СИСТЕМИ ОБМЕЖЕННЯ РИЗИКУ ТА РОЗМІЩЕННЯ КАПІТАЛУ У ФІНАНСОВИХ УСТАНОВАХ

М. Страссбергер

Фінансові установи мають на меті впоратися з прийнятим на себе ринковим ризиком завдяки обмеженому забезпеченню ризикового капіталу або встановленню меж ризику. Межі ризику повинні базуватись на моделі ринкового ризику, яка використовується всередині підприємства. В статті вирішується питання ефективного розподілу ризикового капіталу та поступового формування ієрархічної системи меж ризику. Ми розробили конкретну модель розподілу ризикового капіталу та контролю за ринковим ризиком у торговельних відділах фінансових установ. Взявши за основу VaR (вартість, що наражається на ризик), ми продемонстрували, як побудувати послідовну систему меж ризику, яка б гарантувала оптимальну прибутковість та обмеження ринкового ризику. Щоб побудувати систему меж ризику для будь-якого ієрархічного порядку портфеля цінних паперів комерційного банку, ми використали метод оптимізації. У зв'язку з нестабільними або просто невідомими співвідношеннями між змінними збитків портфеля існує взаємозв'язок між використанням ризикового капіталу та дотриманням меж ризику.

Ключові слова: ринковий ризик, розподіл ризикового капіталу, межі ризику, VaR.

Вступ

Кількісний аналіз ризиків можуть провести та вивчити більшість фінансових установ – наприклад, за допомогою застосування концепції VaR, а використання моделей ризику у більшості випадків веде до достатньо точних результатів[1]. Сучасний ризик-менеджмент на сьогодні все більше й більше зосереджується на питанні ефективного контролю за ризиками. Це логічно, тому що контроль за ризиком може стосуватись виключно ризиків, які є досить об'єктивними, тобто такими, що піддаються виміру. Крім ефективних методів контролю ризику, на зразок хеджування, виникають ще й причинно обумовлені очікувані обмеження ризикових ділових операцій у зв'язку з межами ризику та у зв'язку з їх можливим інтертемпоральним врегулюванням, яке залежить від успіху діяльності підприємства[2]. Щоб досягти та зберегти стабільність та подальше функціонування фінансової установи, необхідні відносне обмеження та контроль припущення ризику з різних економічних причин.[3] Більш того, ефективне обмеження ризику може мінімізувати витрати, пов'язані з асиметрією інформації між організацією та акціонерами, а також між фінансовим інститутом та клієнтами[4].

До сьогодні більша частина наукових досліджень, присвячених питанням управління ризиками у фінансових організаціях, зосереджена на точному формулюванні поняття ризик-менеджменту. На жаль, питання контролю за ризиками (обмеження ризиків, побудова ієрархічних систем меж ризику та розподіл ризикового капіталу в таких системах) є мало дослідженим.

---

[1] Див. Берковіч, О'Браєн (2002) для ознайомлення з результатами останніх досліджень питання якості внутрішніх моделей VaR в американських банках.
[2] Бік та ін. (1999) розглядають проблему інтертемпорального врегулювання меж VaR.
[3] Сталц (1996), Данієлсон та ін. (2002) торкаються питання мотивації ризик-менеджменту.
[4] Див. Кіндер та ін. (2001, ст. 282).

Питання управління ризиковим капіталом у фінансових інститутах розглянули такі автори, як Мертон та Перолд (1993), пізніше – Мартен (1996) та Капієс (1999). Дещо пізніше проблему розподілу ризикового капіталу обговорювали Шієренбек та Лістер (1998), Сайта (1999), які описали деякі процеси розподілу, проте, на жаль, конкретних пропозицій стосовно вирішення проблеми розподілу не було представлено. Частково, взявши за основу роботу Фрут та Стейн (1998), Стоутон та Зечнер (1999) аналізують питання розподілу капіталу в децентралізованих автономних бізнес-відділах. Використовуючи так звані показники прибутковості, скориговані на ризик, вони розробили методику розподілу максимізації акціонерної цінності[1]. Фрут та Стейн (1998), Грюндл та Шмейсер (2002) досліджують рівень сумісності розподілу капіталу, базованого на показниках продуктивності, скоригованої на ризик, з максимізацією вартості для акціонерів. Денолт (2001) порівнює проблему розподілу ризикового капіталу з розподілом витрат в коаліційних іграх (на основі чого функція витрат репрезентує показник ризику) та показує, що оптимальне розміщення ризикового капіталу серед відділів дається нахилом позитивного однорідного та диференційованого показника ризику. В контексті VaR це відповідає вектору граничної VaR[2]. Теоретико-ігровий підхід також представлений Кіндер та ін. (20201), які розробили методики розподілу, базуючись на методах цінового інтервалу.

У даній статті ми намагаємося конструктивно сконцентруватись на питанні розподілу ризикового капіталу в рамках одного відділу, зокрема комерційного відділу фінансової організації. Ми розглянемо побудову системи обмеження ризику для ієрархічної моделі портфеля цінних паперів комерційного банку та розробимо модель оптимального розподілу ризикового капіталу в цій ієрархії. З цією метою ми почнемо з суми ризикового капіталу, наданої ззовні комерційному відділу. Спеціально для комерційних відділів банків Бурмістер та ін. (1999), Ріддер (1999) представляють перші підходи аналітичної моделі (розрахункової схеми). Надалі ці підходи будуть частково використані, вдосконалені та розширені. Вперше в цій статті представлено послідовне рішення проблеми розподілу в структурі портфеля цінних паперів. Розроблено модель, яка дає можливість пояснити емпіричні результати не повністю використаних меж ризику на найвищому рівні концентрації[3].

Схема аналізу та структура моделі

Цільова функція фінансової установи

Для подальшого аналізу ми припускаємо, що фінансова установа має на меті максимізувати прибутковість свого комерційного відділу, скориговану на ризик. Далі припускається, що наявний ризиковий капітал установи, який необхідний для того, щоб зберігати ризикові позиції, – це короткостроковий ресурс і ніяк не стосується інших капітальних ресурсів компанії[4]. Коефіцієнт керівництва поза межами розряду так званих показників прибутковості, скоригованих на ризик (RAPM), використовується як цільова функція[5]. Ці показники націлені на встановлення отриманого прибутку не по відношенню до інвестованого капіталу, а по відношенню до капіталу з відносно високим ступенем ризику. В літературі рішення стосовно розподілу ризикового капіталу розглядаються як можлива сфера застосування цих показників[6]. Такий підхід базується на ідеї про те, що для двох позицій з однаковим інвестованим капіталом існуватиме підвищена вимога до ризикового капіталу для тієї позиції,

---

[1] Показники прибутковості, скоригованої на ризик, використовуються по відношенню до управління корпоративними відділами та розподілу капіталу у фінансових установах такими авторами, як Джеймс (1996), Уємура та ін. (1996), Зайк та ін. (1996), Смітсон та ін. (1997) та Лехар та ін. (1998).

