

## Міжбанківські позики та дворівнева банківська система

У статті створено макет ринку міжбанківських операцій з великою кількістю місцевих банків. У зв'язку з дорогим міжбанківським кредитуванням окремі місцеві банки віддають перевагу надмірному інвестуванню в ліквідні резерви, тому банківська система характеризується їх сукупним надлишком, який використовується банками другого рівня (кореспондентськими банками), що інвестують у більш продуктивні та менш ліквідні активи. Однак, у зв'язку з міжбанківськими відносинами та зниженою сукупною ліквідністю, дворівнева банківська система більшою мірою схильна до панічних дій. Тому для підтримки її стабільності втручання уряду може бути доречним.

**Ключові слова:** міжбанківське кредитування, дворівнева банківська система, надлишок ліквідності.

### Вступ

Історично склалося так, що американські банки були обмежені тією чи іншою формою розгалуження як всередині штатів, так і між ними<sup>1</sup>. Такі обмеження стали причиною створення банківської системи, яка складається з великої кількості локальних банків (банки першого рівня), що співіснують з невеликою кількістю національних банківських установ (банки другого рівня, кореспондентські банки). Сьогодні цей досвід змушує нас усвідомити, що така дворівнева банківська система могла вплинути на розміщення кредитів окремими банками та на їх фінансову стабільність. Останнє питання є особливо важливим, оскільки банківська система США залежить від періодичних панічних банківських операцій перед початком затвердження Федерального закону про страхування депозитів у 1930-х роках<sup>2</sup>. Крім того, його аналіз може мати значення для світової банківської системи, де окремі країни встановлюють для іноземних банків бар'єри входу на свої внутрішні ринки. Однак такі бар'єри можуть дати поштовх надлишку глобальної ліквідності, яка здатна мотивувати ріст світових банків-кореспондентів. З метою аналізу цих важливих питань була створена економічна модель, яка початково складається з великої кількості незалежних локальних безфілійних банків. До тих пір, поки існує міжбанківський ринок, який функціонує належним чином та має незначні чисті витрати, система безфілійних банків та базовані на ній обмеження стосовно розгалуження, не матимуть жодного впливу на розміщення кредитів окремими банками. Це є важливим навіть за наявності асиметричної інформації про інвестиційні можливості окремих банків та про їхні потреби в ліквідності. Проте

розміщення банківських кредитів може зазнати суттєвого впливу, якщо міжбанківські позики, надані безфілійними банками, супроводжуватимуться значними втратами, наприклад, внаслідок моніторингу міжбанківських кредитних установ. В цьому середовищі банки повинні в індивідуальному порядку збільшувати власні ліквідні резерви, а безфілійна банківська система як така накопичуватиме надлишок подібних резервів. У зв'язку з високим рівнем міжбанківської залежності та зменшенням сумарних ліквідних резервів дворівнева банківська система характеризується як та, що більшою мірою схильна до "банківської паніки". У багатьох роботах вивчалися питання панічного вилучення банківських вкладів та стабільності банківських систем (Браянт, 1980; Даймонд та Дібвіг, 1983; Джеклін та Бхаттачарія, 1988; Сміт, 1991). Проте слід зауважити, що відносно мала кількість цих досліджень зосереджена безпосередньо на ролі міжбанківських ринків<sup>3</sup>. Вивчаючи питання розподілу ризику між банками, Бхаттачарія та Гейл (1987) довели, що конкурентний міжбанківський ринок не може досягти найбільш ефективного розміщення у зв'язку зі схильністю окремих банків до зменшення ліквідних резервів. Центральний банк, який забезпечує обмежене міжбанківське кредитування, виявив себе здатним збільшувати кошти шляхом накладання нормативних резервних вимог, що пом'якшують проблему недостатнього обсягу резервів. Натомість, наш аналіз не залежить від розгляду розподілу ризику. Цього потребує міжбанківське кредитування, яке є результатом невизначених потреб у кредиті, що змушує окремі банки робити надмірні інвестиції в ліквідні резерви.

### 1. Створення моделі

Розглянемо модель економічної системи з трьома датами,  $t = 0; 1; 2$ , або двома часовими пері-

© Джианпінг Куї, 2008.

<sup>1</sup> Міжштатні обмеження стосовно розгалуження (форми) були внутрішньо зруйновані з прийняттям Закону про банківську діяльність між штатами та ефективність розгалуження у 1994 році.

<sup>2</sup> Див. Фрідман та Шварц (1963) для вичерпного вивчення історії банківської системи США.

<sup>3</sup> Винятками є, наприклад, Бхаттачарія та Гейл (1987), Чарі (1989), Сміт (1991), Аллен та Гейл (2000).

одами – між  $t = 0$  та 1 та між  $t = 1$  та 2, та багатьма однаковими місцевими банками (безфілійні банки). Безфілійний банк (операції якого проводяться в центральному офісі) є малим за розміром та проводить операції з місцевими жителями. При  $t = 0$  банк отримує загальні депозити на суму, рівну об'єму монопольних товарів широкого вжитку однієї одиниці економіки, і нічого не отримує в будь-яку іншу дату. Економіка є "індиферентною до ризику", і оскільки розподіл ризику не є головним предметом нашого аналізу, всі депозити приватних осіб "достигнуть" за умови  $t = 2$ . Ми також припускаємо, що банк максимізує добробут своїх вкладників, оскільки мусить забезпечити їх найкращими можливими угодами.

В економіці є дві загальнодоступні технології інвестування. Перша – ліквідна технологія, за якою одиниці буде виплачено за кожну інвестовану в неї одиницю протягом одного періоду. Друга – неліквідна технологія, згідно з якою виплачуватиметься  $rq > 1$  одиниць за кожну одиницю, інвестовану в неї протягом двох періодів. З неліквідних активів буде виплачено лише  $ru \in (0; 1)$ , якщо вони перервані в одному періоді.

Банк також має доступ до технології, яка не є загальнодоступною в його середовищі. Ми пропонуємо цю приватну технологію, щоб охопити максимально можливі витрати, пов'язані з обмеженнями ліквідності окремого банку, які здатні змусити його припинити крупні капіталовкладення. Зокрема, вигода від застосування приватної технології є наступною. Для кожної одиниці банк здійснює інвестиції у власну (індивідуальну) технологію при  $t = 0$ , його пропорція  $\theta \in (0; 1)$  виявиться достатньою при  $t = 1$ , решта ж,  $1 - \theta$ , буде недостатньою.

