

Т.Г. Савченко, канд. екон. наук, доц., ДВНЗ «УАБС НБУ»

І.П. Манжула, магістр, ДВНЗ «УАБС НБУ»

Застосування фільтру Ходріка-Прескота для визначення рівноважних значень макроекономічних параметрів.

У статті розроблено підходи щодо застосування фільтру Ходріка-Прескота для визначення рівноважних значень макроекономічних параметрів, які включаються у монетарне правило. Проведено апробацію даних підходів для розрахунку рівноважних значень реального ВВП та рівноважної динаміки індексу споживчих цін України.

Ключові слова: фільтр Ходріка-Прескота, макроекономічні параметри, правило монетарної політики.

Using of Hodrick-Prescott filter for determination of equilibrium values of macroeconomic parameters.

Approaches to use of Hodrick-Prescott filter for determination of equilibrium values of macroeconomic parameters are developed in the article. Approbation of these approaches for the calculation of Ukraine equilibrium values of macroeconomic parameters (real GDP and consumer price index) is conducted.

Keywords: Hodrick-Prescott filter, macroeconomic parameters, monetary policy rule.

Постановка проблеми.

У теорії математичного аналізу застосовується значна кількість засобів дослідження часових рядів з виділенням основної динамічної компоненти (тобто тренду або ядра). Для вирішення певних завдань макроекономічних досліджень важливим також є окреме спостереження циклічної складової. Одним із найточніших та найбільш розповсюджених методів оцінки рівноважних значень макроекономічних індикаторів є фільтр Ходріка-Прескота. Даний фільтр активно застосовується закордонними дослідниками для визначення рівноважної динаміки параметрів, що включаються у монетарне правило: реальний ВВП, процентна ставка, валютний курс, інфляція. Таким чином, ми розглядатимемо порядок застосування фільтру Ходріка-Прескота, перш за все, у контексті визначення рівноважних значень макроекономічних параметрів, що можуть включатись у монетарне правило

для України. Однак, напрямки застосування даного фільтру можуть бути набагато ширші: датування економічних циклів, прогнозування значень макроекономічних параметрів і т.д.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Фільтр, що досліджується у даній роботі описаний відомими економістами Робертом Ходріком і Едвардом Прескотом [4, 5]. Хоча за визнанням даних дослідників сам підхід запропонований ще на початку 20-х років минулого століття Уїттakerом [4, с. 1-4].

Проблема визначення рівноважних значень макроекономічних показників, на основі використання фільтру Ходріка-Прескота, вивчалась фахівцями департаменту економічного аналізу та прогнозування НБУ [1, 2], а також іншими дослідниками [3]. Однак ми, на основі вивчення робіт закордонних науковців [7; 8], пропонуємо інший спосіб вирішення даного завдання.

Цілі статті.

Дослідити методичні аспекти розрахунку показників на основі фільтру Ходріка-Прескота. Розробити методичні підходи щодо застосування даного фільтру для розрахунку рівноважних значень макроекономічних параметрів, що потенційно можуть включатись до монетарного правила для України. Автоматизувати процес застосування фільтру Ходріка-Прескота та провести апробацію розробленого алгоритму.

Виклад основного матеріалу.

За допомогою даного фільтру виокремлюються коливальна (циклічна) та трендова (рівноважна) складові часового ряду [12, с. 1-2]. Автори зазначають, що фактори які обумовлюють циклічність економічних процесів, завдяки своїй швидкості, можна відділити від повільних демографічних і технологічних факторів, які визначають рівноважні тенденції. Застосування методу згладжування передбачає виконання декількох послідовних процедур.

По-перше, проводиться декомпозиції часового ряду. Досліджуваний ряд представляється як сума циклічної компоненти та трендової складової. Сезонні і випадкові коливання припускаються незначними та включаються у циклічну компоненту [4; 8]. Таким чином, у результаті застосування даного фільтру визначається тренд, що не потребує додаткових згладжувань. Головним початковим припущенням є згладженість основної тенденції ряду, тобто наявність певного тренду. У результаті часовий ряд набуває вигляду наведеного у формулі 1:

$$y_t = g_t + c_t \quad (1)$$

де,

y_t – вхідний (не згладжений) часовий ряд;

g_t – трендова (рівноважна складова) ряду;

c_t – циклічна складова ряду.