[2] Див. Джоріон (2000, ст. 154) для ознайомлення з поняттям граничної VaR.

[3] Перолд (2001) повідомляє про те, що ризиковий капітал, який ефективно використовується комерційними відділами, часто складає лише близько 30% ризикового капіталу, наявного в цілому.

[4] Див. Бергер та ін. (1995).

[5] Мартен (1996), Уємура та ін. (1996), Зайк та ін. (1996), Лехар та ін. (1998), Шіеренбек, Лістер (1998) або Кіндер та ін. (2001).

[6] Мертон, Перолд (1993, ст. 27), Джеймс (1996, ст. 2), Сайта (1999, ст. 97).

яка має більш високий коефіцієнт ризику – наприклад, визначений за допомогою VaR. Визначення ризикового капіталу буде зроблено в розділі II.2. Він залежить від показника прийнятого ризику.

В літературі існує безліч варіантів RAPM[1]. Всі вони, проте, можуть бути зведені до одного базового рівняння. Ми визначаємо RAPM для портфеля цінних паперів компанії i наступним чином[2]:

$$\mathrm{RAPM}_{i;t}(C_{i;t}) = \frac{G_{i;t}(C_{i;t}) - r_{i;t} \cdot C_{i;t}}{C_{i;t}} = \frac{G_{i;t}^{\mathrm{ad}}(C_{i;t})}{C_{i;t}}. \tag{1}$$

Тут $G_{i;t}(C_{i;t})$ використовується як прибуток, а $G_{i;t}^{\mathrm{ad}}(C_{i;t})$ – прибуток, скоригований на ризик, від портфеля цінних паперів. $r_{i;t}$ означає рівень витрат ризикового капіталу, а $C_{i;t}$ – ризиковий капітал (або межа ризику).

Прибуток, скоригований на ризик, моделюється монотонно зростаючою функцією із зниженням граничного прибутку[3]. Таким чином, RAPM – це монотонно зростаюча функція:

$$\frac{dG^{\mathrm{ad}}(C)}{dC} > 0, \ \frac{d^2G^{\mathrm{ad}}(C)}{dC^2} < 0 \ \Rightarrow \ \frac{d\mathrm{RAPM}(C)}{dC} > 0. \tag{2}$$

Ми інтерпретуємо рівень витрат ризикового капіталу як необхідну цільову норму прибутку ризикового капіталу (також мінімальна ставка доходності). Існують суперечливі погляди стосовно того, чи різні цільові прибутки можуть бути використані для різних портфелів цінних паперів, чи для різних портфелів слід застосовувати єдину норму цільового прибутку. Головним аргументом на користь використання єдиної цільової норми прибутку є "витрати на фактори впливу". Це поняття означає як боротьбу за владу серед управляючих відповідними портфелями цінних паперів, коли вони приходять до згоди стосовно цільових прибутків, так і спроби дійти такої згоди на найбільш низькому можливому рівні у зв'язку з переоцінкою майбутнього ризику[4]. Залишається незрозумілим, чому треба переходити на уточнення ризику числівника в рівнянні (1), якщо витрати ризикового капіталу є однорідними. Потреба в різних цільових нормах прибутку для розподіленого ризикового капіталу узгоджується з його рекомендованим походженням з моделі оцінки основних коштів (CAPM)[5]. При цьому слід враховувати, що порівняння комерційних портфелів можна здійснити за допомогою показників прибутковості, скоригованої на ризик (RARM), якщо береться до уваги прийнятий ними систематичний ризик.

Щоб визначити вартість ризикового капіталу, використовуємо підхід, розроблений Фрут та Стейн (1998). Вони пропонують двофакторну модель, щоб отримати зустрічну вимогу для ризикового капіталу, та застосовують цю модель по відношенню до рішень, прийнятих фінансовими установами, стосовно розподілу капіталу та структури капіталу. Якщо цю двофакторну модель перенести в контекст даної статті, отримаємо наступне рівняння[6]:

---

[1] Варіанти RAPM та поняття, які згадуються в їхньому контексті, не послідовно використовуються та не завжди чітко визначені в літературі. Відмінності можна знайти головним чином у питанні, чи будуть чисельник чи знаменник скоригованими на ризик.

[2] Див. Маттен (1996, ст. 62), Панджабі (1998, ст. 71), Лехар та ін. (1998, ст. 949) та ін. для розгляду ідентичних або подібних моделей.

[3] Бурмістер та ін. (1999) використовують квадратичну функцію прибутку.

[4] Див Мертон, Перолд (1993, ст. 25), Лехар та ін. (1998, ст. 951). Сайта (1999, ст. 103) пропонує впровадження "покарання" за не повністю використані межі ризику.

[5] Див. Маттен (1996, ст. 95); Уємура та ін. (1996, ст. 105); Зайк та ін. (1996, ст. 88), Лехар та ін. (1998, ст. 950), Кіндер та ін. (2001, ст. 285). CAPM часто розглядають як теоретичну точку відліку для RARM.

[6] Див. Фрут, Стейн (1998, ст. 66).

$$r_i = \frac{r_M - r_f}{\sigma_M^2} \cdot \mathrm{cov}_{i,M} + a \cdot \mathrm{cov}_{i,P} \,. \quad (3)$$

Перший доданок відповідає загальновідомому компоненту ринкового ризику з очікуваним ринковим доходом r_M, безризиковим доходом r_f, коливаннями ринкового доходу σ_M^2 та коваріантності $\mathrm{cov}_{i,M}$ між ринковим доходом та доходом від ризикового капіталу комерційного портфеля i. Другий доданок відображає внесок цього портфеля у загальний ризик комерційного відділу. Стандартна ціна другого компонента дається за допомогою оцінки несхильності до ризику a фінансової установи. Неприйняття ризику залежить від рівня капіталізації підприємства[1].

