УДК 336.71:313.42

В. Я. Вовк, *канд. екон. наук, доц.,*
Харківський національний університет внутрішніх справ;
А. В. Воронін, *канд. техн. наук, доц.,*
Харківський національний економічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ЦІНИ БАНКІВСЬКИХ ПРОДУКТІВ І ПОСЛУГ З ВИКОРИСТАННЯМ СИНЕРГЕТИЧНОГО ПІДХОДУ

У статті розглянуто теоретичні засади формування цінової політики банку як ефективного методу конкурентної боротьби в сучасних умовах ведення банківського бізнесу. Використання синергетичного підходу дозволило отримати умови стійкості рівноважних станів ціни на банківські продукти та послуги залежно від значень еластичності функцій попиту та пропозиції.

Ключові слова: конкуренція, конкурентоспроможність, цінова політика, механізм взаємодії попиту та пропозиції, стан рівноваги, стійкість, біфуркація, хаос.

Постановка проблеми. Посилення банківської конкуренції на ринку банківських послуг, що проявляється у процесі суперництва банків між собою та з іншими фінансово-кредитними інститутами, у ході якого вони прагнуть забезпечити собі провідні позиції на ринку банківських послуг або окремих його сегментах, обумовлює необхідність розробки та реалізації зваженої та обґрунтованої цінової політики, яка виступає дієвим інструментом конкурентної боротьби та ефективним інструментом управління. Це визначає ціну на банківські продукти та послуги (рівень відсоткової ставки, тарифи на обслуговування, комісійної винагороди тощо) та впливає на комерційні і фінансові результати банківської діяльності. Виходячи з того, що ціни в умовах ринкової економіки визначаються через механізм взаємодії попиту та пропозиції, актуальним питанням є моделювання цінової динаміки банківських продуктів та послуг в умовах невизначеності та недосконалості ринкових відносин.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Теоретичним засадам та практичним рекомендаціям щодо формування цінової політики організацій в цілому та банківських установ зокрема присвячені роботи таких зарубіжних та вітчизняних вчених, як С. М. Козьменка, Ф. І. Шпига, І. В. Волошка, Р. А. Фатхутдінова, А. Р. Алавердова, О. В. Васюренка та ін. Але незважаючи на чисельні розробки у цій сфері, недостатньо опрацьованими залишаються питанням прогнозування ціни на банківські продукти та послуги з використанням нелінійних залежностей функцій попиту та пропозиції.

Метою статті є дослідження теоретичного базису формування цінової політики банку та виявлення рівноважних станів ціни на банківські продукти та послуги, аналіз їх стійкості.

Виклад основного матеріалу. В період постійної зміни умов ведення банківського бізнесу та загострення банківської конкуренції одним з важливих напрямів маркетингової діяльності банків є цінова політика, яка відіграє важливу роль в узгодженні інтересів банку та можливостей клієнтів. До особливостей цінової політики у банківському секторі слід віднести:

- відсутність єдиного органу управління ціноутворенням і, відповідно, єдиного прейскуранту для банку. Конкретні ціни на банківські продукти та послуги установлюються відповідними бізнес-підрозділами з урахування галузевої специфіки банківської діяльності, ситуації у регіоні, ринково-виробничі характеристики певного сегмента ринку, що обслуговується, домовленостей з клієнтом тощо;
- прив'язка ціни на окремі продукти та послуги банку до поточної облікової ставки. Ставки рефінансування Національного банку України для залучення найбільш привабливих клієнтів (або груп клієнтів) на високонкурентних ринках;
- відсутність прямого взаємозв'язку між ціною певного банківського продукту або послуги та його собівартістю, що пояснюються складністю точного розрахунку витрат, пов'язаних з виробництвом певного банківського продукту або послуги та високою залежністю ціни послуги від індивідуальних потреб клієнта або груп клієнтів. Як правило, ціна на послуги для крупних корпоративних клієнтів визначається з урахування їх особистих потреб, номенклатури продуктів та послуг, що їм надаються, обсягів грошового обороту тощо;
- висока гнучкість цінової політики та адаптивність цін до поточного обсягу попиту на відповідному сегменті ринку, асортиментної політики та потреб банку. Наприклад, ціна на депозитні послуги може знижуватися на фоні зростання потреб банку у залученні додаткових ресурсів та навпаки, зростати у зв'язку з насиченістю банку ресурсами та (або) обмеженістю обсягів розміщення банківських ресурсів у дохідні напрями банківської діяльності;
- висока залежність цінової політики банку від його процентної політики (маржі процентних ставок на залучені та розміщені банківські ресурси), яка встановлює верхню та нижню межу середніх відсоткових ставок та визначає обмеження для кредитної, фондової, депозитної та інших фінансових політик і, як наслідок, впливає на методи конкурентної боротьби на окремих сегментах ринку банківських послуг.

