

Енергетичний спектр системи локалізованих дворівневих квазічастинок, які взаємодіють з поляризаційними фононами при криогенних температурах

М.В Ткач*, О.Ю. Питюк, Ю.О. Сеті, О.М. Войцехівська

Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича, вул. Коцюбинського, 2, 58012 Чернівці, Україна

(Одержано 15.11.2017, у відредагованій формі – 04.01.2018, опубліковано online 24.02.2018)

Методом діаграмної техніки Фейнмана-Пайнса розраховано й досліджено перенормований взаємодією з поляризаційними фононами спектр двохрівневих локалізованих квазічастинок при криогенній температурі. Показано, що зі зміною енергетичної відстані між обома початковими станами квазічастинки у системі виникають гібридні стани зі складним спектром енергій, який містить дві серії рівнів, зумовлених взаємодією з фононами. Встановлено, що у спектрах тих систем, де різниця енергій між початковими станами квазічастинки кратна енергії фонона, виникають антикросинги між сусідніми гібридними і основним високоенергетичним станами.

Ключові слова: Функція Гріна, Спектр, Квазічастинка, Фонон.

DOI: [10.21272/jnep.10\(1\).01024](https://doi.org/10.21272/jnep.10(1).01024)

PACS numbers: 71.38. – k, 63.20.kd, 63.20.dk, 72.10.Di

1. ВСТУП

З розвитком фізики низькорозмірних систем (особливо нанофізики), де простороворозмірне квантування спричиняє появу великої кількості зон або рівнів у квазічастинок, а наявність багатьох гетеромереж породжує нові типи поляризаційних фононів (обмежені, інтерфейсні, поширювальні), значно актуалізуються задачі про енергетичні спектри таких взаємодіючих систем [1-5]. Інтерес дослідників до багатозонних наносистем значно зріс зі створенням квантових каскадних лазерів (ККЛ) та, особливо, квантових каскадних детекторів (ККД), де взаємодія електронів у різних станах з фононами, як релаксаційною підсистемою, відіграє вирішальну роль у функціонуванні цих унікальних наноприладів.

Послідовна квантова теорія енергетичних спектрів систем багаторівневих (багатозонних) квазічастинок, взаємодіючих з фононами у широкому діапазоні енергій, що містить збуджені стани, відсутня із-за математичних проблем, які виникають тоді, коли суттєву роль у формуванні спектра відіграють багатфононні процеси [5-8].

Теорія перенормованого спектру систем з довільними величинами констант зв'язку квазічастинок з фононами здебільшого потребує парціального підсумовування безмежних рядів діаграм Фейнмана, що в практичних розрахунках наптовхується на відомі проблеми теорії поля [5, 9, 10]. Однак у системах зі слабкою взаємодією квазічастинок з поляризаційними фононами, як наприклад у наночарових каскадах типових ККЛ і ККД, виникає потреба дослідити енергетичний спектр гібридних станів, утворених взаємодією квазічастинок з різним числом фононів. З цією метою можна застосувати апарат діаграмної техніки Фейнмана-Пайнса для функцій Гріна, з урахуванням такої кількості діаграм масового оператора (МО) у кількох перших порядках за константами зв'язку, яка враховує взаємодію квазічастинки з достатнім числом фононів, що забезпечує корект-

ність отриманих результатів у досліджуваному інтервалі енергій. Хоча при такому підході у теорії функцій Гріна виникає, так звана, “проблема знаку” [9], однак вона розв'язується.

Метою пропонованої роботи є дослідження перенормованого у широкій області енергетичного спектру зв'язаних станів системи, утворених внаслідок взаємодії локалізованих дворівневих квазічастинок з поляризаційними фононами при криогенних температурах. У процесі розв'язування цієї задачі буде встановлено спосіб подолання “проблеми знаку” для систем багаторівневих квазічастинок слабо взаємодіючих з фононами.

2. ГАМІЛЬТОНІАН СИСТЕМИ. ФУНКЦІЯ ГРІНА І МАТЕМАТИЧНА СТРУКТУРА МАССОВОГО ОПЕРАТОРА

Вивчається енергетичний спектр системи, що складається з дворівневої локалізованої квазічастинки, яка взаємодіє з поляризаційними фононами й описується гамільтоніаном типу Фреліха [5-10].

$$\hat{H} = \sum_{\mu=1}^2 E_{\mu} a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu} + \sum_{\bar{q}} \Omega (b_{\bar{q}}^{\dagger} b_{\bar{q}} + \frac{1}{2}) + \sum_{\bar{q}} \sum_{\mu_1, \mu_2=1}^2 \varphi_{\mu_1 \mu_2} a_{\mu_1}^{\dagger} a_{\mu_2} (b_{\bar{q}} + b_{-\bar{q}}^{\dagger}), \quad (1)$$

де $E_{\mu=1,2}$ – енергетичні рівні квазічастинки, Ω – енергія поляризаційного фонона, $\varphi_{\mu_1 \mu_2}$ – константи зв'язку, які вважаються відомими параметрами задачі.

