# Енергетичний спектр електрона та сили осциляторів внутрішньозонних квантових переходів у подвійних напівпровідникових нанокільцях у магнітному полі

О.М. Маханець, В.І. Гуцул, А.І. Кучак

Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича, вул. Коцюбинського, 2, 58012 Чернівці, Україна

(Одержано 03.07.2017, опубліковано online 24.11.2017)

У моделі ефективних мас та прямокутних потенціалів досліджено вплив однорідного аксіального магнітного поля на енергетичний спектр, хвильові функції електрона та сили осциляторів внутрішньозонних квантових переходів у подвійних напівпровідникових (GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As) циліндричних нанокільцях. Показано, що магнітне поле знімає виродження енергетичного спектра за магнітним квантовим числом та впливає на локалізацію електрона в наносистемі. При цьому як енергії електрона, так і сили осциляторів внутрішньозонних квантових переходів немонотонно залежать від величини індукції магнітного поля.

Ключові слова: Нанокільце, Електрон, Енергетичний спектр, Сила осцилятора, Магнітне поле.

DOI: 10.21272/jnep.9(6).06015

PACS numbers: 73.21.La, 78.67.Hc

# 1. ВСТУП

Багатошарові напівпровідникові наносистеми вивчаються як теоретично, так і експериментально вже досить тривалий час. Унікальні властивості квазічастинок в таких системах дозволяють використовувати їх в якості базових елементів приладів сучасної наноелектроніки: тунельні нанодіоди, нанолазери, нанодетектори [1-3].

Окреме місце серед різноманітних типів наносистем займають напівпровідникові нанокільця. Вони, як правило, мають циліндричну симетрію, як і квантові дроти, однак, на відміну від останніх, висота їх скінченна і складає декілька нанометрів. Тому рух носіїв заряду в таких наносистемах буде обмеженим у всіх трьох вимірах і в цьому аспекті вони подібні до квантових точок. Сучасні експериментальні можливості дозволяють одержувати гетероструктури з подвійними циліндричними квантовими нанокільцями на основі напівпровідників GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As [4-6].

Значний вплив на спектри квазічастинок чинять зовнішні поля, зокрема, і постійне магнітне поле, в яке може бути поміщена наноструктура. Так, при накладанні зовнішнього магнітного поля енергетичний спектр електронів у таких нанокільцях тепер формуватиметься не тільки за рахунок просторового обмеження носіїв заряду, але й внаслідок магнітного квантування Ландау. Врахування обох чинників приводить до цікавих і неординарних властивостей спектральних параметрів електрона у таких системах. До таких належить і добре відомий ефект Ааронова-Бома [7].

Властивості спектрів квазічастинок (електронів, екситонів, фононів) у подвійних напівпровідникових нанокільцях у магнітному полі інтенсивно досліджуються теоретично [8-13]. Зокрема в роботі [8] у наближенні ефективних мас та прямокутних потенціалів автори дослідили залежність основного енергетичного рівня електрона з різними магнітними квантовими числами від індукції магнітного поля у системі подвійних нанокілець GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As. Вони виявили осциляції енергій електрона для магнітних квантових чисел m = -1, -2, -3..., що є наслідком ефекту Ааронова-Бома. Однак автори роботи не врахували обмежуючий потенціал електрона уздовж аксіальної осі наносистеми. Тому одержані значення енергій електрона, очевидно, будуть значно заниженими.

У пропонованій роботі буде вивчатися модель системи подібна до тієї, яка досліджувалася у праці [8]. Однак тут буде вибрано оптимальну модель обмежуючого потенціалу, досліджено особливості поведінки збуджених енергетичних рівнів електрона з різними магнітними квантовими числами, а також, наскільки нам відомо, вперше проаналізовано залежності сил осциляторів внутрішньозонних квантових переходів від величини індукції магнітного поля у подвійних напівпровідникових нанокільцях GaAs/Al<sub>x</sub>Ga1-xAs.