В умовах “вільної” конкуренції обсяг реалізації банківських продуктів та послуг у статиці та динаміці визначається механізмом попиту та пропозиції на певний банківський продукт або послугу. Формування попиту залежить від багатьох факторів політичного, економічного, соціального, технічного і культурного спрямування, а також платоспроможності клієнтів, що у загальному підсумку визначає спектр пропозиції банківських продуктів та послуг.

Особливості процесу визначення рівноважного значення ціни і обсягу в межах одного ринку при наявності двох незалежних співвідношень для функцій ринкового попиту та пропозиції дозволяє дослідити методологія порівняльної статики. Нарівні з порівняльною статикою для дослідження взаємодії попиту та пропозиції використовується динамічний підхід. Взаємодія статичного і динамічного підходів, дозволяє проаналізувати стабільність станів рівноваги попиту та пропозиції на ринку.

На думку вітчизняних фахівців, найбільш оптимальною формою з погляду здорової конкуренції на ринку банківських послуг є диференційована олігополія, при якій компанії виробляють диференційовані товари [2]. Взаємодія попиту та пропозиції на цьому сегменті ринку банківських послуг може бути подана у такому вигляді (рис. 1).

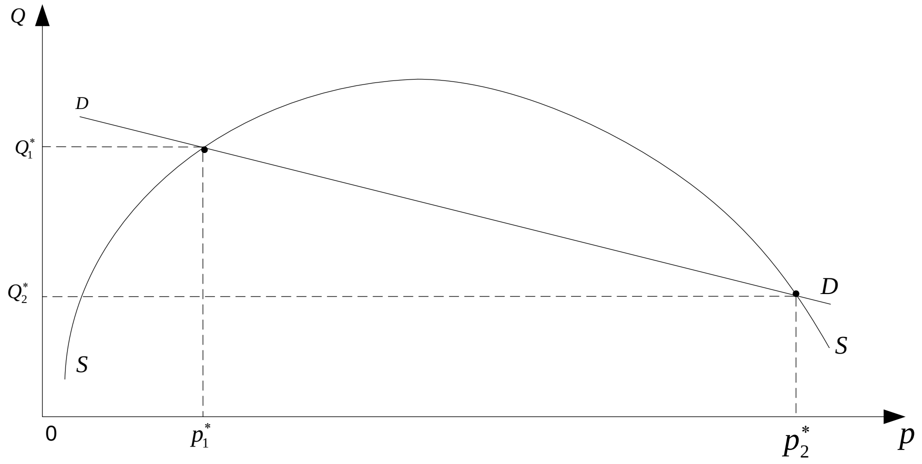

Рис. 1. Взаємодія попиту та пропозиції на ринку банківських послуг

З відображеної на рис. 1 функції пропозиції $S = S(p)$ видно, що вона безупинно міняє свій нахил. Спочатку збільшення вартості банківського продукту сприяє зростанню його обсягів, що відповідає прояву ефекту заміщення: чим вища ціна банківського продукту, тим вища пропозиція цього продукту з боку банку за умови зменшення залежності від альтернативних джерел доходу. При цьому крива пропозиції банківського продукту $S = S(p)$ після досягнення свого максимуму починає монотонно убувати при одночасному збільшенні ціни запропонованого банком продукту. Це є не що інше як демонстрація ефекту доходу банку, що диверсифікує клієнтську мережу за рівнями платоспроможності. Допускаючи, що крива попиту $D = D(p)$ на банківський продукт має нормальний від'ємний нахил, крива пропозиції S може мати дві точки перетинання з лінією D, в результаті чого виникають дві рівноважні ціни банківського продукту p_1^*, p_2^* і два рівноважних значення обсягу банківського продукту Q_1^*, Q_2^*.

