

УДК 539.8 (075.8)

КП

№ госрегистрации 0107U001279

Инв. №

Министерство образования и науки Украины

Сумский государственный университет (СумГУ)

40007, г. Сумы, ул. Р.-Корсакова, 2: тел. (0542) 33-41-08, факс (0542) 33-40-49

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по

научной работе

доктор физ.-мат. наук

\_\_\_\_\_ А.Н. Черноус

ОТЧЕТ

О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

**СИНЕРГЕТИКА ГРАНИЧНОГО ТРЕНИЯ**

(заключительный)

Начальник НИЧ

канд. техн. наук, доцент

\_\_\_\_\_ В.А. Осипов

Руководитель НИР

канд. физ.-мат. наук, доцент

\_\_\_\_\_ А.В. Хоменко  
(2008.12.29)

2008

Рукопись закончена 2008.12.29 р.

Результаты этой работы рассмотрены на заседании научного совета СумГУ,

протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

**СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ**

Младший научный сотрудник кандидат ф.-м. н.	(2008.12.29)	Я.А. Ляшенко (разд. 1).
Аспирант	(2008.12.29)	Н.В. Проданов (разд. 1).
Магистр	(2008.12.29)	Е.В. Ткачева (оформление отчета).

## РЕФЕРАТ

Отчет о НИР: 26 с., 13 рис., 27 источников.

Объект исследования – физические процессы в трибологических системах при режиме граничного трения, а именно, режимы прерывистого плавления ультратонкой пленки смазки.

Цель работы – исследование граничного режима трения, который реализуется в случае ультратонких пленок масла толщиной менее четырех диаметров молекул, при гладких или шероховатых поверхностях, высоких нагрузках и малых скоростях сдвига. При учете деформационного дефекта модуля сдвига смазки исследовать гистерезисные явления при плавлении.

Метод исследования – теоретический анализ на базе реологических уравнений для аппроксимации вязко-упругой среды.

Исследован граничный режим трения. Определены параметры, при которых пленка находится в жидкоподобном состоянии, и трение между поверхностями уменьшается. Проведен учет деформационного дефекта модуля сдвига на плавление смазки. Построены фазовые портреты в различных кинетических режимах.

**СДВИГОВЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ, ДЕФОРМАЦИОННЫЙ ДЕФЕКТ МОДУЛЯ СДВИГА, КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА, ГИСТЕРЕЗИС, ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД, НЕПРЕРЫВНОЕ И СКАЧКООБРАЗНОЕ ПЛАВЛЕНИЕ.**

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
РАЗДЕЛ 1 ГИСТЕРЕЗИСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ ПЛАВЛЕНИИ УЛЬТРАТОНКОЙ ПЛЕНКИ СМАЗКИ	6
1.1. Основные уравнения	6
1.2. Гистерезисные явления при фазовом переходе второго рода	8
1.2.1. Скачкообразное плавление	8
1.2.2. Непрерывное превращение	12
1.2.3. Фазовая кинетика	13
1.2.3.1. Координаты $\sigma - \varepsilon$	13
1.2.3.2. Координаты $\dot{\sigma} - \sigma$	16
1.3. Гистерезисные явления при фазовом переходе первого рода	18
1.3.1. Скачкообразное плавление	18
1.3.2. Фазовая кинетика	20
ВЫВОДЫ	22
СПИСОК ИСТОЧНИКОВ	24

## ВВЕДЕНИЕ

В последние годы интенсивно проводится экспериментальное исследование процесса трения и реологических свойств молекулярно-тонких слоев между двумя атомарно-гладкими поверхностями при различных величинах приложенной нагрузки, давления, толщин слоев, при изменении сдвиговой скорости, температуры и т.д.

В данной работе переход ультратонкой пленки смазки, зажатой между молекулярно-гладкими твердыми поверхностями, из твердоподобного в жидкоподобное состояние представлен как результат термодинамического и сдвигового плавления. Проведено совокупное аналитическое описание этих процессов, происходящих в результате самоорганизации полей сдвиговых напряжений и деформации, а также температуры пленки смазки.

Исследуется влияние деформационного дефекта модуля сдвига. Установлена возможность реализации скачкообразного и непрерывного плавления. Обнаружены три режима поведения смазки, которые отвечают нулевому сдвиговому напряжению, гуковскому участку диаграммы нагружения и участку пластического течения. Переходы между этими режимами могут происходить по механизму фазового превращения первого и второго рода. Описан гистерезис зависимостей стационарных напряжений от деформации и температуры поверхностей трения. Исследована фазовая кинетика системы. Показано, что соотношение времен релаксации исследуемых величин качественным образом влияет на характер установления стационарного режима.

## РАЗДЕЛ 1

### ГИСТЕРЕЗИСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ ПЛАВЛЕНИИ УЛЬТРАТОНКОЙ ПЛЕНКИ СМАЗКИ

#### 1.1. Основные уравнения

Продолжим исследование системы уравнений

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\sigma + g\varepsilon, \quad (1.1)$$

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T - 1)\sigma, \quad (1.2)$$

$$\tau_T \dot{T} = (T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2, \quad (1.3)$$

где введена константа  $g = G/G_0 < 1$ . Эти уравнения формально совпадают с синергетической системой Лоренца [1], в которой сдвиговые напряжения играют роль параметра порядка, сопряженное поле сводится к сдвиговой деформации, а температура представляет управляющий параметр. Известно, что эта система используется для описания как фазовых термодинамических [2], так и кинетических [3] превращений.

В работе [4] плавление ультратонкой пленки смазки в процессе трения между атомарно-гладкими поверхностями слюды представлено как результат спонтанного появления сдвиговых напряжений, вызванного нагревом поверхностей трения выше критического значения  $T_{c0} = 1 + g^{-1}$ . Исходной причиной процесса самоорганизации является положительная обратная связь  $T$  и  $\sigma$  с  $\varepsilon$ , обусловленная температурной зависимостью сдвиговой вязкости, приводящей к ее расходимости. С другой стороны, отрицательная обратная связь  $\sigma$  и  $\varepsilon$  с  $T$  в (1.3) играет важную роль, поскольку обеспечивает устойчивость системы.

Согласно такому подходу смазка представляет очень вязкую жидкость, которая ведет себя подобно аморфному твердому телу — имеет большую эффективную вязкость и все еще характеризуется пределом текучести [5, 6]. Ее твердоподобное состояние соответствует сдвиговым напряжениям  $\sigma = 0$ , поскольку при этом уравнение (1.1) выпадает из рассмотрения ( $\dot{\sigma} = 0$ ). Уравнение (1.2), содержащее вязкие напряжения, сводится к закону Дебая, представляющему быструю релаксацию сдвиговой деформации в течении микроскопического времени  $\tau_\varepsilon \approx a/c \sim 10^{-12}$  с, где  $a \sim 1$  нм — постоянная решетки или межмолекулярное расстояние и  $c \sim 10^3$  м/с — скорость звука. При этом уравнение теплопроводности (1.3) принимает вид простейшего выражения для релаксации температуры к значению  $T_e$ , и из него исчезают слагаемые, представляющие диссипативный разогрев и механокалорический эффект вязкой жидкости.

При ненулевых значениях напряжений  $\sigma$  уравнения (1.1)—(1.3) описывают указанные выше свойства, присущие жидкоподобному состоянию смазки. Такое поведение сильно отличается от объемных смазочных материалов и требует детального пояснения. Согласно уравнению (1.2), появление вязких напряжений  $\sigma_v$  приводит к пластическому течению жидкоподобной смазки со скоростью  $V = h\partial\varepsilon/\partial t$  ( $h$  — толщина пленки). В частности, в случае аппарата поверхностных сил [7, 8] в уравнениях (1.1) — (1.3) эффективная амплитуда деформации  $\varepsilon = x_{max}/h$  определяется как отношение амплитуды деформации (отклонения)  $x_{max}$  к  $h$ . Эффективная скорость сдвига  $\dot{\varepsilon} = \varepsilon\omega = V/h = \varepsilon/\tau_\sigma$  представляет произведение деформации  $\varepsilon$  и частоты колебаний  $\omega$ .

В работе [9] показано, что пластическое течение слоя смазки реализуется при наличии в нем упругих напряжений. При этом действие сдвиговых напряжений приводит к уменьшению модуля сдвига смазочного материала [10]. Согласно [11], во время граничного режима трения с увеличением вязких напряжений

$$\sigma_v = \frac{F_v}{A} \quad (1.4)$$

растет вязкая сила трения:

$$F_v = \frac{\eta_{eff}VA}{h}, \quad (1.5)$$

где  $\eta_{eff}$  — эффективная вязкость, которая не совпадает с истинной вязкостью и находится только экспериментально [11],  $A$  — площадь контакта. Комбинирование равенств (1.4) и (1.5) дает выражение для скорости через напряжения:

$$V = \frac{\sigma_v h}{\eta_{eff}}. \quad (1.6)$$

Таким образом, с ростом сдвиговых напряжений полная сила трения уменьшается, так как увеличивается относительная скорость движения контактирующих поверхностей — смазка плавится.

Более того, в соответствии с [12] при отсутствии деформации сдвига тепловое среднеквадратичное отклонение молекул (атомов) определяется равенством  $\langle u^2 \rangle = T/Ga$ . Среднее значение смещения за счет сдвига находится из соотношения  $\langle u^2 \rangle = \sigma^2 a^2 / G^2$ . Полное среднеквадратичное смещение представляет сумму этих выражений при условии, что тепловые флуктуации и напряжения независимы. Это означает, что плавление смазки вызывается как нагреванием, так и влиянием напряжений, создаваемых твердыми поверхностями при трении. Последнее согласуется с рассмотрением неустойчивости твердоподобного состояния в рамках представлений о сдвиговом динамическом плавлении при отсутствии тепловых флуктуаций. Таким образом, флуктуации деформации, связанные с напряжениями, и тепловые флуктуации следует рассматривать независимо. Будем предполагать, что пленка смазки становится более жидкоподобной и сила трения уменьшается с ростом температуры за счет уменьшения энергии активации скачков молекул.