Перенормований енергетичний спектр системи при криогенній температурі (формально $T=0\text{K}$) визначається полюсами фур'є-образу функцій Гріна квазічастинки $G_{\mu i}(\omega)$, яка у знерозмінених функціях, константах і змінних

* j.seti@chnu.edu.ua

$$g_{\mu\mu}(\xi) = \Omega G_{\mu\mu}, \quad m_{\mu\mu}(\xi) = M_{\mu\mu} \Omega^{-1},$$

$$\xi_{\mu} = (\omega - E_{\mu}) \Omega^{-1}, \quad \alpha_{\mu_1 \mu_2} = \varphi_{\mu_1 \mu_2} \Omega^{-1}, \quad \delta = (E_2 - E_1) \Omega^{-1} \quad (2)$$

визначається рівнянням Дайсона ($\hbar=1$)

$$g_{\mu\mu}(\xi) = \{\xi - m_{\mu}(\xi)\}^{-1} \quad (3)$$

через повний масовий оператор $m_{\mu}(\xi)$, який можна записати у вигляді

$$m_{\mu}(\xi) = m_{\mu\mu}^d(\xi) + \Delta m_{\mu\mu}(\xi) + \Delta m_{\mu\mu}^g(\xi), \quad (4)$$

де $m_{\mu\mu}^d(\xi)$ – діагональна складова повного МО, яка не враховує міжрівневу взаємодію з фононами, $\Delta m_{\mu\mu}(\xi)$ – поправка від недіагональних елементів МО, та

$$\Delta m_{11}^g(\xi) = \frac{m_{12}(\xi)m_{21}(\xi)}{\xi_2 - m_{22}(\xi)}, \quad \Delta m_{22}^g(\xi) = \frac{m_{12}(\xi)m_{21}(\xi)}{\xi_1 - m_{11}(\xi)}, \quad (5)$$

поправки за рахунок недіагональних функцій Гріна. Щоб коректно визначити спектр системи зі слабким зв'язком у області, яка містить перенормовані взаємодією обидва головні й чотири групи комплексних зв'язаних з фононами станів квазічастинки, потрібно виконати розрахунок МО у п'ятифононному наближенні

$$m_{\mu\mu'}(\xi) = \sum_{l=1}^5 m_{\mu\mu'}^{(l)}(\xi) \quad (6)$$

де

$$m_{\mu\mu'}^{(1)}(\xi) = \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} = \sum_{\mu_1=1}^2 \frac{\alpha_{\mu\mu_1} \alpha_{\mu_1\mu'}}{\xi_{\mu_1} - 1}, \quad (7)$$

$$m_{\mu\mu'}^{(2)}(\xi) = \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} = \sum_{\mu_1, \mu_2, \mu_3=1}^2 \frac{2\alpha_{\mu\mu_1} \alpha_{\mu_1\mu_2} \alpha_{\mu_2\mu_3} \alpha_{\mu_3\mu'}}{(\xi_{\mu_1} - 1)(\xi_{\mu_2} - 2)(\xi_{\mu_3} - 1)}, \quad (8)$$

$$m_{\mu\mu'}^{(3)}(\xi) = \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} + 3! \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} = \sum_{\mu_1, \dots, \mu_5=1}^2 \frac{\alpha_{\mu\mu_1} \alpha_{\mu_1\mu_2} \dots \alpha_{\mu_4\mu_5} \alpha_{\mu_5\mu'}}{(\xi_{\mu_1} - 1)(\xi_{\mu_2} - 2)(\xi_{\mu_4} - 2)(\xi_{\mu_5} - 1)} \times \left(\frac{4}{\xi_{\mu_3} - 1} + \frac{3!}{\xi_{\mu_3} - 3} \right) \quad (9)$$