Кількісне оцінювання ризику та ризикового капіталу

Припускається, що показник ризику та критерій оцінювання ризику, які використовуються фінансовою установою, – це VaR. З певних причин, які ми не будемо обговорювати в цій статті, VaR в цілому приймається як критерій для квантифікації ризиків ринкового курсу, з якими стикаються комерційні відділи. Загальновідомим є той факт, що VaR уточнює найменший (позитивний) бар'єр витрат l, який не перевищуватиме стохастичні витрати L принаймні з вірогідністю p на кінець встановленого часового інтервалу T[2]:

$$\mathrm{VaR}_{t+T}(p) := \inf\{l : l \geq 0, \mathrm{prob}(L_{t+T} \leq l) \geq p\}. \quad (4)$$

Далі визначаємо портфельні витрати як негативну зміну його ринкового курсу W_t:

$$L_{t+T} := W_t - W_{t+T} \,. \quad (5)$$

VaR в цілому не визначає так званого когерентного показника ризику (на думку Артзнер та ін., 1999), і її не можна порівняти з критерієм стохастичного домінування другого порядку, як вважають Ротшілд та Стігліц (1970). Незважаючи на те, що теоретично VaR є вразливою, вона передбачає прийнятне наближення ризиків ринкового курсу і розглядається на сьогодні як прийнятний стандарт у промисловості[3]. Через припущення про нормальний розподіл, в номальній моделі коефіцієнта дельта, яка тут використовується, вона перемагає згадувану вразливість та представляє фактор ризику, який є доцільним в контексті контролю ринкового ризику. Почнемо з припущення, що можна чітко визначити VaR як p-квантиль розподілу витрат $F_L(l)$, який необхідно спрогнозувати:

$$\mathrm{VaR}_{t+T}(p) = F_{L_{t+T}}^{-1}(p) \,. \quad (6)$$

З цією метою використовуємо параметричну нормальну модель коефіцієнта дельта (можна також назвати методом коваріації)[4]. Ця модель маніпулює двома головними наближеннями[5]. По-перше, постійні прибутки $\boldsymbol{Y}_{t+T}$ факторів ризику[6] $\boldsymbol{R}_t$, які обумовлюють ринкову цінність портфеля цінних паперів, є незалежними та однаково нормально розподіленими з вектором очікування вартості $\boldsymbol{\mu}_Y = (\mu_1, \ldots, \mu_M)'$ та коваріаційною матрицею $\boldsymbol{\Sigma}_Y = (\sigma_{jk})$,

---

[1] Див. Фрут, Стейн (1998, ст. 650), Фрут та ін. (1993, ст. 1639).

[2] Див. Хушенс (1999, ст. 39) для визначення та Улір,Ауссенегг (1996), Даффі, Пен (1997), Лінсмеєр, Пірсон (2000) та Джоріон (2000) для перегляду характеристик VaR.

[3] Див. Жего (1998) для підтвердження.

[4] В параметричних моделях розподіл витрат отримують з розподілу факторів ризику, обумовлених ринковою цінністю, або з розподілу їхніх відносних змін.

[5] Див. Хушенс (2000) для обговорення різних методів оцінки ринкового ризику.

[6] Такі фактори ризику, як, наприклад, процентні ставки, обмінні курси, курси акцій, ціни на товари або структура індексів.

$j,k = 1,\ldots,M$. По-друге, схема цих факторів ризику описана лінійною функцією $L_{t+T} = L(\boldsymbol{Y}_{t+T})$[1]. Рестриктивні наближення номальної моделі коефіцієнта дельта в багатьох випадках не є достатніми[2]. Проте лише використання цієї моделі дає змогу отримати повне аналітичне рішення проблеми розподілу. Ми отримуємо лінійну функцію витрат портфеля цінних паперів:

$$L(\boldsymbol{Y}_{t+T}) = -\boldsymbol{\delta}_t{}'\boldsymbol{R}_t^{\mathrm{diag}}\boldsymbol{Y}_{t+T}\,. \tag{7}$$

В цьому рівнянні $\boldsymbol{\delta}_t$ представляє градієнт портфеля по відношенню до факторів ризику, а $\boldsymbol{R}_t^{\mathrm{diag}} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{R}_t)$ – діагональна матриця ринкової вартості факторів ризику. Базуючись на припущеннях моделі, можна зробити висновок, що витрати є нормально розподіленими з очікуваною вартістю $\mu_{L;t} = -\boldsymbol{\delta}_t{}'\boldsymbol{R}_t^{\mathrm{diag}}\boldsymbol{\mu}_Y$ та відхиленням $\sigma_{L;t}^2 = \boldsymbol{\delta}_t\boldsymbol{R}_t^{\mathrm{diag}}\boldsymbol{\Sigma}_Y\boldsymbol{R}_t^{\mathrm{diag}}\boldsymbol{\delta}_t{}'$. Характеристики нормального розподілу витрат дають змогу оцінити ризикову вартість VaR за допомогою наступної формули:

$$\mathrm{VaR}_{t+T}(p) = T\cdot\mu_{L;t} + \sqrt{T}\cdot\sigma_{L;t}\cdot z(p)\,. \tag{8}$$

Таким чином, $z(p)$ описує p-квантиль стандартного нормального розподілу. В цій структурі моделі можна легко об’єднати VaR декількох портфелів. Через кореляційну матрицю $\boldsymbol{P}_{L;t} = (\rho_{jk;t})$, $j,k = 1,\ldots,K$ витрат, пов’язаних з портфелем, VaR портфелів K інтегрують у вектор $\mathbf{VaR}_{t+T}$ за допомогою застосування додаткового припущення $\boldsymbol{\mu}_Y \approx \mathbf{0}$[3]:

$$\mathrm{VaR}_{t+T}^{\mathrm{agg}} = \sqrt{\mathbf{VaR}_{t+T}'\boldsymbol{P}_{L;t}\mathbf{VaR}_{t+T}}\,. \tag{9}$$

Темпоральна структура моделі

На відміну від кількісного аналізу прийнятих на певному етапі ризиків, структура системи меж ризиків на даний момент впливає на обмеження ризиків, які будуть прийняті в майбутньому. Наявна інформація для того, щоб провести кількісну оцінку ризиків у майбутньому, є невідомою з теперішньої позиції.

Якщо крім попереднього моделювання, буде представлено параметр або інформаційний вектор $\boldsymbol{\theta}_t$, який все ще не визначений детально для першого випадку, VaR можна записати наступним чином: $\mathrm{VaR}_{t+T}(p;\boldsymbol{\theta}_t)$ та $\mathrm{VaR}_{\tau+T}(p;\boldsymbol{\theta}_\tau)$. Межа ризику як правило визначається в час t з метою обмежити прийняття ризику в період τ. У зв’язку з тим, що інформація $\boldsymbol{\theta}_\tau$, яка необхідна для оцінки VaR у період τ, невідома в період t, то межу ризику можна охарактеризувати наступним рівнянням $C(\boldsymbol{\theta}_\tau) \geq \mathrm{VaR}_{\tau+T}(p;\boldsymbol{\theta}_\tau)$. На рисунку 1 представлено часову конфігурацію, яка є основою для аргументації та моделювання.

---

[1] Див. Даффі, Пен (1997, ст. 23), Лінсмеєр, Пірсон (2000, ст. 53) та Джоріон (2000, ст. 219).
[2] Див. Гаумерт (2000) для критичного обговорення стосовно цієї теми.
[3] Див. Геєр, Пічлер (1998, ст. 946), Улір, Ауссенегг (1996, ст. 833).

