

УДК 539.62:621.891

КП

№ держреєстрації 0116U006818

Інв. №

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Сумський державний університет (СумДУ)

40007, м. Суми, вул. Р.-Корсакова, 2: тел. (0542) 33-41-08, факс (0542) 33-40-49

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи  
доктор фіз.-мат. наук, проф.

\_\_\_\_\_ А.М. Чорноус

ЗВІТ

ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ

**Термодинамічна теорія фазових переходів між структурними станами  
межового мастила із урахуванням просторової неоднорідності  
ФЕНОМЕНОЛОГІЧНА ТЕОРІЯ МЕЖОВОГО ТЕРТЯ МІЖ АТОМАРНО-  
ГЛАДКИМИ ТВЕРДИМИ ПОВЕРХНЯМИ ІЗ УРАХУВАННЯМ  
ПРОСТОРОВОЇ НЕОДНОРІДНОСТІ**

(проміжний)

Начальник НДЧ

к.ф.-м.н., с.н.с.

Д.І. Курбатов

Керівник НДР

к.ф.-м.н., доцент

Я.О. Ляшенко

2016

Рукопис закінчено 26 грудня 2016 р.

Результати цієї роботи розглянуто на засіданні наукової ради СумДУ,  
протокол від 2016.11.24 № 3

**СПИСОК АВТОРІВ**

Керівник НДР к.ф.-м.н., доцент	(26.12.2016)	Я.О. Ляшенко (реферат, вступ, розд. 1)
Відповідальний виконавець к.ф.-м.н., ст. викладач	(26.12.2016)	А.М. Заскока (реферат, вступ, розд. 1)
Ст. викладач к.ф.-м.н.	(26.12.2016)	В.М. Борисюк (розд. 1)
Ст. викладач к.ф.-м.н., мол. наук.співроб.	(26.12.2016)	У.С. Швець (розд. 1)
Мол. наук. співроб.	(26.12.2016)	Г.А. Олексієнко (розд. 1)
Аспірант мол. наук. співр.	(26.12.2016)	Ю.Ю. Волк (розд. 1)
Студент лаборант	(26.12.2016)	С.С. Литовка (розд. 1)

## РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 32 с., 10 рис., 50 джерел.

Об'єкт дослідження – процеси зсувного плавлення, що спостерігаються в тонких твердоподібних плівках мастила при межовому терті.

Метою проекту є подальший розвиток термодинамічної теорії, що описує зсувне плавлення. Опис кінетичних процесів, що відбуваються при плавленні нанорозмірних об'єктів. Також метою є пояснення механізму переривчастого режиму руху, коли сила внутрішнього тертя в трибологічній системі періодично змінюється із часом, у просторово неоднорідному випадку. Дослідження на основі побудованої теорії впливу зовнішніх факторів на процеси, що відбуваються при плавленні в режимі межового тертя.

Методи дослідження – в роботі використовувались методики дослідження фазових переходів, метод редукції розмірності.

ПЕРЕРИВЧАСТИЙ РУХ, МЕЖОВЕ МАСТИЛО, ТРИБОЛОГІЯ, ТАНГЕНЦІЙНІ НАПРУЖЕННЯ ТА ДЕФОРМАЦІЇ, ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ, МЕТОД РЕДУКЦІЇ РОЗМІРНОСТІ.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1 ВПЛИВ НЕОДНОРІДНОСТІ НАПРУЖЕНЬ НА ЗСУВНЕ ПЛАВЛЕННЯ МЕЖОВОГО ШАРУ МАСТИЛА.....	8
1.1 Термодинамічне зсувне плавлення (фазовий перехід другого роду) .....	8
1.2 Постановка неоднорідної задачі у МРР (MDR) .....	12
1.3 Результати для фазових переходів другого роду .....	16
1.4 Термодинамічна модель межового тертя з урахуванням фазових переходів першого роду .....	18
1.5 Результати для фазових переходів першого роду.....	21
1.6 Вплив температури .....	23
1.7 Висновки до розділу 1 .....	26
ВИСНОВКИ.....	27
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ .....	28

## ВСТУП

Тертя між атомарно гладкими твердими поверхнями, які розділені надтонким шаром мастила привертає все більшої уваги [1-3] через його важливість у різних технологічних пристроях, наприклад, в аерокосмічній промисловості [4], мініатюрних двигунах, системах позиціонування в мікроелектроніці, комп'ютерних запам'ятовуючих пристроях і в багатьох інших додатках. Ультратонкі шари мастила також визначають поведінку реальних шорстких контактів у режимі межового змащування. Властивості надтонких шарів сильно відрізняються від властивостей об'ємних рідин. Надтонкі плівки володіють, наприклад, ефектами пам'яті, переривчастим рухом, різними температурами плавлення та тверднення в порівнянні з об'ємними рідинами, а також багатьма іншими ефектами [1, 2, 4]. Надтонкі плівки можуть мати кілька кінетичних режимів тертя, оскільки можуть перебувати в рідиноподібному та твердоподібному станах. Незважаючи на безліч експериментальних [2, 4-8] і теоретичних [2, 9-14] робіт з даної тематики, загальна картина межового тертя залишається не досить чіткою. Це в першу чергу пов'язане з тим, що в цей час властивості межових шарів мастила важко спостерігати безпосередньо. Натомість використовуються непрямі вимірювання, наприклад, з використанням *апарату поверхневих сил* (SFA) [2, 4, 5]. В експериментах з використанням SFA, плавлення та тверднення шарів визначаються або шляхом спостереження малих підйомів та спадів верхньої частини дотичних тіл, що вказує на зміну об'єму мастильного матеріалу або шляхом прямого вимірювання залежностей напружень від деформації. На основі SFA експериментів в [4] був запропонований механізм зсувного плавлення. Основна ідея полягає у тому, що, коли напруження зсуву перевищує критичне значення, мастило плавиться, і дальній порядок молекул зникає. Через тиск, що створюється твердими поверхнями, молекули можуть утворювати нову впорядковану систему (після деякого часу релаксації) і мастило знову стає твердоподібним. Як правило, цей процес є періодичним у часі і може бути

однією із причин переривчастого руху, що часто спостерігається в нанотрибологічних системах [2, 4]. Слід зазначити, що реальна макроскопічна динаміка трибологічної системи сильно залежить від твердості. Зокрема, у твердих системах, ця динаміка може мати форму межового циклу по силі замість межового циклу по швидкості. Важливою відмінністю процесу зсувного плавлення мастила ультратонких шарів, у порівнянні з об'ємними шарами аналогічних речовин, полягає у тому, що навіть після «плавлення» мастильний матеріал залишається затиснутим між твердими кристалічними поверхнями [15], що змінює симетрію системи і, отже характер фазового переходу.

В останні роки динаміка межового тертя, у тому числі і процеси зсувного плавлення інтенсивно вивчалися за допомогою молекулярної динаміки [16, 17]. Молекулярна динаміка дозволяє врахувати повністю хімічні властивості, але обмежує розгляд процесу дуже коротким проміжком часу. Крім того, через часове і просторове обмеження, при розрахунках часто використовують періодичні граничні умови у поперечному напрямку, таким чином, виключаючи притаманну просторову неоднорідність розподілу напружень у тангенціальному контакті. Як альтернативу можна використовувати макроскопічні феноменологічні моделі.

У роботах [10] і [11] була запропонована, термодинамічна модель фазових переходів, що описує трансформацію мастильного шару внаслідок тангенціальних напружень. За допомогою цієї теорії, можна одержати аналітичні вирази для критичних температур, швидкостей зсуву, частоти зміни сили тертя в переривчастому режимі і т.д.

Відзначимо, що зазвичай плавлення вважається фазовим переходом першого роду. Необхідність цього була доведена Л. Д. Ландау [18]. Однак уважне трактування його доведення показує, що воно може бути застосовано тільки у випадку тривимірних систем, але не двовимірних. Для двовимірних систем немає ніяких причин щоб перехід від безперервної (рідини) до дискретної групи симетрії був переходом першого роду. У даній роботі

розглянеметься випадок, коли тривимірної ізотропії не існує, тому що, у напрямку перпендикулярному до твердих стінок, обмеження змінює властивості рідини і, в підсумку, є причиною його тверднення. У статті [11], це питання обговорюється детально.

Теорія, яка запропонована у [11] знаходиться у гарному та якісному узгодженні, як з експериментом, так і з мікроскопічними теоріями. Наприклад, експериментальні дані, подані у [19] збігаються із залежностями напружень від деформації які отримані у [11]. Це також справедливо і для порівнянь з мікроскопічними теоріями. Наприклад, у роботах М. Шена й співавторів [20, 21], молекулярна статистика була використана для аналізу поведінки тонкого мастильного шару між двома гладкими твердими поверхнями. Залежності тангенціальних напружень від деформацій і залежність модуля зсуву від деформації, які були отримані в цих роботах, майже ідентичні з відповідними залежностями, які отримані в рамках моделі, побудованій на фазовому переході другого роду.