$$m_{\mu\mu'}^{(4)}(\xi) = \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} + \dots + 4! \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} = \sum_{\mu_1, \dots, \mu_7=1}^2 \frac{\prod_{l=1}^7 \alpha_{\mu_{l-1}\mu_l} \alpha_{\mu_l\mu_{l+1}}}{(\xi_{\mu_1} - 1)(\xi_{\mu_2} - 2)(\xi_{\mu_6} - 2)(\xi_{\mu_7} - 1)} \times \left(\frac{2^3 \left[\frac{1}{\xi_{\mu_3} - 1} + \frac{3}{\xi_{\mu_3} - 3} \right]}{(\xi_{\mu_4} - 2)(\xi_{\mu_5} - 1)} + \frac{3! \left[\frac{3}{\xi_{\mu_4} - 2} + \frac{4}{\xi_{\mu_4} - 4} \right]}{(\xi_{\mu_3} - 3)(\xi_{\mu_5} - 3)} \right) \quad (10)$$

$$m_{\mu\mu'}^{(5)}(\xi) = \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} + \dots + 5! \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} = \sum_{\mu_1, \dots, \mu_9=1}^2 \frac{2 \prod_{l=1}^9 \alpha_{\mu_{l-1}\mu_l} \alpha_{\mu_l\mu_{l+1}}}{(\xi_{\mu_1} - 1)(\xi_{\mu_2} - 2)(\xi_{\mu_8} - 2)(\xi_{\mu_9} - 1)} \times \quad (11)$$

$$\times \left\{ \frac{2}{(\xi_{\mu_3} - 1)(\xi_{\mu_4} - 2)} \left[\frac{2 \left(\frac{1}{\xi_{\mu_7} - 1} + \frac{3^2}{\xi_{\mu_7} - 3} \right)}{(\xi_{\mu_5} - 1)(\xi_{\mu_6} - 2)} + \frac{3 \left(\frac{3^2}{\xi_{\mu_6} - 2} + \frac{2^3}{\xi_{\mu_6} - 4} \right)}{(\xi_{\mu_5} - 3)(\xi_{\mu_7} - 3)} \right] + \frac{3}{(\xi_{\mu_3} - 3)(\xi_{\mu_7} - 3)} \left[\frac{3 \left(\frac{3}{\xi_{\mu_7} - 1} + \frac{2^3}{\xi_{\mu_6} - 4} \right)}{(\xi_{\mu_4} - 2)(\xi_{\mu_5} - 3)} + \frac{4 \left(\frac{4}{\xi_{\mu_5} - 3} + \frac{5}{\xi_{\mu_5} - 5} \right)}{(\xi_{\mu_4} - 4)(\xi_{\mu_6} - 4)} \right] \right\}$$

послідовно описують внески від одно- до п'ятифононних процесів включно.

3. ВЛАСТИВОСТІ ЕНЕРГЕТИЧНОГО СПЕКТРУ ГОЛОВНИХ І КОМПЛЕКСНИХ ЗВ'ЯЗАНИХ СТАНІВ СИСТЕМИ

Щоб отримати й вивчити властивості перенормованого взаємодією з фононами енергетичного спектру дворівневої локалізованої квазічастинки вивчалася аналітична залежність складових повного масового оператора від частоти для подолання, так званої, "проблеми знаку", яка виникає внаслідок знакозмінності безмежних рядів діаграм. Ця проблема зникає у тих рідкісних випадках, коли вдається виконати парціальне підсумовування провідних безмежних рядів діаграмної техніки. Для однорівневої системи при $T = 0$ К таке підсумовування було здійснено у роботі [11] представленням МО у вигляді точного безмежного ланцюжкового дробу, який не лише визначив перенормований спектр системи, а й вказав шлях розв'язання "проблеми знаку" для систем зі слабким зв'язком квазічастинок з фононами. Виявилось, що для таких систем замість парціального підсумовування безмежних рядів діаграм для отримання енергій зв'язаних станів системи достатньо врахувати належну кількість доданків відповідної кількості перших діаграм МО за степенями констант зв'язку. При цьому для встановлення енергій непарних (парних) збуджених станів необхідно в МО останнім доданком врахувати складову з непарним (парним) числом фононних енергій, кількість яких рівна кількості фононних (штрихових) ліній у діаграмі.