## 1.2. Гистерезисные явления при фазовом переходе второго рода

### 1.2.1. Скачкообразное плавление

Предположим, что в уравнении (1.1) параметр  $g \equiv G/G_0$  заменяется на зависимость  $g \equiv G(\sigma)/G_0$ , где  $G(\sigma)$  определяется выражением

$$G(\sigma) = \Theta + \frac{G - \Theta}{1 + (\sigma/\sigma_p)^\beta}, \quad \beta > 0. \quad (1.7)$$

Особенность зависимости (1.7) состоит в том, что она описывает гистерезис при плавлении тонкого слоя смазки только в координатах  $T_e - \sigma$  [4, 13]. При этом кривая деформации  $\sigma(\varepsilon)$  является монотонной и позволяет представить лишь непрерывный переход. Однако, экспериментальные данные однозначно указывают, что плавление молекулярно-тонкой пленки смазки имеет скачкообразный характер [5], хотя и может происходить по механизму фазового перехода второго рода. Как показано ниже, описание указанной особенности достигается при помощи замены зависимости  $g(\sigma)$  в (1.1) на  $g(\varepsilon) \equiv G(\varepsilon)/G_0$ , где

$$G(\varepsilon) = \Theta + \frac{G - \Theta}{1 + (\varepsilon/\varepsilon_p)^\beta}. \quad (1.8)$$

При этом величина параметра  $\beta > 0$ , определяющего характер потенциала, также играет ключевую роль.

Рассмотрим стационарное состояние, при котором в (1.1) производная  $\dot{\sigma} = 0$ , и величина напряжений  $\sigma$  в смазке не изменяется. Этот случай, согласно (1.6), соответствует скольжению с постоянной скоростью. Тогда получаем уравнение, подобное закону Гука:

$$\sigma = g(\varepsilon)\varepsilon, \quad g(\varepsilon) = g_\theta \left( 1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{1 + (\varepsilon/\alpha)^\beta} \right), \quad (1.9)$$

где параметр  $\theta = \Theta/G < 1$ , как и ранее, определяет отношение углов наклона кривой деформации на пластическом и гуковском участках, и появляются новые коэффициенты  $g_\theta = \Theta/G_0 < 1$ ,  $\alpha = \varepsilon_p/\varepsilon_s$ . Зависимость (1.9) в координатах  $\beta - \varepsilon - \sigma$  при заданных  $\alpha$ ,  $g_\theta$  и  $\theta$  приведена на рис. 1.1. В случае аппарата поверхностных сил [7, 8] он представляет зависимость полного внутреннего сдвигового напряжения в смазке  $\sigma = \sigma_{el} + \sigma_v$  от амплитуды отклонения  $x_{max}$ , где  $\sigma_{el}$  и  $\sigma_v$  — упругая и вязкая компоненты соответственно, причем  $\sigma_v$  определяется соотношением (1.6). Отсюда видно, что могут реализоваться две ситуации: при малых  $\beta$  кривая  $\sigma(\varepsilon)$  монотонно возрастает, а при

$$\beta > \frac{1 + \sqrt{\theta}}{1 - \sqrt{\theta}} \quad (1.10)$$

она становится немонотонной. В первом случае происходит непрерывное плавление смазки. Вторым случаем более детально представлен на рис. 1.2, согласно которому смазка при повышении напряжений до точки  $A$  скачкообразно плавится, и при этом происходит переход в точку  $B$ . При

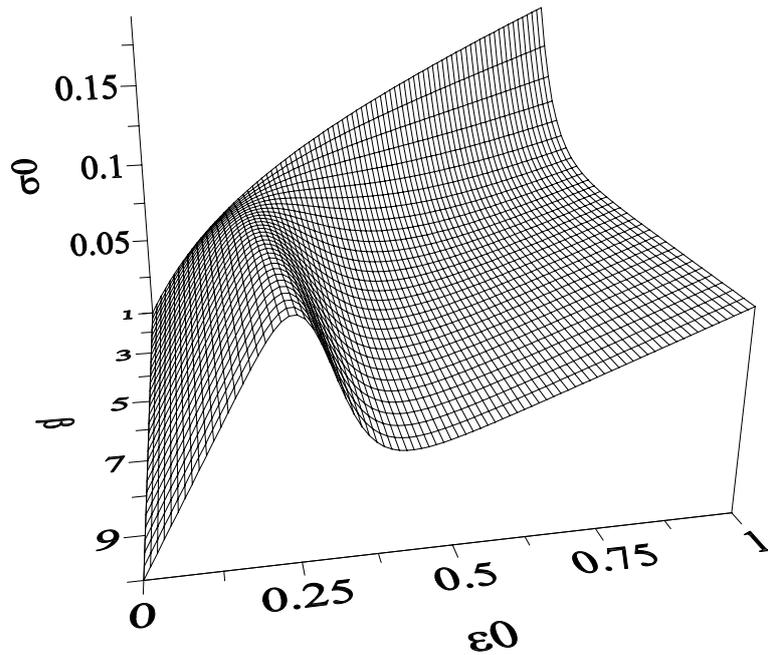


Рисунок 1.1— Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений  $\sigma_0$  от деформации  $\varepsilon_0$  и параметра  $\beta$  (1.9) при  $\theta = 0.2$ ,  $g_\theta = 0.1$ ,  $\alpha = 0.3$ .

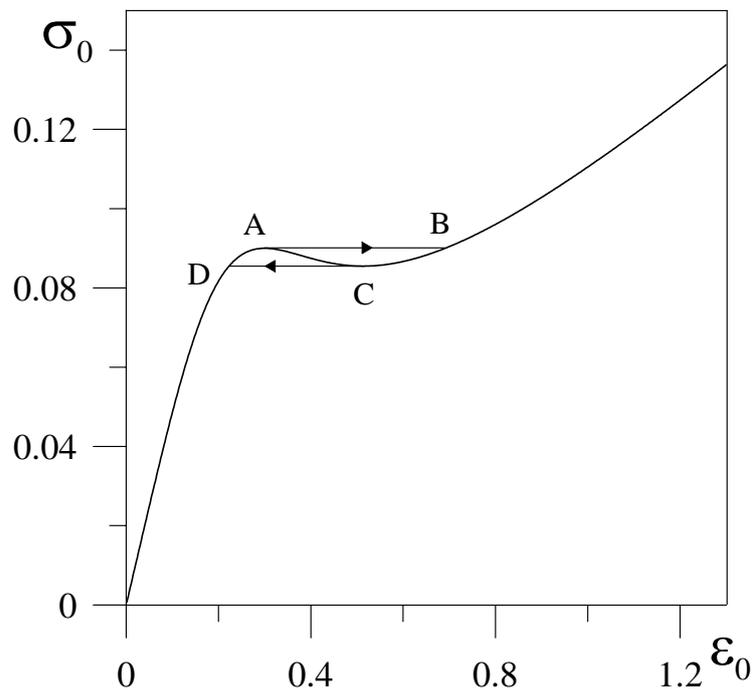


Рисунок 1.2— Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений  $\sigma_0$  от деформации  $\varepsilon_0$  (1.9) при  $\theta = 0.2$ ,  $g_\theta = 0.1$ ,  $\alpha = 0.3$ ,  $\beta = 3.0$ , на которой показано гистерезисное поведение.

дальнейшем увеличении напряжений деформация монотонно возрастает, и смазка остается жидкоподобной. Если теперь уменьшать напряжения, то до точки  $C$  смазка сохраняет жидкоподобную структуру, а затем скачкообразно затвердевает при переходе в точку  $D$ . При дальнейшем уменьшении напряжений смазка твердоподобна. Подобные переходы представлены как фазовые переходы

первого рода [14], но между состояниями, которые не являются истинными термодинамическими фазами. Для объяснения этих превращений вводится понятие сдвигового плавления [12]. Отметим, что такое гистерезисное поведение наблюдалось в экспериментах [7, 8, 15].

Используя (1.9), можно найти абсциссы точек перехода  $A$  и  $C$ :

$$\varepsilon_{A,C} = 2^{-1/\beta} \alpha \left[ b(\beta - 1) - 2 \mp b\sqrt{(1 - \beta)^2 - 4\beta/b} \right]^{1/\beta}, \quad b = \theta^{-1} - 1, \quad (1.11)$$

где точке  $A$  отвечает знак '-', а точке  $C$  — знак '+'. Из (1.11) видно, что величина скачка при плавлении возрастает с ростом  $\alpha$ , а с увеличением  $\beta$  разница  $\varepsilon_A - \varepsilon_C$  стремится к нулю. Таким образом, при больших  $\beta$  (малых  $\alpha$ ) плавление и затвердевание осуществляются практически при одинаковых значениях деформации ( $\varepsilon_A \approx \varepsilon_C$ ), но при различных величинах напряжений  $\sigma$ . Как и ранее, примем в качестве параметра порядка сдвиговое напряжение  $\sigma$ : при  $\sigma > \sigma_A$  смазка жидкоподобна, а если  $\sigma < \sigma_C$ , то она твердоподобна. В промежуточной области  $\sigma_C < \sigma < \sigma_A$  состояние смазки является неустойчивым, поскольку она может находиться в обоих фазах.