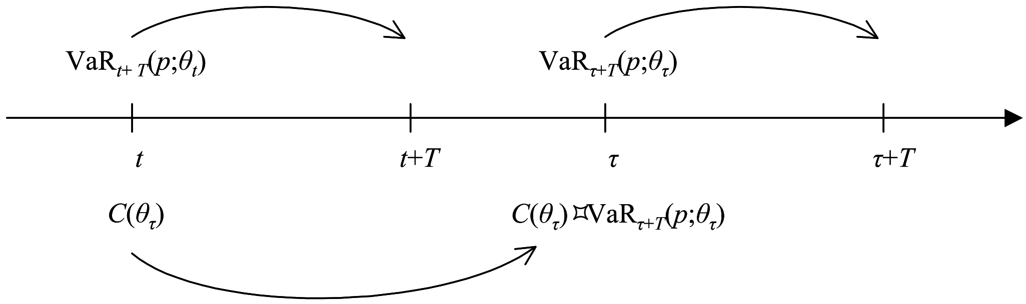

Рис. 1. Темпоральна структура моделі

Система меж ризику та розподіл ризикового капіталу

Узгоджена структура меж ризику

Ми визначаємо систему меж ризику як багатостадійну ієрархічну систему меж ризику, яка використовується для одночасного обмеження ризику ринкової вартості всіх комерційних портфелів та об'єднаних портфелів в рамках комерційного відділу фінансової установи. Вона повинна бути розроблена таким чином, щоб бажане обмеження ризику, прийнятого фінансовою установою, та оптимальний цільовий розподіл ризикового капіталу відбувалися одночасно.

Розглянемо структуру портфеля, яка може існувати в комерційному відділі фінансового інституту і скорочений вигляд якої представлено на рисунку 2. В рамках цієї структури, яка складається із загальної кількості портфелів K, ми розглядаємо базові портфелі $J < K$, які об'єднуються за допомогою проміжного портфеля $K - J - 1$ у загальний портфель.

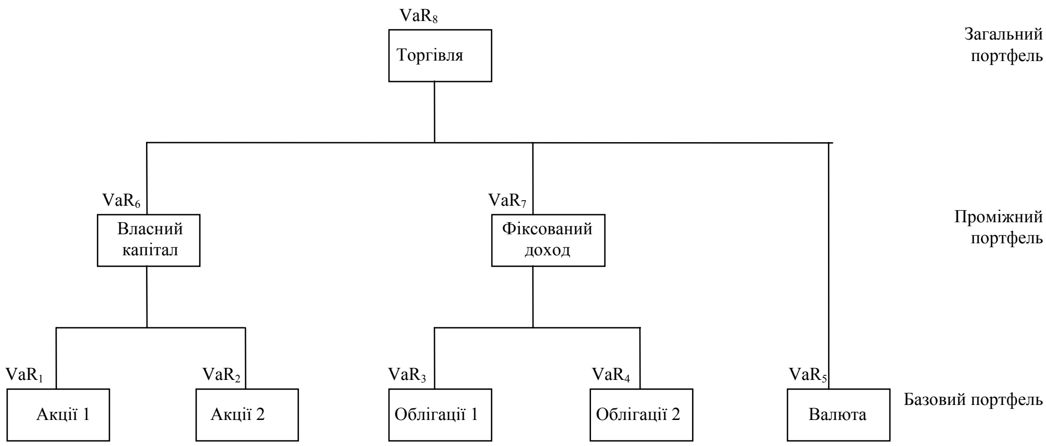

Рис. 2. Приклад портфеля та структури меж ризику

Тепер наша мета – побудувати узгоджену модель меж ризику разом зі структурою портфеля, яка задовольняє наступні вимоги[1]:

- Об'єднана межа ризику комерційного відділу може ніколи не перевищити ризиковий капітал, наданий цьому комерційному відділу.

[1] Див. Денолт (2001, ст. 5), Сайта (1999, ст. 100) та Ріддер (1999, ст. 7).

- Збереження меж ризику в децентралізованих базових портфелях може гарантувати збереження меж ризику на всіх рівнях.
- Межі ризику базових портфелів повинні використовуватись за чітким призначенням та незалежно від ризиків, взятих на себе іншими базовими портфелями.
- Ризиковий капітал повинен бути повністю розподілений з метою його ефективного використання.

Щоб вирішити це питання, ми відповідно видозмінюємо та розширюємо структуру нормальної моделі коефіцієнта дельта. Загальну кількість N фінансових інструментів $\boldsymbol{I}$ було продано. Ринкова вартість $w_{i;t}$, $i = 1,\ldots,N$ фінансового інструмента i розроблена як функція відповідних факторів ризику $w_{i;t} = w(\boldsymbol{R}_t)$. Нехай $\boldsymbol{w}_t$ буде вектором ринкової вартості всіх фінансових інструментів. Щоб відобразити реальну структуру базових портфелів J по відношенню до фінансових інструментів N , ми представляємо структурні вектори $\boldsymbol{\theta}_{i;t}$, $i = 1,\ldots,J$. Вони включають велику кількість фінансових інструментів у базовому портфелі. Структурний вектор містить нульовий елемент для фінансового інструмента, який не продається або не може бути використаним у портфелі. Тому ринкова вартість базового портфеля має вигляд:

$$W_{i;t} = \boldsymbol{\theta}_{i;t}{}'\boldsymbol{w}_t\,. \tag{10}$$

Цінові обмеження в сфері інвестицій $\boldsymbol{u}_i \le \boldsymbol{\theta}_{i;t} \le \boldsymbol{o}_i$ з мінімальними $\boldsymbol{u}_i$ та максимальними обмеженнями $\boldsymbol{o}_i$ є можливими для структурних векторів базових портфелів. Таким чином, можна додатково об’єднати обмеження, пов’язані з об’ємом, в одну модель. Для того, щоб зрозуміти загальну структуру комерційного відділу, ми спершу утворюємо матрицю $\boldsymbol{\Theta}_{J;t} = (\boldsymbol{\theta}_{1;t},\ldots,\boldsymbol{\theta}_{J;t})$ зі структурних векторів базових портфелів. Колонки J цієї матриці відповідають структурам базового портфеля. Щоб проілюструвати структуру цього портфеля, представляємо матрицю $\boldsymbol{H}$, яка міститиме нульовий елемент, якщо портфель має бути об’єднаним на наступному вищому рівні. Тому структура завершеного портфеля набуває наступного вигляду[1]:

$$\boldsymbol{\Theta}_t = \boldsymbol{\Theta}_{J;t}\boldsymbol{H} = (\boldsymbol{\theta}_{1;t},\ldots,\boldsymbol{\theta}_{J;t},\ldots\boldsymbol{\theta}_{K;t})\,. \tag{11}$$

В кожному випадку ми отримуємо структуру наступного рівня найбільшого накопичення, маючи суму структур портфелів, які розміщені нижче і які повинні бути об’єднані; нарешті, $\boldsymbol{\theta}_{K;t}$ репрезентує структуру об’єднаного портфеля комерційного відділу.