Перенормований енергетичний спектр системи визначають полюси функції Гріна з рівняння Дайсона (3), а оскільки у квазічастинки немає залежності від квазіімпульса, то затухання відсутнє і спектр отримується з рівнянь

$$\xi = m_{\mu}(\xi); \quad (\mu = 1, 2) \quad (12)$$

Щоб виявити властивості перенормованого взаємодією спектру і отримати достатньо надійні величини енергій, виконувався розрахунок розв'язків

рівнянь (12) з послідовним урахуванням доданків вищого порядку (7-11) масового оператора (4). Результат розрахованого спектру енергій типової системи з вихідними параметрами $\alpha_{11} = 0.5$, $\alpha_{22} = 0.3$, $\alpha_{12} = 0.1$ при різних послідовних наближеннях МО приведено у таблиці 1 для нерезонансного випадку, коли різниця енергетичних рівнів не взаємодіючої квазічастинки рівна половині енергії фонона ($E_2 - E_1 = \Omega/2$, тобто $\delta=0.5$) і в таблиці 2 для резонансного випадку, коли ($E_2 - E_1 = \Omega$, тобто $\delta=1$). Приведені в обох таблицях знерозмірені енергії e_{μ} характеризуються двома індексами: перший ($\mu = 1, 2$)

відповідає номеру вихідного рівня не взаємодіючої квазічастинки, а другий ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) відповідає номеру головного (0), першого (1) і наступних (2, 3, ...) фононних повторень, які зумовлені відповідними комплексними зв'язаними станами. Індекс $[N]$, згідно з (6), рівний числу взаємодіючих з квазічастинкою фононів, врахованих у МО $m_{\mu\mu}^{(N)}$. Для встановлення збіжності розрахованих величин перенормованих енергій у різних наближеннях МО при відсутності міжрівневої взаємодії через фонони у таблицях приведено точні значення енергій, розраховані на основі теорії однорівневої квазічастинки, взаємодіючої з фононами [5, 11].

Таблиця 1 – Енергетичний спектр нерезонансної системи

Наближ. $m^{[N]}$		$\alpha_{11} = 0.5, \alpha_{22} = 0.3, \alpha_{12} = 0.1; \delta = 0.5;$								
Без міжрівневої взаємодії	$[N]$	e_{10}	e_{20}	e_{11}	e_{21}	e_{12}	e_{22}	e_{13}	e_{23}	
	1	-0.2071	0.4169	1.2071	1.5831					
	2	-0.2446	0.4103	0.8554	1.4289	2.3892	2.6608			
	3	-0.2495	0.4100	0.7677	1.4112	1.9275	2.4446	3.5543	3.7342	
	4	-0.2499	0.4100	0.7520	1.4101	1.7871	2.4128	3.0041	3.4631	
	5	-0.2499	0.4100	0.7502	1.4100	1.7552	2.4101	2.8124	3.4152	
	Точн.	-0.2500	0.4100	0.7500	1.4100	1.7500	2.4100	2.7500	3.4100	
З міжрівневою взаємодією	1	-0.2166	0.4149	1.2052	1.5964					
	2	-0.2523	0.4066			2.0793	2.5137			
	3	-0.2624	0.4039	1.3275	1.6971			3.0144	3.5011	
	4	-0.2657	0.4025			2.1609	2.5669			
	5	-0.2668	0.4017	1.4058	1.7347			3.0826	3.5334	

Таблиця 2 – Енергетичний спектр резонансної системи

Наближ. $m^{[N]}$		$\alpha_{11} = 0.5, \alpha_{22} = 0.3, \alpha_{12} = 0.1; \delta = 1;$								
Без міжрівневої взаємодії	$[N]$	e_{10}	e_{20}	e_{11}	e_{21}	e_{12}	e_{22}	e_{13}	e_{23}	
	1	-0.2071	0.9169	1.2071	2.0831					
	2	-0.2446	0.9103	0.8554	1.9289	2.3892	3.1608			
	3	-0.2495	0.9100	0.7677	1.9112	1.9275	2.9446	3.5543	4.2342	
	4	-0.2499	0.9100	0.7520	1.9101	1.7871	2.9128	3.0041	3.9631	
	5	-0.2499	0.9100	0.7502	1.9100	1.7552	2.9101	2.8124	3.9152	
Точн.	-0.2500	0.9100	0.7500	1.9100	1.7500	2.9100	2.7500	3.9100		
З міжрівневою взаємодією	1	-0.2132	0.8998	1.2233	2.0901					
	2	-0.2475	0.8875			2.1527	3.0116			
	3	-0.2570	0.8823	1.3559	2.0629			3.0817	4.0008	
	4	-0.2601	0.8789			2.2417	3.0743			
	5	-0.2611	0.8743	1.4169	2.0544			3.1275	4.0263	