В рамках адиабатического приближения можно положить  $\tau_e \dot{\varepsilon} \approx 0$ ,  $\tau_T \dot{T} \approx 0$ , и уравнения (1.2), (1.3) дают

$$\varepsilon = \sigma - (2 - T_e) \frac{\sigma}{1 + \sigma^2}, \quad (1.12)$$

$$T = T_e + (2 - T_e) \frac{\sigma^2}{1 + \sigma^2}. \quad (1.13)$$

После подстановки выражения (1.12) в (1.1) получим уравнение Ландау-Халатникова, где синергетический потенциал

$$V = \frac{\sigma^2}{2} - g_\theta \int_0^\sigma \left[ \sigma - (2 - T_e) \frac{\sigma}{1 + \sigma^2} \right] \left[ 1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{1 + (\sigma/\alpha - \sigma(2 - T_e)/(\alpha + \alpha\sigma^2))^\beta} \right] d\sigma. \quad (1.14)$$

На рис. 1.3 приведена зависимость стационарных сдвиговых напряжений  $\sigma_0$  от температуры поверхностей трения  $T_e$ . Ниже ее критического значения  $T_{c0}$  напряжения в смазке отсутствуют ( $\sigma = 0$ ), и она твердоподобна. С дальнейшим возрастанием температуры до точки  $A$  напряжение увеличивается, но соответствует гуковскому упругому участку зависимости, приведенной на рис. 1.2, и следовательно, смазка твердоподобна. При последующем росте температуры в интервале  $T_{cA} < T_e < T_{cB}$  ( $T_{cA}$ ,  $T_{cB}$  отвечают точкам  $A$ ,  $B$ ) напряжение сохраняется, и смазка не изменяет свою структуру. Выше  $T_{cB}$  реализуется пластический участок зависимости, показанной на рис. 1.2, смазка становится жидкоподобной. Если затем понижать температуру поверхностей трения, то до значения  $T_{cC}$  смазка жидкоподобна, далее до  $T_e = T_{cD}$  напряжение сохраняется, и ниже этого значения она имеет твердоподобную структуру. Выражение для критической температуры  $T_{c0}$  получается из условия  $\partial V / \partial \sigma = 0$ , где  $V$  — синергетический потенциал (1.14):

$$T_{c0} = 1 + \theta/g_\theta \equiv 1 + G_0/G \equiv 1 + g^{-1}. \quad (1.15)$$

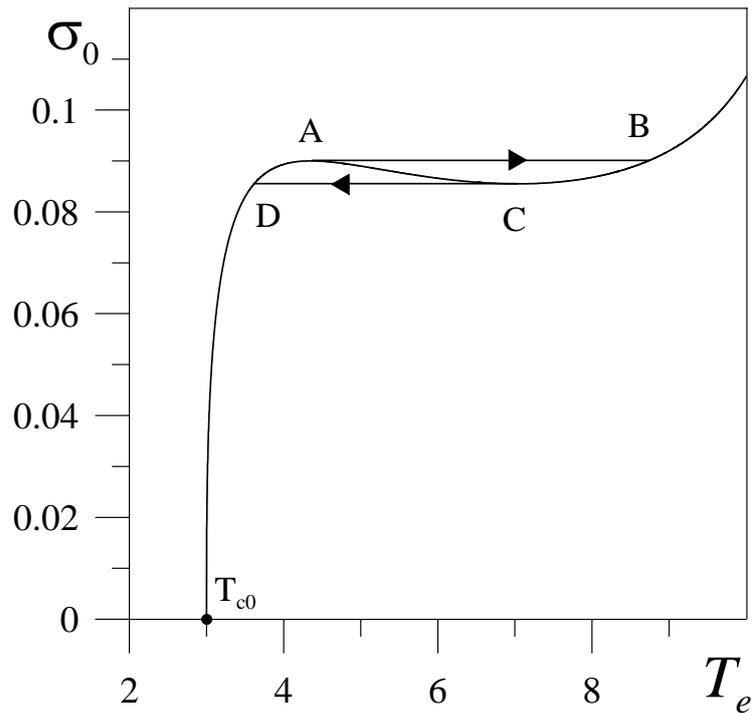


Рисунок 1.3— Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений  $\sigma_0$  от температуры поверхностей трения  $T_e$  при параметрах рис. 1.2.

В области температур  $T_{cD} < T_e < T_{cB}$  смазка может быть как жидкоподобной, так и твердоподобной в зависимости от предыстории системы. В интервале  $T_{cA} < T_e < T_{cC}$ , входящем в эту область, стационарные значения напряжений сохраняются. Очевидно, что равенство  $\sigma_0 = \text{const}$  выполняется с увеличением температуры при  $T_{cA} < T_e < T_{cB}$ , поскольку для плавления смазки необходимо сообщить энергию. В области  $T_{cD} < T_e < T_{cC}$  при уменьшении температуры сдвигаемых поверхностей напряжения сохраняются, так как для перехода смазки в твердоподобное состояние она должна отдать энергию. Следует полагать, что твердоподобные структуры смазки ниже и выше точки  $T_{c0}$  отличаются, поскольку согласно рис. 1.3, переход между ними происходит по механизму фазового перехода второго рода.

На рис. 1.4 показана зависимость потенциала (1.14) от величины напряжений при фиксированных температурах поверхностей трения. Кривая 1 соответствует значению температуры ниже  $T_{c0}$ . Видно, что на ней реализуется единственный нулевой минимум, и в смазке напряжения отсутствуют, т.е. она твердоподобна. Кривая 2 соответствует температуре  $T_{c0} < T_e < T_{cD}$ , и здесь наблюдается ненулевой минимум потенциала, который отвечает гуковскому участку рис. 1.2. Это означает, что смазка также твердоподобна. Кривая 3 построена при  $T_e > T_{cB}$  и характеризуется одним ненулевым минимумом потенциала. Поскольку при таких условиях система находится на участке пластического течения, смазка жидкоподобна.

Переход между первой и второй ситуацией осуществляется по механизму фазового перехода второго рода, так как нулевой минимум плавно превращается в ненулевой. Поскольку кри-

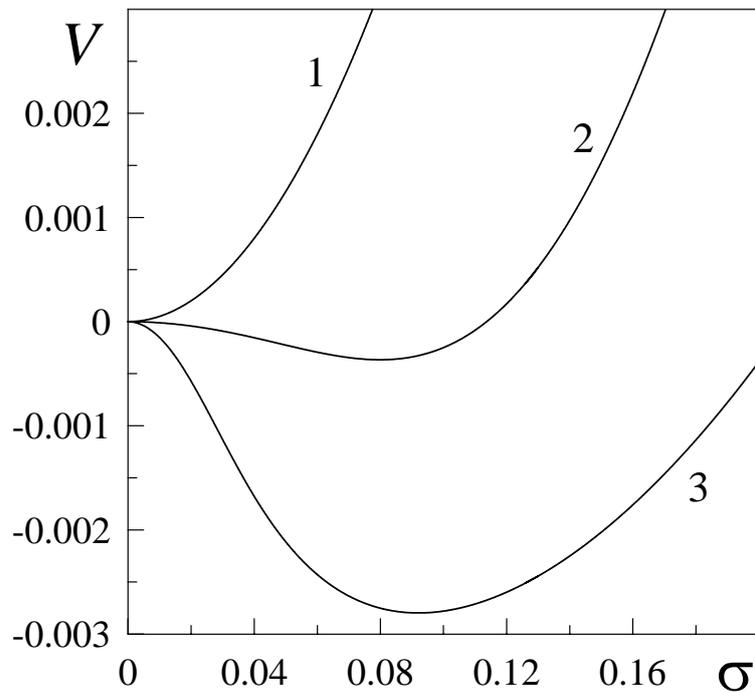


Рисунок 1.4— Зависимость синергетического потенциала  $V$  (1.14) от величины сдвиговых напряжений  $\sigma$  при параметрах рис. 1.2 и  $T_e = 1.0, 3.4, 9.0$  (кривые 1–3).

вые 2, 3 имеют одинаковую форму, то переход между соответствующими режимами трения следует интерпретировать как кинетическое, а не фазовое превращение [14]. Таким образом, твердоподобная структура смазки при температуре ниже  $T_{c0}$  близка к твердому состоянию, твердоподобная же структура выше указанной температуры несет признаки жидкого состояния, но в целом смазка ведет себя как твердоподобная. При дальнейшем переходе к жидкостному режиму трения уменьшается вязкость смазки, и она течет.

### 1.2.2. Непрерывное превращение

Рассмотрим теперь более простой случай непрерывного плавления смазки, когда не выполняется условие (1.10). При температуре поверхностей трения ниже значения (1.15) смазка твердоподобна, поскольку сдвиговые напряжения равны нулю. При  $T_e > T_{c0}$  она начинает плавиться и становится жидкоподобной. С дальнейшим повышением температуры сдвиговые напряжения растут и, как следствие, наступает скольжение, соответствующее переходу на участок пластической деформации.

На рис. 1.5 приведены стационарные значения сдвиговых напряжений  $\sigma_0$  при непрерывном превращении. Отсюда видно, что с увеличением коэффициента  $\alpha$  при заданном значении температуры  $T_e$  реализуются бóльшие значения стационарных напряжений. Соответственно, при больших  $\alpha < 1$  плавление наступает быстрее и такие смазки более предпочтительны для уменьшения трения.

