

УДК 334.758.4 (529)

Юнчерн Су (Тайвань), Хайлан Чен (Тайвань), Пейвен Чен (Тайвань)

## Модель AVGARCHM для оценки рисков финансовых холдинговых компаний Тайваня

### Аннотация

Эта статья предлагает модель AVGARCHM для моделирования двух портфелей финансовых холдинговых компаний Тайваня. Авторы используют модель AVGARCHM с компонентами временного ряда. Проводится тестирование моделей VAR с доверительными уровнями в 99% и 95%. Учитывая эффективность расхода капитала, результаты указывают, что все четыре модели прогнозирования AVGARCHM являются внутренними моделями. Теоретически, модель AVGARCHM рассматривает эффект сдвига и ротационный эффект относительно инноваций. Мы считаем, что эта модель лучше для изучения одноразовых эффектов, чем модели EGARCHM и NA-GARCHM.

**Ключевые слова:** оценка финансовых рисков (value-at-risk), AVGARCH, финансовые холдинги.

### Введение

По мере создания новых финансовых продуктов финансовые учреждения начинают участвовать в новых видах сложных операций, которые сопряжены с дополнительными рисками. Следовательно, управление рисками становится основной проблемой современных финансовых учреждений.

После внедрения Базеля II в конце 2006 года использование внутренних моделей финансовыми учреждениями активно поощряется. В соответствии с Базель II, начисление капитала на покрытие рыночных рисков осуществляется, используя два метода. Первый основан на “стандартном” методе схожем на систему оценивания кредитных рисков.

Второй метод называют методом внутренних моделей. Он основан на системах управления рисками самого банка, которые являются более точными и гибкими, чем жесткие стандартные правила. И что более важно, по сравнению со “стандартным” подходом, метод внутренних моделей ведет к снижению капитала на покрытие рыночного риска. Поэтому все банки в Тайване используют эту методологию. В данном исследовании мы представляем внутреннюю модель для финансовых холдингов относительно требований к капиталу на покрытие рыночного риска.

С помощью моделей VaR был проведен ряд эмпирических исследований, которые использовали настоящие торговые портфели. Берковитц и О’Браен (2002) были первыми, кто начал изучать модели VaR. Они находят, что даже простые модели ARMA(1,1) и GARCH(1,1) могут способствовать лучшему измерению рыночного риска. Согласно их эмпирическим результатам, даже простые модели временных рядов сокращенной формы играют роль в прогнозе VaR. Для оценивания показателей VaR финансовых холдин-

гов Тайваня мы будем использовать такие компоненты как ARMA(1,1), GARCHM(1,1) и ARMA(1,1)-AVGARCHM(1,1).

Статья имеет следующую структуру. В первой части представлены данные и методология оценивания. Во второй части обсуждаются эмпирические результаты. В последней части даны выводы.

### 1. Данные и методология

Для оценки рыночного риска использовались несколько подходов. Выбор будет зависеть от вида портфеля, имеющихся ресурсов и времени. Существуют три основных подхода: параметрический, историческое моделирование и метод Монте Карло. Эта работа изучает параметрический подход.

Параметрический подход предполагает, что доходы на активы имеют определенное распространение вероятностей (например, нормальное). Оцениваются параметры распространения (например, изменчивость), а на их основе подсчитывается мера риска. Таким образом, мера риска зависит от используемых параметров.

Модель RiskMetrics – самая популярная модель рыночного риска, в которой используется данный подход. Он предполагает, что доходы на активы следуют за нормальным распределением, а изменчивость оценивается экспоненциальным методом взвешенных скользящих средних значений EWMA (Exponential Weighted Moving Average) с использованием исторических данных. Этот метод пытались заменить рядом других методов – как правило, методами GARCH. Этот подход называют условными нормальными методами, так как мы используем нормальное распределение с вариативностью, рассчитываемой условными методами.

Поскольку нормальное распределение имеет более тонкие хвосты, чем эмпирическое распространение, мы также тестировали другие виды

распространения отличные от нормального, такие как Стьюдент-*t*, смесь нормальных и гиперболических распространений, и так далее (Халл и Вайт, 1998). Бауэр (2000) использовал симметрическое гиперболическое распространение, чтобы сделать расчеты VaR, а также данные о немецких акциях и международных фондовых индексах (DAX, Dow Jones и Nikkei) с 1987 по 1997 год. Его результаты показывают, что модель с гиперболическим распространением превзошла модель RiskMetrics.

Прауз (1999) использовал обобщенное гиперболическое распределение и его подклассы для немецких акций, американских фондовых индексов и обменных курсов. Он использовал несколько статистических методов, чтобы оценить расстояния Колмогорова и Андерсона-Дарлинга (Anderson-Darling), причем нормальное распределение всегда было наихудшим. Кроме того, Прауз сделал расчеты VaR с единичными активами и агрегированными портфелями. Обобщенное распространение Парето (Pareto) хорошо подходит для данных предельных случаев, когда мы можем использовать его для вычисления VaR Эмбрехта (1997).

Главное преимущество параметрического подхода – скорость вычисления. Кроме того, при использовании условной оценки изменчивости (EWMA или GARCH), этот метод лучше отражает рыночные риски. С другой стороны, этот метод имеет ряд ограничений, если он применим к портфелям с нелинейными инструментами, таким как опционы или хеджевые фонды (Гупта и Лианг, 2005).