Розглянувши припущення структури портфеля $\boldsymbol{\theta}_{i;t}$ як ту, яка є постійною протягом часового інтервалу T , ми отримаємо збитки базового портфеля i з формули:

$$L_{i;t+T} = W_{i;t} - W_{i;t+T} = \boldsymbol{\theta}_{i;t}{}'[\boldsymbol{w}_t - \boldsymbol{w}_{t+T}] = \boldsymbol{\theta}_{i;t}{}'[\boldsymbol{w}(\boldsymbol{R}_t) - \boldsymbol{w}(\boldsymbol{R}_t(1+\boldsymbol{Y}_{t+T}))]\,. \tag{12}$$

Ми можемо підсумувати змінні всіх портфелів K даної структури портфеля:

$$\boldsymbol{L}_{t+T}(\boldsymbol{Y}_{t+T},\boldsymbol{\Theta}_t) = \boldsymbol{\Theta}_t{}'[\boldsymbol{w}(\boldsymbol{R}_t) - \boldsymbol{w}(\boldsymbol{R}_t(1+\boldsymbol{Y}_{t+T}))]$$

[1] У зв’язку з лінійною залежністю векторів стовпців матриця $\boldsymbol{\Theta}$ не володітиме повним стовпцевим рангом. Див. Бош, Дженсен (1994, ст. 335).

$$= (L_{1;t+T} \dots L_{J;t+T} \dots L_{K;t+T})'. \quad (13)$$

Точка відліку всіх подальших аналізів – це коваріаційна матриця $\boldsymbol{\Sigma}_I$ прибутків усіх фінансових інструментів N, про які йдеться[1]. Доходи фінансових інструментів є незалежними та однаково нормально розподіленими. З цієї коваріаційної матриці ми можемо отримати коваріаційну матрицю змінних витрат ієрархії портфеля за допомогою діагональної матриці $\boldsymbol{w}_t^{\text{diag}} = \text{diag}(\boldsymbol{w}_t)$ ринкової вартості всіх фінансових інструментів та структурної матриці $\boldsymbol{\Theta}_t$ як:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{L;t} = \boldsymbol{\Theta}_t{}' \boldsymbol{w}_t^{\text{diag}} \boldsymbol{\Sigma}_I \boldsymbol{w}_t^{\text{diag}} \boldsymbol{\Theta}_t . \quad (14)$$

Визначаємо вектор очікуваної вартості всіх змінних витрат наступним чином:

$$\boldsymbol{\mu}_{L;t} = \boldsymbol{\Theta}_t{}' \boldsymbol{w}_t^{\text{diag}} \boldsymbol{\mu}_I . \quad (15)$$

Нарешті, ми отримуємо вектор для структури VaR завершеної структури портфеля на головній діагоналі коваріаційної матриці збитків:

$$\mathbf{VaR}_{t+T}(p, \boldsymbol{\Theta}_t) = \text{diag}(\sqrt{T \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{L;t}} \cdot z(p)) + T \cdot \boldsymbol{\mu}_{L;t}$$

$$= (\text{VaR}_{1;t+T} \dots \text{VaR}_{J;t+T} \dots \text{VaR}_{K;t+T})'. \quad (16)$$

Подібно до витрат, пов'язаних з портфелем, згідно з рівнянням (13), вектор VaR згідно з (16), є припустимо додатково параметризованим структурною матрицею $\boldsymbol{\Theta}_t$. З точки зору t, ризики, оцінені протягом майбутніх періодів τ, також залежать від структури невідомого портфеля. Таким чином, точна форма структури меж ризику також значною мірою залежить від коваріаційної матриці портфельних збитків. Очікуване обмеження ризиків повинне зіткнутися з додатковою складністю, яка полягає в тому, що майбутні коваріації (та кореляції) між збитками портфеля обумовлюватимуться не лише можливими передбачуваними ринковими розробками. Вони також значною мірою залежать від майбутніх рішень стосовно структури базових портфелів, зроблених менеджерами в сфері інвестицій.

Оптимальний розподіл ризикового капіталу

Яку ж структуру обмежень слід обрати з усіх можливих структур? Щоб відповісти на це питання, використаємо метод розрахунку оптимізації. Оптимальне розміщення ризикового капіталу досягається, щойно загальні показники продуктивності, скоригованої на ризик, комерційного відділу збільшуються для ризикового капіталу C. Припускається, що виділені суми ризикового капіталу та межі ризику відповідно завжди повністю використовуються працівниками банків, які відповідають за управління інвестиціями клієнта. Проблема оптимізації має вигляд:

$$\text{RAPM}_K^{\text{agg}}(\boldsymbol{C}) = \frac{\sum_{i=1}^{K} G_i^{\text{ad}}(C_i)}{\sqrt{\boldsymbol{C}' \boldsymbol{P}_L \boldsymbol{C}}} \to \max!$$

якщо $\sqrt{\boldsymbol{C}' \boldsymbol{P}_L \boldsymbol{C}} \leq \text{C}$, (17)

[1] Див. також Ріддер (1999, ст. 10).

де $\boldsymbol{C}$ – вектор суми ризикового капіталу ієрархії портфеля, який представляє структуру межі ризику. Застосувавши метод Легрейнджа, отримаємо функцію Ленгрейджа:

$$L = \frac{\sum_{i=1}^{K} G_i^{\text{ad}}(C_i)}{\sqrt{\boldsymbol{C}'\boldsymbol{P}_L\boldsymbol{C}}} + \lambda\left(\mathrm{C} - \sqrt{\boldsymbol{C}'\boldsymbol{P}_L\boldsymbol{C}}\right). \tag{18}$$

Реальне рішення системи рівнянь, яке визначається за допомогою наступного рівняння

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial C_i} = 0, \quad i = 1, \ldots, K, \tag{19}$$

завжди чітко веде до глобального максимуму[1]. Щоб знайти рішення, ми можемо застосувати добре відомі числові алгоритми оптимізації, такі як метод зниження градієнта.

Тоді як скориговані на ризик прибутки в числівнику є адитивними, ризиковий капітал у знаменнику є субадитивним для змін, які погано корелюють у вартості портфеля цінних паперів ($\boldsymbol{P}_L \neq \mathbf{1}$). Це веде до того, що загальна прибутковість буде більшою, ніж сумарна прибутковість наступних портфелів:

$$\sqrt{\boldsymbol{C}'\boldsymbol{P}_L\boldsymbol{C}} \le \sum C_i \Rightarrow \mathrm{RAPM}_K^{\text{agg}} \ge \sum \mathrm{RAPM}_i \,.$$

Формулювання системи рівнянь робить зрозумілим наступне: оптимальний розподіл ризикового капіталу $\boldsymbol{C}^*$ (або оптимальна структура меж ризику) значною мірою залежить від кореляційної матриці $\boldsymbol{P}_L$ портфельних збитків. Чим вищою є кореляція між вартісними змінами портфелів, тим нижчим може бути внесок ризикового капіталу, призначеного для портфеля. Проблема розподілу ризикового капіталу полягає в тому, що кореляції є невідомими і можуть змінюватись у зв'язку з незалежними рішеннями, прийнятими управляючими портфелями, стосовно майбутньої визначеної структури базових портфелів.