Така ситуація характерна для такого сегмента ринку банківських послуг як кредитування, який є найбільш прибутковим та найбільш ризиковим напрямом розміщення банківських ресурсів: за умови зростання відсоткової ставки за кредитами банки збільшують обсяги наданих кредитів, за умови відсутності альтернативних прибуткових джерел розміщення банківських ресурсів (низька активність фондового ринку не дозволяє банкам використовувати цінні папери як прибутковий напрям інвестування ресурсів). При цьому попит на кредитні послуги буде знижуватися. За умови досягнення критичної точки пропозиція кредитних послуг буде знижуватися, а ціна на них зростатиме, забезпечуючи таким чином стабільний прибуток банку, внаслідок того, що завжди знайдуться охочі отримати кредит саме в цьому банку. Перевагою для клієнтів у цьому випадку буде можливість отримати вигоду у вигляді додаткових послуг – зниження витрат на розрахунково-касове обслуговування, отримання консультаційних та інших додаткових послуг тощо, не змінюючи при цьому обслуговуючий банк.

Виходячи з геометричних особливостей ліній D і S, зображених на рис. 1, було б доречним подати ідеалізовані аналітичні вираження для функцій попиту D та пропозиції S залежно від ціни p такою формулою:

$$D(p) = d_0 - d_1 p, \quad S(P) = s_0 + s_1 p - s_2 p^2,$$

де постійні величини d_0, d_1, s_0, s_1, s_2 є позитивними числами й при цьому $d_0 > s_0$.

Остання нерівність відображає такий ідеалізований факт, що при нульовій ціні відповідний попит вищий від пропозиції. Наявний вигляд функцій попиту та пропозиції дозволяє отримати рівняння для визначення рівноважних значень ціни банківського продукту на ринку банківських послуг:

$$s_2 p^2 - (s_1 + d_1)p + d_0 - s_0 = 0 \tag{1}$$

з відповідним рішенням:

$$p^*_{1,2} = \frac{s_1 + d_1 \pm \sqrt{(s_1 + d_1)^2 - 4 s_2 (d_0 - s_0)}}{2 s_2} \tag{2}$$

за умови позитивності підкореневого вираження. Далі для визначеності припустимо, що $p_1^* < p_2^*$.

На цьому етапі статичне завдання можна вважати вирішеним, тому що визначені всі можливі положення рівноваги, що залежать від геометричних особливостей функцій попиту та пропозиції. Динамічна модель може бути отримана при припущенні наявності запізнювання на стороні пропозиції. За цих обставин можна отримати два способи подання тимчасового запізнювання: безперервне й дискретне.

Спочатку розглянемо процес установлення ціни на банківський продукт в безперервному часі. Балансове співвідношення буде мати такий вигляд:

$$D(p(t)) = \int_0^t K(t - \tau) S(p(\tau)) d\tau, \tag{3}$$

де $K(t-\tau)$ – функція “динамічної пам’яті” про минулі значення функції пропозиції на всьому часовому інтервалі [0, t].

Тобто попит на певний банківський продукт або послугу на поточний момент часу формується з урахуванням пропозиції цього продукту або послуги у минулі періоди, але чим раніше було отримане певне значення пропозиції, тим менше воно впливає на поточний рівень попиту.

Як приклад розглянемо функцію $K(t-\tau)=\mu e^{\mu(\tau-t)}$, $\mu>0$, що має властивість “забування” попередніх значень функції пропозиції в геометричній прогресії. Тоді співвідношення (4) набуде такої форми:

$$d_0-d_1p(t)=\int_0^t \mu e^{\mu(\tau-t)}(s_0+s_1p^2(\tau)-s_2p^2(\tau)d\tau. \qquad (4)$$

Диференціюючи рівняння (4) за часом t, виключаючи інтегральний доданок, отримаємо диференціальне рівняння для зміни ціни $p(t)$ у часовій області:

$$\dot{p}(t) = \frac{\mu}{d_1}(s_2p_2-(s_1+d_1)p+d_0-s_0) \qquad (5)$$

з початковою умовою $p_0=p_{(0)}=\dfrac{d_0}{d_1}$.