К другим популярным подходам для отображения асимметричных эффектов относятся нелинейный асимметричный метод GARCH, пороговый GARCH, модели TGARCH и GJR-GARCH. Асимметричную модель GARCH (NAGARCH) предложил Энгл (1993); пороговую модель GARCH использовал Закоян (1994). Глостен, Джаганатан и Рункл (1993) использовали модель GJR-GARCH, чтобы позволить плохим новостям иметь больший эффект, чем эффект от хороших новостей.

Хотя статистическое и экономическое значение VaR достаточно подробно изучено в литературе, Берковитц и О’Браен (2002) являются первыми, кто представил данные о работе моделей VaR. Они анализируют распределение исторической торговой прибыли и потерь для шести крупнейших банков США на основе ежедневного показателя оценок VaR шести больших американских банков. Модель GARCH имеет более низкие показатели VaR и лучше предсказывает изменчивость.

Именно поэтому модель GARCH позволяет охватывать риски имея меньшие объемы требуемого капитала. Прогнозы сокращенных форм основанные на изменчивости по времени предлагают простую альтернативу структурным моделям, которые нужно рассмотреть. В то время как модель прибылей и потерь GARCH игнорирует текущую торговую позицию, такие модели могут быть использованы, чтобы выявлять изменения в составе портфеля, если такая информация доступна. Результаты представленные в этой статье показывают, что даже простые модели временного ряда сокращенных форм могут быть полезным компонентом в прогнозе VaR.

**1.1. Модель AVGARCHM VaR.** В этом исследовании, мы строим модель AVGARCHM VaR для двух моделируемых портфелей и определяем модель прогнозирования для изучения предполагаемых результатов. Предыдущие исследования показали, что асимметричные модели GARCH превосходят симметричные модели при измерении рыночных рисков. Асимметрия может отображаться на перемещающихся и вращающихся кривых. Модель EGARCHM может отображать доминирующий источник эффекта асимметрии для больших импульсов, а модель NAGARCHM лучше показывает доминирующий источник эффекта асимметрии для маленьких импульсов. В исследовании Хентшела (Хентшел, 1995) указывается, что эти два типа не могут заменять друг друга. Таким образом, мы используем модель AVGARCHM, чтобы моделировать эффекты сдвига и вращения в моделях оценки банковского риска VaR.

Учитывая группы изменчивости, эксцесс распределения прибыли на общую сумму активов и асимметричные эффекты, мы формулируем модель VaR, которая определяется с помощью моделей ARMA(1,1) и GARCHM(1,1). Для этого мы имеем следующее уравнение.

$$R_t = \alpha + \text{Volume}R_{t-1} + \beta h_{t-1} + MA\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, h_t), \quad (2)$$

где  $R_t$  определен как избыточная доходность на портфель и представлена постоянным членом, суммарной автокорреляцией, изменяющейся во времени надбавкой за риск, гетероскедастичным остаточным членом и скользящим средним запаздывающим членом. Погрешность  $\varepsilon_t$ , имеет условную дисперсию  $h_t$  и может быть расчленена как,  $\varepsilon_t = \sqrt{h_t}Z_t$ , и  $Z_t \sim N(0,1)$ . Процесс изменчивости представлен следующим образом:

$$\sqrt{h_t} = A + B(1)\sqrt{h_{t-1}} + C(1)[|\varepsilon_{t-1}| + \rho] + C(2)(\varepsilon_{t-1} + \rho), \quad (3)$$

где условная дисперсия представлена квадратом средневзвешенного показателя абсолютных шоков (импульсов), вместо средневзвешенного показателя квадратных шоков (импульсов). Оцениваются показатели величины  $\alpha, \beta, \rho, MA, A, B$  (1) и  $C$  (1), и  $C$  (2).

**1.2. Данные.** В этом исследовании, мы имеем позиции по двум портфелям купленным 28 ноября 2000 года.

Позиции составлены из 74 акций Тайваньской фондовой биржи, 8 тайваньских правительственных облигаций и 5 пар валюты: Доллар США/Тайванский доллар, Доллар США/Японская иена, Доллар США/Евро, Австралийский доллар/Доллар США, и Канадский доллар/Доллар США. Вычисление прибыли и убытков торговых позиций проходит на основе переоценки всех открытых позиций в соответствии с текущими рыночными ценами (marking to market).

Мы получаем 617 наблюдений, из которых 401 наблюдение представляет собой выборочные данные для оценки параметров модели VaR, а остальные 216 точек выборки представлены как стандарт тестирования в будущем. Прогнозирование VaR за пределами выборки начинается на 402 день, причем оценки обновляются ежедневно. Таким образом, ежедневные результаты прогнозов VaR при уровнях доверия 99% и 95% в период времени  $t$  представлены соответственно как:  $\hat{R}_{t+1} - 2.326 \times \hat{h}_{t+1}$  и  $\hat{R}_{t+1} - 1.645 \times \hat{h}_{t+1}$ .

Оставшиеся 216 наблюдений временных серий используются для оценки моделей VaR. Работа модели измеряется числом ошибок в передовых прогнозах VaR.