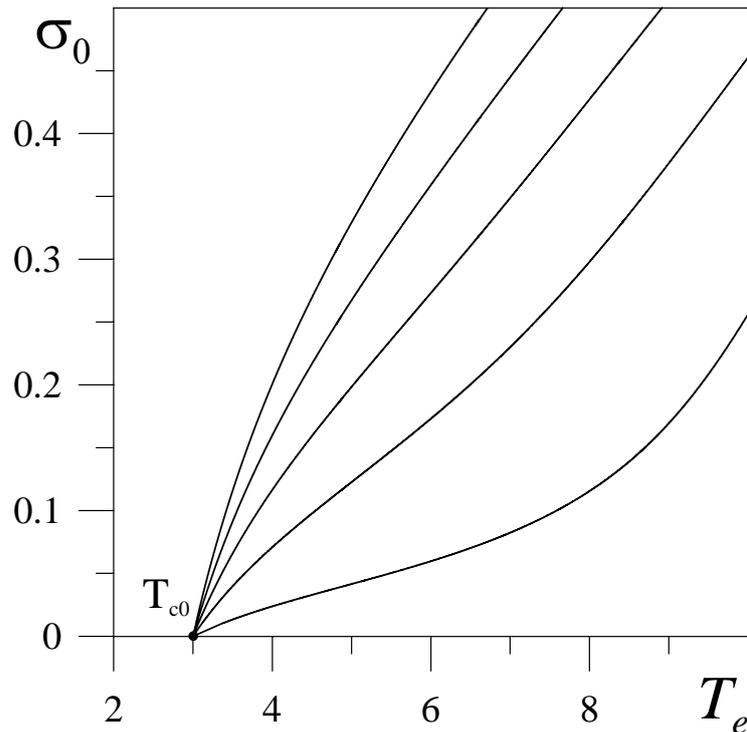


Рисунок 1.5— Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений  $\sigma_0$  от температуры поверхностей трения  $T_e$  в случае непрерывного превращения при  $\theta = 0.2$ ,  $g_\theta = 0.1$ ,  $\beta = 1.0$  и  $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$  (соответствующие кривые расположены справа налево).

Согласно формуле (1.15), для уменьшения температуры плавления нужно уменьшать  $\theta$  и увеличивать  $g_\theta$ . Минимальное значение критической температуры сдвигаемых поверхностей ограничено величиной  $T_{c0} = 1$  при  $\theta \ll g_\theta$ .

Вид синергетического потенциала в данном случае качественно совпадает с показанным на рис. 1.4, поскольку он дается той же формулой (1.14). Твердоподобному состоянию смазки отвечает нулевой минимум потенциала, жидкоподобному — ненулевой минимум.

### 1.2.3. Фазовая кинетика

#### 1.2.3.1. Координаты $\sigma - \varepsilon$

Согласно экспериментальным данным для органических смазочных материалов [5, 16], время релаксации напряжений при нормальном давлении составляет  $\tau_\sigma \sim 10^{-10}$  с. Поскольку ультратонкая пленка смазки имеет менее четырех молекулярных слоев, температура релаксирует к значению  $T_e$  в течение времени, удовлетворяющего условию:

$$\tau_T \ll \tau_\sigma, \tau_\varepsilon. \quad (1.16)$$

Согласно этому положим в уравнении (1.3)  $\tau_T \dot{T} \approx 0$ . Также для удобства измерим время в единицах  $\tau_\sigma$ . В результате получим двухпараметрическую систему вида:

$$\dot{\sigma} = -\sigma + g(\varepsilon)\varepsilon, \quad (1.17)$$

$$\tau \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T_e - 1 - \sigma\varepsilon + \sigma^2)\sigma, \quad (1.18)$$

где  $\tau \equiv \tau_\varepsilon/\tau_\sigma$ . Соответствующие фазовые портреты приведены на рис. 1.6 и 1.7.

На рис. 1.6 показаны фазовые портреты, описывающие поведение смазки в твердоподобном состоянии (при значении температуры поверхностей трения ниже  $T_{c0}$ ), для различных соотношений времен релаксации  $\tau$ . В частности, рис. 1.6а соответствует случаю  $\tau = 0.01$ . Штриховыми лини-

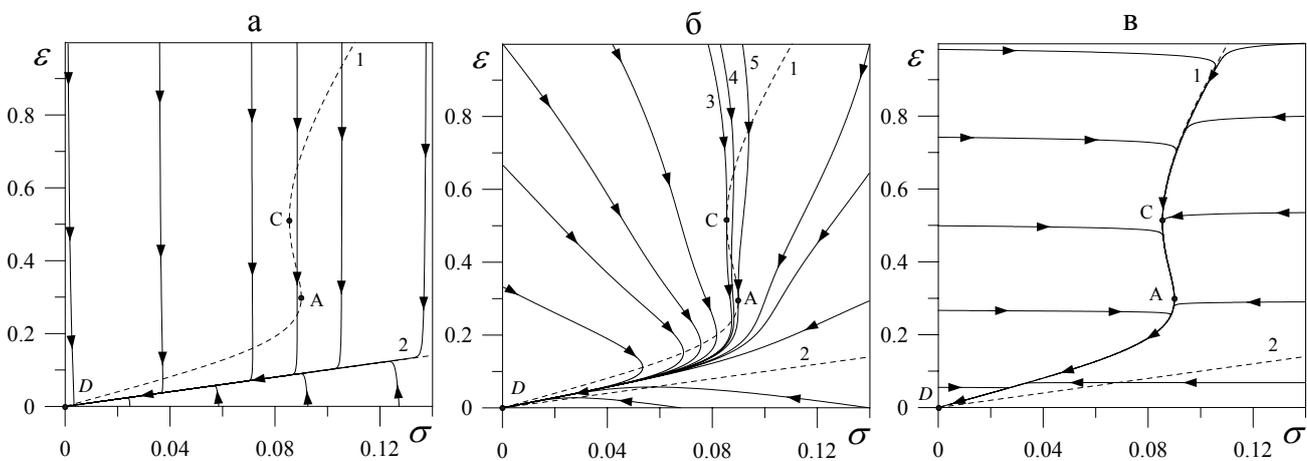


Рисунок 1.6— Фазовые портреты при параметрах рис. 1.2 и  $T_e = 2$ : а —  $\tau_T \ll \tau_\varepsilon = 0.01\tau_\sigma$ ; б —  $\tau_T \ll \tau_\varepsilon = \tau_\sigma$ ; в —  $\tau_T \ll \tau_\varepsilon = 100\tau_\sigma$ .

ями 1 и 2 показаны изоклины, получаемые при приравнении к нулю производных в уравнениях (1.17) и (1.18) соответственно. Таким образом, кривая 1 отвечает параметрам системы, при которых напряжения не изменяются, а линия 2 соответствует случаю сохранения деформации. Эти линии пересекаются в начале координат, образуя единственную стационарную точку  $D$ , которая является узлом. Видно, что фазовые траектории сходятся к узлу  $D$ , т.е. с течением времени напряжения релаксируют к нулевому значению. Причем при движении по фазовой плоскости при произвольных начальных условиях наблюдается два этапа: на первом происходит мгновенная релаксация системы к линии, близкой к изоклине 2, на втором — медленное движение по указанной кривой. На первом этапе напряжения сохраняются, что напоминает описанный ранее переход между режимами трения. Отметим, что линия, по которой движется система на втором этапе, соответствует гуксовскому участку зависимости  $\sigma(\varepsilon)$ . Таким образом, происходит медленный переход смазки из твердоподобной структуры, близкой к жидкости, в твердоподобную структуру, подобную твердому телу.

Фазовый портрет, показанный на рис. 1.6б, построен для случая, когда времена релаксации

напряжений и деформации совпадают ( $\tau = 1$ ). Он также характеризуется особой точкой  $D$ , представляющей узел. Здесь возможны случаи, когда напряжения  $\sigma$  сначала увеличиваются, а потом уменьшаются, и наоборот. Это означает, что до того момента, когда система придет к равновесию (началу координат), представляется возможным прерывистое движение. Например, согласно фазовым траекториям, которые начинаются при  $\sigma = 0$ , смазка сначала твердоподобна (напряжения равны нулю), потом она начинает плавиться (напряжения возрастают), и затем опять затвердевает. Самый сложный тип прерывистого движения описывается фазовыми траекториями, расположенными между траекториями 3 и 5, которые являются касательными к изоклине 1. Здесь система ведет себя подобно кривой 4, т.е. напряжения сначала увеличиваются, затем уменьшаются (после первого пересечения изоклины 1), потом снова увеличиваются (после второго пересечения), и наконец релаксируют к нулю (после третьего и последнего пересечения).

Рисунок 1.6в отвечает случаю  $\tau = 100$ . Здесь, как и на рис. 1.6а, выделены два этапа: быстрая релаксация к линии, близкой к изоклине 1, и далее медленное движение по ней. На первом этапе деформация слабо изменяется, а напряжения очень быстро уменьшаются, если начальные их значения  $\sigma$  правее изоклины 1, либо увеличиваются при начальных  $\sigma$  левее нее. На втором этапе в верхней части фазового портрета (выше точки  $C$ ) конфигуративная точка движется по пластическому участку, ниже  $A$  происходит движение по гуковскому. На последнем участке система находится более длительное время, поскольку он ближе к изоклине, чем первый.

На рис. 1.7 приведены фазовые портреты для таких же параметров и соотношений времен релаксации, как и на рис. 1.6, но при температуре, соответствующей участку пластической деформации ( $T_e > T_B$ ). Здесь реализуется жидкостное трение, и с течением времени устанавливается

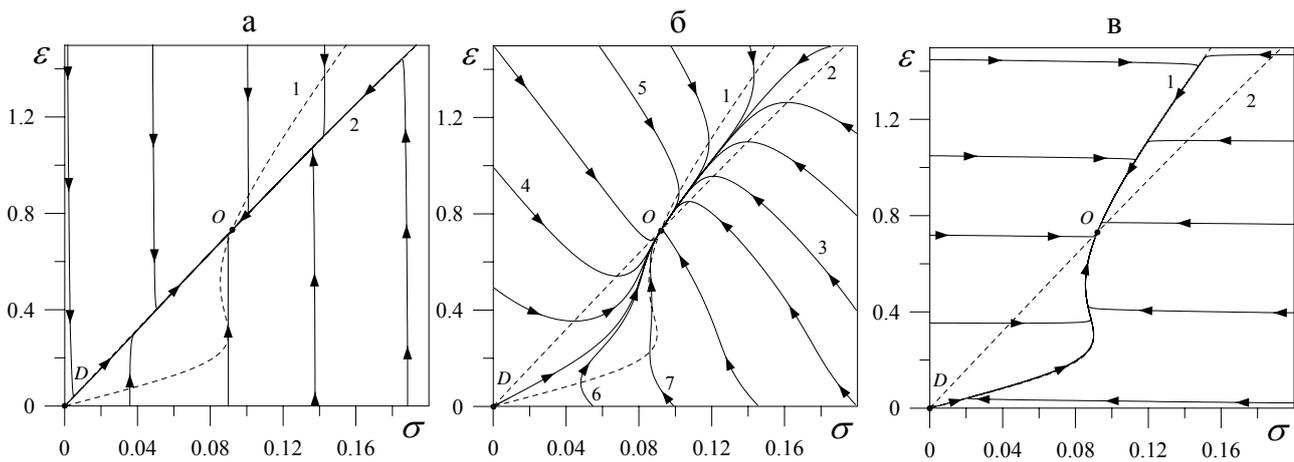


Рисунок 1.7— Фазовые портреты при параметрах рис. 1.2 и  $T_e = 9$ : а —  $\tau_T \ll \tau_\epsilon = 0.01\tau_\sigma$ ; б —  $\tau_T \ll \tau_\epsilon = \tau_\sigma$ ; в —  $\tau_T \ll \tau_\epsilon = 100\tau_\sigma$ .

