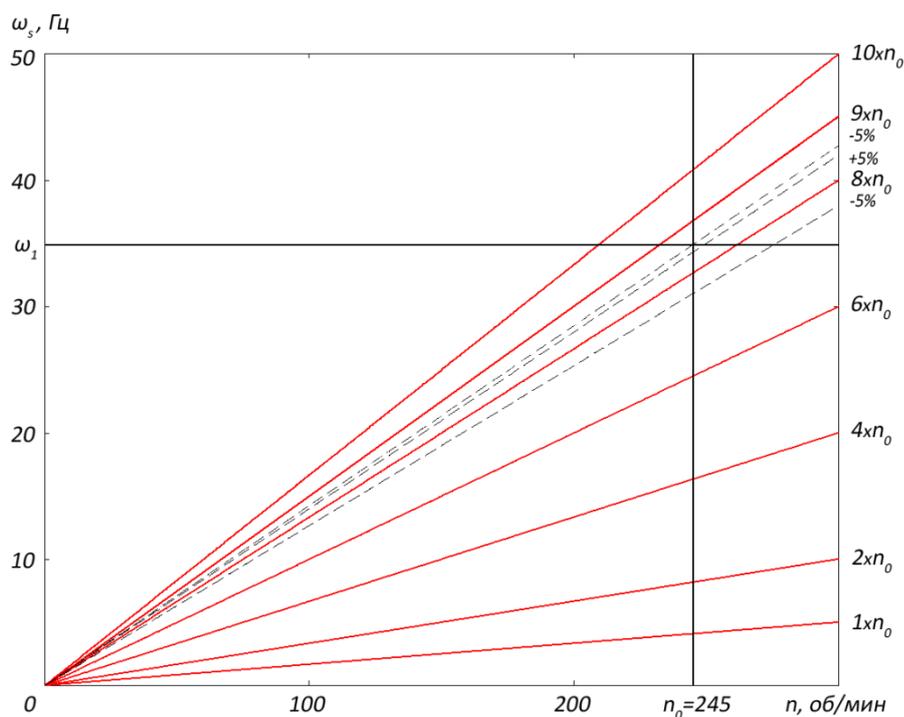


Рисунок 3.4 – Диаграмма Кэмпбелла

Как показывает диаграмма, представленная на рисунке 3.4, в нашем случае точка пересечения прямых номинальной и первой собственной частот находится между прямыми восьмой и девятой гармоник, ближе к последней. Согласно стандарту API 618, разработанному американским институтом нефти, работа ПКУ не допускается, если одна из собственных частот крутильных колебаний попадает в зону $\pm 10\%$ относительно рабочей частоты или в зону $\pm 5\%$ относительно любой другой гармоники вплоть до десятой. Выполним проверку: первая собственная частота $n_1 = 2087 \text{ об/мин}$; нижняя граница 9-й гармоники: $0,95 \cdot 9 \cdot 245 = 2095 \text{ об/мин} > n_1$. Таким образом, исследуемая ПКУ работает вне резонансных режимов.

3.5 Выводы

1. Изложена методика, реализующая матричный метод расчета собственных частот и форм крутильных колебаний в системе компьютерной алгебры Mathcad.
2. Выполнено исследование крутильных колебаний валопровода оппозитной поршневой компрессорной установки 4ГМ25-25/8-34С: найдены собственные частоты и построены соответствующие им формы. Расчет показал, что при работе установки резонансные режимы отсутствуют.

ВЫВОДЫ

1. Разработаны расчётные модели валопровода турбонасосного агрегата жидкостного ракетного двигателя, а также роторов турбонасоса окислителя и насоса горючего с учётом жёсткости подшипниковых опор. Предложена методика определения жёсткостей опор, основанная на использовании моделей контактного взаимодействия поверхностей сопрягаемых деталей. Определены критические частоты и соответствующие им формы колебаний роторных систем. Исследованы особенности критических частот парциальных роторных систем и валопровода в целом.

2. Разработана методика расчета узла осевой разгрузки ротора насоса – гидропяты. Для получения зависимости потерь энергии в гидропяте в работе приведены формулы нахождения потерь энергии в цилиндрическом и торцовом дросселях, используя аналогию с определением потерь энергии в цилиндрической трубе круглого сечения. Получена замкнутая система уравнений для нахождения геометрии гидропяты из условия минимума потерь энергии для принятой жесткости статической характеристики, что и составляет содержание методики расчета. Показано, что увеличение жесткости статической характеристики приводит к увеличению потерь энергии на гидропяте.