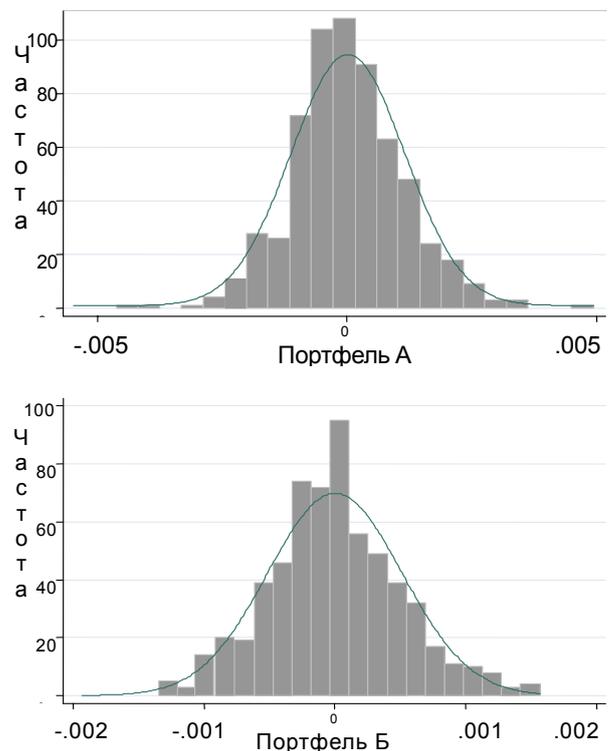
С точки зрения банков, эффективность модели и эффективность капитала выделенного на покрытие рисков важны для управления рыночными рисками. Мы также используем и другие индикаторы, такие как совокупное, среднее и максимальное нарушение. Совокупные нарушения характеризуют общую сумму дополнительного капитала выделяемого на покрытие рисков, если нарушения действительно происходят.

Совокупный процент нарушений определяется как  $\sum_{i=1}^n \left( \frac{R_i - VaR_i}{VaR_i} \right)$ , где  $n$  – число нарушений. Средний диапазон нарушений описывает среднюю сумму дополнительного капитала выделяемого на покрытие рисков, если нарушения действительно происходят. Процент средних нарушений определяется как  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{R_i - VaR_i}{VaR_i} \right)$ . Максимальное нарушение представляет максимальную сумму

дополнительного капитала выделяемого на покрытие рисков, если нарушение действительно происходит. Процент максимальных нарушений определяется как  $-\left( \frac{R_i - VaR_i}{VaR_i} \right)$ .

**2. Эмпирические результаты**

**2.1. Временные ряды ежедневной прибыли и убытка.** Мы подсчитываем 617 точек выборки основываясь на переоценке всех открытых позиций в соответствии с текущими рыночными ценами (marking to market) для того, чтобы определить ежедневную прибыль и убыток. Гистограммы ежедневной прибыли и убытка в портфелях А и Б представлены на рисунке 1.



Примечание: В этом исследовании, мы имеем позиции по двум портфелям купленным 28 ноября 2000 года. Позиции составлены из 74 акций Тайваньской фондовой биржи, 8 тайваньских правительственных облигаций и 5 пар валюты: Доллар США/Тайванский доллар, Доллар США/Японская иена, Доллар США/Евро, Австралийский доллар/Доллар США, и Канадский доллар/Доллар США. Вычисление прибыли и убытков торговых позиций проходит на основе переоценки всех открытых позиций в соответствии с текущими рыночными ценами (marking to market).

**Рис. 1. Ежедневное распределение прибыли и убытка в моделированных портфелях А и Б**

Очевидно, что портфель А имеет резко выделяющиеся значения (выбросы) в левой и в правой стороне. Портфель А имеет положительное среднее значение с большим стандартным отклонением; оно имеет уклон направо с leptokurtическим распределением. По сравнению с распределением портфеля А, распределение портфеля Б сконцентрировано вокруг нуля. Таким образом, оно не имеет экстремальных значений в гистограмме.

Таблица 1. Сводная статистика ежедневной прибыли и убытка для моделированных портфелей А и Б

	Портфель А	Портфель Б
Количество наблюдений	617	617
Среднее значение	0.0016%	0.0001%
Стандартное отклонение	0.11%	0.05%
99-я процентиль	-0.2643%	-0.1196%
95-я процентиль	-0.1867%	-0.0846%
Асимметрия	0.0042	0.1803
Козф. экцесса	4.7241	3.4619

Примечание: В этом исследовании, мы имеем позиции по двум портфелям купленным 28 ноября 2000 года. Позиции составлены из 74 акций Тайваньской фондовой биржи, 8 тайваньских правительственных облигаций и 5 пар валюты: Доллар США/Тайванский доллар, Доллар США/Японская иена, Доллар США/Евро, Австралийский доллар/Доллар США, и Канадский доллар/Доллар США. Вычисление прибыли и убытков торговых позиций проходит на основе переоценки всех открытых позиций в соответствии с текущими рыночными ценами (marking to market).