ненулевое стационарное значение сдвиговых напряжений  $\sigma_0 \neq 0$ , отвечающее минимуму потенциала. Как и ранее, линии 1 и 2 являются изоклинами фазовых траекторий. Фазовые портреты ха-

характеризуются двумя особыми точками — седлом  $D$  в начале координат и узлом  $O$  при ненулевых значениях напряжений и деформации, которые даются пересечением изоклин.

При  $\tau = 0.01$  наблюдается картина, показанная на рис. 1.7а. Здесь, как и на рис. 1.6а, фазовые траектории быстро сбегают к линии, близкой к изоклине 2 из любой точки фазовой плоскости при сохранении напряжений. Далее система релаксирует к ненулевому значению  $\sigma_0 \neq 0$ , и устанавливается стационарное жидкостное трение. Однако прямая, по которой осуществляется движение на втором этапе, отвечает пластическому участку зависимости  $\sigma(\varepsilon)$ , т.е. система всегда жидкоподобна, за исключением тех случаев, когда начальное значение напряжений находится вблизи нуля (происходит плавление). Отметим, что с течением времени смазка становится более жидкой, если  $\sigma_i < \sigma_0$ , и наоборот более вязкой при  $\sigma_i > \sigma_0$ , где  $\sigma_i$  и  $\sigma_0$  — начальное и стационарное значения напряжений.

Как видно из рис. 1.7б, для  $\tau = 1$  при установлении стационарного значения напряжений и деформации возможны следующие случаи: смазка становится более вязкой со временем (кривая 3), она плавится (кривая 4) и реализуются различные прерывистые режимы трения (кривые 5, 6, 7).

На рис. 1.7в приведен фазовый портрет для  $\tau = 100$ , где, как и на рис. 1.6в, видны два этапа. Основное отличие этих рисунков состоит в том, что на первом пластический участок ближе к изоклине, и при эволюции система находится на нем более продолжительное время, чем на гуковском. Стационарная точка  $O$  находится на пластическом участке.

### 1.2.3.2. Координаты $\dot{\sigma} - \sigma$

Исследуем кинетику системы, проследив эволюцию напряжений и скорости их изменения. Для этого из двух дифференциальных уравнений первого порядка (1.17), (1.18), зависящих от напряжения  $\sigma$  и деформации  $\varepsilon$ , получим уравнение второго порядка для  $\sigma$ . С этой целью из (1.17) необходимо выразить  $\varepsilon$  через  $\sigma$  и записать производную по времени от этого выражения. Далее, подставив полученные зависимости  $\varepsilon(\sigma, \dot{\sigma})$ ,  $\dot{\varepsilon}(\sigma, \dot{\sigma})$  в (1.18), найдем искомое уравнение. Однако аналитически выразить  $\varepsilon$  из (1.17) не представляется возможным. Поэтому воспользуемся выражением (1.7), описывающим непрерывное плавление, и получим искомое уравнение в виде:

$$\begin{aligned} A\ddot{\sigma} + B\dot{\sigma}^2 + C\dot{\sigma} + D &= 0, \\ A &\equiv \frac{\tau}{g_\theta} \left[ \frac{1 + (\sigma/\alpha)^\beta}{\theta^{-1} + (\sigma/\alpha)^\beta} \right], \quad B \equiv \frac{\tau\beta}{g_\theta\alpha^\beta} \left[ \frac{(\theta^{-1} - 1)\sigma^{\beta-1}}{(\theta^{-1} + (\sigma/\alpha)^\beta)^2} \right], \\ C &\equiv A\tau^{-1} [\tau + 1 + \sigma^2] + \sigma B, \quad D \equiv A\tau^{-1}\sigma [1 + \sigma^2] - \sigma(T_e - 1 + \sigma^2). \end{aligned} \quad (1.19)$$

Оно описывает реактивно-диссипативный режим, поскольку имеет вторую и первую производные по времени. Соответствующие фазовые портреты представлены на рис. 1.8. Здесь штриховая кривая 1 является изоклиной, на которой скорость изменения напряжений остается постоянной ( $\ddot{\sigma} = 0$ ). Штриховая прямая 2 отвечает изоклине, где напряжения не изменяются ( $\dot{\sigma} = 0$ ). По-

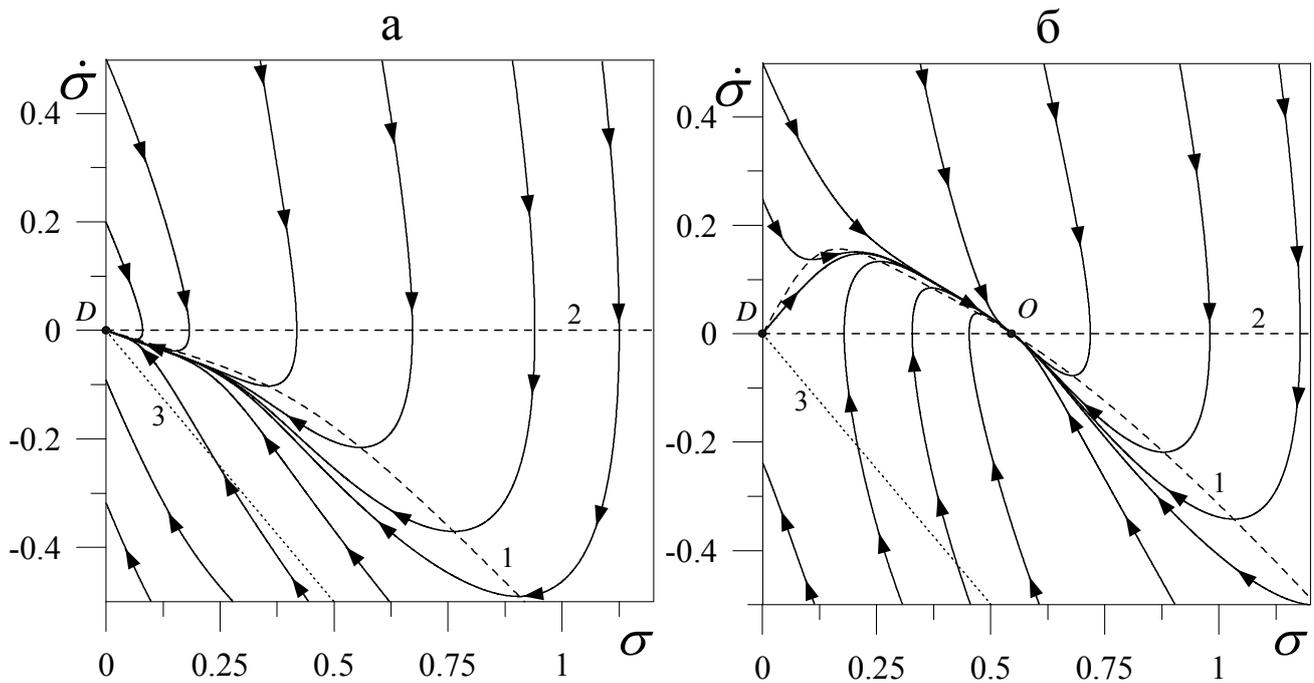


Рисунок 1.8— Фазовые портреты при параметрах рис. 1.2 и использовании зависимости (1.7) для  $\tau_\varepsilon = \tau_\sigma$ : а —  $T_e = 2$ ; б —  $T_e = 9$ .

скольку в уравнении (1.19) деформация в явном виде отсутствует, ее начальные значения задаются с помощью  $\sigma$ ,  $\dot{\sigma}$ . Оказывается, что области ниже пунктирной прямой 3, определяемой равенством  $\dot{\sigma} = -\sigma$ , отвечают отрицательные значения деформации, поэтому некоторые фазовые траектории, начинающиеся ниже указанной линии, выходят в отрицательную область напряжений. Так как в предлагаемом подходе рассматриваются только положительные значения напряжений и деформации, начальные условия следует выбирать не ниже указанной прямой.

На рис. 1.8а представлен фазовый портрет, отвечающий температуре поверхностей трения ниже критической  $T_{c0}$  (1.15). Здесь смазка твердоподобна, и наблюдается релаксация  $\sigma$  к узлу  $D$  в начале координат. Согласно фазовым траекториям, при этом также возможно прерывистое движение.

Случаю, когда температура  $T_e$  выше  $T_{c0}$ , и смазка жидкоподобна, соответствует фазовый портрет, показанный на рис. 1.8б. Он характеризуется двумя особыми точками — седлом  $D$  и устойчивым узлом  $O$ . Система со временем при произвольных начальных условиях (выше прямой 3) приходит к стационарному состоянию, соответствующему точке  $O$ , и далее напряжения не изменяются ( $\dot{\sigma} = 0$ ). Видно, что релаксация напряжений может происходить при наличии прерывистых режимов трения.

