

Анизотропные электрические свойства квадратной сверхрешетки

Д.В. Завьялов²⁺, С.В. Крючков^{1,2*}

¹ Волгоградский государственный социально-педагогический университет, Лаборатория физики низкоразмерных систем, пр. им. В.И. Ленина, 27, Волгоград 400066, Россия

² Волгоградский государственный технический университет, пр. им. В.И. Ленина, 28, Волгоград 400005, Россия

(Получено 04.06.2017; в отредактированной форме – 10.07.2017; опубликовано online 16.10.2017)

Рассматривается двумерная квадратная сверхрешетка, электронный спектр которой описывается в приближении сильной связи. Предполагаются выполненными условия квазиклассической ситуации и применимости уравнения Больцмана. Исследуемый образец в форме прямоугольника вырезан так, что его стороны образуют некоторый угол β с главными осями сверхрешетки. Вдоль направления одной из сторон образца приложено постоянное (тянущее) электрическое поле. Показано, что в определенных ситуациях возможно возникновение поперечного по отношению к тянущему электрическому полю. Исследована зависимость значения поперечного поля от угла поворота β при нескольких заданных значениях тянущего поля.

Ключевые слова: Двумерная сверхрешетка, Вольт-амперная характеристика, Анизотропия, Приближение постоянного времени релаксации.

DOI: [10.21272/jnep.9\(5\).05027](https://doi.org/10.21272/jnep.9(5).05027)

PACS numbers: 73.21.Cd, 72.20.Ht, 73.50.Fq

1. ВВЕДЕНИЕ

Повышенный интерес исследователей к структурам с двумерным электронным газом (2ДЭГ), возникший со времен открытия квантового эффекта Холла [1] в последнее время еще более возрос в связи с открытием графена [2] и родственных систем. Особый интерес представляют двумерные сверхрешетки (СР). В отличие от латеральных СР [3] в [4] предложен способ получения 2Д СР с узкими разрешенными минизонами и широкими запрещенными зонами. В приближении сильной связи энергетический спектр такой структуры в одноминизонном приближении записывается следующим образом

$$\varepsilon = \Delta_x \cos(p_x d_x) + \Delta_y \cos(p_y d_y). \quad (1)$$

В (1) Δ_x, Δ_y – полуширина минизоны проводимо-

сти соответственно вдоль осей ОХ и ОУ, d_x, d_y – периоды сверхрешетки вдоль этих осей. Спектр (1) описывает квадратную СР. В [5] проводилось экспериментальное изучение возможности распространения уединенных волн в квадратной сверхрешетке. Магнитные свойства подобных СР исследовались, например, в [6,7]. Работа [8] посвящена изучению анизотропии проводимости двумерных СР с неаддитивным энергетическим спектром. В настоящей работе мы исследуем анизотропные электрические свойства структуры со спектром (1).

2. АНИЗОТРОПНЫЕ СВОЙСТВА ДВУМЕРНОЙ СВЕРХРЕШЕТКИ

Вырежем из такого материала прямоугольный образец (пластину), повернутый относительно главных осей на угол β (см. рис. 1).

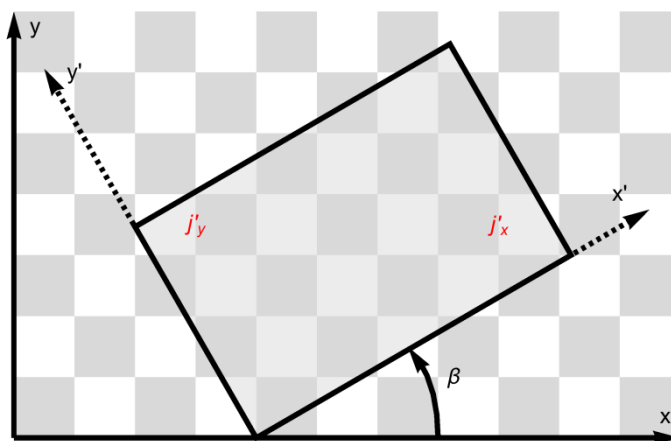


Рис. 1 – Геометрия задачи

⁺ sinegordon@gmail.com

^{*} svkruchkov@yandex.ru

При наличии постоянного электрического поля с компонентами E'_{x0}, E'_{y0} в образце возникает электрический ток с плотностью j'_x, j'_y . Найдем плотность тока в квазиклассическом приближении.