Перший доданок рівняння 1 є трендом, а другий – відхиленнями від тренду (циклічна складова). Середнє значення циклічної складової у довгостроковому періоді прямує до нуля. Потрібно зазначити, що у іншій формі запису перший доданок рівняння 1 можна представити як залишки тренду (другий доданок формули 2). По суті даний вираз являє собою суму квадратів нових елементів ряду. Кожен елемент даного ряду формується як різниця відхилень поточного та попереднього значень елементів тренду.

По-друге, формулюється оптимізаційна задача знаходження тренду. Розглянемо спочатку вирішення даної задачі у межах класичного підходу. Зазначені вище припущення дозволяють сформулювати оптимізаційне завдання для знаходження рівноважної компоненти (тенденції) [4; 5; 9 с. 3]:

$$\min_{\{g_t\}, t=-1..T} \left\{ \sum_{t=1}^T c_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})]^2 \right\} \quad (2)$$

де,

λ_t – параметр згладжування відхилень трендової складової;

g_t – трендова (рівноважна складова) ряду;

c_t – циклічна складова ряду.

Параметр λ є позитивним цілим числом, яке «штрафує» мінливість трендової компоненти ряду. Чим більший цей параметр, тим більш згладженим є ряд отриманий у результаті застосування фільтру. Тобто для досить великого значення λ відхилення тренду (різниця між теперішнім і попереднім значенням) повинно знаходитися в межах певної стійкої величини γ таким чином, щоб тренд визначався регресійною залежністю (формула 3) [6, с. 6-7; 7, с. 1]:

$$g_t = g_0 + \gamma \cdot t \quad (3)$$

де,

γ – стійка величина відхилень трендової складової;

g_t – трендова (рівноважна складова) ряду.

Розглянутий класичний підхід знаходження складових часового ряду представляє певні труднощі для практичних розрахунків. Якщо відомі лише вхідні значення часового ряду, то знайти його складові звичайними математичними методами досить складно. Тому реалізація класичного підходу до застосування фільтру передбачає формування додаткової оптимізаційної задачі з деякими обмеженнями, що вирішується у декілька етапів. Приклад реалізації класичного підходу, із використанням фільтру Ходріка-Прескотта з додатковими обмеженнями та застосуванням VAR-моделей, наведено у роботі фахівців департаменту економічного аналізу та прогнозування НБУ [1]. Для вирішення зазначених проблем були розроблені різні модифікації фільтру Ходріка-Прескотта, одна з яких буде застосовуватись нами для проведення розрахунків.

По-третє, проводиться вибір значення параметру згладжування λ . Потрібно зазначити, що для усунення додаткового впливу сезонної і

випадкової компоненти рекомендується брати до розгляду прологарифмовані дані (з основою логарифму 10) або темпи приросту. Хоча це не обов'язкова умова, і метод ефективно використовується для згладжування будь-яких рядів. Вибір параметра згладжування передбачає врахування декількох умов. Якщо циклічна компонента і трендова складова вихідного ряду є ідентично і незалежно розподілені за нормальним законом розподілу, то λ розраховується на основі формули 4 [4, с. 7-8; 10, с. 3-5]:

$$\sqrt{\lambda} = \sigma_1 / \sigma_2 \quad (4)$$

де,

σ_1 – дисперсія трендової складової ряду;

σ_2 – дисперсія циклічної складової ряду.

