Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет

В. М. Ігнатенко,
В. Ф. Нефедченко

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ОПТИКИ

Навчальний посібник

Рекомендовано вченою радою Сумського державного університету

Суми
Сумський державний університет
2018

УДК 535(076.2)
І-26

Рецензенти:

Д. О. Харченко – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу моделювання радіаційних ефектів та мікроструктурних перетворень у конструкційних матеріалах Інституту прикладної фізики НАН України (м. Суми);

А. І. Салтикова – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики та методики навчання фізики Сумського державного педагогічного університету ім. А. С. Макаренка

Рекомендовано до видання
вченою радою Сумського державного університету
як навчальний посібник
(протокол № 5 від 8 лютого 2018 року)

Ігнатенко В. М.

І-26 Збірник задач з оптики : навчальний посібник / В. М. Ігнатенко, В. Ф. Нефедченко. – Суми : Сумський державний університет, 2018. – 234 с.

ISBN 978-966-657-721-7

Навчальний посібник містить теоретичний матеріал, зведення основних формул, питання з теоретичного матеріалу, приклади розв’язування задач, задачі для самостійного вивчення з оптики за розділами «Основи геометричної оптики. Інтерференція світла», «Дифракція світла», «Поляризація світла. Взаємодія світла з речовиною. Ефект Допплера», «Квантові властивості світла. Закони теплового випромінювання», «Тиск світла. Фотоефект. Ефект Комптона».

Посібник призначений для проведення практичних, індивідуальних занять та самостійної роботи з фізики.

Для студентів інженерно-технічних та педагогічних спеціальностей першого і другого рівнів закладів вищої освіти.

УДК 535(076.2)

ISBN 978-966-657-721-7

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Фізика є однією з тих наук, знання якої необхідне для успішного вивчення загальнонаукових та спеціальних дисциплін. Під час вивчення курсу фізики студенти повинні засвоїти основні закони й теорії, оволодіти необхідними прийомами розумової діяльності, важливою компонентою якої є вміння розв’язувати задачі з фізики.

Розв’язування задач є одним із найважливіших завдань усього процесу навчання фізики. Лекції створюють загальні контури теоретичного опису того чи іншого фізичного явища, у той час як конкретна задача наповнює закон певним фізичним змістом, наближуючи його до експерименту. У рамках навчального процесу в ЗВО такий посібник є складовою частиною методичного забезпечення організації як аудиторної, так і самостійної роботи студентів. Обмірковування фізичного змісту задач та запропонованих методів їх розв’язування не лише сприяє поглибленому розумінню модельних можливостей теорії, а й розвиває творчу та критичну активність розумової діяльності.

До навчального посібника входять задачі з прикладами розв’язування за розділами, що відповідають програмі курсу фізики для студентів інженерно-технічних та педагогічних спеціальностей першого та другого рівнів закладів вищої освіти. Він містить як оригінальні задачі, так і задачі з різних джерел.

Кожний розділ посібника містить п’ять частин: теоретичний матеріал, зведення основних формул, питання з теоретичного матеріалу, приклади розв’язування задач і задач для самостійного розв’язування з відповідями.

У посібнику вміщені два типи додатків: «математичний» та збірник фізичних констант. «Математичний» додаток містить основні математичні поняття і формули, до яких студент може звертатися під час роботи над усіма розділами посібника. Досвід викладання фізики свідчить, що такі додатки є необхідними, оскільки це дозволяє не відволікатися від фізичного змісту задачі та заощаджувати час під час її розв’язування.

Усі форми занять передбачають значну самостійну позааудиторну роботу студента.

На кожну годину аудиторних занять припадає не менше однієї години самостійної роботи студента, беручи до уваги, що внаслідок браку часу, на семінарах не вдається розглянути всі важливі типи задач та методи їх розв’язування.

Цей посібник дозволяє залучити такі не охоплені семінарами типи задач до кола обов'язкових подібно до вивчення теоретичного матеріалу, який не охоплений лекціями, але є частиною обов'язкової програми.

Посібник створено з таким розрахунком, щоб ним можна було користуватися не лише під час практичних, а й самостійних занять. Увесь матеріал курсу поділений на розділи. Аналіз усіх задач проводиться за єдиною схемою, причому кожний розділ можна вивчати незалежно від інших.

Рекомендується такий порядок вивчення кожного з розділів. У першому підрозділі «Теоретичний матеріал» наведений перелік теоретичних питань, які студент повинен вивчити для розв'язування задач даного розділу.

У другому підрозділі «Зведення основних формул» наведені формули, які студент повинен засвоїти для розв'язування задач розділу.

Потім автори рекомендують студентові проглянути та осмислити третій підрозділ «Приклади розв'язування задач». Під час розв'язування задач потрібно дотримуватися такого порядку:

1) прочитати умову задачі та спробувати зрозуміти її фізичний зміст;

2) записати коротку умову задачі з переведенням усіх одиниць у системні одиниці СІ;

3) спробувати самостійно розв'язати задачу, використовуючи знання відповідного розділу;

4) перевірити правильність розв'язування задачі, порівнюючи з розв'язанням, наведеним у тексті.

Підрозділ «Питання з теоретичного матеріалу» містить питання, які дозволяють студентові виконати самоконтроль, а викладачеві – контроль засвоєння теоретичного матеріалу. Цей розділ містить контрольні питання. Якщо виникають труднощі під час відповіді на певні контрольні питання, потрібно звернутися до відповідних розділів курсу фізики (конспекту лекцій, рекомендованих підручників).

П'ятий підрозділ «Задачі для самостійного розв'язування» містить задачі для самостійного розв'язування. Під час ретельного вивчення відповідного розділу фізики та опрацювання попередніх підрозділів посібника розв'язування задач цього розділу не повинно викликати труднощів. Для контролю правильності розв'язування задач наведені відповіді.

РОЗДІЛ 1
ОСНОВИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ОПТИКИ.
ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА

ТЕОРЕТИЧНИЙ МАТЕРІАЛ

1 Основні поняття і закони геометричної оптики.
2 Закони відбивання та заломлення світла на межі двох середовищ.
3 Повне внутрішнє відбивання. Волоконна оптика.
4 Когерентність. Часова та просторова когерентність.
5 Методи отримання когерентного світла.
6 Інтерференція. Умови спостереження мінімумів та максимумів.
7 Дослід Юнга.
8 Інтерференція в тонких плівках. Просвітлення оптики.
9 Методи спостереження інтерференції. Кільця Ньютона.
10 Застосування інтерференції.

ЗВЕДЕННЯ ОСНОВНИХ ФОРМУЛ

1.1 Рівняння плоскої електромагнітної хвилі

$$E = E_0 \sin(\omega t - kx),$$

де E і E_0 – напруженість та амплітуда напруженості електричного поля; $\omega = 2\pi\nu$, циклічна частота коливань; ν – частота коливань електромагнітної хвилі; $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число; t – час; x – координата, в якій розглядається хвиля.

1.2 Зв'язок миттєвих значень напруженостей електричного $\vec{E}$ і магнітного $\vec{H}$ полів електромагнітної хвилі:

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E_y = \sqrt{\mu\mu_0}H_z .$$

1.3 Густина потоку енергії електромагнітної хвилі

$$S = \omega \mathrm{v} = EH .$$

1.4 Інтенсивність електромагнітної хвилі

$$I = \langle S \rangle .$$

1.5 Зв’язок довжини електромагнітної хвилі з частотою

$$\lambda = \frac{\mathrm{v}}{\nu} = \frac{2\pi \mathrm{v}}{\omega},$$

де v – фазова швидкість електромагнітної хвилі у середовищі; λ – довжина електромагнітної хвилі.

1.6 Абсолютний показник заломлення середовища

$$n = \frac{c}{\mathrm{v}} = \sqrt{\varepsilon\mu},$$

де c – швидкість світла у вакуумі; v – фазова швидкість електромагнітної хвилі у середовищі; ε і μ – діелектрична та магнітна проникність речовини.

Для середовища, яке не має феромагнітних властивостей $\mu = 1$, тоді

$$n = \sqrt{\varepsilon} .$$

1.7 Відносний показник заломлення двох середовищ

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} .$$

Для неферомагнітних середовищ

$$n_{21} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} .$$

1.8 Граничний кут повного внутрішнього відбивання

$$\sin\alpha_{гр} = n_{21} .$$

1.9 Когерентність електромагнітної хвилі

Ступінь монохроматичності реального світла, яке є набором монохроматичних компонент у кінцевому інтервалі довжин хвиль $(\lambda, \lambda + \Delta\lambda)$:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m ,$$

де m – граничний порядок інтерференції, починаючи з якого смуги зникають.

Довжина когерентності

$$l_{ког} = m\lambda .$$

Час когерентності

$$\tau_{ког} \simeq \frac{2\pi}{\Delta\omega} \simeq \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda},$$

де $\Delta\omega$ і $\Delta\lambda$ – ширина спектра циклічних частот та довжин електромагнітної хвилі.

Довжина часової когерентності

$$l_{ког} = \mathrm{v}\tau_{ког} = \frac{2\pi \mathrm{v}}{\Delta\omega}.$$

Радіус просторової когерентності

$$\rho_{ког} \simeq \frac{\lambda}{\varphi},$$

де φ – кутовий розмір джерела світла.

Об'єм когерентності

$$V_{ког} \simeq l_{ког} \cdot \pi\, \rho_{ког}^2 .$$

1.10 Оптична довжина шляху світлової хвилі

$$L = nl ,$$

де l – геометрична довжина шляху світлової хвилі у середовищі з показником заломлення n.

1.11 Оптична різниця ходу двох світлових хвиль

$$\Delta = L_2 - L_1 = n_2 l_2 - n_1 l_1 ,$$

де n_1 і n_2 – показники заломлення середовищ, в яких поширюються хвилі.

1.12 Зв'язок різниці фаз із оптичною різницею ходу світлових хвиль:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\,\Delta}{\lambda},$$

де λ – довжина світлової хвилі.

1.13 Закон Снеліуса для заломлення світла

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21},$$

де n_{12} – відносний показник заломлення.

1. 14 Умова спостереження інтерференційних максимумів:

$$\Delta = \pm k\lambda, \quad (k = 0, 1, 2, \ldots),$$

де k – порядок інтерференції.

1.15 Умова спостереження інтерференційних мінімумів:

$$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0, 1, 2, \ldots).$$

1.16 Ширина інтерференційної смуги у дослідах Юнга

$$\Delta x = L\lambda/d,$$

де L – відстань від щілини до екрана, де спостерігається інтерференція; d – відстань між щілинами.

1.17 Оптична різниця ходу світлових хвиль, що виникає при відбиванні монохроматичного світла від тонкої плівки:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \lambda/2$$

або

$$\Delta = 2dn\cos\gamma + \lambda/2,$$

де d – товщина плівки; n – показник заломлення плівки; α – кут падіння; γ – кут заломлення світла в плівці.

1.18 Радіуси світлих кілець Ньютона у відбитому світлі та темних кілець у прохідному світлі:

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda}{2}}, \ (k = 1, 2, 3, \ldots),$$

де k – номер кільця; R – радіус кривизни лінзи.

1.19 Радіуси темних кілець Ньютона у відбитому світлі та світлих кілець у прохідному світлі:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}, \ (k = 1, 2, 3, \ldots).$$

ПИТАННЯ З ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

1 Що таке абсолютний показник заломлення середовища?
2 Що таке відносний показник заломлення середовища?
3 Який фізичний зміст показника заломлення середовища?
4 Який зв’язок показника заломлення середовища з діелектричною та магнітною проникностями?
5 Чому дорівнює швидкість світла у діелектричному середовищі, показник заломлення якого дорівнює $n = 1,5$?
6 Показник заломлення скла дорівнює $n_c = 1,5$, а води – $n_в = 1,3$. Чому дорівнює відносний показник заломлення границі скло – вода?
7 Відносний показник заломлення середовища 1 відносно середовища 2 дорівнює 2. Чому дорівнює кут повного внутрішнього відбивання для променів, які проходять із середовища 2 у середовище 1?
8 У чому полягає явище інтерференції?
9 Оптична різниця ходу між двома променями в деякій точці простору дорівнює $\Delta = 10\lambda$. Мінімум чи максимум буде спостерігатися у цій точці?
10 Чому дорівнює різниця фаз між двома когерентними променями, якщо різниця ходу між ними дорівнює $d = \lambda/3$?
11 Зобразити оптичну схему ходу променів у тонкій плівці.
12 Як пов’язана інтенсивність світла з амплітудою плоскої монохроматичної хвилі?
13 Зобразити оптичну схему установки для спостереження кілець Ньютона.
14 В установці для спостереження кілець Ньютона плоско-опукла лінза виконана рухомою і може переміщуватися у напрямку, перпендикулярному до пластинки. Що відбудеться з кільцями Ньютона при віддаленні та наближенні лінзи до пластинки, якщо кільця отримані у відбитому монохроматичному світлі?
15 Зобразити оптичну схему інтерферометра Майкельсона.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

ПРИКЛАД 1.1

Рівняння плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється у середовищі з магнітною проникністю $\mu = 1$, має вигляд $E = 10\sin\left(2\pi \cdot 10^{14} t - 4{,}19 \cdot 10^{6} x\right)$. Визначити довжину хвилі та діелектричну проникність середовища.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\varepsilon - ?\quad \lambda - ?$

$\mu = 1,$

$E = 10\sin\left(2\pi \cdot 10^{14} t - 4{,}19 \cdot 10^{6} x\right)$

Рівняння плоскої електромагнітної хвилі у загальному вигляді

$$E = E_0 \sin\left(\omega t - kx\right), \tag{1}$$

де E і E_0 – напруженість та амплітуда напруженості електричного поля; $\omega = 2\pi\nu$ – циклічна частота коливань; ν – частота коливань електромагнітної хвилі; k – хвильове число; t – час; x – координата, в якій розглядається хвиля.

Із порівняння рівняння плоскої електромагнітної хвилі, наведеного у задачі з рівнянням (1), випливає, що

$$k = 4{,}19 \cdot 10^{6} \left(м^{-1}\right) \quad і \quad \omega = 2\pi \cdot 10^{14} \left(c^{-1}\right).$$

Хвильове число пов'язане з довжиною хвилі співвідношенням $k = 2\pi/\lambda$, звідки

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}. \tag{2}$$

Підставимо числові значення фізичних величин у вираз (2) та визначимо довжину хвилі:

$$\lambda = \frac{2\pi}{4{,}19 \cdot 10^{6}} = 1{,}5 \cdot 10^{-6} \left(м\right) = 1{,}5\left(мкм\right).$$

Фазова швидкість і циклічна частота електромагнітної хвилі визначаються як

$$\mathrm{v} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad і \quad \omega = 2\pi\nu = 2\pi \mathrm{v}/\lambda. \tag{3}$$

Виконаємо перетворення виразів (3) та одержимо

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{kc}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \Rightarrow \sqrt{\varepsilon\mu} = \frac{kc}{\omega} \Rightarrow$$

$$\varepsilon = \frac{k^2 c^2}{\omega^2 \mu}. \qquad (4)$$

Підставимо числові значення фізичних величин у вираз (4) та визначимо діелектричну проникність середовища:

$$\varepsilon = \frac{4{,}19^2 \cdot 10^{12} \cdot 3^2 \cdot 10^{16}}{4\pi^2 \cdot 10^{28}} = 4.$$

Відповідь: $\lambda = 1{,}5\,мкм$; $\varepsilon = 4$.

ПРИКЛАД 1.2

Визначити швидкість поширення гармонічної електромагнітної хвилі в однорідному шарі іоносфери, якщо кутова частота хвилі $\omega = 8 \cdot 10^7\,с^{-1}$ і концентрація вільних електронів у цьому шарі дорівнює $N = 10^{15}\,см^{-3}$.

Вказівка. *Вплив вільних електронів на швидкість поширення хвилі можна визначити з розгляду зміщення електронів під дією електричного поля електромагнітної хвилі, внаслідок чого електрична індукція в іоносфері виявляється відмінною від напруженості електричного поля. Відношення цих величин є діелектричною проникністю іоносфери для полів високої частоти.*

$\varepsilon - ?\quad \lambda - ?$

$\mu = 1$,

$\omega = 8 \cdot 10^7\,с^{-1}$,

$N = 10^6\,см^{-3} = 10^{12}\,м^{-3}$

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Зміщення x вільного електрона під впливом змінного електричного поля електромагнітної хвилі $E = E_0 \sin\omega t$ визначається рівнянням

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = E_0 e \sin\omega t, \qquad (1)$$

звідки

$$x = E_0 \frac{e}{m\omega^2} \sin\omega t. \qquad (2)$$

Величина вектора електричної поляризації

$$P = Nex = E_0 \frac{Ne^2}{m\omega^2} \sin \omega t, \tag{3}$$

а вектора електричної індукції

$$D = E_0 \sin \omega t + 4\pi P = E_0 \left(1 - \frac{4\pi Ne^2}{m\omega^2} \right) \sin \omega t. \tag{4}$$

Діелектрична проникність іоносфери

$$\varepsilon = \frac{D}{E_0 \sin \omega t} = 1 - \frac{4\pi Ne^2}{m\omega^2}. \tag{5}$$

Оскільки фазова швидкість поширення електромагнітної хвилі дорівнює $\mathrm{v} = c/\sqrt{\varepsilon}$, то, підставивши сюди співвідношення (5), одержимо

$$\mathrm{v} = \frac{c}{\sqrt{1 - \dfrac{4\pi Ne^2}{m\omega^2}}}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в одержане співвідношення та виконаємо розрахунки:

$$\mathrm{v} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{1 - \dfrac{4\pi \cdot 10^{21} \cdot 1{,}6^2 \cdot 10^{-38}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 8^2 \cdot 10^{14}}}} = 3{,}09 \cdot 10^8 \left(м/с \right).$$

Отже, одержана фазова швидкість є більшою за швидкість світла. Тут немає ніякої суперечності, оскільки фазова швидкість може бути будь-якою.

Відповідь: $\mathrm{v} = 3{,}09 \cdot 10^8\ м/с$.

ПРИКЛАД 1.3

Заломлення радіохвиль в іоносфері (внаслідок чого вони знову повертаються до Землі) спрощено можна розглядати як повне внутрішнє відбивання від різкої границі іоносфери. Виходячи з такого уявлення, визначити найменшу довжину хвилі, яка ще повернеться до Землі, за умови, що кут її падіння на границю іоносфери $\alpha = 45^0$, а концентрація електронів в іоносфері $N = 10^{10}\ см^{-3}$.

Вказівка. *Використати результати розв'язання попередньої задачі.*

$\varepsilon - ?\ \lambda_{\min} - ?$

$\mu = 1,$
$\omega = 8 \cdot 10^7\ c^{-1},$
$N = 10^{10}\ см^{-3} = 10^{16}\ м^{-3}$

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Умова виникнення повного внутрішнього відбивання хвилі, що поширюється у середовищі з показником заломлення n_1 при падінні під кутом α на границю середовища з показником заломлення n_2, визначається із формули

$$\sin\alpha > \frac{n_2}{n_1}. \tag{1}$$

У випадку хвилі, що поширюється від Землі до границі іоносфери $n_1 \approx 1$, а $n_2 = \sqrt{\varepsilon}$. Із попередньої задачі $\varepsilon = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m\omega^2}$, тоді

$$n_2 = \sqrt{1 - \frac{4\pi N e^2}{m\omega^2}}. \tag{2}$$

Для граничного випадку, коли ще можливе повне внутрішнє відбивання від границі іоносфери,

$$\sin\alpha = n_2 = \sqrt{1 - \frac{4\pi N e^2}{m\omega_{\max}^2}}. \tag{3}$$

Звідси визначимо $\omega_{\max}$:

$$\omega_{\max} = \sqrt{\frac{4\pi N e^2}{m\left(1 - \sin^2\alpha\right)}} = \sqrt{\frac{4\pi N e^2}{m\cos^2\alpha}} = \frac{e}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{4\pi N}{m}}. \tag{4}$$

Довжина хвилі пов'язана з частотою співвідношенням

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi c}{\omega_{\max}}. \tag{5}$$

Підставимо вираз (4) у (5) та одержимо

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi c}{\frac{e}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{4\pi N}{m}}} = \cos\alpha \frac{c}{e}\sqrt{\frac{\pi m}{N}}.$$

Виконаємо відповідні обчислення:

$$\lambda_{\min} = \cos 45^0 \frac{3\cdot 10^8}{1,6\cdot 10^{-19}}\sqrt{\frac{\pi\cdot 9,1\cdot 10^{-31}}{10^{16}}} = 22,4\cdot 10^3\left(м\right).$$

Відповідь: $\lambda_{\min} = 22,4\cdot 10^3\,м$.

ПРИКЛАД 1.4

На рисунку 1.1 зображена частина симетричного розподілу інтенсивності в інтерференційній картині від двох щілин (аналог досліду Юнга). Довжина хвилі світла, що падає, $\lambda = 0,5\,мкм$. Визначити ступінь монохроматичності світла, яке використовується, та довжину його когерентності.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$d_{\min} - ?$

$\lambda = 0,6\,мкм = 6\cdot 10^{-7}\,м,$

$n_1 = \sqrt{n},$

$n = 1,53$

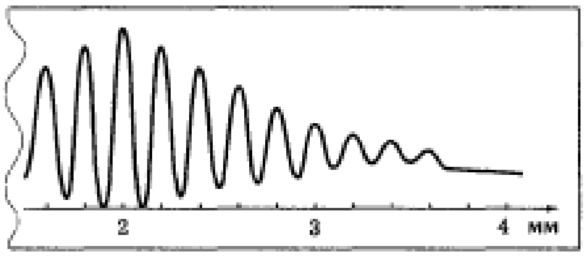

Рисунок 1.1

Ступінь монохроматичності дорівнює граничному порядку інтерференції. Найбільшому максимуму відповідає $m = 0$ (третій максимум зліва). Кількість наступних максимумів (порядків інтерференції), як бачимо з рисунка 1.1, дорівнює 8. Таким чином,

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = m = 8.$$

Довжина когерентності визначається співвідношенням

$$l_{ког} = m\lambda.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в одержаний вираз та визначимо довжину когерентності світла:

$$l_{ког} = 8\cdot 0,5\cdot 10^{-6} = 4\cdot 10^{-6}\left(м\right) = 4\left(мкм\right).$$

Відповідь: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 8$; $l_{ког} = 4\,мкм$.

ПРИКЛАД 1.5

Визначити довжину l відрізка, на якому укладається стільки ж довжин хвиль світла у вакуумі, скільки їх укладається на відрізку довжиною $l_1 = 3\ мм$ у гліцерині.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$l - ?$
$l_1 = 3 мм = 3 \cdot 10^{-3}\ м,$ $n = 1,47$

Відомо, що за час одного періоду коливань хвиля поширюється на відстань, яка дорівнює її довжині. Тому для випадку поширення світла у воді можна записати

$$\lambda = vT = \frac{c}{n}T = \frac{\lambda_0}{n}, \tag{1}$$

де λ – довжина хвилі у вакуумі; λ_1 – у середовищі; v – швидкість світла у воді; n – показник заломлення середовища.

Відповідно до умови задачі маємо, що на відрізках l і l_1 укладається однакова кількість довжин хвиль:

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{l_1}{\lambda_1}. \tag{2}$$

Підставимо співвідношення (1) у (2), тоді одержуємо $l = l_1 n$.

Підставимо значення фізичних величин в одержане співвідношення:

$$l = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 1,47 = 4,41 \cdot 10^{-3} \left(м \right).$$

Відповідь: $l = 4,41 \cdot 10^{-3}\ м$.

ПРИКЛАД 1.6

Рибак із берега ставка дивиться на камінь, що лежить на дні. Глибина ставка $H = 1 м$. На якій глибині h буде одержане зображення, якщо кут променя з нормаллю до поверхні води дорівнює $\alpha = 60^0$.

РОЗВ’ЯЗАННЯ

$h - ?$

$H = 1 м,$

$\alpha = 60^0,$

$n = 1{,}33$

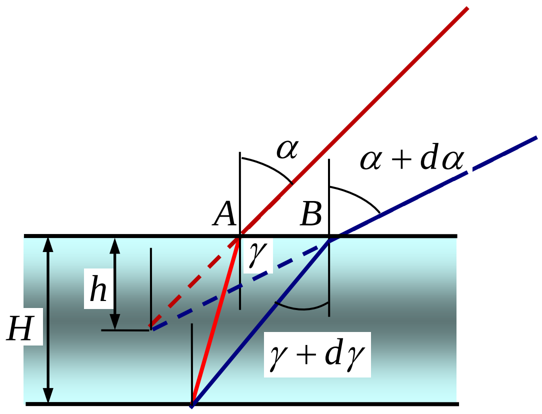

Рисунок 1.2

Скористаємося законом Снеліуса для заломлення світла

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21}, \tag{1}$$

де n_{12} – відносний показник заломлення, який дорівнює

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Із виразу (1) одержимо

$$\sin\gamma = \frac{n_1 \sin\alpha}{n_2}. \tag{2}$$

Тригонометричні перетворення приводять до

$$\cos\gamma = \sqrt{1 - \sin^2\gamma} = \sqrt{1 - \frac{n_1^2 \sin^2\alpha}{n_2^2}} = \frac{n_1}{n_2}\sqrt{\frac{n_2^2}{n_1^2} - \sin^2\alpha}. \tag{3}$$

Перепишемо (1) у вигляді

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\gamma.$$

Із диференціювання останнього виразу випливає

$$n_1 \cos\alpha d\alpha = n_2 \cos\gamma d\gamma ,$$

звідки

$$d\gamma = d\alpha \frac{n_1 \cos\alpha}{n_2 \cos\gamma}. \qquad (4)$$

Із рисунка 1.2 бачимо, що

$$AB = H\left[tg\left(\gamma + d\gamma\right) - tg\gamma\right] = h\left[tg\left(\alpha + d\alpha\right) - tg\alpha\right].$$

Звідси після нескладних перетворень з урахуванням виразів (2), (3) і (4) одержимо

$$h = H\frac{\left[\mathrm{tg}\left(\gamma + d\gamma\right) - \mathrm{tg}\gamma\right]}{\left[\mathrm{tg}\left(\alpha + d\alpha\right) - \mathrm{tg}\alpha\right]} = H\frac{d\left(\mathrm{tg}\gamma\right)}{d\left(\mathrm{tg}\alpha\right)} = H\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\gamma}\frac{d\gamma}{d\alpha} =$$

$$= H\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\gamma}\frac{n_1\cos\alpha}{n_2\cos\gamma} = H\frac{n_1}{n_2}\frac{\cos^3\alpha}{\cos^3\gamma}.$$

$$h = H\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\gamma} = H\frac{\cos^3\alpha}{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\left(\frac{n_2^2}{n_1^2} - \sin^2\alpha\right)^{3/2}}.$$

Ураховуючи, що для повітря $n_1 = 1$, спростимо останній вираз:

$$h = \frac{H \cdot n_2^2 \cdot \cos^3\alpha}{\left(n_2^2 - \sin^2\alpha\right)^{3/2}}.$$

Підставимо значення фізичних величин в одержане співвідношення:

$$h = \frac{1{,}33^2 \cdot \cos^3 60^0}{\left(1{,}33^2 - \sin^2 60^0\right)^{3/2}} = 0{,}215\left(м\right).$$

Оскільки спостерігаємо промені з невеликим кутовим відхиленням, одержане зображення предмета виявляється виразним.

Відповідь: $h = 0{,}215\, м$.

