

научно-производственный и информационный журнал

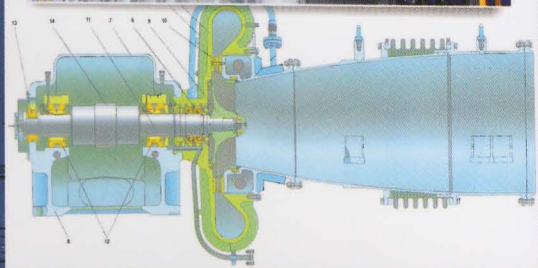
Компрессорное и энергетическое машиностроение

№3(13)

Сентябрь 2008



**ОПЫТ УТИЛИЗАЦИИ НИЗКО-
И ВЫСОКОПОТЕНЦИАЛЬНОЙ
ТЕПЛОТЫ**



Стр. 21

*Инновационные технологии
для решения проблем
энергетики Украины*

Стр. 9

*Оптимизация диагностики
винтовых компрессорных
установок*

Стр. 59

*Совершенствование
аэродинамических
характеристик
проточной части турбины*

Стр. 93

ти детали направлении. При этом бруски периодически отрываются от поверхности детали и вновь соприкасаются с ней с некоторым ударом. Такой способ получил название ударно-циклического суперфиниширования [1]. Он позволил стабилизировать процесс резания абразивными брусками и вести размерную обработку на стадии

А.И. Акилов, к.т.н., доц. (Сумский государственный университет), В.Н. Долгих, к.ф.-м.н., доц. (Украинская академия банковского дела), Р.В. Падалка, директор ООО «УКР-АВТО-ГАЗ»

Исправление геометрической формы детали при размерном суперфинишировании

Одним из основных резервов повышения надежности машин является обеспечение геометрической и размерной точности деталей при механической обработке.

В металлообработке эта задача решается применением высокоточных станков, разработкой специальных технологических приемов.

При этом применяются два принципиально разных подхода. Первый подход предусматривает обеспечение точности детали за счет ужесточения межоперационных допусков на размеры и форму детали. Финишные операции применяют только для снижения шероховатости поверхности.

При втором подходе допускается существенное расширение допусков на промежуточных операциях, а заданную точность и качество поверхности обеспечивают на финишных операциях. Второй подход является менее затратным и представляет интерес при обработке пальцев, крейцкопфов, штоков, коленчатых валов и др. деталей компрессоров.

В качестве финишных операций в машиностроении широко применяются хонингование и суперфиниширование. Наряду с многими положительными сторонами этих методов обработки они имеют существенный недостаток, заключающийся в низкой интенсивности исправления погрешности формы из-за затухания процесса резания по мере снижения шероховатости поверхности. Для повышения режущей способности абразивных брусков при суперфинишировании им сообщают дополнительные колебания в радиальном к поверхнос-

ти финишной операции. Эксперименты показали высокую исправляющую возможность этого способа [2]. Механизм исправления погрешности формы можно описать с помощью методов теории упругости.

Определение напряжений в круговом диске, находящемся под действием контурных усилий

Рассмотрим плоскую деформацию диска радиуса R , на контуре которого действуют радиальные σ_r и тангенциальные $\tau_{r\theta}$ напряжения (рис. 1).

Напряжения σ_x , σ_y , τ_{xy} и перемещения u и v при плоской де-

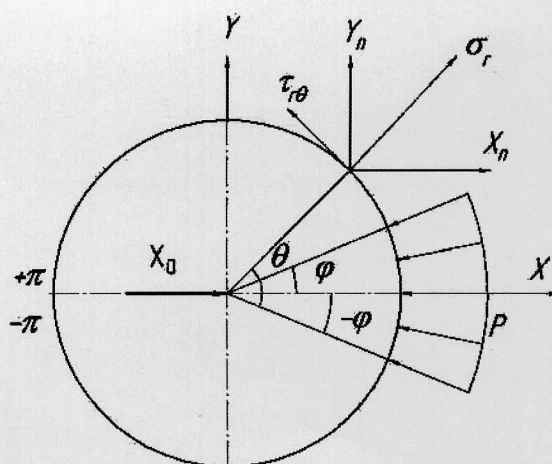


Рис. 1. Схема деформации диска

формации можно выразить через две аналитические функции $\Phi(z)$ и $\Psi(z)$ комплексного аргумента $z=x+iy$ следующим образом [3]:

$$\sigma_x + \sigma_y = 2 [\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}];$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2[\overline{z\Phi'(z)} + \Psi(z)];$$

$$2G(u+iv) = \delta\varphi(z) - z\overline{\Phi(z)} - \overline{\Psi(z)},$$

где $\Phi(z)=\varphi'(z)$, $\Psi(z)=\psi'(z)$; $\overline{\Phi(z)}$ и $\overline{\Psi(z)}$ – сопряженные функции; $\delta=3-4\mu$; μ , G – коэффициент Пуассона и модуль сдвига материала.

Отобразим конформно внутренность круга радиуса R на внутренность круга радиуса 1 с помощью соотношения $z=\omega(\zeta)=R\zeta$. При этом отображении комплексные потенциалы изменятся следующим образом:

$$\varphi(z) = \varphi(\omega(\zeta)) = \varphi_1(\zeta),$$

$$\psi(z) = \psi(\omega(\zeta)) = \psi_1(\zeta),$$

$$\Phi(z) = \frac{d\varphi}{dz} = \frac{\varphi_1'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} = \frac{\varphi_1'(\zeta)}{R} = \frac{\Phi_1(\zeta)}{R},$$

$$\Psi(z) = \frac{d\psi}{dz} = \frac{\psi_1'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} = \frac{\psi_1'(\zeta)}{R} = \frac{\Psi_1(\zeta)}{R}.$$

Функции $\Phi_1(\zeta)$ и $\Psi_1(\sigma)$ удовлетворяют граничному условию:

$$\begin{aligned} \Phi_1(\sigma) + \overline{\Phi_1(\sigma)} - \sigma \cdot \overline{\Phi_1'(\sigma)} - \sigma^2 \cdot \overline{\Psi_1'(\sigma)} = \\ = R(\sigma_r + i\tau_{r\theta}), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\sigma=e^{i\theta}$ – точка на контуре круга радиуса 1.

Центр диска считаем неподвижным, тогда в случае несамобалансированного нагружения в центре возникает сосредоточенная сила $(X_0 + iY_0)$ и функции Φ_1 и Ψ_1 имеют вид [3]:

$$\Phi_1(\zeta) = -\frac{X_0 + iY_0}{2\pi(1+\delta)\zeta} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \zeta^n,$$

$$\Psi_1(\zeta) = -\frac{\delta(X_0 - iY_0)}{2\pi(1+\delta)\zeta} + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \zeta^n,$$

где $\zeta=r e^{i\theta}$, r – радиус-вектор точки внутри единичного круга; θ – угловая координата (рис. 1).

Представим правую часть граничного условия (1) в виде комплексного ряда Фурье:

$$\begin{aligned} R(\sigma_r + i\tau_{r\theta}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \sigma^n = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sigma^n + A_{-n} \sigma^{-n}) = \\ = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n e^{in\theta} + A_{-n} e^{-in\theta}). \end{aligned}$$

На контуре круга радиуса 1: $\zeta=\sigma=e^{i\theta}$, $\bar{\zeta}=\bar{\sigma}=e^{-i\theta}$. Граничные значения комплексных потенциалов:

$$\Phi_1(\sigma) = -\frac{X_0}{2\pi(1+\delta)} \sigma^{-1} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \sigma^n,$$

$$\Psi_1(\sigma) = -\frac{\delta X_0}{2\pi(1+\delta)} \sigma^{-1} + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \sigma^n.$$