### 2. ТЕОРІЯ ЕНЕРГЕТИЧНОГО СПЕКТРУ ЕЛЕКТРОНА ТА СИЛ ОСЦИЛЯТОРІВ ВНУ-ТРІШНЬОЗОННИХ КВАНТОВИХ ПЕРЕХО-ДІВ У ПОДВІЙНИХ НАНОКІЛЬЦЯХ У МАГ-НІТНОМУ ПОЛІ

У роботі досліджується система, що складається, з двох концентричних нанокілець висотою L (квантові ями GaAs), що відділені один від одного концентричним і тунельно прозорим нанокільцем Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As товщиною  $\Delta$ . Внутрішній та зовнішній радіуси першого кільця –  $\rho_0$  і  $\rho_1$  (товщина  $h_1$ ), другого –  $\rho_2$  і  $\rho_3$  (товщина  $h_2$ ). Поперечний переріз площиною z = 0 та енергетичну схему такої наносистеми зображено на рис. 1. Вектор магнітної індукції  $\vec{B}$  направлений уздовж аксіальної осі (Оz) наносистеми.

З міркувань симетрії усі подальші розрахунки зручно виконувати у циліндричній системі координат (  $\rho$  ,

 $\varphi$ , z) з віссю О<br/>z вздовж аксіальної осі нанокілець.

Ефективні маси електрона вважаються відомими у всіх областях наносистеми О.М. МАХАНЕЦЬ, В.І. ГУЦУЛ

(6)

$$\mu(\vec{r}) = \begin{cases} \mu_0, \ |z| \le L/2 \cup \rho_0 < \rho < \rho_1 \cup \rho_2 < \rho \le \rho_3 \\ \mu_1, \ |z| > L/2, \ |z| \le L/2 \cup 0 \le \rho \le \rho_0 \cup \rho_1 \le \rho \le \rho_2 \end{cases}.$$
(1)

Для того, щоб дослідити енергетичний спектр електрона, необхідно розв'язати стаціонарне рівняння Шредінгера

$$H\Psi(\rho,\varphi,z) = E\Psi(\rho,\varphi,z) \tag{2}$$

з гамільтоніаном

$$\hat{H} = \frac{1}{2\mu(\vec{r})} [\hat{\vec{p}} - e\vec{A}(\vec{r})]^2 + U(\vec{r}), \qquad (3)$$

де e – заряд електрона,  $\vec{A}(\vec{r})$  – векторний потенціал магнітного поля, який у випадку циліндричної симетрії системи доцільно вибрати у вигляді симетричної калі бровки

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{2} [\vec{B} \times \vec{r}].$$
(4)

З урахуванням (4), гамільтоніан (3) у циліндричній системі координат набуває вигляду

$$\begin{split} \hat{H} &= -\frac{\hbar^2}{2\mu(\vec{r})} \left( \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partialz^2} \right) + \\ &+ \frac{1}{2\mu(\vec{r})} \left( i\hbar Be \frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{e^2 B^2 \rho^2}{4} \right) - \frac{\hbar^2}{2\mu(\vec{r})} \frac{\partial^2}{\partialz^2} + U(\vec{r}). \end{split}$$
(5)



Рис. 1 – Геометрична та енергетична схеми наносистеми

Враховуючи той факт, що магнітне поле ніяк не впливає на енергетичний спектр електрона при його русі уздовж осі Oz, а також те, що електрон в основному перебуває в області квантових ям наносистеми, слабо проникаючи в область бар'єрів, потенціальну енергію  $U(\vec{r})$  доцільно подати у вигляді

 $U(\vec{r}) = U(z) + U(\rho),$ 

де

$$U(z) = \begin{cases} U_0, |z| > L/2; \\ 0, |z| \le L/2; \\ U(\rho) = \begin{cases} U_0, 0 \le \rho \le \rho_0 \cup \rho_1 \le \rho \le \rho_2, \\ 0, \rho_0 < \rho < \rho_1 \cup \rho_2 < \rho \le \rho_3. \end{cases}$$
(7)

У такому випадку змінні у рівнянні Шредінгера з гамільтоніаном (5) відділяються і хвильову функцію можна шукати у вигляді

$$\psi_m(\vec{r}) = R_m(\rho) e^{im\varphi} f(z), \qquad (8)$$

де *т* – магнітне квантове число.