Плотность тока определяется стандартным образом

$$j' = e \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{v}'(\mathbf{p}') f(\mathbf{p}', t), \quad (2)$$

где

$$\mathbf{v}' = \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{p}')}{\partial \mathbf{p}'}$$

Неравновесная функция распределения $f(\mathbf{p}, t)$ является решением кинетического уравнения Больцмана, столкновительный член которого выберем в приближении частоты столкновений ν , которую в дальнейшем считаем постоянной.

Таким образом, уравнение Больцмана имеет вид

$$\frac{\partial f(\mathbf{p}', t)}{\partial t} + e\mathbf{E}'_0 \frac{\partial f(\mathbf{p}', t)}{\partial \mathbf{p}'} = -\nu [f(\mathbf{p}', t) - f_0(\mathbf{p}')] \quad (3)$$

$$\begin{cases} j'_x = \frac{\cos(\beta)(E'_x \cos(\beta) + E'_y \sin(\beta))}{(E'_x \cos(\beta) + E'_y \sin(\beta))^2 + 1} - \frac{\sin(\beta)(E'_y \cos(\beta) - E'_x \sin(\beta))}{(E'_y \cos(\beta) - E'_x \sin(\beta))^2 + 1}, \\ j'_y = \frac{\cos(\beta)(E'_y \cos(\beta) - E'_x \sin(\beta))}{(E'_y \cos(\beta) - E'_x \sin(\beta))^2 + 1} - \frac{\sin(\beta)(E'_x \cos(\beta) + E'_y \sin(\beta))}{(E'_x \cos(\beta) + E'_y \sin(\beta))^2 + 1}, \end{cases} \quad (7)$$

где $E'_x = eE'_{x0} d_x / \nu, E'_y = eE'_{y0} d_y / \nu$.

Предположим теперь, что вдоль направления OY' образец разомкнут. При этом возможные значения поля E'_y найдутся из решения следующего уравнения

$$j'_y = 0, \quad (8)$$

которое с учетом (7) сводится к уравнению

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4} E'^3_x \sin(4\beta) + E'_y \left(\frac{3}{4} E'^2_x \cos(4\beta) + \frac{E'^2_x}{4} + 1 \right) + \\ + \frac{3}{4} E'_x E'^2_y \sin(4\beta) + E'^3_y \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cos(4\beta) \right) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Это кубическое уравнение относительно E'_y . Оно имеет либо один, либо три вещественных корня. Причем количество и величина корней зависят от величины тянущего поля E'_x как от параметра. Так как формулы для решений кубического уравнения достаточно громоздки, исследуем подробно два частных случая.

Первый случай: $\beta = \pi / 4$.

Корни уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} E'_y &= 0, \\ E'_y &= \pm \sqrt{E'^2_x - 2}. \end{aligned}$$

Видно, что, если $E'_x < \sqrt{2}$, существует только одно (вещественное) значение поперечного поля E'_y - ну-

где $f_0(\mathbf{p})$ – равновесная функция распределения. Решение уравнения (3) имеет следующий вид:

$$f(\mathbf{p}', t) = \nu \int_{-\infty}^t dt_1 \exp(-\nu(t-t_1)) f_0(\mathbf{p}_1(t_1; \mathbf{p}', t)), \quad (4)$$

где $\mathbf{p}_1(t_1; \mathbf{p}', t)$ представляет собой решение классического уравнения движения электрона

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt_1} = e\mathbf{E}'_0, \quad (5)$$

с начальным условием $t_1 = t, \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}'$. Выберем равновесную функцию распределения в больцмановском виде

$$f_0(\mathbf{p}) = C \exp\left(-\frac{\varepsilon(\mathbf{p})}{kT}\right). \quad (6)$$

В (6) C – постоянная нормировки. Решая уравнение Больцмана и выполняя потом необходимые интегрирования в (3) получим

левое. При выполнении условия $E'_x \geq \sqrt{2}$ становятся возможными два ненулевых решения, отличающихся знаком и равных по модулю. Отметим, что при $E'_x < \sqrt{2}$ единственный корень является устойчивым относительно малых флуктуаций тока, а при $E'_x \geq \sqrt{2}$, устойчивы ненулевые корни. Решение является устойчивым, если

$$\frac{dj'_y}{dE'_y} > 0.$$

Возникновение новых решений хорошо иллюстрирует зависимость $j'_y(E'_x, E'_y)$, построенная при нескольких значениях E'_x по формулам (7) (на рисунке 2). Пересечения кривой с осью абсцисс соответствуют возможным значениям поля E'_y , возникающим в разомкнутом по оси OY' образце, при данном значении тянущего поля E'_x .