**2.2. Испытание результатов моделей VaR.** Тест прогнозов VaR для портфелей А и Б проводится с помощью модели VaR AVGARCHM (1,1)

Таблица 2. Параметры, оцененные в моделях ARMA(1,1)-AVGARCHM(1,1)

$$R_t = \alpha + \text{Volume}R_{t-1} + \beta h_{t-1} + MA\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, h_t),$$

$$\sqrt{h_t} = A + B(1)\sqrt{h_{t-1}} + C(1)[|\varepsilon_{t-1}| + \rho] + C(2)(\varepsilon_{t-1} + \rho),$$

где  $R_t$  определен как избыточная доходность на портфель и представлена постоянным членом, суммой автокорреляцией, изменяющейся во времени надбавкой за риск, гетероскедастичным остаточным членом и скользящим средним запаздывающим членом. Погрешность  $\varepsilon_t$ , имеет условную дисперсию  $h_t$  и может быть расчленена как,  $\varepsilon_t = \sqrt{h_t}Z_t$  и  $Z_t \sim N(0,1)$ . Оцениваются показатели величины  $\alpha, \beta, \rho, MA, A, B(1)$  и  $C(1), C(2)$ .

Портфель А				Портфель Б			
Переменная	Значение	Стандартная погрешность	T-статистика	Переменная	Значение	Стандартная погрешность	T-статистика
$\alpha$	-0.0114	0.0214	-0.535	$\alpha$	-0.0192	0.0179	-1.073
Величина	-3.0E-08	8.7E-09	-3.485	Величина	-1.2E-08	5.2E-09	-2.237
$\beta$	0.1096	0.1994	0.550	$\beta$	0.3677	0.3525	1.043
MA	0.0079	0.0596	0.133	MA	0.0492	0.0600	0.820
A	0.0098	0.0048	2.030	A	0.0064	0.0033	1.931
B(1)	0.8186	0.0481	17.031	B(1)	0.8370	0.0783	10.694
C(1)	0.3906	0.1783	2.191	C(1)	0.0578	0.0487	1.189
C(2)	0.8792	0.0698	12.602	C(2)	0.1812	0.5759	0.315
$\rho$	-0.2216	0.0265	-8.373	$\rho$	-0.0314	0.0251	-1.252

Таблица 3. Параметры, оцененные в моделях AR(1)-AVGARCHM(1,1)

$$R_t = \alpha + \text{Volume}R_{t-1} + \beta h_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, h_t),$$

$$\sqrt{h_t} = A + B(1)\sqrt{h_{t-1}} + C(1)[|\varepsilon_{t-1}| + \rho] + C(2)(\varepsilon_{t-1} + \rho),$$

где  $R_t$  определен как избыточная доходность на портфель и представлена постоянным членом, суммой автокорреляцией, изменяющейся во времени надбавкой за риск, гетероскедастичным остаточным членом и скользящим средним запаздывающим членом. Погрешность  $\varepsilon_t$ , имеет условную дисперсию  $h_t$  и может быть расчленена как,  $\varepsilon_t = \sqrt{h_t}Z_t$  и  $Z_t \sim N(0,1)$ . Оцениваются показатели величины  $\alpha, \beta, \rho, A, B(1), C(1)$ , и  $C(2)$ .

с четырьмя уравнениями: ARMA(1,1), AR(1), MA(1) при уровнях доверия 99% и 95%.

Оцененные параметры и статистика числа нарушений в этих четырех моделях прогноза VaR представлены в таблицах 2-7. Из таблиц 2-5 мы видим, что параметр  $\rho$  (parameter Rho), который отражает эффект сдвига, является отрицательным и существенным в портфеле А. Однако, в портфеле Б, он является отрицательным, но не существенным. Возможное объяснение состоит в том, что портфель А имеет больше активов связанных с иностранными валютами, чем портфель Б. Это также может объяснять факт, что портфель Б имеет больше акций, но с меньшим стандартным отклонением. Другая находка – параметр C(2), который отражает эффект вращения, является в основном положительный в наших моделях VaR. Это означает, что хорошие новости увеличивают изменчивость больше, чем плохие. Мы думаем, что на это может влиять эффект сдвига, так как в портфеле А параметр C(2) существенен, а в портфеле Б нет.

Продолжение табл. 3

Портфель А				Портфель Б			
Переменная	Значение	Стандартная погрешность	T-статистика	Переменная	Значение	Стандартная погрешность	T-статистика
$\alpha$	-0.0139	0.0215	-0.647	$\alpha$	-0.0182	0.0174	-1.047
Величина	-2.9E-08	8.4E-09	-3.501	Величина	-1.1E-08	5.2E-09	-2.214
$\beta$	0.1301	0.2005	0.653	$\beta$	0.3485	0.3416	1.020
A	0.0097	0.0047	2.066	A	0.0064	0.0033	1.930
B(1)	0.8205	0.0471	17.424	B(1)	0.8383	0.0763	10.983
C(1)	0.3878	0.1799	2.156	C(1)	0.0577	0.0483	1.196
C(2)	0.8790	0.0715	12.286	C(2)	0.2356	0.5602	0.421
$\rho$	-0.2196	0.0276	-7.961	$\rho$	-0.0323	0.0259	-1.246