Виплата достатньої частки залежатиме від того, чи збільшить банк свої інвестиції при  $t = 1$ . Збільшення однієї одиницею інвестування вимагатиме додаткового  $\phi > 0$  капіталовкладення при  $t = 1$ , а доход на одну одиницю збільшеного інвестування становитиме  $rp > rq$  при  $t = 2$ . Отже, враховуючи це збільшення, доход при  $t = 2$  від  $1 + \phi$  загального значного інвестування становитиме  $(1 + \phi)rp$ . Якщо будь-яка частина крупного капіталовкладення не збільшується при  $t = 1$ , ця частина також виявиться недостатньою. Доход від значного інвестування дорівнюватиме нулю.

Для окремого банку частка  $\theta$  є випадковою змінною. Проте загальна реалізація  $\theta$  всіма  $n$  банками не є стохастичною. Зокрема, якщо  $\theta_i$

реалізується банком  $\theta$ , то  $\sum_{i=1}^n \theta_i = n\bar{\theta}$ , де  $\bar{\theta}$  – середнє значення випадкової змінної  $\theta$ . Хоча припущення стосовно загального результату здається обмеженим, воно, однак, не вирішує проблему. Незважаючи на загальну визначеність, результати вказують на те, що окремі банки схильні продовжувати надмірне інвестування в ліквідну технологію. Ми також припускаємо, що інформація про інвестиційний портфель банку та його реалізовану  $\theta$ , відома лише даному банку. Не існує ринку для інвестиційних потреб будь-якого банку при  $t = 0$  або  $t = 1$ .

Розглянемо тепер проблему вибору банку, скажімо, банку  $i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Нехай  $S_i \geq 0$ ,  $Q_i \geq 0$  та  $P_i \geq 0$  позначають інвестиції банку в ліквідну, неліквідну та приватну технології відповідно при  $t = 0$ . На основі вивчення власної реалізованої  $\theta_i$  при  $t = 1$  банк  $i$  прийме рішення стосовно збільшення частки,  $\alpha_i \in [0, \theta_i]$ , своїх значних інвестицій та стосовно виплати частки  $U_i \in [0, Q_i]$  власних неліквідних активів. Загалом, дострокове погашення неліквідних активів може бути бажаним через можливу високу ціну міжбанківського кредитування. Тому банк  $i$  може бути чистим позичальником або чистим позикодавцем. Нехай  $B_i \in (-\infty, \infty)$  позначає фактичні кредити банку на міжбанківському ринку при  $t = 1$ , а  $\gamma$  – необхідний результат при  $t = 2$  на одиницю, яка позичає. Очевидно, що міжбанківські кредити повинні в рівновазі мати  $\gamma \geq 1$ . Таким чином, необхідна чиста виплата міжбанківського кредиту банком  $i$  –  $B_i$  при  $t = 2$ , який є негативним, якщо банк – чистий кредитор. З чистою позиченою сумою,  $B_i$ , банк  $i$  може зазнати додаткових витрат при  $t = 2$ , що позначаються як  $m(B_i)$ .

Сформулюємо проблему вибору банку  $i$  при  $t = 1$ , прийняту як початковий інвестиційний вибір банку. Враховуючи  $\gamma$ ,  $P_i$ ,  $Q_i$ ,  $S_i$  та реалізовану  $\theta_i$ , банк  $i$  обере  $\alpha_i$ ,  $U_i$  та  $B_i$ , щоб вирішити наступну проблему (2.1) при  $t = 1$ :

$$\text{Макс. } \alpha_i(1 + \phi)P_i r_p + (Q_i - U_i)r_q - B_i\gamma - m(B_i). \quad (1)$$

$$\text{Таким чином, } \alpha_i \phi P_i \leq S_i + U_i r_u + B_i, \quad (2)$$

$$0 \leq \alpha_i \leq \theta_i, \quad (3)$$

$$0 \leq U_i \leq Q_i. \quad (4)$$

У проблемі (2.1) вираз (1) – тимчасова платіжна функція банку  $i$ , умова (2) є його тимчасовим обмеженням на кількість ресурсів, а умови (3) та (4) обмежують  $\alpha_i$  та  $U_i$  в межах області допустимих рішень.

При  $t = 0$ , з урахуванням оптимальних виборів  $\alpha_i$ ,  $U_i$  та  $B_i$  з проблеми (2.1), банк  $i$  обирає  $P_i$ ,  $Q_i$  та  $S_i$ , щоб вирішити наступну проблему (2.2):

$$\text{Макс. } E[\alpha_i(1+\phi)Pr_p + (Q_i - U_i)r_q - B_i\gamma - m(B_i)] \quad (5)$$

$$\text{Таким чином, що } P_i + Q_i + S_i \leq 1, \quad (6)$$

$$P_i, Q_i, S_i \geq 0. \quad (7)$$

Вираз (5) – очікувана платіжна функція банку  $i$ , умова (6) – його початкове обмеження на кількість ресурсів, умова ж (7) не потребує пояснень.

**Визначення 1.** Рівновага (раціональні очікування) міжбанківського ринку – це сукупність  $\gamma \geq 0$ ,  $P_i \geq 0$ ,  $Q_i \geq 0$ ,  $S_i \geq 0$ ,  $\alpha_i \in [0, \theta_i]$ ,  $U_i \in [0, Q_i]$  та  $B_i \in (-\infty, \infty)$  для всіх  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , таким чином, що:

- 1) враховуючи  $\gamma$ ,  $P_i$ ,  $Q_i$ ,  $S_i$  та  $\theta_i$ , банк  $i$  обирає  $\alpha_i$ ,  $U_i$  та  $B_i$ , щоб вирішити проблему (2.1);
- 2) враховуючи  $\gamma$  та оптимальні  $\alpha_i$ ,  $U_i$  та  $B_i$ , вилучені з проблеми (2.1), банк  $i$  обирає  $P_i$ ,  $Q_i$  та  $S_i$ , щоб вирішити проблему (2.2);
- 3) міжбанківський ринок вирівнюється (стає прозорим) при  $t = 1$  або  $\sum_{i=1}^n B_i = 0$ .

Перший випадок, який представляє певний інтерес, є базовим критерієм з недорогим міжбанківським кредитуванням, тобто  $m(B_i) = 0$ . У цій ситуації отримуємо наступний результат.

**Пропозиція 1.** Фіксована  $m(B_i) = 0$ . Для достатньо великого  $r_p$  унікальна рівновага міжбанківського ринку має місце для всіх  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,

$$\gamma = \bar{\theta}(1+\phi)r_p / (1+\bar{\theta}\phi),$$

$$P_i = 1 / (1+\bar{\theta}\phi),$$

$$Q_i = 0,$$

$$S_i = \bar{\theta}\phi / (1+\bar{\theta}\phi),$$

$$\alpha_i = \theta_i,$$

$$U_i = Q_i,$$

$$B_i = \theta_i\phi P_i - S_i.$$

З пропозиції 1 бачимо, що за умови злагодженого міжбанківського кредитування окремі банки інвестують лише в ліквідні технології, і немає інвестицій у загальнодоступну неліквідну технологію. Це пов'язане з тим, що приватна технологія є продуктивнішою за неліквідну, яка забезпечує необхідні ліквідні кошти для тимчасового збільшення приватної технології, що виявляється ефективною.