ПРИКЛАД 1.7

Розсіяне монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,6\,мкм$ падає на тонку плівку речовини з показником заломлення $n = 1,5$. Визначити товщину плівки за умови, що кутова відстань між сусідніми максимумами, які спостерігаються у відбитому світлі під кутами з нормаллю, близькими до $\theta = 45^0$, дорівнює $\delta\theta = 3^0$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$d - ?$

$\lambda = 0,6\,мкм = 6 \cdot 10^{-7}\,м,$

$\theta = 45^0,$

$\delta\theta = 3^0,$

$n = 1,5$

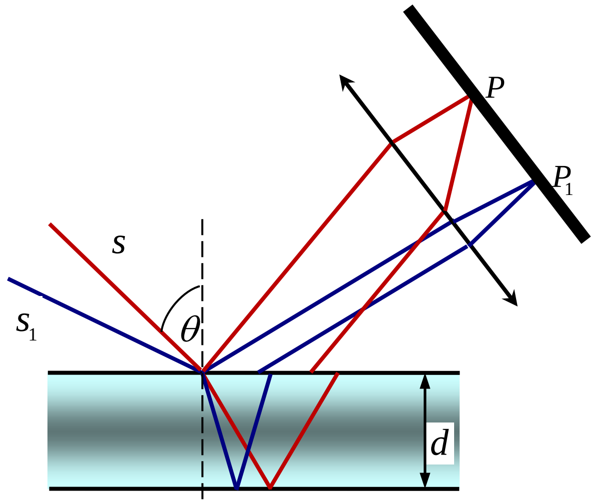

Рисунок 1.3

Розсіяним називають світло, у якому напрямки поширення світлових променів різні. Таке світло при відбиванні від плоскопаралельної пластинки (плівки) внаслідок інтерференції буде створювати смуги рівного нахилу як у відбитому світлі, так і у світлі, яке пройшло. Схема виникнення смуг рівного нахилу зображена на рисунку 1.3. Усі промені, які падають на пластинку під певним кутом θ, зберуться на екрані в одній точці P. Промені іншого нахилу, такі як промінь s_1, зберуться в іншій точці екрана P_1. Кожному куту падіння відповідає своя смуга рівного нахилу, локалізована на нескінченності.

Умова максимумів при інтерференції

$$\Delta = \pm k\lambda, \tag{1}$$

Оптична різниця ходу у тонкій плівці з урахуванням зміни фази хвилі на π (зсув на $\lambda/2$) дорівнює

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} - \lambda/2. \tag{2}$$

Із виразів (1) і (2) одержимо умову того, що світло, відбите від плівки під кутом θ, буде мати максимальну інтенсивність

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda ,$$

де d – товщина плівки; n – її показник заломлення; k – номер максимуму.

Тоді умови максимумів у відбитому світлі для кутів

$$\theta_1 = \theta - \delta\theta/2 \quad \text{і} \quad \theta_2 = \theta + \delta\theta/2$$

запишемо у вигляді

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1} = \left(k_1 + \frac{1}{2}\right)\lambda , \qquad 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_2} = \left(k_2 + \frac{1}{2}\right)\lambda . \qquad (3)$$

За умовою задачі $k_2 = k_1 - 1$. Тоді вирази (3) наберуть вигляду

$$2d\left(\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1} - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_2}\right) = \left(k_1 - k_2\right)\lambda = \lambda .$$

Звідси знайдемо товщину плівки:

$$d = \frac{\lambda}{2\left(\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1} - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_2}\right)} .$$

Підставимо значення фізичних величин в одержане співвідношення:

$$d = \frac{6\cdot 10^{-7}}{2\left(\sqrt{1{,}5^2 - \sin^2 43{,}5^0} - \sqrt{1{,}5^2 - \sin^2 46{,}5^0}\right)} = 15\cdot 10^{-6}\left(м\right) = 15\left(мкм\right).$$

Цей спосіб визначення товщини плівки використовують на практиці. Однією з його переваг є те, що джерело світла може бути достатньо протяжним і обмеження накладають лише на монохроматичність випромінювання.

Відповідь: $d = 15\,мкм$.

ПРИКЛАД 1.8

Для зменшення втрат світла внаслідок відбивання від поверхні скла його покривають тонким шаром речовини з показником заломлення $n_1 = \sqrt{n}$, де $n = 1{,}53$ – показник заломлення скла (баритовий флінт). У такому випадку амплітуди світлових коливань, відбитих від обох поверхонь такого шару, є однаковими. За якої товщини цього шару відбивальна здатність скла у напрямку нормалі буде дорівнювати нулю для світла з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}6\,мкм$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$d_{\min} - ?$

$\lambda = 0{,}6\,мкм = 6 \cdot 10^{-7}\,м,$

$n_1 = \sqrt{n},$

$n = 1{,}53$

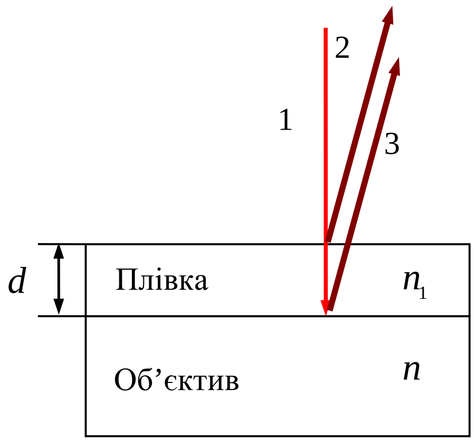

Рисунок 1.4

Схема ходу інтерферувальних променів показана на рисунку 1.4. Промінь 1 падає на плівку товщиною d з показником заломлення n_1, розділяється на два промені: 2 – відбитий від плівки і 3 – відбитий від об'єктива з показником заломлення $n > n_1$. Промені 2 і 3 інтерферують, їх оптична різниця ходу Δ. Відбивання від оптично більш щільного середовища відбувається двічі (на границях повітря – плівка та плівка – скло). За кожного такого відбивання різниця ходу Δ змінюється на величину $\lambda/2$. Сумарна зміна Δ на одну довжину хвилі не приводить до зміни інтерференційної картини. З рисунка 1.4 бачимо, що оптична різниця ходу дорівнює

$$\Delta = 2dn_1.$$

За умовою задачі відбувається послаблення світла, тому скористаємося умовою мінімумів при інтерференції

$$\Delta = (2m-1)\lambda/2,$$

звідки одержимо вираз для товщини плівки:

$$d = (2m-1)\lambda/4n_1 \text{, де } m = 1, 2, 3, \ldots$$

Товщина плівки буде мінімальною за умови $m = 1$ і дорівнює

$$d_{\min} = \lambda/4\sqrt{n}.$$

Підставимо значення фізичних величин в одержане співвідношення:

$$d_{\min} = \frac{6\cdot 10^{-7}}{4\sqrt{1{,}53}} = 1{,}2\cdot 10^{-7}\,м = 0{,}12\,(мкм).$$

Відповідь: $d_{\min} = 0{,}12\,мкм$.

ПРИКЛАД 1.9

На тонку мильну плівку $(n = 1{,}33)$ під кутом $\alpha = 30^0$ падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 600\,нм$. Визначити кут θ між поверхнями клина за умови, що відстань між сусідніми інтерференційними смугами у відбитому світлі дорівнює $\Delta x = 4\,мм$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\theta - ?$

$\lambda = 600\,нм = 6\cdot 10^{-7}\,м,$

$\Delta x = 4\,мм = 4\cdot 10^{-3}\,м,$

$\alpha = 30^0,$

$n = 1{,}33$

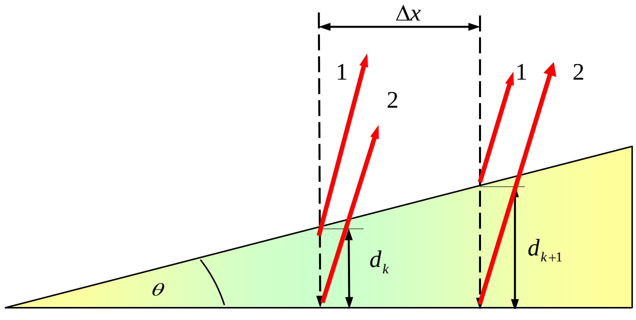

Рисунок 1.5

Темні смуги спостерігаються на тих ділянках клина, для яких різниця ходу променів кратна непарному числу половин довжини хвилі:

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0,\ \pm 1,\ \pm 2 \ldots). \tag{1}$$

Різниця ходу Δ двох хвиль складається з різниці оптичних довжин шляхів цих хвиль $(2dn\cos\gamma)$ і половини довжини хвилі ($\lambda/2$). Величина $\lambda/2$ є додатковою різницею ходу, що виникає при відбиванні світлової хвилі 1 від оптично більш щільного середовища. Підставляючи у формулу (1) різницю ходу Δ світлових хвиль, одержимо

$$2d_k n\cos\gamma + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \tag{2}$$

де n – показник заломлення скла $(n = 1{,}5)$; d_k – товщина клина в тому місці, де спостерігається темна смуга, що відповідає номеру k; γ – кут заломлення світла.

За законом Снеліуса для заломлення світла

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21}, \tag{3}$$

де n_{12} – відносний показник заломлення, у нашій задачі $n_{12} = n$, оскільки показник заломлення повітря $n_1 = 1$.

Із виразу (1) одержимо

$$\sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{n}. \tag{2}$$

Тригонометричні перетворення дають

$$\cos\gamma = \sqrt{1-\sin^2\gamma} = \sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}\,. \tag{3}$$

Розкривши дужки в правій частині виразу (2), з урахуванням (3) після низки перетворень одержимо

$$2d_k\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} = k\lambda\,, \tag{4}$$

звідси знайдемо d_k:

$$d_k = \frac{k\lambda}{2\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}. \tag{5}$$

Нехай довільній темній смузі k-го номера відповідає товщина d_k клина, а темній смузі $k+1$-го номера – товщина d_{k+1} клина. Тоді (рис. 1.5), ураховуючи, що відстань між смугами дорівнює Δx, знайдемо:

$$tg\theta = \frac{\left(d_{k+1} - d_k\right)}{\Delta x}. \qquad (6)$$

За малих кутів $tg\theta \approx \sin\theta \approx \theta$.

Виразимо з (5) d_{k+1}, підставимо його разом із d_k у співвідношення (6) та одержимо

$$\theta = \frac{\dfrac{(k+1)\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} - \dfrac{k\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}}{\Delta x} = \frac{\lambda}{2\Delta x\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\left(k + 1 - k\right) = \frac{\lambda}{2\Delta x\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}.$$

$$\theta = \frac{\lambda}{2\Delta x\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}.$$

Підставимо значення фізичних величин та виконаємо обчислення:

$$\theta = \frac{6 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 10^{-3}\sqrt{1{,}33^2 - \sin^2 30^0}} = 6 \cdot 10^{-5}\ рад.$$

Виразимо кут θ у градусах. Для цього можна скористатися співвідношеннями між радіаном і градусом:

$$1\,рад = 57{,}3^0.$$

Тоді $\theta = 6 \cdot 10^{-5} \cdot 57{,}3^0 = 0{,}0034^0$, або у секундах $\theta = 0{,}0034 \cdot 3600'' = 12{,}24''$.

Відповідь: $\theta = 12{,}24''$.

ПРИКЛАД 1.10

Між скляною пластинкою і плоско-опуклою лінзою, яка лежить на ній, міститься рідина (рис. 1.6). Знайти показник заломлення рідини, якщо радіус r третього темного кільця Ньютона при спостереженні у відбитому світлі з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}56\,мкм$ дорівнює $r_5 = 1{,}69\,мм$. Радіус кривини лінзи $R = 1{,}5\,м$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$n - ?$

$r_5 = 1{,}69\,мм = 1{,}69 \cdot 10^{-3}\,м,$

$\lambda = 0{,}56\,мкм = 0{,}56 \cdot 10^{-6}\,м,$

$k = 5,$

$R = 1{,}5\,м$

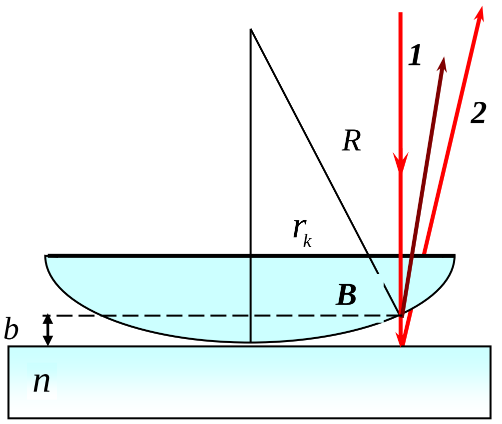

Рисунок 1.6

Схема установки спостереження кілець Ньютона зображена на рис. 1.6. Із цього рисунка бачимо, що

$$R^2 = \left(R - b\right)^2 + r^2 = R^2 - 2Rb + b^2 + r^2, \tag{1}$$

де R – радіус кривини лінзи; b – товщина зазору між лінзою і скляною пластинкою. Оскільки $b^2 \ll 2Rb$, то величиною b^2 можна знехтувати. З урахуванням цього після простих перетворень одержимо

$$b^2 = \frac{r^2}{2R}. \tag{2}$$

Оптична різниця ходу двох променів, відбитих від верхньої і нижньої поверхонь зазору між пластиною і лінзою, дорівнює

$$\Delta = 2nb = 2n\frac{r^2}{2R} = n\frac{r^2}{R}, \tag{3}$$

де n – коефіцієнт заломлення рідини у зазорі.

Щоб урахувати, що при відбитті від пластинки виникає зміна фази світла на π, до правої частини виразу (3) додамо $\lambda/2$.

Умова спостереження інтерференційного мінімуму має вигляд

$$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \qquad (4)$$

де k – порядок інтерференційного мінімуму.

Прирівнявши вирази (3) і (4), знайдемо

$$n\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}. \qquad (5)$$

Після перетворень одержимо таке співвідношення:

$$n\frac{r^2}{R} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}(2k+1-1) = k\lambda.$$

Із цього виразу знайдемо n:

$$n = \frac{k\lambda R}{r^2}. \qquad (6)$$

У випадку п’ятого кільця Ньютона $k = 5$.

Після підставлення числових значень фізичних величин у (6) одержимо

$$n = \frac{5 \cdot 0,56 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5}{\left(1,69 \cdot 10^{-3}\right)^2} = 1,47.$$

Відповідь: $n = 1,47$.

ПРИКЛАД 1.11

Плоско-опукла лінза радіусом сферичної поверхні $R = 40\,см$ зіштовхується зі своєю опуклою поверхнею із скляною пластиною. При цьому у відбитому світлі радіус k-го темного кільця Ньютона дорівнює $r_k = 2{,}5\,мм$. Лінзу обережно відсунули від пластини на відстань $h = 5\,мкм$. Якому значенню почав дорівнювати радіус r_k' цього кільця?

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$r_k' - ?$

$r_k = 2{,}5\,мм = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\,м,$

$h = 5\,мкм = 5 \cdot 10^{-6}\,м,$

$R = 40\,см = 0{,}4\,м$

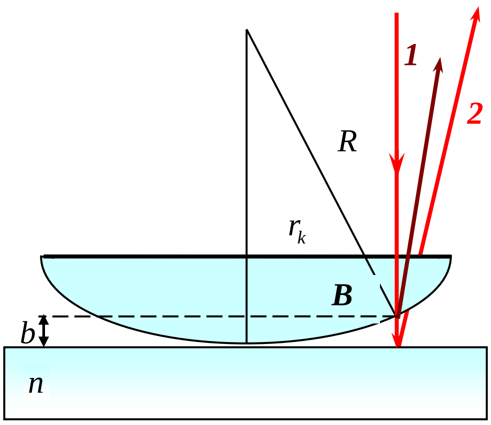

Рисунок 1.7

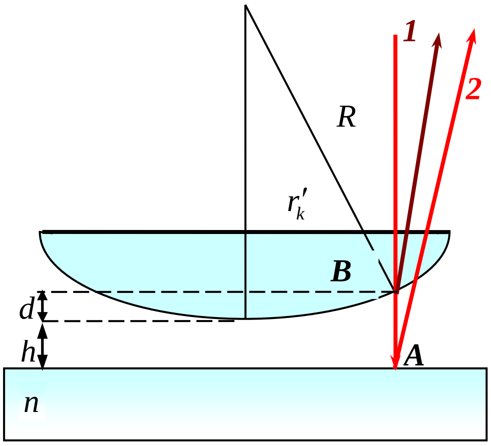

Рисунок 1.8

У цій задачі розглядається інтерференція променів 1 і 2. Як бачимо з рисунків 1.7 і 1.8, промінь 2 відбивається від оптично більш щільного середовища у точці А, а промінь 1 – від оптично менш щільного середовища у точці В.

Оптична різниця ходу цих двох променів, відбитих від верхньої і нижньої поверхонь зазору між пластиною і лінзою, дорівнює

$$\Delta = 2bn,$$

де n – коефіцієнт заломлення рідини у зазорі.

У нашому випадку у зазорі міститься повітря, показник заломлення якого $n = 1$, тоді

$$\Delta = 2b. \tag{1}$$

Схема установки спостереження кілець Ньютона зображена на рис. 1.7. Із рисунка бачимо, що

$$R^2 = (R - b)^2 + r^2 = R^2 - 2Rb + b^2 + r^2, \tag{2}$$

де R – радіус кривини лінзи; b – товщина зазору між лінзою і скляною пластинкою. Оскільки $b^2 \ll 2Rb$, то величиною b^2 можна знехтувати. З урахуванням цього після простих перетворень одержимо

$$b^2 = \frac{r^2}{2R}. \tag{3}$$

Щоб урахувати, що при відбитті від пластинки виникає зміна фази світла на π, до правої частини виразу (1) додамо $\lambda/2$:

$$\Delta = 2b + \frac{\lambda}{2}. \tag{4}$$

Прирівнявши вирази (3) і (4), знайдемо

$$\Delta = 2b + \frac{\lambda}{2} = \frac{r_k^2}{R} + \frac{\lambda}{2}. \tag{5}$$

Умова спостереження інтерференційного мінімуму має вигляд (темне кільце)

$$\Delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \tag{6}$$

де k – порядок інтерференційного мінімуму.

Із виразів (5) і (6) випливає, що

$$\frac{r_k^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}. \tag{7}$$

При утворенні повітряного зазору товщиною h між лінзою і пластинкою (див. рис. 1.8) оптична різниця ходу з урахуванням одного відбивання від оптично більш щільного середовища дорівнює

$$\Delta = 2(d + h)\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2}. \tag{8}$$

Із виразу (3) величина зазору на рис. 1.8

$$d = \frac{r_k'^2}{2R}.$$

Тоді вираз (8) набере вигляду

$$\Delta = 2\left(\frac{r_k'^2}{2R} + h\right)\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2}.$$

Прирівняємо одержаний вираз до умови мінімумів (6):

$$2\left(\frac{r_k'^2}{2R} + h\right) + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}. \qquad (9)$$

Порівнюючи вирази (7) і (9), бачимо, що праві частини цих виразів однакові, тоді

$$2\left(\frac{r_k'^2}{2R} + h\right) + \frac{\lambda}{2} = \frac{r_k^{\ 2}}{R} + \frac{\lambda}{2}.$$

Виконаємо нескладні перетворення:

$$\frac{r_k'^2}{R} + 2h = \frac{r_k^{\ 2}}{R} \;\Rightarrow\; r_k' = \sqrt{r_k^{\ 2} - 2hR}\,. \qquad (10)$$

Після підставлення числових значень фізичних величин у (10) одержимо

$$r_k' = \sqrt{\left(2,5\cdot10^{-3}\right)^2 - 2\cdot5\cdot10^{-6}\cdot0,4} = 1,5\cdot10^{-3}\,(м) = 1,5\,(мм).$$

Відповідь: $r_k' = 1,5\,мм$.

ПРИКЛАД 1.12

Відстань між двома когерентними джерелами $d = 0{,}9\,мм$. Монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}64\,мкм$ від джерел попадає на екран, який міститься на відстані $L = 3{,}5\,м$ від них. Визначити кількість інтерференційних смуг на одиницю довжини екрана.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$k/x - ?$

$d = 0{,}9\,мм = 9 \cdot 10^{-4}\,м,$

$\lambda = 0{,}64\,мкм = 6{,}4 \cdot 10^{-7}\,м,$

$L = 3{,}5\,м$

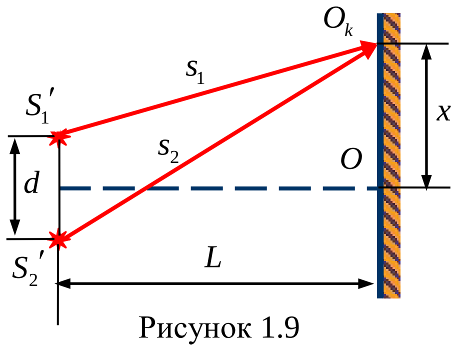

Рисунок 1.9

У точці O на екрані буде спостерігатися максимальна освітленість. Оскільки точка O рівновіддалена від джерел S_1' та S_2', то оптична різниця ходу хвиль $S_1'O$ і $S_2'O$ буде дорівнювати нулю. У довільній точці екрана O_k максимум освітленості буде спостерігатися за умови, якщо оптична різниця ходу променів дорівнює цілому числу довжин хвиль:

$$\Delta = s_2 - s_1 = k\lambda. \tag{1}$$

Різниця ходу променів у досліді Юнга дорівнює $\Delta = xd/L$.

Ураховуючи вираз (1), одержимо

$$\Delta = \frac{xd}{L} = k\lambda. \tag{2}$$

Із виразу (2) можна визначити кількість світлих інтерференційних смуг на одиницю довжини екрана:

$$\frac{k}{x} = \frac{d}{\lambda L}.$$

Підставимо у цей вираз числові значення фізичних величин та одержимо

$$\frac{k}{x} = \frac{9 \cdot 10^{-4}}{6{,}4 \cdot 10^{-7} \cdot 3{,}5} = 401(м^{-1}).$$

Відповідь: $k/x = 401\,м^{-1}$.

ПРИКЛАД 1.13

Визначити кутову відстань між сусідніми світлими смугами у досліді Юнга, якщо відомо, що екран віддалений від джерел світла на відстань $L = 1 м$, а п'ята світла смуга на екрані міститься на відстані $x = 1,5 мм$ від центра інтерференційної картини.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\Delta\alpha - ?$

$x = 1,5 мм = 1,5 \cdot 10^{-3} м,$
$k = 5,$
$L = 1 м$

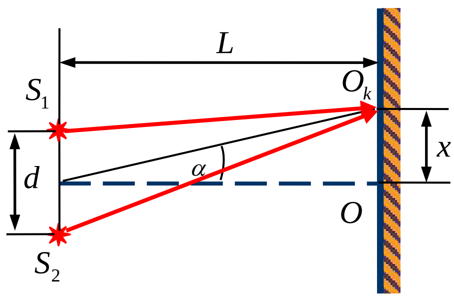

Рисунок 1.10

У точці O на екрані (рис. 1.10) (центр інтерференційної картини) буде спостерігатися максимальна освітленість, оскільки ця точка рівновіддалена від джерел світла S_1 та S_2, і оптична різниця ходу хвиль S_1O і S_2O буде дорівнювати нулю. У довільній точці екрана O_k максимум освітленості буде спостерігатися, коли оптична різниця ходу хвиль S_1O_k і S_2O_k дорівнює цілому числу довжин хвиль

$$\Delta = s_2 - s_1 = k\lambda . \quad (1)$$

Різниця ходу променів у досліді Юнга дорівнює

$$\Delta = \frac{xd}{L} . \quad (2)$$

Прирівняємо вирази (1) і (2) та одержимо

$$xd/L = k\lambda ,$$

Звідки координата k-го максимуму

$$x_k = \frac{k\lambda L}{d} . \quad (3)$$

Кутове положення інтерференційної смуги на екрані визначається кутом α. Із рисунка 1.10 бачимо, що $tg\alpha = x/L$. Оскільки цей кут є малим, то можна вважати, що

$$\alpha \approx \frac{x}{L}. \tag{4}$$

Підставимо (3) у вираз (4), одержимо

$$\alpha \approx k\lambda/d\,. \tag{4}$$

Кутова відстань між сусідніми світлими смугами дорівнює

$$\Delta\alpha \approx \frac{k\lambda}{d} - \frac{(k-1)\lambda}{d} = \frac{\lambda}{d}. \tag{5}$$

Підставимо (5) у вираз (3) та одержимо

$$x = kL\Delta\alpha\,,$$

звідки

$$\Delta\alpha = \frac{x}{kL}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в одержаний вираз та проведемо розрахунки:

$$\Delta\alpha = \frac{1{,}5\cdot 10^{-3}}{5} = 3\cdot 10^{-4}(\textit{рад}) = 0{,}0017^{0} = 1{,}03'.$$

Відповідь: $\Delta\alpha = 1{,}03'$.

ПРИКЛАД 1.14

У схемі спостереження інтерференції, запропонованої Ллойдом (рисунок 1.11), світлова хвиля, що падає на екран безпосередньо від джерела світла S, інтерферує із хвилею, що відбилася від дзеркала. Визначити ширину ΔX інтерференційних смуг на екрані за умови, що відстань від джерела до дзеркала $h = 1\,мм$, відстань від джерела до екрана $L = 1\,м$, довжина хвилі $\lambda = 500\,нм$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\Delta x - ?$

$h = 1\,мм = 10^{-3}\,м,$

$L = 1\,м,$

$\lambda = 500\,нм = 5 \cdot 10^{-7}\,м$

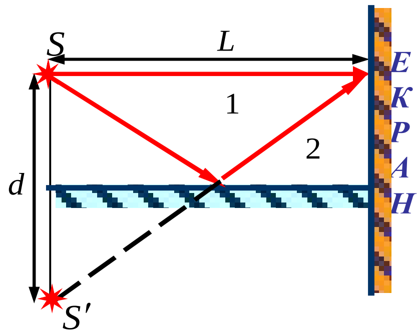

Рисунок 1.11

На рисунку 1.11 показано, як світлова хвиля 1, що падає на екран із джерела світла S, інтерферує з відбитою від дзеркала світловою хвилею 2. Продовживши промінь 2, побачимо, що хвиля 2 виходить із уявного джерела світла S'. Тому інтерференційна картина на екрані є аналогічною картині інтерференції від двох точкових джерел S і S'. Відстань між джерелами d удвічі більша за відстань від реального джерела S до дзеркала АВ: $d = 2h$. Скористаємося виразом, що зв'язує оптичну різницю ходу Δ з координатою k-го максимуму x (приклад 1.13, співвідношення (3)):

$$x_k = \frac{k\lambda L}{d} = \frac{k\lambda L}{2h}.$$

Використовуючи умову інтерференційного максимуму $\Delta = k\lambda$, одержуємо для координати k-го максимуму вираз

$$x_k = \frac{kL\lambda}{2h}.$$

Ширина інтерференційної смуги на екрані (відстань Δx між сусідніми максимумами) дорівнює

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{L\lambda}{2h}.$$

При підставленні числових значень фізичних величин одержимо для ширини інтерференційної смуги

$$\Delta x = \frac{1 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-3}} = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\ м.$$

Відповідь: $\Delta x = \frac{1 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-3}} = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\ м$.

ПРИКЛАД 1.15

Для вимірювання показників заломлення прозорих речовин використовується інтерферометр, схема якого наведена на рис. 1.12. Кювети 1 і 2 довжиною $l = 3см$ заповнені повітрям. При заміні повітря у трубці 2 на деякий газ інтерференційна картина на екрані змістилася на $N = 28$ смуг. Показник заломлення повітря дорівнює $n = 1{,}000277$. Визначити показник заломлення газу $n_Г$. Джерелом світла у інтерферометрі є гелій – неоновий лазер із довжиною хвилі $\lambda = 632{,}8нм$.