Таблица 4. Параметры, оцененные в моделях MA(1)-AVGARCHM(1,1)

$$R_t = \alpha + \beta h_{t-1} + MA \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, h_t),$$

$$\sqrt{h_t} = A + B(1)\sqrt{h_{t-1}} + C(1)[|\varepsilon_{t-1}| + \rho] + C(2)(\varepsilon_{t-1} + \rho),$$

где  $R_t$  определен как избыточная доходность на портфель и представлена постоянным членом, суммой автокорреляцией, изменяющейся во времени надбавкой за риск, гетероскедастичным остаточным членом и скользящим средним запаздывающим членом. Погрешность  $\varepsilon_t$ , имеет условную дисперсию  $h_t$  и может быть расчленена как,  $\varepsilon_t = \sqrt{h_t} Z_t$  и  $Z_t \sim N(0,1)$ . Оцениваются показатели величины  $\alpha, \beta, \rho, MA, A, B(1), C(1)$ , и  $C(2)$ .

Портфель А				Портфель Б			
Переменная	Значение	Стандартная погрешность	T-статистика	Переменная	Значение	Стандартная погрешность	T-статистика
$\alpha$	-0.0307	0.0322	-0.954	$\alpha$	-0.0523	0.0402	-1.300
$\beta$	0.2747	0.2862	0.960	$\beta$	0.9954	0.7672	1.297
MA	-0.0150	0.0571	-0.262	MA	0.0284	0.0590	0.481
A	0.0071	0.0031	2.278	A	0.0038	0.0020	1.884
B(1)	0.8388	0.0418	20.077	B(1)	0.8818	0.0521	16.935
C(1)	0.4080	0.1542	2.645	C(1)	0.0593	0.0336	1.767
C(2)	0.8862	0.0504	17.570	C(2)	0.2331	0.3761	0.620
$\rho$	-0.2169	0.0223	-9.713	$\rho$	-0.0257	0.0186	-1.378

Таблица 5. Параметры, оцененные в моделях In-Mean AVGARCHM(1,1)

$$R_t = \alpha + \beta h_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, h_t),$$

$$\sqrt{h_t} = A + B(1)\sqrt{h_{t-1}} + C(1)[|\varepsilon_{t-1}| + \rho] + C(2)(\varepsilon_{t-1} + \rho),$$

где  $R_t$  определен как избыточная доходность на портфель и представлена постоянным членом, суммой автокорреляцией, изменяющейся во времени надбавкой за риск, гетероскедастичным остаточным членом и скользящим средним запаздывающим членом. Погрешность  $\varepsilon_t$ , имеет условную дисперсию  $h_t$  и может быть расчленена как,  $\varepsilon_t = \sqrt{h_t} Z_t$  и  $Z_t \sim N(0,1)$ . Оцениваются показатели величины  $\alpha, \beta, \rho, A, B(1), C(1)$ , и  $C(2)$ .

Портфель А				Портфель Б			
Переменная	Значение	Стандартная погрешность	T-статистика	Переменная	Значение	Стандартная погрешность	T-статистика
$\alpha$	-0.0310	0.0324	-0.959	$\alpha$	-0.0462	0.0360	-1.285
$\beta$	0.2774	0.2871	0.966	$\beta$	0.8776	0.6866	1.278
A	0.0074	0.0031	2.283	A	0.0037	0.0019	1.894
B(1)	0.8385	0.0407	20.619	B(1)	0.8904	0.0472	18.855
C(1)	0.4049	0.1485	2.727	C(1)	0.0513	0.0265	1.935
C(2)	0.8847	0.0514	17.206	C(2)	-0.0146	0.4568	-0.032
$\rho$	-0.2169	0.0224	-9.679	$\rho$	-0.0074	0.0228	-0.325

В таблице 6, мы показываем все четыре модели при уровнях доверия 99% и 95% для портфеля А относительно количества нарушений, совокуп-

ных, средних и максимальных нарушений. В таблице 7 представлена статистика VaR для портфеля Б. Для портфеля А, все четыре модели VaR да-

ют то же самое количество нарушений при уровнях доверия 99% и 95%. Для портфеля В, только модель AR(1) дает два нарушения при уровне доверия 95%. Все другие модели дают только одно

нарушение при уровнях доверия 99% и 95%. В соответствии с дополнениями к базельскому соглашению 1996 года, все четыре модели VaR соответствуют требованиям.

Таблица 6. Прогноз VaR основанный на количестве нарушений и показателях капитала на покрытие рыночного риска в портфеле А

Модель оценивается по количеству нарушений в тестируемых прогнозах VaR. В этом исследовании мы имеем выборку за период с 28 ноября 2000 года по 15 апреля 2003 года. Мы получаем 617 наблюдений, из которых 401 наблюдение представляет собой выборочные данные для оценки параметров модели VaR, а остальные 216 точек выборки используются для тестирования в будущем. Прогнозирование VaR за пределами выборки начинается на 402 день, причем оценки обновляются ежедневно. Таким образом, ежедневные результаты прогнозов VaR при уровнях доверия 99% и 95% в период времени  $t$  представлены соответственно как  $\hat{R}_{t+1} - 2.326 \times \hat{h}_{t+1}$  и  $\hat{R}_{t+1} - 1.645 \times \hat{h}_{t+1}$ .

Совокупные нарушения характеризуют общую сумму дополнительного капитала выделяемого на покрытие рисков, если нарушения действительно происходят.