3. Изложена методика, реализующая матричный метод расчета собственных частот и форм крутильных колебаний в системе компьютерной алгебры Mathcad. С её помощью выполнено исследование крутильных колебаний валопровода оппозитной поршневой компрессорной установки: найдены собственные частоты и построены соответствующие им формы.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Симоновский В. И. Устойчивость и нелинейные колебания роторов центробежных машин / В. И. Симоновский. – Х. : Вища школа, 1986. – 128 с.
2. Симоновский В. И. Динамика роторов центробежных машин : учеб. пособие / В. И. Симоновский. – Сумы : Сумский государственный университет, 2006. – 126 с.
3. Симоновський В. І. Уточнення математичних моделей коливальних систем за експериментальними даними : монографія / В. І. Симоновський. – Суми : Сумський державний університет, 2010. – 91 с.
4. Симоновский В. И. Оценка коэффициентов математических моделей колебательных систем : учеб. пособие / В. И. Симоновский. – Saarbruecken : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. – 100 с.
5. Gadyaka V. Phenomena of stability loss of rotor rotation at tilting pad bearings/ V. Gadyaka, D. Leikykh, V. Simonovskiy // 13th International Scientific and Engineering Conference “Hermetic Vibration Reliability and Ecological Safety of Pump and Compressor Machinery “HERVICON–2011”. – Kielce–Przemysl, 2011. – Vol. 39. – P. 414.
6. Vance J. Machinery vibration and rotordynamics / J. Vance, F. Zeidan, B. Murphy : John Wiley&Sons Inc. – 400 p.
7. Павленко І. В. Метод скінченних елементів в задачах коливань механічних систем: навчальний посібник. – Суми: СумДУ, 2007. – 179 с.
8. Комп’ютерна програма “Critical frequencies of the rotor” : авторське свідоцтво № 59855, Україна / І. В. Павленко, В. І. Симоновський. – Дата реєстрації 27.05.2015 р.
9. Марцинковский В. А. Основы динамики роторов. – Сумы : Изд-во СумГУ, 2009. – 307 с.
10. Ломакин А. А. Центробежные и осевые насосы. – Л. : Машино-строение, 1966. – 364с.
11. Крутась Ю. С., Калиниченко П. М. Расчет гидропята, обеспечивающий минимальные потери энергии // Сучасні технології у промисловому виробництві :

матеріали IV Всеукраїнської міжвузівської науково-технічної конференції. – Сумы : СумГУ, 2016. - 4.1. - С. 160-161.

12. Чегурко Л. Е. Разгрузочные устройства питательных насосов тепловых электростанций. – М. : Энергия, 1978. – 160 с.

13. Зуева Н. В. Исследование гидродинамических характеристик торцовых дросселей и динамика торцевых уплотнений. Дис. на соиск. уч. степени канд. техн. наук : 05.02.09. – Сумы. – 2007. – 156 с.

14. Карева Е. В., Панайотти С. С., Савельев А. И. Автоматизированное проектирование автоматических устройств для уравнивания осевых сил в центробежных насосах / Руководство пользователя. – Калуга. – 2009. – 40 с.

15. W. Marcinkowski, A. Korczak, G. Peczkis. Dynamika zespoolu wirujacego pompu odsrodkowej wielostopniowej z tarcza odciążająca. Zeszyty naukowe. Nauki techniczne, NR 13, 2009, S.245-263. Politechnika Swietokrzyska. Kielce.

16. Marcinkowski W., Kundera Cz., Teoria konstrukcji uszczelnien bez – stykowych. – Kielce : Wud-wo Politechniki Swietokrzyskiej, 2008. – 443 s.

17. Korczak A., Marcinkowski W., Peczkis G. Zespol tarczy odciążającej sił osiowa w wirnikowej sprężarce promieniowej. Patent Nr 207968 udzielony 21.10.2010.

18. Korczak A., Perchal S., Zarzycki M., Peczkis G. Pompa odsrodkowa wielostopniowa. Patent Nr 201430 udzielony 30.04.2009.

19. Korczak A., Peczkis G. Pompa odsrodkowa wielostopniowa. Zgłoszono 24.11.2003, patent Nr 207838 udzielony 27.09.2010.

20. P. Kalinichenko, A. Suprun. Self Stabilizing Seals. Russian Engineering Research, 2010, Vol.30, №7, pp. 689-690.

21. P. Kalinichenko, A. Suprun. Effective Modes of Axial Balancing of Centrifugal Pump Rotor. – Procedia Engineering, 2012, №39/ - P. 111-118.

22. Малюшенко В. В., Михайлов А. К. Энергетические насосы: Справочное пособие. – М. : Энергоиздат, 1981. – 200с.

23. Пронин В.А. Тенденции развития компрессорной техники / В.А. Пронин // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Холодильная техника и кондиционирование». – 2014. – №1 (14). – С.9.

24. Ефремов Л.В. Теория и практика исследований крутильных колебаний силовых установок с применением компьютерных технологий / Л.В. Ефремов – СПб.: Наука, 2007. – 276 с.

25. Лашко В.А. Матричные методы в расчетах крутильных колебаний силовых установок с ДВС: Учебное пособие. / В.А. Лашко, М.В. Лейбович. – Хабаровск: Изд-во Хабар. гос. техн. ун-та, 2003. – 211 с.

26. Терских В.П. Крутильные колебания валопроводов силовых установок. Т.1. Элементы системы и возмущающие моменты / В.П. Терских. – Л.: Судостроение. – 1969. – 206 с.