Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
Шосткинський інститут Сумського державного університету
Фармацевтична компанія «Фармак»
Управління освіти Шосткинської міської ради
Виконавчий комітет Шосткинської міської ради

ОСВІТА, НАУКА ТА ВИРОБНИЦТВО: РОЗВИТОК ТА ПЕРСПЕКТИВИ

МАТЕРІАЛИ III Всеукраїнської науково-методичної конференції

(Шостка, 19 квітня 2018 року)

Суми
Сумський державний університет
2018

ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ОБСЯГУ ВИРОБНИЦТВА

А.А. Шкіра, А.М. Шкіра
Хіміко-технологічний коледж імені Івана Кожедуба
Шосткинського інституту Сумського державного університету
ashkira@ukr.net

Сучасні умови ринкового господарювання значною мірою відрізняються від умов планової економіки. Для великої кількості українських підприємств є характерною відсутність адекватних умовам ринку інструментів управління виробничою програмою. Необхідність розробки нових механізмів функціонування виробництва та розробки його моделі, роблять проблему ефективного управління та оптимізації виробничої програми підприємства однією з найактуальніших для сучасної української економіки.

Оптимальний обсяг виробництва продукції - це такий обсяг, який забезпечує виконання укладених договорів і зобов'язань по виробництву продукції у встановлені терміни з мінімумом витрат і максимально можливою ефективністю.

Нехай монополіст, знаючи (наприклад, із маркетингових досліджень) функцію попиту на свою продукцію, вирішує, скільки її виробляти й за якою ціною продавати. Якщо монополіст установить достатньо високу ціну, то споживачі за певний період придбають у нього не дуже багато продукції. Якщо він вироблятиме більше, то йому доведеться знизити ціну, аби продати всю продукцію за певний період часу. При цьому прибуток збільшиться за рахунок зростання обсягу продажу (доход) і водночас зменшиться через зменшення ціни (витрати). Як же монополіст може визначити оптимальний обсяг випуску продукції? Для цього він має знати залежність прибутку (якщо враховувати витрати випуску) від обсягу продукції.

Нехай задано функцію доходу $R = R(q)$ й функцію витрат $C=C(q)$ фірми. Тоді функція її прибутку від випуску продукції має вигляд

$$P(q) = R(q) - C(q) = p(q)\cdot q - C(q) \qquad (1)$$

Визначимо, за якого обсягу продукції прибуток фірми буде максимальним.

З математичного аналізу відомо, що задача визначення максимуму функції розв’язується за допомогою апарату диференціального числення.

Зазначену задачу розглянемо як приклад, з якого буде видно, наскільки важливе дослідження функцій для прийняття оптимальних рішень.

Аби одержати максимальний прибуток, фірма має випускати продукцію обсягом q_0**,** так щоб значення $P(q_0)$ було максимальним. Практично обсяг продукції $q \in [0;Q]$, де Q– це верхня межа обсягу продукції, який може випускати фірма.

Математично задача зводиться до знаходження максимуму функції прибутку $P = P(q)$ на відрізку $[0; Q]$, Оскільки теоретично функція прибутку $P= P(q)$ може досягати максимального значення й на кінцях проміжку при $q = 0$ і $q = Q,$ то обидві ці ситуації, коли фірма не випускає нічого ($q = 0$) або випускає продукцію на межі своїх виробничих можливостей ($q =Q$), є крайніми. Зараз ми не розглядатимемо їх і припустимо, що функція прибутку досягає максимуму в точці $q_0 \in (0; Q)$.

Отже, нехай виконуються такі умови:

1. функції $R = R(q)$ і $C = C(q)$ визначені й диференційовані на відрізку $[0; Q]$;
2. функція прибутку досягає максимуму в деякій точці q_0 ($q_0 \neq 0$ і $q_0 \neq Q$).

У випадку, коли максимум прибутку $P(q_0) > 0$, умова $q_0 \neq 0$ природно виконується, оскільки $P \leq 0$ (немає випуску – немає доходу, немає доходу – немає прибутку).

Якщо виконуються обидві умови, то функція $P = P(q)$ диференційована на відрізку $[0; Q]$ і має максимум у точці $q_0 \neq 0$. Тоді за теоремою Ферма $P'(q_0) = 0$.