Совокупный процент нарушений определяется как  $\sum_{i=1}^n \left( \frac{R_i - VaR_i}{VaR_i} \right)$ , где  $n$  – число нарушений. Средний диапазон нарушений

описывает среднюю сумму дополнительного капитала выделяемого на покрытие рисков, если нарушения действительно происходят. Процент средних нарушений определяется как  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{R_i - VaR_i}{VaR_i} \right)$ . Максимальное нарушение представляет макси-

мальную сумму дополнительного капитала выделяемого на покрытие рисков, если нарушение действительно происходит.

Процент максимальных нарушений определяется как  $-\left( \frac{R_i - VaR_i}{VaR_i} \right)$ .

Уровень доверия 99%	Наблюдения	Количество нарушений	Среднее значение VaR	Процент совокупных нарушений	Процент средних нарушений	Процент максимальных нарушений
ARMA(1,1)-AVGARCHM(1,1)	216	1	-0.2847%	-0.2719%	-0.2719%	-0.2719%
AR(1)-AVGARCHM(1,1)	216	1	-0.2864%	-0.2727%	-0.2727%	-0.2727%
MA(1)-AVGARCHM(1,1)	216	1	-0.2931%	-0.2735%	-0.2735%	-0.2735%
In-Mean AVGARCHM(1,1)	216	1	-0.2926%	-0.2725%	-0.2725%	-0.2725%
Уровень доверия 95%	Наблюдения	Количество нарушений	Среднее значение VaR	Процент совокупных нарушений	Процент средних нарушений	Процент максимальных нарушений
ARMA(1,1)-AVGARCHM(1,1)	216	2	-0.2044%	-0.3990%	-0.1995%	-0.2037%
AR(1)-AVGARCHM(1,1)	216	2	-0.2063%	-0.4002%	-0.2001%	-0.2035%
MA(1)-AVGARCHM(1,1)	216	2	-0.2155%	-0.4040%	-0.2020%	-0.2020%
In-Mean AVGARCHM(1,1)	216	2	-0.2151%	-0.4043%	-0.2022%	-0.2033%

Таблица 7. Прогноз VaR основанный на количестве нарушений и показателях капитала на покрытие рыночного риска в портфеле Б

Модель оценивается по количеству нарушений в тестируемых прогнозах VaR. В этом исследовании мы имеем выборку за период с 28 ноября 2000 года по 15 апреля 2003 года. Мы получаем 617 наблюдений, из которых 401 наблюдение представляет собой выборочные данные для оценки параметров модели VaR, а остальные 216 точек выборки используются для тестирования в будущем. Прогнозирование VaR за пределами выборки начинается на 402 день, причем оценки обновляются ежедневно. Таким образом, ежедневные результаты прогнозов VaR при уровнях доверия 99% и 95% в период времени  $t$  представлены соответственно как  $\hat{R}_{t+1} - 2.326 \times \hat{h}_{t+1}$  и  $\hat{R}_{t+1} - 1.645 \times \hat{h}_{t+1}$ .

Совокупные нарушения характеризуют общую сумму дополнительного капитала выделяемого на покрытие рисков, если нарушения действительно происходят.

Совокупный процент нарушений определяется как  $\sum_{i=1}^n \left( \frac{R_i - VaR_i}{VaR_i} \right)$ , где  $n$  – число нарушений. Средний диапазон нарушений

описывает среднюю сумму дополнительного капитала выделяемого на покрытие рисков, если нарушения действительно происходят. Процент средних нарушений определяется как  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{R_i - VaR_i}{VaR_i} \right)$ . Максимальное нарушение представляет макси-

мальную сумму дополнительного капитала выделяемого на покрытие рисков, если нарушение действительно происходит.

Процент максимальных нарушений определяется как  $-\left( \frac{R_i - VaR_i}{VaR_i} \right)$ .

Продолжение табл. 7

Уровень доверия 99%	Наблюдения	Количество нарушений	Среднее значение VaR	Процент совокупных нарушений	Процент средних нарушений	Процент максимальных нарушений
ARMA(1,1)-AVGARCHM(1,1)	216	1	-0.1402%	-0.1405%	-0.1405%	-0.1405%
AR(1)-AVGARCHM(1,1)	216	1	-0.1406%	-0.1411%	-0.1411%	-0.1411%
MA(1)-AVGARCHM(1,1)	216	1	-0.1781%	-0.1774%	-0.1774%	-0.1774%
In-Mean AVGARCHM(1,1)	216	1	-0.1734%	-0.1712%	-0.1712%	-0.1712%
Уровень доверия 95%	Наблюдения	Количество нарушений	Среднее значение VaR	Процент совокупных нарушений	Процент средних нарушений	Процент максимальных нарушений
ARMA(1,1)-AVGARCHM(1,1)	216	1	-0.1043%	-0.1044%	-0.1044%	-0.1044%
AR(1)-AVGARCHM(1,1)	216	2	-0.1046%	-0.2081%	-0.1041%	-0.1049%
MA(1)-AVGARCHM(1,1)	216	1	-0.1401%	-0.1395%	-0.1395%	-0.1395%
In-Mean AVGARCHM(1,1)	216	1	-0.1355%	-0.1340%	-0.1340%	-0.1340%