Вважають, що при обробці вхідного ряду з квартальними даними, прийнятна середня величина відхилення циклічної компоненти від середнього значення становить 5% (95%-вий довірчий інтервал нормального розподілу). Для трендової компоненти допустимими випадковими змінами вважається величина, що становить одну восьму відсотка. Наведені значення приймаються у якості дисперсій для компонентів вхідного часового ряду квартальних показників. У результаті формується наступне співвідношення і знаходять параметр згладжування (формула 5):

$$\sqrt{\lambda} = \frac{5}{\frac{1}{8}} = 40 \rightarrow \lambda = 1600 \quad (5)$$

Науковцями досліджувався вплив зміни параметру згладжування на результати [4, с. 9; 5, с. 12-13]. Відхилення від оптимального значення тренду для квартальних даних, при розглянутому рівні параметру, складають не більше 1,8%. Якщо параметр λ визначається як 0, то тренд стає

еквівалентним вхідним даним. Чим значення λ ближчі до нескінченно великих, тим тренд стає більш згладженою прямою лінією. Дослідниками [9, с. 4-5], на основі аналізу відповідних дисперсій, також визначено оптимальні межі параметру λ для місячних і річних даних (формула 6):

$$100000 < \lambda_M < 140000 \quad \text{та} \quad 6 < \lambda_A < 14 \quad (6)$$

де,

λ_M – параметр згладжування відхилень трендової складової для місячних даних;

λ_A – параметр згладжування відхилень трендової складової для річних даних.

По-четверте, проводиться обчислення складових згладженого ряду і циклічної компоненти. Як зазначалось вище, розглянемо послідовність розрахунків на основі модифікованого підходу запропонованого Нуеонгвоо Кім [7]. Даний підхід також використовується фахівцями Світового банку [8, с. 2-3]. У загальному випадку модифіковану модель фільтру можна представити у вигляді формули 7:

$$y_T = (\lambda * F + I_T) * g_T \quad (7)$$

де,

y_T – вхідний (не згладжений) часовий ряд;

g_T – трендова (рівноважна складова) ряду;

I_T – одинична матриця розмірністю $T \times T$ (квадратна матриця довжини вхідного ряду);

F – спеціальна матриця відхилень трендових показників.

Нуеонгвоо Кім пропонує співвідношення наведене у матричній формі в формулі 7, у якості аналогу формули 2, що використовується у межах класичного підходу. За своїм змістом формули 2 та 7 досить схожі між

собою. Одинична матриця I_T виступає аналогом суми квадратів циклічної компоненти (перший доданок формули 2), а матриця F аналогом різниці відхилень трендових показників (другий доданок формули 2).

Потрібно зазначити, що матриця F (формула 8) є симетричною та була визначена на основі статистичного підбору. Вона має стандартний вигляд для будь-яких вхідних часових рядів, що досліджуються.

$$F = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ -2 & 5 & -4 & 1 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 1 & -4 & 5 & -2 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Суть розташування коефіцієнтів полягає в тому, щоб по кожному рядку i стовпчику матриці розмістити елементи таким чином, щоб їх сума дорівнювала нулю. Таким чином, описується умова тренду щодо відсутності відхилення від оптимального значення, а також припущення, що у довгостроковій перспективі середнє значення циклічних коливань зводиться до нуля. Елементи матриці, яка наведена у формулі 8, вибрані як найбільш оптимальні та найменші за абсолютним значенням. Діагональне значення матриці відповідає коефіцієнту при тренду в момент часу t (аналог показника γ в формулі 3) причому два сусідні елементи матриці одного ряду навколо нього – коефіцієнтам при тренду в момент часу $t-1$, а наступні два сусідні елементи матриці по відношенню до попередніх елементів – коефіцієнтам при тренду в момент часу $t-2$. Дана матриця визначена емпіричним шляхом на основі дослідження різниць другого доданку

формули 2. Виходячи з формул 1 та 7 трендова і циклічна компоненти можуть бути розраховані на основі виразів визначених у формулі 9:

$$g_T = (\lambda \cdot F + I_T)^{-1} \cdot y_T$$
$$c_T = y_T - g_T \quad (9)$$

Таким чином, застосовуючи фільтр Ходріка-Прескота, можна якісно дослідити будь-який вхідний часовий ряд на наявність циклічної компоненти та трендової (рівноважної) складової. Більшість проаналізованих нами зарубіжних та вітчизняних публікацій підтверджують ефективність фільтру Ходріка-Прескота. Отримані результати можуть застосовуватись для прогнозування поворотних точок економічних циклів, у кореляційно-регресійному аналізі виявлених тенденцій, а також для формування різних економіко-математичних моделей що ґрунтуються на врахуванні рівноважних макроекономічних показників.