Подставляя эти значения в граничное условие (1), получаем после преобразований:

$$\begin{aligned} -\frac{X_0}{\pi(1+\delta)} \sigma - \frac{X_0}{2\pi} \sigma^{-1} + a_0 + \overline{a_0} + a_1 \sigma + \sum_{n=2}^{\infty} (a_n \sigma^n + \overline{a_n} \sigma^{-n}) - \\ - \sum_{n=2}^{\infty} (n \overline{a_n} + \overline{b_{n-2}}) \sigma^{-n} = A_0 + A_1 \sigma + A_{-1} \sigma^{-1} + \sum_{n=2}^{\infty} (A_n \sigma^n + A_{-n} \sigma^{-n}). \end{aligned}$$

Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях σ , получаем бесконечную систему уравнений относительно коэффициентов a_n , b_n , решение которой имеет вид:

$$\begin{aligned} X_0 = -2\pi A_{-1}, \quad 2\text{Re}a_0 = A_0, \quad a_1 = A_1 - \frac{2A_{-1}}{1+\delta}, \\ a_n = A_n, \quad \overline{b_{n-2}} = (1-n)\overline{A_n} - A_{-n} \quad (n \geq 2). \end{aligned} \quad (2)$$

Коэффициенты A_0 , A_n , $A_{-n}(n=1, 2, \dots)$ зависят от нагрузки на контуре диска.

Предположим, что давление p , создаваемое одним брусом, радиально и равномерно распределено по дуге $[-\varphi, +\varphi]$ (рис. 2). Тогда

$$\sigma_r + i\tau_{r\theta} = \begin{cases} 0 & -\pi \leq \theta < \varphi, \\ -p & -\varphi \leq \theta \leq \varphi, \\ 0 & \varphi < \theta \leq \pi. \end{cases}$$

Разложим эту нагрузку в ряд Фурье по косинусам:

$$\sigma_r(\theta) = P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} P_n \cos n\theta = P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} P_n \frac{e^{in\theta} + e^{-in\theta}}{2},$$

где $e^{\pm in\theta} = \cos n\theta \pm i \sin n\theta$

Вычислим коэффициенты ряда:

$$P_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sigma_r(\theta) d\theta = -\frac{p}{2\pi} \int_{-\varphi}^{\varphi} d\theta = -\frac{p}{\pi} \varphi,$$

$$P_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sigma_r(\theta) \cos n\theta d\theta = -\frac{p}{\pi} \int_{-\varphi}^{\varphi} \cos n\theta d\theta = -\frac{2p \sin n\varphi}{\pi n} \quad (n \geq 1).$$

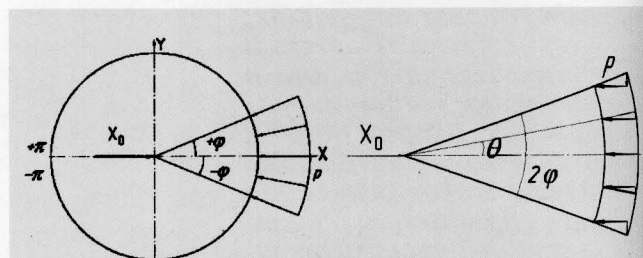


Рис. 2. Схема распределения давления бруска

Подставляя P_0 и P_n в ряд, получаем:

$$\begin{aligned} \sigma_r(\theta) &= -\frac{p}{\pi} \varphi + \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{p}{\pi}\right) \frac{\sin n\varphi}{n} (e^{in\theta} + e^{-in\theta}) = \\ &= -\frac{p}{\pi} \varphi + \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{p}{\pi}\right) \frac{\sin n\varphi}{n} (\sigma^n + \sigma^{-n}). \end{aligned} \quad (3)$$

С другой стороны:

$$\sigma_r = \frac{A_0}{R} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{A_n}{R} \sigma^n + \frac{A_{-n}}{R} \sigma^{-n}\right). \quad (4)$$