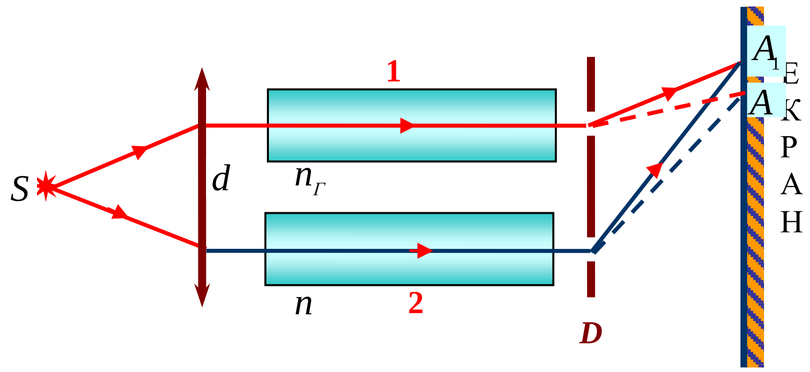

Рисунок 1.12 – Схема інтерферометра:
S – вузька щілина, яка освітлюється монохроматичним світлом із довжиною хвилі λ; 1 і 2 – дві однакові трубки, довжиною l, наповнені повітрям; ***D*** – діафрагма з двома щілинами

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$n_Г - ?$
$l = 3 см,$ $\lambda = 632{,}8 нм = 6{,}328 \cdot 10^{-7}$ м, $N = 28,$ $n = 1{,}000277$

Позначимо d – відстань між щілинами діафрагми, а L – відстань від діафрагми до екрана. Хвилі інтерферують у точці $A(A_1)$ екрана, поширюючись у повітрі (показник заломлення $n=1$). Відповідно координата m-го інтерференційного максимуму дорівнює x_m. Із рисунка 1.12 бачимо, що оптичні довжини шляху хвиль від двох джерел у точці А дорівнюють

$$r_2^2 = L^2 + \left(x_m + \frac{d}{2}\right)^2,\ r_1^2 = L^2 + \left(x_m - \frac{d}{2}\right)^2.$$

Звідси знайдемо, що

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1) =$$
$$= L^2 + \left(x_m + \frac{d}{2}\right)^2 - L^2 - \left(X_m + \frac{d}{2}\right)^2 = 2x_m d .$$

Ураховуючи, що оптична різниця ходу променів дорівнює

$$\Delta = n\left(r_2 - r_1\right),$$

одержимо

$$\frac{\Delta}{n}(r_2 + r_1) = 2x_m d .$$

Оскільки відстань L від отворів до екрана істотно більша за відстань між джерелами d, то можна вважати, що $r_1 + r_2 = 2L$. У результаті знайдемо, що

$$\frac{\Delta}{n}(r_1 + r_2) = 2\frac{\Delta}{n}L = 2x_m d ,$$

звідки одержуємо

$$\Delta = \frac{dnx_m}{L}. \tag{1}$$

Звідси знайдемо співвідношення для координат інтерференційних максимумів

$$x_m = \frac{\Delta \cdot L}{nd}.$$

Використовуючи умову спостереження інтерефиренційного максимуму $\Delta = m\lambda$, знайдемо координату m-го максимуму:

$$x_m = \frac{m\lambda L}{nd}. \qquad (2)$$

Коли повітря у трубці 2 замінити газом, то оптична різниця ходу збільшиться на величину

$$\Delta' = n_Г l - nl = l\left(n_Г - n\right).$$

Новий центр інтерференційної картини буде спостерігатися у точці, де $\Delta = \Delta'$, тоді $m = N$, отже, з урахуванням (1) і (2) одержимо

$$l\left(n_Г - n\right) = \frac{dnx_m}{L}, \;\Rightarrow\; l\left(n_Г - n\right) = N\lambda.$$

Після нескладних перетворень з останнього виразу одержимо показник заломлення невідомого газу

$$n_Г = n + \frac{N\lambda}{l}.$$

Після підставлення числових значень фізичних величин в одержане співвідношення визначимо показник заломлення газу

$$n_Г = 1,000277 + \frac{28 \cdot 632,8 \cdot 10^{-9}}{0,03} = 1,000868.$$

Відповідь: $n_Г = 1,000277 + \dfrac{28 \cdot 632,8 \cdot 10^{-9}}{0,03} = 1,000868.$

ПРИКЛАД 1.16

В обидва плеча інтерферометра Майкельсона помістили дві циліндричні кювети довжиною по $l = 50\,см$. При відкачуванні повітря із однієї кювети спостерігався зсув інтерференційних смуг, і при досягненні високого вакууму інтерференційна картина змістилася на 46 смуг. Визначити показник заломлення повітря за нормального атмосферного тиску. Джерелом світла в інтерферометрі є натрієва лампа $\lambda = 598{,}3\,нм$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$n_П - ?$

$l = 50\,см = 0{,}5\,м,$

$\lambda = 598{,}3\,нм = 5{,}983 \cdot 10^{-7}\,м,$

$N = 46,$

$n = 1$

Оптична різниця ходу двох світлових хвиль у вакуумі та в середовищі з показником заломлення n дорівнює

$$\Delta = n_П l - nl = \left(n_П - n\right)l,$$

де l – довжина кювети.

Оскільки світло проходить кювету двічі, зсув на 50 смуг означає, що на оптичній різниці ходу вкладається 50 півхвиль.

$$\Delta = \left(n_П - n\right)l = 50\lambda/2 .$$

Звідси випливає

$$n_П = n + \frac{25\lambda}{l}.$$

При підставленні числових значень одержимо

$$n_П = 1 + \frac{23 \cdot 5{,}983 \cdot 10^{-7}}{0{,}5} = 1{,}000275 .$$

Відповідь: $n_П = 1{,}000275$.

ПРИКЛАД 1.17

Інтерферометр Майкельсона освітлюється світлом D-лінії Na, яка є двома близькими спектральними лініями із середньою довжиною хвилі $\lambda = 598{,}3\,нм$. Знайти різницю довжин D-ліній Na, якщо для спостереження двох сусідніх «розмитостей» інтерференційної картини знадобилося перемістити рухоме дзеркало інтерферометра на $\delta = 0{,}02894\,см$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\Delta\lambda - ?$

$\delta = 0{,}02894\,см = 2{,}894 \cdot 10^{-4}\,м,$

$\lambda = 598{,}3\,нм = 5{,}983 \cdot 10^{-7}\,м$

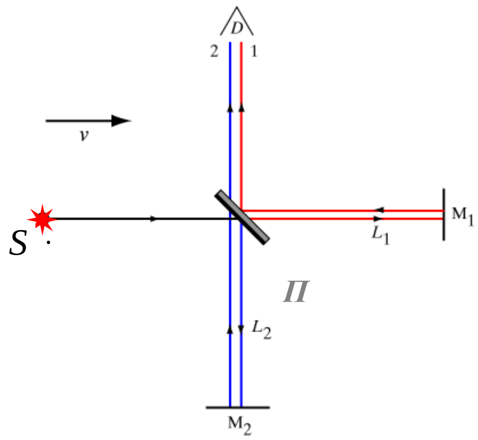

Рисунок 1.13 – Інтерферометр Майкельсона:
M_1 і M_2 – дзеркала; *П* – напівпрозора пластинка;
L_1 і L_2 – плечі інтерферометра;
S – джерело світла; D – приймач світла

Нехай за різниці довжин плечей інтерферометра h_1 спостерігається інтерференційний максимум m_1 порядку для спектральної лінії з довжиною хвилі λ_1, тобто

$$2h_1 = m_1\lambda_1 \;. \tag{1}$$

Якщо ця сама різниця ходу відповідає інтерференційному мінімуму для спектральної лінії з довжиною хвилі λ_2, то

$$2h_1 = m_1\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{2}. \tag{2}$$

Умовою першого «змазування» інтерференційної картини є

$$m_1\lambda_1 = m_1\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{2}. \tag{3}$$

Для наступного «змазування»

$$2h_2 = m_2\lambda_1 \quad 2h_2 = m_2\lambda_2 + \frac{3\lambda_2}{2}. \tag{4}$$

Звідки

$$m_2\lambda_1 = m_2\lambda_2 + \frac{3}{2}\lambda_2. \tag{5}$$

Із виразів (1) і (3) знайдемо

$$m_1 = \frac{2h_1}{\lambda_1} \text{ і } m_1 = \frac{\lambda_2}{2\left(\lambda_1 - \lambda_2\right)},$$

а із (4) і (5)

$$m_2 = \frac{2h_2}{\lambda_1} \qquad m_2 = \frac{3}{2\left(\lambda_1 - \lambda\right)_2}\lambda_2.$$

Тоді

$$m_2 - m_1 = \frac{2\left(h_2 - h_1\right)}{\lambda_1} \quad \text{і} \quad m_2 - m_1 = \frac{3}{2\left(\lambda_1 - \lambda\right)_2}\lambda_2 - \frac{\lambda_2}{2\left(\lambda_1 - \lambda_2\right)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}.$$

Прирівняємо ці вирази та одержимо

$$\frac{2\left(h_2 - h_1\right)}{\lambda_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \Rightarrow \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\left(h_2 - h_1\right)},$$

або

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \Delta\lambda = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\left(h_2 - h_1\right)} \cong \frac{\lambda^2}{2\delta},$$

де δ – переміщення рухомого дзеркала при переході до сусіднього «змазування»; λ – середня довжина хвилі.

Підставляючи числові значення відповідних величин, одержимо

$$\Delta\lambda = \frac{\left(5,983\cdot 10^{-7}\right)^2}{2\cdot 2,894\cdot 10^{-4}} = 6,2\cdot 10^{-10}\left(м\right) = 0,62\left(нм\right).$$

Відповідь: $\Delta\lambda = 0,62\,нм$.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ

1.1 Рівняння плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється у середовищі з магнітною проникністю $\mu = 1$, має вигляд $E = 10\sin\left(2\pi \cdot 10^{14} t - 4{,}19 \cdot 10^{6} x\right)$. Визначити довжину хвилі та діелектричну проникність середовища.

Відповідь: $\lambda = 1{,}5\,мкм$; $\varepsilon = 4$.

1.2 Рівняння плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється у середовищі з магнітною проникністю $\mu = 1$, має вигляд $E = 10\sin\left(2\pi \cdot 10^{14} t - 4{,}19 \cdot 10^{6} x\right)$. Визначити фазову швидкість хвилі та показник заломлення середовища.

Відповідь: $\mathrm{v} = 2{,}12 \cdot 10^{8}\ м/с$; $n = 2$.

1.3 Рівняння плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється у середовищі з магнітною проникністю $\mu = 1$, має вигляд $E = 5\sin\left(4\pi \cdot 10^{14} t - 9{,}42 \cdot 10^{6} x\right)$. Визначити хвильове число, довжину хвилі та діелектричну проникність середовища.

Відповідь: $k = 9{,}42 \cdot 10^{6}\ м^{-1}$; $\lambda = 0{,}67\,мкм$; $\varepsilon = 5$.

1.4 Рівняння плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється у середовищі з магнітною проникністю $\mu = 1$, має вигляд $E = 5\sin\left(4\pi \cdot 10^{14} t - 9{,}42 \cdot 10^{6} x\right)$. Визначити фазову швидкість хвилі та показник заломлення середовища.

Відповідь: $\mathrm{v} = 1{,}34 \cdot 10^{8}\,м/с$; $n = 2{,}24$.

1.5 Рівняння плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється у середовищі з магнітною проникністю $\mu = 1$, має вигляд $E = 5\sin\left(1{,}5\pi \cdot 10^{14} t - 3{,}14 \cdot 10^{6} x\right)$. Визначити довжину хвилі, діелектричну проникність та показник заломлення середовища.

Відповідь: $\lambda = 2\,мкм$; $\varepsilon = 4$; $n = 2$.

1.6 У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля, амплітуда напруженості електричного поля якої E_0. Визначити середню за період коливань густину потоку енергії.

Відповідь: $\langle S \rangle = 0{,}5\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}E_0$.

1.7 Визначити швидкість поширення гармонічної електромагнітної хвилі в однорідному шарі іоносфери, якщо кутова частота хвилі $\omega = 8 \cdot 10^7 \, c^{-1}$ і концентрація вільних електронів у цьому шарі дорівнює $N = 10^6 \, см^{-3}$.

Вказівка. *Вплив вільних електронів на швидкість поширення хвилі можна визначити з розгляду зміщення електронів під дією електричного поля електромагнітної хвилі, внаслідок чого електрична індукція в іоносфері виявляється відмінною від напруженості електричного поля. Відношення цих величин є діелектричною проникністю іоносфери для полів високої частоти.*

Відповідь: $\mathrm{v} = 3{,}09 \cdot 10^8 \, м/с$.

1.8 Заломлення радіохвиль в іоносфері (внаслідок чого вони знову повертаються до Землі) спрощено можна розглядати як повне внутрішнє відбивання від різкої границі іоносфери. Виходячи з такого уявлення, визначити найменшу довжину хвилі, яка ще повернеться до Землі, за умови, що кут її падіння на границю іоносфери $\alpha = 45^0$, а концентрація електронів в іоносфері $N = 10^6 \, см^{-3}$.

Вказівка. *Використати результати розв'язання попередньої задачі.*

Відповідь: $\lambda_{\min} = 22{,}4 \cdot 10^3 \, м$.

ЗАКОНИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ОПТИКИ

1.9 На шляху світлової хвилі, що поширюється у повітрі, поставили скляну пластинку, товщина якої $d = 1 мм$. Як зміниться оптична довжина шляху, якщо хвиля падає на пластинку нормально?

Відповідь: $\Delta = 0{,}5 \, мм$.

1.10 Два паралельних світлових промені, які віддалені один від одного на відстань $d = 5 см$, падають на кварцову призму $(n = 1{,}49)$ з кутом заломлення $\theta = 25^0$. Визначити оптичну різницю ходу цих променів на їх виході з призми.

Відповідь: $\Delta = 3{,}47 \, см$.

1.11 Який шлях пройде фронт хвилі монохроматичного світла у вакуумі за той самий час, за який він проходить шлях $l = 2 \, м$ у воді?

Відповідь: $s = 2{,}66 \, м.$

1.12 На плоскопаралельну скляну пластину товщиною $d = 1 см$ падає промінь світла під кутом $\alpha = 60°$. Частина світла відбивається від верхньої, а частина – від нижньої грані. Знайти відстань між сусідніми променями, відбитими від пластини.

Відповідь: $\Delta x = 5{,}12$ мм.

1.13 На плоскопаралельну скляну пластинку товщиною $d = 1 см$ падає світло під кутом $\alpha = 30°$. Визначити бокове зміщення променя, який пройшов через цю пластинку.

Відповідь: $\Delta x = 9{,}69$ мм.

1.14 Промінь світла падає під кутом $\alpha = 30°$ на плоскопаралельну пластину з показником заломлення $n = 1{,}5$ і виходить паралельно падаючому променю, змістившись на $\Delta x = 1{,}95$ *см*. Знайти товщину пластини.

Відповідь: $d = 10{,}06$ *см*.

1.15 Оптична різниця ходу двох інтерферуючих хвиль монохроматичного світла дорівнює $\Delta = 0{,}4\lambda$. Визначити різницю фаз цих хвиль $\Delta\varphi$.

Відповідь: $\Delta\varphi = 0{,}8\pi$.

1.16 Скільки довжин хвиль N монохроматичного світла із частотою $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ *Гц* укладеться на шляху довжиною $l = 1{,}2$ *мм*:

1) у вакуумі; 2) у склі ($n = 1{,}5$)?

Відповідь: 1) $N = 2 \cdot 10^3$; 2) $N = 3 \cdot 10^3$.

1.17 На шляху монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}6$ *мкм* міститься плоскопаралельна скляна пластинка товщиною $d = 0{,}1$ *мм*. Світло падає на неї нормально. На який кут потрібно повернути пластину, щоб оптична довжина шляху змінилася на половину довжини хвилі?

Відповідь: $\alpha = 5°26'$.

1.18 На горизонтальному дні басейна глибиною $h = 1{,}5 м$ лежить плоске дзеркало. Промінь світла падає на воду під кутом $\alpha = 45^0$. Визначити відстань s від місця входження його у воду до місця його виходу з води після відбивання від дзеркала.

Відповідь: $s = 1{,}88 м$.

1.19 Людина з човна розглядає предмет, який лежить на дні водойми. Глибина водойми скрізь однакова і дорівнює $H = 3\,м$. Як уявна глибина водойми h залежить від кута θ, який утворює промінь зору з нормаллю до поверхні води. Чому вона дорівнює при $\theta = 30^0$?

Відповідь: $h = 1{,}84\,м$.

1.20 Людина з човна розглядає предмет, який лежить на дні водойми. Яка його справжня глибина, якщо при визначенні її візуально вздовж вертикального напрямку вона здається такою, що дорівнює 1,5 м.

Відповідь: $H = 2\,м$.

1.21 Довге тонке волокно, виконане з прозорого матеріалу з показником заломлення $n = 1{,}35$, утворює світловод. Визначити максимальний кут α до осі світловода, під яким світловий промінь ще може падати на торець, щоб пройти світловод з мінімальним послабленням.

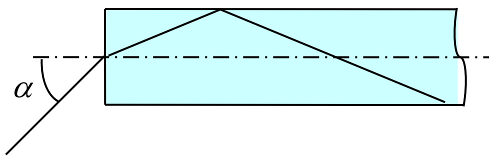

Рисунок 1.14 – До задачі 1.21

Відповідь: $\alpha = \arcsin\sqrt{n^2 - 1} = 65^0$.

1.22 Визначити граничні кути повного внутрішнього відбивання світла для поверхонь поділу: 1) скло – повітря; 2) вода – повітря; 3) скло – вода. Показник заломлення скла дорівнює $n = 1{,}52$.

Відповідь: 1) $\alpha_{гр} = 41^0 8'$; 2) $\alpha_{гр} = 48^0 45'$; 3) $\alpha_{гр} = 61^0 10'$.

1.23 На дно посудини, наповненої водою до висоти $h = 10\,см$, поміщене точкове джерело світла. На поверхні води плаває кругла непрозора пластинка так, що її центр знаходиться над джерелом світла. Який найменший радіус повинен бути у цієї пластинки, щоб жоден промінь не зміг вийти через поверхню води?

Відповідь: $r = 0{,}114\,м$.

1.24 У посудині з водою на глибині $h = 25\,см$ міститься точкове джерело світла. Над ним плаває непрозоре коло. За якого найменшого діаметра кола світло не вийде з води?

Відповідь: $d = 0{,}285\,м$.

1.25 Показники заломлення деякого сорту скла для червоного та фіолетового променів дорівнюють відповідно $n_ч = 1,51$ та $n_ф = 1,53$. Знайти граничні кути повного внутрішнього відбивання при падінні цих променів на межу поділу скло – повітря.

Відповідь: $\varphi_ч = 41^0 28'$; $\varphi_ф = 40^0 49'$.

ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ

1.26 У досліді Юнга спостерігаються $m = 4$ порядки інтерференції. Чому (у довжинах хвиль) дорівнює довжина когерентності світла?

Відповідь: $l_{ког} = 4\lambda$.

1.27 Кутовий розмір Сонця дорівнює $0,01\,рад$, середня довжина хвилі приблизно дорівнює $\lambda = 500\,нм$. Визначити радіус когерентності $\rho_{ког}$ променів, що падають на Землю від Сонця.

Відповідь: $\rho_{ког} = 0,05\,мм$.

1.28 Кутовий розмір зірки Бетельгейзе (α Оріона) дорівнює $0,0047''$. Чому дорівнює радіус когерентності $\rho_{ког}$ світла, яке падає на Землю від цієї зірки?

Відповідь: $\rho_{ког} = 2,5\,м$.

1.29 Джерело світла діаметром $d = 0,3\,м$ перебуває на відстані $l = 0,2\,км$ від точки спостереження. У випромінюванні джерела світла містяться довжини хвиль в інтервалі від 490 до $510\,нм$. Оцінити для цього випромінювання 1) час когерентності; 2) довжину когерентності; 3) радіус когерентності; 4) об'єм когерентності.

Відповідь: 1) $t_{ког} \approx 4 \cdot 10^{-14}\,c$; 2) $l_{ког} \approx 0,01\,мм$; 3) $\rho_{ког} \approx 0,3\,мм$; 4) $V_{ког} \approx 0,003\,мм^3$.

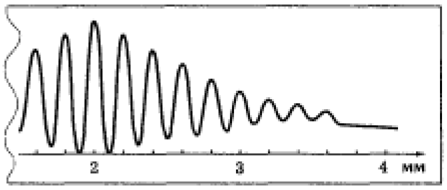

Рисунок 1.15 – До задачі 1.30

1.30 На рисунку 1.15 зображена частина симетричного розподілу інтенсивності в інтерференційній картині від двох щілин (аналог досліду Юнга). Довжина хвилі падаючого світла $\lambda = 0,5\,мкм$. Визначити ступінь монохроматичності світла, яке використовується, та довжину його когерентності.

Відповідь: $\Delta\lambda/\lambda = 8$; $l_{ког} = 4\,мкм$.

1.31 Джерело з лінійним розміром a випромінює світло в діапазоні довжин хвиль $\lambda_1 \le \lambda \le \lambda_2$ $(\lambda_2 - \lambda_1 \ll \lambda)$. На відстані l від джерела спостерігається інтерференційна картина. Визначити об'єм когерентності $V_{ког}$ світлової хвилі.

Відповідь: $V_{ког} = \pi\lambda^4 l^2 \big/ \left[\left(\lambda_2 - \lambda_1 \right) a^2 \right]$.

ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ В ТОНКИХ ПЛІВКАХ

1.32 Якою (світлою чи темною) буде спостерігатися у відбитому світлі мильна плівка $(n = 1{,}33)$ товщиною $d = 0{,}1\lambda$? Плівка міститься у повітрі.

Відповідь: темною.

1.33 На плоскопаралельну пластинку падає світло з довжиною хвилі $\lambda = 500\,нм$. Чому повинна дорівнювати товщина пластинки, щоб спостерігалася інтерференційна картина у відбитому світлі? Ширина спектра довжин електромагнітної хвилі дорівнює $\Delta\lambda = 0{,}2\,нм$.

Відповідь: $d = 0{,}06\,мм$.

1.34 Монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 500\,нм$ падає на мильну плівку $(n = 1{,}33)$, товщина якої дорівнює $d = 0{,}1\,мкм$. Плівка міститься у повітрі. Визначити найменший кут падіння, за якого плівка у прохідному світлі здається темною.

Відповідь: $\alpha = 21^0$.

1.35 За якої товщини плівки зникають інтерференційні смуги при освітленні її світлом з довжиною хвилі $\lambda = 600\,нм$? Показник заломлення плівки дорівнює $n = 1{,}5$.

Відповідь: $d \approx 10^{-5}\,см$.

1.36 На мильну плівку, що міститься у повітрі, падає нормально пучок променів білого світла. За якої найменшої товщини плівки d відбите світло з довжиною хвилі $\lambda = 550\,нм$ виявиться максимально посиленим у результаті інтерференції? Показник заломлення плівки $n = 1{,}33$.

Відповідь: $d = 0{,}1\,мкм$.

1.37 На плоскопаралельну плівку, показник заломлення якої дорівнює $n = 1{,}33$, під кутом $\alpha = 45^0$ падає паралельний пучок білого світла. За якої найменшої товщини плівки d відбите світло набере максимально жовтого кольору $(\lambda = 0{,}6\,мкм)$?

Відповідь: $d = 0{,}133\,мкм$.

1.38 За якої найменшої товщини мильної плівки d відбите світло набере червоного кольору $(\lambda = 0{,}63\,мкм)$? Біле світло падає на плівку під кутом $\alpha = 30^0$.

Відповідь: $d = 104\,нм$.

1.39 На гліцеринову плівку $(n = 1{,}47)$, товщина якої дорівнює $d = 0{,}1\,мкм$, падає біле світло. Яким виявиться колір плівки у відбитому світлі, якщо кут падіння променів дорівнює $\alpha = 45^0$?

Відповідь: $\lambda = 0{,}673\,мкм$ – червоний.

1.40 На поверхні скла перебуває плівка води. На неї під кутом $\alpha = 30^0$ до нормалі падає світло з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}68\,мкм$. Знайти швидкість, з якою внаслідок випаровування зменшується товщина плівки, якщо за час $t = 15$ *хв* інтерференційна картина зміщується на одну смугу.

Відповідь: $v = 0{,}3$ *нм/с*.

1.41 На поверхні скла знаходиться плівка води. На неї під кутом $\alpha = 45^0$ до нормалі падає світло з довжиною хвилі $\lambda = 520\,нм$. Знайти швидкість, з якою внаслідок випаровування зменшується товщина плівки, якщо за час інтенсивність відбитого світла змінюється так, що проміжок часу між сусідніми максимумами відбивання становить $t = 10$ *хв*.

Відповідь: $v = 0{,}38\,нм/с$.

1.42 Розсіяне монохроматичне світло $(\lambda = 0{,}6\,мкм)$ падає на тонку плівку речовини з показником заломлення $n = 1{,}5$. Визначити товщину плівки за умови, що кутова відстань між сусідніми максимумами, які спостерігаються у відбитому світлі під кутами з нормаллю, близькими до $\theta = 45^0$, дорівнює $\delta\theta = 3^0$.

Відповідь: $d = 15\,мкм$.

1.43 Узимку на склі вікон тролейбусів та автобусів утворюються тонкі плівки полою, які забарвлюють усе, що через них спостерігається, у зеленкуватий колір $(\lambda = 530\,нм)$. Оцінити найменшу товщину цих плівок (показник заломлення полою дорівнює $n = 1{,}33$).

Відповідь: $d = 99{,}6\,нм$.

ПРОСВІТЛЕННЯ ОПТИКИ

1.44 Для зменшення відбиття світла від скляних поверхонь оптичних приладів на поверхню скла напилений шар прозорої речовини. Визначити мінімальну товщину шару, нанесеного на скляну лінзу покриття, якщо показники заломлення скла та нанесеної речовини дорівнюють $n_1 = 1,6$ та $n_2 = 1,26$ відповідно, а прилад працює на довжині хвилі $\lambda = 600\,нм$.

Відповідь: $d_{\min} = 119\,нм$.

1.45 Для усунення відбиття світла від поверхні лінзи на неї наносять тонку плівку речовини з показником заломлення $n = 1,25$, меншим за показник заломлення скла («просвітлювання» оптики). За якої найменшої товщини плівки відбивання світла з довжиною хвилі $\lambda = 720\,нм$ не буде спостерігатися, якщо кут падіння променів дорівнює $\alpha = 60^0$.

Відповідь: $d_{\min} = 0,2\,мкм$.

1.46 Визначити товщину просвітлювальної плівки з показником заломлення $n_1 = 1,231$, яка нанесена на поверхню лінзи $n_1 = 1,516$. Урахувати, що вдень око є найбільш чутливим до світла з довжиною хвилі $\lambda = 555\,нм$.

Відповідь: $d = 112,7\,нм$.

1.47 На поверхню скляного об’єктива $(n = 1,5)$ нанесена тонка плівка, показник заломлення якої $n = 1,2$ (просвітлювальна плівка). За якої найменшої товщини цієї плівки відбите світло із довжиною хвилі $\lambda = 550\,нм$ буде максимально послабленим?

Відповідь: $d_{\min} = 0,11\,мкм$.

1.48 Для зменшення втрат світла внаслідок відбивання від поверхні скла його покривають тонким шаром речовини з показником заломлення $n_1 = \sqrt{n}$, де $n = 1,53$ – показник заломлення скла (баритовий флінт). У такому випадку амплітуди світлових коливань, відбитих від обох поверхонь такого шару, є однаковими. За якої товщини цього шару відбивальна здатність скла у напрямку нормалі буде дорівнювати нулю для світла з довжиною хвилі $\lambda = 0,6\,мкм$.

Відповідь: $d_{\min} = 0,12\,мкм$.

ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ В ТОНКОМУ КЛИНІ

1.49 На тонкий скляний клин $(n=1{,}5)$ падає нормально монохроматичне світло. Кут θ між поверхнями клина дорівнює $30''$. Визначити довжину світлової хвилі λ за умови, що відстань між сусідніми інтерференційними максимумами у відбитому світлі дорівнює $\Delta x = 1\ мм$.

Відповідь: $\lambda = 436\,нм$.

1.50 Між краями двох добре відшліфованих плоских пластинок поміщений тонкий дріт діаметром $d = 0{,}1\ мм$, протилежні кінці пластинок щільно притиснуті одна до одної. Простір між пластинками заповнений водою. Світло падає під кутом 60^0 до поверхні пластинки. На пластинці довжиною $l = 20\ см$ спостерігаються інтерференційні смуги, відстань між якими $\Delta x = 0{,}45\ мм$. Визначити довжину хвилі світла.