Аналіз приведених таблиць показує таке. Без урахування у масовому операторі міжрівневої взаємодії у досліджуваному інтервалі енергій ($0 \leq e \leq 4.5$) міститься два головних з енергіями (e_{10}, e_{20}) і шість

комплексних з енергіями ($e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{21}, e_{22}, e_{23}$) станів, сформованих взаємодією квазічастинки з фононами. При цьому точність усіх величин перенормованих енергій визначених з МО $m_{\mu\mu}^{[N]}(\xi)$ не гірша

ніж 2,3% для $e_{13} = 2,8124$, а для енергій усіх нижчих станів вона, як видно, швидко зростає до практично точних енергій головних станів (e_{10} і e_{20}). З таблиць також видно, що і без урахування, і з урахуванням міжрівневої взаємодії, незалежно від того резонансна ($\delta = 1$), чи нерезонансна ($\delta = 0,5$) система, лише перше наближення МО є досить грубим, а другі й наступні наближення МО швидко збільшують точність розрахованого спектру.

Отже, на підставі виконаного аналізу далі розраховувалися залежності енергетичного спектру від початкової відстані (δ) між обома рівнями невзаємодіючої квазічастинки при різних величинах (α_{11}, α_{22}) внутрірівневої при фіксованому значенні ($\alpha_{12} = 0.1$) міжрівневої взаємодії з фононами.

У межах, так званого, слабого зв'язку ($\alpha_{12} \ll \alpha_{11}, \alpha_{22} < 1$) властивості енергетичного спектру якісно однакові, тому їх досить добре видно на прикладі, наведеному на рис. 1. Як видно, залежності від δ енергій головних і комплексних зв'язаних станів виявляються такими, що між сусідніми парами енергетичних рівнів у деяких областях зміни δ виникають "пляшкові горла" – антикросинги. Для їх характеристик доцільно увести відповідні означення.

Так як залежності енергій двох комплексних зв'язаних станів від δ у області їх антикросингів різко відрізняються від залежностей тих же рівнів за його межами, то якщо за межами цього антикросингу нижньому (меншенергетичному) відповідав стан з енергією e_{2n} , а верхньому (більшенергетичному) – стан з енергією $e_{1n'}$, то в області їх антикросингу утворюються суперпозиції цих станів з іншими властивостями, а отже й іншою залежністю їх енергій від δ . Тому далі менша енергія в антикросингу $e_{2n}^{1n' <}$ відповідає низькоенергетичному стану квазічастинки, а більша енергія $e_{2n}^{1n' >}$ – високоенергетичному стану квазічастинки. Величини антикросингів будемо характеризувати параметрами $\Delta_{2n}^{1n'} = \min(e_{2n}^{1n' >}(\delta) - e_{2n}^{1n' <}(\delta))$. Величини $\delta_{2n}^{1n'}$, при яких реалізуються $\Delta_{2n}^{1n'}$ визначають положення, а $e_{2n}^{1n'} = (e_{2n}^{1n' >}(\delta) + e_{2n}^{1n' <}(\delta))/2$ – "середню енергію" антикросингу. Область антикросингу визначатиме інтервал $(\delta_{2n}^{1n'} - \Delta_{2n}^{1n'} \leq \delta \leq \delta_{2n}^{1n'} + \Delta_{2n}^{1n'})$ у якому відбувається найбільша зміна величини обох енергій цього антикросингу (рис. 1).

Якщо у розвиненій теорії перенормованого спектру дворівневої квазічастинки не враховувати міжрівневу взаємодію, а лише внутрірівневу взаємодію з віртуальними фононами то очевидно, що спектр буде адитивною суперпозицією двох точно розрахованих спектрів відповідних однорівневих квазічастинок [5, 11]. Тобто він міститиме дві серії безмежної кількості еквідистантних (з енергетичними відстанями в однофононну енергію) рівнів. Головні з них (1, 2) внутрішньорівневою взаємодією зміщені у низькочастотну область відносно своїх початкових положень на величини α_{11}^2 і α_{22}^2 відповідно, а їх збуджені рівні відповідають комплексним зв'язаним станам квазічастинки з одним, двома і т.д. фононами.

Зі збільшення відстані між початковими рівнями (б) параметри спектрів обох серій залишаються незмінними лише спектр другої серії лінійно по δ зміщується у високочастотну область відносно спектру першої серії. Внаслідок цього у околах резонансних енергій, де різниця початкових енергій квазічастинки кратна енергії фонона ($\delta_n = n = 1, 2, 3, \dots$) виникають виродження сусідніх станів, тобто відповідні рівні перетинаються (кросинги).