Далі, враховуючи власну реалізовану  $\theta_i$ , банк  $i$  прийме рішення збільшувати всі крупні капіталовкладення, чому сприяють позики чи кредитування на міжбанківському ринку, що залежить від його чистої ліквідності. У рівновазі  $\sum_{i=1}^n S_i = \sum_{i=1}^n \theta_i\phi P_i = n\bar{\theta}\phi P_i$ . Тобто ліквідні капіталовкладення кожного банку дорівнюють його очікуваним потребам у ліквідності, тобто  $S_i = \bar{\theta}\phi P_i$ . Надлишку загальної ліквідності немає. Дійсно, на основі реалізації  $\theta_i$  тимчасові потреби у ліквідності банку  $i$  становлять  $\theta_i\phi P_i$ . Якщо  $\theta_i\phi P_i > S_i$ , тобто  $\theta_i > \bar{\theta}$ , банк є чистим позичальником міжбанківського капіталу, але якщо  $\theta_i < \bar{\theta}$ , він є чистим позикодавцем.

Рівновага заощаджень та інвестицій, охарактеризована в пропозиції 1, ідентична рівновазі першого найкращого інвестування. Перші найкращі інвестиції досягаються, коли цей вибір максимізує сумарний дохід усієї банківської системи за умови обмежень на загальні ресурси при  $t = 0$  та  $t = 1$ . Позаяк усі банки є ідентичними і не існує загальної невизначеності, проблема першої кращої максимізації є подібною до проблеми плануючого органу, який максимізує очікуваний результат уповноваженого банку за умови обумовлених накопичених обмежень на його початковій та тимчасовій інвестиції. Згідно з попередньою заявою, нехай  $S$ ,  $Q$  та  $P$  позначають інвестиції, при  $t = 0$ , представницького банку в ліквідні, неліквідні та приватні технології, а  $\alpha$  – частку крупних інвестицій, які банк планує збільшити при  $t = 1$ . Банк не повинен здійснювати ліквідацію будь-яких інвестицій заздалегідь. Таким чином, планувальник просто обирає  $\alpha$ ,  $P$ ,  $Q$  та  $S$ , щоб вирішити наступну першу-найкращу проблему (2.3):

$$\text{Макс. } \alpha(1+\phi)Pr_p + Qr_q, \quad (8)$$

$$\text{Таким чином, що } P + Q + S \leq 1, \quad (9)$$

$$\alpha\phi P \leq S, \tag{10}$$

$$0 \leq \alpha \leq \bar{\theta}, \tag{11}$$

$$P, Q, S \geq 0. \tag{12}$$

Проблема (2.3) об'єднує проблеми (2.1) та (2.2). Цільова функція (критерій вибору) (8) є подібною до попередніх, (1) та (5), за винятком того, що  $U_i = 0$ , а планувальник не зацікавлений у процентних виплатах. Умови (9) і (10) – це обмеження на ресурси планувальника при  $t = 0$  та  $t = 1$  відповідно. Умови (11) та (12) обмежують змінні вибору в межах області допустимих рішень.

**Пропозиція 2.** Перші-найкращі інвестиції  $\alpha$ ,  $P$ ,  $Q$  та  $S$  є ідентичними до рівноваги заощаджень та інвестицій  $\alpha_i$ ,  $P_i$ ,  $Q_i$  та  $S_i$ , що у пропозиції 1.

Пропозиція 2 показує, що навіть якщо інформація про інвестиції окремого банку та його потреби в ліквідності є виключно приватною, рівновага міжбанківського ринку уможливить перше-найкраще інвестування. Тобто, без дорогого міжбанківського кредитування інвестиції банку могли б не зазнати впливу на системи безфідійних банків і, власне кажучи, будь-які обмеження на розгалуження не були б важливими. Проте, якщо міжбанківське кредитування є дорогим, рівновага міжбанківського ринку буде зовсім іншою.

## 2. Дороге міжбанківське кредитування

Припустимо, що є витрати, пов'язані з міжбанківськими кредитами. Їх можна віднести, наприклад, до вироблення інформації та контролю за витратами з боку кредиторів на міжбанківському ринку. Стандартний моральний ризик змусив би кредиторів міжнародного банку проводити контроль, який дорого коштує, за позичальниками, щоб попередити неправильне використання позик міжнародного банку<sup>1</sup>. Примітки, використані в цьому розділі, подібні до тих, що використовувались раніше. Зокрема, якщо сума міжбанківського кредитування, здійсненого банком  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , – це  $B_i$ , витрати по позиках тепер набувають вигляду

$$m(B_i) = \begin{cases} kB_i^2/2 & \text{якщо } B_i \geq 0, \\ 0 & \text{якщо } B_i < 0. \end{cases} \tag{13}$$

Параметр  $k > 0$  оцінює вартість цієї позики. На відміну від процентної виплати на міжбанківську позику з очікуваною чистою вартістю 0, витрата по позиках  $m(B_i)$  є асиметричною та “чистою” для банківської системи. Якщо позичальник зазнає таких витрат, кредитор не має від цього вигоди<sup>2</sup>. Уточнюємо наступний імовірнісний розподіл  $\theta_i$ : для всіх  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,

$$\theta_i = \begin{cases} 0 & \text{з вірогідністю } 1/2, \\ \bar{\theta} & \text{з вірогідністю } 1/2, \end{cases} \tag{14}$$

з  $\theta_h \in (0, 1)$  та  $\bar{\theta} = \theta_h/2$ . Припускаємо, що  $n$  – це парне число та половина всіх банків, тобто  $n/2$  банків реалізують  $\theta_h$ .