Зразок двовимірного розподілу

Щоб зробити запропоновану процедуру зрозумілою для обговорення результатів, використаємо простий двовимірний зразок розподілу ризикового капіталу. Розглянемо базові портфелі $J = 2$, які об'єднуються із загальним портфелем ($K = 3$.) В кожному базовому портфелі $N = M = 2$ використовуються фінансові інструменти. Для спрощення використаємо $\boldsymbol{\mu}_I = \mathbf{0}$. Отримуємо наступні структурні вектори:

$$\boldsymbol{\theta}_{1;t} = \begin{pmatrix} \theta_{11} \\ \theta_{12} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\theta}_{2;t} = \begin{pmatrix} \theta_{21} \\ \theta_{22} \end{pmatrix}. \tag{20}$$

Виразимо ієрархію портфеля через матрицю:

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} 1\,0\,1 \\ 0\,1\,1 \end{pmatrix} \tag{21}$$

та отримуємо:

---

[1] Див. Бош, Дженсен (1994, ст. 246).

$$\boldsymbol{\Theta}_t = \boldsymbol{\Theta}_{J;t}\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} \theta_{11}\ \theta_{21}\ (\theta_{11}+\theta_{21}) \\ \theta_{12}\ \theta_{22}\ (\theta_{12}+\theta_{22}) \end{pmatrix} \text{ з } \boldsymbol{\Theta}_{J;t} = \begin{pmatrix} \theta_{11}\ \theta_{21} \\ \theta_{12}\ \theta_{22} \end{pmatrix} \tag{22}$$

для структурної матриці завершеної структури портфеля. З коваріаційної матриці фінансових інструментів

$$\boldsymbol{\Sigma}_I = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \mathrm{cov}_{2,1} \\ \mathrm{cov}_{1,2} & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \tag{23}$$

та діагональної матриці ринкових цін фінансових інструментів

$$\boldsymbol{w}_t^{\mathrm{diag}} = \begin{pmatrix} w_1 & 0 \\ 0 & w_2 \end{pmatrix} \tag{24}$$

отримуємо коваріаційну матрицю портфельних збитків:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{L;t} = \boldsymbol{\Theta}_t{}'\boldsymbol{w}_t^{\mathrm{diag}}\boldsymbol{\Sigma}_I\boldsymbol{w}_t^{\mathrm{diag}}\boldsymbol{\Theta}_t = \begin{pmatrix} \sigma_{L_1}^2 & \mathrm{cov}_{L_1,L_2} & \sigma_{L_1}^2+\mathrm{cov}_{L_1,L_2} \\ \mathrm{cov}_{L_1,L_2} & \sigma_{L_2}^2 & \sigma_{L_2}^2+\mathrm{cov}_{L_1,L_2} \\ \sigma_{L_1}^2+\mathrm{cov}_{L_1,L_2} & \sigma_{L_2}^2+\mathrm{cov}_{L_1,L_2} & \sigma_{L_1}^2+\sigma_{L_2}^2+2\,\mathrm{cov}_{L_1,L_2} \end{pmatrix}. \tag{25}$$

Нарешті ми отримуємо вектор VaR за допомогою рівняння

$$\mathbf{VaR}_{t+T} = \mathrm{diag}(\sqrt{T\cdot\boldsymbol{\Sigma}_{L;t}}\cdot z(p)) = \begin{pmatrix} \mathrm{VaR}_{1;t+T} \\ \mathrm{VaR}_{2;t+T} \\ \sqrt{\mathrm{VaR}_{1;t+T}^2+\mathrm{VaR}_{2;t+T}^2+2\rho_{L_1,L_2}\mathrm{VaR}_{1;t+T}\mathrm{VaR}_{2;t+T}} \end{pmatrix}. \tag{26}$$

Якщо дається сума ризикового капіталу C і ми прирівнюємо його до VaR для сукупного портфеля, то можна отримати набір структур допустимих меж ризику (Міжнародна організація стандартизації):

$$V = \{(\mathrm{VaR}_{1;t+T}\ \mathrm{VaR}_{2;t+T}\ \mathrm{VaR}_{3;t+T})' : \mathrm{VaR}_{3;t+T} = C\}$$

$$= \{(C_1\ C_2\ C_3)' : C_3 = \mathrm{C}\}.$$

Вирішення $C_1^2 + 2\rho_{L_1,L_2}C_1C_2 + C_2^2 - \mathrm{C}^2 = 0$

веде до

$$C_{1(1,2)} = -\rho_{L_1,L_2}C_2 \pm \sqrt{\rho_{L_1,L_2}^2 C_2^2 - C_2^2 + C^2}\ . \tag{27}$$

$$\rho_{L_1,L_2} = 1: \qquad C_1 = \mathrm{C} - C_2$$

$$\rho_{L_1,L_2} = 0: \qquad C_1 = \sqrt{\mathrm{C}^2 - C_2^2}$$

За допомогою такої самої процедури в принципі можна вирішити всі проблеми, пов'язані з розподілом капіталу.

Для того, щоб представити поєднання допустимих меж ризику на рівні C_1-C_2, ми отримуємо точку перетину еліпса, ввігнутого до висхідного пункту. Чим меншими є зміни вартості базового портфеля, тим більш випуклою є ця крива (рис. 3).

Ми обираємо розподіл ризикового капіталу, який максимізує скориговані на ризик прибутки комерційного відділу поза межами набору допустимих меж ризику за допомогою запропонованого методу оптимізації:

$$\mathrm{RAPM}_3^{\mathrm{agg}}(\boldsymbol{C}) = \frac{G_1^{\mathrm{ad}}(C_1) + G_2^{\mathrm{ad}}(C_2)}{\sqrt{C_1^2 + 2\rho_{L_1,L_2} C_1 C_2 + C_2^2}} \to \max!$$

якщо $\sqrt{C_1^2 + 2\rho_{L_1,L_2} C_1 C_2 + C_2^2} \leq \mathrm{C}$. (28)