Оскільки загальноприйнятого уніфікованої програми для автоматизації обчислення показників на основі використання фільтру Ходріка-Прескота не було виявлено, то нами запропоновано відповідне програмне рішення. Розроблена програма дозволяє автоматизувати застосування даного фільтру для будь-яких часових рядів на основі застосування описаного вище модифікованого підходу, який ґрунтується на використанні матричного аналізу.

Програмний додаток реалізовано за допомогою об'єктно-орієнтованої мови програмування C# (Сі-шарп). Розроблена програма передбачає завантаження даних щодо часового ряду та його періоду, проведення фільтрації, а також здійснення декомпозиції на тренд і циклічну складову. Отримані результати щодо трендової та циклічної складової відображаються графічно. Також передбачено експорт отриманих даних для подальшої їх обробки.

Правильність роботи фільтру перевірена на основі дослідження квартальних показників реального ВВП США за період з першого кварталу 1950 року до другого кварталу 1979 року. Вхідні значення реального ВВП за вказаний період отримані з сайту Бюро економічного аналізу США [13]. Одержані нами результати повністю збігаються з результатами щодо виділення циклічної компоненти для параметру згладжування $\lambda=1600$, які наводять у своїх роботах автори даного фільтру Ходрік і Прескотт [4, с. 8-11; 5, с. 4-6]. Таким чином, розглянутий модифікований спосіб є релевантним і може застосовуватись для оцінки рівноважних значень макроекономічних параметрів, що будуть включатись нами у правило монетарної політики.

Вітчизняні фахівці зазначають, що даний фільтр дає можливість отримати якісні результати при наявності достатньо великого часового ряду для показника, що досліджується [1]. Також вони наголошують на нестабільності та можливості викривлення результатів при застосуванні фільтру для згладжування показників в умовах системної кризи в економіці України, яка характеризується розбалансуванням макроекономічних параметрів. У своїй роботі Юрій Половнєв та Сергій Ніколайчук [1] приходять до висновку щодо доцільності застосування фільтру Ходріка-Прескота для даних починаючи з першого кварталу 2001 року, коли ключові макроекономічні параметри стабілізувались, а національна економіка вийшла на стабільну траєкторію зростання.

Враховуючи розглянуті вище аспекти, проведемо дослідження темпів росту реального ВВП України за період з першого кварталу 2000 року по 2 квартал 2011 року. Для дослідження використані статистичні дані опубліковані на офіційному сайті НБУ [14]. Результати застосування фільтру для зазначеного вище часового ряду наведені на рисунку 1.

Потрібно зазначити, що у контексті формування монетарного правила, нас перш за все цікавить трендова (рівноважна) складова макроекономічних параметрів. Відповідно до правила політики для грошової маси Бенета МакКалама, яке було розглянуте у нашій роботі [15], одними із ключових

параметрів є зміна рівноважного реального та номінального ВВП. Отримавши рівноважний (згладжений) часовий ряд реального ВВП (рис. 1), ми можемо, по-перше, визначити рівноважне значення даного показника на дату складання правила використовуючи різні види середніх та щоквартально переоцінювати дане значення при появі нових даних; а по-друге, спрогнозувати зміну даного показника у майбутньому на основі екстраполяції показників згладженого ряду. Крім того, можна визначити аналітичну функцію, що описує даний ряд із прийнятним рівнем достовірності та дослідити її. Способи використання отриманих рівноважних значень макроекономічних показників визначатимуться методикою включення кожного показника у монетарне правило.