Беручи до уваги  $m(B_i)$ , як вказано в рівняннях (13) та (14), можна знайти вирішення проблем (2.1) і (2.2). Критичне значення параметра  $k$  визначається наступним чином:

$$k^*(\gamma) = \frac{(2 + \theta_h\phi)(\theta_h(1 + \phi)r_p - (2 + \theta_h\phi)\gamma)}{\theta_h\phi(1 + \theta_h\phi)}.$$

**Пропозиція 3.** Визначимо, що  $\gamma > 0$ . Тоді для достатньо великого  $r_p$  та у випадку, якщо  $k > k^*(\gamma)$ , вирішення проблем (2.1) та (2.2) мають наступний вигляд:

$$P_i = \frac{1}{1 + \theta_h\phi} + \frac{\theta_h(1 + \phi)r_p - (2 + \theta_h\phi)\gamma}{k(1 + \theta_h\phi)^2},$$

$$Q_i = 0,$$

$$S_i = \frac{\theta_h\phi}{1 + \theta_h\phi} - \frac{\theta_h(1 + \phi)r_p - (2 + \theta_h\phi)\gamma}{k(1 + \theta_h\phi)^2},$$

$$\alpha_i = \theta_i,$$

$$U_i = \begin{cases} 0, & \text{якщо } \theta_i = 0 \text{ та } r_p \gamma \leq r_q, \\ \theta_i & \text{у протилежному випадку.} \end{cases}$$

$$B_i = \theta_i\phi P_i - S_i = \frac{\theta_h(1 + \phi)r_p - (2 + \theta_h\phi)\gamma}{k(1 + \theta_h\phi)}.$$

З пропозиції 3 бачимо, що окремі банки знову зроблять вибір на користь інвестицій у приватну та ліквідну технології. Обмеження  $k > k^*(\gamma)$  є важливим у даному випадку. Це доводить, що рівновага міжбанківського ринку завершиться надмірним інвестуванням у ліквідну технологію.

<sup>1</sup> Подібні витрати можна інтерпретувати як нематеріальна (пефінапсова) неспридатність, накладена на позичальників у зв'язку з постійним моніторингом кредитора.

<sup>2</sup> Якісні результати могли б залишитись незмінними з іншими функціями витрат, поки вони допускають спред (розходження), який дорого коштує, між позичанням та кредитуванням, а  $m(\cdot)$  є випуклим (конвексним).

**Пропозиція 4.** Для достатньо великого  $rp$  та в разі, якщо  $k > k^*(1)$ , унікальна рівновага міжбанківського ринку є поєднанням  $\gamma = 1$  та  $P_i, Q_i, S_i, \alpha_i, U_i$  та  $B_i$  для всіх  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , як представлено у пропозиції 3 з  $\gamma = 1$ .

Пропозиція 4 показує, що з дорогим міжбанківським кредитуванням рівновага заощаджень та інвестицій, здійснюваних банками, значно відрізняється від першого-найкращого інвестування. Тепер рівновага міжбанківського ринку веде до надмірного інвестування окремими банками в ліквідну технологію та до надлишку загальної ліквідності в банківську систему загалом. Зазначимо, що відмінність між загальними інвестиціями в ліквідну технологію та потребами у тимчасових ліквідних коштах з метою збільшення інвестування є:

$$\sum_{i=1}^n S_i - \sum_{i=1}^n \theta_i \phi P_i = n \left( S_i - \frac{1}{2} \theta_i \phi P_i \right) > 0$$

$$= \frac{n}{2(1 + \theta_h \phi)} \left( \theta_h \phi - \frac{(2 + \theta_h \phi)(\theta_h(1 + \phi)r_p - (2 + \theta_h \phi))}{k(1 + \theta_h \phi)} \right) > 0$$

де остання нерівність слідує з  $k > k^*(1)$ .

Позаяк вартість  $k$  міжбанківського кредитування зростає, вартість банку-позичальника також збільшується, але немає відповідного росту для банку-позикодавця. Ця проблема ускладнюється збільшенням потреб банку в тимчасових позиках з його початковим інвестуванням  $P_i$  у власну приватну технологію.

Отже, для великого  $k$  окремі банки збільшують свої ліквідні інвестиції і, як наслідок, банківська система накопичує надлишкові ліквідні кошти. Надлишок рівноваги ліквідності,  $n(S_i - \theta_h \phi P_i / 2)$ , монотонно зростає при  $k$ , оскільки  $P_i$  зменшується при  $k$ , тоді як  $S_i$  зростає. Міжбанківська рівновага є унікальною, тому що доход від міжбанківської позики повинен становити  $\gamma = 1$ . Якщо  $\gamma < 1$ , ніхто б не хотів надавати позику, але при  $\gamma > 1$  може існує вірогідність надмірної пропозиції ліквідних коштів через надлишок ліквідності.

### 3. Дворівнева банківська система

Дороге міжбанківське кредитування стало результатом надлишку ліквідних резервів системи безфілійних банків. Проаналізуємо появу банків другого рівня, які використовують надлишкові кошти.

Як і раніше, нехай  $S_i, Q_i$  та  $P_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , позначають, відповідно, інвестиції банку  $i$  в ліквідну, неліквідну та приватну технології при  $t = 0$ . Одиночний банк тепер може вкладати свої ліквідні кошти в банки другого рівня, а не інвестувати їх безпосередньо в ліквідну технологію. Отже, тепер  $S_i$  посилається на суму міжбанківських депозитів банку  $i$  при  $t = 0$ . Оскільки тимчасові потреби у ліквідності безфілійного банку є лише приватною справою, міжбанківські депозити мають форму депозитів до запитання (як у Даймонд та Дібвіг, 1983). Якщо банк  $i$  реалізує  $\theta_i = \theta_h$  при  $t = 1$ , він спершу має забрати свій міжбанківський депозит  $S_i$ , щоб збільшити свої крупні інвестування, бо, на відміну від міжбанківського кредитування, вилучення депозитів не супроводжуються витратами на обслуговування кредитів. Якщо вилучення є неефективним для забезпечення потреб у ліквідності, банк  $i$  позичатиме додаткові кошти у банку другого рівня. Нехай  $\alpha_i$  – частка крупних інвестицій, які банк  $i$  підвищує, а  $B_i$  – чисте міжбанківське кредитування при  $t = 1$  з тими самими витратами, пов'язаними з міжбанківським кредитуванням  $m(B_i)$ . Також, нехай  $\gamma \geq 0$  – необхідний доход від міжбанківських кредитів, продовжених банком другого рівня. Як і раніше, всі виплати здійснюються при  $t = 2$ , за винятком того, що міжбанківські депозити можуть бути вилучені за номінальною вартістю при  $t = 1$ .

Для одиночного (безфілійного) банку  $i, i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , його проблеми вибору інвестицій є ідентичними до проблем (2.1) та (2.2). Тобто, з урахуванням  $\gamma, P_i, Q_i, S_i$  та реалізованої  $\theta_i$ , безфілійний банк обирає  $\alpha_i, U_i$  та  $B_i$  при  $t = 1$ , щоб вирішити наступну проблему вибору (4.1):

$$\text{Макс. } \alpha_i(1 + \phi)P_i r_p + (Q_i - U_i)r_q - B_i \gamma - m(B_i),$$

Таким чином, що  $\alpha_i \phi P_i \leq S_i + U_i r_u + B_i$ ,

$$0 \leq \alpha_i \leq \theta_i,$$

$$0 \leq U_i \leq Q_i.$$

З урахуванням оптимальних  $\alpha_i, U_i$  та  $B_i$  з проблеми (4.1) банк  $i$  обирає  $P_i, Q_i$  та  $S_i$ , щоб вирішити наступну проблему вибору (4.2):

$$\text{Макс. } E[\alpha_i(1 + \phi)P_i r_p + (Q_i - U_i)r_q - B_i \gamma - m(B_i)],$$

Таким чином, що  $P_i + Q_i + S_i \leq 1, P_i, Q_i, S_i \geq 0$ .