Проте, перехід першого порядку зсувного плавлення також не виключається, і цей випадок був розглянутий в [22]. Це означає, що у цілому повинні розглядатися обидва типи фазових переходів. В [23] цей варіант вже був проаналізований для просторово-однорідних систем, де модель узагальнюється на фазовому переході першого роду, вивчається універсальна часова залежність в'язкості довших алканів мастильних матеріалів і враховується градієнт швидкості. Просторова неоднорідність була врахована в роботі [24] у рамках теорії Гінзбурга-Ландау, але було встановлено, що якщо розподіл напружень неоднорідний, то плавлення відбувається миттєво за всією площиною контакту.

На відміну від всіх зазначених робіт, у даній роботі, ми явно враховуємо неоднорідність розподілу напружень у контактній площині, що виникає в межовому контакті внаслідок тангенціального навантаження. У нашому дослідженні ми використовуємо метод редукції розмірності (MDR) у контактній механіці [25].

# 1 ВПЛИВ НЕОДНОРІДНОСТІ НАПРУЖЕНЬ НА ЗСУВНЕ ПЛАВЛЕННЯ МЕЖОВОГО ШАРУ МАСТИЛА

## 1.1 Термодинамічне зсувне плавлення (фазовий перехід другого роду)

Розпочнемо із розгляду зсувного плавлення як фазового переходу другого роду. Основна ідея опису зсувного плавлення заснована на теорії фазових переходів Ландау і докладно описується в [10, 11]. Стан межового шару описується «параметром порядку»  $\varphi$  який дорівнює нулю в рідиноподібній фазі і не нулю у твердому стані [26]. Вільна енергія шару мастила може бути записана у такому вигляді [10, 11]:

$$\begin{aligned} \Phi[\varphi] &= \int \left[ F_{local}(\varphi) + \frac{g}{2}(\nabla\varphi)^2 \right] d^2r dz = \\ &= \int \left[ \alpha(T - T_c)\varphi^2 + \frac{a}{2}\varphi^2\varepsilon_{el}^2 + \frac{b}{4}\varphi^4 + \frac{g}{2}(\nabla\varphi)^2 \right] d^2r dz, \end{aligned} \quad (1.1)$$

де  $F_{local}(\varphi)$  це щільність вільної енергії однорідної системи при заданому (у загальному випадку нерівноважному) значенні параметра порядку  $\varphi$ ,  $T$  це температура мастила;  $T_c$  критична температура переходу плавлення не напруженого шару;  $\varepsilon_{el}$  це пружна деформація,  $\alpha$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $g$  додатні константи та  $\vec{r}$  полярний радіус у площині контакту (див. Рисунок 1.1); його абсолютна величина буде позначатися як  $r$ ; і  $z$  вертикальна координата (див. Рисунок 1.1). Параметр порядку  $\varphi$  пов'язаний з періодичною складовою (модуляція щільності) мікроскопічної густини речовини. У твердоподібному стані змащувального шару параметр порядку відмінний від нуля та може розглядатися як додатній  $\varphi > 0$ . Це відповідає ненульовому модулю зсуву  $\mu = a\varphi^2$  середовища. Таким чином, у (1.1) другий доданок (пропорційний квадрату пружної деформації) являє собою пружну енергію шару. У



рідиноподібному стані, параметр порядку дорівнює нулю:  $\varphi = 0$ . Аналогічний підхід був також використаний для опису фазових переходів у рідинах [27].

У загальному випадку, процес плавлення може бути неоднорідним уздовж товщини мастильного матеріалу, тому що поверхнева енергія може змінюватися після плавлення [28], що є особливо важливим для атомарно-тонких шарів [29]. Як обговорювалося в [10], втрата стійкості будь-якого підрівня системи мастила приведе до ковзання та релаксації пружних напружень. Це означає, що модель фазового переходу «у цілому» досить добре описує зсувне плавлення.

Відзначимо, що вільна енергія також може явно залежати від тиску. Повна модель повинна містити в собі цю залежність, як це було зроблено в [30, 31]. Незважаючи на те, що залежність від тиску, у цілому, може бути включена у поточну модель, ми обмежимося моделлю, яка не залежить від тиску, для того щоб виділити явища, пов'язані із просторовою неоднорідністю напружень.

Почнемо наш аналіз без врахування рівномірного розподілу напружень. У цьому випадку можна знехтувати градієнтним членом (або  $g = 0$ ) і розрахувати пружне напруження зсуву  $\tau = \partial F_{local} / \partial \varepsilon_{el}$  в змашувальному шарі як [11, 32]:

$$\tau = a\varphi^2 \varepsilon_{el} = \mu \varepsilon_{el} . \quad (1.2)$$

Рівноважне значення параметра порядку  $\varphi$  можна знайти з умови мінімуму вільної енергії,  $\partial F_{local} / \partial \varphi = 0$ ,

$$\varphi_0 = \sqrt{\frac{2\alpha(T_c - T) - a\varepsilon_{el}^2}{b}} . \quad (1.3)$$

Виходячи із цього, ми робимо висновок, що мастило плавиться, коли пружна деформація перевищує критичне значення:

$$\varepsilon_{el} > \varepsilon_{el}^c = \sqrt{\frac{2\alpha(T_c - T)}{a}} . \quad (1.4)$$

У цій точці, рівноважний параметр порядку  $\varphi_0$  і, отже, модуль зсуву  $\mu$  дорівнює нулю. При наявності напружень зсуву, температура плавлення є функцією напружень від деформації [33]. З (1.4) ми можемо легко знайти значення температури плавлення  $T_{c0}$  (яка збігається з температурою тверднення для випадку фазового переходу другого роду):

$$T_{c0} = T_c - \frac{a\varepsilon_{el}^2}{2\alpha}. \quad (1.5)$$

Ця залежність підтверджується як експериментальними [4], так і теоретичними [34, 35] роботами. У випадку, коли мастило не плавиться  $\varepsilon_{el} < \varepsilon_{el}^c$ , рівноважне значення напружень шару мастила може бути отримана із (1.2) та (1.3):

$$\tau_0 = \frac{a\varepsilon_{el} [2\alpha(T_c - T) - a\varepsilon_{el}^2]}{b}. \quad (1.6)$$

У подальшому зручно ввести безрозмірні змінні та виміряти напруження, виходячи з максимальних напружень  $\tau^{\max}$  та деформацію виходячи з відповідної величини деформації  $\varepsilon_{el}^{\max}$ . З (1.6) ми одержуємо що

$$\frac{4\alpha(T_c - T)a}{3b} = \frac{\tau^{\max}}{\varepsilon_{el}^{\max}}, \quad \frac{2a^2}{b} = \frac{\tau^{\max}}{(\varepsilon_{el}^{\max})^3}. \quad (1.7)$$

Залежності рівноважних значень параметра порядку (1.3) та пружних напружень (1.6) від пружної деформації показані на Рисунок 1.1 –. Як видно з рисунка, мастило плавиться при більших деформаціях  $\varepsilon_{el}$ , хоча при цьому температура залишається сталою.

З рівняння (1.3) ми можемо знайти максимальне значення параметра порядку  $\varphi$  при нульовій температурі та нульовій деформації зсуву:

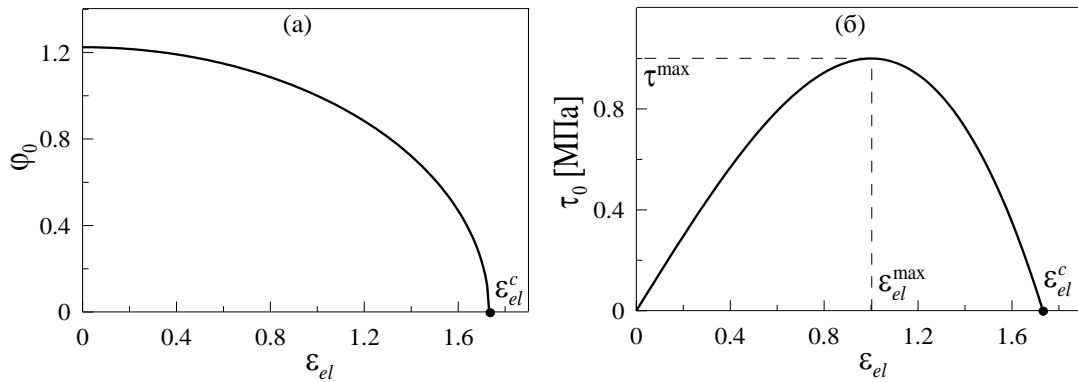


Рисунок 1.1 – Залежності рівноважного значення параметра порядку  $\varphi_0$  (а) і пружних напружень  $\tau_0$  (б) від пружної деформації  $\varepsilon_{el}$ , при параметрах:  $\tau^{\max} = 10^6$  Па,  $\varepsilon_{el}^{\max} = 1,0$ ,  $a = 10^6$  Па.

$$\varphi_{\max} = \sqrt{\frac{2\alpha T_c}{b}} = \sqrt{\frac{3\tau^{\max}}{2a\varepsilon_{el}^{\max}}} . \quad (1.8)$$

Для конкретних параметрів, що використані у рис. 1.1,  $\varphi_{\max} = \sqrt{3/2} \approx 1,2247$ . Це значення відповідає повністю твердоподібному мастила. У деяких роботах, наприклад, у [36] параметр порядку визначається по-іншому: 0 для рідкого стану та 1 для твердого стану. У даній роботі ми додержуємося теорії Ландау, де параметр порядку є постійно змінною фізичною властивістю.