Второй случай: $\beta = \pi / 6$.

В этом случае формулы корней выглядят уже весьма громоздко. Отметим некоторые особенности этого случая. Во-первых, как минимум одно устойчивое ненулевое решение для E'_y существует уже при любом значении E'_x . Во-вторых, при выполнении условия $32 - 21E'^2_x + 24E'^4_x - 4E'^6_x > 0$ возникает еще одно устойчивое решение по модулю отличное от первого. Проиллюстрируем возникновение новых решений графиком.

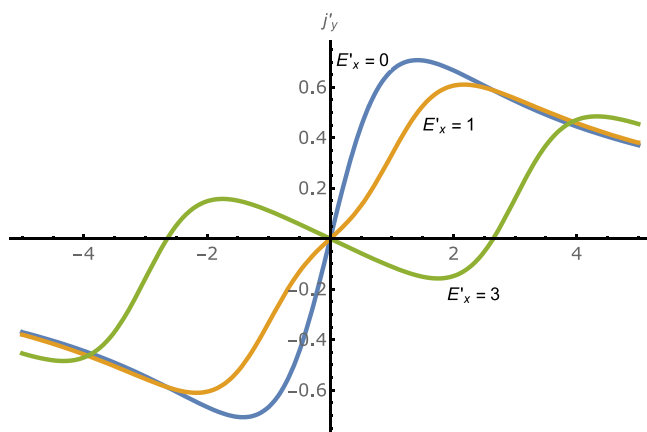


Рис. 2 – $j'_y(E'_x)$ при $\beta = \pi/4$

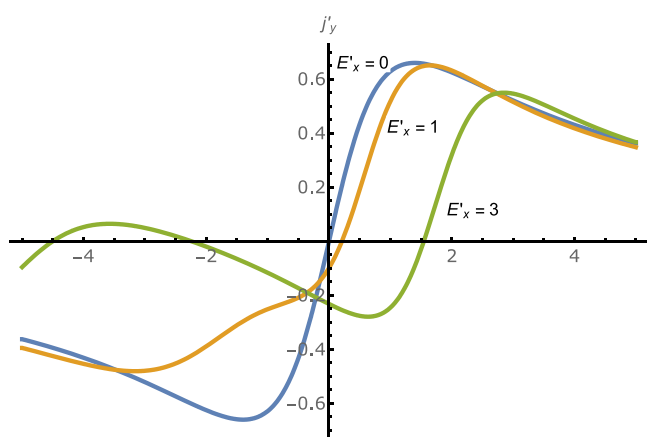


Рис. 3 – $j'_y(E'_x)$ при $\beta = \pi/6$

Видно, что, в отличие от случая $\beta = \pi/4$, не появляются два новых корня, отличающиеся знаками, а к существующему корню добавляется еще один, который отличается от существующего не только знаком, но и величиной.

Перейдем к ситуации с произвольными значениями угла β . Построим зависимость значения поперечного поля E'_y от угла поворота β при нескольких заданных значениях тянущего поля (рис. 4 и 5). На рисунке 4 изображена ситуация, когда корень уравнения (9) только один. Из него видно, что значение поперечного поля периодически по углу поворота с периодом $\pi/2$, что следует из симметрии СР. Графики на рисунке 5 соответствуют случаю двух возможных значений E'_y .

