

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА,
АВТОМАТИКА

ІМА :: 2017

**МАТЕРІАЛИ
та програма**

НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ

(Суми, 17–21 квітня 2017 року)



Суми
Сумський державний університет
2017

Конвективний теплообмін необмеженого циліндричного середовища з зовнішнім середовищем

Дудник Б.В., студент

Сумський державний університет, м. Суми, Україна

Знайти температуру необмеженої круглої циліндричної труби $R_1 \leq r \leq R_2$, якщо її початкова температура дорівнює $f(r, \varphi)$ ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$), а на зовнішній і внутрішній поверхнях відбувається конвективний теплообмін з середовищем нульової температури.

Математична модель задачі:

1) загальне диференціальне рівняння:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right), R_1 < r < R_2, 0 \leq \varphi \leq 2\pi; \tau > 0;$$

2) початкова умова:

$$T(r, \varphi, 0) = f(r, \varphi);$$

3) граничні умови:

$$\left[\frac{\partial T}{\partial r} - H_1 T \right]_{r=R_1} = 0, \quad \left[\frac{\partial T}{\partial r} + H_2 T \right]_{r=R_2} = 0,$$

де $H_i = \frac{\alpha_i}{\beta_i}$ – приведений коефіцієнт тепловіддачі.

Розподіл температури в даному випадку отримано у вигляді:

$$T(r, \varphi, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} Z_n * (\lambda_k^{(n)} * r) * \{ A_{n,k} \cos n\varphi + B_{n,k} \sin n\varphi \} * \exp * \left(-a \lambda_k^{(n)^2} * \tau \right),$$

$$\text{де } Z_n \left(\lambda_k^{(n)} * r \right) = \left[\lambda_k^{(n)} * J_n' * (\lambda_k^{(n)} * R_1) - H_1 J_n \left(\lambda_k^{(n)} * R_1 \right) \right] * Y_n * \left(\lambda_k^{(n)} * r \right) - \left[\lambda_k^{(n)} * Y_n' * (\lambda_k^{(n)} * R_1) - H_1 Y_n \left(\lambda_k^{(n)} * R_1 \right) \right] * J_n * \left(\lambda_k^{(n)} * r \right),$$

де $\lambda_k^{(n)}$ – позитивні корені рівняння:

$$\left| \frac{\lambda_k^{(n)} * J_n' * (\lambda_k^{(n)} * R_1) - H_1 J_n * (\lambda_k^{(n)} * R_1)}{\lambda_k^{(n)} * J_n' * (\lambda_k^{(n)} * R_2) - H_2 J_n * (\lambda_k^{(n)} * R_2)} - \frac{\lambda_k^{(n)} * Y_n' * (\lambda_k^{(n)} * R_1) - H_1 Y_n * (\lambda_k^{(n)} * R_1)}{\lambda_k^{(n)} * Y_n' * (\lambda_k^{(n)} * R_2) - H_2 Y_n * (\lambda_k^{(n)} * R_2)} \right| = 0;$$

$$A_{n,k} = \frac{2 \lambda_k^{(n)^2} \int_0^{R_1} \int_{R_1}^{R_2} f(r, \varphi) * Z_n \left(\lambda_k^{(n)} * r \right) * \cos(n\varphi) r dr d\varphi}{\pi \varepsilon_n \left[H_2^2 * R_2^2 + \lambda_k^{(n)^2} * R_2^2 - n^2 \right] * Z_n^2 \left(\lambda_k^{(n)} * R_2 \right) - \left[H_1^2 * R_1^2 + \lambda_k^{(n)^2} * R_1^2 - n^2 \right] * Z_n^2 \left(\lambda_k^{(n)} * R_1 \right)}$$

Проведено аналіз отриманих результатів, який надається у доповіді.

Керівник: Клименко В.А., старший викладач