Часова еволюція параметра порядку може бути якісно описана рівнянням Гінзбурга-Ландау-Халатнікова з випадковим членом (рівняння Ланжевена) [37, 38]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\gamma \frac{\delta \Phi}{\delta \varphi} + \xi(t) , \quad (1.9)$$

де  $\gamma$  кінетичний коефіцієнт, що визначає швидкість процесу релаксації параметра порядку до рівноважного  $\varphi_0$ , а  $\xi(t)$  це  $\delta$ -коррельовані випадкові шуми, що являють малі адитивні флуктуації в спектрі білого шуму з наступними моментами [18]:

$$\langle \xi(t) \rangle = 0; \quad \langle \xi(t) \xi(t') \rangle = 2\gamma k_B T \delta(t-t'), \quad (1.10)$$

де  $k_B$  стала Больцмана. Відзначимо, що у конкретно цій задачі теплові флуктуації (1.10) дуже слабкі, але вони повинні бути враховані для того, щоб не допустити випадок, коли після плавлення система залишається у стані  $\varphi = 0$  на невизначений час.

Явний вигляд рівняння (1.9):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = g\gamma \nabla^2 \varphi - \gamma \varphi (2\alpha(T - T_c) + a\varepsilon_{el}^2 + b\varphi^2) + \xi(t). \quad (1.11)$$

Рівняння (1.11) описує зміну параметра порядку для довільного осьосиметричного розподілу зсувної деформації  $\varepsilon_{el}(r, t)$ . Його розв'язки залишаються у кожний момент часу осьосиметричними:  $\varphi = \varphi(\varepsilon_{el}(r, t); r, t)$ .

## 1.2 Постановка неоднорідної задачі у MPP (MDR)

Розглянемо систему, що подана на рис. 1.2. Індентор із круглим поперечним перерізом радіусом  $a_0$  відділений від нижньої поверхні шаром мастила товщиною  $h_0$ .

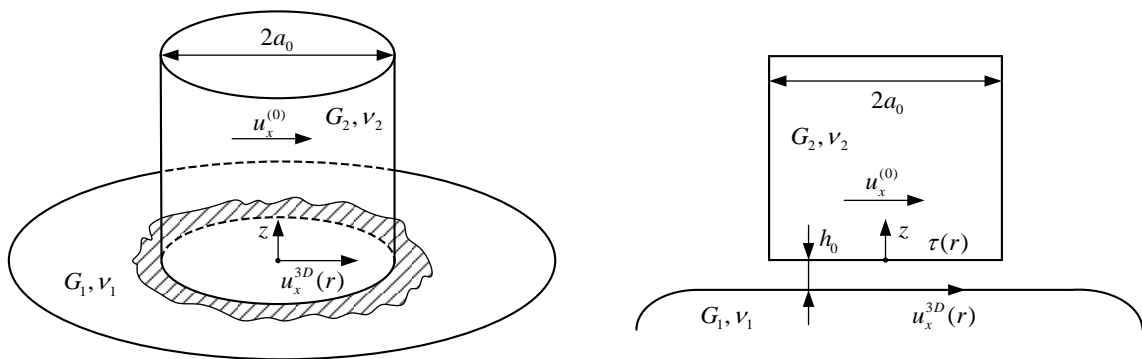


Рисунок 1.1 – Геометрична конфігурація системи. Циліндричний індентор з радіусом  $a_0$  що має модуль зсуву  $G_2$  та коефіцієнт Пуассона  $n_2$ , розміщується на плоскій поверхні з параметрами матеріалу  $G_1, n_1$  із шаром мастила між ними товщиною  $h_0$ .

Контактна задача пружнього індентора та зустрічного тіла, що характеризуються відповідними модулями зсуву  $G_1$  та  $G_2$ , коефіцієнтами Пуассона  $\nu_1$  та  $\nu_2$ , може бути зведена до задачі контакту твердого циліндричного індентора із пружним півпростором [25], що має ефективний модуль зсуву:

$$G^* = \left( \frac{2-\nu_1}{4G_1} + \frac{2-\nu_2}{4G_2} \right)^{-1}. \quad (1.12)$$

Нехай верхнє тверде тіло рухається тангенціально до  $u_x^{(0)}$ . Відповідний зсув нижньої поверхні буде неоднорідним, але це збереже осьосиметричність задачі, і таким чином, переміщення  $u_x^{(3D)}(r)$  стає деякою функцією тільки від абсолютного значення полярного радіуса  $r$ . У цьому випадку деформація локального зсуву у шарі також є функцією радіуса:

$$\varepsilon(r) = \frac{u_x^{(0)} - u_x^{(3D)}(r)}{h_0}. \quad (1.13)$$

При відомих розподілах деформації  $\varepsilon(r)$  та параметра порядку  $\varphi(r)$ , можна розрахувати розподіл напружень пружного зсуву у шарі мастила:

$$\tau(r) = a\varepsilon_{el}(r)[\varphi(r)]^2. \quad (1.14)$$

Ці напруження зсуву, у свою чергу, визначають розподіл переміщень  $u_x^{(3D)}(r)$ , яке входить у рівняння (1.13). Узгодження між полями зсуву та напруженнями у цій роботі відбувається за допомогою методу редукції розмірності (MDR), що у даному осьосиметричному випадку забезпечує точне розв'язання контактної задачі. У рамках методу редукції розмірності [25], вихідна 3D задача (контактна поверхня параметризована із системою координат  $r$ ) перетворюється до еквівалентного 1D подання (параметризовано із системою координат  $x$ ), а потім, після завершення необхідних розрахунків,

проводиться зворотне перетворення у 3D простір. У відповідності зі стандартною процедурою MDR, розподіл напружень зсуву в зоні контактної границі  $\tau(r)$ , відображається в 1D розподілі щільності сили за рахунок наступного інтегрального перетворення:

$$q(x) = 2 \int_x^{a_0} \frac{r\tau(r)}{\sqrt{r^2 - x^2}} dr . \quad (1.15)$$

Із одномірної MDR-моделі з відомою лінійною щільністю сили  $q(x)$ , знаходимо одномірні зсуви  $u_x^{(1D)}(x)$ :

$$u_x^{(1D)}(x) = \frac{q(x)}{G^*} . \quad (1.16)$$

Зворотне перетворення

$$u_x^{(3D)}(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^r \frac{u_x^{(1D)}(x)}{\sqrt{r^2 - x^2}} dx \quad (1.17)$$

відновлює розподіл плоских переміщень  $u_x^{(3D)}(r)$  у вихідну тривимірну контактну задачу, та завершує цикл. Сила тертя може бути обчислена у 1D або 3D просторі:

$$F_x = 2 \int_0^{a_0} q(x) dx = 2\pi \int_0^{a_0} \tau(r) r dr. \quad (1.18)$$

Відзначимо, що в даній роботі розглядається тільки пружна складова сили тертя. Це означає, що сила тертя стає настільки малою, що можна нею знехтувати, коли все мастило плавиться. У дійсності сила тертя завжди має в'язку складову, але це не враховується у розрахунках.

Моделювання у цілому складається з наступних етапів: задаються нульові початкові умови зсувів:  $u_x^{(0)}(r) = \text{const} = 0$ ,  $u_x^{(3D)}(r) = 0$ . З цього моменту,  $u_x^{(0)}$

більше не відповідає переміщенню монолітного тіла, однак воно залежить від координати локального зсуву верхньої поверхні, що стає нульовою щоразу, коли мастило плавиться у цій точці. (т.ч. коли параметр порядку досягає граничного значення, що у нашому моделюванні встановлено як  $\varphi(r_i) < 0.01$ ).

Відповідно до (1.3), параметр порядку  $\varphi(r) = \sqrt{2\alpha(T_c - T)/b}$  ініціалізований значенням його термодинамічної рівноваги при нульовій початковій деформації. Виходячи із цих початкових умов, ми циклічно повторюємо кроки (1.13)-(1.17), для обчислення еволюції  $\varepsilon_{el}(r)$  та параметра порядку  $\varphi(r)$ . Останнє визначається у відповідності до (1.11). Для простоти будемо вважати, що індентор рухається в одному напрямку з фіксованою швидкістю  $V_0$ .