Розглянемо тепер проблему вибору банку другого рівня. Нехай  $Q_c \geq 0$  позначає інвестиції банку  $i$  у неліквідну технологію при  $t = 0$ , а  $S_c \geq 0$  – його інвестиції в ліквідну технологію. Згідно з конкурентоспроможною дворівневою банківською системою, банк другого рівня максимізує сукупні виплати (сукупну окупність) банківської системи, а всі прибутки від дворівневої банківської системи передаються до безфілійних банків при  $t = 2$ . Тоді банк другого рівня обирає  $\gamma, Q_c$  та  $S_c$ , щоб вирішити наступну проблему (4.3):

$$\text{Макс. } \sum_{i=1}^n (\theta_i(1+\phi)P_i r_p + (Q_i - U_i)r_q - m(B_i)) + Q_c r_q, \quad (15)$$

$$\text{Таким чином, що } Q_c + S_c \leq \sum_{i=1}^n S_i, \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \phi P_i \leq S_c, \quad (17)$$

$$S_c, Q_c, \gamma \geq 0. \quad (18)$$

У проблемі (4.3) вираз (15) характеризує загальний добробут дворівневої банківської системи. Умови (16) та (17) – це первинні ресурси та обмеження на ліквідність банку другого рівня відповідно. Умова (18) обмежує змінні вибору в межах областей допустимих рішень.

**Визначення 2.** Рівновага дворівневої банківської системи – це сукупність  $\gamma \geq 0, Q_c \geq 0, S_c \geq 0, P_i \geq 0, Q_i \geq 0, S_i \geq 0, \alpha_i \in [0, \theta_i], U_i \in [0, Q_i]$  та  $B_i \in (-\infty, \infty)$  для всіх  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , таким чином, що:

- 1) з урахуванням  $\gamma, P_i, Q_i, S_i$  та  $\theta_i$  безфілійний банк  $i$  обирає  $\alpha_i, U_i$  та  $B_i$ , щоб вирішити проблему (4.1);
- 2) з урахуванням  $\gamma$ , оптимальних  $\alpha_i, U_i$  та  $B_i$  з проблеми (4.1) безфілійний банк  $i$  обирає  $P_i, Q_i$  та  $S_i$ , щоб вирішити проблему (4.2);
- 3) банк другого рівня обирає  $\gamma, Q_c$  та  $S_c$ , щоб вирішити проблему (4.3).

Оскільки проблеми (4.1) та (4.2) ідентичні до проблем (2.1) та (2.2), результат Пропозиції 3 є доцільним. Охарактеризуємо тепер рівновагу дворівневої банківської системи.

**Пропозиція 5.** При достатньо великому  $rp$  та  $k > k(rq)$  унікальна рівновага дворівневої банківської системи для всіх  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  виглядає наступним чином:

$$\gamma = r_q,$$

$$P_i = \frac{1}{1 + \theta_h \phi} + \frac{\theta_h(1 + \phi)r_p - (2 + \theta_h \phi)r_q}{k(1 + \theta_h \phi)^2},$$

$$Q_i = 0,$$

$$S_i = \frac{\theta_h \phi}{1 + \theta_h \phi} - \frac{\theta_h(1 + \phi)r_p - (2 + \theta_h \phi)r_q}{k(1 + \theta_h \phi)^2},$$

$$\alpha_i = \theta_i,$$

$$U_i = \begin{cases} Q_i & \text{if } \theta_i = \theta_h, \\ 0 & \text{if } \theta_i = 0. \end{cases}$$

$$B_i = \theta_i \phi P_i - S_i,$$

$$Q_c = n \left( S_i - \frac{1}{2} \theta_h \phi P_i \right),$$

$$S_c = \frac{n}{2} \theta_h \phi P_i.$$

Цікаво зауважити, що рівновага дворівневої банківської системи виглядає наступним чином:  $\gamma = r_q$ . Це пов'язане з тим, що мінімально можливі витрати для банку другого рівня – це інвестиції у неліквідність, а не у ліквідність (неліквідні, а не ліквідні активи). Як результат, кожна інвестиція банку  $i$  при дворівневій банківській системі відрізняється від тієї, що здійснюється в умовах системи безфілійних банків. Важливим є те, що дворівнева банківська система сприяє покращенню загального добробуту, тому що рівновага системи безфілійних банків є можливою в умовах дворівневої банківської системи, але вона не обирається. Банк другого рівня покращує економічну ефективність шляхом використання надлишку ліквідності, накопиченого безфілійним банком для реалізації більш продуктивних та менш ліквідних інвестицій. Дійсно, надлишок ліквідності,  $n(S_i - \theta_h \phi P_i / 2)$ , повною мірою використовується банком другого рівня для інвестицій у неліквідну технологію з  $Q_c = n(S_i - \theta_h \phi P_i / 2)$ , а дворівнева банківська система в цілому вже не демонструє надлишку ліквідності. Хоча необхідний прибуток від міжбанківських кредитів є  $\gamma = r_q > 1$ , окремі безфілійні банки є кращими у використанні банків другого рівня. Це тому, що конкурентоспроможна дворівнева банківська система гарантує безфілійним банкам отримання переваг в результаті ефективної діяльності максимальної кількості.

#### 4. Стабільність дворівневої банківської системи

Незважаючи на те, що дворівнева банківська система покращує економічну ефективність, вона є більш вразливою по відношенню до панічних рухів усієї банківської системи через зниження сумарних ліквідних резервів. Дійсно, банк

другого рівня буде змушений передчасно припинити неліквідні інвестування за наявності напливу міжбанківських депозитів. Якщо керівництво певного безфілійного банку, що не має потреб у ліквідності, переконане, що інші банки вилучать свої міжбанківські депозити, найрозумнішим рішенням для цих безфілійних банків буде зробити те саме<sup>1</sup>. Зазначимо, що максимальна сума міжбанківських фондів, доступних для банку другого порядку при  $t = 1$ , наступна:

$$S_c + Q_c r_u = \frac{n}{2} \theta_h \phi l_i^2 + n \left( S_i - \frac{1}{2} \theta_h \phi l_i^2 \right) r_u < n S_i, \quad (19)$$

де  $Q_{сгн}$  – попередня ліквідаційна вартість  $Q_c$ , а остання нерівність слідує з  $r_u < 1$ . Отже, якщо  $r_u$  є малим, а велика кількість банків приймає рішення вилучати кошти, то не буде достатніх коштів, наявних при  $t = 2$ . У випадку таких рухів міжбанківських депозитів безфілійний банк, який не вилучив свої депозити при  $t = 1$ , не отримує нічого при  $t = 2$ . Тому в очікуванні подібних кроків всі безфілійні банки захочуть зробити ранні вилучення, що й, власне, викликає банківську паніку.

