МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ М.П.ДРАГОМАНОВА

ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь

Міжнародна конференція,
присвячена 70-річчю з дня народження і
45-річчю науково-педагогічної діяльності
академіка АПН і АНВШ України,
доктора фізико-математичних наук, професора,
ректора НПУ імені М.П.Драгоманова
Шкіля Миколи Івановича

ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ

16 грудня 2002 року

Київ – 2002

Тези Міжнародної конференції "Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь" (16 грудня 2002 р., Київ). — К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2002.

УДК 535.8

АСИМПТОТИЧНІ МЕТОДИ ІНТЕГРУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

С.В. Коломієць, І.О. Шуда
м. Суми, Сумський національний аграрний університет,
Сумський державний університет

Асимптотичні методи інтегрування систем нелінійних звичайних диференціальних рівнянь застосовано до класичних і напівкласичних моделей динаміки лазерів [1]. Застосування здійснюється в межах локального аналізу системи в околі стаціонарних розв'язків з метою побудови граничних циклів і виконується в контексті певного методу інтегрування, в першу чергу – методу біфуркації народження циклу [2].

Малий параметр, за степенями якого розкладається шуканий розв'язок, є функціональним і з вимоги його додатності визначається тип біфуркації: докритична чи закритична. Було виявлено, що в деяких випадках функціональний параметр обертається в нуль, що формально означає стягування граничного циклу в точку, що відповідає стаціонарному розв'язку. Насправді граничний цикл може існувати і за цієї обставини [3]. Тому необхідно виявити причину цього явища, щоб її усунути. Одна з можливих причин виявилась в тому, що рівняння для стаціонарних розв'язків може мати кратні корені. Метод усунення полягав в переході до більш загальної моделі, стаціонарні розв'язки якої є однократними. Таке узагальнення здійснювалось на базі ідеї універсальної деформації, що широко використовується в теорії катастроф [4]. Однак, навіть при наявності кратних коренів, потрібна додаткова умова обертання в нуль малого параметра. Ця додаткова умова полягає в тому, що похідна від дійсної частини власного значення матриці Якобі містить множник, який є похідною від многочлена, корені якого дають кратний стаціонарний розв'язок. Умови виникнення цього множника ще не з'ясовано. Очевидно лише, що складовою цих умов є наявність певної міри симетрії між рівнянням стаціонарних розв'язків і слідом матриці Якобі.

Асимптотичний аналіз в межах одного методу інтегрування використовується в кількох аспектах. По-перше, оскільки n-вимірна і навіть нескінченновимірна задача в методі біфуркації народження циклу зводиться до двовимірної шляхом проектування динамічного процесу на площину, утворену власними векторами, що відповідають двом комплексно-спряженим власним значенням матриці Якобі, то виникає необхідність дати асимптотичне представлення решти розв'язку в координатах згаданої площини, для чого спочатку необхідно довести існування інваріантної багатостатності. Наступний аспект асимптотичного аналізу пов'язаний з наявністю в моделях твердотільних лазерів великого параметра. Ця обставина дозволяє із громіздкого виразу виділити лише три доданки, які визначають знак показника Флоке, що приводить до критерію стійкості. За певних умов критерій стійкості можна звести до інтервалу стійкості для одного з параметрів моделі.

Література

1. Ханин Я.И. Основы динамики лазеров. – М.: Наука, Физматлит, 1999.- 364 с.
2. Хэссард В., Казаринов Н., Вэн И. Теория и приложения бифуркации рождения цикла. – М.: Мир, 1985. – 280 с.
3. Марсден Дж., Мак-Кракен М. Бифуркация рождения цикла и ее приложения. – М.: Мир, 1980. – 368 с.
4. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. - М.: Мир, 1980.-606 с.