Рівняння (1.11) може бути проінтегровано методом Ейлера, з використанням ітераційної процедури

$$\varphi(r_i) := \varphi(r_i) - \varphi(r_i) \left( 2\alpha(T - T_c) + a(\varepsilon_{el}(r_i))^2 + b\varphi(r_i)^2 \right) \gamma \Delta t + g \gamma \Delta t \nabla^2 \varphi(r_i) + \sqrt{\Delta t} W_n, \quad (1.19)$$

де ми вводимо нормально розподілену випадкову величину  $W_n$ , яку вибираємо використовуючи метод Бокса-Мюллера [39, 40]:

$$W_n = \sqrt{2\gamma k_B T} \sqrt{-2 \ln k_1} \cos(2\pi k_2), \quad k_{1,2} \in (0, 1], \quad (1.20)$$

де  $k_1$  та  $k_2$  два рівномірно розподілених псевдовипадкових числа.

У випадку циліндричної симетрії оператор Лапласа в полярних координатах зводиться до форми:  $\nabla^2 \varphi(r) = (1/r) \partial \varphi / \partial r + \partial^2 \varphi / \partial r^2$ . При чисельному моделюванні, координати  $x$  та  $r$  дискретизуються кожний на  $N$  сегментів, а інтеграли (1.15), (1.16) та (1.18) замінюються відповідними сумами. Для нашого конкретного моделювання, обираємо наступні параметри дискретизації  $\Delta t = 10^{-8}$  с,  $N = 1500$ .

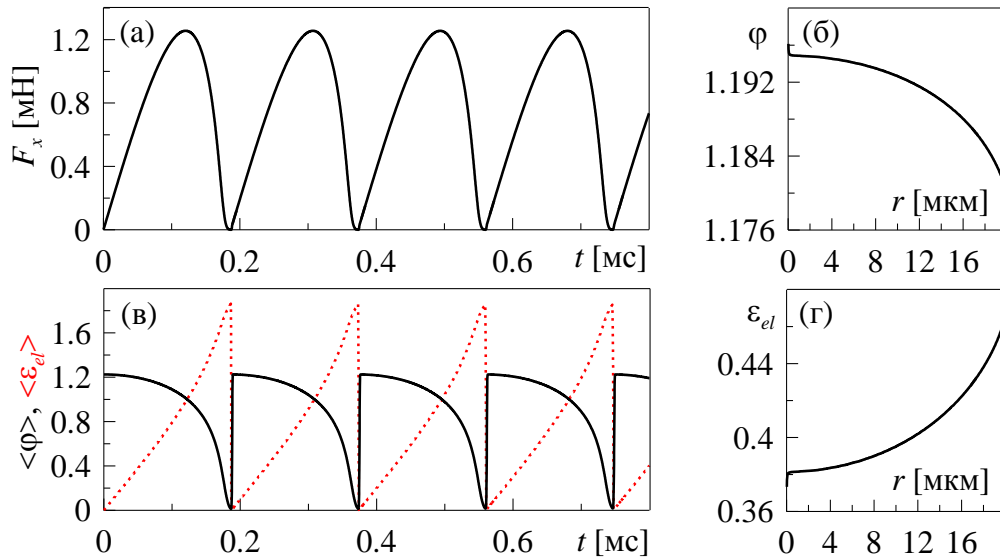


Рисунок 1.2 – (а) Часові залежності сили тертя  $F_x$ , отримані для набору параметрів як для рис. 1.1 та  $h_0 = 10^{-7}$  м,  $a_0 = 2 \cdot 10^{-5}$  м,  $G^* = 10^9$  Па,  $T = 280$  К,  $g = 10^{-6}$  Дж/м,  $V_0 = 10^{-3}$  м/с,  $\gamma = 1,0$  (Па·с) $^{-1}$ ; (б) Просторовий розподіл  $\varphi(r)$  наприкінці показаних розрахунків при  $t = 0,8$  мс; (в) середнє значення параметра порядку (суцільна лінія)  $\langle \varphi \rangle$  і пружної деформації  $\langle \varepsilon_{el} \rangle$  (пунктирна лінія); (г) Просторовий розподіл  $\varepsilon_{el}(r)$  наприкінці розрахунків при  $t = 0,8$  мс.

### 1.3 Результати для фазових переходів другого роду

На рис. 1.3 Рисунок 1.2 – (а) Часові залежності сили тертя  $F_x$ , отримані для набору параметрів як для рис. 1.1 та  $h_0 = 10^{-7}$  м,  $a_0 = 2 \cdot 10^{-5}$  м,  $G^* = 10^9$  Па,  $T = 280$  К,  $g = 10^{-6}$  Дж/м,  $V_0 = 10^{-3}$  м/с,  $\gamma = 1,0$  (Па·с) $^{-1}$ ; (б) Просторовий розподіл  $\varphi(r)$  наприкінці показаних розрахунків при  $t = 0,8$  мс; (в) середнє значення параметра порядку (суцільна лінія)  $\langle \varphi \rangle$  і пружної деформації  $\langle \varepsilon_{el} \rangle$  (пунктирна лінія); (г) Просторовий розподіл  $\varepsilon_{el}(r)$  наприкінці розрахунків при  $t = 0,8$  мс.

подано загальну динаміку модельованої системи для визначених параметрів фіксованої моделі та сталій швидкості індентора  $V_0$ . Ми знайшли,



що поведінка системи сильно залежить від значення кінетичного коефіцієнта  $\gamma$ . Наведені залежності, що розраховані при  $\gamma = 1,0 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$ . За допомогою параметрів, що були використані у розрахунках кривих на рис. 1.3, макроскопічний рух індентора показує типову переривчасту поведінку для систем з межовим мастилом. Збільшення швидкості ковзання  $V_0$  приводить до збільшення частоти стрибкоподібних переходів. Така поведінка неодноразово спостерігалася як в експериментальних, так і в теоретичних дослідженнях [4, 5, 41]. В однорідному випадку також спостерігаються якісно подібні часові залежності сили тертя. Однак, є істотні кількісні розбіжності, у першу чергу для швидкості збільшення сили  $dF_x / dt$ .

Розрахунки показують, що плавлення починається на границі контакту та поширюється у напрямку до центра. Крім того, у той час як розплавлена зона поширюється усередину, ділянки, які перебувають ближче до краю контакту вже починають знову затвердівати (див. рис. 1.4). У недавній експериментальній роботі [42], було також встановлено, що зсувне плавлення шару мастила протікає неоднорідно, що підтверджує наші висновки. У теоретичному дослідженні [43] у рамках підходу Гінзбурга-Ландау для опису однокомпонентної системи, було показано, що плавлення та подальше тверднення починається із границі системи та поширюється до центру. Ці результати узгоджуються з нашими висновками. Такі ж результати були також отримані у теоретичних та експериментальних дослідженнях рідин, затиснутих у нанопорах під дією зовнішнього тиску [44].

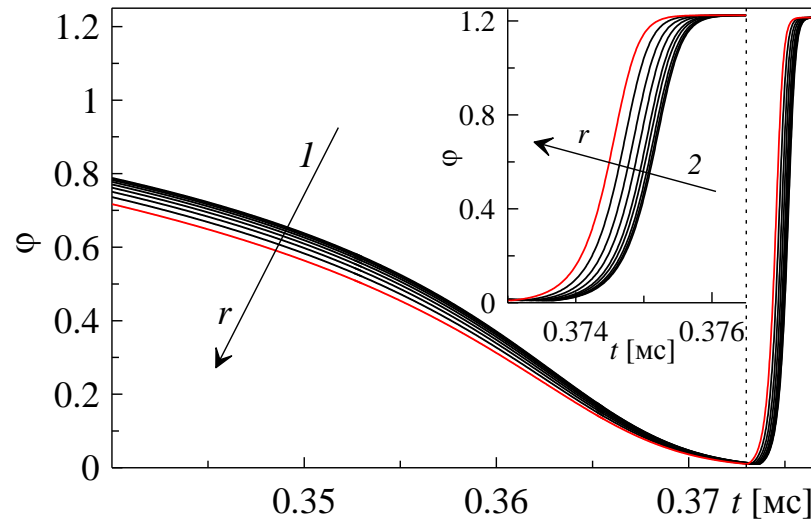


Рисунок 1.4 – Часові залежності параметра порядку при плавленні (стрілка 1) перед вертикальною пунктирною лінією та рекристалізація (стрілка 2) за вертикальною лінією для різних значень  $r$  від 2 мкм до 18 мкм із кроком 2 мкм. Стрілки вказують на збільшення радіуса. Вставка на рисунку, це збільшена область після вертикальної пунктирної лінії.