Два фактори роблять такі панічні рухи дуже дорогими для банківських операцій другого рівня. По-перше, банк другого рівня змушений ліквідувати свої неліквідні інвестиції передчасно. Ці витрати можуть бути суттєвими, якщо  $r_u$  є малим. По-друге, безфілійні банки-респонденти, які здійснюють крупні інвестиції, можуть зазнати суттєвих витрат. Умова (19) наводить на думку про те, що під час панічних рухів банківської системи багато безфілійних банків будуть нездатними вилучити свої депозити, перш ніж банки другого рівня витратять свої кошти. Якщо ці безфілійні банки є банками з крупними інвестиціями, вони повинні або збільшити рівень своїх міжбанківських позик в інших безфілійних банках, або припинити здійснення деяких крупних капіталовкладень. В обох випадках існують додаткові витрати. Наприклад, з додатковими позиками витрати для безфілійного банку збільшуються на:

$$\frac{1}{2} k \left( (\theta_h \phi l_i^2)^2 - (\theta_h \phi l_i^2 - S_i)^2 \right) > 0.$$

Єдиним способом покращити стабільність дворівневої банківської системи є створення кредитора останньої інстанції – центрального банку. Під час банківської паніки він може продати державні цінні папери, щоб повторно використа-

ти ліквідні фонди, таким чином попереджаючи дорогу ліквідацію активів. Цікавим є те, що система страхування урядових депозитів, яка надає інформацію тільки окремим вкладникам, може не попередити панічних переміщень на міжбанківському ринку. Тому інші форми регулювання, такі як створення центрального банку, можуть бути необхідними в узгодженій банківській системі. У цьому відношенні, з метою гарантії стабільності, всевітньо об'єднана банківська система може вимагати більшої координації серед центральних банків у різних країнах.

## Висновок

У статті створено модель міжбанківського ринку. Доведено, що обмеження на розгалуження не мали б жодного впливу на розміщення банківських кредитів за умови недорогого міжбанківського кредитування. Проте з таким кредитуванням ці обмеження могли б змусити окремі банки робити надмірні інвестиції у ліквідні резерви і, як наслідок, така банківська система мала б надлишок загальних ліквідних коштів. Ця проблема певним чином пом'якшується за допомогою банку другого рівня, банку-кореспондента, який виконує роль філії місцевого банку. У зв'язку зі зменшенням сумарних ліквідних резервів та збільшенням міжбанківського зв'язку дворівнева банківська система є більш вразливою по відношенню до панічних рухів у банківській системі в цілому. Може виникнути необхідність у створенні кредитора останньої інстанції (фінансованого урядом) – центрального банку – щоб зберегти стабільність фінансової системи.

Значення даної моделі, здається, відтворюється з результатами випадкових досліджень, проведених на американських міжбанківських ринках, тобто федеральних ринках капіталу. Американська банківська система складається з великої кількості місцевих банків, які співіснують з набагато меншим числом регіональних чи національних банків-кореспондентів. Міжбанківський об'єм фондів підтримується за рахунок грошових ринків федеральних резервних фондів. Згідно з версією про надлишок ліквідності серед локальних банків, емпіричні дані здебільшого показали, що малі банки є чистими постачальниками ліквідних фондів на міжбанківських ринках одноденних операцій, а великі банки є чистими користувачами таких коштів. Проте є невеликий надлишок ліквідності у банківській системі в цілому, яка включає банки-кореспонденти<sup>2</sup>. Той факт, що федеральний капітал є надлишковим

<sup>1</sup> Див. Браунт (1980), Даймонд та Дібівіг (1983), Джеклін та Бхаттачарія (1988) та Куї (1994).

<sup>2</sup> Див. Бюлетень Федеральної резервної системи, який регулярно публікується Радою директорів Федеральної резервної системи.

порівняно з нормативними вимогами стосовно резервів, не позбавляє законної сили це пояснення, тому що сукупні запаси малих банків постійно перевищують встановлений законом мінімум. Наша модель наводить на думку про те, що міжбанківські депозити мають форму вкладів до запитання через приватні потреби у ліквідності окремих місцевих банків. Очевидно, позичання федеральних коштів відбувається, як правило, у вигляді незабезпечених (негарантованих), тих, що підлягають викупу, та добових позик.

На цій стадії можна було б обговорити причини того, чому міжбанківське кредитування банку другого рівня може бути не таким дорогим, як подібне кредитування, здійснюване серед місцевих банків. Крім ефективної диверсифікації, банк-кореспондент, з урахуванням його розміру, більш імовірно контролюється іншими стейкхолдерами на кшталт власників боргових зобов'язань та урядів.

Є також суттєві занепокоєння стосовно репутації таких банків. Усвідомлення того, що великі банки є "надто великими, щоб збанкрутувати", може бути також корисним.

Модель можна розширити в інших напрямках. Можливо побудувати більш узагальнену модель із залежними від масштабу технологіями. Ринки міжбанківських фондів можуть бути проаналізовані у контексті побудови міжбанківських відносин. Наприклад, відносини між банками-кореспондентами розглянути як спробу банків розвивати довготривалі відносини, що уможливають зниження подальших витрат, пов'язаних з міжбанківським кредитуванням. І нарешті, модель може бути видозмінена з метою аналізу політичних питань стосовно міжбанківського ринку, таких як нормативні резервні вимоги та контроль центрального банку за ставкою (нормою) міжбанківських фондів.