Відповідь: λ = 555 н*м*.

1.51 Поверхні скляного клина $(n=1{,}5)$ утворюють між собою кут $\theta = 0{,}2'$. На клин нормально до його поверхні падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $(\lambda = 550\,нм)$. Визначити ширину Δx інтерференційної смуги.

Відповідь: $\Delta x = 3{,}14\,мм$.

1.52 На тонкий скляний клин $(n=1{,}5)$ падає нормально монохроматичне світло $(\lambda = 698\,нм)$. Визначити кут θ між поверхнями клина, якщо відстань між сусідніми інтерференційними мінімумами у відбитому світлі дорівнює $\Delta x = 2\ мм$.

Відповідь: $\theta = 24''$.

1.53 На скляний клин $(n=1{,}5)$ падає нормально монохроматичне світло. Кут θ між поверхнями клина дорівнює $4'$. Визначити довжину світлової хвилі λ за умови, що відстань між сусідніми інтерференційними максимумами у відбитому світлі дорівнює $\Delta x = 0{,}2\ мм$.

Відповідь: $\lambda = 698\,нм$.

1.54 Між краями двох добре відшліфованих плоских пластинок міститься тонкий дріт діаметром $d = 0{,}05\,мм$. Протилежні кінці пластинок добре стиснуті. Світло падає перпендикулярно до поверхні пластинки. На пластинці довжиною $l = 10\,см$ спостерігач бачить інтерференційні смуги,

відстань між якими $\Delta x = 0,6\,мм$. Визначити довжину світлової хвилі λ.
Відповідь: $\lambda = 600\,нм$.

1.55 Монохроматичне світло падає нормально на поверхню повітряного клина, причому відстань між сусідніми інтерференційними смугами у відбитому світлі дорівнює $\Delta x_1 = 0,4\,мм$. Визначити відстань Δx_2 між інтерференційними смугами, якщо простір між пластинками, що утворюють клин, заповнити гліцерином.
Відповідь: $\Delta x_2 = 0,6\,мм$.

ДОСЛІД ЮНГА

1.56 Два когерентних джерела, відстань між якими $d = 0,2\,мм$, містяться на відстані $l = 2\,м$ від екрана. Визначити довжину світлової хвилі λ, якщо відстань від центра інтерференційної картини до четвертого інтерференційного мінімуму дорівнює $\Delta x_3 = 1,4\,см$.
Відповідь: $\lambda = 0,4\,мкм$.

1.57 На екрані спостерігається інтерференційна картина внаслідок накладення променів від двох когерентних джерел $(\lambda = 600\,нм)$. На шляху одного із променів перпендикулярно до нього помістили скляну пластинку $(n = 1,6)$ товщиною $d = 5\,мкм$. Визначити, на скільки смуг зміститься при цьому інтерференційна картина.
Відповідь: $m = 5$.

1.58 Визначити довжину хвилі світла, яке падає на установку у досліді Юнга, якщо на шляху одного з інтерферуючих променів помістити скляну пластинку $(n = 1,52)$, товщина якої дорівнює $d = 3\,мкм$. При цьому картина зміщується на 3 світлі смуги.
Відповідь: $\lambda = 520\,нм$.

1.59 Визначити відстань між третім і п’ятим мінімумами на екрані, якщо відстань двох когерентних джерел $(\lambda = 600\,нм)$ від екрана $L = 1\,м$, відстань між джерелами $d = 0,2\,мм$.
Відповідь: $\Delta x_{53} = 6\,мм$.

1.60 Два когерентних джерела, відстань між якими $d = 0,2\,мм$, містяться на

$L = 1{,}5\ м$. Визначити довжину світлової хвилі, якщо третій інтерференційний максимум знаходиться на відстані $x_3 = 12{,}6\,мм$ від центра картини.

Відповідь: $\lambda = 672\,нм$.

1.61 Відстань між двома когерентними джерелами світла з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}5\ мкм$ дорівнює $d = 0{,}1\ мм$. Відстань між інтерференційними смугами в середній частині екрана дорівнює $\Delta x = 1\ см$. Знайти відстань від джерел до екрана.

Відповідь: $L = 2\ м$.

1.62 На екрані спостерігається інтерференційна картина від двох когерентних джерел світла з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}48\ мкм$. Коли на шляху одного пучка помістили тонку пластину плавленого кварцу, інтерференційна картина змістилася на $N = 69$ смуг. Знайти товщину кварцової пластини.

Відповідь: $d = 72\ мкм$.

1.63 У скільки разів збільшиться відстань між сусідніми інтерференційними смугами на екрані у досліді Юнга, якщо зелений світлофільтр $(\lambda = 500\,нм)$ замінити на червоний $(\lambda = 650\,нм)$?

Відповідь: у 1,3раза.

1.64 У досліді Юнга отвори освітлювалися монохроматичним світлом із довжиною хвилі $(\lambda = 600\,нм)$, відстань між ними $d = 1\,мм$, а відстань від отворів до екрана $L = 3\,м$. Знайти координати трьох перших світлих смуг.

Відповідь: $x_1 = 1{,}8\,мм$; $x_2 = 3{,}6\,мм$; $x_3 = 5{,}4\,мм$.

1.65 Визначити довжину хвилі монохроматичного випромінювання, якщо у досліді Юнга відстань першого інтерференційного максимуму від центральної смуги $x_1 = 0{,}5\,мм$. Відстань від отворів до екрана $L = 5\,м$, а відстань між отворами $d = 5\,мм$.

Відповідь: $\lambda = 500\,нм$.

1.66 Відстань між когерентними джерелами світла $d = 0{,}9\,мм$. Вони випромінюють монохроматичне світло $(\lambda = 640\,нм)$ на екран, який міститься від них на відстані $L = 3{,}5\,м$. Визначити кількість інтерференційних смуг на 1 см довжини.

Відповідь: $k = 4$.

1.67 Визначити кутову відстань $\Delta\alpha$ між сусідніми світлими смугами у досліді

Юнга, якщо відомо, що екран віддалений від когерентних джерел світла на $L = 1м$, а п'ята світла смуга на екрані міститься на відстані $x_5 = 1,5мм$ від центра інтерференційної картини.

Відповідь: $\Delta\alpha = 3 \cdot 10^{-4}$ $рад$.

1.68 Відстань між щілинами у досліді Юнга дорівнює $d = 0,5мм$ $(\lambda = 0,6мкм)$. Визначити відстань від щілин до екрана, якщо ширина інтерференційних смуг дорівнює $\Delta x = 1,2м$.

Відповідь: $L = 1м$.

1.69 У досліді Юнга відстань між щілинами $d = 1мм$, а відстань від щілин до екрана дорівнює $L = 3м$. Визначити: 1) положення першої світлої смуги; 2) положення третьої темної смуги, якщо на щілини падає світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,5мкм$.

Відповідь: $x_{1\max} = \pm 1,5мм$; $x_{3\min} = \pm 5,25мм$.

1.70 У досліді Юнга відстань від щілин до екрана дорівнює $L = 3м$. Визначити кутову відстань між сусідніми світлими смугами за умови, що третя смуга на екрані віддалена від центра інтерференційної картини на $x = 4,5мм$.

Відповідь: $\Delta\alpha = x/kL = 5 \cdot 10^{-4}$ $рад$.

1.71 На шляху променя в інтерференційній установці Юнга міститься трубка довжиною $l = 2см$, заповнена повітрям. При заповненні трубки хлором спостерігається зміщення інтерференційної картини на $N = 20$ смуг. Спостереження виконують із світлом D – лінії натрію $(\lambda = 589нм)$. Визначити показник заломлення хлору. Показник заломлення повітря $n = 1,000276$.

Відповідь: $n_{Cl} = 1,000865$.

КІЛЬЦЯ НЬЮТОНА

1.72 При спостереженні кілець Ньютона у відбитому синьому світлі $(\lambda = 450\,нм)$ за допомогою плоско-опуклої лінзи, покладеної на плоску пластинку, радіус третього світлого кільця $r_3 = 1,06\,мм$. Після заміни синього світлофільтра на червоний був виміряний радіус п'ятого світлого кільця, який виявився $r_3 = 1,77\,мм$. Визначити радіус кривини лінзи і довжину хвилі червоного світла.

Відповідь: $R = 1\,м$; $\lambda_ч = 700\,нм$.

1.73 Кільця Ньютона було отримано між двома плоско-опуклими лінзами, притиснутими одна до одної опуклими поверхнями. Визначити радіус r_m m-го темного кільця, якщо довжина світлової хвилі дорівнює λ, а радіуси кривини опуклих поверхонь дорівнюють R_1 і R_2. Спостереження ведеться у відбитому світлі.

Відповідь: $r_m = \sqrt{m\lambda / (1/R_1 + 1/R_2)}$.

1.74 Для отримання кілець Ньютона використовують плоско-опуклу лінзу, притиснуту до плоскопаралельної пластинки. Довжина монохроматичної світлової хвилі дорівнює $(\lambda = 600\,нм)$. Виявилося, що відстань між 5 і 6 світлими кільцями у відбитому світлі дорівнює $\Delta r_{65} = 0,56\,мм$. Визначити радіус кривини лінзи.

Відповідь: $R = 10,4\,м$.

1.75 Між скляною пластинкою і плоско-опуклою лінзою, що лежить на ній, знаходиться рідина. Знайти показник заломлення рідини, якщо радіус четвертого темного кільця Ньютона при спостереженні у відбитому світлі з довжиною хвилі $\lambda = 600\,нм$ дорівнює $r_4 = 1,41\,мм$. Радіус кривини лінзи $R = 1,1\,м$.

Відповідь: $n = 1,33$.

1.76 Плоско-опукла лінза з радіусом сферичної поверхні $R = 1\,м$ зіштовхується опуклою поверхнею зі скляною пластиною. При цьому у відбитому світлі радіус k-го темного кільця Ньютона дорівнює $r_k = 2,6\,мм$. Лінзу обережно відсунули від пластини на відстань $h = 2\,мкм$. Якому значенню почав дорівнювати радіус r'_k цього кільця?

Відповідь: $r'_k = 1,66\,мм$.

1.77 Плоско-опукла лінза опуклою стороною лежить на скляній пластині. Визначити товщину d шару повітря там, де у відбитому світлі з довжиною хвилі $\lambda = 0,6\,мкм$ спостерігається перше світле кільце Ньютона.

Відповідь: $d = 0,15\,мкм$.

1.78 На скляну пластинку покладена опуклою стороною плоско-опукла лінза. Радіус 5-го світлого кільця Ньютона у відбитому світлі дорівнює $r_5 = 5\,мм$. Знайти радіус 3-го світлого кільця.

Відповідь: $r_3 = 3,87\,мм$.

1.79 Установка для спостереження кілець Ньютона у відбитому світлі освітлюється монохроматичним світлом, яке падає нормально. Після того як простір між лінзою і скляною пластиною заповнили рідиною, радіуси темних кілець зменшилися у 1,25 раза. Знайти показник заломлення рідини.

Відповідь: $n = 1,56$.

1.80 За допомогою установки для спостереження кілець Ньютона був виміряний у відбитому світлі радіус третього темного кільця. Коли простір між плоскопаралельною пластинкою та лінзою заповнили рідиною, такий самий радіус мало четверте темне кільце. Визначити показник заломлення рідини.

Відповідь: $n = 1,33$.

1.81 Між скляною пластинкою та плоско-опуклою лінзою, що лежить на ній, налито рідину, показник заломлення якої менший за показник заломлення скла. Радіус десятого темного кільця Ньютона при спостереженні у відбитому світлі $(\lambda = 588\,нм)$ дорівнює $r_{10} = 2\,мм$. Радіус кривини лінзи $R = 1\,м$. Знайти показник заломлення рідини.

Відповідь: $n = 1,47$.

1.82 Визначити радіус 4-го темного кільця Ньютона у відбитому світлі, якщо між лінзою, радіус кривини якої $R = 5\,м$, і плоскою поверхнею, до якої вона притиснута, міститься вода. Світло з довжиною хвилі $(\lambda = 589\,нм)$ падає нормально.

Відповідь: $r_4 = 2,98\,мм$.

1.83 Сферична поверхня плоско-опуклої лінзи зіштовхується зі скляною пластинкою. Простір між лінзою і пластинкою заповнений сірковуглецем. Показники заломлення лінзи, сірковуглецю і пластинки дорівнюють відповідно $n_1 = 1,5$, $n_2 = 1,63$ і $n_3 = 1,7$. Радіус кривини сферичної поверхні лінзи $R = 100\,см$. Визначити радіус п'ятого темного кільця Ньютона у відбитому світлі з $\lambda = 0,5\,мкм$.

Відповідь: $r_5 = 1,3\,мм$.

1.84 Установка для спостереження кілець Ньютона освітлюється монохроматичним світлом із довжиною хвилі $\lambda = 0,6\,мкм$, який падає нормально. Простір між лінзою і скляною пластинкою заповнений рідиною, і спостереження проводять у прохідному світлі. Радіус кривини лінзи $R = 4\,м$. Визначити показник заломлення рідини за умови, що радіус другого світлого кільця $r = 1,8\,мм$.

Відповідь: $n = 1,48$.

1.85 Плоско-опукла лінза з показником заломлення $n = 1,6$ своєю опуклою стороною лежить на скляній пластині. Радіус третього світлого кільця у відбитому світлі з довжиною хвилі $\lambda = 0,6\,мкм$ дорівнює $r_3 = 0,9\,мм$. Визначити фокусну відстань лінзи.

Відповідь: $f = 0,9\,м$.

1.86 Плоско-опукла лінза з радіусом сферичної поверхні $R = 12,5\,см$ своєю опуклою стороною лежить на скляній пластині. Діаметр десятого темного кільця Ньютона у відбитому світлі дорівнює $D_{10} = 1\,мм$. Визначити довжину хвилі світла.

Відповідь: $\lambda = 200\,нм$.

1.87 Установка для спостереження кілець Ньютона освітлюється світлом від ртутної лампи, який падає нормально. Спостереження проводять у прохідному світлі. Яке по порядку світле кільце, що відповідає лінії $\lambda_1 = 579,1\,нм$, збігається з наступним світлим кільцем, яке відповідає лінії з довжиною хвилі $\lambda_1 = 577\,нм$?

Відповідь: $k_1 = 275$.

1.88 Для отримання кілець Ньютона використовують плоско-опуклу лінзу, притиснуту до плоскопаралельної пластинки. Радіус десятого темного кільця

Ньютона у відбитому світлі дорівнює $r_{10} = 1,25\,мм$, довжина хвилі $\lambda = 600\,нм$. Визначити радіус кривини опуклої поверхні лінзи.

Відповідь: $R = 0,26\,м$.

1.89 Установка для спостереження кілець Ньютона у відбитому світлі освітлюється світлом із довжиною хвилі $\lambda = 500\,нм$. Простір між лінзою та скляною пластинкою заповнений водою $(n = 1,33)$. Визначити товщину шару води між лінзою і пластинкою у місці, де спостерігається третє світле кільце.

Відповідь: d = 0,5 *мкм*.

ОПТИЧНІ ПРИЛАДИ

1.90 На рисунку 1.16 зображена схема інтерференційного рефрактометра, призначеного для вимірювання показника заломлення прозорих речовин. S – вузька щілина, яка освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 598\,нм$; 1 і 2 – кювети довжиною $l = 10\,см$, які заповнені повітрям $(n_П = 1,000277)$. Коли замінили в одній кюветі повітря на аміак, інтерференційна картина на екрані змістилася на $m = 17$ смуг. Визначити показник заломлення аміаку.

Відповідь: $n = 1,000379$.

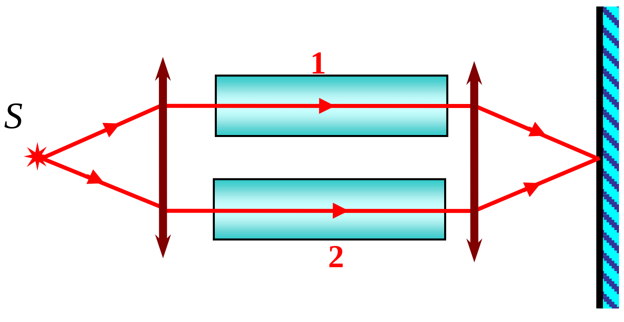

Рисунок 1.16 – До задач 1.90, 1.91

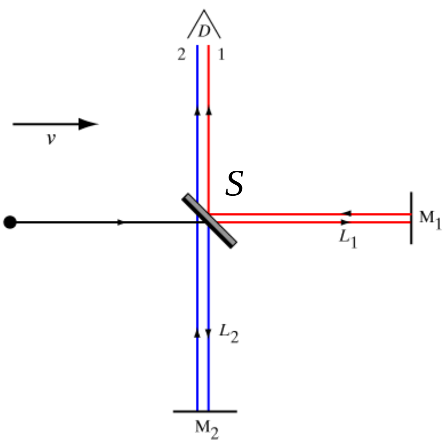

Рисунок 1.17 – До задач 1.92–1.94. Інтерферометр Майкельсона: M_1, M_2 – дзеркала; S – напівпрозора перегородка; D – детектор

1.91 На шляху променів інтерференційного рефрактометра містяться трубки довжиною $l = 2\,см$ з плоскопаралельними скляними основами, наповнені повітрям $\left(n_П = 1{,}000277\right)$. Одну з трубок заповнили хлором, при цьому інтерференційна картина змістилася на $m = 20$ смуг. Визначити показник заломлення хлору, якщо спостереження проводять із монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 598\,нм$.

Відповідь: $n = 1{,}000875$.

1.92 Визначити довжину хвилі світла у досліді з інтерферометром Майкельсона, якщо для зміщення інтерференційної картини на 112 смуг його дзеркало довелося перемістити на відстань $l = 33\,мкм$.

Відповідь: $\lambda = 598\,нм$.

1.93 Для визначення показника заломлення аміаку в одне плече інтерферометра Майкельсона помістили скляну трубку довжиною $l = 15\,см$, відкачану до високого вакууму. При заповненні трубки аміаком інтерференційна картина для довжини хвилі $\lambda = 598\,нм$ змістилася на 192 смуги. Визначити показник заломлення аміаку.

Відповідь: $n = 1{,}000377$.

1.94 Інтерферометр Майкельсона освітлюється світлом D-лінії Na, яка є двома близькими спектральними лініями із середньою довжиною хвилі $\lambda = 598{,}3\,нм$. Знайти різницю довжин D-лінії Na, якщо для спостереження двох сусідніх «розмитостей» інтерференційної картини знадобилося перемістити рухоме дзеркало інтерферометра на 0,02894 см.

Відповідь: $\Delta\lambda = 0{,}62\,нм$.

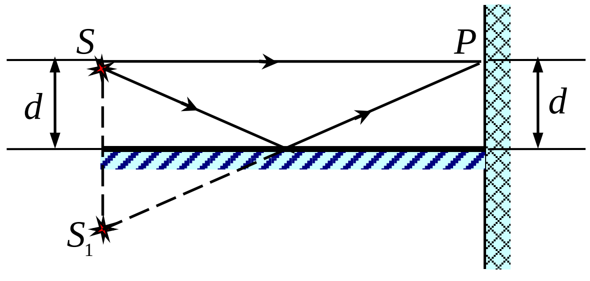

Рисунок 1.18 – До задачі 1.95

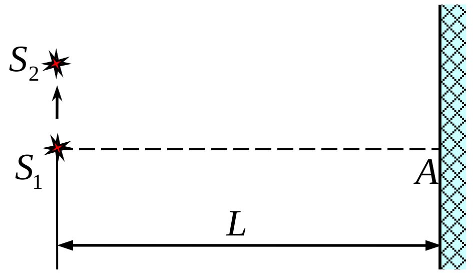

Рисунок 1.19 – До задачі 1.96

1.95 Джерело світла S $\left(\lambda = 0{,}5\,мкм\right)$ і плоске дзеркало містяться, як показано на рис. 1.18. Що спостерігається у точці P (максимум чи мінімум), якщо

$SP = 2\,м$, а відстані від дзеркала до джерела і до точки P однакові та дорівнюють $d = 0{,}5\,мм$?

Відповідь: спостерігається перший мінімум.

1.96 Два точкових монохроматичних джерела світла S_1 та S_2 містяться на невеликій відстані один від одного. На відстані $L = 8\,м$ від них знаходиться екран. Джерело S_2 відсувають від джерела S_1 паралельно екрану (рис. 1.19). У точці A, що лежить напроти S_1, перший раз затемнення спостерігається при відстані між джерелами, яка дорівнює $l_1 = 2\,мм$. На якій відстані l_2 між джерелами у точці А буде спостерігатися друге затемнення?

Відповідь: $l_2 = 3{,}46\,мм$.

1.97 У досліді між дзеркалами Френеля (рис. 1.20) відстань між уявними зображеннями джерела світла дорівнює $d = 0{,}5\,мм$, а відстань до екрана – $L = 5\,м$. Було одержано у зеленому світлі інтерференційні смуги на відстані $\Delta x = 5\,мм$ одна від одної. Визначити довжину хвилі λ зеленого світла.

Відповідь: $\lambda = 0{,}5\,мкм$.

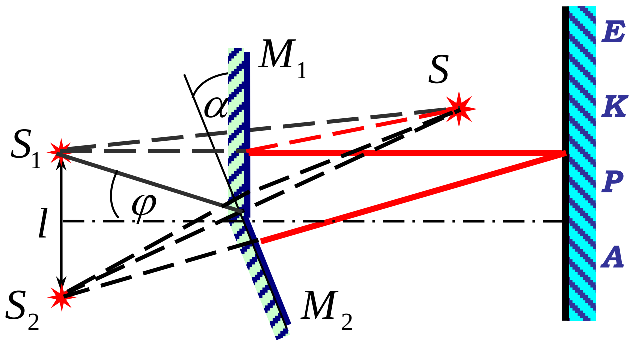

Рисунок 1.20 – Дзеркала Френеля:
S – джерело світла; M_1 і M_2 – дзеркала, кут між якими дорівнює α;
S_1 і S_2 – уявні джерела світла, утворені відбиванням M_1 і M_2; l – відстань між уявними джерелами світла

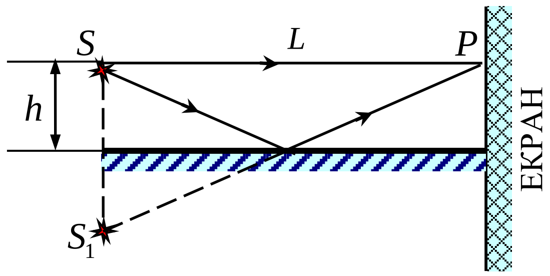

Рисунок 1.21 – До задачі 1.98

1.98 У схемі спостереження інтерференції, запропонованій Ллойдом (див. рис. 1.21), світлова хвиля, яка падає на екран безпосередньо від джерела світла S, інтерферує з хвилею, що відбилася від дзеркала. Відстань від джерела до дзеркала $h = 1\,мм$, відстань від джерела до екрана $L = 1\,м$, довжина хвилі $\lambda = 500\,нм$. Визначити ширину Δx інтерференційних смуг на екрані.

Відповідь: $\Delta x = 0,25\,мм$.

1.99 У досліді Ллойда відстань від джерела світла до екрана $L = 1\,м$. При певному положенні джерела ширина інтерференційної смуги на екрані дорівнювала $\Delta x = 0,25\,мм$, а після того як джерело відсунули на $\Delta h = 0,6\,мм$ ширина інтерференційної смуги зменшилася у 1,5 раза. Визначити довжину хвилі λ світла.

Відповідь: $\lambda = 0,6\,мкм$.

1.100 У досліді Ллойда відстань від джерела світла до екрана $L = 1\,м$. При деякому положенні джерела світла на відрізку екрана довжиною $s = 5\,мм$ вкладається $N_1 = 20$ інтерференційних смуг, а після збільшення відстані на $\Delta h = 0,5\,мм$ – $N_2 = 25$ смуг. Визначити довжину світлової хвилі λ.

Відповідь: $\lambda = 0,5\,мкм$.

РОЗДІЛ 2
ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

ТЕОРЕТИЧНИЙ МАТЕРІАЛ

1 Дифракція світла. Принцип Гюйгенса – Френеля. Зони Френеля.
2 Дифракція Френеля від круглого отвору та круглого диска.
3 Дифракція Фраунгофера від щілини.
4 Дифракційна ґратка. Умови спостереження головних максимумів та мінімумів.
5 Роздільна здатність дифракційної ґратки.
6 Кутова та лінійна дисперсії.
7 Використання дифракційної ґратки.
8 Дифракція рентгенівських променів. Формула Вульфа – Бреггів.

ЗВЕДЕННЯ ОСНОВНИХ ФОРМУЛ

2.1 Радіуси зон Френеля для сферичної хвилі

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}k\lambda}, \; (k = 1, 2, 3, \ldots),$$

де k – номер зони; α – відстань від джерела до фронту хвилі; b – відстань від фронту хвилі до центра екрана; λ – довжина хвилі.

2.2 Радіуси зон Френеля для плоскої хвилі

$$r_k = \sqrt{kb\lambda}, \; (k = 1, 2, 3, \ldots).$$

2.3 Умова спостереження дифракційних мінімумів при дифракції на одній щілині

$$k_1, \; (k = 1, 2, 3, \ldots),$$

де k – номер мінімуму; φ – кут дифракції; b – ширина щілини.

2.4 Умова спостереження дифракційних максимумів при дифракції на одній щілині

$$k = 1, \ (k = 0, 1, 2, 3, \ldots).$$

2.5 Умова спостереження головних дифракційних максимумів при дифракції на ґратці

$$x = \frac{b}{d} = \frac{1}{2} = 0{,}5, \ (k = 0, 1, 2, 3, \ldots),$$

де d – період (стала) дифракційної ґратки; k – порядок максимуму.

2.6 Умова спостереження головних дифракційних мінімумів при дифракції на ґратці

$$b \sin\varphi = \pm k\lambda,$$

де b – ширина прозорої щілини; $k = 1, 2, 3, \ldots$ – порядок (номер) мінімумів.

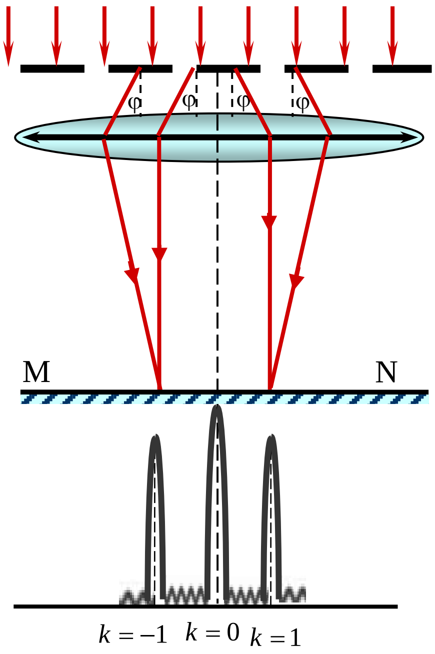

Рисунок 2.1

2.7 Роздільна здатність дифракційної ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

де $\Delta\lambda$ – найменша різниця довжин хвиль двох сусідніх спектральних ліній, за якої ці лінії у спектрі можуть спостерігатися роздільно; λ – довжина хвилі, поблизу якої проводять вимірювання.

2.8 Кутова дисперсія дифракційної ґратки

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi},$$

де $\delta\varphi$ – кутова відстань між двома спектральними лініями з різницею довжин хвиль $\delta\lambda$; φ – кут дифракції, $k = 1, 2, 3, \ldots$ – порядок дифракційних максимумів (мінімумів).

2.9 Лінійна дисперсія дифракційної ґратки

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta \lambda},$$

де δl – лінійна відстань між двома спектральними лініями з різницею довжин хвиль $\delta\lambda$.

