

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА,
АВТОМАТИКА

ІМА :: 2017

**МАТЕРІАЛИ
та програма**

НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ

(Суми, 17–21 квітня 2017 року)



Суми
Сумський державний університет
2017

Математична модель визначення температурного поля сферичного середовища

Соколов О.С., студент
Сумський державний університет, м. Суми

Проблемі визначення температурного поля середовища присвячено багато наукових робіт. Тому визначення температурного стану сферичного середовища є важливою задачею сьогодення. Для розв'язання цієї проблеми пропонується наступна математична модель.

Нехай куля радіусом R_0 , яка у початковий момент часу має у всіх точках однакову температуру t_0 , знаходиться в середовищі зі сталою температурою та сталим коефіцієнтом тепловіддачі. На поверхні здійснюється конвекційний теплообмін. При даному фізичному процесі температура в будь-якій точці кулі буде залежати лише від часу τ_0 та радіусу R . Постає питання про визначення розподілу температурного поля внутрішньої частини кулі.

Математична модель може бути сформульована у вигляді рівняння теплопровідності кулі в сферичній системі координат:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{2\partial T}{R\partial \tau} \right); \text{ де } T = t_0 - t_c.$$

Граничні умови для цього рівняння такі:

1) на поверхні кулі (при $R = R_0$)

$$\left(\frac{\partial T}{\partial R} \right)_{R=R_0} = - \left(\frac{\alpha}{\lambda} T \right)_{R=R_0} ;$$

2) у центрі кулі ($R=0$), враховуючи умови сферичної симетрії задачі

$$R = \left(\frac{\partial T}{\partial R} \right)_{R=0} = 0.$$

Початкові умови: $\tau = 0, T = T_0 = t_0 - t_c$, для $0 \leq R \leq R_0$. Розв'язуючи диференціальне рівняння теплопровідності, методом відокремлювання змінних і задовольняючи отриманий розв'язок граничним та початковим умовам, отримаємо наступний вираз розподілу теплового поля у кулі:

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 * (\sin \mu_n - \mu_n * \cos \mu_n) * \sin(\mu_n * R)}{(\mu_n - \sin \mu_n * \cos \mu_n) * \mu_n * R} * e^{-\mu_n^2 * \tau} * F_0 \text{ де } F_0 - \text{ критерій}$$

Фур'є.

Керівник: Клименко В.А., старший викладач.