

Міністерство освіти і науки України  
Сумський державний університет  
Наукове товариство студентів, аспірантів,  
докторантів і молодих вчених СумДУ

## ***ПЕРШИЙ КРОК У НАУКУ***

Матеріали  
ІХ студентської конференції  
(Суми, 25 лютого 2018 року)



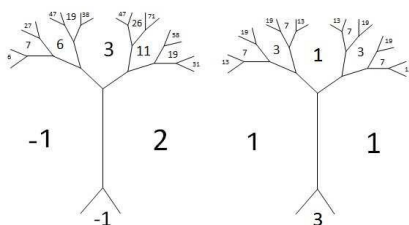
Суми  
Сумський державний університет  
2018

## НЕЛІНІЙНІ ДІОФАНТОВІ РІВНЯННЯ

Синиця О.О., Сумська спеціалізована школа I-III ступенів № 7, учень  
11 класу.

Нелінійним діофантовим рівнянням називається рівняння степінь якого не менший другого. Відмітимо, що загального алгоритму розв'язування діофантових рівнянь довільного степеня не існує, що було доведено Матіясевичем Ю. в 1970 році (10-та проблема Гільберта).

Маємо за мету розглянути рівняння другого степеня в раціональних числах, прописати алгоритм, за допомогою якого можна ефективно визначати чи має розв'язок рівняння. Розглядаючи рівняння в цілих числах від двох змінних, розв'язуємо його, користуючись картами квадратичних форм. Для цього вивчаємо основи теорії квадратичних форм, основи розширеної арифметики:  $p$ -адичні числа, які являють собою розширене поняття цілого числа. Вивчаємо теореми Лежандра, Мінковського-Хассе. Кожній квадратичній формі від двох змінних ставимо у відповідність карту і виражаємо властивості рівняння  $ax^2 + bxy + cy^2 = m$ , де  $x, y$  – цілі змінні,  $a, b, c, m$  – цілі числа (параметри), через властивості цієї карти. Наводимо приклади складання квадратичних карт для квадратичних форм, для чого знадобляться поняття базиса і супербазиса. Наприклад, многочлени  $2x^2 + 2xy - y^2 = 1$  та  $x^2 - xy + y^2 = 2$  мають карти, з яких



видно, що відповідні рівняння не мають розв'язків в цілих числах. Як побудувати таку карту і як зробити висновок що до розв'язків рівняння ми представляємо в цій роботі.

Керівник: Ніколенко В.В., старший викладач