Очевидно, що особливі розв’язання диференціального рівняння (5) задовольняють алгебраїчному рівнянню (1) з рішеннями (2). Розкладаючи праву частину рівняння (5) на множники отримаємо інший вигляд досліджуваного диференціального рівняння:

$$\dot{p}(t)=\frac{\mu s_2}{d_1}(p-p_1^*)(p-p_2^*), \qquad (6)$$

У результаті інтегрування (6) одержимо явний вираз для ціни $p(t)$:

$$p(t)=\frac{p_1^*-p_2^*Ke^{\alpha(p_1^*-p_2^*)t}}{1-Ke^{\alpha(p_1^*-p_2^*)t}}, \qquad (7)$$

де $\alpha=\dfrac{\mu s_2}{d_1}$, $K=\dfrac{p_0-p_1^*}{p_0-p_2^*}$.

Для аналізу стабільності положень рівноваги диференціального рівняння (5), продиференціюємо праву частину рівняння за ціною p:

$$\dot{I}(p)=\frac{\mu}{d_1}(2s_2p-s_1-d_1). \qquad (8)$$

Підстановка в рівняння (8) значень p_1^*, p_2^* дозволяє отримати умови $\dot{I}(p_1^*) < 0$ й $\dot{I}(p_2^*) > 0$. Отже, положення рівноваги p_1^* є стійким, а положення рівноваги p_2^* – нестійким.

Розглянемо ситуацію рівності $p_1^* = p_2^*$. Це можливо, якщо $p_1^* = p_2^* = p^* = \frac{s_1 + d_1}{2s_2}$. У свою чергу це означає $\left(\frac{s_1 + d_1}{2s_2}\right)^2 = \frac{d_0 - s_0}{s_2}$.

За цих умов диференціальне рівняння (6) набуде такого вигляду:

$$\dot{p}(t) = \alpha(p - p^*)^2. \tag{9}$$

Розв’язання рівняння (9) з урахуванням початкової умови p_0 матиме такий вигляд:

$$p(t) = p^* + \frac{p_0 - p^*}{1 - (p_0 - p^*)\alpha t}. \tag{10}$$

У випадку, якщо $p_0 > p^*$ або $\frac{d_0}{d_1} > \frac{s_1 + d_1}{2s_2}$ існує момент часу $t^* = \frac{1}{\alpha(p_0 - p^*)}$, коли розв’язання рівняння (10) прагне до нескінченності. Дане зростання ціни має гіперболічний характер, а момент часу t^* називається “моментом загострення”, що свідчить про існування кризових явищ у банківському секторі.

Якщо подати диференціальне рівняння (5) у вигляді:

$$\dot{p}_{(t)} = \alpha((p - \frac{s_1 + d_1}{2s_2}) - \beta), \tag{11}$$

де $\beta = \left(\frac{s_1 + d_1}{2s_2}\right)^2 - \frac{d_{0-s_0}}{s_2}$ є малою величиною, то матиме місце стан рівноваги p_1^* й p_2^*, досить близьких один до одного.

При $\beta > 0$ отримаємо два рівноважних стани: $p_1^* = \frac{s_1 + d_1}{2s_2} - \sqrt{\beta}$, що є стійким і $p_2^* = \frac{s_1 + d_1}{2s_2} + \sqrt{\beta}$ – нестійка рівновага. На лінії $\beta = 0$ обидва рівноважні стани зливаються, а при $\beta > 0$ зникають катастрофічним чином. Тип катастрофи, що спостерігається – “складка”. Після останніх дій біфуркаційний аналіз рівняння (11) можна вважати повністю виконаним.

У дискретному тимчасовому аналізі найбільш проста математична модель динаміки ціни на банківський продукт базується на постулюванні постійного відставання функції пропозиції S на один тимчасовий інтервал щодо функції попиту D. Інакше кажучи, ціна на "n"-му часовому кроці P_n визначається з функціонального рівняння (2) $D(p_n) = S(p_{n-1})$ [1].

Користуючись вищенаведеними аналітичними виразами для функцій попиту D та пропозиції S, можна отримати нелінійне різницеве рівняння для динаміки ціни банківського продукту:

$$p_n = A_2 p_{n-1}^2 - A_1 p_{n-1} + A_0, \tag{12}$$

де $A_2 = \dfrac{s_2}{d_1}$, $A_1 = \dfrac{s_1}{d_1}$, $A_0 = \dfrac{d_0 - s_0}{d_1}$.