Сравнивая (3) и (4), получаем:

$$A_0 = -\frac{Rp}{\pi} \varphi, \quad A_n = A_{-n} = -\frac{Rp \sin n\varphi}{\pi n} \quad (n \geq 1).$$

Определим силу X_0 из условия равновесия:

$$X_0 = Rp \int_{-\varphi}^{\varphi} \cos \theta d\theta = 2Rp \sin \varphi.$$

Возвращаясь к системе (2), получаем:

$$2\operatorname{Re} a_0 = -\frac{Rp}{\pi} \varphi, \quad a_1 = \frac{1-\delta}{1+\delta} \frac{Rp}{\pi} \sin \varphi,$$

$$a_n = -\frac{Rp \sin n\varphi}{\pi n} \quad (n \geq 2).$$

После подстановки найденных коэффициентов, комплексные потенциалы примут вид:

$$\Phi_1(\zeta) = -\frac{Rp}{\pi} \left[\frac{\sin \varphi}{(1+\delta)\zeta} + \frac{\varphi}{2} - \frac{1-\delta}{1+\delta} \sin \varphi + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin n\varphi}{n} \zeta^n \right],$$

$$\Psi_1(\zeta) = \frac{Rp}{\pi} \left[\frac{\delta \sin \varphi}{(1+\delta)\zeta} + \sum_{n=0}^{\infty} \sin[(n+2)\varphi] \zeta^n \right].$$

Возвращаясь к переменной $z=R\zeta$ (т.е. к кругу радиуса R), получаем:

$$\Phi(z) = -\frac{p}{\pi} \left[\frac{R \sin \varphi}{(1+\delta)z} + \frac{\varphi}{2} - \frac{1-\delta}{1+\delta} \sin \varphi + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin n\varphi}{n} \left(\frac{z}{R}\right)^n \right],$$

$$\Psi(z) = \frac{p}{\pi} \left[\frac{\delta R \sin \varphi}{(1+\delta)z} + \sum_{n=0}^{\infty} \sin[(n+2)\varphi] \left(\frac{z}{R}\right)^n \right],$$

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= \int \Phi(z) dz = -\frac{pR}{\pi} \left[\frac{\sin \varphi}{1+\delta} \ln z + \left(\frac{\varphi}{2} - \frac{1-\delta}{1+\delta} \sin \varphi\right) \frac{z}{R} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin n\varphi}{n(n+1)} \left(\frac{z}{R}\right)^{n+1} + C_1 \right], \end{aligned}$$

$$\psi(z) = \int \Psi(z) dz = \frac{pR}{\pi} \left[\frac{\delta \sin \varphi}{1+\delta} \ln z + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin[(n+2)\varphi]}{n+1} \left(\frac{z}{R}\right)^{n+1} + C_2 \right].$$

Запишем эти потенциалы на контуре диска, т.е. положим $z=Re^{i\theta}$:

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= -\frac{pR}{\pi} \left[\frac{\sin \varphi}{1+\delta} (\ln R + i\theta) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\varphi}{2} - \frac{1-\delta}{1+\delta} \sin \varphi e^{i\theta} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin n\varphi}{n(n+1)} e^{i(n+1)\theta} + C_1 \right], \end{aligned}$$

$$\psi(z) = \frac{pR}{\pi} \left[\frac{\delta \sin \varphi}{1+\delta} (\ln R + i\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin[(n+2)\varphi]}{n+1} e^{i(n+1)\theta} + C_2 \right].$$

Величина радиального смещения инструмента в зависимости от упругости системы «инструмент-деталь»

Для радиального v_r и тангенциального v_θ смещений имеем формулу [3]:

$$2G(v_r + iv_\theta) = [\delta\varphi(z) - z\overline{\Phi(z)} - \overline{\psi(z)}] e^{-i\theta}.$$