### 1.3. Гистерезисные явления при фазовом переходе первого рода

#### 1.3.1. Скачкообразное плавление

Рисунок 1.3 отвечает случаю фазового перехода второго рода, потому как в точке  $T_{c0}$  происходит непрерывный переход, напряжения при этом становятся ненулевыми. Немонотонность на рис. 1.3 вызвана наличием неустойчивого участка на рис. 1.2. Используя подход, приведенный в подразделе 2.3, можно подобрать параметры таким образом, что кривая  $\sigma_0(\varepsilon_0)$  является монотонной, однако на зависимости  $\sigma_0(T_e)$  реализуется гистерезис.

На рис. 1.9 приведены соответствующие зависимости стационарных сдвиговых напряжений  $\sigma_0, \sigma^m$  от температуры поверхностей трения и деформации. Видно, что на рис. 1.9б появляется

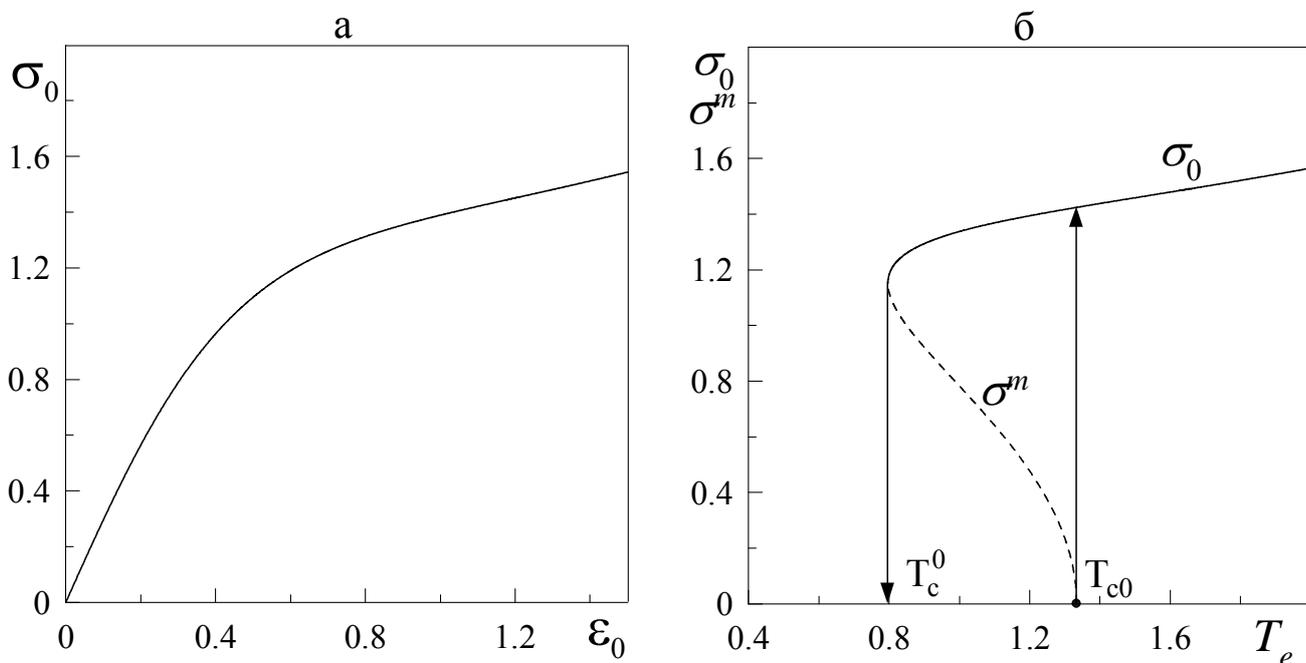


Рисунок 1.9— Зависимости стационарных значений сдвиговых напряжений  $\sigma_0, \sigma^m$ : а — от сдвиговой деформации  $\varepsilon_0$ ; б — от температуры поверхностей трения  $T_e$  при  $\theta = 0.2, g_\theta = 0.6, \alpha = 0.7, \beta = 2.0$ .

немонотонность, и в интервале  $T_c^0 < T_e < T_{c0}$  реализуется двузначный участок, присущий фазовым переходам первого рода. Штриховая кривая отвечает неустойчивым стационарным значениям напряжений  $\sigma^m$ , сплошная — устойчивым  $\sigma_0$ . Отметим, что  $\sigma^m(T_e)$  соответствует гуковскому участку зависимости  $\sigma_0(\varepsilon_0)$ , которая показана на рис. 1.9а.

На рис. 1.10 приведена зависимость потенциала (1.14) от величины напряжений при фиксированных температурах поверхностей трения, соответствующая параметрам рис. 1.9. Ниже критического значения  $T_c^0$  напряжения в смазке отсутствуют ( $\sigma_0 = 0$ ). Данному диапазону температур

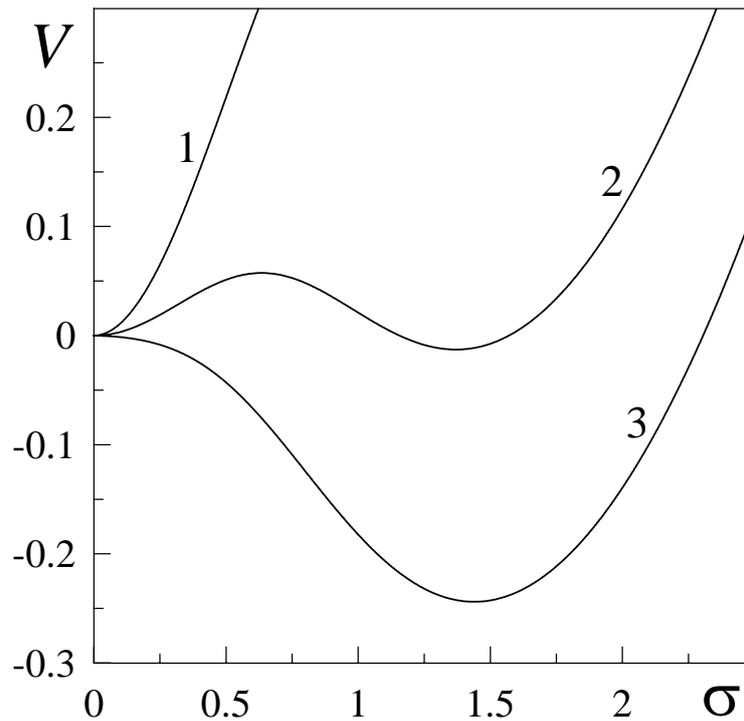


Рисунок 1.10— Зависимость синергетического потенциала  $V$  (1.14) от величины сдвиговых напряжений  $\sigma$  при параметрах рис. 1.9, кривые 1–3 отвечают значениям температуры  $T_e = 0.6, 1.1, 1.4$  соответственно.

соответствует вид потенциала, показанный кривой 1 на рис. 1.10, где реализуется один нулевой минимум при  $\sigma_0 = 0$ , при этом смазка твердоподобна. В точке  $T_e = T_c^0$  на зависимости  $V(\sigma)$  появляется плато. С дальнейшим увеличением температуры в области  $T_c^0 < T_e < T_{c0}$  потенциал имеет вид, показанный кривой 2. Здесь появляется потенциальный барьер, который разграничивает нулевой и ненулевой минимумы потенциала. В связи с этим система не может прийти в устойчивое состояние  $\sigma_0 \neq 0$ , и реализуется нулевое значение сдвиговых напряжений  $\sigma$ . Пунктирная кривая на рис. 1.9 отвечает максимуму потенциала, сплошная кривая — его ненулевому минимуму. Как видно из рисунка, при  $T_e = T_{c0}$  (1.15) происходит скачкообразное увеличение значения  $\sigma$ , и система переходит на участок зависимости  $\sigma_0(T_e)$ . Этот переход связан с тем, что при  $T_e = T_{c0}$  максимум  $V(\sigma)$  исчезает, и с дальнейшим ростом  $T_e$  реализуется один ненулевой минимум потенциала (кривая 3 рис. 1.10). С дальнейшим увеличением температуры  $T_e$  стационарное значение напряжений  $\sigma_0$  растет, и смазка становится менее вязкой, при этом  $V(\sigma)$  имеет вид, показанный кривой 3. Теперь с уменьшением температуры до значения  $T_c^0$  смазка жидкоподобна ( $\sigma_0 \neq 0$ ), при  $T_e = T_c^0$  она скачкообразно затвердевает ( $\sigma_0 = 0$ ), поскольку на потенциале исчезает барьер и остается один нулевой минимум  $V(\sigma)$ .

Отличительной особенностью такого поведения является то, что гуковский участок зависимости весь является неустойчивым, так как отвечает максимуму потенциала, и существует только один тип твердоподобного состояния смазки с нулевым значением напряжений.

### 1.3.2. Фазовая кинетика

Для исследования поведения системы до установления стационарного состояния методом фазовой плоскости воспользуемся уравнениями (1.17), (1.18), полученными ранее.

При этом фазовые портреты в области температур  $T_e < T_c^0$  оказываются аналогичными приведенным на рис. 1.6. Кинетика системы в температурной области  $T_e > T_c^0$  рисунка 1.9б, соответствующей устойчивому жидкостному трению, качественно совпадает с показанной на рис. 1.7. Реализуется жидкостное трение, и с течением времени устанавливается ненулевое стационарное значение сдвиговых напряжений  $\sigma_0 \neq 0$ , отвечающее минимуму синергетического потенциала  $V(\sigma)$ .