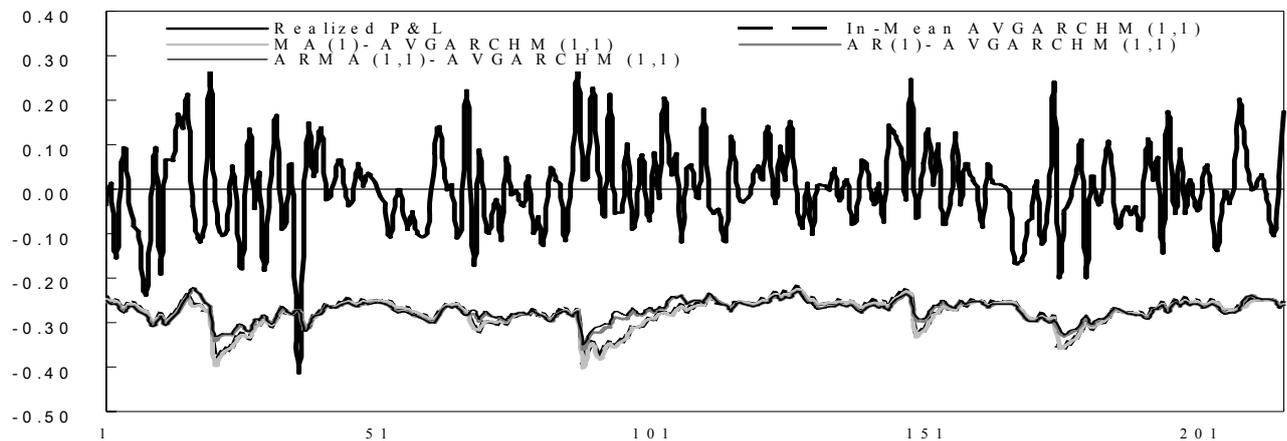
Движение временных рядов ежедневной прибыли и убытка и моделей VaR портфеля А при уровне доверия 99% отражено на Рисунке 2.

Он показывает, что модель ARMA(1,1) и модель AR(1) имеют почти одинаковое движение, а модель MA(1) и модель In-Mean имеют одинаковое движение. Это означает, что параметр MA(1) не важен, а его статистика не существенна. На Рисунке 3 показаны модели VaR для портфеля Б. Они имеют те же самые результаты, что и для портфеля А, но с более гладкими линиями.

Движения моделей VaR можно также наблюдать на диаграммах, чтобы оценить способность отражать изменчивость во времени различных моделей.

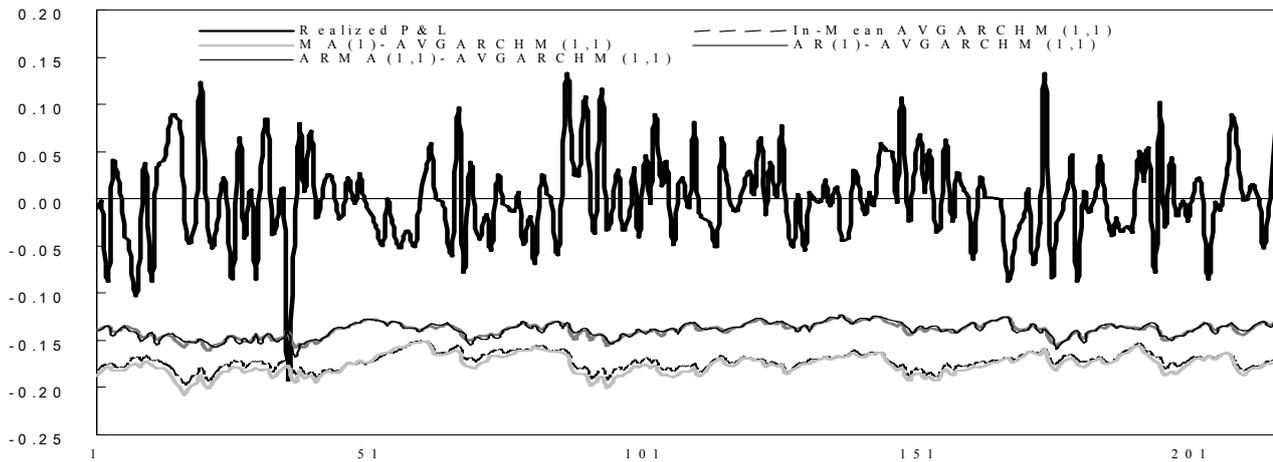
В портфеле А, модель ARMA(1,1) и модель AR(1) быстро реагируют на импульсы ежедневной прибыли и убытка, но они не сильно отличаются от двух других моделей. В портфеле Б, все четыре модели реагируют медленно и мягко на импульсы ежедневной прибыли и убытка, поэтому линии весьма устойчивы.

Поскольку эти четыре модели VaR дают те же самые нарушения при уровнях доверия 99% и 95%, то для нас легче подобрать оптимальную эффективную модель VaR для дополнительного капитала выделяемого на покрытие рисков. Модели ARMA(1,1) и AR(1) наиболее точно отражают движения ежедневной прибыли и убытка и требуют меньше капитала.



