ВЫПУКЛЫЕ ФУНКЦИИ
CONVEX FUNCTIONS

Серобаба Н., студент, Малютин К.Г., профессор, СумГУ, Сумы
Serobaba N., student, Malyutin K.G., professor, SumSU, Sumy

Выпуклые функции играют важную роль в математическом анализе. Обладая, по сравнению с другими функциями, наиболее простой структурой, они достаточно просты в изучении и удобны при построении различных математических теорий. Кроме того, класс выпуклых функций – это простейший класс субгармонических функций. Поэтому с развитием математики интерес к этому классу функций не ослабевает. В докладе представлены некоторые свойства выпуклых функций, которые не нашли достаточного отражения в литературе. Особое внимание уделяется определению выпуклой функции с помощью обобщенного оператора Лапласа. Пусть $f(x)$ есть функция, определённая на интервале (a,b), однозначная и интегрируемая по Лебегу на любом отрезке, лежащем внутри (a,b). Рассмотрим выражение

$$\tilde{\Delta}_\varepsilon f(x_0) = \frac{1}{2\varepsilon} \int_{x_0-\varepsilon}^{x_0+\varepsilon} f(x)\ dx - f(x_0),$$

где $(x_0-\varepsilon, x_0+\varepsilon) \subset (a,b)$. Выражения

$$\tilde{\Delta}_* f(x_0) = \varliminf_{\varepsilon\to 0}\left[\tilde{\Delta}_\varepsilon f(x_0) : \frac{\varepsilon^2}{6}\right], \qquad \tilde{\Delta}^* f(x_0) = \varlimsup_{\varepsilon\to 0}\left[\tilde{\Delta}_\varepsilon f(x_0) : \frac{\varepsilon^2}{6}\right]$$

называются обобщёнными параметрами в смысле Лапласа, соответственно нижним и верхним, от функции $f(x)$ в точке x_0.

Определение 1. *Мы скажем, что функция* $f(x)$ *является выпуклой в точке* x_0, *если* $\tilde{\Delta}_* \geq 0$

Для обоснования введенного определения мы доказываем следующую теорему:

Теорема 1. *Определение 1 совпадает с обычным определением выпуклости.*

Список литературы

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 1. – М.: Высшая школа, 1981.
2. Привалов И.И. Субгармонические функции. – М.: ОНТИ-НКТП, 1937.