З метою істотного зменшення кількості параметрів, що утримуються в рівнянні (12), виконаємо лінійну заміну змінних $Y_n = A_2 p_n - \dfrac{A_1}{2}$. Тоді рівняння (12) трансформується у такий вигляд:

$$y_n = f(y_{n-1}), \;\; f(y_{n-1}) = y_{n-1}^2 + \frac{1}{4} - B, \tag{13}$$

де $B = \dfrac{(A_1+1)^2}{4} - A_0 A_2$.

Різницеве рівняння (13) має дві нерухливі точки (положення рівноваги), існування яких визначається виконанням нерівності $B > 0$: $y_1^* = \dfrac{1}{2} - \sqrt{B}$, $y_2^* = \dfrac{1}{2} + \sqrt{B}$.

Для дискретної динамічної системи, що описується нелінійним різницевим рівнянням (13), існує простий спосіб визначення, чи є положення рівноваги (нерухлива точка) стійким, що притягується, або нестійким, що відштовхується. Цей спосіб полягає у розгляді величини $\left|f'(y)\right| = \left|\dfrac{df}{dy}\right|$, у припущенні існування похідної. Для положення рівноваги y_1^* умова стабільності полягає у виконанні нерівності $\left|f'(y_1^*)\right| = \left|2y_1^*\right| = \left|1 - 2\sqrt{B}\right| < 1$. Дана нерівність справедлива при $0 < B < 1$. Положення рівноваги y_2^* завжди є нестійким при кожному $B > 0$.

У міру зростання величини B, точніше кажучи, при $B > 1$ абсолютна величина $\left|f'(y_1^*)\right| > 1$ й нерухлива точка y_1^* стає відразливою, тобто положення рівноваги y_1^* є нестійким. Водночас друге ітерируване зображення $f^{(2)} = f(f(y_1^*))$ доставляє пару точок, що не рухаються та притягаються, і призводять до виникнення циклу з періодом 2 для $f(y)$. У такій ситуації можна стверджувати, що система (13) перетерплює біфуркацію подвоєння періоду, коли параметр B, зростаючи, проходить через одиницю. Наступна біфуркація подвоєння періоду ініціюється при значенні параметра $B = \frac{3}{2}$. Коли $B > \frac{3}{2}$, траєкторії (орбіти) починають притягуватися циклом періоду 4. Далі, у міру збільшення B, будуть послідовно зустрічатися періодичні орбіти, що притягаються, довжиною 8, 16, 32 тощо. Дане явище називається "одержанням хаосу за допомогою біфуркації подвоєння періоду".

Уведемо позначення B_0, B_1, $\dots B_m$ точок біфуркації подвоєння періоду, тобто ті точки B_m, в яких ітероване $f(y)$ поміняє орбіту, що притягується, періоду 2^m на орбіту, що притягується, періоду 2^{n+1} (табл. 1).

Таблиця 1

Точки біфуркації подвоєння періоду

m	B_m	$\dfrac{B_m - B_{m-1}}{B_{m+1} - B_m}$
0	1	
1	1,5	4,233738275
2	1,6180989394	4,551506949
3	1,6440461566	4,645807493
4	1,6496312389	4,663938185
5	1,6508287424	4,668103672
6	1,6510852713	4,668966942
7	1,6511402147	4,669147462
8	1,6511519820	4,669190030
9	1,6511545522	4,669162240
10	1,6511550420	

Раніше було встановлено, що при $B < 0$ не існує дійсних нерухливих точок. При значеннях $0 < B < 1$ існує орбіта, що притягується, періоду 1. При значеннях параметра $1 < B < \frac{3}{2}$ має місце орбіта, що притягується, періоду 2, що перетвориться в орбіту, що притягується, періоду 4, коли B, зростаючи, переборює значення $B = \frac{3}{2}$. Наступні значення B_m до $m = 10$ подані у табл. 1.

Аналіз даних другого стовпця табл. 1 свідчить про те, що значення точок біфуркації B_m прагнуть до деякої межі B_∞.

$$B_\infty = \lim_{m\to\infty} B_m = 1{,}651155...$$

Величину B_m прийнято у відповідній літературі називати точкою Фейгенбаума [3]. На інтервалі $0 < B < B_\infty$ подвоєння періоду відбувається в міру того як $B \to B_\infty$. Наступний інтервал $B > B_\infty$ називається областю динамічної невизначеності або хаосу.