Наявність у системі міжрівневої взаємодії ($\alpha_{12} \neq 0$) суттєво змінює описану картину (рис. 1) особливо в околах резонансних енергій, де виникають антикросинги ("пляшкові горла"), які є проявами нових суперпозицій цих комплексних зв'язаних станів квазічастинки з відповідним числом фононів. Зі збільшенням δ за межами областей антикросингу весь спектр енергій другої серії, як і за відсутності міжрівневої взаємодії, лінійно по δ зміщується у високочастотну область відносно "стабільних" рівнів першої групи. У областях усіх антикросингів залежність енергетичних рівнів обох груп від δ стає суттєво нелінійною, оскільки всі вони відповідають "новим" комплексним зв'язаним станам, які є певною суперпозицією "старих". Отже "нові" властивості спектра системи, в основному, зумовлені його поведінкою у прирезонансних областях. Вони, як видно з рис. 1., такі.

Положення ($\delta_{2n}^{1n'=1,2,\dots}$) антикросингів усіх пар комплексних станів розташовані поблизу резонансних енергій ($\delta_n = n = 1, 2, 3, \dots$) і лише положення ($\delta_{20}^{1n'=1,2,\dots}$) антикросингу другого головного рівня з послідовними рівнями зв'язаних станів першої серії значно зміщені від резонансних величин δ_n у бік більших значень δ тим більше, чим більші величини внутрірівневих взаємодій (α_{11} чи α_{22}) та міжрівневої (α_{12}) взаємодії з фононами. Як положення $\delta_{2n}^{1n'}$, так і ширини ($\Delta_{2n}^{1n'}$) та розміри ($\sim 2 \Delta_{2n}^{1n'}$) усіх антикросингів є нелінійними функціями вихідних енергетичних параметрів ($\alpha_{11}, \alpha_{22}, \alpha_{12}, \delta$), тому лише у результаті виконаних розрахунків (рис. 1) видно їх еволюцію. З рис. 1, а також таблиць 1, 2 видно, що для систем з типовою ієрархією взаємодій з фононами ($\alpha_{11} \geq \alpha_{22} > \alpha_{12}$) характерним є те, що при резонансній енергії ($\delta_1 = 1$) внаслідок значного зміщення положення першого резонансу, різниця енергій $(e_{20}(\delta) - e_{10}(\delta))|_{\delta=1}$ виявляється суттєво більшою, а $(e_{20}^{11 <}(\delta) - e_{20}(\delta))|_{\delta=1}$ – меншою від одиниці, що значно порушує еквідистантність нижньої частини перенормованого спектру системи. Більш високі пари рівнів енергії ($n, n' \geq 2, 3, \dots$) системи при резонансній енергії $\delta_1 = 1$ знаходяться у антикросингах, розміри яких зменшуються, а положення наближаються до 1 зі збільшенням n і n' . Так як при цьому відстані між сусідніми антикросингами наближаються до 1, то в системі створюється квазіеквідистантний спектр майже вироджених антикросингів, утворених парами комплексних зв'язаних станів дворівневої квазі-

частинки, взаємодіючої з відповідним числом фононів.

З рис. 1 також видно, що властивості спектру системи в околах вищих резонансних енергій ($\delta_n = 2, 3, \dots$) подібні до щойно описаних з тією лише відмінністю, що зі збільшенням δ_n розміри ($\Delta_{2n}^{1n'}$) антикросингів зменшуються зі збільшенням n і n' .

Математично це зумовлено тим, що величина δ_n фігурує лише у знаменниках усіх складових масового оператора і у відповідності з фізичними міркуваннями, зменшує взаємний вплив обох станів невзаємодіючої квазічастинки при збільшенні енергетичної відстані між ними.