#### 1.4 Термодинамічна модель межового тертя з урахуванням фазових переходів першого роду

Двовимірна геометрія тонких шарів допускає як перший, так і другий порядок фазового переходу при плавленні [11, 22]. У випадку фазового переходу першого роду щільність вільної енергії містить додатковий член третього порядку [27, 45, 46]:

$$\Phi[\varphi] = \int \left[ \alpha'(T - T_c)\varphi^2 + \frac{a'}{2}\varphi^2 \varepsilon_{el}^2 - \frac{b'}{3}\varphi^3 + \frac{c}{4}\varphi^4 + \frac{g'}{2}(\nabla\varphi)^2 \right] d^2r dz. \quad (1.21)$$

В однорідному випадку можна знехтувати градієнтним членом (або задати  $g' = 0$ ) і знайти стаціонарні значення параметра порядку  $\varphi$ :

$$\varphi_{\mp} = \frac{b'}{2c} \mp \sqrt{\left(\frac{b'}{2c}\right)^2 - \left(\frac{a'}{c}\varepsilon_{el}^2 + \frac{2\alpha'(T - T_c)}{c}\right)}, \quad (1.22)$$

де підрядкові індекси '+' та '-' відповідають стійкому та нестійкому стаціонарним станам (мінімуми та максимуми потенціалу), відповідно. Основна розбіжність між (1.1) та (1.21) полягає у тому, що в певному діапазоні напружень  $\varepsilon_{el}$  потенціал (1.21) має два мінімуми (нуль та не нуль), які розділені максимумом, що характерно для фазового переходу першого роду. Залежність напружень від деформації в цьому випадку можна знайти шляхом підстановки  $\varphi_+$  з (1.22) в (1.2), де у нашому випадку  $a \equiv a'$ .

Як і раніше, шар мастила плавиться, коли параметр порядку прямує до нуля. Вільна енергія (1.21) має єдиний мінімум з нульовим параметром порядку при:

$$\varepsilon_{el} > \varepsilon_{el,c0} = \sqrt{\frac{2\alpha'(T_c - T)}{a'} + \frac{b'^2}{4a'c}}; \quad (1.23)$$

рекристалізація має місце в протилежному випадку, при єдиному мінімумі потенціалу, що відповідає ненульовому параметру порядку:

$$\varepsilon_{el} < \varepsilon_{el}^{c0} = \sqrt{\frac{2\alpha'(T_c - T)}{a'}}. \quad (1.24)$$

Для напружень у проміжку між цими двома значеннями, потенціал має як нульовий, так і ненульовий мінімуми, розділені максимумом. На відміну від фазового переходу другого роду, значення критичної деформації, температури плавлення та тверднення різні. Звичай у цьому випадку, має місце гістерезисний характер при циклічній зміні температури або напружень.

Зі співвідношень (1.23) та (1.24) легко знайти температури плавлення  $T_{c0}$  та тверднення  $T_c^0$ :

$$T_{c0} = T_c + \frac{b'^2}{8\alpha'c} - \frac{a'\varepsilon_{el}^2}{2\alpha'}, \quad (1.25)$$

$$T_c^0 = T_c - \frac{a' \varepsilon_{el}^2}{2\alpha'}. \quad (1.26)$$

Рівноважне значення параметра порядку залежно від пружної деформації  $\varphi_{\pm}(\varepsilon_{el})$  та відповідна залежність пружного напруження зсуву  $\tau_0(\varepsilon_{el})$ , подані на рис. 1.5. Слід зазначити, що на рис. 1.5 залежність  $\varphi_{\pm}(\varepsilon_{el})$  показує типову поведінку параметра порядку для багатьох різних систем при фазовому переході першого роду [47]. На цьому рисунку плавлення та тверднення мастила відповідають  $\varepsilon_{el} > \varepsilon_{el,c0}$  (1.23) [або  $T > T_{c0}$  (1.25)] і  $\varepsilon_{el} < \varepsilon_{el}^{c0}$  (1.24) [або  $T < T_c^0$  (1.26)], відповідно. Функція  $\tau_0(\varepsilon_{el})$  має максимум  $\tau^{\max}$  при:

$$\varepsilon_{el}^{\max} = \frac{1}{12} \sqrt{10 \frac{b'^2}{a'c} - 96 \frac{\alpha'(T-T_c)}{a'}} + 2b' \sqrt{25 \frac{b'^2}{a'^2 c^2} - 192 \frac{\alpha'(T-T_c)}{a'^2 c}}, \quad (1.27)$$

відповідна максимальна тангенціальна напружень  $\tau^{\max}$ , дорівнює

$$\tau^{\max} = a' \varepsilon_{el}^{\max} \left( \frac{b'}{2c} + \sqrt{\left( \frac{b'}{2c} \right)^2 - \left( \frac{a'}{c} (\varepsilon_{el}^{\max})^2 + \frac{2\alpha'(T-T_c)}{c} \right)} \right)^2. \quad (1.28)$$

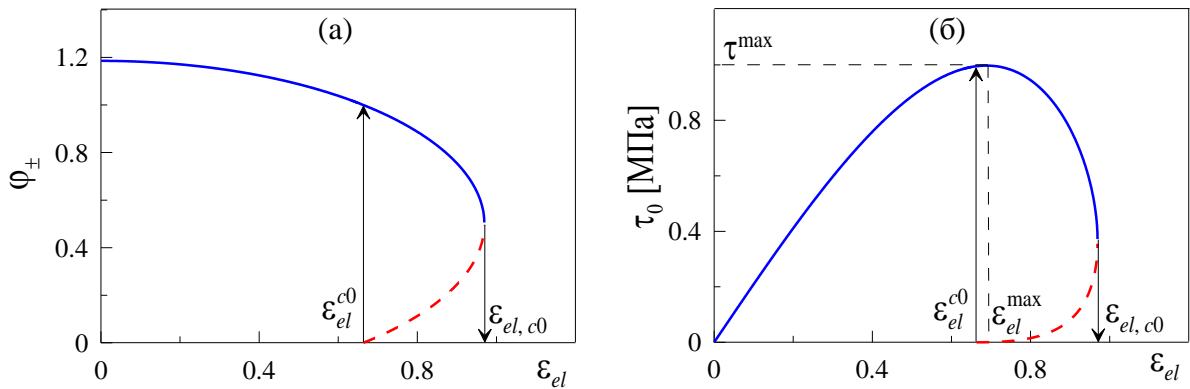


Рисунок 1.5 – (а) Рівноважні значення параметра порядку  $\varphi_{\pm}(\varepsilon_{el})$  та (б) пружні напруження зсуву  $\tau_0(\varepsilon_{el})$ . Суцільні лінії в обох випадках відповідають стійким гілкам, а пунктирні лінії відповідають нестійким. Обидві залежності розраховувалися для параметрів  $\alpha'(T-T_c) = -3,3 \cdot 10^5$  Дж/м<sup>3</sup>,  $a' = 1,5 \cdot 10^6$  Па,  $b' = 3 \cdot 10^6$  Дж/м<sup>3</sup>,  $c = 3 \cdot 10^6$  Дж/м<sup>3</sup>.

Процедура ітерації для цього випадку приймає вигляд (пор. з (1.19)):

$$\begin{aligned} \varphi(r_i) := & \varphi(r_i) - \varphi(r_i) \left( 2\alpha'(T - T_c) + a'(\varepsilon_{el}(r_i))^2 - b'\varphi(r_i) + c\varphi(r_i)^2 \right) \gamma \Delta t + \\ & + g' \gamma \Delta t \nabla^2 \varphi(r_i) + \sqrt{\Delta t} W_n. \end{aligned} \quad (1.29)$$

Застосовується така ж чисельна процедура, що була описана вище (див. (1.13)-(1.18)) за допомогою наступних початкових умов:  $u_x^{(0)}(r) = \text{const} = 0$ ,  $u_x^{(3D)}(r) = 0$ , і вихідного параметра порядку  $\varphi(r) = \text{const} = 0.5b'/c + \sqrt{0.25b'^2/c^2 - 2\alpha'(T - T_c)/c}$ , що відповідає рівноважному значенню при нульовій початковій деформації (1.22). Застосовується та сама умова переходу:  $u_x^{(0)}(r_i) = 0$  при  $\varphi(r_i) < 0,01$ .

### 1.5 Результати для фазових переходів першого роду

Часові залежності основних величин для фазового переходу першого роду аналогічні часовим залежностям для фазового переходу другого роду (див. рис. 1.3) і тому не показані тут. Проте, результуюча макроскопічна поведінка може бути аналогічною до випадку переходу другого роду або якісно відрізнитися від нього, залежно від значення кінетичного коефіцієнта  $\gamma$ . На рис. 1.6 подані результати вищевказаного числового експерименту більш детально. Фронти плавлення, що рухаються ззовні всередину, у випадку переходу першого роду більш очевидні, ніж у випадку фазового переходу другого роду (див. рис. 1.4).