На рис. 1.11 приведены фазовые портреты для температуры, соответствующей участку  $T_c^0 < T_e < T_{c0}$  рис. 1.9б, на котором реализуются устойчивые и неустойчивые значения стационарных сдвиговых напряжений. Потенциал системы в этом случае имеет вид, показанный кривой 2

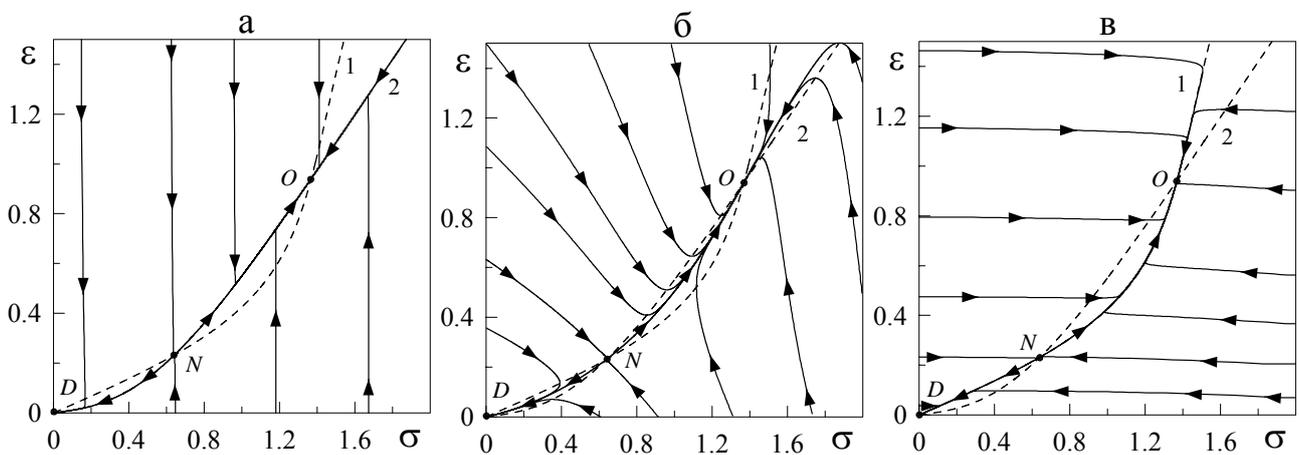


Рисунок 1.11— Фазовые портреты при параметрах рис. 1.9 и  $T_e = 1.1$ : а —  $\tau_T \ll \tau_\epsilon = 0.01\tau_\sigma$ ; б —  $\tau_T \ll \tau_\epsilon = \tau_\sigma$ ; в —  $\tau_T \ll \tau_\epsilon = 100\tau_\sigma$ .

на рис. 1.10. Как и ранее, линии 1 и 2 являются изоклинами. Фазовые портреты характеризуются тремя особыми точками: узлом  $D$  в начале координат, который описывает сухое трение; седлом  $N$ , соответствующим максимуму зависимости  $V(\sigma)$  (неустойчивая стационарная точка); узлом  $O$ , отвечающим ненулевым стационарным напряжениям, которые соответствуют участку пластического течения на зависимостях, приведенных на рис. 1.9. Эти точки даются пересечением изоклин. В зависимости от начальных условий система в результате релаксации может прийти как к режиму устойчивого сухого трения (узел  $D$ ), так и к режиму трения скольжения (точка  $O$ ).

При  $\tau = 0.01$  наблюдается картина, показанная на рис. 1.11а. Здесь, как и на рис. 1.6а, фазовые траектории быстро сбегают к линии, близкой к изоклине 2 из любой точки фазовой плоскости при сохранении напряжений. Далее система релаксирует к узлу  $D$  или  $O$ , и устанавливается определяемый этими точками стационарный режим трения. Наклон кривой, по которой осуществляется движение на втором этапе, зависит от начальных условий. Так, к точке  $O$  система

релаксирует по пластическому участку изоклины 2, к точке  $D$  — по ее гуковскому участку. С течением времени смазка становится более жидкой, если  $\sigma_N < \sigma_i < \sigma_O$ , и наоборот более вязкой при  $\sigma_i > \sigma_O$ , где  $\sigma_i$  и  $\sigma_O$  — начальное и стационарное значения напряжений. В этих случаях система приходит к особой точке  $O$ . При  $\sigma_i < \sigma_N$  смазка со временем затвердевает, и реализуется сухое трение (точка  $D$ ).

Как видно из рис. 1.11б, для  $\tau = 1$  при установлении стационарного значения напряжений и деформации возможно прерывистое движение.

На рис. 1.11в приведен фазовый портрет для  $\tau = 100$ , где, как и ранее, видны два этапа. Сначала напряжения быстро релаксируют к изоклине 1, а затем осуществляется медленное движение до установления стационарного состояния. Так как изоклины 1 и 2 не имеют качественных отличий (на обоих реализуется пластический и гуковский участок зависимости  $\sigma_0(\varepsilon_0)$ ), поведение системы на этом рисунке качественно совпадает с описанным для  $\tau = 0.01$  (рис. 1.11а). Отличие состоит в том, что на первом этапе здесь постоянна деформация, а не напряжения.

На вид фазовых портретов существенное влияние оказывает величина параметра  $\beta$ . На рисунке 1.12 приведен фазовый портрет при  $\beta = 100$ . По виду изоклины 1 можно заключить, что гу-

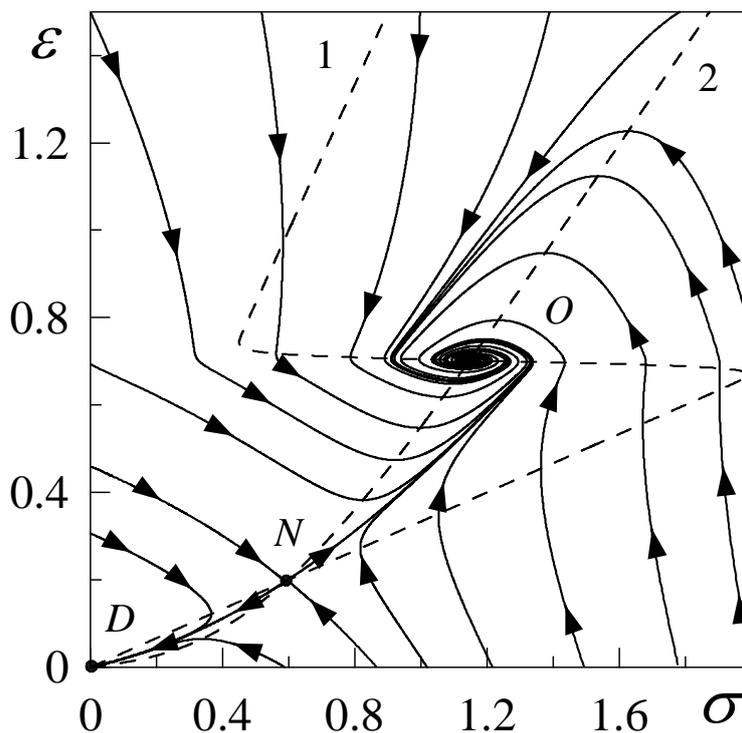


Рисунок 1.12— Фазовый портрет при параметрах рис. 1.11б и  $\beta = 100$ .

ковский и пластический участки на соответствующей диаграмме нагружения становятся при этом более выраженными. Однако основное отличие этого случая от приведенного на рисунке 1.11б состоит в том, что точка  $O$  представляет не узел, а фокус, описывающий релаксационные колебания вплоть до установления равновесия. Такие колебания соответствуют *stick – slip* режиму трения.

При увеличении параметра  $\beta$  фазовые траектории вокруг фокуса растягиваются вдоль оси напряжений, при этом амплитуда *stick – slip* переходов растет. Релаксационные временные зависимости напряжений для параметров рисунка 1.12 приведены на рис. 1.13. Здесь с увеличением  $\beta$  коле-