Рівняння Шредінгера для електрона при його русі уздовж осі Оz розв'язується елементарно [14]. Хвильові функції f(z) одержуються у вигляді

$$f(z) = \begin{cases} \begin{cases} A^{(+)}\cos(k_0 z) & |z| \le L/2 \\ A^{(-)}\sin(k_0 z) & \\ B\exp(-k_1 z), & |z| > L/2 \end{cases}$$
(9)

Використовуючи умови неперервності хвильової функції f(z) та потоку густини ймовірності на межі z = L/2 разом з умовою нормування легко знайти всі невідомі коефіцієнти ( $A^{(\pm)}$ , B) у (9) та одержати дисперсійні рівняння

$$\frac{k_0}{\mu_0} tg(k_0 \frac{L}{2}) = \frac{k_1}{\mu_1}, \\ \frac{k_0}{\mu_0} ctg(k_0 \frac{L}{2}) = -\frac{k_1}{\mu_1},$$
(10)

де  $k_0 = \sqrt{2\mu_0 E_{n_z}/\hbar^2}$ ,  $k_1 = \sqrt{2\mu_1 (U_0 - E_{n_z})/\hbar^2}$ . З рівнянь (10) і знаходиться енергетичний спектр електрона при його русі уздовж осі О<br/>с ( $E_{n_z}$ ). Квантове число

 $n_z\,$ нумерує розв'язки рівнянь (10).

Увівши нову незалежну змінну ( $\xi$ ) та аналоги циклотронних частот ( $\omega_c^{(0)}, \omega_c^{(1)}$ )

$$\xi = \left(\frac{|e|B}{2\hbar}\right)\rho^2, \ \omega_c^{(0)} = \frac{|e|B}{\mu_0}, \ \omega_c^{(1)} = \frac{|e|B}{\mu_1} \ (11)$$

радіальні рівняння Шредінгера зводяться до вигляду

Енергетичний спектр електрона та сили осциляторів ...

Ж. нано- електрон. ФІЗ. 9, 06015 (2017)

$$\left(\xi \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{m^2}{4\xi} - \frac{m}{2} - \frac{\xi}{4} + \frac{E}{\hbar \omega_{\tilde{n}}^{(0)}}\right) R_m^{(i)}(\xi) = 0, (i = 1, 3),$$
(12)

$$\left(\xi \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{m^2}{4\xi} - \frac{m}{2} - \frac{\xi}{4} + \frac{U_0 - E}{\hbar \omega_{\tilde{n}}^{(1)}}\right) R_m^{(i)}(\xi) = 0, \ (i = 0, 2, 4).$$
(13)

Розв'язками рівнянь (12) і (13) для кожної із областей складної нанотрубки є суперпозиція конфлюент них гіпергеометричних функцій U та узагальнених поліномів Лагерра L

$$R_{m}^{(i)}(\xi) = e^{-\frac{\xi}{2}} \xi^{\frac{|m|}{2}} \left\{ A_{m}^{(i)} L \left( \beta - \frac{|m|+1}{2}, |m|, \xi \right) + B_{m}^{(i)} U \left( \frac{|m|+1}{2} - \beta, |m|+1, \xi \right) \right\}, (i = 1, 3)$$
(14)

$$R_{m}^{(i)}(\xi) = e^{-\frac{\xi}{2}} \frac{|m|}{2} \left\{ C_{m}^{(i)} L\left(-\gamma - \frac{|m|+1}{2}, |m|, \xi\right) + D_{m}^{(i)} U\left(\frac{|m|+1}{2} + \gamma, |m|+1, \xi\right) \right\}, (i = 0, 2, 4).$$

$$(15)$$

Тут

$$\beta = -\frac{m}{2} + \frac{E_m}{\hbar \omega_c^{(0)}}, \quad \gamma = \frac{1}{\hbar \omega_c^{(1)}} \left( U_0 - E_m \right) + \frac{m}{2}, (16)$$

 $E_m$  – енергія електрона у його поперечному русі.

Зауважимо, що з умови скінченності хвильової функції із необхідністю випливає, що  $C_m^{(4)} = D_m^{(0)} \equiv 0$ .

