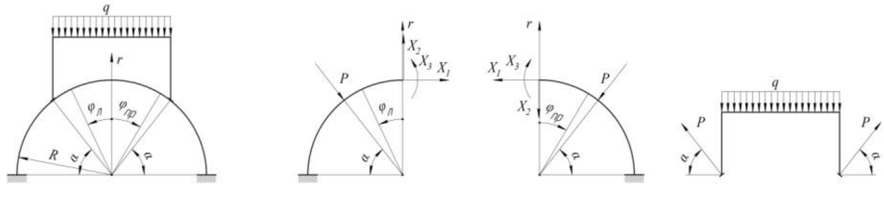
ОПТИМИЗАЦИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ АРКИ И ПЛОСКОЙ РАМЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВЕСОВОЙ НАГРУЗКИ

THE INTERACTION OPTIMIZATION OF THE STATICALLY INDETERMINATE ARCH AND PLANE FRAME UNDER CONSTANT WEIGHT LOAD

Жигилий Д.А., ассистент, Жулёв А.А., студент, СумГУ, Сумы
Zhigiliy D.A., assistant, Zhulyov A.A., student, SumSU, Sumy

Жёстко защемлённая обоими концами арка в виде полуокружности радиуса R постоянной изгибной жёсткости EI_x находится под действием груза постоянного веса Q, передающего нагрузку через плоскую раму того же поперечного сечения. Груз равномерно распределён $\left(q = \dfrac{Q}{2R\cos(\alpha)}\right)$ по поверхности горизонтального пролёта плоской рамы. Силы взаимодействия между аркой и рамой, в предположении отсутствия между ними трения, будут проходить по нормали к поверхности рамы, т.е. вдоль радиуса полуокружности в точке соприкасания (рис. 1, а)). Очевидно, что наименьшие изгибные напряжения в раме возникнут при минимальной длине вертикального стержня рамы, однако она ограничена высотой сегмента арки. В работе определён угол α, при котором арка и рама равнопрочны, если их нормальные сечения одинаковы и изгиб происходит в одинаковых главных плоскостях, а высота рамы близка к высоте соответствующего сегмента арки.



а) б)

Рисунок 1 - Расчётные схемы арки и рамы: а) заданная; б) эквивалентные

Максимальный изгибающий момент для рамы с использованием симметрии системы $\left(P = \dfrac{Q}{2\sin(\alpha)}\right)$ составит $M_{\max}^{рамы}(\alpha) = \dfrac{Q}{2}Ctg(\alpha)R(1-\sin(\alpha)) + \dfrac{QR\cos(\alpha)}{4}$.

Отброшенные реакции 3 раза статически неопределимой арки найдены методом сил из системы канонических уравнений:

$$\begin{cases} \Delta_{1P} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 = 0; \\ \Delta_{2P} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 = 0; \\ \Delta_{3P} + \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 = 0. \end{cases}$$

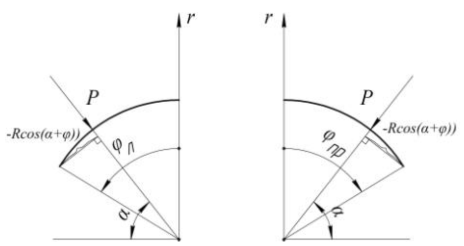


Рисунок 2 - Построение грузовой эпюры

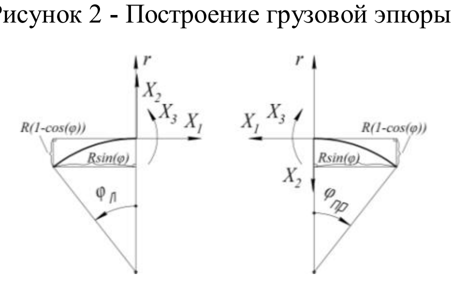


Рисунок 3 - Построение единичных эпюр

Воспользовавшись симметрией левых и правых частей записаны выражения грузовой $M_P(\alpha,\varphi)=\begin{cases} 0\,при\,0\le\varphi\le\dfrac{\pi}{2}-\alpha \\ \dfrac{QR\cos(\alpha+\varphi)}{2\sin(\alpha)}\,при\,\dfrac{\pi}{2}-\alpha\le\varphi\le\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$ и единичных эпюр $\overline{M}_1(\varphi)=-1\cdot R(1-\cos(\varphi))$ и $\overline{M}_3(\varphi)=1$, а также косой симметрией $\overline{M}_2{}^{л}(\varphi)=1\cdot R\sin(\varphi)$, $\overline{M}_2{}^{пр}(\varphi)=-1\cdot R\sin(\varphi)$ найдены коэффициенты канонических уравнений метода сил с помощью интегралов Мора $\Delta_{ij}=\int\limits_l \dfrac{M_j\cdot\overline{M}_i}{EI_x}dl$ $i=1,2,3$; $j=1,2,3,P$, взятых по всей длине дуги арки. По формулам Крамера решена система линейных уравнений и найдена суммарная эпюра $M_{sum}=M_P+X_1\overline{M}_1+X_2\overline{M}_2+X_3\overline{M}_3$. Произведена минимизация функции $f(\alpha)=\left\| M_{sum}\right|_{\max}-\left| M_{\max}^{рамы}\right\|$ методом перебора.