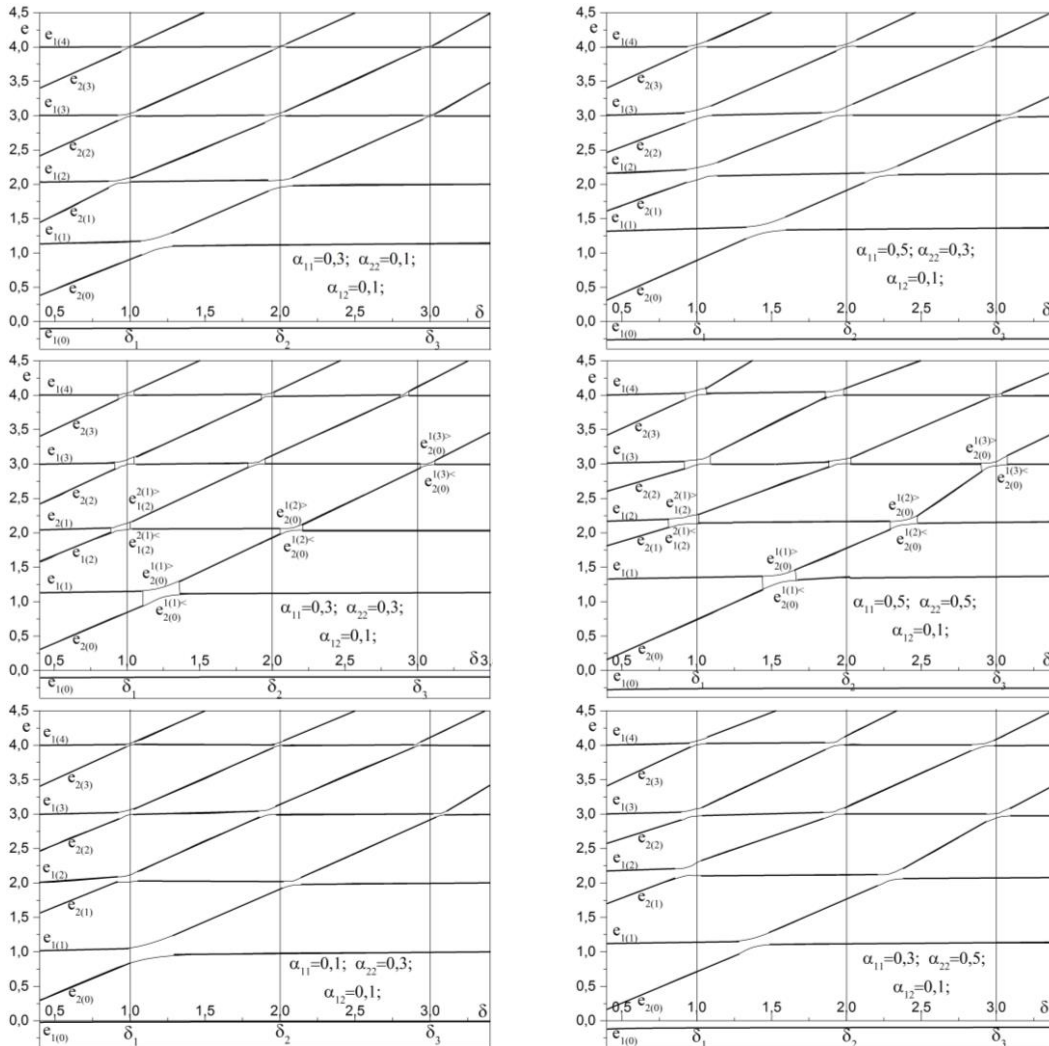


Рис. 1 – залежність енергетичного спектру системи від δ при різних величинах внутрірівневої взаємодії і фіксованій величині міжрівневої взаємодії (вказані на рисунку)

4. ВИСНОВКИ

Методом діаграмної техніки Фейнмана-Пайнса розвинена теорія перенормованого багатофононними процесами спектру дворівневої локалізованої квазічастинки, взаємодіючої з поляризаційними фононами при $T=0K$. Показано, як для систем зі слабким зв'язком квазічастинок з фононами долається відома у квантовій теорії поля "проблема знаку" без парціального підсумовування безмежних рядів діаграм масового оператора.

Встановлено, що енергетичний спектр досліджуваної системи є суперпозицією двох серій дискретних спектрів, утворених у високочастотній області біля кожного з обох головних рівнів. Властивості перенормованого спектру системи кардинально відрізня-

ються у залежності від того, чи різниця енергій обох станів невзаємодіючої квазічастинки кратна (резонансна) чи не кратна (нерезонансна) фононній енергії. Якщо система нерезонансна, то її спектр за фіксованої величини δ виглядає як дві квазідистантні (з порушеними дистанціями між двома нижніми рівнями) серії зміщені між собою. Якщо ж система резонансна, то при зміні δ в околі першого резонансу (δ_1) виникають антикросинги у кожній парі енергетичних рівнів як прояви комплексних зв'язаних станів другого головного та його фононних повторень зі всіма фононними повтореннями першого головного стану. В такому випадку сформований комплексними зв'язаними станами спектр системи має вигляд квазіеквідистантного (в одну фононну енергію) з