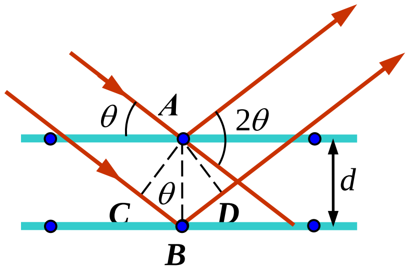

Рисунок 2.2

2.10 Формула Вульфа – Бреггів для дифракції рентгенівських променів

$$2d\sin\theta = k\lambda,$$

де θ – кут ковзання; d – відстань між атомними площинами, $k = 1, 2, 3,\ldots$ – порядок дифракційних максимумів.

ПИТАННЯ З ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

1 У чому полягає явище дифракції?
2 Принцип Гюйгенса – Френеля.
3 Зобразити схему побудови зон Френеля.
4 Максимум чи мінімум буде спостерігатися, якщо відкрити три зони Френеля?
5 На отвір діаметром d падає плоска хвиля з довжиною λ. Як буде змінюватися інтенсивність світла на осі отвору на певній відстані z при зміні діаметра отвору?
6 Якою є інтенсивність світла у центрі дифракційної картини від круглого екрана, якщо він закриває першу зону? Інтенсивність світла за відсутності екрана I_0.
7 Умова спостереження дифракційних мінімумів при дифракції на одній щілині.
8 Як визначити радіус зон Френеля для плоскої хвилі?
9 Умова спостереження дифракційних максимумів при дифракції на одній щілині.
10 Зобразити схему спостереження дифракції на дифракційній ґратці.
11 Умова спостереження головних дифракційних максимумів при дифракції на ґратці.
12 Умова спостереження головних дифракційних мінімумів при дифракції на ґратці.
13 Роздільна здатність дифракційної ґратки.
14 Кутова дисперсія дифракційної ґратки.
15 Лінійна дисперсія дифракційної ґратки.
16 Формула Вульфа – Бреггів для дифракції рентгенівських променів.
17 Зобразити хід променів рентгенівських променів при дифракції на монокристалі.
18 Визначити загальну кількість головних максимумів, які спостерігаються при дифракції плоскої монохроматичної хвилі (з довжиною хвилі λ) на ґратці з періодом $d = 4{,}8\lambda$.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

ПРИКЛАД 2.1

Плоска світлова хвиля з довжиною хвилі $\lambda = 0,5 мкм$ падає нормально на діафрагму з круглим отвором діаметром $d = 1 мм$. На якій відстані b від отвору міститься точка спостереження, якщо отвір відкриває одну зону Френеля?

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$b - ?$
$\lambda = 0,5 мкм = 5 \cdot 10^{-7}\ м,$ $d = 1 мм = 10^{-3}\ м,$ $k = 1$

Радіус r_k зони Френеля з номером k для плоскої хвилі дорівнює

$$r_k = \sqrt{bk\lambda}\ .$$

Звідси одержимо вираз для відстані

$$b = \frac{d^2}{4k\lambda}.$$

Підставимо значення фізичних величин в одержаний вираз та виконаємо обчислення:

$$b = \frac{\left(10^{-3}\right)^2}{4 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = \frac{10^{-6}}{20 \cdot 10^{-7}} = 0,5(м).$$

Відповідь: $b = 0,5 м$.

ПРИКЛАД 2.2

Плоска монохроматична світлова хвиля з інтенсивністю I_0 падає нормально на непрозорий екран із круглим отвором. Яка інтенсивність світла I спостерігається за екраном у точці, для якої радіус отвору дорівнює радіусу першої зони Френеля?

РОЗВ'ЯЗАННЯ

I–?
I_0

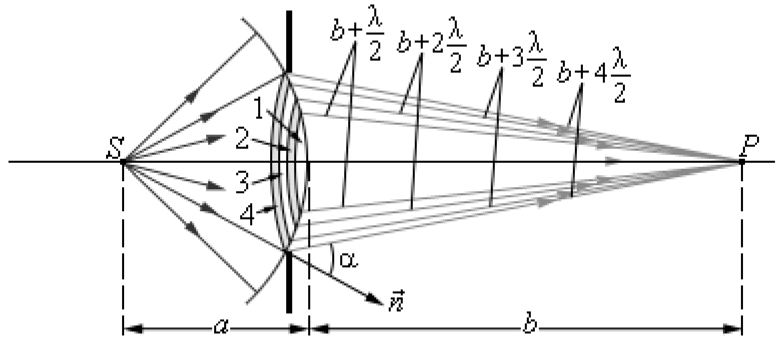

Рисунок 2.3

Амплітуда A_k коливань у точці P (рис. 2.3), розміщеній на прямій, що проходить через центр отвору та джерело, буде визначатися через амплітуди a_k коливань, що доходять до точки P від окремих зон Френеля. Оскільки фази коливань, що надходять до точки P від двох сусідніх зон, відрізняються на π, то амплітуда сумарного коливання A_k, викликаного дією k зон, дорівнює

$$A_k = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5 - \ldots \pm A_k . \tag{1}$$

Останній член виразу має додатний знак, якщо $k = 2m+1$, і від'ємний, якщо $k = 2m$. Можна вважати, що амплітуда коливань, викликаних k-ю зоною, наближено дорівнює півсумі амплітуд коливань, викликаних зонами $(k-1)$ і $(k+1)$:

$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2} .$$

Тоді, групуючи доданки у співвідношенні (1), можна одержати таку наближену формулу для обчислення результуючого коливання в точці P:

$$A_k = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_k}{2},$$

де знаки «+» і «−» відповідають непарному та парному числам зон відповідно. Таким чином, амплітуда сумарного коливання у точці P залежить від числа відкритих зон k. Внесок окремих зон зменшується зі збільшенням k. При повністю відкритому отворі (за відсутності діафрагми) $k = \infty$. Дія останньої зони є нескінченно малою і $A_\infty = \frac{1}{2} a_1$. За умовою задачі точка P розміщена так, що k = 1. У цьому випадку

$$A_1 = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2} = a_1.$$

Тоді відношення амплітуд коливань у точці P дорівнює

$$\frac{A_1}{A_\infty} = \frac{a_1}{\frac{1}{2} a_1} = 2.$$

Урахуємо ту обставину, що інтенсивність коливань пропорційна квадрату амплітуди, тобто

$$I \sim A^2,$$

тоді

$$\frac{A_1^2}{A_\infty^2} = \frac{I}{I_0},$$

Звідки одержимо

$$I = I_0 \frac{A_1^2}{A_\infty^2} = 4I_0.$$

Відповідь: $I = 4I_0$.

ПРИКЛАД 2.3

На щілину шириною $b = 0{,}1\,мм$ падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}5\,мкм$. За щілиною міститься збиральна лінза, у фокальній площині якої міститься екран. Що буде спостерігатися на екрані, якщо кут дифракції дорівнює: 1) $\varphi_1 = 17'$; 2) $\varphi_2 = 43'$?

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$k - ?$

$\lambda = 0{,}5\,мкм = 5\cdot 10^{-7}\,м,$

$b = 0{,}1\,мм = 10^{-4}\,м,$

$\varphi_1 = 17',$

$\varphi_2 = 43'$

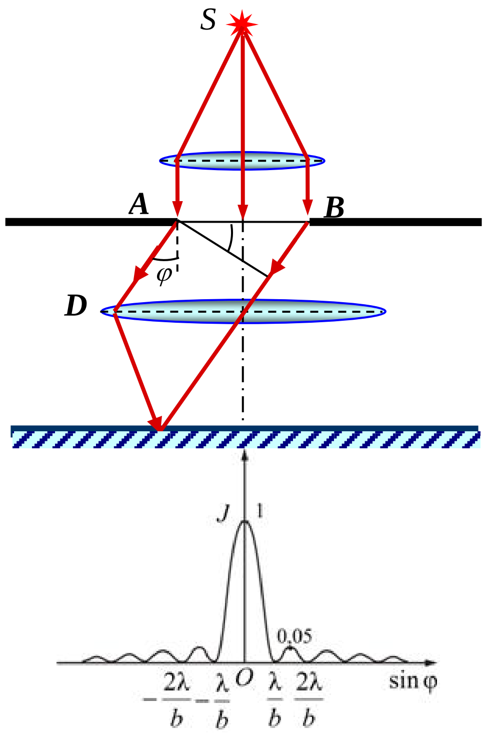

Рисунок 2.4

При дифракції плоских хвиль на щілині (дифракції Фраунгофера) (рис. 2.4) мінімуми інтенсивності світла спостерігаються у напрямках φ, обумовлених умовою

$$b \sin\varphi = \pm k\lambda,$$

де k – номер інтерференційного мінімуму; b – ширина щілини.

Максимуми інтенсивності спостерігаються, якщо в отворі укладається непарне число зон Френеля. У цьому випадку напрямки φ визначаються таким співвідношенням:

$$b \sin\varphi = \pm(2k+1)\lambda/2.$$

Для малих кутів

$$\sin\varphi \approx \varphi.$$

У цьому випадку одержуємо таку умову спостереження мінімумів інтенсивності:

$$\varphi = \pm k\lambda / b.$$

Максимуми інтенсивності будуть спостерігатися під кутами

$$\varphi = \pm(2k+1)\lambda / 2b.$$

Підставляючи числові значення фізичних величин, знаходимо, що мінімуми та максимуми дифракції будуть спостерігатися під такими кутами:

$$N = 12, \quad k_{\min} = 2, \quad k_{\max} = 1, \quad k_{\max} = 2,$$
$$\varphi_1 = 17,2'; \quad \varphi_2 = 37,4'; \quad \varphi_1 = 25,8'; \quad \varphi_2 = 43'.$$

Порівнюючи одержані значення з наведеними в умові задачі, бачимо, що під кутом $\varphi_1 = 17'$ буде спостерігатися перший мінімум інтенсивності, а під кутом $\varphi_2 = 43'$ – другий максимум інтенсивності.

Відповідь: під кутом $\varphi_1 = 17'$ буде спостерігатися перший мінімум інтенсивності $k_{\min} = 1$, а $\varphi_2 = 43'$ – другий максимум інтенсивності світла $k_{\max} = 2$.

ПРИКЛАД 2.4

Світло з довжиною хвилі $\lambda = 530\,нм$ падає на прозору дифракційну ґратку, період якої дорівнює $d = 1,5\,мкм$. Визначити кут із нормаллю до ґратки, під яким виникає максимум найбільшого порядку за умови, що світло падає на ґратку нормально.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\varphi_{\max}$ – ?

$\lambda = 530\,нм = 5,3 \cdot 10^{-7}\,м,$

$d = 1,5\,мкм = 1,5 \cdot 10^{-6}\,м$

За нормального падіння світла з довжиною хвилі λ на дифракційну ґратку кут, під яким спостерігається максимум k-го порядку, можна визначити за формулою

$$d \sin\varphi = \pm k\lambda,$$

де $k = 0,\ 1,\ 2,\ 3, \ldots$ – порядок дифракції.

Оскільки значення $\sin\varphi$ в інтервалі [–1, 1], то максимальний порядок фраунгоферового максимуму дорівнює найбільшому з цілих чисел, які не перевищують d/λ. У нашому випадку він дорівнює $k=2$. Тоді кут, під яким буде спостерігатися цей максимум, знайдемо зі співвідношення

$$\sin\varphi = \pm\frac{k\lambda}{d} \ \Rightarrow \varphi = \arcsin\frac{k\lambda}{d}\ .$$

Підставлення числових значень в одержаний вираз дає

$$\varphi_{\max} = \arcsin\frac{2\cdot 5{,}30\cdot 10^{-7}}{1{,}5\cdot 10^{-6}} = 45^0.$$

Відповідь: $\varphi = 45^0$.

ПРИКЛАД 2.5

На дифракційну ґратку нормально до її поверхні падає паралельний пучок світла з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}5\,мкм$. Розміщена поблизу ґратки лінза проектує дифракційну картину на плоский екран, віддалений від лінзи на відстань $L = 1\,м$. Відстань між двома максимумами інтенсивності першого порядку, які спостерігаються на екрані, дорівнює $l = 20{,}2\,см$.

Визначити: 1) сталу d дифракційної ґратки; 2) число штрихів n на один сантиметр; 3) число максимумів N, яке при цьому дає дифракційна ґратка; 4) максимальний кут відхилення $\varphi_{\max}$ променів, що відповідає останньому дифракційному максимуму.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$d - ?\ \ n - ?\ \ N - ?\ \ \varphi_{\max} - ?$

$\lambda = \lambda = 0{,}5\,мкм = 5\cdot 10^{-7}\ м,$

$L = 1\,м,$

$l = 20{,}2\,см = 0{,}202\,м,$

$h = 1\,см = 10^{-2}\ м,$

$k = 1$

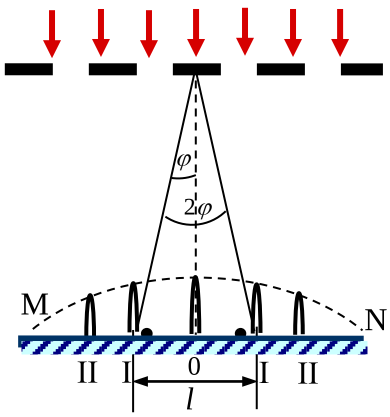

Рисунок 2.5

1 Стала дифракційної ґратки, довжина хвилі та кут відхилення променів, що відповідає k-му максимуму,

пов’язані співвідношенням

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda\,, \tag{1}$$

де d – період дифракційної ґратки; k – порядок максимуму.

У нашому випадку $k = 1$. Оскільки $\dfrac{l}{2} \ll L$, то $tg\varphi = \sin\varphi$. Із рисунка 2.5

$$tg\varphi = \frac{l/2}{L}.$$

З урахуванням трьох останніх співвідношень вираз (1) набере вигляду

$$d\frac{l}{2L} = \lambda\,, \tag{2}$$

звідки знайдемо сталу ґратки

$$d = \frac{2L\lambda}{l}.$$

Підставляючи числові значення фізичних величин, знаходимо

$$d = \frac{2\cdot 1\cdot 5\cdot 10^{-7}}{0,202} = 4,95\cdot 10^{-6}\left(м\right).$$

2 Число штрихів на $1см$ знайдемо з виразу

$$n = \frac{h}{d}.$$

Розрахунок дає

$$n = \frac{10^{-2}}{4,95\cdot 10^{-6}} = 2,02\cdot 10^{3}.$$

3 Для визначення числа максимумів, які дає дифракційна ґратка, спочатку підрахуємо максимальне значення $k_{\max}$, виходячи з того, що максимальний кут відхилення променів ґраткою не може перевищувати 90^0.

Із формули (1) знайдемо

$$k_{\max} = d\sin\varphi/\lambda\,. \tag{3}$$

Підставляючи числові значення фізичних величин, знаходимо

$$k_{\max} = 4,95 \cdot 10^{-6} / 5 \cdot 10^{-7} = 9,9 .$$

Число k обов'язково повинне бути цілим. У той самий час воно не може набути значення, яке дорівнює 10, оскільки при цьому значення $\sin\varphi$ повинне бути більшим за одиницю, що неможливо. Таким чином:

$$k_{\max} = 9 .$$

Визначимо загальне число максимумів дифракційної картини, одержаних за допомогою дифракційної ґратки. Ліворуч та праворуч від центрального максимуму буде спостерігатися однакова кількість максимумів, яка дорівнює $k_{\max}$, тобто всього $2k_{\max}$. Якщо врахувати центральний нульовий максимум, то одержимо загальне число максимумів

$$N = 2k_{\max} + 1 .$$

Підставимо значення $k_{\max}$, визначимо

$$N = 2 \cdot 9 + 1 = 19 .$$

4 Для визначення максимального кута відхилення променів, що відповідає останньому дифракційному максимуму, знайдемо із співвідношення (3) синус цього кута:

$$\sin\varphi_{\max} = k_{\max}\lambda / d .$$

Звідки

$$\varphi_{\max} = \arcsin\left(k_{\max}\lambda / d\right).$$

Підставляючи числові значення фізичних величин, знаходимо

$$\varphi_{\max} = \arcsin\left(9 \cdot 5 \cdot 10^{-7} / 4,95 \cdot 10^{-6}\right) = 65,4^0 .$$

Відповідь: 1) $d = 4,95 \cdot 10^{-6}\ м$; 2) $n = 2,02 \cdot 10^3$;

3) $N = 2 \cdot 9 + 1 = 19$; 4) $\varphi_{\max} = 65,4^0$.

ПРИКЛАД 2.6

1 За якого значення відношення $x = b/d$ (d – стала дифракційної ґратки, b – ширина щілини) буде спостерігатися дифракційний максимум: а) 1-го; б) 2-го; в) 3-го порядків. 2 Визначити значення $x = b/d$, за яких інтенсивність перетворюється на нуль, для максимуму а) 1-го; б) 2-го; в) 3-го порядків.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$x - ?$
$а)\ k = 1,$
$б)\ k = 2,$
$в)\ k = 3$

Умова спостереження головних дифракційних максимумів при дифракції на ґратці:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda,\ (k = 0, 1, 2, 3, \ldots), \tag{1}$$

де d – період дифракційної ґратки; k – порядок максимуму.

Умова спостереження головних дифракційних мінімумів при дифракції на ґратці визначається співвідношенням

$$b\sin\varphi = \pm m\lambda, \tag{2}$$

де b – ширина прозорої щілини; $m = 1, 2, 3, \ldots$ – порядок (номер) мінімумів.

1 Умовою максимуму для ширини дифракційної ґратки буде рівність добутку $b\sin\varphi$ непарному числу півдовжин хвиль, тобто

$$b\sin\varphi = \left(2k_1 + 1\right)\frac{\lambda}{2}, \tag{3}$$

де $m = 0, 1, 2, 3, \ldots$ – порядок максимумів.

Потрібно, щоб кути відхилення променів в умовах (1) і (3) були однаковими. Поділимо (3) на (1) та одержимо

$$x = \frac{b}{d} = \frac{\left(2k_1 + 1\right)\lambda}{2k\lambda} = \frac{\left(2k_1 + 1\right)}{2k}.$$

Величина k_1 визначається умовою, що $x = \dfrac{b}{d} < 1$, оскільки стала дифракційної ґратки $d = b + a$, де a – ширина непрозорого проміжку.

а) у випадку, якщо $k = 1$, то k_1 може набувати лише значення 0, тобто

$$x = \frac{b}{d} = \frac{1}{2};$$

б) за умови, що $k = 2$, k_1 може дорівнювати $0, 2$,

$$\text{то } x = \frac{b}{d} = \frac{1}{2 \cdot 2} = 0,25 \quad \text{і } x = \frac{b}{d} = \frac{(2+1)}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4} = 0,75;$$

в) якщо $k = 3$, $k_1 = 0,\ 2, 3$, тобто

$$x = \frac{b}{d} = \frac{(0+1)}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6} = 0,167; \quad x = \frac{b}{d} = \frac{(2 \cdot 1 + 1)}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6} = 0,67$$
$$\text{і } x = \frac{b}{d} = \frac{(2 \cdot 2 + 1)}{2 \cdot 3} = \frac{5}{6} = 0,83.$$

2 Визначимо значення $x = \frac{b}{d}$, за яких інтенсивність перетворюється на нуль. Для цього поділимо вираз (2) на (1) та одержимо

$$x = \frac{b}{d} = \frac{m}{k}. \tag{4}$$

Це співвідношення також є меншим за одиницю, тобто $x = \frac{b}{d} < 1$.

а) у випадку, якщо $k = 1$, зі співвідношення (4) бачимо, що інтенсивність ні за яких значень $x = \frac{b}{d}$ не дорівнює нулю;

б) якщо $k = 2$, то m може дорівнювати 1, тоді

$$x = \frac{b}{d} = \frac{1}{2} = 0,5;$$

в) за умови $k = 3$, $m = 1, 2$, тобто

$$x = \frac{b}{d} = \frac{1}{3} = 0,33 \quad \text{і} \quad x = \frac{b}{d} = \frac{2}{3} = 0,66.$$

Відповідь: 1 а) $x = b/d = 0,5$; б) $x = b/d = 0,25$ та $x = b/d = 0,75$;
в) $x = b/d = 0,167$, $x = b/d = 0,67$ та $x = b/d = 0,83$.
2 а) інтенсивність ні за яких значень $x = b/d$ не дорівнює нулю;
б) $x = b/d = 0,5$; в) $x = b/d = 0,33$ і $x = b/d = 0,66$.

ПРИКЛАД 2.7

Яку найменшу роздільну здатність R повинна мати дифракційна ґратка, щоб за її допомогою можна було розрізнити дві спектральні лінії калію ($\lambda_1 = 578\,нм$ і $\lambda_2 = 580\,нм$)? Яке найменше число N штрихів потрібно нанести на ґратку, щоб розрізнити ці спектральні лінії було можливо у спектрі другого порядку?

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$R - ?\quad N - ?$

$\lambda_1 = 578\,нм = 5,78 \cdot 10^{-7}\,м,$

$\lambda_2 = 580\,нм = 5,8 \cdot 10^{-7}\,м,$

$k = 2$

Роздільною здатністю спектрального приладу називають величину

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}, \tag{1}$$

де λ – довжина хвилі; $\Delta\lambda$ – найменша різниця довжин хвиль двох спектральних ліній, за якої вони можуть бути розділені (спостерігатися у спектрі окремо) за допомогою цього приладу.

Для дифракційної ґратки

$$R = kN, \tag{2}$$

де k – номер дифракційного максимуму; N – число штрихів ґратки. Тоді можна записати

$$N = R/k. \tag{3}$$

Підставимо числові значення фізичних величин у вирази (1) і (3) та одержимо

$$R = \frac{5,8 \cdot 10^{-7}}{5,80 \cdot 10^{-7} - 5,78 \cdot 10^{-7}} = \frac{5,8}{0,02} = 290.$$

$$N = \frac{290}{2} = 145.$$

Відповідь: R = 290, N = 145.

ПРИКЛАД 2.8

Нормально до поверхні дифракційної ґратки падає промінь світла. За ґраткою міститься збиральна лінза, у фокальній площині якої міститься екран. Оптична сила лінзи дорівнює $\Phi = 1 \partial nmp$. Визначити сталу дифракційної ґратки за умови, що за малих кутів дифракції лінійна дисперсія $D_l = 1 мм/нм$.

РОЗВ’ЯЗАННЯ

$d - ?$
$D_l = 1 мм/нм = 10^6$, $\Phi = 1 \partial nmp$

Лінійна дисперсія приладу дорівнює

$$D_l = F D_f ,$$

де F – фокусна відстань лінзи, яка збирає на екрані світло, що дифрагувало на ґратці; $D_f = df/dl$ – кутова дисперсія. Для дифракційної ґратки

$$x = b/d = 0,75 ,$$

де k – порядок спектра; d – стала ґратки.

Для малих кутів дифракції

$$D_l = F\, k/d .$$

Оскільки фокусна відстань лінзи дорівнює $F = 1/\Phi$, де Φ – оптична сила лінзи, одержимо

$$D_l = k/\Phi\, d ,$$

звідки стала ґратки дорівнює

$$d = k/\Phi D_l .$$

Підставимо числові дані для $k = 1$ та знайдемо, що

$$d = \frac{1}{1 \cdot 10^6} = 10^{-6} \left(м \right).$$

Відповідь: $d = 10^{-6}\, м$.

ПРИКЛАД 2.9

Визначити відстань між атомними площинами у кристалі кам’яної солі, якщо дифракційний максимум першого порядку спостерігається за час падіння рентгенівських променів із довжиною хвилі $\lambda = 0{,}147\,нм$ під кутом $\theta = 15^0 12'$ до поверхні кристала.

РОЗВ’ЯЗАННЯ

$d - ?$

$\lambda = 0{,}147\,нм = 1{,}47 \cdot 10^{-10}\ м$,

$\theta = 15^0 12' = 15{,}20^0$,

$k = 1$

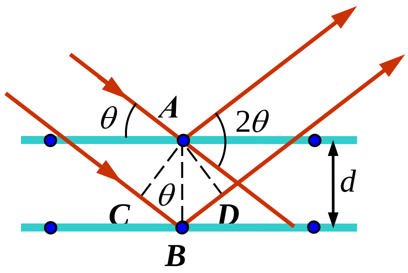

Рисунок 2.6

Дифракція рентгенівських променів на кристалах – це результат інтерференції рентгенівського випромінювання, яке дзеркально відбивається від системи паралельних площин, що проходять через вузли – атоми (наприклад, А (рис. 2.5)) кристалічної ґратки. Ці площини називають атомними. Відбивання спостерігається лише у напрямках, що відповідають дифракційним максимумам, які задовольняють співвідношенням

$$\Delta = |BC| + |BD| = 2d\sin\theta \quad \text{та} \quad 2d\sin\theta = k\lambda, \qquad (1)$$

де $k = 1, 2, 3, \ldots$ – порядок дифракційного максимуму; θ – кут ковзання, тобто кут між падаючим променем та площиною кристала; d – відстань між сусідніми площинами.

Зі співвідношення (1):

$$d = \frac{k\lambda}{2\sin\theta}.$$

Підставимо числові дані та проведемо розрахунки:

$$d = \frac{1 \cdot 1{,}47 \cdot 10^{-10}}{2\sin 15{,}20^0} = 2{,}8 \cdot 10^{-10}\,(м) = 0{,}28\,(нм).$$

Відповідь: $d = 0{,}28\,нм$.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

ЗОНИ ФРЕНЕЛЯ. ДИФРАКЦІЯ ФРЕНЕЛЯ

2.1 Визначити радіус m-ї зони Френеля, якщо відстань від джерела до зонної пластинки дорівнює a, а відстань від пластинки до точки спостереження дорівнює b. Довжина хвилі λ. Визначити радіус першої зони за умови $a = b = 10\,м$, $\lambda = 450\,нм$.

Відповідь: $r_1 = 1,5\,мм$.

2.2 Між точковим джерелом світла та екраном помістили діафрагму із круглим отвором, радіус якого r можна змінювати. Відстані від діафрагми до джерела та екрана дорівнюють $a = 100\,см$ і $b = 125\,см$ відповідно. Визначити довжину хвилі світла, якщо максимум освітленості у центрі дифракційної картини на екрані спостерігається при $r_1 = 1\,мм$ і наступний максимум при $r_2 = 1,29\,мм$.

Відповідь: $\lambda = 0,6\,мкм$.

2.3 Плоска світлова хвиля $(\lambda = 0,7\,мкм)$ падає нормально на діафрагму з круглим отвором, радіус якого дорівнює $r_4 = 1,4\,мм$. Визначити відстані b_1, b_2 та b_3 від діафрагми до трьох найбільш віддалених від неї точок, в яких спостерігаються мінімуми інтенсивності.

Відповідь: $b_1 = 1,4\,м; b_2 = 0,7\,м; b_1 = 0,47\,м$.

2.4 Плоска монохроматична світлова хвиля з інтенсивністю I_0 падає нормально на непрозорий екран із круглим отвором. Визначити інтенсивність світла I за екраном у точці, для якої радіус отвору дорівнює радіусу першої зони Френеля?

Відповідь: $I = 4I_0$.

2.5 Радіус четвертої зони Френеля для плоского хвильового фронту дорівнює $r_4 = 3\,мм$. Визначити радіус r_6 шостої зони Френеля.

Відповідь: $r_6 = 3,69\,мм$.

2.6 Визначити радіус п'ятої зони Френеля для плоского хвильового фронту з довжиною хвилі $\lambda = 0,5\,мкм$, якщо точка спостереження розміщена на відстані $l = 1\,м$ від фронту хвилі.

Відповідь: $r_5 = 1,58\,мм$.

2.7 На діафрагму із круглим отвором діаметром $d = 4\,мм$ падає нормально паралельний пучок променів монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 0,5\,мкм$. Точка спостереження розміщена на відстані $l = 1\,м$. Скільки зон Френеля укладається в отворі?

Відповідь: $k = 8$.

2.8 Світло від монохроматичного джерела з довжиною хвилі $\lambda = 0,6\,мкм$ падає нормально на діафрагму з круглим отвором. Діаметр отвору $D = 6\,мм$. За діафрагмою на відстані $L = 3\,м$ від неї розміщений екран. 1) Скільки зон Френеля укладається в отворі діафрагми? 2) Яким буде центр дифракційної картини: темним чи світлим?

