Самченко, А.Г. Наближене обчислення визначеного інтеграла з використанням комп'ютерної техніки [Текст] / А.Г.Самченко; науков. керів. К.В. Ніколаєва // Проблеми і перспективи розвитку банківської системи України: погляд у майбутнє : збірник тез доповідей за матеріалами Восьмої науково-практичної конференції студентів (18-22 квітня 2005 р.) та Дев'ятої науково-практичної конференції студентів (27 квітня 2006 р.) / Українська академія банківської справи Національного банку України. – Суми, 2006. - С.53-55.

А.Г. Самченко,
науковий керівник – канд. екон. наук, доц. ***К.В. Ніколаєва,***
Українська академія банківської справи НБУ

НАБЛИЖЕНЕ ОБЧИСЛЕННЯ ВИЗНАЧЕНОГО ІНТЕГРАЛА З ВИКОРИСТАННЯМ КОМП'ЮТЕРНОЇ ТЕХНІКИ

Багато задач науки і техніки приводять до проблеми обчислення інтегралів, але не всі інтеграли піддаються обчисленню. В даній роботі розглядається питання наближеного обчислення визначених інтегралів, що не беруться через елементарні функції. Зокрема, виводяться формули наближеного обчислення прямокутників, формула трапецій, а також формула Сімпсона.

Нехай треба обчислити значення визначеного інтегралу $\int_a^b f(x)dx$, де $f(x)$ є деяка задана на проміжку [*a, b*] неперервна функція. Існує багато прикладів обчислення подібних інтегралів, або за допомогою первісної, якщо вона виражається в скінченому вигляді, або ж – обходячи первісну – за допомогою різних прийомів, як правило, штучних. Потрібно відмітити, однак, що всім цим вичерпується вузький клас інтегралів; за його межами зазвичай вдаються до різних методів наближеного обчислення.

Перші формули, які сюди належать, простіше всього отримуються із геометричних міркувань. Розуміючи визначений інтеграл $\int_a^b f(x)dx$ як площу деякої фігури, яка обмежена кривою $y = f(x)$, ми і ставимо перед собою задачу знаходження цієї площі.

Розв'язання поставленої задачі цілком можливе із застосуванням обчислювальної техніки. Це досягається наступним чином. Оскільки наближене обчислення визначеного інтеграла зводиться до підрахунку суми скінченної кількості доданків значень функції на відрізку, то є можливою реалізація цього обрахунку мовою програмування. Ввівши значення *N*, ми розбиваємо інтервал на необхідну кількість проміжків, що практично дає змогу обчислювати визначений інтеграл з наперед заданим рівнем точності.

Програма працює, використовуючи цикл, в якому обраховується сума *N* елементів, тобто значень функції на рівних відрізках функції.

Саму функцію можна задати у тексті програми, а точність обчислення і межі інтегрування (*a* і *b*) задає користувач.

Далі подані результати роботи програми

<u>Приклад 1.</u> *f(x) =sin(x)* в межах від 0 до π
n=1000

1. Метод Сімпсона	2.000000000000067
2. Метод трапецій	1.999998355065565

3. Метод лівих прямокутників 1.999998355202888
4. Метод центральних прямокутників 1.999995887392223
5. Метод правих прямокутників 1.999990952591778

	Значення	Похибка	Процентне значення похибки
1	**2,0000000000000600000000**	**0,000000000000060**	**0,00000000**
2	1,9999983550655600000000	0,000001644934440	0,00000082
3	1,9999983552028800000000	0,000001644797120	0,00000082
4	1,9999958873922200000000	0,000004112607780	0,00000206
5	1,9999909525917700000000	0,000009047408230	0,00000452

Приклад 2 $f(x) = x^2$ в межах від 0 до 1

	n=1	*n=10*	*n=100*	*n=1000*	*n=10000*
Метод Сімпсона	,33333333333	,3333333333333	,3333333333333	,3333333333	,3333333333333
Метод трапецій	,5	,335	,33335	,3333334999999	,3333333349999
Метод лівих прямокутників	0	,2850000000000001	,32835	,3328334999999	,3332833349999
Метод центральних прямокутників	2,5	,44275	,34342525	,33433425025	,3334333425002
Метод правих прямокутників	2,25	,4425000000000001	,3434249999999	,33433425	,3334333424999

	Значення	Похибка	Процентне значення похибки
1	0,3333333333333330000000	0,000000000000000	0,00000000
2	0,3333334999999000000000	0,000000166666567	0,00000050
3	0,3328334999999000000000	0,000499833333433	0,00149950
4	0,3343342502500000000000	0,001000916916667	0,00300275
5	0,3343342500000000000000	0,001000916666667	0,00300275

В прикладах 1 і 2 ми використали деякі найпростіші функції, в яких легко обчислити визначений інтеграл точно і без використання обчислювальної техніки для того, щоб показати, наскільки наближеним до точного значення є отриманий результат, щоб при подальших прикладних задачах вибрати найбільш доцільний метод обрахунків. Залишається тільки вписати потрібну функцію в тіло програми, яка використовує найбільш доцільний метод обрахунку, адже сам алгоритм обчислення при цьому змінювати не потрібно.

Висновки. Дедалі важливішим стає точність отриманого обчислення, оскільки це істотно впливає на достовірність отриманої інформації при великих масштабах вихідних даних. З даної роботи очевидним є той факт, що наближене обчислення визначеного інтеграла найбільш доцільніше проводити, використовуючи метод Сімпсона, і цей факт продемонстрований практично.

Список літератури

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисление для ВТУЗов. Т. 1 М.: 1968.

2. Дюженкова Л.І., Дюженкова О.Ю., Михалін Г.О. Вища математика: Приклади і задачі/ Посібник.– К.: Видавничий центр «Академія», 2003.