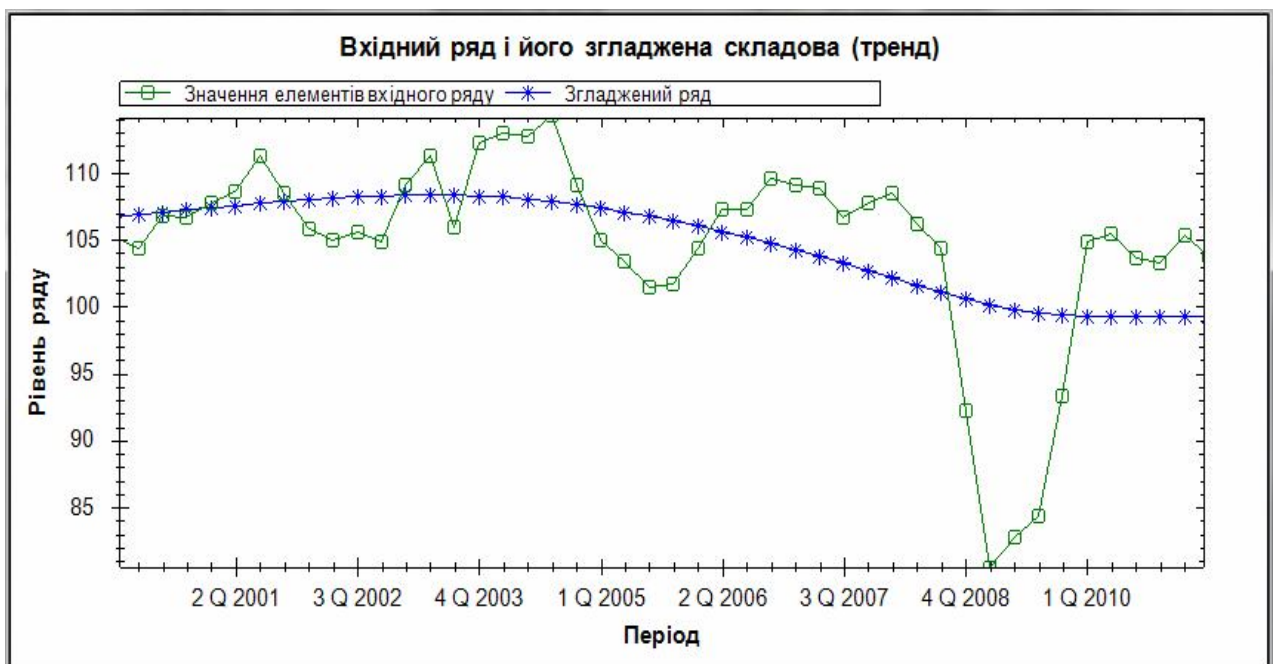


Рисунок 1 - Трендова складова квартальних темпів росту реального ВВП України за період з 01.01.2000 року по 01.07.2011 року.

Як зазначалось вище, у правило монетарної політики для грошової маси, з теоретичної точки зору (рівняння обміну Фішера) та враховуючи наявні практичні розробки (монетарне правило Бенета МакКалама), повинен входити показник цінової динаміки. Враховуючи результати кореляційного аналізу, найбільш тісний (статистично значимий) зв'язок виявлено між

грошовою базою (факторна ознака) та базовим індексом споживчих цін (результативна ознака) із лагом три місяці для результативної ознаки. Як наслідок, зроблено припущення щодо доцільності розробки монетарного правила для грошової бази із врахуванням серед факторів що визначатимуть даний показник базового індексу споживчих цін. Дане припущення також узгоджується із публічно задекларованими (меморандум з МВФ, основні засади грошово-кредитної політики у до кризовий період) цілями Національного банку України щодо досягнення цільових орієнтирів базового індексу споживчих цін та обмежень щодо зростання грошової бази. Таким чином, НБУ декларує доцільність та наявність достатнього інструментарію для впливу на дані показники.

Результати застосування фільтру Ходріка-Прескота для оцінки рівноважного тренду базового індексу споживчих цін, який представлений показниками темпів росту до попереднього місяця, наведено на рисунку 2. Для дослідження використані статистичні дані опубліковані на офіційному сайті НБУ [14]. Потрібно зазначити, що практично всі закордонні дослідники для визначення рівноважні значення показників, які включаються до монетарних правил, застосовують фільтр Ходріка-Прескота.

