

Інститут математики НАН України  
Київський національний університет ім. Тараса Шевченка  
Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова  
Національний технічний університет України „КПІ“

ОДИНАДЦЯТА  
МІЖНАРОДНА  
НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ  
ІМЕНІ АКАДЕМІКА  
М. КРАВЧУКА

*18—20 травня 2006 року, Київ*

МАТЕРІАЛИ КОНФЕРЕНЦІЇ

Київ — 2006

# I

## ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ТА ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ, ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

## ДОСЛІДЖЕННЯ МЕЖІ СТІЙКОСТІ ПЕРІОДИЧНИХ КОЛИВАНЬ У МОДЕЛІ ЛАЗЕРА З БЕЗІНЕРЦІЙНИМ ФІЛЬТРОМ

Коломієць С.В.,

Сумський національний аграрний університет, м. Суми

Відсутність загальних методів інтегрування систем нелінійних диференціальних рівнянь істотно обмежує можливості вивчення динаміки лазерних моделей. Одним з локальних методів, який дозволяє з'ясувати умови виникнення біфуркації Хопфа в динамічній системі, дослідити стійкість періодичних коливань, а також побудувати періодичний розв'язок є алгоритм біфуркації народження циклу [1].

Досліджується напівкласична модель лазера з безінерційним фільтром, яка отримана за допомогою адіабатичного виключення змінних [2]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Gx(y-1-\beta(1+\gamma)^{-1}-gx) \\ \dot{y} &= A-\gamma(x+1) \end{aligned} \quad (1)$$

де  $x$  – густина інтенсивності випромінювання;  $y$  – інверсія в активному середовищі;  $z$  – ненасичене поглинання в фільтрі;  $G$  – відношення часу релаксації заселеності активного середовища до часу згасання фотонів в резонаторі;  $A$  – параметр накачки;  $\beta = Q_0 l_1 / \sigma l_2$ ,  $\sigma = \eta - \ln(r_1 r_2 / 2l)$ ;  $Q_0$  – непросвітлене значення коефіцієнта поглинання фільтра;  $l_1, l_2$  – віддалі від фільтра до кінців резонатора;  $l$  – довжина резонатора;  $\eta$  – визначає пасивні витрати;  $r_1, r_2$  – коефіцієнти відбиття дзеркал;  $\gamma$  – відношення густини насичення активного середовища до густини насичення фільтра,  $g$  – коефіцієнт нелінійної взаємодії резонатора і елемента розміщеного в резонаторі.

У роботі [2] вивчаються стаціонарні розв'язки системи (1), її фазовий портрет і деякі особливості динаміки якісними методами теорії диференціальних рівнянь. В роботі [3] проведено біфуркаційний аналіз системи (1) за умови, що лазер відноситься до числа твердотільних.

У даній роботі біфуркаційний аналіз системи (1) проведено для випадку, якщо всі параметри моделі мають однаковий порядок. З'ясовано умови виникнення біфуркації Хопфа, знайдено критерій стійкості періодичних коливань, показано існування області стійкості для кожного з біфуркаційних параметрів  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $g$ , побудовано періодичний розв'язок системи (1). Характер межі стійкості періодичних коливань визначається за знаком першої ляпуновської величини.

1. Хэссард Б., Казаринов Н., Вэн И. Теория и приложения бифуркации рождения цикла. - М.: Мир, 1985. - 280 с.
2. Самсон А.М., Котомцева Л.А., Лойко Н.А. Автоколебания в лазерах.- Мн.: Наука і техніка, 1990. – 280 с.
3. Коваленко Г.П., Коломієць С.В. Біфуркаційний аналіз динаміки лазерів з автомодуляцією добротності // УФЖ – 2004. – Т.49, № 10.- С. 960 - 965.