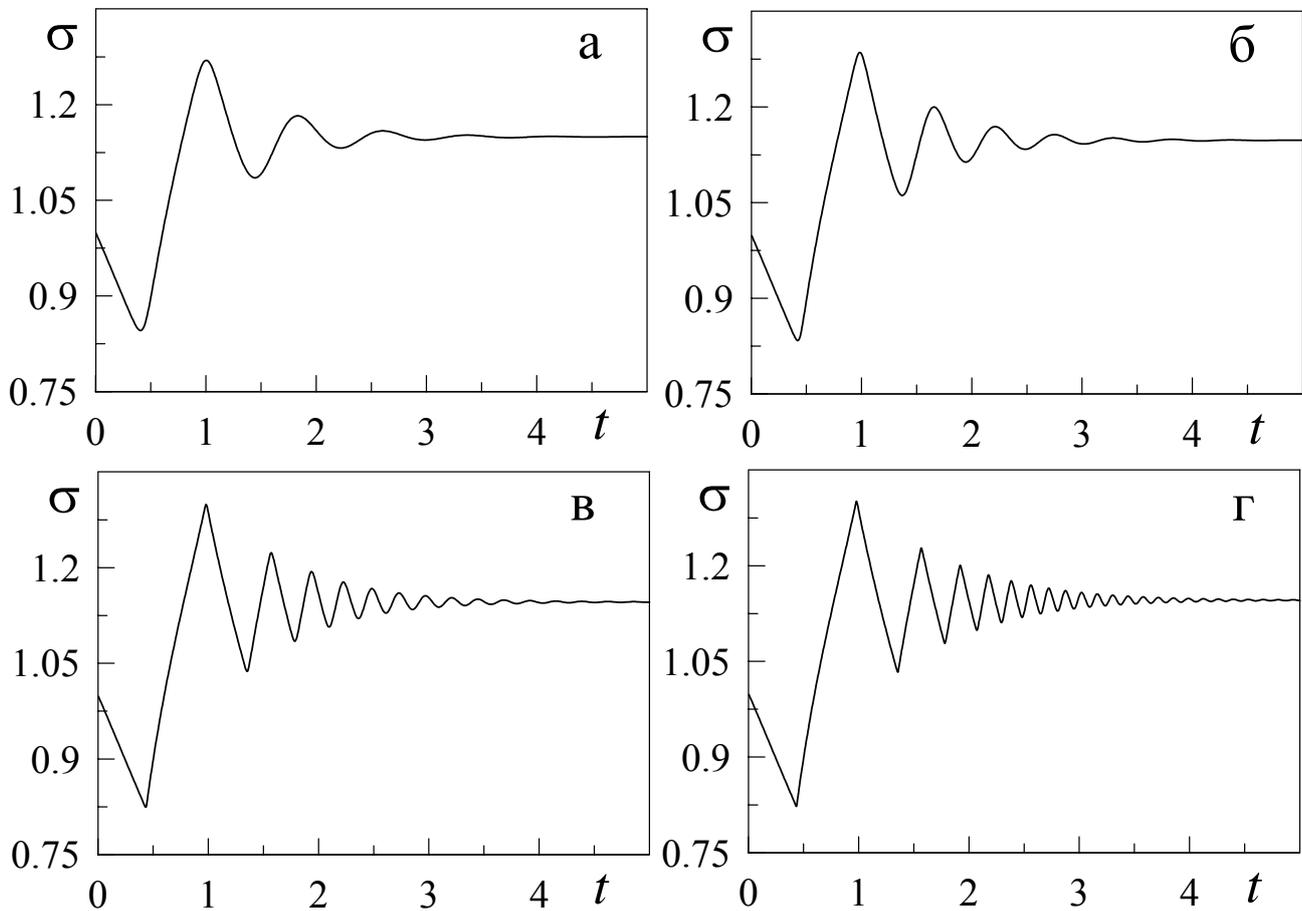


Рисунок 1.13— Релаксационные зависимости  $\sigma(t)$ , полученные при совместном решении уравнений (1.17), (1.18) для параметров рис. 1.12. Рисунки а, б, в, г соответствуют значениям параметра  $\beta = 50, 100, 500, 1500$  соответственно.

бания становятся более продолжительными. На рисунке 1.13г зависимость  $\sigma(t)$  становится пилообразной, что наблюдается в экспериментах. Режим, в котором при постоянных скоростях сдвига прерывистое трение со временем сменяется скольжением, найден экспериментально [17].

## ВЫВОДЫ

1. Проведен учет деформационного дефекта модуля сдвига, который позволяет представить фазовый переход первого рода, соответствующий плавлению кристаллической смазки. При этом жидкоподобное и твердоподобное состояния разделены потенциальным барьером, и представляют собой метастабильные фазы, которые могут сосуществовать. При отсутствии потенциального барьера реализуется фазовый переход второго рода, отвечающий непрерывному плавлению аморфной смазки.

2. Показано, что может реализоваться как скачкообразное плавление смазки, когда внутреннее сдвиговое напряжение превышает определенное критическое значение, так и непрерывное плавление. Согласно зависимости стационарного напряжения от температуры поверхностей трения, существуют три режима поведения смазки. Первый отвечает нулевым сдвиговым напряжениям и деформации, второй — гуковскому участку диаграммы нагружения, и третий — участку пластического течения. Скачкообразное плавление характеризуется гистерезисом зависимостей стационарного напряжения от деформации и температуры поверхностей трения, который наблюдается в экспериментах. Найдены параметры системы, при которых реализуется гистерезисное поведение.

3. Методом фазовой плоскости проанализирована эволюция напряжений и деформации, а также скорости изменения напряжений. Найден режим, в котором устойчивые стационарные состояния смазки достигаются в результате релаксационных колебаний, которые представляют прерывистое трение. К твердоподобному состоянию система медленно релаксирует по гуковскому участку, к жидкоподобному — по пластическому.

Результаты работы опубликованы в статьях [18–23] и тезисах конференций [24–27].

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Lorenz E. N. Deterministic nonperiodic flow // *Journal of Atmospheric Science*. - 1963. - Vol. 20. - P. 130-141.
2. Хакен Г. Синергетика / Г. Хакен; [пер. с англ. В. Емельянов]. - М.: Мир, 1980. - 404 с.
3. Олемской А.И., Хоменко А.В. Трехпараметрическая кинетика фазового перехода // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. - 1996. - Т. 110, № 6(12). - С. 2144-2167.
4. Khomenko A. V, Yushchenko O. V. Solid-liquid transition of ultrathin lubricant film // *Physical Review E*. - 2003. - Vol. 68, № 3. - P. 036110 (6).
5. Yoshizawa H. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 1. Relation between adhesion and friction / H. Yoshizawa, Y. -L. Chen, J. Israelachvili // *Journal of Physical Chemistry*. - 1993. - Vol. 97, № 16. - P. 4128-4140; Yoshizawa H. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 2. Stick-slip friction of spherical and chain molecules / H. Yoshizawa, J. Israelachvili // *Journal of Physical Chemistry*. - 1993. - Vol. 97, № 43. - P. 11300-11313.
6. Реология: Теория и приложения. / Под ред. Ф. Эйриха; [пер. с англ. под общей ред. Ю. Н. Работнова, П. А. Ребиндера]. - М.: Иностран. лит., 1962. - 824 с.
7. Israelachvili J. Adhesion forces between surfaces in liquids and condensable vapours / J. Israelachvili // *Surface Science Reports*. - 1992. - Vol. 14, № 3. - P. 109-159.
8. Demirel A. L. Transition from static to kinetic friction in a model lubricating system / A. L. Demirel, S. Granick // *Journal of Chemical Physics*. - 1998. - Vol. 109, № 16. - P. 6889-6897.
9. Попов В. Л. Термодинамика и кинетика плавления сдвигом тонкого слоя смазки, заключенного между твердыми телами / В. Л. Попов // *Журнал технической физики*. - 2001. - Т. 71, № 5. - С. 100-110.
10. In: physics of sliding friction / [G. Reiter, A. L. Demirel, J. Peanasky et al]; Eds. B. N. J. Persson, E. Tosatti. - Dordrecht: Kluwer, 1995. - P. 119-138.
11. Luengo G. Generalized effects in confined fluids: new friction map for boundary lubrication / G. Luengo, J. Israelachvili, S. Granick // *Wear*. - 1996. - Vol. 200, № 1-2. - P. 328-335.

12. Aranson I. S. Stick-slip friction and nucleation dynamics of ultrathin liquid films / I. S. Aranson, L. S. Tsimring, V. M. Vinokur // *Physical Review B*. - 2002. - Vol. 65, № 12. - P. 125402 (7).
13. Хоменко А. В. Синергетическая кинетика плавления ультратонкой пленки смазки / А. В. Хоменко, Н. В. Проданов // *Физика и техника высоких давлений*. - 2006. - Т. 16, № 4. - С. 164-179.
14. Brener E. A. Frictional shear cracks / E. A. Brener, V. I. Marchenko // *JETP Letters*. - 2002. - Vol. 76, № 4. - P. 211-214.
15. Stick to slip transition and adhesion of lubricated surfaces in moving contact / G. Reiter, A. L. Demirel, J. Peanasky [et al] // *Journal of Chemical Physics*. - 1994. - Vol. 101, № 3. - P. 2606-2615.
16. Khomenko A.V. Noise influence on solid-liquid transition of ultrathin lubricant film // *Physics Letters A*. - 2004. - Vol. 329, № 1-2. - P. 140-147.
17. Gee M. L., McGuiggan P. M., Israelachvili J. N. Liquid to solidlike transitions of molecularly thin films under shear // *Journal of Chemical Physics*. - 1990. - Vol. 93, № 3. - P. 1895-1906.
18. Хоменко А.В., Ляшенко Я.А., Метлов Л.С. Термодинамика интенсивной пластической деформации с учетом шума // *Вестник Сумского государственного университета, Сер. Физика, математика, механика*. - 2008. - № 1. - С. 5-21.
19. Хоменко А.В., Ляшенко Я.А., Метлов Л.С. Фазовая динамика и кинетика интенсивной пластической деформации // *Металлофизика и новейшие технологии*. - 2008. - № 6. - С. 859-872.
20. Л.С. Метлов, А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко. Термодинамическая теория плавления ультратонкой пленки смазки // *Сборник научных трудов международной научной конференции "Физико-химические основы формирования и модификации микро- и наноструктур"*, том 1 (8-10 октября 2008 г., Харьков, Украина). Статья. - С. 206-209.
21. А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко, Гистерезисные явления при плавлении ультратонкой пленки смазки // *Физика твердого тела*. - 2007. - Т.49, №5. - С.886-890.
22. A.V. Khomenko, I.A. Lyashenko, Hysteresis phenomena at ultrathin lubricant film melting in the case of first-order phase transition, *Physics Letters A*. - 2007. - V.366, P. 165-173.
23. О.В. Хоменко, Я.О. Ляшенко, Фазова динаміка тонкої плівки мастила між твердими поверхнями при деформаційному дефекті модуля зсуву // *Журнал фізичних досліджень*. - 2007. - Т. 11, №3. - С. 268-278.

24. Метлов Л.С., Хоменко А.В., Ляшенко Я.А. Плавление тонкой пленки смазки между твердыми гладкими поверхностями. Тези конференції молодих вчених "Фізика низьких температур", 20-23 травня 2008, Харків. С. 152.
25. Метлов Л., Хоменко О., Ляшенко Я. Термодинаміка плавлення тонкої плівки мастила між твердими поверхнями. // ЕВРИКА-2008 : міжнар. конф., 19 - 21 травня 2008 р. : тези доповіді. - Львів, 2008. - С. А14.
26. Хоменко О., Проданов М. Моделювання ультратонкого шару води, стиснутого між плоскими алмазними поверхнями. // ЕВРИКА-2008 : міжнар. конф., 19 - 21 травня 2008 р. : тези доповіді. - Львів, 2008. - С. Е16.
27. А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко, В.Н. Борисюк. Мультифрактальный анализ временных рядов напряжений при самоподобном режиме плавления ультратонкой пленки смазки // Всеукраинская конференция "Современное материаловедение: материалы и технологии СММТ-2008"(12-14 ноября 2008 г., Киев, Украина). Тезисы доклада. - С. 160.