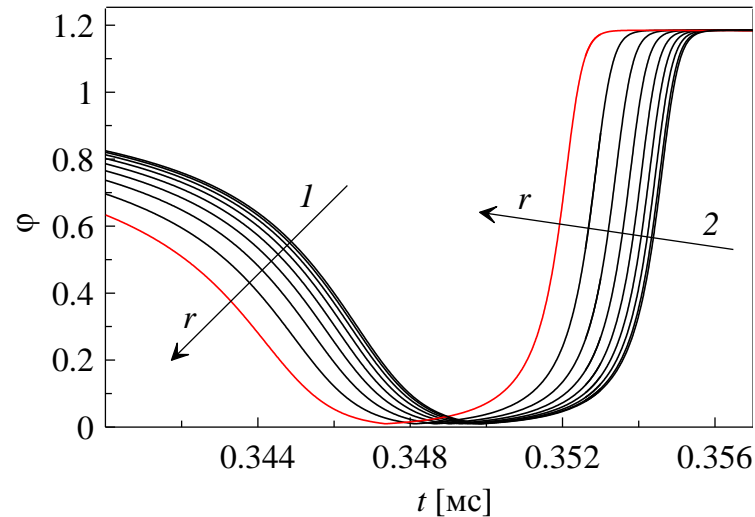


Рисунок 1.6 – Часові залежності фронтів плавлення (стрілка 1) та рекристалізація (стрілка 2). Стрілки вказують на збільшення  $r$  з 2 мкм до 18 мкм із кроком 2 мкм.

Завдяки бар'єру між двома рівноважними станами, кінетика тут критично може залежати від параметра  $\gamma$ , що контролює швидкості плавлення та тверднення. На рис. 1.7, наведено часові залежності сили тертя для малого значення  $\gamma = 0,07 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$ . Перший пік сили тертя значно вище, ніж наступні. Причина цього полягає у тому, що мастило не має достатнього часу, щоб після плавлення повторно повністю затвердіти, тому має місце менше значення параметра порядку  $i$ , відповідно, менший модуль пружності  $\mu$ . Така поведінка спостерігається експериментально [4].

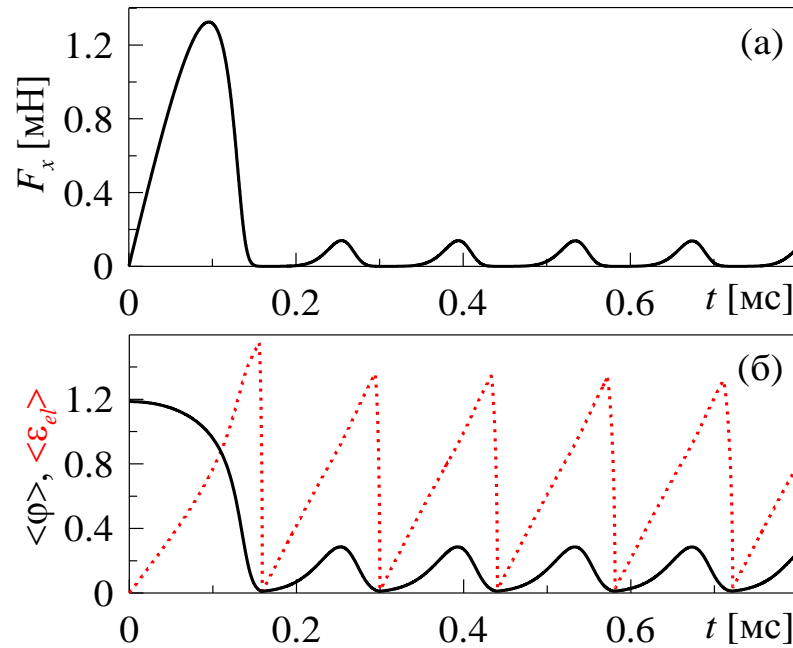


Рисунок 1.7 – Часові залежності для сили тертя  $F_x$  та середніх значень  $\langle \varphi \rangle$ ,  $\langle \varepsilon_{el} \rangle$ , що розраховані для кінетичного коефіцієнта  $\gamma = 0,07$  (Па·с) $^{-1}$ .

Початковий пік сили тертя називається «sticktion spike» і часто спостерігається в експериментах «stop-and-go» [4, 41]. Існує критичне значення  $\gamma$ , що відокремлює «sticktion» від рівномірного stick-slip. Критичне значення було визначено чисельно шляхом поступової зміни  $\gamma$ . Для обраних нами параметрів (такі ж, як і раніше) критичне значення дорівнює  $\gamma_c \approx 0,0755$  (Па·с) $^{-1}$  [48]. Динаміка системи з даним кінетичним коефіцієнтом і двома ближніми значеннями наведені на рис. 1.8. Видно, що динаміка сили тертя та параметра порядку після першого сплеску змінюється істотно лише з невеликими змінами  $\gamma$ .

## 1.6 Вплив температури

У цьому розділі досліджується поступове нагрівання контакту за рахунок зниження величини  $A = 2\alpha(T - T_c)a/b$ .

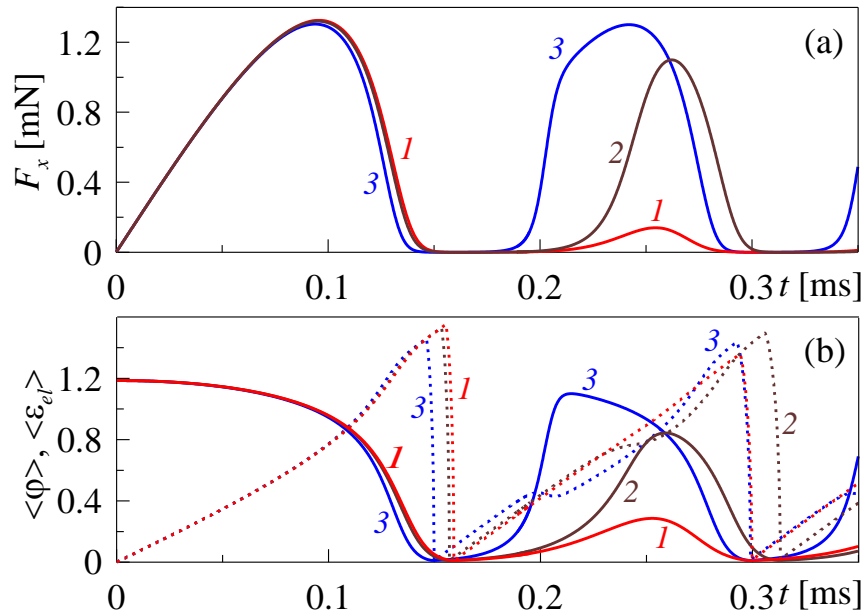


Рисунок 1.8 – (а) Часові залежності для сили тертя  $F_x(t)$  та (б) середніх значень  $\langle \varphi \rangle$ ,  $\langle \varepsilon_{el} \rangle$ , що розраховані при критичному значенні кінетичного коефіцієнта  $\gamma \approx 0,0755 \text{ (Па} \cdot \text{с)}^{-1}$  (криві 2) та двох близьких значень  $\gamma = 0,1 \text{ (Па} \cdot \text{с)}^{-1}$  (криві 3) і  $\gamma = 0,07 \text{ (Па} \cdot \text{с)}^{-1}$  (криві 1). Суцільні лінії показують середній параметр порядку всього контакту, а пунктирні лінії показують середні пружні деформації.

У моделі параметр залежить лише від температури протягом довгого часу. Це дозволяє нам визначити вплив температури на динаміку системи. Ми обрали ті ж самі параметри, що й для рис. 1.3, але нехай  $A = 2\alpha(T - T_c)a / b = -1,5 \cdot 10^6 \exp(-10^4 t)$ , що відповідає поступовому збільшенню температури. Рис. 1.9 показує часову залежність сили тертя, середній параметр порядку та середні пружні деформації. При підвищенні температури ми спостерігаємо низьку силу тертя, малий середній параметр порядку та збільшення частоти переривчастих переходів. Вставки, наведені в логарифмічному масштабі, показують, що переривчастий режим має місце навіть при дуже малих абсолютних значеннях коефіцієнта  $A$ , але сила тертя має екстримально малі максимуми. У цій границі температура дуже близька до



критичної, параметр порядку  $\varphi$  має значення близькі до нуля, а мастила практично увесь час залишається у рідкоподібному стані.