Повернувшись до "старої" змінної  $\rho$  та використавши умови неперервності хвильової функції  $R_m(
ho)$  та потоку густини ймовірності на межах  $ho=
ho_0,
ho_1,
ho_2,
ho_3$  разом з умовою нормування можна знайти всі невідомі коефіцієнти ( $A_m^{(i)}$ ,  $B_m^{(i)}$ ,  $C_m^{(i)}$ ,  $D_m^{(i)}$ ) у (14, 15) (тобто однозначно визначити радіальні хвильові функції) та одержати дисперсійне рівняння, з якого визначається енергетичний спектр електрона  $E_{n_{o}m}$ у його поперечному русі. Квантове число  $n_{o}$ нумерує розв'язки відповідного дисперсійного рівняння за фіксованого *m*.

Отже, тепер відомі як повні хвильові функції електрона  $\psi_{n_o m n_z}(\vec{r})$ (8), так і його енергія  $E_{n,mn_z} = E_{n,m} + E_{n_z}.$ 

Отримані хвильові функції електрона (8) дозволяють також виконати оцінку сил осциляторів внутрішньозонних оптичних квантових переходів за формулою [15]

$$F_{n_{\rho}mn_{z}}^{n'_{\rho}m'n'_{z}} \sim (E_{n'_{\rho}m'n'_{z}} - E_{n_{\rho}mn_{z}}) \left| M_{n_{\rho}mn_{z}}^{n'_{\rho}m'n'_{z}} \right|^{2}, \quad (17)$$

де

$$M_{n_{\rho}mn_{z}}^{n'_{\rho}m'n'_{z}} = \int \psi_{n_{\rho}mn_{z}}^{*}(\vec{r})e\rho\cos(\phi)\,\psi_{n'_{\rho}m'n'_{z}}(\vec{r})\,d\vec{r} \quad (18)$$

- дипольний момент переходу.

Зауважимо, що використовуючи явний вигляд хвильових функцій (8) у (18), легко встановити правила відбору, згідно з якими ненульовими будуть лише переходи між електронними енергетичними рівнями, для яких різниця магнітних квантових чисел дорівнює  $\pm 1$  ( $\Delta m = \pm 1$ ).

#### 3. АНАЛІЗ ТА ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Еволюція електронного спектра та сил осциляторів внутрішньозонних квантових переходів в залежності від величини індукції магнітного поля (В) вивчалася на прикладі подвійних нанокілець GaAs/Al<sub>0.4</sub>Ga<sub>0.6</sub>As з такими фізичними параметрами:  $\mu_0 = 0.063 m_0$ ,  $\mu_1 = 0.096 m_0, \ U_0 = 297 meV$  ( $m_0$  – маса електрона у вакуумі); стала гратки середовища GaAs  $a_{GaAs} = 5,65$  Å.

Оскільки всі наступні розрахунки спектральних параметрів електрона виконувалися для квантового числа  $n_z = 1$ , то далі цей індекс для зручності опушений.

На рис. 2 наведено залежності енергій електрона  $E_{n,m}$  (а) та сил осциляторів внутрішньозонних квантових переходів  $F_{n_{\sigma}m^{\prime}}^{n^{\prime},\sigma m^{\prime}}$  (б) від величини індукції магнітного поля (B) при L = 5 нм  $\rho_0 = 5 a_{GaAs}$ ,  $h_{\rm I} = 15 \, a_{GaS} \, , \; \Delta = 3 \, a_{GaS} \, , \; h_2 = 22 \, a_{GaS} \, .$ 

З рисунка 2 а видно, що в магнітному полі знімасться виродження енергетичного спектра електрона за магнітним квантовим числом, яке має місце у довільній циліндричній наносистемі за відсутності поля. Енергія електронних станів з  $m \ge 0$  лише зростає зі збільшенням індукції магнітного поля, а енергія станів з m < 0 спочатку спадає, а потім починає зростати зі збільшенням В. Така поведінка зумовлена конкуренцією лінійного та квадратичного доданків за полем у гамільтоніані (5). Це приводить до того, що основним станом електрона в подвійних нанокільцях у залежності від величини індукції магнітного поля періодично стають стани (1,0), (1,-1), (1,-2)... (див. вкладку на рис. 2а). Ця особливість є своєрідним проявом ефекту Ааронова-Бома і якісно узгоджується із результатами роботи [8].