Відповідь: 1) $k = 5$; 2) у центрі дифракційної картини буде світла пляма.

2.9 Точкове джерело світла $(\lambda = 0,5\,мкм)$ розміщене на відстані $a = 1\,м$ перед діафрагмою з круглим отвором, діаметр якого дорівнює $d = 2\,мм$. Визначити відстань b від діафрагми до точки спостереження за умови, що отвір відкриває три зони Френеля.

Відповідь: $b = 2\,м$.

2.10 Визначити радіус третьої зони Френеля, якщо відстань від точкового джерела світла до хвильової поверхні та від хвильової поверхні до точки спостереження дорівнює 1,5 м.

Відповідь: $r_3 = 1,16\,мм$.

2.11 На діафрагму з круглим отвором, діаметр якого дорівнює $d = 5\,мм$, падає нормально паралельний пучок променів із довжиною хвилі $\lambda = 0,6\,мкм$. Визначити відстань від точки спостереження до отвору, якщо отвір відкриває: 1) дві зони Френеля; 2) три зони Френеля.

Відповідь: 1) $b = 5,21\,м$; 2) $b = 3,47\,м$.

2.12 Визначити радіус першої зони Френеля, якщо відстань від точкового джерела світла $(\lambda = 0,5 мкм)$ до зонної пластинки та від пластинки до точки спостереження дорівнює $a = b = 1 м$.

Відповідь: $r_1 = 0,5 мм$.

2.13 Плоска світлова хвиля з довжиною хвилі $\lambda = 0,5 мкм$ падає нормально на діафрагму з круглим отвором, діаметр якого дорівнює $d = 1 мм$. На якій відстані від отвору повинна міститися точка спостереження, щоб отвір відкривав одну зону Френеля?

Відповідь: $b = 0,5 м$.

2.14 Дифракція спостерігається на відстані 1м від точкового джерела монохроматичного світла $(\lambda = 0,5 мкм)$. Посередині між джерелом світла та екраном міститься діафрагма з круглим отвором. Визначити радіус отвору за умови, що центр дифракційних кілець є найтемнішим.

Відповідь: $r = 0,5 мм$.

2.15 Сферична хвиля, що поширюється від точкового монохроматичного джерела світла $(\lambda = 0,6 мкм)$, зіштовхується з екраном із круглим отвором, радіус якого дорівнює $r = 0,4 мм$. Відстань від джерела до екрана $a = 1 м$. Визначити відстань від отвору до точки екрана, яка міститься на лінії, що з'єднує джерело з центром отвору, де спостерігається максимум освітленості.

Відповідь: $b = 0,363 м$.

2.16 На екран з круглим отвором, радіус якого $r = 1,5 мм$, нормально падає паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 0,5 мкм$. Точка спостереження міститься на осі отвору на відстані $b = 1,5 м$ від нього. Визначити: 1) скільки зон Френеля вкладається в отворі? 2) темне чи світле коло спостерігається в центрі дифракційної картини?

Відповідь: 1) $m = 3$; 2) світле кільце.

2.17 Дифракція спостерігається на відстані l від точкового джерела монохроматичного світла $(\lambda = 0,5 мкм)$. Посередині між джерелом світла та екраном міститься непрозорий диск із діаметром $d = 5 мм$. Визначити відстань l, якщо диск закриває лише центральну зону Френеля.

Відповідь: $l = 50 м$.

ДИФРАКЦІЯ ФРАУНГОФЕРА

2.18 На щілину падає нормально паралельний пучок променів із довжиною λ. Ширина щілини дорівнює $b = 6\lambda$. Під яким кутом буде спостерігатися третій дифракційний мінімум світла?

Відповідь: $\varphi = 30^0$.

2.19 На щілину шириною $b = 3\,мкм$ нормально падає плоска світлова хвиля з довжиною хвилі $\lambda = 0,5\,мкм$. Визначити кількість максимумів інтенсивності, які спостерігаються у фокальній площині лінзи.

Відповідь: $N = 11$.

2.20 На щілину шириною $b = 3\,мкм$ нормально падає плоска світлова хвиля з довжиною хвилі $\lambda = 0,5\,мкм$. Визначити кількість мінімумів інтенсивності, які спостерігаються у фокальній площині лінзи.

Відповідь: $N = 12$.

2.21 Плоска світлова хвиля з довжиною хвилі $\lambda = 0,5\,мкм$ падає по нормалі на щілину шириною $b = 0,5\,мм$. На відстані $l = 1\,м$ паралельно щілині розміщений екран. Визначити ширину h зображення щілини на екрані, розуміючи під цим відстань між першими дифракційними мінімумами, симетричними відносно головного максимуму.

Відповідь: $h = 2\,мм$.

2.22 На щілину шириною $b = 0,1\,мм$ падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 500\,нм$. За щілиною міститься збиральна лінза, у фокальній площині якої розміщений екран. Що буде спостерігатися на екрані, якщо кут дифракції дорівнює: 1) $\varphi = 17'$; 2) $\varphi = 43'$?

Відповідь:1) $k = 1$; 2) $k = 2$.

2.23 На щілину шириною $b = 0,01\,мм$ падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 600\,нм$. Визначити кут між початковим напрямком пучка світла та напрямком на четверту темну дифракційну смугу.

Відповідь: $\varphi = 2^0 45'$.

2.24 Плоска світлова хвиля довжиною $\lambda = 0{,}7\,мкм$ падає нормально на діафрагму із круглим отвором радіусом $r = 1{,}4\,мм$. Визначити відстані від діафрагми до трьох найбільш віддалених від неї точок, у яких спостерігається мінімум інтенсивності.

Відповідь: $l_1 = 1{,}4\,м$, $l_2 = 0{,}7\,м$, $l_3 = 0{,}47\,м$.

2.25 На діафрагму з діаметром отвору $d = 1{,}96\,мм$ падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла $(\lambda = 0{,}6\,мкм)$. За якої найбільшої відстані b між діафрагмою та екраном у центрі дифракційної картини ще буде спостерігатися темна пляма?

Відповідь: $b = 0{,}8\,м$.

2.26 Визначити радіуси r_k перших п'яти зон Френеля для плоскої хвилі, якщо відстань від хвильової поверхні до точки спостереження $b = 1\,м$. Довжина хвилі світла дорівнює $\lambda = 0{,}5\,мкм$.

Відповідь: $r_1 = 0{,}71\,мм$; $r_2 = 1{,}0\,мм$; $r_3 = 1{,}22\,мм$; $r_4 = 1{,}41\,мм$; $r_5 = 1{,}58\,мм$.

2.27 На щілину шириною $b = 0{,}05\,мм$ падає нормально монохроматичне світло ($\lambda = 0{,}6\,мкм$). Визначити кут φ між початковим напрямком пучка світла та напрямком на четверту світлу дифракційну смугу.

Відповідь: $\varphi = 3^0 6'$.

2.28 На щілину шириною $d = 0{,}02\,мм$ падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}5\,мкм$. Скільки дифракційних мінімумів можна спостерігати на екрані за цією щілиною?

Відповідь: $k = 81$.

2.29 Визначити радіус четвертої зони Френеля, якщо радіус другої зони Френеля для плоского хвильового фронту дорівнює $r_2 = 2\,мм$.

Відповідь: $r_4 = 2{,}83\,мм$.

2.30 Визначити радіус третьої зони Френеля у випадку плоскої хвилі. Відстань від хвильової поверхні до точки спостереження дорівнює 1,5 м. Довжина хвилі $\lambda = 0{,}6\,мкм$.

Відповідь: $r_3 = 1{,}64\,мм$.

2.31 На щілину, ширина якої $b = 12\lambda$, падає нормально монохроматичне світло. Визначити кількість максимумів інтенсивності $N_{\max}$, що спостерігаються у фокальній площині лінзи.

Відповідь: $N_{\max} = 23$.

2.32 На щілину, ширина якої $b = 12\lambda$, падає нормально монохроматичне світло. Визначити кількість мінімумів інтенсивності $N_{\min}$, що спостерігаються у фокальній площині лінзи.

Відповідь: $N_{\min} = 24$.

2.33 На щілину шириною $b = 3\,мкм$ падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 500\,нм$. Визначити кількість максимумів інтенсивності $N_{\max}$, що спостерігаються у фокальній площині лінзи.

Відповідь: $N_{\max} = 11$.

2.34 На щілину шириною $b = 3\,мкм$ падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 500\,нм$. Визначити кількість мінімумів інтенсивності $N_{\min}$, що спостерігаються у фокальній площині лінзи.

Відповідь: $N_{\min} = 12$.

2.35 Визначити граничну ширину щілини $b_{гр}$, за якої ще спостерігаються мінімуми інтенсивності.

Відповідь: $b_{гр} = \lambda$.

2.36 На зонну пластинку падає плоска монохроматична хвиля $(\lambda = 0,5\,мкм)$. Визначити радіус першої зони Френеля, якщо відстань від зонної пластинки до точки спостереження дорівнює $b = 1\,м$.

Відповідь: $r_1 = 707\,мкм$.

2.37 Зонна пластинка дає зображення джерела, віддаленого від неї на $a = 2\,м$, на відстані $b = 1\,м$ від своєї поверхні. Де буде одержане зображення джерела, якщо віддалити його в нескінченність?

Відповідь: $b_1 = 6,67\,м$.

2.38 На якій максимальній відстані від діафрагми з круглим отвором, радіус якого $r = 0,6\,мм$, потрібно розмістити екран, щоб при освітленні отвору плоскою світловою хвилею $(\lambda = 0,6\,мкм)$ в центрі дифракційної картини ще спостерігалася темна пляма? Під яким кутом при цьому можна побачити отвір із точки спостереження?

Відповідь: $b_{\max} = 0,3\,м$; $\varphi = 13,7'$.

2.39 На щілину, ширина якої $b = 12\lambda$, падає нормально монохроматичне світло. Визначити кут між напрямками на другий і третій максимуми інтенсивності світла.

Відповідь: $\varphi = 5^0$.

2.40 На вузьку щілину, ширина якої $a = 0,05\,мм$, падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 694\,нм$. Визначити напрямок світла на другу дифракційну смугу (відносно початкового напрямку світла).

Відповідь: $\varphi = 2^0$.

2.41 На вузьку щілину падає нормально монохроматичне світло. Кут відхилення променів, що відповідають другій світлій дифракційній смузі, дорівнює $\varphi = 1^0$. Скільком довжинам хвиль падаючого світла дорівнює ширина щілини?

Відповідь: $b = 143\lambda$.

2.42 На вузьку щілину падає нормально монохроматичне світло. Його напрямок на четверту темну дифракційну смугу дорівнює $\varphi = 2^0 12'$. Визначити, скільки довжин хвиль укладається на ширині щілини.

Відповідь: $b/\lambda = 104$.

2.43 На щілину, ширина якої $a = 0,1\,мм$, падає нормально монохроматичне світло $(\lambda = 0,6\,мкм)$. Екран, на якому спостерігається дифракційна картина, міститься паралельно щілині на відстані $l = 1\,м$. Визначити відстань b між першими дифракційними мінімумами, які містяться по обидва боки центрального фраунгоферового максимуму.

Відповідь: $b = 1,2\,см$.

2.44 На щілину, ширина якої $b = 0{,}1\,мм$, падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}5\,мкм$. Дифракційна картина спостерігається на екрані, який міститься паралельно щілині. Визначити відстань l від щілини до екрана, якщо ширина центрального дифракційного максимуму $a = 1\,см$.

Відповідь: $l = 1\,м$.

2.45 Монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 600\,нм$ падає на довгу прямокутну щілину шириною $b = 12\,мкм$. Максимум чи мінімум інтенсивності спостерігається під кутом $\varphi = 30^0$? Який його порядок?

Відповідь: $k_{\max} = 3$.

2.46 Щілина у непрозорому екрані освітлюється пучком монохроматичного світла $\lambda_1 = 660\,нм$, яке падає на неї нормально. Друга темна смуга дифракційної картини спостерігається під кутом φ. Якою повинна бути довжина хвилі, щоб під тим самим кутом спостерігалася третя темна смуга?

Відповідь: $\lambda_2 = 440\,нм$.

2.47 Визначити найменшу ширину щілини, за якої ще будуть спостерігатися мінімуми інтенсивності.

Відповідь: $b = \lambda$.

2.48 Плоска світлова хвиля з довжиною хвилі $\lambda = 500\,нм$ падає нормально на довгу прямокутну щілину шириною $b = 0{,}5\,мм$. На відстані $a = 1\,м$ паралельно до щілини міститься екран. Визначити ширину зображення щілини L на екрані. Під зображенням щілини розуміють відстань між першими дифракційними мінімумами, симетричними відносно головного максимуму.

Відповідь: $L = 2\,мм$.

2.49 Визначити кутову $\delta\varphi$ та лінійну δx ширину центрального максимуму у випадку дифракції Фраунгофера на щілині, ширина якої $b = 0{,}1\,мм$. Довжина хвилі, що падає нормально на щілину, дорівнює $\lambda = 500\,нм$.

Відповідь: $\delta\varphi = 34{,}4'$; $\delta x = 2\,мм$.

ДИФРАКЦІЙНА ҐРАТКА

2.50 На дифракційну ґратку нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 600\,нм$. Визначити найбільший порядок спектра, одержаний за допомогою цієї ґратки, якщо її стала дорівнює $d = 2\,мкм$.

Відповідь: $k_{max} = 3$.

2.51 Скільки штрихів на міліметр містить дифракційна ґратка, якщо за нормального падіння монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 600\,нм$ максимум п'ятого порядку спостерігається під кутом $\varphi = 18^0$?

Відповідь: $n = 103\,мм^{-1}$.

2.52 На дифракційну ґратку, довжина якої $l = 15\,мм$, містить $N = 3000$ штрихів, падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 550\,нм$. Визначити: 1) кількість максимумів, що спостерігаються у спектрі дифракційної ґратки; 2) кут, що відповідає останньому максимуму.

Відповідь: 1) $K = 19$; 2) $\varphi = 81^0 54'$.

2.53 Дифракційна ґратка освітлена нормально падаючим монохроматичним світлом. Максимум другого порядку спостерігається під кутом $\varphi_2 = 14^0$. Під яким кутом спостерігається максимум третього порядку?

Відповідь: $\varphi_3 = 21°17'$.

2.54 Дифракційна ґратка містить $N = 200$ штрихів на 1 міліметр. На неї нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 600\,нм$. Максимум якого найбільшого порядку дає ця ґратка?

Відповідь: $k = 8$.

2.55 При освітленні дифракційної ґратки білим світлом спектри другого та третього порядків частково перекриваються. На яку довжину хвилі у спектрі другого порядку накладається фіолетова лінія з довжиною хвилі $\lambda_1 = 0,4\,мкм$ у спектрі третього порядку?

Відповідь: $\lambda_2 = 600\,нм$.

2.56 Інфрачервоне випромінювання лазера на вуглекислому газі з довжиною хвилі $\lambda = 10,6\,мкм$ падає нормально на систему паралельних щілин шириною $b = 50\,мкм$. Відстань між щілинами також дорівнює $a = 50\,мкм$. Який максимальний номер дифракційного максимуму може спостерігатися?

Відповідь: $k_{\max} = 9$.

2.57 На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла. Червона лінія $(\lambda_1 = 630\,нм)$ спостерігається у спектрі третього порядку під кутом $\varphi = 60^0$. Яка спектральна лінія λ_2 спостерігається під таким самим кутом у спектрі четвертого порядку? Яке число штрихів n на одиницю довжини має дифракційна ґратка?

Відповідь: $\lambda_2 = 475\,нм$, n = 460 *штр*/*мм*.

2.58 На дифракційну ґратку нормально падає пучок променів від газорозрядної трубки. Якому значенню повинна дорівнювати стала дифракційної ґратки d, щоб у напрямку $\varphi = 41^0$ збігалися максимуми двох ліній $\lambda_1 = 656{,}3\,нм$ та $\lambda_2 = 410{,}2\,нм$?

Відповідь: $d = 5\,мкм$.

2.59 На дифракційну ґратку нормально падає пучок монохроматичного світла. Максимум третього порядку спостерігається під кутом $\varphi_3 = 36^0 48'$ до нормалі. Знайти сталу ґратки, виражену у довжинах хвиль падаючого випромінювання. Скільки максимумів дає така дифракційна ґратка?

Відповідь: $d = 5\lambda$; $N = 11$.

2.60 Кут між спектрами других порядків дорівнює 36^0. Визначити довжину хвилі світла, що падає на дифракційну ґратку, стала якої дорівнює $d = 4\,мкм$.

Відповідь: $\lambda = 618\,нм$.

2.61 Визначити кількість штрихів на 1 мм дифракційної ґратки, якщо куту $\varphi = 30^0$ відповідає максимум четвертого порядку для монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 500\,нм$.

Відповідь: $n = 250\,мм^{-1}$.

2.62 На дифракційну ґратку нормально падає пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 500\,нм$. На екран, що міститься на відстані $L = 1\,м$ від ґратки, за допомогою лінзи проектується дифракційна картина, причому перший головний максимум спостерігається на відстані $l = 15\,см$ від центрального. Визначити кількість штрихів на 1 см дифракційної ґратки.

Відповідь: $n = 3 \cdot 10^3\,см^{-1}$.

2.63 На дифракційну ґратку, що має 500 штрихів на 1 мм, падає світло з довжиною хвилі $\lambda = 600\,нм$. Визначити найбільший порядок спектра, який можна одержати за допомогою даної ґратки.

Відповідь: $k_{\max} = 3$.

2.64 На дифракційну ґратку, довжина якої $l = 0,012\,мм$, містить $N = 3$ штрихи, падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 650\,нм$. Визначити: 1) кількість максимумів, що спостерігається у спектрі дифракційної ґратки; 2) кут, що відповідає останньому максимуму; 3) скільки додаткових мінімумів між головними максимумами 1-го і 2-го порядку спостерігається на такій ґратці?

Відповідь: 1) $K = 13$; 2) $\varphi = 77^0 10'$; 3) $k' = 2$.

2.65 На дифракційну ґратку нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 550\,нм$. Визначити кут дифракції у четвертому порядку, якщо цей кут для $\lambda = 600\,нм$ у третьому порядку дорівнює 30^0.

Відповідь: $\varphi = 37^0 42'$.

2.66 На дифракційну ґратку нормально падає монохроматичне світло ($\lambda = 550\,нм$). Визначити кут дифракції, що відповідає максимуму четвертого порядку, якщо цей кут для максимуму третього порядку дорівнює 18^0.

Відповідь: $\varphi = 24^0 20'$.

2.67 На дифракційну ґратку нормально падає монохроматичне світло. У спектрі, одержаному за допомогою цієї дифракційної ґратки, певна спектральна лінія спостерігається у першому порядку під кутом $\varphi = 11^0$. Визначити найбільший порядок спектра, в якому може спостерігатися ця лінія.

Відповідь: $k_{\max} = 5$.

2.68 Визначити довжину хвилі монохроматичного світла, який падає нормально на дифракційну ґратку, що має 300 штрихів на 1 мм, коли кут між напрямками на максимуми першого і другого порядків дорівнює 12^0.

Відповідь: $\lambda = 664\,нм$.

2.69 Якою повинна бути товщина плоскопаралельної скляної пластинки $(n = 1,55)$, щоб у відбитому світлі максимум другого порядку для $\lambda = 650\,нм$

спостерігався під тим самим кутом, що й у дифракційній ґратці зі сталою $d = 1 мкм$.

Відповідь: $x = 577 нм$.

2.70 На дифракційну ґратку з періодом $d = 2 мкм$ нормально падає пучок світла від газорозрядної трубки з гелієм. Визначити лінійну відстань між жовтою $(\lambda_1 = 588 нм)$ та зеленою $(\lambda_2 = 500 нм)$ лініями у спектрі другого порядку, якщо екран міститься на відстані 1 м від дифракційної ґратки.

Відповідь: 15 см.

2.71 На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла. Червона лінія $(\lambda_1 = 630 нм)$ спостерігається у спектрі третього порядку під кутом $\varphi_1 = 60^0$. Яка спектральна лінія λ_2 спостерігається під тим самим кутом у спектрі четвертого порядку? Яку кількість штрихів n на одиницю довжини має дифракційна ґратка?

Відповідь: $\lambda_2 = 475 нм$; $n = 460 мм^{-1}$.

2.72 За якого значення відношення $x = b/d$ (d – стала дифракційної ґратки, b – ширина щілини) буде спостерігатися дифракційний максимум: а) 1-го; б) 2-го; в) 3-го; г) 4-го порядків?

Відповідь: 1 а) $x = b/d = 0,5$; б) $x = b/d = 0,25$ та $x = b/d = 0,75$;

в) $x = b/d = 0,167$, $x = b/d = 0,67$ та $x = b/d = 0,83$;

г) $x = b/d = 0,125$; $x = b/d = 0,375$; $x = b/d = 0,625$ та $x = b/d = 0,875$.

2.73 Визначити значення $x = b/d$ (d – стала дифракційної ґратки, b – ширина щілини), за яких інтенсивність перетворюється на нуль, для максимуму: а) 1-го; б) 2-го; в) 3-го; г) 4-го порядків.

Відповідь: а) Інтенсивність ні за яких значень $x = b/d$ не дорівнює нулю;

б) $x = b/d = 0,5$; в) $x = b/d = 0,33$ і $x = b/d = 0,66$;

г) $x = b/d = 0,25$; $x = b/d = 0,5$ та $x = b/d = 0,75$.

2.74 Визначити порядки головних максимумів, які не можуть спостерігатися на дифракційній ґратці з періодом $d = 9 мкм$ та шириною однієї щілини $b = 3 мкм$.

Відповідь: $k = 3,\ 6,\ 9, \ldots$

2.75 Які порядки головних максимумів не можна спостерігати при дифракції на дифракційній ґратці з періодом $d = 8 мкм$ та шириною щілини $b = 2 мкм$?

Відповідь: $k = 4,\ 8,\ 12, ...$

2.76 Визначити порядки головних максимумів, які не можуть спостерігатися на дифракційній ґратці з періодом $d = 10\,мкм$ та шириною однієї щілини $b = 2\,мкм$.

Відповідь: $k = 5, 10, 15, ...$

2.77 Визначити порядки головних максимумів, які не можуть спостерігатися на дифракційній ґратці з періодом $d = 9\,мкм$ та шириною однієї щілини $b = 3\,мкм$. Довжина хвилі монохроматичного світла, що нормально падає на дифракційну ґратку, дорівнює $\lambda = 650\,нм$.

Відповідь: $k = 3,\ 6,\ 9,\ 12.$

2.78 Визначити порядки головних максимумів, які не можуть спостерігатися на дифракційній ґратці з періодом $d = 8\,мкм$ та шириною однієї щілини $b = 4\,мкм$. Довжина хвилі монохроматичного світла, що нормально падає на дифракційну ґратку, дорівнює $\lambda = 650\,нм$.

Відповідь: $k = 2,\ 4,\ 6,\ 8, 10, 12, 14.$

2.79 На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла від газорозрядної трубки. Яким повинен бути період ґратки d, щоб у напрямку $\varphi = 41^0$ збігалися максимуми ліній $\lambda_1 = 656{,}3\,нм$ і $\lambda_2 = 410{,}2\,нм$?

Відповідь: $d = 5\,мкм$.

2.80 На дифракційну ґратку з періодом $d = 4{,}8\,мкм$ нормально падає пучок природного світла. Які спектральні лінії, що відповідають довжинам хвиль у видимій області спектра, збігатимуться у напрямку $\varphi = 30^0$.

Відповідь: $\lambda_1 = 600\,нм$ при $k = 4$; $\lambda_2 = 480\,нм$ при $k = 5$; $\lambda_3 = 400\,нм$ при $k = 6$.

РОЗДІЛЬНА ЗДАТНІСТЬ ДИФРАКЦІЙНОЇ ҐРАТКИ

2.81 Порівняйте найбільшу роздільну здатність для червоної лінії кадмію $(\lambda = 644\,нм)$ двох дифракційних ґраток однакової довжини $(l = 5\,мм)$, але з різними сталими $(d_1 = 4\,мкм,\ d_2 = 8\,мкм)$.

Відповідь: $R_1 = R_2 = 7500$.

2.82 На дифракційну ґратку нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 600\,нм$. Кут дифракції для п'ятого максимуму дорівнює $\varphi_5 = 30^0$, а мінімальна різниця довжин хвиль, що розділяється цією ґраткою, – $\Delta\lambda = 0,2\,нм$. Визначити сталу дифракційної ґратки та її довжину.

Відповідь: $d = 6\,мкм$; $l = 3,6\,мм$.

2.83 Кутова дисперсія дифракційної ґратки (довжина – $d = 2\,см$) за малих кутів дифракції дорівнює $D_\varphi = 5\,хв/нм$. Визначити роздільну здатність ґратки.

Відповідь: $R = 29000$.

2.84 На дифракційну ґратку, що містить $N = 500$ штрихів на 1 міліметр, нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 700\,нм$. За ґраткою поміщена збиральна лінза з фокусною відстанню $f = 50\,см$, у фокальній площині якої розміщений екран. На екрані спостерігається спектр другого порядку. Знайти лінійну дисперсію цієї системи в міліметрах на нанометр.

Відповідь: $D_l = 0,7\,мм/нм$.

2.85 На дифракційну ґратку нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 650\,нм$. За ґраткою поміщена збиральна лінза з екраном у фокальній площині. На екрані під кутом $\varphi = 30^0$ спостерігається дифракційна картина. За якої фокусної відстані лінзи лінійна дисперсія дорівнює $D_l = 0,5\,мм/нм$?

Відповідь: $f = 42,2\,см$.

2.86 На якій відстані містяться на екрані дві лінії ртутної дуги з довжинами хвиль $\lambda_1 = 577\,нм$ і $\lambda_2 = 579,1\,нм$ у спектрі першого порядку, одержаному за допомогою дифракційної ґратки з періодом $d = 2\,мкм$ і лінзи з фокусною відстанню $f = 0,6\,м$?

Відповідь: $x = 0,72\,мм$.

2.87 Стала дифракційної ґратки дорівнює $d = 2\,мкм$. Яку різницю довжин хвиль $\Delta\lambda$ може розділити ця ґратка в області жовтих променів $(\lambda = 600\,нм)$ у спектрі другого порядку? Ширина ґратки дорівнює $l = 2,5\,см$.

Відповідь: $\Delta\lambda = 24\,пм$.

2.88 За допомогою дифракційної ґратки з періодом $d = 20\,мкм$ потрібно розрізнити дублет натрію ($\lambda_1 = 589,0\,нм$ і $\lambda_2 = 589,6\,нм$) у спектрі другого порядку. За якої найменшої довжини ґратки це можливо?

Відповідь: $l = 9,8\,мм$.

2.89 Скільки штрихів на $1\,мм$ повинно бути у дифракційній ґратці спектрографа інфрачервоного діапазону, щоб її роздільна здатність у десятому порядку була такою самою, як у ґратки з періодом $d = 1\,мкм$, що призначена для роботи у першому порядку дифракції? Розміри ґраток однакові.

Відповідь: $n = 100\,мм^{-1}$.

2.90 Світло падає нормально на дифракційну ґратку, ширина якої $l = 65\,мм$. Ґратка має $n = 200\,мм^{-1}$. Досліджуваний спектр містить спектральну лінію з довжиною хвилі $\lambda = 500\,нм$, яка містить дві компоненти, що відрізняються на $\Delta\lambda = 0,015\,нм$. Визначити: 1) у якому порядку спектра ці компоненти будуть розділені; 2) найменшу різницю довжин хвиль, яку може розділити ця ґратка в області $\lambda \sim 670\,нм$.

Відповідь: 1) у четвертому; 2) $\Delta\lambda = 7\,пм$.