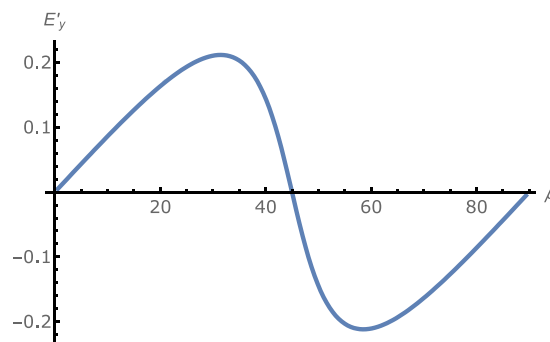


Рис. 4 – $E'_y(\beta)$ при $E'_x = 1$

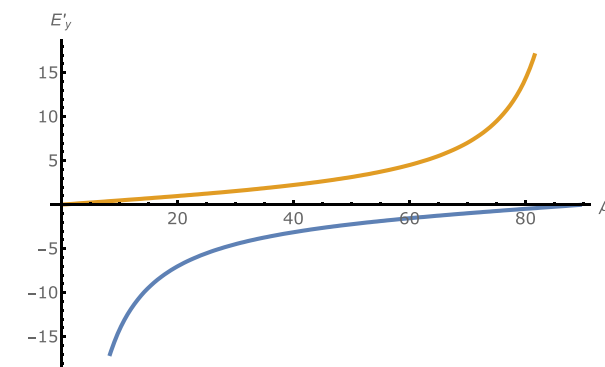


Рис. 5 – $E'_y(\beta)$ при $E'_x = 3$

Заметим, наконец, что электрические свойства квадратной решетки (без сверхструктуры) – изотропны. Квадратная СР напротив, как это показано выше, обладает ярко выраженной анизотропией. Последнее обстоятельство является следствием того факта, что энергетический спектр (1) не обладает сферической симметрией (не является изотропным) при произвольных значениях модуля квазимпульса p . Симметрия восстанавливается при малых значениях модуля p . Такой предельный переход соответствует переходу от СР к обычной решетке.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность главному редактору Журнала нано-и электронной физики Проценко Ивану Ефимовичу за плодотворную дискуссию и ценные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России на выполнение государственных работ в сфере научной деятельности в рамках проектной части государственного задания, код проекта 3.2797.2017/4.6.

Anisotropic Electrical Properties of a Square Superlattice

D.V. Zav'yalov², S.V. Kruchkov^{1,2}

¹ Volgograd State Socio-Pedagogical University, Physical Laboratory of Low-Dimensional Systems, 27, V.I. Lenin Ave., 400066 Volgograd, Russia

² Volgograd State Technical University, 28, V.I. Lenin Ave., 400005 Volgograd Russia

A two-dimensional square superlattice is considered, which electron spectrum is described in the tight-binding approximation. The conditions of the semiclassical situation and the applicability of the Boltzmann equation are assumed to be satisfied. The sample in the form of a rectangle is cut out so that its sides form an angle β with the main axes of the superlattice. A constant (pulling) electric field is applied along the direction of one of the sides of the sample. It is shown that in certain situations the appearance of a transverse electric field with respect to the pulling field is possible. The dependence of the value of the transverse field on the angle of rotation β was studied for several specified values of the pulling field.

Keywords: Two-dimensional superlattice, Current-voltage Characteristic, Anisotropy, Approximation of a constant relaxation time.

Анізотропні електричні властивості квадратної надрешітки

Д.В. Зав'ялов², С.В. Крючков^{1,2}

¹ *Волгоградський державний соціально-педагогічний університет, Лабораторія фізики низькорозмірних систем, пр. ім. В.І. Леніна, 27, 400066 Волгоград, Росія*

² *Волгоградський державний технічний університет, пр. ім. В.І. Леніна, 28, 400005 Волгоград, Росія*

Розглядається двовірна квадратна надрешітка, електронний спектр якої описується у наближенні сильного зв'язку. Передбачаються виконаними умови квазікласичної ситуації та застосовності рівняння Больцмана. Досліджуваний зразок у формі прямокутника вирізаний так, що його сторони утворюють деякий кут β з головними вісями надрешітки. Вздовж напрямку однієї зі сторін зразка прикладене стале (тягнуче) електричне поле. Показано, що у певних ситуаціях ймовірне виникнення поперечного по відношенню до тягнучого електричного поля. Досліджена залежність величини поперечного поля від кута повороту β при декількох заданих значеннях тягнучого поля.

Ключевые слова: Двовірна надрешітка, Вольт-амперна характеристика, Анізотропія, Наближення сталого часу релаксації.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРЫ

1. A. Stern, *Annals Phys.* **323**, 204 (2008).
2. A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres, K.S. Novoselov, A.K. Geim, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 109 (2009).
3. V.A. Kul'bachinskii, R.A. Lunin, V.A. Rogozin, S.I. Chikichev, *Semicond.* **37**, 70 (2003).
4. J.W. Klos, M. Krawczyk, *Mater. Sci. (Poland)* **26**, 965 (2008).
5. M. Heinrich, Y.V. Kartashov, L.P.R. Ramirez, A. Szameit, F. Dreisow, R. Keil, S. Nolte, A. Tünnermann, V.A. Vysloukh, L. Torner, *Opt. Lett.* **34**, 3701 (2009).
6. R. Côté, X. Bazier-Matte, *Phys. Rev. B* **94**, 205303 (2016).
7. A.A. Perov, L.V. Solnyshkova, D.V. Khomitsky, *Phys. Rev. B* **82**, 165238 (2010).
8. M.L. Orlov, Yu.A. Romanov, L.K. Orlov, *Microel. J.* **36**, 396 (2005).