Оскільки потенціальний бар'єр, що відділяє квантові кільця одне від іншого, має скінченну висоту і ширину, то електрон може тунелювати із однієї квантової ями в іншу. Це приводить до складної і немонотонної залежності енергетичного спектра електрона від величини індукції магнітного поля. Зокрема спостерігаються антикросінги енергетичних рівнів однакової симетрії за магнітним квантовим числом (наприклад (1,0) і (2,0) при  $B \sim 10$  Т; (1, - 1) і (2, - 1) при  $B \sim 16$  Т; (1,1) і (2,1) при  $B \sim 18$  Т на рис.2 а). Причиною антикросінгів є зміна локалізації електрона між зовнішнім та внутрішнім кільцем у сусідніх квантових станах зі збільшенням індукції магнітного поля. Це добре ілюструє рис. 3, на якому зображено залеж-

ність повної ймовірності ( $W_{n_{\rho}m} = \int_{\rho_0}^{\rho_1} \left| R_{n_{\rho}m}(\rho) \right|^2 \rho \, d\rho$ )

знаходження електрона у квантових станах (1,0) та (2,0) у внутрішньому кільці від індукції магнітного поля при тих самих геометричних параметрах наносистеми. З рисунка видно, що при B = 0 електрон у стані (2,0) з великою ймовірністю локалізований у внутрішньому кільці, а у стані (1,0) ймовірність його знаходження там мала. У цьому стані він очевидно перебуває переважно у зовнішньому нанокільці. Зі збільшенням індукції магнітного поля ймовірність перебування електрона у внутрішньому кільці зростає для основного і зменшується для першого збудженого станів. В околі  $B \sim 10$  Т ці ймовірності стають однаковими, відбувається обмін локалізації електрона між нанокільцями у цих станах, а на залежностях енергій  $E_{10}$  та  $E_{20}$  від B спостерігається антикросинг (рис. 2а).



Рис. 2 – Залежності енергій електрона  $E_{n_{\rho}m}$  (рис. 2а) та сил осциляторів внутрішньозонних квантових переходів  $F_{n_{\rho}m}^{n'_{\rho}m'}$  (рис. 2б) від величини індукції магнітного поля (B) при L = 5 нм,  $\rho_0 = 5a_{\text{GaS}}$ ,  $h_1 = 15a_{\text{GaS}}$ ,  $\Delta = 3a_{\text{GaS}}$ ,  $h_2 = 22a_{\text{GaS}}$ 



Рис. 3 – Залежність повної ймовірності знаходження електрона у квантових станах (1,0) та (2,0) у внутрішньому кільці від індукції магнітного поля (*B*) при L = 5 нм,  $\rho_0 = 5a_{\text{GaS}}, h_1 = 15a_{\text{GaS}}, \Delta = 3a_{\text{GaS}}, h_2 = 22a_{\text{GaS}}$ 

Відзначимо, що такий ефект не спостерігається у простих наносистемах з однією потенціальною ямою.

Зауважимо, що цілком аналогічні серії рівнів за квантовими числами  $n_{\rho}$  і m виникатимуть при  $n_z = 2, 3, ...,$  однак вони розташовуватимуться у більш високоенергетичній області спектра.

Можливість локалізації електрона, що перебуває в різних станах, в області внутрішнього  $(h_1)$  чи зовнішнього  $(h_2)$  кілець приводить до складної і немонтонної залежності сил осциляторів внутрішньозонних квантових переходів від B з яскраво вираженими максимумами та мінімумами (рис. 26).

мумами та мінімумами (рис. 26). Таку поведінку  $F_{n_{\rho},m}^{n'_{\rho},m'}$  легко зрозуміти із простих фізичних міркувань. Розглянемо для прикладу перехід електрона із основного стану (1,0) у стан (1,1) (крива  $F_{1,0}^{1,1}$  на рис. 26) і наведемо залежність густини ймовірності знаходження електрона у наносистемі у цих станах ( $w_{n_{\rho}m} = \left| R_{n_{\rho}m}(\rho) \right|^2 \rho$ ) від змінної  $\rho$  при B = 0, 10, 15, 30 T (рис. 4).