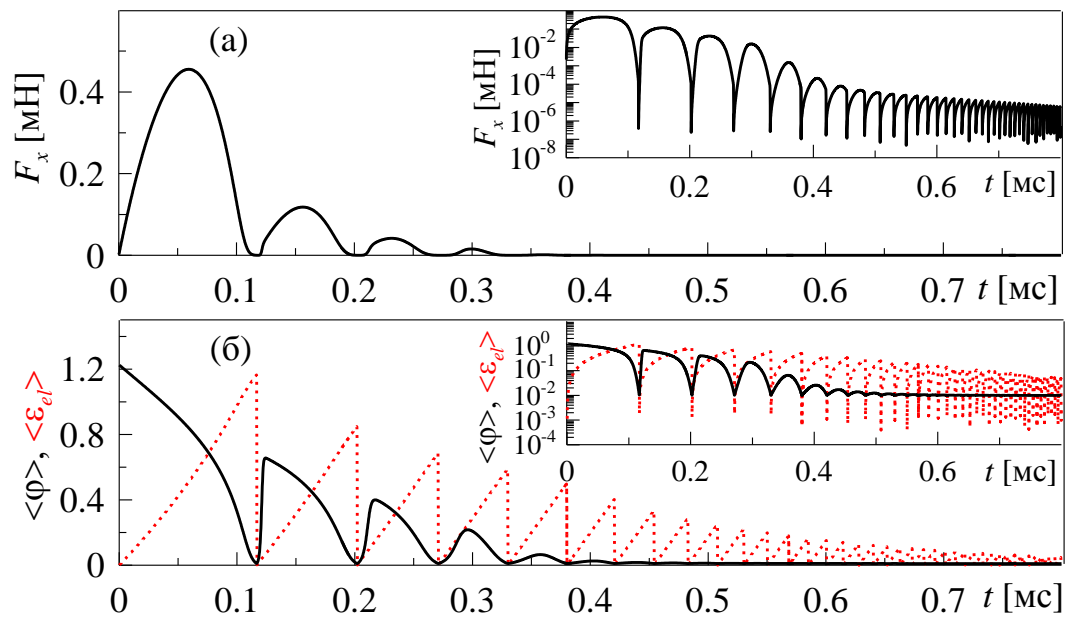


Рисунок 1.9 – Часова залежність сили тертя  $F_x$  (1.18) (а); середній параметр порядку  $\langle \varphi \rangle$  та середні пружні деформації  $\langle \varepsilon_{el} \rangle$  (б) зі змінним коефіцієнтом  $A = 2\alpha(T - T_c)a/b = -1,5 \cdot 10^6 \exp(-10^4 t)$  Дж/м<sup>3</sup>, що відповідає збільшенню температури. Вставки показують повні графіки в логарифмічному масштабі.

Слід зазначити, що у даному моделюванні ми фактично підвищуємо температуру за рахунок обміну з навколишнім середовищем. Це не є підвищенням температури за рахунок тертя. Цей же чисельний експеримент також був виконаний для випадку фазового переходу першого роду. На рис. 1.10 часові залежності сили тертя  $F_x$  та інших параметрів стану, які наведені для системи, у якій збільшується температура мастила. Тут результати істотно відрізняються від тих, які отриманні для фазових переходів другого роду (див. на рис. 1.9). У першій половині графіка, сила тертя знижується несуттєво, але після критичної точки (де досягається

$A' = \alpha'(T - T_c) = -3,3 \cdot 10^5 \exp(-10^4 t)$  вона різко падає майже до нуля. Це зниження безпосередньо пов'язане з бар'єром у потенціалі вільної енергії. Де  $\alpha'(T - T_c)$  перевищує критичне значення, параметр порядку більше не може побороти бар'єр, щоб досягти ненульового мінімуму довжини потенціалу. Після цього моменту він завжди залишається критично малим, у результаті чого, максимуми сили тертя різко зменшуються [49].

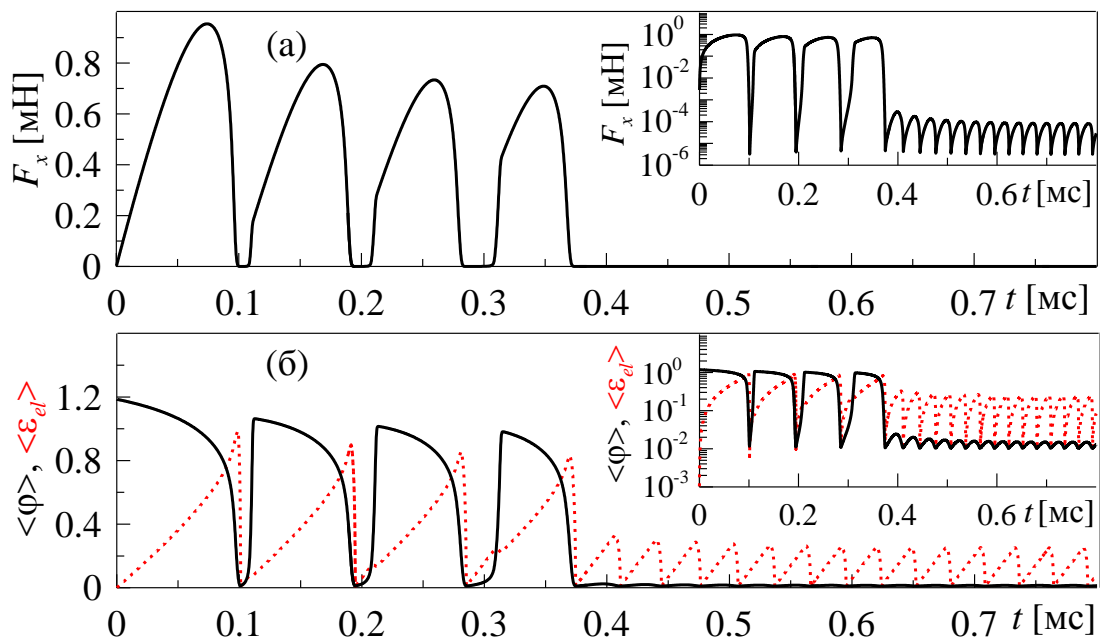


Рисунок 1.10 – Часові залежності сили тертя  $F_x$  (1.18) (а), середні значення параметра порядку  $\langle \varphi \rangle$  та пружної деформації  $\langle \varepsilon_{el} \rangle$  (б) зі змінним коефіцієнтом  $A' = \alpha'(T - T_c) = -3,3 \cdot 10^5 \exp(-10^4 t)$  Дж/м<sup>3</sup>.

## 1.7 Висновки до розділу 1

Проведенно динамічні моделювання межового тертя між циліндричним індентором і плоскою поверхнею. У процесі моделювання враховано неоднорідність тангенціальних напружень в тангенціально навантаженому контакті. Даний процес подібний до процесу поширення тріщин зсуву в сухих фрикційних контактах. У результаті числового моделювання встановлено, що процес зсувного плавлення тонкого мастила також відбувається динамічно шляхом поширення швидких фронтів плавлення.

## ВИСНОВКИ

Проведено динамічне моделювання межового тертя між циліндричним індентором і плоскою поверхнею. Коли враховується неоднорідність тангенціальних напружень в тангенціально навантаженому контакті, то плавлення мастила починається на границі контакту та швидко поширюється усередину, супроводжуючись хвилею тверднення. Цей процес нагадує процес поширення тріщин зсуву в сухих фрикційних контактах досліджених у ряді недавніх робіт групи Дж. Фінберга [50]. З числових експериментів встановлено, що процес зсуву плавлення тонкого шару мастила також відбувається динамічно шляхом поширення швидких фронтів плавлення, властивості яких сильно залежать від характерного кінетичного параметра, що визначає характерний темп релаксації параметра порядку до його рівноважного значення. Представлені результати можуть бути використані для інтерпретації експериментів тертя в режимі змішаного або межового мастила, як з атомарно-гладкими, так і шорсткими контактами.

**ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ**

1. Zhang J. Boundary lubrication by adsorption film / J. Zhang, Y. Meng // Friction. – 2015. – Vol. 3, № 2. – P. 115–147.
2. Krim J. Friction and energy dissipation mechanisms in adsorbed molecules and molecularly thin films / J. Krim // Advances in Physics. 2012. – Vol. 61, P. 155–323.
3. Thompson P. A. Origin of stick–slip motion in boundary lubrication / P. A. Thompson, M. O. Robbins // Science. – 1990. – Vol. 250. – P. 792–794.
4. Yoshizawa H. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 1. Relation between adhesion and friction / H. Yoshizawa, Y. -L. Chen, J. Israelachvili // Journal of Physical Chemistry. – 1993. – Vol. 97, № 16. – P. 4128–4140;  
Yoshizawa H. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 2. Stick-slip friction of spherical and chain molecules / H. Yoshizawa, J. Israelachvili // Journal of Physical Chemistry. – 1993. – Vol. 97, № 43. – P. 11300–11313.
5. Israelachvili J. Adhesion forces between surfaces in liquids and condensable vapours / J. Israelachvili // Surface Science Reports. – 1992. – Vol. 14, № 3. – P. 109–159.
6. Berman A. D. Origin and characterization of different stick-slip friction mechanisms / A. D. Berman, W. A. Ducker, J. N. Israelachvili // Langmuir. – 1996. – Vol. 12, № 19. – P. 4559–4563.
7. Bhushan B. Nanotribology: Friction, wear and lubrication at the atomic scale / B. Bhushan, J. N. Israelachvili, U. Landman // Nature. – 1995. – Vol. 374. – P. 607–616.
8. Boundary lubrication under water / [W. H. Briscoe, S. Titmuss, F. Tiberg et al.] // Nature. - 2006. – Vol. 444, № 7116. – P. 191–194.
9. The nonlinear nature of friction / [M. Urbakh, J. Klafter, D. Gourdon, J. N. Israelachvili] // Nature. – 2004. – Vol. 430. – P. 525 – 528.