Подставив значения потенциалов и произведя преобразования, получим:

$$\begin{aligned} 2G(v_r + iv_\theta) &= \frac{pR}{\pi} \left[2\delta \frac{\sin \varphi}{1+\delta} e^{-i\theta} \ln R - \frac{\sin \varphi}{1+\delta} e^{i\theta} - \right. \\ &\quad \left. - (1-\delta) \left(\frac{\varphi}{2} - \frac{1-\delta}{1+\delta} \sin \varphi\right) + \delta \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin n\varphi}{n(n+1)} e^{in\theta} - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin n\varphi}{n(n-1)} e^{-in\theta} \right]. \end{aligned}$$

Выделим вещественную часть:

$$\begin{aligned} 2Gv_r &= -\frac{pR}{\pi} \left[\frac{2\delta \ln R - 1}{1+\delta} \sin \varphi \cos \theta + (\delta - 1) \left(\frac{\varphi}{2} - \frac{1-\delta}{1+\delta} \sin \varphi\right) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin n\varphi}{n} \left(\frac{\delta}{n+1} - \frac{1}{n-1}\right) \cos n\theta \right]. \end{aligned}$$

Найдем среднее значение смещения v_r на участке приложения нагрузки, которое обозначим через $\langle v_r \rangle$ (рис. 3):

$$\begin{aligned} \langle v_r \rangle &= -\frac{p}{4\pi G\varphi} \left[(\delta - 1) \left(\varphi^2 - \frac{1-\delta}{1+\delta} 2\varphi \sin \varphi\right) + \right. \\ &\quad \left. + 2 \frac{2\delta - 1}{1+\delta} \sin^2 \varphi + 2 \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\delta}{n+1} - \frac{1}{n-1}\right) \frac{\sin^2 n\varphi}{n^2} \right]. \end{aligned}$$

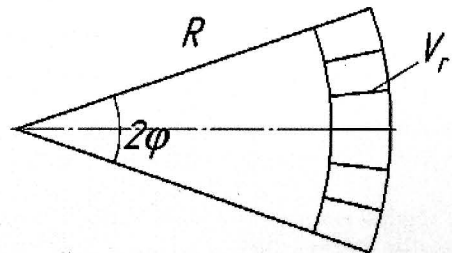


Рис. 3. Схема смещения инструмента

Найдем силу, действующую на брусок: $P=p \cdot 2\varphi R = -k \langle v_r \rangle$, где k – коэффициент упругости:

$$k = 8\pi R \varphi G \left[(\delta - 1) \left(\varphi - \frac{1 - \delta}{1 + \delta} 2 \sin \varphi \right) + 2 \frac{2\delta - 1 \sin^2 \varphi}{1 + \delta} + \frac{2}{\varphi} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\delta}{n+1} - \frac{1}{n-1} \right) \frac{\sin^2 n\varphi}{n^2} \right]^{-1}$$

Для дисков больших диаметров можно принять $2\varphi R = b$, где b – ширина бруска.

Распределение давления брусков на поверхность неправильной геометрической формы

Одним из условий эффективного применения процессов суперфиниширования и хонингования является правильный выбор размеров и количества брусков. Для обработки больших диаметров применяют более двух брусков по дуге охвата обрабатываемой поверхности, жестко закрепляя их в специальных державках. При относительном перемещении инструмента и детали происходит их взаимная приработка. С появлением погрешности формы поверхность прилегания уменьшается. При этом сила прижатия брусков распределяется неравномерно. На рис. 4 приведена схема контактирования брусков с цилиндрической поверхностью, имеющей погрешность формы в виде овала.

Из рис. 4 видно, что при любом положении сечения заштрихованные участки поверхности детали испытывают со стороны соответствующих брусков большее давление. В процессе вращения детали погрешность меняет свое положение, а усилие на брусках перераспределяется. Эффект поочередного нагружения и разгрузки брусков, обусловленный наличием погрешности формы, лежит в основе ее исправления при суперфинишировании и хонинговании.