Як видно з рис. 4 при B = 0 електрон у цих станах локалізовується у зовнішньому нанокільці. При цьому сила осцилятора цілком визначається перекриттям хвильових функцій електрона у відповідних станах  $(R_{10}(\rho), R_{11}(\rho))$  та різницею енергій  $E_{11}, E_{10}$  і складає  $F_{1,0}^{1,1} \sim 0,12$ . Зі збільшенням індукції магнітного поля B сила осцилятора спочатку зростає. Це зростання зумовлено збільшенням різниці енергій електрона у (17), оскільки за малих значень індукції магнітне поле слабо впливає на густину ймовірності знахо-

дження електрона у наносистемі. Максимального значення сила осцилятора набуває при  $B \sim 0$  Т ( $F_{1,0}^{1,1} \sim 0,5$ ). Саме при такому значенні індукції електрон у стані (1,0) починає проникати в область внутрішнього кільця, а у стані (1,1) він залишається локалізованим у зовнішньому нанокільці (рис. 4). При подальшому збільшенні індукції B перекриття хвильових функцій електрона продовжує різко зменшуватись. Тому, незважаючи на те, що різниця енергій  $E_{11}$  і  $E_{10}$  у (17) зростає, сила осцилятора такого перехо

ду зменшується. Мінімального значення вона набуває при  $B \sim 15$  Т ( $F_{1,0}^{1,1} \sim 0,3$ ). При цьому, як це видно із рис. 4, електрон у стані (1,0) практично повністю перебуває у внутрішньому кільці, а у стані (1,1) – переважно у зовнішньому. При подальшому зростанні індукції *B* електрон у стані (1,1) також локалізовується у внутрішньому кільці (рис. 4, *B* = 30 Т), а сила осцилятора лише зростає, що зумовлюється збільшенням різниці енергій *E*<sub>11</sub> та *E*<sub>10</sub>.



**Рис.** 4 – Залежність густини ймовірності знаходження електрона у наносистемі у станах (1,0) та (1,1) від змінної  $\rho$  при L = 5 нм,  $\rho_0 = 5a_{\text{GaS}}$ ,  $h_1 = 15a_{\text{GaS}}$ ,  $\Delta = 3a_{\text{GaS}}$ ,  $h_2 = 22a_{\text{GaS}}$  та різних значеннях індукції магнітного поля

Цілком аналогічно, зміною локалізації електрона в просторі тунельно-зв'язаних між собою квантових кілець під дією магнітного поля, можна пояснити немонотонну поведінку сил осциляторів внутрішньозонних квантових переходів між іншими станами.

## 4. ВИСНОВКИ

У моделі ефективних мас та прямокутних потенціалів досліджено залежність енергетичного спектра електрона та сил осциляторів внутрішньозонних квантових переходів від величини індукції магнітного поля (*B*) у подвійних квантових нанокільцях на основі напівпровідників GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As.

Показано, що в магнітному полі знімається виродження енергетичного спектра електрона за магнітним квантовим числом (m). Енергія електронних станів з  $m \ge 0$  лише зростає зі збільшенням індукції магнітного поля, а енергія станів з m < 0 спочатку спадає, а потім починає зростати зі збільшенням B.

Енергії електрона та сили осциляторів внутрішньозонних квантових переходів немонотонно залежать від величини індукції магнітного поля. Зокрема в залежностях енергій від B спостерігаються антикросінги енергетичних рівнів однакової симетрії за магнітним квантовим числом, а в залежностях сил осциляторів від B спостерігаються яскраво виражені максимуми та мінімуми. Причиною такої поведінки є зміна локалізації електрона у просторі двох нанокілець у різних квантових станах зі зміною індукції магнітного поля.