Наступне спостереження при аналізі даних, наведених у табл. 1, полягає в тому, що відношення довжин послідовних інтервалів між точками біфуркації має межу $d = \lim\limits_{m\to\infty} \dfrac{B_m - B_{m-1}}{B_{m+1} - B_m} = 4{,}669162...$

Константа d називається постійною Фейгенбаума й приймає те саме значення для багатьох різних двозначних функцій $f(y)$. Із цієї причини значення d називається універсальною постійною й застосовується для прогнозування хаотичних режимів поведінки динамічних систем.

Для інтерпретації отриманих результатів у термінах вихідної математичної моделі (12) можна встановити взаємозв'язок між еластичністю попиту та пропозиції й біфуркаційним параметром B. У точці рівноваги відношення еластичностей попиту та пропозиції дорівнює відношенню похідних відповідних функцій за ціною, тобто

$$\frac{\eta_s(p^*)}{\eta_d(p^*)} = \frac{S'(p^*)}{D'(p^*)}.$$

З іншого боку величина $\eta = \dfrac{\eta_s(p^*)}{\eta_d(p^*)} = 2A_2 p^* - A_1 = 2y^*$. Виходячи з того, що y^* має два значення y_1^* й y_2^*, то $\eta_{1,2} = 1 \pm 2\sqrt{B}$, що відповідає положенням рівноваги p_1^* й p_2^* відповідно. При цьому є справедливим таке співвідношення $\eta_1 + \eta_2 = 2$.

З приводу стабільності положення рівноваги p_1^* варто вказати, що воно має місце при $|\eta_1| < 1$ або $|\eta_s| < |\eta_d|$. Тобто система (12) є стійкою, якщо абсолютна величина еластичності попиту більша абсолютного значення еластичності пропозиції. При значенні $\eta_1 = -1$ стабільність губиться й відбувається перша біфуркація подвоєння періоду, при $\eta_1 = -1{,}4495$ наступна біфуркація періоду 4 та ін. Граничне відношення еластичностей $\eta_1 = -1{,}5700$, що відповідає $B_\infty = 1{,}651155$, визначає межу області хаотичного режиму в павутиноподібній моделі (12).

Висновки. Отже, в умовах загострення конкуренції на ринку банківських послуг використання ціни як інструмента конкурентної боротьби дозволяє банківським установам впливати на прибутковість певних банківських операцій, бізнес-напрямів та банківської діяльності в цілому. У ринковій економіці основою ціноутворення є вільні договірні ціни на банківські послуги, які визначаються ринком через механізм попиту та пропозиції. Для визначення рівноважного значення ціни і обсягу товарів у межах одного ринку використовуються статичний і динамічний підходи, які у сукупності дозволяють проаналізувати стабільність станів рівноваги попиту та пропозиції на ринку, що спостерігається. Отримані умови стійкості рівноважних станів ціни на банківські продукти та послуги дозволяють спрогнозувати тенденцію цінових змін на ринку банківських послуг (в даному випадку на кредитному ринку) залежно від параметрів функцій попиту та пропозиції, що може бути використано при розробці ефективної цінової політики банку.

Список літератури

1. Кизим, Н. А. Устойчивость нелинейной паутинообразной модели [Текст] / Н. А. Кизим, А. В. Воронин // Бізнес-Информ. – 2006. – № 3. – С. 39–41.
2. Козьменко, С. М. Стратегічний менеджмент банку [Текст] : навч. посіб. / С. М. Козьменко, Ф. І. Шпиг, І. В. Волошко. – Суми : Університетська книга, 2003. – 734 с.
3. Кроновер, Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории [Текст] / Р. М. Кроновер. – М. : Постмаркет, 2000. – 352 с.

Summary

In article were studied theoretical fundamentals of bank pricing policy as efficient method of competitive struggle for running bank business in present-day conditions. Using synergy approach we achieved conditions for bank services balanced prices stability depend on elasticity of demand and supply functions.

Отримано 28.06.2011

Вовк, В.Я. Моделювання динаміки ціни банківських продуктів і послуг з використанням синергетичного підходу [Текст] / В.Я. Вовк, А.В. Воронін // Проблеми і перспективи розвитку банківської системи України. –2011. – Вип. 32. – С. 195-205.