

Секція: Фінанси, гроші та страхування

Олійник В.М.

к.ф.-м.н., доцент кафедри фінанси і кредит

Сумський державний університет

м.Суми, Україна

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОБУДОВИ СТРАХОВИХ ТАРИФІВ

В страховій діяльності одним з найважливіших напрямків є побудова страхових тарифів [1]. Розглянемо використання узагальнених лінійних моделей в страховій діяльності. В економетриці зі статистичних процедур частіше інших використовується множинна лінійна регресія. У статистичних завданнях актуарної математики виникають ситуації, які не завжди вписуються в ці рамки. Лінійна регресія передбачає нормально розподілені збурення з постійним розкидом навколо середнього, яке є лінійною функцією допоміжних змінних.

У актуарних додатках симетрично нормально розподілена випадкова величина з постійною дисперсією не може правильно описувати ситуацію. У цих завданнях гарною моделлю зазвичай є розподіл Пуассона, якщо виконуються припущення про пуассоновський процес. Для таких випадкових величин середнє значення і дисперсія збігаються, однак на практиці дисперсія зазвичай перевищує середнє значення. Модельовані явища рідко бувають адитивними щодо допоміжних змінних. Більш підходящої виявляється мультиплікативна модель [2].

Зазначені вище складності можна дозволити, працюючи не зі звичайними, а з Узагальненими Лінійними Моделями (Generalised Linear Models). Початок розвитку теорії узагальненої лінійної моделі було покладено ще при зародженні математики, однак поява теорії алгебраїчних інваріантів у 1800 рр. дозволило створити узагальнену лінійну модель такою, якою вона представлена у літературі сьогодні.

Більшість європейських страхових компаній використовують узагальнені лінійні моделі для аналізу портфелів. Ці моделі використовуються в Італії, Нідерландах, Іспанії, Португалії, Бельгії, Швейцарії, Південній Африці, Ізраїлі, Австралії і в скандинавських країнах. Метод стає популярним у Канаді, Японії, Бразилії, Сінгапурі та країнах східної Європи.

Узагальнені лінійні моделі були сформульовані Джоном Нелдера і Робертом Веддерберном як спосіб об'єднання різних статистичних моделей, у тому числі лінійної регресії, логістичної регресії і регресії Пуассона.

Узагальнення в розглянутих моделях проводиться у двох напрямках. По-перше, допускається не тільки нормальний розподіл випадкових відхилень від середнього. Можна обрати довільний розподіл з експоненціального сімейства, до якого, окрім нормального розподілу, входять також розподіл Пуассона, біноміальний розподіл, Гамма-розподіл і зворотній нормальний розподіл. По-друге, середнє значення випадкової величини не має бути лінійною функцією середніх значень пояснюючих змінних, досить лінійності в деякому масштабі.

Таким чином, основними перевагами узагальнених лінійних моделей у порівнянні з традиційними методами є такі особливості аналізу:

- можливість обліку складних видів взаємодії між факторами;
- великий вибір виду функції залежності;
- відсутність вимог про нормальність розподілу змінної відгуку;
- статистичне вимір ефекту впливу різних факторів на спостережувану величину;
- отримання інформації про достовірність результатів побудованої моделі.

Узагальнені лінійні моделі містять наступні три компоненти:

1. Стохастична компонента: спостереження вважаються незалежними випадковими величинами Y_i , $i = 1, \dots, n$, щільності яких належить показовому дисперсійному сімейству.

2. Систематична компонента моделі пов'язує з кожним спостереженням лінійний предиктор $\eta_i = \sum_{j=1}^p x_{ij}\beta_j$, який є лінійним за параметрами β_1, \dots, β_p .

3. Середнє значення μ_i для Y_i пов'язано з лінійним предиктором η_i функцією зв'язку $\eta_i = g(\mu_i)$.

Зв'язок в узагальненій лінійній моделі передбачає вигляд:

$$Y_i = g(b_0 + b_1x_{1i} + \dots + x_{mi} + \varepsilon_i)$$

де g – якась певна функція; ε – залишки моделі або помилка передбачення.

При цьому функція, зворотна до $g(X)$, називається функцією зв'язку:

$$g^{-1}(XB) = b_0 + b_1x_1 + \dots + b_mx_m$$

У матричній формі рівняння моделі можна записати в наступному вигляді:

$$\hat{Y} = g(XB)$$

Залежно від передбачуваного розподілу, можна обрати різні функції зв'язку. Для нормального розподілу, Гамма-розподілу, зворотнього нормального розподілу та розподілу Пуассона представлено наступні функції зв'язку:

1. Тотожний зв'язок: $f(z) = z$;
2. Логарифмічний зв'язок: $f(z) = \log(z)$;
3. Степеневий зв'язок: $f(z) = z \cdot a$ для заданого a .

Для біноміального розподілу і порядкового поліноміального розподілу існують такі функції зв'язку:

1. Логіт-зв'язок: $f(z) = \log\left(\frac{z}{1-z}\right)$;
2. Пробіт-зв'язок: $f(z) = \text{invnorm}(z)$, де invnorm – зворотна функція стандартної нормальної кумулятивної функції розподілу;
3. Лог-лог зв'язок: $f(z) = -\log(-\log(z))$;
4. Додатковий лог-лог зв'язок: $f(z) = \log(-\log(1-z))$.

Для поліноміального розподілу функцією зв'язку служить узагальнений логіт-зв'язок:

$$f(z_1|z_2, \dots, z_c) = \log \left(x_1 / (1 - z_1 - \dots - z_c) \right),$$

де модель має $(c + 1)$ категорії.

Параметри узагальненої лінійної моделі b_0, \dots, b_k , а також параметр масштабу оцінюються за допомогою методу максимальної правдоподібності, в якому використовується ітеративна процедура. Існує безліч ітеративних методів оцінювання методом максимальної правдоподібності, серед яких найбільш часто використовуваними слід визнати методи Ньютона-Рапсона і Фішера (або ітеративний зважений метод найменших квадратів).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. «4Р» маркетингу страхових компаній: монографія / [Козьменко О.В., Козьменко С.М., Васильєва Т.А. та ін.]; кер.авт.кол. д.е.н.,проф. О.В.Козьменко.- Суми: Університетська книга, 2014.- 432с.
2. Каас Р. Современная актуарная теория риска [Текст] / Р. Каас, М. Гувертс, Ж. Дэне, М. Денут // Перевод с английского А.А. Новоселова под редакцией В.К. Малиновского. – М : Янус-К, 2007. – 372 с.