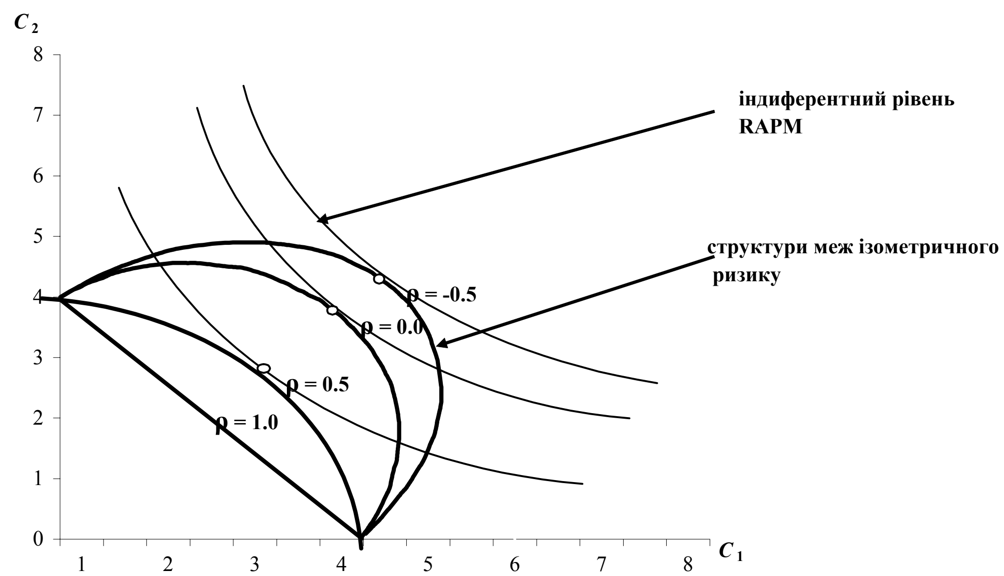

Рис. 3. Проблема двовимірного розподілу

Отримані результати дозволяють зробити наступні висновки. Чим меншим є співвідношення збитків базового портфеля, тим вищими можуть бути межі ризику, призначені для цього портфеля, не перевищуючи ризиковий капітал на загальному рівні взяттям дійсного ризику і навпаки (див. (27) та рис. 3). Якщо (оптимальний) розподіл здійснюється на базі припущеної кореляції і якщо портфельні збитки більшою мірою корелюють в майбутньому, то сума ризикового капіталу комерційного відділу буде неминуче перевищена, що свідчитиме про вичерпаність меж ризику базових портфелів. Але якщо портфельні збитки меншою мірою корелюватимуть у майбутньому, то сума ризикового капіталу комерційного відділу не буде використана повністю, навіть якщо будуть вичерпані межі ризику базових портфелів.

Висновки

Запропонована нами модель для побудови системи меж ризику, а також для розподілу ризикового капіталу в комерційних відділах фінансових установ пропонує абсолютне аналітичне рішення проблеми розподілу. Ми маємо у своєму розпорядженні інструмент, який дозволяє нам пояснити феномен меж невичерпного ризику на загальному рівні комерційного відділу, який можна розглядати в реальній компанії. Причина такого розгляду полягає в тому, що кореляційна структура збитків портфеля комерційного відділу невідома. Вона є невідомою не лише для ненадійних ринкових розробок та, як результат, їх нестабільності протягом певного часу, але й (навіть якщо цей аспект не береться до уваги) для припущених невідомих структур майбутніх комерційних портфелів.

У зв'язку зі своїми незалежними рішеннями стосовно структури їхніх портфелів працівники банку, які відповідають за управління інвестиціями клієнта, розробляють структури кореляцій, які головним чином не можна спрогнозувати. Крім того, необхідність обмеження ризику спричинена саме цією децентралізованою та незалежною компетентністю рішення в базовому портфелі. Завдяки отриманим даним ми маємо результат вибору між ефективним використанням ризикового капіталу та необхідною постійною підтримкою меж ризику.

Які ж рекомендації стосовно подальшої обробки цих даних можна надати правлінням банків? Якщо ми припускаємо максимальні можливі кореляції портфельних збитків, можна гарантувати, що ризиковий капітал ніколи не буде перевищуватися взятим на себе фактичним ризиком. Проте ризиковий капітал комерційного відділу не буде повністю використаним у більшості випадків. Тут є можливим представлення "супер-торговця". Він встановлює позиції ринкового ризику для невикористаних порцій ризикового капіталу на рівні відділу[1]. Така установа може також бути використана у протилежній ситуації. Якби розподіл ризикового капіталу цілеспрямовано базувався на більш низьких співвідношеннях збитків, то "супер-торговець" міг би встановити відповідні протилежні позиції, якщо виникає ризик, що надана основна сума ризикового капіталу буде перевищена. Сумнівним аспектом цих рекомендацій є те, що рішення, прийняті таким "супер-торговцем", негайно змінюють кореляційну структуру.

Цікаву альтернативу можна було б запропонувати в організації внутрішнього ринку для ризикового капіталу. Невикористаний ризиковий капітал буде проданий управляючими портфеля на ринку, на якому цільова норма прибутку встановлена як ринкова ціна. Однак з теоретичної точки зору виникають сумніви стосовно ефективності такого вирішення проблеми розподілу. Крім того, буде також важко належним чином проаналізувати невідому структуру кореляцій.

Базуючись на індивідуальному ставленні до ризику, керівники фінансових установ повинні вирішити, чи прагнуть вони зберегти запропоновані межі ризику, чи використовується повністю наданий ризиковий капітал і чи можуть межі ризику бути перевищені.

Список використаних джерел

1. Acerbi, C., Tasche, D. (2002). On the coherence of expected shortfall, Journal of Banking and Finance 26: 1487-1503.
2. Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Heath, D. (1999): Coherent measures of risk, Mathematical Finance 9: 203-228.
3. Beeck, H., Johanning, L., Rudolph, B. (1999). Value-at-Risk-Limitstrukturen zur Steuerung und Begrenzung von Marktrisiken im Aktienbereich, OR Spektrum 21: 259-286.
4. Berger, A.N., Herring, R.J., Szegö, G.P. (1995). The Role of Capital in Financial Institutions, Journal of Banking and Finance 19: 393-430.
5. Berkowitz, J., O'Brien, J. (2002): How Accurate Are Value-at-Risk Models at Commercial Banks?, Journal of Finance 57: 1093-1111.
6. Bosch, K., Jensen, U. (1994). Großes Lehrbuch der Mathematik für Ökonomen, Munich.
7. Bühler, W., Birn, M. (2001). Steuerung von Preis- und Kreditrisiken bei dezentraler Organisation, Working paper No. 01-05, University of Mannheim.
8. Burmester, C., Hille, C.T., Deutsch, H.-P. (1999). Risikoadjustierte Kapitalallokation: Beurteilung von Allokationsstrategien über einen Optimierungsansatz, Handbuch Bankenaufsicht und Interne Risikosteuerungsmodelle, ed. by Eller, R., Gruber, W., Reif, M., Stuttgart, 389-417.
9. Danielsson, J., Jorgensen, B.N., de Vries, C.G. (2002). Incentives for effective risk management, Journal of Banking and Finance 26: 1407-1425.

[1] Див. Дрезел та ін. (2002) для розгляду такого підходу.