2.91 Стала дифракційної ґратки дорівнює $d = 2\,мкм$. Яку різницю хвиль $\Delta\lambda$ може розділити ця ґратка в області жовтих променів $(\lambda = 600\,нм)$ у спектрі другого порядку? Довжина ґратки дорівнює $l = 25\,мм$.

Відповідь: $\Delta\lambda = 24\,пм$.

2.92 Нормально до поверхні дифракційної ґратки падає промінь світла. За ґраткою розміщена збиральна лінза, у фокальній площині якої міститься екран. Оптична сила лінзи дорівнює $\Phi = 1\,дптр$. Визначити сталу дифракційної ґратки за умови, що за малих кутів дифракції лінійна дисперсія $D_l = 1\,мм/нм$.

Відповідь: $d = 10^{-6}\,м$.

ДИФРАКЦІЯ РЕНТГЕНІВСЬКИХ ПРОМЕНІВ

2.93 На грань кристала кам’яної солі падає паралельний пучок рентгенівського випромінювання $(\lambda = 147\,пм)$. Визначити відстань d між атомними площинами кристала, якщо дифракційний максимум другого порядку спостерігається, коли випромінювання падає під кутом $\theta = 31^0 30'$ до поверхні кристала.

Відповідь: $d = 0,28\,нм$.

2.94 Чому дорівнює довжина хвилі монохроматичного рентгенівського випромінювання, що падає на кристал кальциту, якщо дифракційний максимум першого порядку спостерігається, коли кут ковзання дорівнює $\theta = 3^0$? Відстань між атомними площинами кристала дорівнює $d = 0,3 нм$.

Відповідь: $\lambda = 31 пм$.

2.95 Паралельний пучок рентгенівського випромінювання падає на грань кристала. Під кутом $\theta = 65^0$ до площини грані спостерігається максимум першого порядку. Відстань між атомними площинами кристала дорівнює $d = 280 пм$. Визначити довжину хвилі λ рентгенівського випромінювання.

Відповідь: $\lambda = 506 пм$.

2.96 Вузький паралельний пучок рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 245 пм$ падає на природну грань монокристала кам'яної солі. Визначити відстань d між атомними площинами монокристала, якщо дифракційний максимум другого порядку спостерігається під час падіння випромінювання під кутом ковзання $\vartheta = 61^0$ до поверхні монокристала.

Відповідь: $d = 0,28 нм$.

2.97 Вузький паралельний пучок рентгенівського випромінювання падає на грань кристала з відстанню між атомними площинами $d = 0,3 нм$. Визначити довжину хвилі λ рентгенівського випромінювання, якщо під кутом $\theta = 30^0$ до площини грані спостерігається максимум першого порядку.

Відповідь: $\lambda = 300 пм$.

2.98 Вузький паралельний пучок рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 245 пм$ падає під кутом ковзання θ на природну грань монокристала $NaCl$ $\left(M = 58,5 \cdot 10^{-3} кг/моль\right)$, густина якого $\rho = 2,16 г/см^3$. Визначити цей кут ковзання, якщо при дзеркальному відбиванні спостерігається дифракційний максимум другого порядку.

Відповідь: $\theta = 60^0 18'$.

2.99 Вузький паралельний пучок рентгенівського випромінювання падає під кутом ковзання $\theta = 60^0$ на природну грань монокристала $NaCl$ $\left(M = 58,5 \cdot 10^{-3} кг/моль\right)$, густина якого $\rho = 2,16 г/см^3$. Визначити довжину хвилі випромінювання, якщо при дзеркальному відбиванні від цієї грані спостерігається дифракційний максимум третього порядку.

Відповідь: $\lambda = 163\,нм$.

2.100 Англійські фізики У. Г. та У. Л. Брегги (батько і син) у 1913 р. провели перше вимірювання довжини хвилі рентгенівських променів. На той час кристалографами було встановлено, що кам'яна сіль належить до кубічної системи. Це дозволило Бреггам обчислити відстань між атомними площинами $(d = 0,282\,нм)$. Потім вони визначили кути ковзання, під якими виникають дифракційні максимуми при відбиванні від цих площин, і за ними підрахували довжину хвилі рентгенівського випромінювання паладієвого антикатода. Максимуми інтенсивності були зареєстровані за таких кутів ковзання: $5^0 59'$, $12^0 3'$ і $18^0 14'$. Визначити довжину хвилі цього випромінювання.

Відповідь: $\lambda = 0,0588\,нм$.

РОЗДІЛ 3
ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА. ВЗАЄМОДІЯ СВІТЛА З РЕЧОВИНОЮ. ЕФЕКТ ДОППЛЕРА

ТЕОРЕТИЧНИЙ МАТЕРІАЛ

1 Природне та поляризоване світло.
2 Частково поляризоване світло. Ступінь поляризації.
3 Закон Брюстера.
4 Оптична анізотропія. Подвійне променезаломлення.
5 Закон Малюса.
6 Оптично активні речовини.
7 Взаємодія світла з речовиною.
8 Розсіювання світла. Закон Релея.
9 Поглинання світла. Закон Бугера – Ламберта – Бера.
10 Поглинання світла у розчинах.
11 Оптичний ефект Допплера.

ЗВЕДЕННЯ ОСНОВНИХ ФОРМУЛ

3.1 Закон Брюстера

$$tg\theta_Б = \frac{n_2}{n_1},$$

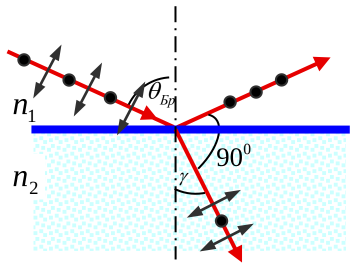

Рисунок 3.1

де $\theta_Б$ – кут падіння (рис. 3.1), за якого світло, що відбилося від діелектрика, повністю поляризоване; n_2 і n_1 – показники заломлення другого та першого середовищ відповідно.

3.2 Закон Малюса для ідеального поляризатора

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

де I_0 – інтенсивність поляризованого світла, що падає на поляризатор; I – інтенсивність цього світла після проходження поляризатора; φ – кут між площинами поляризації світла, яке падає на поляризатор, та поляризатора.

Закон Малюса для неідеального поляризатора

$$I = I_0 (1-k)\cos^2\varphi ,$$

де k – коефіцієнт поглинання світла в аналізаторі.

3.3 Ступінь поляризації світла

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} ,$$

де $I_{\max}$ та $I_{\min}$ – максимальна та мінімальна інтенсивності світла, що пропускаються поляризатором.

3.4 Кут повороту площини поляризації при проходженні світла через оптично активну речовину

$$\varphi = \alpha d \text{ (у твердих тілах),}$$

де α – стала обертання; d – довжина шляху, пройденого світлом в оптично активній речовині;

$$\varphi = [\alpha] C d \text{ (у розчинах),}$$

де $[\alpha]$ – питоме обертання; C – масова концентрація оптично активної речовини в розчині; d – довжина шляху світла у речовині.

3.5 Фазова швидкість для заданої довжини хвилі

$$\mathrm{v} = c/n ,$$

де c – швидкість світла у вакуумі; n – показник заломлення.

3.6 Групова швидкість

$$u = d\omega/dk ,$$

де ω – циклічна частота коливань; $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число.

3.7 Залежність групової швидкості від показника заломлення n і довжини хвилі λ

$$u = \frac{c}{n}\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right).$$

3.8 Закон Бугера – Ламберта – Бера для поглинання світла у поглинаючих середовищах

$$I = I_0 e^{-k_\lambda d},$$

де I_0 – інтенсивність вхідного пучка світла; d – товщина шару речовини, через яку проходить світло; k_λ – показник поглинання речовини (коефіцієнт лінійного послаблення) для даної довжини хвилі.

3.9 Показник поглинання розчинів поглинальних речовин у непоглинаючих розчинниках

$$k_\lambda = \chi_\lambda C,$$

де C – концентрація розчиненої речовини; χ_λ – коефіцієнт, що не залежить від концентрації та характеризує взаємодію молекули поглинаючої речовини зі світлом із довжиною хвилі λ.

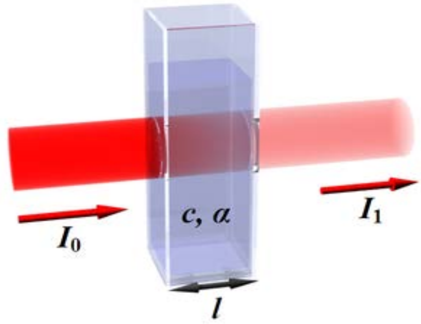

Рисунок 3.2

3.10 Закон Релея для розсіяного світла за умови, що розміри неоднорідностей малі порівняно з довжиною хвилі (не більші, ніж $0{,}1\lambda$):

$$I_{роз} \sim \lambda^{-4},$$

де $I_{роз}$ – інтенсивність розсіяного світла з довжиною хвилі λ.

3.11 Ефект Допплера у релятивістському випадку

$$\nu = \frac{\nu_0\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta\cos\vartheta},$$

де ν – частота електромагнітного випромінювання у системі відліку, пов'язаній зі спостерігачем; ν_0 – власна частота монохроматичного випромінювання джерела; $\vec{\mathrm{v}}$ – вектор відносної швидкості джерела випромінювання; $\beta = \mathrm{v}/c$; ϑ – кут між вектором $\vec{\mathrm{v}}$ та напрямком спостереження, виміряний у системі відліку, пов'язаній зі спостерігачем.

Ефект Допплера у нерелятивістському випадку

$$\frac{\nu-\nu_0}{\nu} = \frac{\mathrm{v}}{c}\cos\vartheta.$$

ПИТАННЯ З ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

1 Яке світло називають природним? Поляризованим?

2 Суперпозицією яких двох хвиль є: а) природне світло; б) лінійно поляризоване світло?

3 Суперпозицією яких двох хвиль можна подати частково поляризоване світло?

4 Сформулюйте закон Брюстера. Чим цікавий кут Брюстера?

5 Природне світло падає під кутом Брюстера на границю вакуум – діелектрик. Визначити: а) під яким кутом поширюються відбита та заломлена хвилі? б) як вони поляризовані?

6 Які способи одержання поляризованого світла вам відомі?

7 Яке світло від Сонця досягає поверхні Землі: природне чи поляризоване?

8 Після пропускання частково поляризованого світла через поляризатор було виявлено, що максимальна і мінімальна інтенсивності прохідної хвилі відповідно дорівнюють $I_{\max}$ та $I_{\min}$. Чому дорівнює ступінь поляризації P падаючого світла?

9 Одержати вираз для ступеня поляризації P, використовуючи інтенсивності лінійно поляризованої компоненти I_p та природної – I_e.

10 Природне світло, інтенсивність якого I_e проходить послідовно через два поляризатора, кут між площинами пропускання яких дорівнює φ. Визначити: а) як поляризована хвиля на виході; б) чому дорівнюють її інтенсивність і ступінь поляризації за першим та другим поляризаторами?

11 Яка частина світлової енергії пройде через ідеальний поляризатор, якщо на нього падає неполяризоване світло?

12 Чому дорівнює інтенсивність світла, що пройшло через два поляризатори?

13 Чи може фазова швидкість бути більшою за швидкість світла у вакуумі?

14 Чи може групова швидкість бути більшою за швидкість світла у вакуумі?

15 За яким законом відбувається поглинання світла у речовині?

16 Що таке шар половинного послаблення світла?

17 Від чого залежить поглинання світла у розчинах?

18 Як закон Релея пояснює блакитний колір неба?

19 Розкрийте поняття червоного та фіолетового зміщень.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

ПРИКЛАД 3.1

Пучок світла з повітря падає на поверхню рідини під кутом $\theta_1 = 54^0$. Визначити кут заломлення θ_2 пучка, якщо відбитий пучок повністю поляризований.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\theta_2 - ?$
$\theta_1 = 54^0$

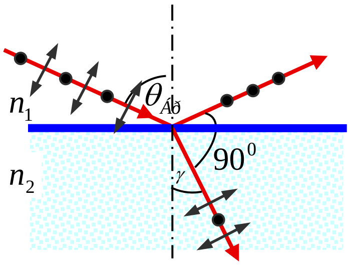

Рисунок 3.3

Відбитий пучок світла буде повністю поляризований (рис. 3.3), якщо світло падає на межу поділу двох середовищ під кутом Брюстера. Цей кут визначається умовою

$$tg\theta_{Бр} = \frac{n_2}{n_1},$$

де n_1 і n_2 – показники заломлення середовищ, у яких поширюються падаючий та заломлений промені відповідно.

Кут заломлення γ можна визначити за допомогою закону заломлення світлових променів на межі поділу двох середовищ:

$$\frac{\sin\theta_{Бр}}{\sin\gamma} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Ураховуючи, що $\mathrm{tg}\theta_1 = \dfrac{\sin\theta_1}{\cos\theta_1}$, одержимо

$$\frac{\sin\theta_1}{\cos\theta_1} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Звідки випливає, що

$$\cos\theta_1 = \sin\theta_2,$$

або

$$\sin(\pi/2 - \theta_1) = \sin\theta_2.$$

Тоді

$$\pi/2 - \theta_1 = \theta_2 \Rightarrow \theta_1 + \theta_2 = \pi/2.$$

Таким чином, якщо світло падає на межу поділу середовищ під кутом Брюстера, то сума кутів падіння та заломлення дорівнює 90^0.

Звідси легко визначити кут заломлення:

$$\theta_2 = \pi/2 - \theta_1, \qquad \theta_2 = 90^0 - 54^0 = 36^0.$$

Відповідь: $\theta_2 = 36^0$.

ПРИКЛАД 3.2

Граничний кут повного внутрішнього відбивання пучка світла на межі поділу рідини з повітрям дорівнює $\theta = 43^0$. Визначити кут Брюстера $\theta_Б$ для падіння променя з повітря на поверхню цієї рідини.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\theta_Б - ?$
$\theta = 43^0$

Кут повного внутрішнього відбивання на межі поділу рідини з показником заломлення n і повітря з показником заломлення $n_П = 1$ визначається з умови

$$\sin\theta_Б = \frac{n}{n_П} = n. \tag{1}$$

Звідси показник заломлення рідини дорівнює $n = \sin 43^0$. Кут Брюстера визначається з умови

$$\mathrm{tg}\,\theta_Б = 1/n. \tag{2}$$

Порівнюючи співвідношення (1) і (2), одержуємо

$$\mathrm{tg}\,\theta_Б = \frac{1}{\sin\theta}.$$

Отже,

$$\theta_Б = \mathrm{arctg}\left(\frac{1}{\sin\theta}\right).$$

Обчислення дають

$$\theta_Б = \mathrm{arctg}\left(\frac{1}{\sin 43^0}\right) = 55,7^0.$$

Відповідь: $\theta_Б = 55,7^0$.

ПРИКЛАД 3.3

Промінь світла проходить шар льоду, падає на алмазну пластинку, частково відбивається та частково заломлюється. Визначити, яким повинен бути кут падіння, щоб відбитий промінь був максимально поляризованим.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\theta_Б - ?$
$n_1 = 1,31$,
$n_2 = 2,42$

Відбите світло максимально поляризоване за кута падіння $\alpha = \theta_Б$, який задовольняє закон Брюстера

$$tg\theta_Б = \frac{n_2}{n_1},$$

де n_2 і n_1 – показники заломлення другого (алмазу) та першого середовища (льоду) відповідно.

Звідси визначимо кут падіння

$$\theta_Б = \mathrm{arctg}\, n_2 / n_1 .$$

Із розрахунку одержуємо

$$\theta_Б = \mathrm{arctg}\frac{2,42}{1,31} = 61,5^0 = 61^0 03'.$$

Відповідь: $\theta_Б = 61^0 03'$.

ПРИКЛАД 3.4

Природне світло падає на поверхню діелектрика під кутом повної поляризації. Ступінь поляризації заломленого променя дорівнює $P_2 = 0{,}124$. Визначити коефіцієнт пропускання світла τ.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\tau - ?$
$P_2 = 0{,}124$

Природне світло можна уявити як накладання двох некогерентних хвиль, поляризованих у взаємно перпендикулярних площинах. Ці хвилі мають однакову інтенсивність

$$I_{\parallel} = I_{\perp}, \tag{1}$$

де індексами $\parallel$ і $\perp$ позначені коливання, паралельні та перпендикулярні до площини падіння світла на поверхню діелектрика, причому інтенсивність падаючого світла

$$I = I_{\parallel} + I_{\perp}. \tag{2}$$

Під час падіння світла під кутом повної поляризації відбиваються лише хвилі, поляризовані у площині, перпендикулярній до площини падіння. У заломленій хвилі переважають коливання, паралельні площині падіння. Інтенсивність заломленої хвилі можна записати як

$$I_2 = I_{2\parallel} + I_{2\perp}. \tag{3}$$

Складники $I_{2\parallel}$ і $I_{2\perp}$ інтенсивності заломленої хвилі дорівнюють

$$I_{2\parallel} + I_{\parallel} \text{ і } I_{2\perp} = I_{\perp} - I_1, \tag{4}$$

де I_1 – інтенсивність відбитого світла.

Ступінь поляризації заломленого променя

$$P_2 = \frac{I_{2\parallel} - I_{2\perp}}{I_{2\parallel} + I_{2\perp}} = \frac{I_{2\parallel} - I_{2\perp}}{I_2}. \tag{5}$$

З урахуванням виразів (4) і (1) співвідношення (5) можна подати у вигляді

$$P_2 = I_1/I_2 . \tag{6}$$

Коефіцієнт пропускання світла дорівнює відношенню інтенсивності світла, яке пройшло через діелектрик I_2, до інтенсивності світла, що на нього падає $\left(I = I_1 + I_2\right)$, тобто

$$\tau = \frac{I_2}{I} = \frac{I_2}{I_1 + I_2} . \tag{7}$$

Поділимо чисельник і знаменник на I_2 та підставимо вираз (6) у (7):

$$\tau = \frac{1}{I_1/I_2 + 1} = \frac{1}{1 + P_2} . \tag{8}$$

Обчислимо та одержимо

$$\tau = \frac{1}{1 + 0{,}124} \simeq 0{,}89 .$$

Відповідь: $\tau = 0{,}89$.

ПРИКЛАД 3.5

Визначити, у скільки разів зменшиться інтенсивність природного світла, яке пройшло через два ніколі, кут між площинами поляризації яких дорівнює 45^0. Кожний ніколь поглинає 8 % падаючого світла.

РОЗВ’ЯЗАННЯ

$I_e/I-?$

$\varphi=45^0$,

$k=0,08$

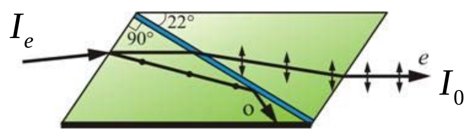

Рисунок 3.4

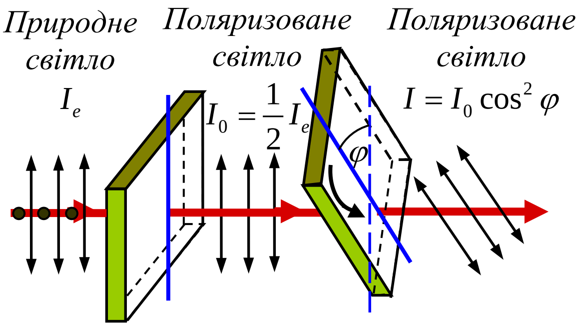

Рисунок 3.5

Унаслідок подвійного променезаломлення промінь природного світла після попадання у призму розділяється на звичайний та незвичайний промені (рис. 3.4). Обидва промені поляризовані, але у взаємно перпендикулярних площинах. Звичайний промінь за законом заломлення світла заломиться та відіб’ється від шару канадського бальзаму повністю, оскільки для нього виконується умова повного внутрішнього відбивання. Цей промінь буде поглинений зачорненою боковою гранню призми. Незвичайний промінь проходить через призму без відхилення, його інтенсивність зменшується внаслідок поглинання світла призмою на величину kI_e.

Інтенсивність світла, яке пройшло через поляризатор, дорівнює

$$I_0=0,5(1-k)I_e, \tag{1}$$

де k – коефіцієнт поглинання світла у призмі, у нашому випадку $k = 0,08$; I_e – інтенсивність природного світла, яке падає на поляризатор.

Поляризоване світло входить у другий ніколь – аналізатор, де знову поглинається, при цьому його інтенсивність зменшується на величину kI_1 (рис. 3.4). Крім того, інтенсивність поляризованого світла внаслідок незбіжності площин поляризації поляризатора та аналізатора зменшується відповідно до закону Малюса

$$I = I_0\left(1-k\right)\cos^2\varphi, \tag{2}$$

де α – кут між площинами поляризації поляризатора та аналізатора; k – коефіцієнт поглинання; I_0 – інтенсивність поляризованого світла, яке падає на аналізатор; I – інтенсивність поляризованого світла, яке пройшло через аналізатор.

Підставимо вираз (1) у (2) та одержимо

$$I = 0,5\left(1-k\right)^2 I_e\cos^2\varphi. \tag{3}$$

Зі співвідношення (3) випливає

$$\frac{I_e}{I} = \frac{2}{\left(1-k\right)^2\cos^2\varphi}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин у останній вираз та одержимо

$$\frac{I_e}{I} = \frac{2}{\left(1-0,08\right)^2\cos^2 45} = 4,7.$$

Відповідь: $I_e/I = 4,7$.

ПРИКЛАД 3.6

Який кут утворюють площини поляризації двох ніколів, якщо інтенсивність світла, що вийшло з другого ніколя, зменшилася у 5 разів? Урахувати, що поляризатор поглинає 10 %, а аналізатор 8 % падаючого на них світла.

РОЗВ’ЯЗАННЯ

$\varphi - ?$
$I_e/I = 5,$ $k_1 = 0{,}1,$ $k_2 = 0{,}08$

Унаслідок подвійного променезаломлення природного променя світла у призмі ніколя виникають два промені: звичайний та незвичайний. Обидва промені поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах, їх інтенсивність однакова і дорівнює половині інтенсивності природного світла. Інтенсивність світла, яке пройшло першу призму (поляризатор) з урахуванням поглинання, дорівнює

$$I_0 = 0{,}5 I_e \left(1 - k_1\right), \tag{1}$$

де I_e – інтенсивність природного світла, яке падає на перший ніколь (поляризатор); k_1 – відносна втрата інтенсивності світла у поляризаторі.

При проходженні другої призми (аналізатора) світло в ній поглинається, крім того, його інтенсивність зменшується внаслідок незбіжності площин поляризації поляризатора й аналізатора. Це зменшення інтенсивності визначається законом Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

Ураховуючи втрати світла внаслідок поглинання в поляризаторі та аналізаторі, одержимо

$$I = 0{,}5 I_e \left(1 - k_1\right)\left(1 - k_2\right)\cos^2 \varphi, \tag{2}$$

де k_2 – відносна втрата інтенсивності світла в аналізаторі; φ – кут між площинами поляризації поляризатора та аналізатора.

З умови задачі відоме відносне зменшення інтенсивності I_e/I, тоді зі співвідношення (2) одержимо

$$\frac{I_e}{I} = \frac{2}{(1-k_1)(1-k_2)\cos^2\varphi}.$$

Звідки

$$\cos\varphi = \sqrt{\frac{2I}{(1-k_1)(1-k_2)I_e}}.$$

Підставимо числові дані в останній вираз та проведемо розрахунки:

$$\varphi = \sqrt{\frac{2}{(1-0,1)(1-0,08)5}} = \arccos 0,69 = 46^0.$$

Відповідь: $\varphi = 46^0$.

ПРИКЛАД 3.7

Природне світло падає на систему з трьох послідовно розміщених однакових поляроїдів. Кут між площиною пропускання середнього поляроїда та площинами пропускання двох інших дорівнює $\varphi = 60^0$. Кожний поляроїд має таке поглинання, що за час падіння на нього лінійно поляризованого світла максимальний коефіцієнт пропускання дорівнює 0,81. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла після проходження цієї системи?

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$I_e/I_2 - ?$
$\varphi = 60^0$, $k = 0{,}19$

Під час падіння природного світла на ідеальний поляроїд через нього проходить світло, інтенсивність якого дорівнює половині початкової інтенсивності, тобто

$$I_0 = 0,5 I_e. \qquad (1)$$

Максимальна інтенсивність світла, яке проходить через цей поляроїд, дорівнює 0,81 від інтенсивності світла, що падає на нього, тобто коефіцієнт поглинання дорівнює $k = 0{,}19$.

За законом Малюса інтенсивність світла, яке пройшло через другий поляроїд, дорівнює

$$I_1 = I_0 \cos^2\varphi. \qquad (2)$$

Ураховуючи втрати світла внаслідок поглинання в обох поляроїдах перепишемо співвідношення (2) у вигляді

$$I_1 = I_0 (1-k)^2 \cos^2 \varphi . \qquad (3)$$

На третій поляроїд падає світло, інтенсивність якого I_1. Третій поляроїд також пропускає

$$I_2 = I_1 (1-k) \cos^2 \varphi . \qquad (4)$$

Підставивши вирази (3) у співвідношення (4), одержимо

$$I_2 = 0,5 I_e (1-k)^3 \cos^4 \varphi . \qquad (5)$$

З одержаного виразу знайдемо, у скільки разів зменшиться інтенсивність світла після проходження системи:

$$\frac{I_e}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^3 \cos^4 \varphi} .$$

Підставимо значення фізичних величин в одержаний вираз та обчислимо:

$$\frac{I_e}{I_2} = \frac{2}{(1-0,19)^3 \cos^4 60^0} = 60 .$$

Відповідь: у 60 разів.

ПРИКЛАД 3.8

На шляху частково поляризованого світла, ступінь поляризації якого дорівнює $P = 0,6$, поставили аналізатор так, що інтенсивність світла, яке пройшло через нього, стала максимальною. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла, якщо площину пропускання аналізатора повернути на кут $\varphi = 30^0$?

РОЗВ’ЯЗАННЯ

$I_{\max}/I_{\varphi} - ?$
$P = 0,6,$ $\varphi = 30^0$

Відповідно до закону Малюса, якщо на поляризатор падає плоскополяризоване світло з інтенсивністю I_{0p}, то інтенсивність світла на виході поляризатора I_p буде дорівнювати

$$I_p = I_{0p} \cos^2 \varphi, \tag{1}$$

де φ – кут між площиною поляризації падаючого світла та площиною пропускання поляризатора. Якщо ж на поляризатор падає природне неполяризоване світло з випадковими напрямками коливань світлового вектора, то для визначення інтенсивності світла, яке пройшло через поляризатор, потрібно у співвідношенні Малюса виконати усереднення за всіма кутами φ. Ураховуючи, що середнє значення $\cos^2 \varphi$ дорівнює

$$< \cos^2 \varphi >= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi \, d\varphi = 0,5 ,$$

одержуємо зменшення інтенсивності падаючого природного світла I_{0p} удвічі.

Тепер знаючи, як поляризоване і природне світло проходять через поляризатор, подамо частково поляризоване світло у вигляді суми природного світла з інтенсивністю I_{0e} і плоскополяризованого світла з інтенсивністю I_{0p}. Якщо таке світло пропустити через аналізатор, то з урахуванням закону Малюса максимальна інтенсивність прохідного світла буде дорівнювати

$$I_{\max} = I_{0p} + 0,5 I_{0e}, \tag{2}$$

а мінімальна інтенсивність

$$I_{\min} = 0,5 I_{0e}\,. \tag{3}$$

Тоді ступінь поляризації цього світла може бути визначений таким чином:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{I_{0p}}{I_{0p} + I_{oe}}\,. \tag{4}$$

За умовою задачі спочатку поляризатор перебував у положенні, за якого інтенсивність прохідного світла була максимальною (вираз (2)).

