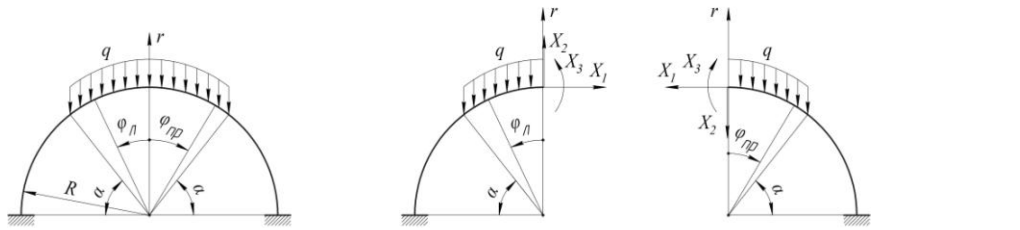
ОПТИМИЗАЦИЯ НАГРУЖЕНИЯ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ АРКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРИСОЕДИНЁННОЙ МАССЫ ПОСТОЯННОГО ВЕСА

THE LOAD OPTIMIZATION OF THE STATICALLY INDETERMINATE ARCH UNDER CONSTANT ADDITIONAL MASS LOAD

Жигилий Д.А., ассистент, Левченко Е.В, студент, СумГУ, Сумы
Zhigiliy D.A., assistant, Levchenko E.V., student, SumSU, Sumy

Жёстко защемлённая обоими концами арка в виде полуокружности радиуса R постоянной изгибной жёсткости EI_x находится под действием груза постоянного веса Q. Груз равномерно распределён $\left(q=\dfrac{Q}{(\pi-2\alpha)R}\right)$ по поверхности дуги $\pi-2\alpha$ арки. Рассмотрим силовую схему, предполагая, что элементы весовой нагрузки не взаимодействуют между собой, т.е. лента веса Q не имеет жёсткостей ни изгибной $EI_x\big|_{груза}\to 0$, ни на растяжение и сжатие $EA\big|_{груза}\to 0$, а лишь с поверхностью арки без проскальзывания. Следовательно, подобную нагрузку следует моделировать присоединённой к нейтральной линии балки массой. В работе определён угол α, при котором в сечениях балки возникают наименьшие максимальные изгибные нормальные напряжения.



а) б)

Рисунок 1- Расчётные схемы арки: а) заданная; б) эквивалентная

Для этого в работе найдены «лишние» реакции 3 раза статически неопределимой упругой системы методом сил из системы канонических уравнений:

$$\begin{cases}\Delta_{1P}+\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\delta_{13}X_3=0;\\ \Delta_{2P}+\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\delta_{23}X_3=0;\\ \Delta_{3P}+\delta_{31}X_1+\delta_{32}X_2+\delta_{33}X_3=0.\end{cases}$$

Воспользовавшись симметрией левых и правых частей записаны выражения грузовой

$$M_P(\alpha,\varphi)=\begin{cases}\displaystyle\int_0^{\varphi} qR^2(\sin(\varphi)-\sin(\beta))d\beta \; при \; 0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}-\alpha\\ \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}-\alpha} qR^2(\sin(\varphi)-\sin(\beta))d\beta \; при \; \frac{\pi}{2}-\alpha\le\varphi\le\frac{\pi}{2}\end{cases}$$

и единичных эпюр $\overline{M}_1(\varphi)=-1\cdot R(1-\cos(\varphi))$ и $\overline{M}_3(\varphi)=1$, а также косой симметрией $\overline{M}_2{}^{л}(\varphi)=1\cdot R\sin(\varphi)$, $\overline{M}_2{}^{пр}(\varphi)=-1\cdot R\sin(\varphi)$ найдены коэффициенты канонических уравнений метода сил с помощью интегралов Мора $\Delta_{ij}=\int_l \dfrac{M_j\cdot\overline{M}_i}{EI_x}dl \quad i=1,2,3; \; j=1,2,3,P$, взятых по всей длине дуги арки.

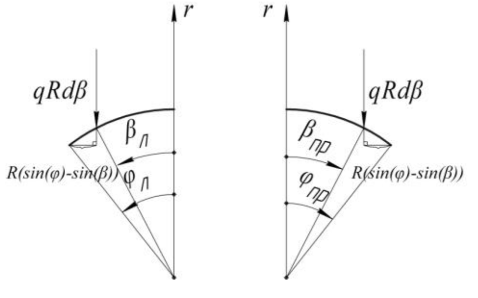


Рисунок 2 - Построение грузовой эпюры

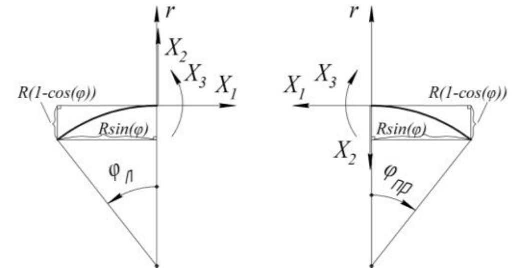


Рисунок 3 - Построение единичных эпюр

По формулам Крамера решена система линейных уравнений и найдена суммарная эпюра $M_{sum} = M_P + X_1\overline{M}_1 + X_2\overline{M}_2 + X_3\overline{M}_3$. Произведена минимизация функции $f(\alpha) = |M_{sum}|_{\max}$ методом перебора.