Однак, при застосуванні даного підходу в Україні необхідно враховувати наступні особливості, що можуть істотно вплинути на рівень достовірності результатів розрахунків. По-перше, відносно не велика довжина доступних ретроспективних даних для формування вхідних часових рядів, як наслідок методика застосування фільтру даватиме все більш точні результати по мірі накопичення відповідних даних. По-друге, необхідність окремого визначення часового інтервалу протягом якого доцільно розраховувати рівноважні значення. Остання особливість обумовлена періодами різких змін певних параметрів (валютний курс, реальний ВВП, інфляція), що спостерігались в Україні протягом системної кризи 90-х років ХХ століття та під час загострення світової фінансової кризи (IV квартал 2008 р. та I квартал 2009 р.). Протягом зазначених періодів макроекономічна

ситуація була далекою від рівноважного стану, як наслідок доцільно розглянути можливість виключення з аналізу рівноважних тенденцій даних часових інтервалів.

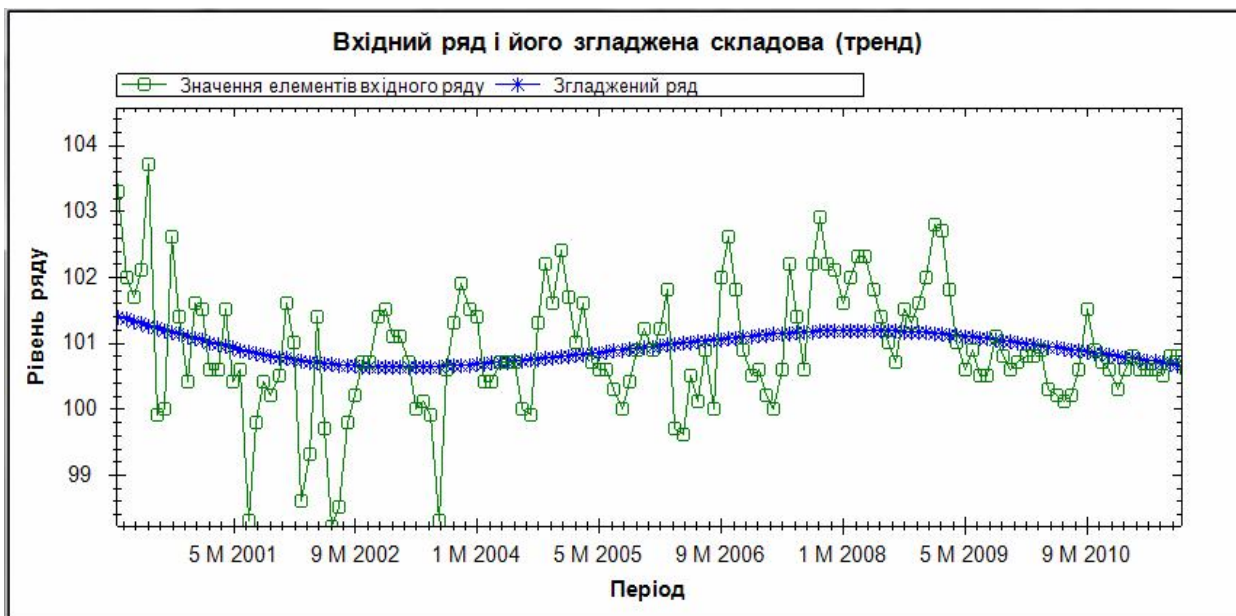


Рисунок 2 - Трендова складова темпів росту базового індексу споживчих цін України за період з 01.01.2000 року по 01.07.2011 року.

На основі узагальнення закордонного досвіду розробки та реалізації монетарних правил [15], доцільно визначити особливості використання у монетарних правилах розрахованих вище рівноважних значень макроекономічних параметрів. По-перше, монетарні правила включають наступні види рівноважних параметрів: рівноважна процентна ставка, рівноважний валютний курс, рівноважний (потенційний) ВВП, рівноважний рівень інфляції. Причому дані показники можуть включатись у рівняння правила як в явному вигляді, так і використовуватись для розрахунку відхилень рівноважних значень від фактичних показників.