майже виродженими (за рахунок антикросингів) рівнями крім трьох нижніх рівнів, положення яких значно порушують цю закономірність тим, що енергетична відстань ($e_{20} - e_{10}$) суттєво переважає, а відстані ($e_{11} - e_{20}$) і ($e_{21}^> - e_{11}$) суттєво менші від фононної енергії

У зв'язку з останньою обставиною варто відміти

ти, що в тому випадку, коли подібна ситуація виявляється справедливою для електронного спектру плоских багатопшарових наносистем як екстракторів ККД, то вона може бути одним з механізмів, ігнорування якого знижує ефективність функціонування, так званої, "фононної драбинки", як важливого релаксатора електронної енергії у каскадах цих наноприладів.

Энергетический спектр системы локализованных двухуровневых квазичастиц, взаимодействующих с поляризационными фононами при криогенных температурах

М.В. Ткач, О.Ю. Питюк, Ю.А. Сети, О.Н. Войцеховская

Черновицкий национальный университет им. Ю. Федьковича, ул. Коцюбинского, 2, 58012 Черновцы, Украина

Методом диаграммной техники Фейнмана-Пайнса рассчитано и исследовано перенормированный взаимодействием с поляризационными фононами спектр двухуровневых локализованных квазичастиц при криогенной температуре. Показано, что с изменением энергетического расстояния между обеими начальными состояниями квазичастицы в системе возникают гибридные состояния со сложным спектром энергий, который содержит две серии уровней, обусловленных взаимодействием с фононами. Установлено, что в тех системах, где разность энергий между начальными состояниями квазичастицы кратна энергии фонона, в их спектрах возникают антикросинги между соседними гибридными и главным высокоэнергетическим состояниями.

Ключевые слова: Функция Грина, Спектр, Квазичастица, Фонон.

Energy Spectrum of the System of Localized Two-level Quasi-particles Interacting with Polarization Phonons at Cryogenic Temperatures

M.V. Tkach, O.Yu. Pytiuk, Ju.O. Seti, O.M. Voitsekhivska

Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, 2, Kotsyubinsky Str., 58012 Chernivtsi, Ukraine

Using the Feynman-Pines diagram technique, the spectrum of two-level localized quasi-particles renormalized due to the interaction with polarization phonons at cryogenic temperatures is calculated and analyzed. It is shown that changing distance between two starting states of quasiparticle, the hybrid states, which have the complicated energy spectrum, appear in the system. It contains two series of levels caused by the interaction with phonons. It is established that in the systems where the difference between the energies of starting states of quasiparticle is resonating with the multiple numbers of phonon energies, in their spectra there are observed the anti-crossings between the neighbor hybrid and main high-energy states.

Keywords: Green's function, Spectrum, Quasi-particle, Phonon

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. F.R. Giorgetta, E. Baumann, M. Graf, Q. Yang, C. Manz, K. Köhler, H. E. Beere, D. A. Ritchie, E. Linfield, A. G. Davies, Y. Fedoryshyn, H. Jäckel, M. Fischer, J. Faist and D. Hofstetter, *IEEE J. Quant. Electron.* **45**, 1039 (2009).
2. J. Faist, *Quantum Cascade Lasers* (Oxford: Oxford University Press: 2013).
3. S. Sakr, E. Giraud, M. Tchernycheva, N. Isac, P. Quach, E. Warde, N. Grandjean, F. H. Julien, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 251101 (2012).
4. S. Sakr, P. Crozat, D. Gacemi, Y. Kotsar, A. Pesach, P. Quach, N. Isac, M. Tchernycheva, L. Vivien, G. Bahir, E. Monroy, F. H. Julien, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 011135 (2013).
5. М.В. Ткач, Ю.О. Сети, О.М. Войцехівська, *Квазичастички у наногетеросистемах. Квантові точки, дроти і плівки* (Чернівці: Книги – XXI: 2015).
6. А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статической физике* (Добросвет: 2006).
7. І.В. Стасюк, *Функції Грина у квантовій статистиці твердих тіл* (Львів: ЛНУ імені Івана Франка: 2013).
8. И.Б. Левинсон, Э.И. Рашба, *УФН* **111**, 683, (1973).
9. А.С. Мищенко, *УФН* **175**, 925 (2005).
10. М.В. Ткач, Ю.О. Сети, О.М. Войцехівська, О.Ю. Питюк, *Condens. Matter.* **19**, 43701 (2016).
11. N.V. Tkach, *Theor. Math. Phys.* **61**, 1220 (1984).