10. Popov V. L. A Theory of the transition from static to kinetic friction in boundary lubrication layers / V. L. Popov // *Solid State Commun.* – 2000. – Vol. 115. – P. 369–373.
11. Попов В. Л. Термодинамика и кинетика плавления сдвигом тонкого слоя смазки, заключенного между твердыми телами / В. Л. Попов // *Журнал технической физики.* – 2001. – Т. 71, № 5. – С. 100–110.
12. Filippov A. E. Friction through dynamical formation and rupture of molecular bonds / A. E. Filippov, J. Klafter, M. Urbakh // *Physical Review Letters.* – 2004. – Vol. 92, № 13. – P. 135503 (4).
13. Tartaglino U. Role of surface roughness in superlubricity / U. Tartaglino, V. N. Samoilov, B. N. J. Persson // *Journal of Physics: Condensed Matter.* – 2006. – Vol. 18, № 17. – P. 4143–4160.
14. Buldum A. Atomic-scale study of dry sliding friction / A. Buldum, S. Ciraci // *Physical Review B.* – 1997. – Vol. 55, № 4. – P. 2606–2611.
15. Klein J. Simple liquids confined to molecularly thin layers. I. Confinement-induced liquid-to-solid phase transitions / J. Klein, E. Kumacheva // *The Journal of Chemical Physics.* – 1998. – Vol. 108, № 16. – P. 6996–7009.
16. *J. Phys.: Conf. Ser.* **89**, 012009 (2007). Molecular dynamics simulations of elasto-hydrodynamic lubrication and boundary lubrication for automotive tribology / [H. Washizu, S. Sanda, S. Hyodo et al.] // *J. Phys. Conf. Ser.* – 2007. – Vol. 89. – P. 12009
17. Braun O. M. Nanotribology: Microscopic mechanisms of friction / O. M. Braun, A. G. Naumovets // *Surface Science Reports.* – 2006. – Vol. 60, № 6–7. – P. 79–158.
18. Ландау Л. Д. Теоретическая физика: Учебное пособие: в т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 2007. – Т. 5: Статистическая физика. Изд. 2. – 1964. – 568 с.
19. In: physics of sliding friction / [G. Reiter, A. L. Demirel, J. Peanasky et al.]; Eds. B. N. J. Persson, E. Tosatti. – Dordrecht: Kluwer, 1995. – P. 119–138.

20. Bock H. Thermomechanical properties of confined fluids exposed to a shear strain / H. Bock, M. Schoen // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 2000. – Vol. 12. – P. 1545–1568.
21. Schoen M. Rheological properties of coned thin films / M. Schoen, S. Hess, D. Diestler // *Phys. Rev. E*. – 1995. – Vol. E52. – P. 2587.
22. Landau theory for stress-induced order-disorder transitions in phase change materials / [M. Thielen, R. A. Nistor, D. Shakhvorostov et al.] // *Physical Review B*. – 2014. – Vol. 89, № 5. – P. 054101 (10 pp.).
23. Lyashenko I. A. Effect of the temperature dependence of the viscosity of pseudoplastic lubricants on the boundary friction regime / I. A. Lyashenko // *Technical Physics*. – 2013. – Vol. 58, № 7. – P. 1016–1024. (Ляшенко Я. А. Влияние температурной зависимости вязкости псевдопластических смазок на режим граничного трения / Я. А. Ляшенко // *Журнал технической физики*. – 2013. – Т. 83, № 7. – С. 87–95.)
24. Lyashenko I. A. Stick-slip regime of melting of boundary lubrication taking into account spatial inhomogeneity / I. A. Lyashenko // *Technical Physics*. – 2014. – Vol. 59, № 7. – P. 945–950. (Ляшенко Я. А. Прерывистый режим плавления граничной смазки с учетом пространственной неоднородности / Я. А. Ляшенко // *Журнал технической физики*. – 2014. – Т. 84, № 7. – С. 1–7.)
25. V. L. Popov and M. Heß, *Method of dimensionality reduction in contact mechanics and friction* (Springer Verlag, Berlin, 2015).
26. Bock H. Shear-induced phase transitions in fluids confined between chemically decorated substrates / H. Bock, M. Schoen // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 2000. – Vol. 12. – P. 1569–1594.
27. Onuki A. Phase transitions of fluids in shear flow / A. Onuki // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 1997. – Vol. 9, № 29. – P. 6119–6157.
28. Pluis B. Surface-induced melting and freezing II. A semiempirical Landau-type model / B. Pluis, D. Frenkel, J. F. Van der Veen // *Surf. Sci*. – 1990. – Vol. 239. – P. 282–300.

29. Tartaglino U. Strain effects at solid surfaces near the melting point / U. Tartaglino, E. Tosatti // *Surf. Sci.* – 2003. Vol. 532–535. – P. 623.
30. Lyashenko I. A. Thermodynamics and kinetics of boundary friction / I. A. Lyashenko, A. V. Khomenko, L. S. Metlov // *Tribology International.* – 2011. – Vol. 44, № 4. – P. 476–482.
31. Lemaître A. Boundary lubrication with a glassy interface / A. Lemaître, J. Carlson // *Physical Review E.* – 2004. – Vol. 69, № 6. – P. 061611 (18 pp.).
32. Эффект памяти формы и сверхэластичность сплавов никелида титана, имплантированных высокими дозами ионов / [А. Д. Погребняк, С. Н. Братушка, В. М. Береснев, N. Levintant-Zayonts] // *Успехи химии.* – 2013. – Т. 82, № 12. – С. 1135–1159.
33. Levitas V. I. Virtual Melting As a New Mechanism of Stress Relaxation under High Strain Rate Loading / V. I. Levitas, R. Ravelo // *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* – 2012. – Vol. 109. – P. 13204–13207.
34. Levitas V. I. Size and mechanics effects in surface-induced melting of nanoparticles / V. I. Levitas, K. Samani // *Nature Commun.* – 2011. Vol. 2. – P. 284 (6).
35. Levitas V. I. Virtual Melting as a New Mechanism of Stress Relaxation Under High Strain Rate Loading / V. I. Levitas and K. Samani // *Physical Review B.* – 2011. Vol. 84. – P. 140103 (4).
36. Hwang Y. S. In situ imaging of ultra-fast loss of nanostructure in nanoparticle aggregates / Y. S. Hwang, V. I. Levitas // *Appl. Phys. Lett.* – 2014. Vol. 104. – P. 263106.
37. Ландау Л. Д. Об аномальном поглощении звука вблизи точек фазового перехода второго рода / Л. Д. Ландау, И. М. Халатников // *Доклады Академии наук СССР.* – 1954. – Т. 96, № 3–4. – С. 469–472.
38. H. Haken, *Information and Self-Organization. A Macroscopic Approach to Complex Systems. Second Enlarged Edition* (Berlin: Springer-Verlag, 2000).

39. H. P. William, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling, *Numerical recipes in C: the art of scientific computing, 2nd ed.* (New York: Cambridge University Press, 1992).
40. G. E. P. Box. A note on the generation of random normal deviates / G. E. P. Box, M. E. Muller // *The Annals of Mathematical Statistics*. – 1958. – Vol. 29, № 2. – P. 610–611.
41. J. M. Carlson. Constitutive relation for the friction between lubricated surfaces / J. M. Carlson, A. A. Batista // *Physical Review E*. – 1996. – Vol. 53, № 4. – P. 4153–4165.
42. E. Bayart. Slippery but tough the rapid fracture of lubricated frictional interfaces / E. Bayart, I. Svetlizky, J. Fineberg // *Physical Review Letters*. – 2016. – Vol. 116, № 19. – P. 194301.
43. Phase field modeling of solidification under stress / [J. Slutsker, K. Thornton, A. L. Roytburd et al.] // *Phys. Rev. B*. – 2006. – Vol. 74. – P. 014103.
44. J. J. Hoyt, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 045702 (2006).
45. A. Umantsev. Thermodynamic stability of phases and transition kinetics under adiabatic conditions / A. Umantsev // *J. Chem. Phys.* – 1992. – Vol. 96, P. 605–617.
46. Thermodynamically consistent phase-field models for solidification / [S.-L. Wang, R. F. Sekerka, A. A. Wheeler et al.] // *Phys. D*. – 1993. – Vol. 69. – P. 189–200.
47. R. G. Harrison, *IEEE Transactions on Magnetics* **45**, 1922–1939 (2009).
48. See Supplemental Material at [...] for movies illustrating the influence of the damping coefficient on the dynamics of shear melting and solidification.
49. Effect of stress nonhomogeneity on the shear melting of a thin boundary lubrication layer / [I. A. Lyashenko, A. E. Filippov, M. Popov, V. L. Popov] // *Physical Review E*. – 2016. – Vol. 94, № 5. – P. 053002.
50. I. Svetlizky. Classical shear cracks drive the onset of dry frictional motion / I. Svetlizky, J. Fineberg // *Nature*. 2014. – Vol. 509. – P. 205–208.