По-друге, у перших роботах присвячених розробці монетарних правил рівноважні значення параметрів розраховувались на основі лінійного тренду [16], однак у подальших дослідження переважно вказується на застосування фільтру Ходріка-Прескота [17]. Потрібно зазначити, що даний фільтр в

основному використовується для визначення рівноважної динаміки реального ВВП. Для визначення інших рівноважних значень (процентна ставка, валютний курс, інфляція) враховуються як результати застосування даного фільтру, так і цільові середньострокові орієнтири для даних показників. По-третє, у залежності від обраної базової форми правила, по-різному може враховуватись фактор часу. Тобто можуть включатись параметри трьох типів: ретроспективні, фактичні та прогнозні.

Висновки.

Таким чином, у даній роботі нами досліджено методичні підходи щодо розрахунку показників на основі фільтру Ходріка-Прескота. Зокрема, проаналізовано порядок застосування модифікованого фільтру Ходріка-Прескота, який ґрунтується на використанні матричного аналізу. Нами автоматизовано застосування даного модифікованого фільтру на основі розробки програмного рішення за допомогою мови програмування С#. Також проведена апробація запропонованих підходів щодо застосування фільтру Ходріка-Прескота на основі розрахунку рівноважних значень реального ВВП та базового індексу споживчих цін, що можуть включатись до монетарного правила для України.

Список використаної літератури

1. Юрій Половнъов, Ніколайчук Сергій. Оцінка циклів ділової активності української економіки // Вісник Національного банку України. – 2005. – № 8. – С.4-8.
2. Ніколайчук Сергій, Марійко Євген. Оцінка рівноважних та циклічних компонент макроекономічних показників за допомогою фільтра Кальмана // Вісник Національного банку України. – 2007. – № 5. – С.58-64.
3. Мазярчук В.М. Рівноважне значення гривні та його вплив на макроекономічну ситуацію в Україні // Стратегія монетарної політики: проблеми вибору та застосування. Матеріали науково-практичної конференції. – К., 2002 – 270 с.
4. Robert J. Hodrick, Edward C. Prescott. Post-War U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. Northwestern University. Discussion Paper #451. May 1981. 26 p.
5. Hodrick, Robert, and Edward C. Prescott (1997), "Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation," *Journal of Money, Credit, and Banking*.
6. Maravall, Agustín, and Ana del Rio (2001), "Time Aggregation and the Hodrick-Prescott Filter," *Banco de España*.
7. Hyeongwoo Kim. Hodrick-Prescott Filter. March 12, 2004.
8. Eduardo Ley. The Hodrick-Prescott Filter. Knowledge Brief for Bank Staff. / The World Bank. December 17, 2006

9. Hildegart Ahumada, María Lorena Garegnani. Hodrick-Prescott Filter in Practice. April, 1999. 25 p.
10. Regina Kaiser, Agustín Maravall. Estimation of the business cycle: A modified Hodrick-Prescott filter. *Span. Econ. Rev.* 1, 175–206 (1999). 32 p.
11. W. A. Razzak and Richard Dennis. The output gap using the Hodrick-Prescott filter with a non-constant smoothing parameter: an application to New Zealand. 1990. 10 p.
12. Yossi Yakhin. Business Cycle Fluctuations and the Hodrick-Prescott Filter. Department of Economics. Ben-Gurion University. 5 p.
13. Bureau of Economic Analysis. US Department of Commerce - <http://www.bea.gov/national/index.htm#gdp>
14. Статистичні дані щодо показників реального сектору економіки - http://www.bank.gov.ua/control/uk/publish/category?cat_id=57896
15. Савченко Т.Г. Монетарні правила: досвід розробки та застосування. // Фінансово-кредитна діяльність: проблеми теорії та практики: Зб. наук. праць. – Вип. 2 (11). – Харків: Харківський інститут банківської справи Університету банківської справи НБУ, 2011. – С.11-19
16. Taylor, John B. 1993. Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 39:195-214.
17. Taylor, John B. A Historical Analysis of Monetary Policy Rules// University of Chicago Press, January 1999// <http://www.nber.org/chapters/c7419> .