Рассмотрим наиболее распространенный в металлообработке случай, когда действительное сечение имеет погрешность геометрической формы в виде эллипса с полуосями a и b . Уравнение эллипса имеет вид:

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ или в параметрической форме: $x = a \cos \theta$, $y = b \sin \theta$.

Согласно рис. 5 имеем:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{b}{a} \operatorname{tg} \theta,$$

$$V_{r1} = \sqrt{x^2 + y^2} - b = \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} - b.$$

Пусть бруски отстоят друг от друга на угол β , тогда

$$V_{r2} = \sqrt{a^2 \cos^2(\theta + \beta) + b^2 \sin^2(\theta + \beta)} - b.$$

Отношение сил пропорционально отношению деформаций:

$$\frac{P_1}{V_{r1}} = \frac{P_2}{V_{r2}} = -k.$$

Для схемы с двумя брусками имеем формулу:

$$P_2 = \frac{V_{r2}}{V_{r1}} P_1 = \frac{\sqrt{a^2 \cos^2(\theta + \beta) + b^2 \sin^2(\theta + \beta)} - b}{\sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} - b} P_1.$$

Рассмотрим систему из трех брусков (рис. 6).

Считаем, что силы P_1 , P_2 и P_3 направлены к центру диска и после деформации находятся на окружности. Задавая одно смещение, мы тем самым задаем все остальные. Составим пропорцию:

$$\frac{P_1}{V_{r1}} = \frac{P_2}{V_{r2}} = \frac{P_3}{V_{r3}} = -k.$$

Уравнения равновесия сил:

$$\sum X_i = P_1 \cos \theta + P_2 \cos(\theta + \beta_2) - P_3 \cos(\theta + \beta_3) - X = 0,$$

$$\sum Y_i = P_1 \sin \theta + P_2 \sin(\theta + \beta_2) - P_3 \sin(\theta + \beta_3) - Y = 0.$$

Двух уравнений недостаточно, чтобы определить 5 неизвестных. Составляем дополнительные уравнения из условий совместности деформаций:

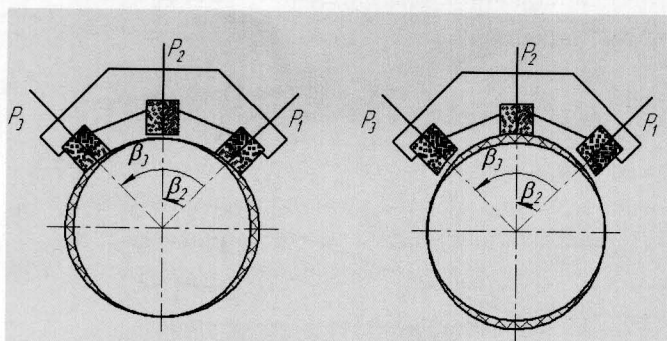


Рис. 4. Схема распределения давления брусков на цилиндрическую поверхность, имеющую погрешность геометрической формы



Рис. 5. Схема погрешности геометрической формы детали

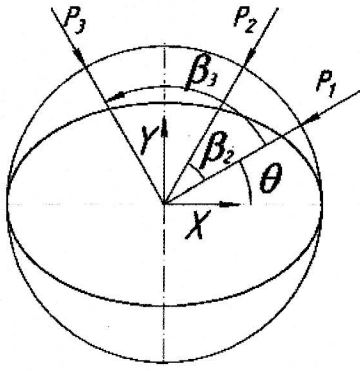


Рис. 6. Схема системы из трех брусков

$$\begin{cases} P_1 = \frac{V_{r1}}{V_{r3}} P_3, \\ P_2 = \frac{V_{r2}}{V_{r3}} P_3, \\ P_3 = -kV_{r3}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_3 \left[\frac{V_{r1}}{V_{r3}} \cos \theta + \frac{V_{r2}}{V_{r3}} \cos(\theta + \beta_2) - \cos(\theta + \beta_3) \right] = X, \\ P_3 \left[\frac{V_{r1}}{V_{r3}} \sin \theta + \frac{V_{r2}}{V_{r3}} \sin(\theta + \beta_2) + \sin(\theta + \beta_3) \right] = Y, \\ P_3 = -kV_{r3}. \end{cases}$$