### Список використаних джерел

1. Allen, F., and D. Gale (2000), "Financial Contagion", *Journal of Political Economy*, 108, pp. 1-33.
2. Bhattacharya, S., and D. Gale (1987), "Preference Shocks, Liquidity, and Central Bank Policy", in *New Approaches to Monetary Economics*, (W.A. Barnett and K.J. Singleton, eds.), Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
3. Bryant, J. (1980), "A Model of Reserve, Bank Runs, and Deposit Insurance", *Journal of Banking and Finance*, 4, pp. 335-344.
4. Chari, V. (1989), "Banking without Deposit Insurance or Bank Panics: Lessons from a Model of the U.S. National Banking System", *Quarterly Review*, Summer, pp. 3-19, Federal Reserve Bank of Minneapolis, U.S.A.
5. Choi, B. (1989), "On Structure and Evolution of the Federal Funds Market", Chapter 3, Ph.D. dissertation, Yale University, U.S.A.
6. Diamond, D.W., and P.H. Dybvig (1983), "Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity", *Journal of Political Economy*, 91, pp. 401-419.
7. Friedman, M., and A.J. Schwartz (1963), *A Monetary History of the United States, 1867-1960*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, U.S.A.
8. Goodfriend, M., and W. Whelpley (1986), "Federal Funds: Instrument of Federal Reserve Policy", *Economic Review*, September/October, pp. 3-11, Federal Reserve Bank of Richmond, U.S.A.
9. Jacklin, C.J., and S. Bhattacharya (1988), "Distinguishing Panics and Information-based Bank Runs", *Journal of Political Economy*, 96, pp. 568-592.
10. Postlewaite, A., and X. Vives (1987), "Bank Runs as an Equilibrium Phenomenon", *Journal of Political Economy*, 95, pp. 485-491.
11. Qi, J. (1994), "Bank Liquidity and Stability in an Overlapping Generations Model", *Review of Financial Studies*, 7, pp. 389-417.
12. Smith, B. (1991), "Bank Panics, Suspensions, and Geography: Some Notes on the "Contagion of Fear" in Banking", *Economic Inquiry*, 24, pp. 230-248.
13. Stigum, M. (1990), *The Money Market*, Dow Jones-Irwin, Homewood, Illinois, U.S.A.

Отримано 07.02.2008

Переклад з англ. Серєда Н.М.

### Додаток А

#### А. Доведення пропозиції 1:

Значимо, що  $P_i; S_i > 0$ , а  $\gamma \geq 1$  для достатньо великого  $r_p$ . Розглянемо проблему (2.1) банку  $i$ , враховуючи, що  $m(B_i) = 0$ . Функція Лагранжа є наступна:

$$L = \alpha_i(1+\phi)P_i r_p + (Q_i - U_i)r_q - B_i \gamma + \lambda_1(S_i + U_i r_u + B_i - \alpha_i \phi P_i) + \lambda_2(\theta_i - \alpha_i) + \lambda_3 \alpha_i + \lambda_4(Q_i - U_i) + \lambda_5 U_i,$$



де  $\lambda_j$ 's, далі позначатиме відповідні множники Лагранжа. Потім, з урахуванням  $P_i, Q_i, S_i$  та  $\theta_i$  для достатньо великого  $r_p$ , рішення проблеми є  $\alpha_i = \theta_i, U_i = Q_i$  та  $B_i = \theta_i \phi P_i - S_i - Q_i r_u$  з  $\lambda_1 = \gamma > 0, \lambda_3 = \lambda_5 = 0,$

$$\lambda_2 = ((1 + \phi)r_p - \gamma\phi)P_i = \frac{(1 + \phi)P_i r_p}{1 + \bar{\theta}\phi} > 0,$$

$$\lambda_4 = r_u - r_q = \frac{\bar{\theta}(1 + \phi)r_u r_p}{1 + \bar{\theta}\phi} - r_q > 0.$$

Щоб вирішити проблему банку  $i$  (2.2), спершу замінимо оптимальні  $\alpha_i, U_i$  та  $B_i$  в (5). Тоді функція Лагранжа для проблеми (2.2) має наступний вигляд:

$$L = \bar{\theta}(1 + \phi)P_i r_p - (\bar{\theta}\phi P_i - S_i - Q_i r_u)\gamma + \lambda_1(1 - P_i - Q_i - S_i) + \lambda_2 P_i + \lambda_3 Q_i + \lambda_4 S_i.$$

Для достатньо великого  $r_p$  вирішення проблеми має форму  $P_i + S_i = 1, Q_i = 0$  і  $\gamma = \bar{\theta}(1 + \phi)r_p / (1 + \bar{\theta}\phi)$  з  $\lambda_1 = \gamma > 0, \lambda_2 = \lambda_4 = 0,$  а  $\lambda_3 = (1 - r_u)\gamma > 0.$  Нарешті, встановлення ринкової рівноваги наводить на думку про те, що

$$\sum_{i=1}^n B_i = \sum_{i=1}^n (\theta_i \phi P_i - S_i) = n(\bar{\theta} \phi P_i - S_i) = 0.$$

З вирішення умови встановлення ринкової рівноваги та  $P_i + S_i = 1$  одночасно слідує, що  $P_i = (1 + \bar{\theta}\phi)^{-1},$  а  $S_i = \bar{\theta}\phi / (1 + \bar{\theta}\phi).$  Тому для достатньо великого  $r_p$  сукупність  $\gamma, P_i, Q_i, S_i, \alpha_i, U_i$  та  $B_i$  – це унікальна рівновага міжбанківського ринку, що й необхідно було довести.

### Б. Доведення пропозиції 2:

Функція Лагранжа для першої-найкращої проблеми (2.3) наступна:

$$L = \alpha(1 + \phi)Pr_p + Qr_q + \lambda_1(1 - P - Q - S) + \lambda_2(S - \alpha\phi P) + \lambda_3(\bar{\theta} - \alpha) + \lambda_4\alpha + \lambda_5 P + \lambda_6 Q + \lambda_7 S.$$

Для достатньо великого  $r_p$  вирішення проблеми має вигляд:  $P = (1 + \bar{\theta}\phi)^{-1}, Q = 0, S = \bar{\theta}\phi / (1 + \bar{\theta}\phi),$  а  $\alpha = \bar{\theta}$  з  $\lambda_1 = \lambda_2 = \bar{\theta}(1 + \phi)r_p / (1 + \bar{\theta}\phi) > 0, \lambda_3 = \lambda_1 P / \bar{\theta} > 0, \lambda_4 = \lambda_5 = \lambda_7 = 0$  і  $\lambda_6 = \lambda_1 - r_q > 0.$  Тому  $\alpha, P, Q$  та  $S$  є тими самими, що й рівнозначні інвестиції у пропозиції 1, що й треба було довести.