10. Denault, M. (2001). Coherent allocation of risk capital, Journal of Risk 4: 1-34.
11. Dresel, T., Härtl, R., Johanning, L. (2002). Risk Capital Allocation. Using Value at Risk Limits if Correlations between Traders' Exposures are Unpredictable, European Investment Review 1: 57-64.
12. Duffie, D., Pan, J. (1997). An Overview of Value at Risk, Journal of Derivatives 4 (3): 7-49.
13. Eisele, W., Knobloch, A.P. (2000): Value at Risk: Tool for Managing Trading Risks, Risk Management, ed. by Frenkel, M., Hommel, U., Rudolf, M., Berlin, 155-179.
14. Froot, K.A., Scharfstein, D.S., Stein, J.C. (1993). Risk management: coordinating corporate investment and financing policies, Journal of Finance 48: 1629-1658.
15. Froot, K.A., Stein, J.C. (1998). Risk management, capital budgeting, and capital structure policy for financial institutions: in integrated approach, Journal of Financial Economics 47: 55-82.
16. Gaumert, U. (2000): Marktrisikosteuerung mit Hilfe interner VaR-Modelle – Anmerkungen aus aufsichtlicher Perspektive, Die Bank (11): 776-784.
17. Geyer, A., Pichler, S. (1998). Aggregationsprobleme im Rahmen des Value-at-Risk-Konzepts, Österreichisches Bankarchiv 46: 942-948.
18. Gründl, H., Schmeiser, H. (2002). Marktwertorientierte Unternehmens- und Geschäftsbereichssteuerung in Finanzdienstleistungsunternehmen, Zeitschrift für Betriebswirtschaft 72: 797-822.
19. Harris, M., Raviv, A. (1998). Capital Budgeting and Delegation, Journal of Financial Economics 50: 259-289.
20. Huschens, S. (1999). Anmerkungen zur Value-at-Risk-Definition, Datamining and Computational Finance. Ergebnisse des 7. Karlsruher Ökonometrie-Workshops, ed. by Bol, G., Nakhaeizadeh, G., Vollmer, K.-H., Heidelberg, 29-41.
21. Huschens, S. (2000). Verfahren zur Value-at-Risk-Berechnung im Marktrisikobereich, Handbuch Risikomanagement, ed. by Johanning, L., Rudolph, B., Bad Soden, 181-218.
22. James, C. (1996). RAROC Based Capital Budgeting and Performance Evaluation: A Case Study of Bank Capital Allocation, Wharton-working paper No. 96-40, University of Pennsylvania.
23. Jorion, P. (2000). Value at Risk. The New Benchmark for Managing Financial Risk, 2nd ed., New York et al.
24. Kinder, C., Steiner, M., Willinsky, C. (2001). Kapitalallokation und Verrechnung von Risikokapitalkosten in Kreditinstituten, Zeitschrift für Betriebswirtschaft 71: 281-300.
25. Kupiec, P.H. (1999). Risk Capital and VaR, Journal of Derivatives 6 (2): 41-52.
26. Lehar, A., Welt, F., Wiesmayr, C., Zechner, J. (1998). Risikoadjustierte Performancemessung in Banken: Konzepte zur Risiko-Ertragssteuerung (Teil 1 und Teil 2), Österreichisches Bankarchiv 46: 857-862 und 949-955.
27. Linsmeier, T.J., Pearson, N.D. (2000). Value at Risk, Financial Analysts Journal 56: 47-67.
28. Locarek-Junge, H., Prinzler, R., Straßberger, M. (2002). The Estimation of Market Risk in Portfolios of Stocks and Stock Options, Schmalenbach Business Review 54 (1-02): 171-189.
29. Matten, C. (1996). Managing Bank Capital. Capital Allocation and Performance Measurement, Chichester et al.
30. Merton, R.C., Perold, A.F. (1993). Theory of risk capital in financial firms, Journal of Applied Corporate Finance 6 (3): 16-32.
31. Perold, A.F. (2001). Capital Allocation in Financial Firms, Working paper 98-072, Harvard Business School.
32. Punjabi, S. (1998). Many happy returns, Risk 11 (6): 71-76.
33. Read, O. (1998). Parametrische Modelle zur Ermittlung des Value-at-Risk, Köln.
34. Ridder, T. (1999). Konsistente VaR-Limitsysteme, Working paper, SGZ-Bank AG Frankfurt a. M. and Karlsruhe.
35. Rockafellar, R.T., Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions, Journal of Banking and Finance 26: 1443-1471.
36. Rothschild, M., Stiglitz, J.E. (1970): Increasing Risk: I. A Definition, Journal of Economic Theory 2: 225-243.

37. Saita, F. (1999). Allocation of Risk Capital in Financial Institutions, Financial Management 28: 95-111.
38. Scharfstein, D.S., Stein J.C. (2000). The Dark Side of Internal Capital Markets: Divisional Rent-Seeking and Inefficient Investment, Journal of Finance 55: 2537-2564.
39. Schierenbeck, H., Lister, M. (1998). Risikoadjustierte Ergebnismessung und Allokation von Risikokapital, Gesamtbankmanagement. Integrierte Risiko-/Ertragssteuerung in Kreditinstituten, ed. by Rolfes, B., Schierenbeck, H., Schüller, S., Frankfurt a. M., 195-269.
40. Smithson, C., Po, T., Rozario, J. (1997): Capital Budgeting – How banks measure performance, Risk 10 (6): 40-41.
41. Smithson, C., Hayt, G. (2001). Allocating and optimising capital, Risk 14 (6): 78-80.
42. Stein, J.C. (1997). Internal Capital Markets and the Competition for Corporate Resources, Journal of Finance 52: 111-133.
43. Stoughton, N.M., Zechner, J. (1999). Optimal Capital Allocation Using RAROC and EVA, Working paper, University of California Irvine und University of Vienna.
44. Straßberger, M. (2002). Risikokapitalallokation und Marktpreisrisikosteuerung mit Value-at-Risk-Limiten, Lohmar-Köln.
45. Stulz, R.M. (1996). Rethinking risk management, Journal of Applied Corporate Finance 9 (3): 8-24.
46. Szegö, G. (2002). Measures of risk, Journal of Banking and Finance 26: 1253-1272.
47. Uhlir, H., Aussenegg, W. (1996). Value-at-Risk (VaR). Einführung und Methodenüberblick, Österreichisches Bankarchiv 44: 831-836.
48. Uyemura, D., Kantor, C., Pettit, J. (1996). EVA for banks: value creation, risk management and profitability measurement, Journal of Applied Corporate Finance 9: 94-113.
49. Wilson, T.C. (1997). Calculating Risk Capital, The Handbook of Risk Management and Analysis, ed. by Alexander, C.O., Chichester et al., 193-232.
50. Zaik, E., Walter, J., Kelling, J., James, C. (1996). RAROC at Bank of America: From theory to practice, Journal of Applied Corporate Finance 9: 83-93.

Отримано 27.03.2006