Неравномерность давления брусков на поверхность неправильной цилиндрической формы зависит от упругости детали k и упругости элементов суперфинишной головки k_1 . Тогда приведенный коэффициент упругости можно выразить отношением:

$$K = \frac{k_1 \cdot k}{k_1 + k}.$$

Расчет припуска на операцию размерного суперфинишования

Размерное суперфинишование обеспечивает не только качественные показатели, но и заданную размерную и геометрическую точность детали. Причем большая часть припуска снимается на стадии обеспечения точности. Эффективность обеспечения геометрической точности оценивается коэффициентом исправления погрешности:

$$K_{\Pi} = \frac{\Delta_{ИСХ} - \Delta_K}{\Pi},$$

где $\Delta_{ИСХ}$ – исходная погрешность формы, определяемая как разность максимального и минимального диаметров поперечного сечения детали до обработки, $\Delta_{ИСХ} = D_{1\max} - D_{1\min}$; Δ_K – конечная погрешность формы, допустимая техническими требованиями чертежа после окончательной обработки, $\Delta_K = D_{2\max} - D_{2\min}$; Π – часть припуска, снимаемого на стадии исправления погрешности формы. По отношению к этой части припуска исходную формулу можно записать в следующем виде:

$$\Pi = \frac{\Delta_{ИСХ} - \Delta_{КОН}}{K_{\Pi}}.$$

Коэффициент исправления погрешности формы можно представить в виде $K_{\Pi} = K \cdot q$, где K – приведенная жесткость технологической системы, q – коэффициент изменения производительности процесса суперфинишования, зависящий от изменения давления брусков, от механических свойств обрабатываемого материала и марки абразивного бруска. С учетом этой зависимости общий припуск на операцию размерного суперфинишования будет равен:

$$2Z_i = \frac{\Delta_{ИСХ} - \Delta_K}{Kq} + 2[(R_z)_{i-1} + h_{i-1}],$$

где $(R_z)_{i-1}$ – шероховатость поверхности на предыдущей операции; h_{i-1} – дефектный слой на предыдущей операции.

Выводы

Методы теории упругости позволили математически обосновать перераспределение напряжения в зоне обработки цилиндрических деталей, имеющих погрешность геометрической формы. В зависимости от механических свойств обрабатываемого материала установлены средние смещения инструмента и коэффициент упругости, через который могут быть рассчитаны нагрузки на абразивные бруски в любой координате овального контура детали. Неравномерность нагружения брусков определяет интенсивность исправления погрешности формы. В формуле расчета припуска на операцию равномерного суперфинишования основной составляющей является слой металла, снимаемый при исправлении формы детали.

Summary

Application of the theory of elasticity allowed to determine the rigidity of the system "tool – machine components" with the help of calculation methods and redistribution of whetstone pressure on the machinability surface, called by the error of the machine component's form. The received data give an opportunity to determine the main part of the allowance for mechanical treatment of the machine component by dimension superfinishing.

Список литературы

1. Гришкевич А.В., Капуста В.А., Топоров О.А. Способ отделочной обработки стальных закаленных деталей // Вестник машиностроения, 1973. – №9. – С. 55-57.
2. Акилов А.И., Овчаренко В.Н., Рабец А.А. Финишная обработка шеек крупногабаритных валов абразивными брусками // Химическое и нефтяное машиностроение, 1983. – №12. – С. 30-32.
3. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М: Машиностроение, 1966. – 708 с.