Оскільки $P'(q) = R'(q) - C'(q),$ то в точці $q = q_0$ дістаємо рівність

$$R'(q_0)= C'(q_0). \qquad (2)$$

Так як похідна функції витрат C' виражає граничні витрати, а похідна R' – граничний дохід, то, використовуючи цю термінологію, дістанемо базовий економічний принцип: оптимальний продуктивний рівень фірма досягає, коли граничний річний дохід дорівнює граничним витратам.

В економічній теорії рівність визначає правило**,** за яким фірма, яка максимізує свій прибуток, установлює обсяг виробництва таким чином, що граничний доход дорівнює граничним витратам.

У випадку, коли обсяг виробництва q не впливає на ціну продукції p, маємо $R(q) = p\cdot q$, $R'(q) = p$ і рівність (2) набуває вигляду

$$p = C'(q_0) \tag{3}$$

Оскільки річний доход і прибуток фірми залежать від її місця на ринку, то слід розглянути випадок монополії, коли фірма постачає повний обсяг продукції під реалізацію. В цій ситуації ціна визначається функцією попиту. Тобто, ціна товару, за якою споживачі купують його, залежить від попиту $p = p(q)$, де q – стала.

Якщо відома функція ціни $p = p(q)$, то функція прибутку $P = q\cdot p(q) - C(q)$, й необхідною умовою її максимуму є $P'(q) = 0$, яку можна записати у вигляді

$$q\cdot p'(q) + p(q) - C'(q) = 0 \tag{4}$$

У кожному окремому випадку рівність можна використовувати для знаходження максимуму функції прибутку, але слід зауважити, що не всі критичні точки функції прибутку $P = P(q)$, де $q \epsilon [0; q]$, є максимальними, оскільки умова (3) є необхідною, але не достатньою.

Розглянемо тепер загальніший випадок, коли ціна продукції p є диференційованою функцією $p=p(q)$ від обсягу випуску продукції q. Обчислимо похідну функції доходу фірми $P(q) = p(q)\cdot q$:

$$R'(q) = q\cdot p'(q) + p(q) - C'(q) = p(q)\cdot(E_q(p) + 1).$$

Тоді рівність (2) набуває вигляду: $p(q_0)\cdot(E_q(p) + 1) = C'(g_0)$. Звідки дістанемо рівняння для ціни

$$p(q_0) = \frac{C(q_0)}{E_q(p)+1}. \tag{5}$$

Оскільки $E_q(p) < 0$, то з рівності (5) випливає, що ціна $p(q_0)$ не нижча від граничних витрат $C'(q_0)$. Насправді, якщо фірма займає суттєву частку ринку, то збільшення її випуску спричиняє насичення ринку й падіння ціни. В цьому випадку $E_q(p) < 0$ і з рівності (5) випливає, що ціна $p(q_0)$ більша за граничні витрати $C'(q_0)$.

Приклад. Розглянемо задачу вибору оптимального обсягу виробництва фірмою, функцію прибутку якої можна змоделювати залежністю $P(q) = q^2 - 8q + 8$.

Знайдемо похідну: $P'(q) = 2q-8$. Перевіримо необхідні умови локального екстремуму. Прирівнюємо похідну до нуля: $P'(q) = 0$, $2q - 8 = 0$. Звідси $q = 4$.

Щоб визначити, чи є обсяг випуску $q_0 = 4$ оптимальним для фірми, треба проаналізувати характер зміни знаку похідної при переході через точку q_0(тобто перевірити достатню умову локального екстремуму): при $q < q_0$ маємо $P'(q) < 0$, і функція прибутку спадає, а при $q > q_0$ маємо $P'(q) > 0$, і функція прибутку зростає.

Отже, в точці $q_0 = 4$ функція прибутку набуває мінімального значення, і обсяг випуску не є оптимальним.

Яким має бути оптимальний обсяг випуску фірми? Відповісти на це запитання дає змогу дослідження виробничих потужностей фірми. Якщо фірма не може виробляти за розглядуваний період більше ніж 8 одиниць продукції, то оптимальне рішення для неї – взагалі нічого не виробляти, а здавати в оренду приміщення або обладнання й одержувати дохід. Якщо фірма може виробляти більше ніж 8 одиниць продукції, то оптимальним рішенням для неї буде випуск на межі своїх виробничих можливостей.