

Національна Академія наук України  
Міністерство освіти і науки України  
Інститут математики НАН України  
Київський національний університет ім. Тараса Шевченка  
Севастопольський інститут банківської справи  
Таврійський національний університет ім. В. І. Вернадського  
Міжнародний математичний центр  
ім. Ю. О. Митропольського НАН України  
Всеукраїнська благодійна організація  
«Фонд сприяння розвитку математичної науки»

*Міжнародна математична конференція*

**«Боголюбовські читання DIF-2013.  
Диференціальні рівняння, теорія функцій  
та їх застосування»**

з нагоди 75-річчя з дня народження  
академіка А. М. Самойленка

23 – 30 червня 2013 р.

Севастополь, УКРАЇНА

Тези доповідей

Київ — 2013

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КЕЙНСИАНСКОГО ТИПА

В. В. Лебедев<sup>1</sup>, К. В. Лебедев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Государственный университет управления, Москва, Россия

<sup>2</sup> Центр исследований и статистики науки, Москва, Россия

*lebedev.guru@gmail.com, kos.lebedev@gmail.com*

Кейнсианская "IS – LM"-модель до сих пор служит одним из главных инструментов анализа управленческих решений на макроэкономическом уровне [1]. Основные конструкции этой модели – кривые IS и LM – представляют собой линии нулевого уровня двух функций: избыточного спроса на товары и избыточного предложения денег соответственно. Эти линии пересекаются не более чем в одной точке, которая определяет равновесие на рынке товаров и рынке денег. Обычно предполагается, что макроэкономическая система находится в состоянии равновесия, которое восстанавливается при его нарушении. Поэтому основным методическим приемом анализа экономической динамики служит метод равнительной статистики, опирающийся на исследование смещения точки равновесия статической модели.

В последние годы в связи с развитием эволюционной (синергетической) экономики на замену статическим моделям приходят нелинейные динамические модели, которые могут иметь как устойчивые, так и неустойчивые стационарные состояния. В докладе приводятся различные варианты нелинейной макроэкономической модели кейнсианского типа, которая отражает динамику национального дохода и ставки процента, а также результаты их исследования. В обсуждаемых вариантах модели приращения названных фазовых переменных зависят от значений функций избыточного спроса на товары и избыточного предложения денег. Построенная модель является развитием подхода, использованного авторами в монографии [2]. Приведенные в докладе примеры компьютерных расчетов траекторий различных вариантов модели демонстрируют существование как устойчивых, так и неустойчивых стационарных решений. Показано, что некоторые варианты модели владают свойством бифуркаций удвоения периода. Отмечена формальная связь разработанных моделей с некоторыми моделями популяционной динамики. Работа выполнена при финансовой поддержке Российской фонда фундаментальных исследований (грант №ФФИ № 13-06-389).

1. Харрис Л. Денежная теория. М.: Прогресс, 1990.
2. Лебедев В. В., Лебедев К. В. Математическое моделирование нестационарных экономических процессов. – М.: ООО «Тест», 2011.

## МОДЕЛЬ РАСТУЩЕГО ИНВЕСТИРОВАНИЯ ТИПА МОДЕЛИ ДЖ. ФОН НЕЙМАНА

А. К. Малютин<sup>1</sup>, Т. И. Малютина<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Сумський національний аграрний університет, Суми, Україна

<sup>2</sup> Українська академія банківського дела Національного банку України, Суми, Україна  
*alekmal\_2005@yahoo.com, malyutinkg@yahoo.com*

Для характеристики инвестиционного процесса в экономической безопасности страны наиболее присущей является абстрактная модель растущего инвестирования типа модели Дж. фон Неймана, которая была сформулирована в начале 30-х годов XX века. Она является первой наиболее известной абстрактной моделью растущей экономики. Пусть

$Y(t) = (y_1(t), \dots, y_m(t))$  –  $m$ -мерный вектор результата инвестиций в момент времени  $t$ . Координата  $y_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , означает результат инвестирования в  $i$ -ю отрасль. Через  $X(t) = (x_1(t), \dots, x_m(t))$  обозначим  $m$ -мерный вектор экономической угрозы в момент времени  $t$ . Среди множества пар векторов  $(X, Y)$  выделим инвестиционно-допустимые пары, которые будем называть инвестиционными процессами. Инвестиционно-возможной траекторией будем называть последовательность:  $(X_t, Y_t)$ ,  $t = 1, \dots, T - 1$ . Такая траектория допустима, если вектор  $X_0$  совпадает с заданным начальным состоянием. Допустимы траектории отличающиеся, в частности, способами связывания в них разных инвестиционных процессов  $(X_t, Y_{t+1})$ .

Если инвестиции воспроизводятся в замкнутой инвестиционной среде, то в этом случае инвестиционно-возможная траектория имеет вид:  $\{X_t\}$ ,  $t = 1, \dots, T - 1$ . Этот тип траекторий можно использовать тогда, когда исследуются предельные возможности инвестирования. Второй вид траекторий учитывает инвестирование в явном виде. Инвестиции распределяются на две части – страхование рисков и чистое инвестирование:  $Y_t = X_t + C_t$ . Для такого вида траекторий понятие риска трансформируется. Выделение эффективных траекторий среди допустимых осуществляется только путем сравнения векторов чистого инвестирования.

Каждому инвестиционному процессу  $(X, Y)$  отвечает число:  $\eta(X, Y) = \min_i \frac{y_i}{x_i}$ , называемое темпом роста этого инвестиционного процесса. Инвестиционным темпом роста называется число:  $\eta_0 = \max\{\eta(X, Y) | (X, Y)\}$ .

При обычных предположениях инвестиционному темпу роста будет отвечать траектория  $\{X_t | X_t = \eta_0^t X_0\}$ ,  $t = 1, \dots, T$ , которую еще будем называть магистралью или траекторией максимального сбалансированного инвестирования. Впервые существование магистрали в структурных моделях экономической динамики заметил Дж. фон Нейман [1]. Магистраль является эффективной траекторией для любого конечного интервала времени. Особенности магистрали заключаются в том, что на ней достигается максимальный (инвестиционный) темп роста при неизменной структуре.

1. Дж. Нейман. Теория игр и экономическое поведение. -- М.: Наука, 1970.
2. А. К. Малютин. формирование новых методических подходов инвестиционного анализа в экономической безопасности страны. Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Экономика и управление, 2012, 4(11), 117- 120.

## ОБ ОТОБРАЖЕНИИ ФУНКЦИЙ В АВТОРЕГРЕССИЮ

С. Н. Новак

Севастопольский институт банковского дела, Севастополь, Украина

*s.novak@ukr.net*

Авторегрессионные модели для анализа статистических данных приобрели особую популярность после публикации известной работы Бокса и Джленкинса [1]. В данной работе предложено ряд методов построения, идентификации, подгонки и анализа временных рядов и динамических систем на основе авторегрессионных моделей, продемонстрирована возможность использования этих моделей в таких прикладных областях, как прогнозирование временных рядов, определение передаточной функции системы, проектирование регулирующих схем с прямой и обратной связью.

Практический опыт показал, что принцип авторегрессии дает отличные результаты и для прогнозирования детерминированных процессов, что и послужило поводом к поиску