НАПРУЖЕНИЙ СТАН ДИСКА, ПОСЛАБЛЕНОГО ТРІЩИНАМИ, В ПОЛІ ВІДЦЕНТРОВИХ СИЛ

STRESSES IN THE DISK, WEAKENING CRACKS, FIELD IN CENTRIFUGAL FORCES

Клименко В.А., ст. викладач, Москаленко Д.Р., студент, СумДУ, Суми

Klimenko V.A., lecturer, Moskalenko D.R., student, SumSU, Sumy

Проводиться дослідження напруженого стану ізотропного диска, ослабленого довільними криволінійними розрізами, в полі центробіжних сил.
Розглянемо ізотропной круговий диск, ослаблений криволінійними розрізами, що обертається зі сталою кутовою швидкістю ω навколо осі, що проходить через центр диска (K - число розрізів, L_j - контур, j - го розрізу, $\tilde{A}$ - кругова межа диска)

$$L = \bigcup_{j=1}^{k} L_j, \quad \bigcap_{j=1}^{k} L_j = \varnothing.$$

Будемо припускати, що $L_j \left(j = \overline{1,k} \right)$ - проста розімкнена дуга Ляпунова з початком у точці a_j і кінцем у точці b_j. Береги розрізів вільні від навантажень. Напруження в диску виражаються через аналітичні функції $\Phi(z)$ і $\psi(z)$ за відомими формулами [3]

$$\sigma_x + \sigma_y = 4\operatorname{Re}\Phi(z), \quad \sigma_x - \sigma_y + 2i\tau_{xy} = 2\left[\bar{z}\Phi'(z) + \psi(z)\right]$$

і надають собою суперпозицію напружень, які виражаються через функції $\Phi(z)$ і $\psi(z)$ і напружень, що виникають за рахунок інерційних сил [3]
де ρ - щільність матеріалу, ω - кутова швидкість.
Підставляючи в крайові умови граничні значення функцій $\Phi(z)$ і $\psi(z)$, додаючи обидві граничних рівності, приходимо до системи сингулярних інтегральних рівнянь.
Всі подальші міркування щодо розв'язання сингулярних інтегральних рівнянь необхідно додати додаткові умови,

$$\int_{L_j} P(t)\,dt = 0 \quad \left(j = 1, 2 \ldots k \right),$$

які випливають з умови однозначності зміщення в області D.
Вирази для зміщень мають вигляд

$$2\mu(u + iv) = \chi + \varphi(z) - z \cdot \overline{\varphi'(z)} - \overline{\Psi(z)},$$

Формули напруження нормального розриву σ_n і продовжного зсуву τ_{ns} на продовженні тріщини за точку c_j

$$\sigma_n + i\tau_{ns} = \pm i \left(\frac{S'(\pm 1)}{2r} \right)^{1/2} \cdot P^0(\pm 1), \quad S'(\pm 1) = \left. \frac{dS}{d\beta} \right|_{\beta = \pm 1},$$

$$P^0(\beta) = P(\beta) \cdot \sqrt{1 - \beta^2}, \quad r = |t - c|.$$

Тут верхній знак відповідає кінцю тріщини $c = b$, нижній $c = a$ - початку, $\psi(c)$- значення кута ψ в точці c, $t = t(\beta)$, $\left(-1 \le \beta \le 1 \right)$ - параметричне представлення L_j.

Для апробації алгоритму була розглянута задача про нерухомий диск з тріщиною, береги якої завантажені нормальним тиском P.
Відповідні результати наведено на рис.1, де суцільна крива відповідає результатами робіт [1,2]; штрихова крива побудована по розв'язку інтегрального рівняння в класі функцій обмежених на кінці тріщини, що виходить на межу. Слід відзначити досить гарний збіг результатів.

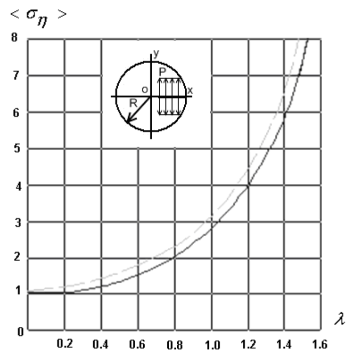

Рисунок 1 – Значення напруг навколо вершини а

Список літератури

1. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацышин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинках и оболочках.- Киев: Наукова думка, 1976.-443 с.

2. Саврук М.П. Двумерные задачи для тел с трещинами. -Киев: Наукова думка, 1981.-323 с.

3. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости .- Изд. АН СССР. М., 1954.- 648 с.