Модель оценивается по количеству нарушений в тестируемых прогнозах VaR. В этом исследовании мы имеем выборку за период с 28 ноября 2000 года по 15 апреля 2003 года. Мы получаем 617 наблюдений, из которых 401 наблюдение представляет собой выборочные данные для оценки параметров модели VaR, а остальные 216 точек выборки используются для тестирования в будущем. Прогнозирование VaR за пределами выборки начинается на 402 день, причем оценки обновляются ежедневно. Таким образом, ежедневные результаты прогнозов VaR при уровнях доверия 99% в период времени  $t$  представлены как  $\hat{R}_{t+1} - 2.326 \times \hat{h}_{t+1}$

Рис. 2. Модель AVGARCHM VaR для портфеля А при уровне доверия 99%



Модель оценивается по количеству нарушений в тестируемых прогнозах VaR. В этом исследовании мы имеем выборку за период с 28 ноября 2000 года по 15 апреля 2003 года. Мы получаем 617 наблюдений, из которых 401 наблюдение представляет собой выборочные данные для оценки параметров модели VaR, а остальные 216 точек выборки используются для тестирования в будущем. Прогнозирование VaR за пределами выборки начинается на 402 день, причем оценки обновляются ежедневно. Таким образом, ежедневные результаты прогнозов VaR при уровнях доверия 99% в период времени  $t$  представлены как  $\hat{R}_{t+1} - 2.326 \times \hat{h}_{t+1}$

Рис. 3. Модель AVGARCHM VaR для портфеля Б при уровне доверия 99%

### Выводы

В этой статье мы используем модель AVGARCHM с различными уравнениями для оценки моделей VaR. Все четыре модели AVGARCHM могут рассматриваться как внутренние модели для двух финансовых холдинговых компаний. При уровне доверия 99% и количестве дней 216, число нарушений должно быть менее 2.16; а при уровне доверия 95%, число нарушений должно быть меньше 10. Модели ARMA(1,1), AR(1), MA(1), and In-Mean дают только 1 нарушение при уровне доверия 99%, а также 2 нарушения в портфеле А и 1 нарушение в портфеле Б при уровне доверия 95%. Модель AVGARCHM является внутренней моделью

удовлетворяющей Базельские требования. Движение моделей VaR можно наблюдать на линейных графиках, что позволяет оценить способность отображать изменчивость во времени различных моделей. В портфеле А, модель ARMA (1,1) и модель AR(1) быстро реагируют на импульсы (шоки) ежедневной прибыли и убытка, но у них нет явно выраженных отличий от моделей MA (1) и In-Mean. В портфеле Б, все четыре модели реагируют медленно на импульсы ежедневной прибыли и убытка, поэтому линии весьма устойчивы. Что касается эффективного использования капитала, то модели ARMA(1,1) и AR(1) превосходят две другие модели в портфеле А и в портфеле Б.

### Список использованной литературы

1. Bauer, C. Value at Risk Using Hyperbolic Distributions, *Journal of Economics and Business*, 2000. – № 52. – pp. 455-467.
2. Berkowitz, J. and O' Brien, T. How Accurate are Value-at-Risk Models at Commercial Banks, *Journal of Finance*, 2002. – № 57. – pp. 1093-1112.
3. Bollerslev, T. A Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, 1986. – № 31, – pp.307-327.
4. Christopher, J.N. Target Zones and Conditional Volatility: The Role of Realignment, *Journal of Empirical Finance*, 1999. – № 6. – pp. 177-192.
5. Embrechts, P., Kluppelberg, C. and Mikosch, T. Modeling Extremal Events for Insurance and Finance, Springer-Verlag, 1997.
6. Engle, R.F. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 1982. – № 50. – pp. 987-1008.
7. Engle, R.F., Lilien, D.M. and Robins, R.P. Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCHM Model, *Econometrica*, 1987. – № 55. – pp. 391- 407.
8. Engle, R.F. and Ng, V.K. Measuring and Testing the Impact of News on Volatility. *Journal of Finance*, 1993. – № 48. – pp. 1749-1778.
9. Glosten, L., Jegannathan, R. and Runkle D. On the Relation Between the Expected value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks, *Journal of Finance*, 1993. – № 48. – pp. 1779-1801.
10. Gupta, A. and Liang, B. Do Hedge Funds Have Enough Capital? A Value-at-Risk Approach, *Journal of Financial Economics*, 2005. – № 77. – pp. 219-253.

11. Hull, J. and White, A. Incorporating Volatility Updating into the Historical Simulation Method for Value-at Risk, *Journal of Risk*, 1998. – № 1. – pp. 5-9.
12. Hentschel, L. All in the Family Nesting Symmetric and Asymmetric GARCH models, *Journal of Financial Economics*, 1995. – № 39. – pp. 71-104.
13. Nelson, D. Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: a New Approach, *Econometrica*, 1991. – № 59. – pp. 2347-2370.
14. Prause, K. The Generalized Hyperbolic Model: Estimation, Financial Derivatives, and Risk measures, University of Freiburg, Ph.D. Thesis, 1999.
15. Zakoian, J.M. Threshold Heteroskedastic Models, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1994. – № 18. – pp. 931-955.

Получено 01.08.2010

Перевод с англ. Калиновский К.