# Энергетический спектр электрона и силы осцилляторов внутризонных квантовых переходов в двойных полупроводниковых нанокольцах в магнитном поле

### А.М. Маханец, В.И. Гуцул, А.И. Кучак

#### Черновицкий национальный университет им. Ю. Федьковича, ул. Коцюбинского, 2, 58012 Черновцы, Украина

В модели эффективных масс и прямоугольных потенциалов исследовано влияние однородного аксиального магнитного поля на энергетический спектр, волновые функции электрона и силы осцилляторов внутризонных квантовых переходов в двойных полупроводниковых (GaAs/Al<sub>x</sub>Ga1-<sub>x</sub>As) цилиндрических нанокольцах. Показано, что магнитное поле снимает вырождение энергетического спектра по магнитному квантовому числу и влияет на локализацию электрона в наносистеме. При этом энергия электрона и силы осцилляторов внутризонных квантовых переходов немонотонно зависят от величины индукции магнитного поля.

Ключевые слова: Нанокольцо, Электрон, Энергетический спектр, Сила осциллятора, Магнитное поле.

# Electron Energy Spectrum and Oscillator Strengths of Intra-band Quantum Transitions in Double Semiconductor Nanorings in Magnetic Field

## O.M. Makhanets, V.I. Gutsul, A.I. Kuchak

### Yuriy Fed'kovich Chernivtsy National University, 2, Kotsjubynskyi Str., 58012 Chernivtsi, Ukraine

The influence of homogeneous axial magnetic field on energy spectrum, wave functions of electron and oscillator strengths of intra-band quantum transitions in double semiconductor (GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As) cylindrical quantum rings is studied within the model of effective mass and rectangular potentials. It is shown that the magnetic field takes off the degeneration of energy spectrum over the magnetic quantum number and effects on the localization of the electron in nanostructure. Herein, the electron energies and oscillator strengths of intra-band quantum transitions non-monotonously depend on the induction of magnetic field.

Keywords: Nanoring, Electron, Energy spectrum, Oscillator Strength, Magnetic field.

# СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- F. Qian, Y. Li, S. Gradeak, H.-G. Park, Y. Dong, Y. Ding, Z.L. Wang, C.M. Lieber, *Nature Mater.* 7, 701 (2008).
- 2. M. Zervos, Nanosc. Res. Lett. 9, 509 (2014).
- Y. Tak, S.J. Hong, J.S. Lee, K. Yong, J. Mater. Chem. 19, 5945 (2009).
- T. Mano, T. Kuroda, S. Sanguinetti, T. Ochiai, T. Tateno, J. Kim, T. Noda, M. Kawabe, K. Sakoda, G. Kido, N. Koguchi, *Nano Lett.* 5, 425 (2005).
- T. Kuroda, T. Mano, T. Ochiai, S. Sanguinetti, K. Sakoda, G. Kido, N. Koguchi, *Phys. Rev. B* 72, 205301 (2005).
- Yu.D. Sibirmovskii, I.S. Vasil'evskii, A.N. Vinichenko, I.S. Eremin, D.M. Zhigunov, N.I. Kargin, O.S. Kolentsova, P.A. Martyuk, M.N. Strkhanov, *Semiconductors* 49, 638 (2015).
- V. Holovatsky, O. Voitsekhivska, I. Bernik, *Condens. Matter. Phys.* 17 No1, 13702 (2014).

- F.J. Culchac, N. Porras-Montenegroa, J.C. Granadaa, A. Latge, *Microel. J.* 39, 402 (2008).
- F.J. Culchac, N. Porras-Montenegroa, A. Latg'e, J. Phys.: Condens. Matter 20, 285215 (2008).
- J.M. Escartrin, F. Malet, M. Pi, M. Barranco, *phys. status* solidi c 7 No11-12, 2608 (2010).
- J.C. e Silva, A. Chaves, G.A. Farias, M.H. Degani, R. Ferreira, *Solid State Commun.* 151, 1200 (2011).
- N. Wang, D. Liu, X. Kong, J. Appl. Phys. 113, 053714 (2013).
- M.A. Yeranosyan, A.L. Vartanian, A. Shahbandari, A.A. Kirakosyan, *Physica B* 456, 365 (2015).
- A.S. Davydov, *Quantum mechanics* (Oxford New York: Pergamon Press: 1976).
- 15. M. Masale, *Physica B* 292, 241 (2000).