### В. Доведення пропозиції 3:

Зазначимо, що для  $k > k^*(\gamma),$

$$P_i \in \left( \frac{1}{1 + \theta_h \phi}, \frac{2}{2 + \theta_h \phi} \right), \text{ а } S_i \in \left( \frac{\theta_h \phi}{2 + \theta_h \phi}, \frac{\theta_h \phi}{1 + \theta_h \phi} \right).$$

Розглянемо проблему (2.1) банку  $i,$  враховуючи, що  $m(B_i)$  і  $\theta_i$  як у (13) та (14). Тоді функція Лагранжа матиме наступний вигляд:

$$L = \alpha_i(1 + \phi)P_i r_p + (Q_i - U_i)r_q - B_i\gamma - m(B_i) + \lambda_1(S_i + U_i r_u + B_i - \alpha_i \phi P_i) + \lambda_2(\theta_i - \alpha_i) + \lambda_3 \alpha_i + \lambda_4(Q_i - U_i) + \lambda_5 U_i.$$

Якщо  $\theta_i = \theta_h,$  банк  $i$  є чистим позичальником і  $B_i \geq 0;$  тоді  $m(B_i) = kB_i^2 / 2.$  З урахуванням  $\gamma, P_i, Q_i$  та  $S_i$  для достатньо великого  $r_p$  вирішення проблеми має вигляд  $\alpha_i = \theta_h, U_i = Q_i,$  а  $B_i = \theta_h \phi P_i - S_i - Q_i r_u$  з

$$\lambda_1 = \gamma + kB_i = \frac{\theta_h(1 + \phi)r_p - \gamma}{1 + \theta_h \phi} > 0.$$

$$\lambda_2 = ((1 + \phi)r_p - \lambda_1 \phi)P_i = \frac{((1 + \phi)r_p + \phi\gamma)P_i}{1 + \theta_h \phi} > 0,$$

$\lambda_3 = \lambda_5 = 0$ , а  $\lambda_4 = (\gamma + kB_i)r_u - r_q > 0$ . Якщо  $\theta_i = 0$ , банк  $i$  є чистим кредитором і  $B_i < 0$ ; тоді  $m(B_i) = 0$ . Знову ж таки, враховуючи  $\gamma, P_i, Q_i$  і  $S_i$  для достатньо великого  $r_p$  вирішення проблеми має вигляд  $\alpha_i = 0$ ,

$$U_i = \begin{cases} Q_i, & \text{якщо } r_u > r_q, \\ 0, & \text{якщо } r_u \leq r_q, \end{cases}$$

$$I B_i = -S_i - U_i r_u \text{ з } \lambda_1 = \gamma > 0, \lambda_2 = ((1 + \phi)r_p - \gamma\phi)P_i > 0, \lambda_3 = 0,$$

$$\lambda_4 = \begin{cases} r_u - r_q > 0, & \text{якщо } r_u > r_q, \\ 0, & \text{якщо } r_u \leq r_q, \end{cases}$$

$$\lambda_5 = \begin{cases} 0, & \text{якщо } r_u > r_q, \\ r_q - r_u > 0, & \text{якщо } r_u \leq r_q. \end{cases}$$

Продовжимо вирішувати проблему (2.2) банку  $i$ . Виявляється, оптимальні  $P_i, Q_i$  та  $S_i$  є подібними або до випадку  $\gamma r_u > r_q$ , або  $r_u \leq r_q$ . З метою уникнення повторення представляємо лише доказ для випадку  $r_u \leq r_q$ .

Замінивши  $m(B_i), \theta_i$  та оптимальні  $\alpha_i, U_i$  та  $B_i$  в (5), отримаємо функцію Лагранжа проблеми (2.2):

$$L_0 = \frac{1}{2} \left( \theta_h (1 + \phi) P_i r_p - (\theta_h \phi P_i - S_i - Q_i r_u) \gamma - \frac{1}{2} k (\theta_h \phi P_i - S_i - Q_i r_u)^2 \right) + \frac{1}{2} (Q_i r_q + S_i \gamma) + \lambda_1 (1 - P_i - Q_i - S_i) + \lambda_2 P_i + \lambda_3 Q_i + \lambda_4 S_i.$$

Тоді, з урахуванням  $\gamma > 0$  для достатньо великого  $r_p$  та  $k > k^*(\gamma)$ , вирішення проблеми має  $P_i, Q_i$  та  $S_i$  як у пропозиції 3 з  $\lambda_1 = \gamma + k(\theta_h \phi P_i - S_i)/2 > 0, \lambda_2 = \lambda_4 = 0$ , а  $\lambda_3 = \frac{1}{2} k(1 - r_u)(\theta_h \phi P_i - S_i) + \gamma - \frac{1}{2}(r_u + r_q) > 0$ .

**Г. Доведення пропозиції 4:**

Значимо, що з урахуванням того, що  $\gamma > 0$ , оптимальні вибори  $P_i, Q_i, S_i, \alpha_i, U_i$  та  $B_i$  банку  $i$  є такими, як і в пропозиції 3. Залишається показати, що  $\gamma = 1$  – це прибуток від кредитування за умови унікальної рівноваги міжбанківського ринку. Зокрема, якщо  $\gamma < 1$ , жоден банк не виявить бажання позичати гроші при  $t = 1$ , тому що більш ефективним буде інвестування в ліквідну технологію. З іншого боку, якщо  $\gamma > 1$ , всі банки з  $\theta = 0$  хотіли б позичати всі свої ліквідні кошти. У цьому випадку, однак, для  $k > k^*(\gamma)$ , ринок не буде “чистим”.

$$\sum_{i=1}^n B_i = \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{2} (\theta_h \phi P_i - S_i) - \frac{1}{2} S_i \right) = \frac{n}{2} \left( \frac{(2 + \theta_h \phi)(\theta_h (1 + \phi)r_p - (2 + \theta_h \phi)\gamma)}{k(1 + \theta_h \phi)^2} - \frac{\theta_h \phi}{1 + \theta_h \phi} \right) < 0;$$

тобто може мати місце надмірна пропозиція коштів при  $t = 1$ . Тому ринкова рівновага повинна мати вигляд  $\gamma = 1$ , що й треба було довести.

**Д. Доведення пропозиції 5:**

Значимо, що проблеми (4.1) та (4.2) банку  $i$  є ідентичними проблемам (2.1) та (2.2). Отже, беручи до уваги  $\gamma > 0$  для достатньо великого  $r_p$  та  $k > k^*(\gamma)$ , вирішення проблем (4.1) та (4.2) є ідентичними тим, що у пропозиції 3. Залишається вирішити проблему (4.3) банку другого рівня. Зокрема, з заміною оптимальних  $P_i, Q_i, S_i, \alpha_i, U_i$  та  $B_i$  в (15) (з 15 по 17), проблема за функцією Лагранжа (4.3) є наступна:

$$L = \frac{n}{2} \theta_h (1 + \phi) P_i r_p - \frac{n}{4} k (\theta_h \phi P_i - S_i)^2 + Q_c r_q + \lambda_1 (n S_i - Q_c - S_c) + \lambda_2 \left( S_c - \frac{n}{2} \theta_h \phi P_i \right) + \lambda_3 S_c + \lambda_4 Q_c + \lambda_5 \gamma.$$

Вирішення проблеми (4.3) має вигляд:  $S_c = n \theta_h \phi P_i / 2, Q_c = n(S_i - \theta_h \phi P_i / 2)$ , а  $\gamma = r_q$  з  $\lambda_1 = \lambda_2 = r_q$  і  $\lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = 0$ . Тому, заміна  $\gamma = r_q$  у результатах пропозиції 3 уможливорює рівновагу дворівневої банківської системи, що й треба було довести.