Площина поляризації поляризованого компонента в цьому випадку збігається з площиною пропускання поляризатора. Якщо тепер поляризатор повернути на кут α, то інтенсивність поляризованого компонента світла зменшиться відповідно до закону Малюса. Інтенсивність прохідного природного компонента не зміниться та буде, як і раніше, дорівнювати половині інтенсивності природного компонента в падаючому на поляризатор світлі. Тоді інтенсивність прохідного світла буде дорівнювати

$$I_{\varphi} = 0,5 I_{0e} + I_{0p} \cos^2 \varphi\,. \tag{5}$$

Відношення інтенсивностей $I_{\max} / I_{\varphi}$, які потрібно знайти в задачі, дорівнюють

$$\frac{I_{\max}}{I_{\varphi}} = \frac{I_{0p} + 0,5 I_{0e}}{0,5 I_{0e} + I_{0p} \cos^2 \varphi}\,. \tag{6}$$

Виразимо їх через відношення інтенсивностей I_{0p} / I_{0e}, поділивши чисельник і знаменник співвідношення (6) на I_{0e}:

$$\frac{I_{\max}}{I_{\varphi}} = \frac{\dfrac{I_{0p}}{I_{0e}} + 0,5}{0,5 + \dfrac{I_{0p}}{I_{0e}} \cos^2 \varphi}\,. \tag{7}$$

Виконаємо перетворення у співвідношенні (1), поділивши спочатку чисельник і знаменник цього виразу на I_{0p}:

$$P = \frac{1}{1 + I_{0e}/I_{0p}}. \tag{8}$$

Звідси одержимо

$$I_{0p}/I_{0e} = P/(1-P). \tag{9}$$

Підставивши (4) у (2), одержимо

$$\frac{I_{\max}}{I_{\varphi}} = \frac{\dfrac{P}{1-P} + 0,5}{0,5 + \dfrac{P}{1-P}\cos^2\varphi}. \tag{10}$$

Підставимо числові значення фізичних величин у це співвідношення та одержимо

$$\frac{I_{\max}}{I_{\varphi}} = \frac{\dfrac{0,6}{1-0,6} + \dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{0,6}{1-0,6}\cos^2 30^0} = \frac{\dfrac{0,6}{0,4} + \dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{0,6}{0,4}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{4}{1 + \dfrac{9}{4}} = 1,23.$$

Відповідь: $I_{\max}/I_{\varphi} = 1,23$.

ПРИКЛАД 3.9

Ступінь поляризації P частково поляризованого світла дорівнює 0,5. У скільки разів відрізняється максимальна інтенсивність світла, що проходить через аналізатор, від мінімальної?

РОЗВ’ЯЗАННЯ

$I_{\max}/I_{\min} - ?$
$P = 0,5$

Ступінь поляризації P світла за визначенням дорівнює

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

де $I_{\max}$ і $I_{\min}$ – відповідно максимальна та мінімальна інтенсивності світла, що пройшло через аналізатор. Поділимо чисельник і знаменник цього виразу на $I_{\min}$ та одержимо

$$P = \frac{I_{max}/I_{min} - 1}{I_{max}/I_{min} + 1}.$$

Розв'язуючи останнє рівняння відносно I_{max}/I_{min}, приходимо до співвідношення

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{1+P}{1-P}.$$

Підставимо в одержане співвідношення числові значення та одержимо

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{1+0,5}{1-0,5} = \frac{1,5}{0,5} = 3.$$

Відповідь: $I_{max}/I_{min} = 3$.

ПРИКЛАД 3.10

Пластинка кварцу товщиною $d_1 = 1мм$, вирізана перпендикулярно до оптичної осі кристала, повертає площину поляризації монохроматичного світла певної довжини хвилі на кут $\varphi_1 = 20^0$. Визначити: 1) якою повинна бути товщина d_2 кварцової пластинки між двома «паралельними» ніколями, щоб світло не проходило через таку систему; 2) якої довжини l трубку з розчином цукру з масовою концентрацією $C = 0,4 кг/л$ потрібно помістити між ніколями для досягнення такого самого ефекту? Питоме обертання цукру $[\alpha] = 0,665 град/(м \cdot кг \cdot м^{-3})$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$d_2 - ?$ $l - ?$

$d_1 = 1мм = 10^{-3} м$,

$\varphi_1 = 20^0$,

$C = 0,4 кг/л = 400 кг/м^3$,

$[\alpha] = 0,665 град/(м \cdot кг \cdot м^{-3})$

1 Кут повороту площини поляризації кварцовою пластинкою визначається співвідношенням

$$\varphi = \alpha d. \quad (1)$$

Світло повністю гаситься за умови, що кут повороту площини поляризації дорівнює

$\varphi_2 = 90^0$. Тоді товщина пластинки дорівнює

$$d_2 = \varphi_2 / \alpha . \qquad (2)$$

Сталу обертання знайдемо з формули (1):

$$\alpha = \varphi_1 / d_1 . \qquad (3)$$

Підставимо цей вираз у співвідношення (2) та одержимо

$$d_2 = \varphi_2 d_1 / \varphi_1 . \qquad (4)$$

Виконуємо обчислення за цим співвідношенням та знайдемо товщину пластинки:

$$d_2 = 90 \cdot 10^{-3} / 20 = 4,5 \cdot 10^{-3} \left(м \right).$$

2 Довжину трубки з цукровим розчином визначимо зі співвідношення $\varphi_2 = [\alpha] C l$:

$$l = \frac{\varphi_2}{[\alpha] C} .$$

Підставимо в одержаний вираз значення фізичних величин та виконаємо розрахунки:

$$l = \frac{90}{0,665 \cdot 400} = 0,338 \left(м \right).$$

Відповідь: 1) $d_2 = 4,5$ *мм*; 2) $l = 0,338$ *м*.

ПРИКЛАД 3.11

Природне монохроматичне світло падає на систему з двох схрещених поляризаторів, між якими міститься кварцова пластинка, вирізана перпендикулярно до оптичної осі. Визначити мінімальну товщину $d_{\min}$ пластинки, за якої ця система буде пропускати $\eta = 0,3$ світлового потоку. Стала обертання кварцу $\alpha = 17\, град \cdot мм^{-1}$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$d_2 - ?\ l - ?$
$\eta = 0,3$,
$\alpha = 17\, град \cdot мм^{-1} = 1,7 \cdot 10^4\, град \cdot м^{-1}$

Інтенсивності падаючого світла I_e та світла, що пройшло крізь перший поляризатор I_0, пов'язані між собою співвідношенням

$$I_0 = 0,5 I_e. \tag{1}$$

Під час проходження світла через кварц спостерігається обертання площини поляризації світла на кут φ, який можна визначити з формули

$$\varphi = \alpha d, \tag{2}$$

де d – товщина пластинки.

Мінімальній товщині, яка задовольняє умову задачі, відповідає кут, значення якого перебуває в межах $0 < \varphi < \pi/2$. Після проходження кварцової пластинки площина поляризації світла повернеться на кут φ, тому інтенсивності I_0 та I пов'язані співвідношенням

$$I = I_0 \cos^2\left(\pi/2 - \varphi\right) = I_0 \sin^2 \varphi. \tag{3}$$

Підставимо вирази (1) і (2) у співвідношення (3), врахуємо, що $\eta = I/I_e$, виконаємо математичні перетворення та одержимо

$$I = 0,5 I_e \sin^2\left(\alpha d\right) \Rightarrow \frac{I}{I_e} = 0,5\sin^2\left(\alpha d\right) \Rightarrow \eta = 0,5\sin^2\left(\alpha d\right) \Rightarrow \sin\left(\alpha d\right) = \sqrt{2\eta}\,.$$

Звідси

$$d_{\min} = \frac{1}{\alpha}\arcsin\sqrt{2\eta}\,.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в одержаний вираз та виконаємо розрахунки:

$$d_{\min} = \frac{1}{1,7\cdot 10^{4}}\arcsin\sqrt{2\cdot 0,3} = 3\cdot 10^{3}\left(м\right) = 3\left(мм\right).$$

Відповідь: $d_{\min} = 3\,мм$.

ПРИКЛАД 3.12

Показники заломлення сірковуглецю для світла з довжинами хвиль $\lambda_1 = 509\,нм$, $\lambda_2 = 534\,нм$, $\lambda_3 = 574\,нм$ відповідно дорівнюють: $n_1 = 1,647$; $n_2 = 1,64$; $n_3 = 1,63$. Визначити фазову швидкість для довжини хвилі λ_2 та групову швидкість.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\mathrm{v}_2 - ?\quad u - ?$

$n_1 = 1,647,$
$n_2 = 1,64,$
$n_3 = 1,63,$
$\lambda_1 = 509\,нм = 5,09\cdot 10^{-7}\,м,$
$\lambda_2 = 534\,нм = 5,34\cdot 10^{-7}\,м,$
$\lambda_3 = 574\,нм = 5,74\cdot 10^{-7}\,м$

Фазові швидкості для кожної заданої довжини хвилі можна знайти як

$$\mathrm{v} = c/n\,, \tag{1}$$

де c – швидкість світла у вакуумі; n – показник заломлення.

Для знаходження групової швидкості потрібно знати закон дисперсії. Загальний вираз для групової швидкості можна перетворити так:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\omega}{d\lambda}\frac{1}{dk/d\lambda}\,, \tag{2}$$

де ω – циклічна частота коливань; λ – довжина хвилі; k – хвильове число.

Ураховуючи, що $k = 2\pi/\lambda$ і $\omega = 2\pi\mathrm{v}/\lambda$, одержимо

$$u = \mathrm{v} - \lambda\left(d\mathrm{v}/d\lambda\right). \tag{3}$$

За умовою задачі групова швидкість повинна бути виражена через показник заломлення n та довжину хвилі λ. Використовуючи вираз (1), перетворимо співвідношення (3):

$$u=\frac{c}{n}\left(1+\frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right). \tag{4}$$

Похідну $dn/d\lambda$ можна знайти, якщо відома функція $n(\lambda)$, або за тангенсом кута нахилу дотичної до графіка $n(\lambda)$ у даній точці. Для побудови графіка недостатньо трьох точок із заданими значеннями n і λ. Тому задачу можна розв'язати лише наближено. Коли відношення

$$(n_2-n_1)/(\lambda_2-\lambda_1) \quad \text{і} \quad (n_3-n_2)/(\lambda_3-\lambda_2) \tag{5}$$

дорівнюють або незначно відрізняються, то функцію $n(\lambda)$ у діапазоні від λ_1 до λ_2 можна вважати лінійною. Тоді похідна $dn/d\lambda$ для $\lambda=\lambda_2$ дорівнює відношенню (4) або середньому з двох значень.

Обчислимо відношення (5):

$$(n_2-n_1)/(\lambda_2-\lambda_1)=10^9(1,64-1,647)/(534-509)=-2,8\cdot10^5\left(м^{-1}\right),$$
$$(n_3-n_2)/(\lambda_3-\lambda_2)=10^9(1,63-1,64)/(574-534)=-2,5\cdot10^5\left(м^{-1}\right).$$

Розходження становить приблизно $\frac{-2,8\cdot10^5-\left(-2,5\cdot10^5\right)}{-2,8\cdot10^5}\approx11\%$, тоді за $dn/d\lambda$ можна взяти середнє значення

$$\frac{dn}{d\lambda}=-2,8\cdot10^5+-2,5\cdot10^5=-2,65\cdot10^5\left(м^{-1}\right).$$

Знак «мінус» показує, що зі збільшенням λ показник заломлення зменшується, а фазова швидкість збільшується (область нормальної дисперсії). Підставимо одержане значення $dn/d\lambda$, а також $n=n_2$ і $\lambda=\lambda_2$ у вираз (4):

$$u=\frac{3\cdot10^8}{1,64}\left(1+\frac{534\cdot10^{-9}}{1,64}\left(-2,65\cdot10^5\right)\right)=1,67\cdot10^8\,(м/с).$$

Фазову швидкість знайдемо зі співвідношення (1):

$$\mathrm{v}_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3\cdot 10^8}{1,64} = 1,83\cdot 10^8 \left(м/с \right).$$

Відповідь: $\mathrm{v}_2 = 1,83\cdot 10^8\ м/с$; $u = 1,67\cdot 10^8\ м/с$.

ПРИКЛАД 3.13

Через кварцову пластинку товщиною $d = 5см$ проходять інфрачервоні промені. Кут падіння дорівнює нулю. Відомо, що для інфрачервоних променів з довжиною хвилі $\lambda_1 = 2,72мкм$ показник поглинання $k_1 = 0,2см^{-1}$, а для променів $\lambda_2 = 4,5мкм$ – $k_2 = 7,3см^{-1}$. Визначити: 1) шари половинного послаблення d_1 і d_2 відповідно для довжин хвиль λ_1 і λ_2; 2) відносне змінювання інтенсивності цих променів після проходження ними кварцової пластинки.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$d_1 - ?$ $d_2 - ?$ $\dfrac{I_0}{I_2} - ?$
$d = 5см = 5\cdot 10^{-2}\ м$,
$\lambda_1 = 2,72мкм = 2,72\cdot 10^{-6}\ м$,
$k_1 = 0,2см^{-1} = 20\ м^{-1}$,
$\lambda_2 = 4,5мкм = 4,5\cdot 10^{-6}\ м$,
$k_2 = 7,3см^{-1} = 730\ м^{-1}$

Поглинання світлових променів у середовищі визначається законом Бугера – Ламберта – Бера, який строго виконується лише для монохроматичних променів:

$$I = I_0 e^{-k_\lambda d}, \qquad (1)$$

де I_0 – інтенсивність вхідного пучка світла; d – товщина шару речовини, через яку проходить світло; k_λ – показник поглинання речовини (коефіцієнт лінійного послаблення) для даної довжини хвилі.

Для шару половинного послаблення виконується умова $I = 0,5I_0$.

Тоді формула (1) набере вигляду

$$0,5I_0 = I_0 e^{-k_\lambda d}.$$

Звідси

$$e^{k_\lambda d} = 2 \text{ або } k_\lambda d = \ln 2.$$

Для променів із довжиною хвилі λ_1 шар половинного послаблення дорівнює

$$d_1 = \ln 2 / k_1 .$$

Для променів із довжиною хвилі λ_2 шар половинного послаблення дорівнює:

$$d_2 = \ln 2 / k_2 ,$$

$$d_1 = \frac{\ln 2}{20} = 0,0347(м) = 3,47(см),$$

$$d_2 = \frac{\ln 2}{730} = 0,00095(м) = 0,95(мм).$$

Відносне змінювання знайдемо з формули (1):

$$\frac{I_0}{I} = e^{-k_\lambda d} .$$

Відносне змінювання інтенсивності променів із довжиною хвилі λ_1 після проходження ними кварцової пластинки визначиться співвідношенням

$$\frac{I_0}{I_1} = e^{-k_1 d_1} .$$

Аналогічно для променів з довжиною хвилі λ_2

$$\frac{I_0}{I_2} = e^{-k_2 d_2} .$$

З обчислення одержуємо

$$\frac{I_0}{I_1} = e^{0,2 \cdot 5} = 2,7 \quad \text{і} \quad \frac{I_0}{I_2} = e^{7,3 \cdot 5} = 7,1 \cdot 10^{15} .$$

Відповідь: 1) $d_1 = 3,47 см$; $d_2 = 0,95 мм$; 2) $\frac{I_0}{I_2} = 7,1 \cdot 10^{15}$.

ПРИКЛАД 3.14

У спектральних лініях спектра водню, який випромінює астрономічний об'єкт – квазар, спостерігалося червоне зміщення, що відповідає зменшенню частоти втричі. Визначити, з якою швидкістю при цьому віддаляється квазар.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\mathrm{v}-?$
$\dfrac{\nu_0}{\nu}=3$

У системі відліку, пов'язаній зі спостерігачем, спектральний прилад зареєструє електромагнітне випромінювання частоти

$$\nu=\frac{\nu_0\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta\cos\vartheta}, \tag{1}$$

де ν_0 – власна частота монохроматичного випромінювання джерела; $\beta=\mathrm{v}/c$; ϑ – кут між вектором $\vec{\mathrm{v}}$ та напрямком спостереження, виміряний у системі відліку, пов'язаній зі спостерігачем. У нашому випадку $\vartheta=0$ (джерело віддаляється від спостерігача), тоді з урахуванням, що $\cos 0=1$, вираз (1) набере вигляду

$$\nu=\frac{\nu_0\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta}=\nu_0\frac{\sqrt{(1-\beta)(1+\beta)}}{1+\beta}=\nu_0\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}},$$

або

$$\frac{\nu_0}{\nu}=\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}. \tag{2}$$

Виконаємо нескладні перетворення:

$$\frac{1+\beta}{1-\beta}=\left(\frac{\nu_0}{\nu}\right)^2\Rightarrow 1+\beta=(1-\beta)\left(\frac{\nu_0}{\nu}\right)^2\Rightarrow 1+\beta=\left(\frac{\nu_0}{\nu}\right)^2-\beta\left(\frac{\nu_0}{\nu}\right)^2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \beta\left(1+\left(\frac{\nu_0}{\nu}\right)^2\right)=\left(\frac{\nu_0}{\nu}\right)^2-1\ \Rightarrow\beta=\frac{\left(\frac{\nu_0}{\nu}\right)^2-1}{1+\left(\frac{\nu_0}{\nu}\right)^2},$$

тоді

$$\text{v} = c\frac{\left(\nu_0/\nu\right)^2 - 1}{1 + \left(\nu_0/\nu\right)^2}.$$

Після підставлення числових значень фізичних величин одержимо швидкість віддалення квазара від Землі:

$$\text{v} = 3\cdot 10^8 \frac{3^2 - 1}{1 + 3^2} = 2,4\cdot 10^8 \left(м/с\right).$$

Відповідь: $\text{v} = 2,4\cdot 10^8\ м/с$.

ПРИКЛАД 3.15

Радіолокатор працює на довжині хвилі $\lambda = 50\,см$. Визначити швидкість літака, який наближається за умови, що частота биттів між сигналом передавача і сигналом, відбитим від літака, у точці, де міститься локатор, дорівнює $\Delta\nu = 1\,кГц$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\text{v} - ?$
$\lambda = 50\,см = 0,5\,м,$ $\Delta\nu = 1\,кГц = 10^3\,Гц$

Биттями називають результат накладання двох хвиль одного напрямку з близькими частотами. У даному випадку це хвиля, що випромінюється локатором, та хвиля, відбита від літака. Унаслідок додавання цих хвиль у місці розміщення радіолокатора отримується хвиля з амплітудою, яка повільно (відносно основної частоти) змінюється.

Амплітуда биття дорівнює

$$A_Б = \left|2A\cos\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right)\right|,$$

де A – амплітуда хвилі, що випромінюється; $\omega = 2\pi\nu$ – її частота.

Якщо радіолокатор працює на довжині хвилі λ, то частота цієї хвилі

$$\nu = \frac{c}{\lambda}.$$

Частоту відбитої хвилі визначимо за формулою ефекту Допплера:

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{\mathrm{v}}{c} \cos \vartheta \right).$$

Для поздовжнього ефекту Допплера $(\vartheta = 0)$ можна записати частоту биття як

$$\Delta \nu = \frac{\nu_0 - \nu}{2} = \frac{\mathrm{v}}{\lambda}.$$

Із цього виразу знайдемо швидкість літака:

$$\mathrm{v} = \frac{\Delta \nu \lambda}{2}.$$

Підставимо значення фізичних величин в одержаний вираз та визначимо значення швидкості літака:

$$\mathrm{v} = \frac{1000 \cdot 0,5}{2} = 250 \left(м/с \right).$$

Відповідь: $\mathrm{v} = 250\, м/с$.

ПРИКЛАД 3.16

При спостереженні спектральної лінії $\lambda_0 = 0{,}59\,мкм$ у напрямках на протилежні боки сонячного диска на його екваторі виявили різницю у довжинах хвиль на $\Delta\lambda = 8\,пм$. Визначити період обертання Сонця навколо власної осі.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\text{v} - ?$

$\lambda_0 = 0{,}59\,мкм = 5{,}9 \cdot 10^{-7}\,м,$

$\Delta\lambda = 8\,пм = 8 \cdot 10^{-12}\,м,$

$R_C = 6{,}95 \cdot 10^{8}\,м$

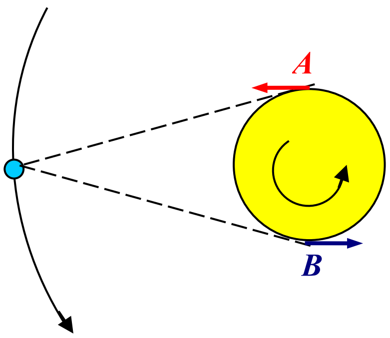

Рисунок 3.7

Спостерігач, який перебуває на Землі, спостерігає рух Землі навколо Сонця, як зображено на рисунку 3.7. Напрямок обертання Сонця навколо власної осі показаний на рисунку стрілкою. При цьому швидкості дослідних точок А і В сонячної поверхні однакові за модулем та мають протилежний напрямок. Оскільки відстань між Сонцем і Землею значно більша за розміри Сонця, кут між лінією спостереження (зображена пунктиром) і напрямком руху джерела для точки А дорівнює 180^0, а для точки В – нулю. Це означає, що різницю частот, які випромінюються точками А і В, спостерігач на Землі може визначити за допомогою формули класичного ефекту Допплера:

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu} = \frac{\text{v}}{c}\cos\vartheta, \qquad (1)$$

де ν – частота електромагнітного випромінювання у системі відліку, пов'язаній зі спостерігачем; ν_0 – власна частота випромінювання Сонця; v – модуль швидкості обертання Сонця; ϑ – кут між вектором $\vec{\text{v}}$ та напрямком спостереження, виміряний у системі відліку, пов'язаній зі спостерігачем.

Ураховуючи, що $\nu = c/\lambda$, перетворимо формулу (1):

$$\frac{c/\lambda - c/\lambda_0}{c/\lambda} = \frac{\mathrm{v}}{c}\cos\vartheta \Rightarrow \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0} = \frac{\mathrm{v}}{c}\cos\vartheta. \tag{2}$$

Для точки А

$$\frac{\lambda_0 - \lambda_A}{\lambda_0} = \frac{\mathrm{v}_A}{c}\cos\pi \Rightarrow 1 - \frac{\lambda_A}{\lambda_0} = -\frac{\mathrm{v}_A}{c} \Rightarrow \lambda_A = \lambda_0\left(1 + \frac{\mathrm{v}_A}{c}\right), \tag{3}$$

а для точки В

$$\frac{\lambda_0 - \lambda_B}{\lambda_0} = \frac{\mathrm{v}_B}{c}\cos 0 \Rightarrow 1 - \frac{\lambda_B}{\lambda_0} = \frac{\mathrm{v}_B}{c} \Rightarrow \lambda_B = \lambda_0\left(1 - \frac{\mathrm{v}_B}{c}\right). \tag{4}$$

Різниця у довжинах хвиль при спостереженні спектральної лінії λ_0 у напрямках на протилежні краї сонячного диска на його екваторі дорівнює

$$\Delta\lambda = \lambda_A - \lambda_B = \lambda_0\left(1 + \frac{\mathrm{v}_A}{c}\right) - \lambda_0\left(1 - \frac{\mathrm{v}_B}{c}\right) \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda_0\left(\frac{\mathrm{v}_A}{c} + \frac{\mathrm{v}_B}{c}\right). \tag{5}$$

Ураховуючи, що $\mathrm{v}_A = \mathrm{v}_B$, одержимо

$$\Delta\lambda = \lambda_0\frac{2\mathrm{v}_A}{c}, \text{ звідки } \mathrm{v}_A = \frac{\Delta\lambda c}{2\lambda_0}. \tag{6}$$

Лінійна швидкість обертання Сонця навколо своєї осі пов’язана з періодом обертання співвідношенням

$$T = \frac{2\pi R_C}{\mathrm{v}_A} = \frac{4\pi R_C}{c}\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в одержане співвідношення та одержимо

$$T = \frac{4\pi \cdot 6{,}95\cdot 10^8}{3\cdot 10^8}\frac{5{,}9\cdot 10^{-7}}{8\cdot 10^{-12}} = 2{,}15\cdot 10^6\left(c\right) = 24{,}85\left(\partial i\textit{б}\right).$$

Відповідь: $T = 24{,}85$ *діб*.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

ЗАКОН БРЮСТЕРА

3.1 Пучок природного світла, що поширюється у воді, відбивається від грані алмаза, зануреного у воду. За якого кута падіння відбите світло повністю поляризоване?

Відповідь: $\theta_Б = 61^0 12'$.

3.2 Визначити показник заломлення світла у таких випадках:

1) для непрозорої емалі кут повної поляризації при відбиванні дорівнює 58^0;
2) для прозорої речовини, для якої кут повної поляризації (при падінні світла ззовні) дорівнює граничному куту.

Відповідь: 1) $n = 1,6$; 2) $n = 1,272$.

3.3 Кут Брюстера при падінні світла з повітря на кристал кам'яної солі дорівнює $\theta_Б = 57^0$. Визначити швидкість світла в цьому кристалі.

Відповідь: $\text{v} = 1{,}94\ 10^8\ м/с$.

3.4 Промінь світла проходить шар льоду, падає на алмазну пластинку, частково відбивається та частково заломлюється. Визначити, яким повинен бути кут падіння, щоб відбитий промінь був максимально поляризованим.

Відповідь: $\theta_Б = 61^0 03'$.

3.5 Кут Брюстера при падінні світла з повітря на скляну призму дорівнює $\theta_Б = 58^0$. Визначити показник заломлення скла.

Відповідь: $n = 1,6$.

3.6 Знайти кут повної поляризації при відбиванні світла від скла, показник заломлення якого дорівнює $n = 1,57$.

Відповідь: $\theta_Б = 57^0 30'$.

3.7 Пучок природного світла падає на скляну призму з показником заломлення $n = 1,6$. Визначити кут падіння $\theta_Б$, якщо відбитий пучок максимально поляризований.

Відповідь: $\theta_Б = 58^0$.

3.8 Природне світло падає на кристал алмаза $(n = 2,42)$ під кутом повної поляризації. Знайти кут заломлення світла.

Відповідь: $\gamma = 22^0 30'$.

3.9 Із повітря на поверхню рідини падає світло під кутом $\alpha = 54^0$. Визначити його кут заломлення, якщо відбите світло повністю поляризоване.

Відповідь: $\gamma = 36^0$.

3.10 Під яким кутом до горизонту перебуває Сонце, якщо світло, відбите від поверхні води, максимально поляризоване?

Відповідь: $\varphi = 37^0$.

3.11 Паралельний пучок світла переходить із гліцерину у скло $(n = 1,6)$ так, що пучок, відбитий від межі поділу цих середовищ, є максимально поляризованим. Визначити кут між падаючим та заломленим променями.

Відповідь: $\vartheta = 184^0 51'$.

3.12 Пучок світла переходить із рідини у скло. Кут падіння дорівнює $\alpha = 60^0$, кут заломлення – $\gamma = 50^0$. За якого кута падіння $\theta_Б$ пучок світла, відбитий від межі поділу цих середовищ, буде максимально поляризованим?

Відповідь: $\theta_Б = 48^0 30'$.

3.13 Граничний кут повного внутрішнього відбивання пучка світла на межі поділу рідини з повітрям дорівнює $\alpha_{гр} = 43^0$. Визначити кут Брюстера $\theta_Б$ для падіння променя з повітря на поверхню цієї рідини.

Відповідь: $\theta_Б = 55,7^0$.

3.14 Природне світло падає на плоскопаралельну скляну пластинку $(n = 1,67)$, нижня поверхня якої перебуває у воді. За якого кута падіння α світло, відбите від межі скло – вода, буде максимально поляризованим?

Відповідь: $\alpha = 38^0 32'$.

3.15 Визначити показник заломлення скла, якщо при відбиванні світла від цього скла відбите світло буде повністю поляризованим, коли кут заломлення дорівнює $\gamma = 30^0$.

Відповідь: $n = 1,73$.

3.16 Промінь світла проходить через рідину $(n = 1,6)$, налиту у скляну $(n = 1,5)$ посудину, та відбивається від дна. Відбитий промінь повністю поляризований при падінні світла на дно посудини під кутом $\theta_Б = 42,62^0$. Визначити: 1) показник заломлення рідини; 2) під яким кутом повинен падати на дно посудини промінь, щоб відбулося повне внутрішнє відбиття?

Відповідь: 1) $n = 1,63$; 2) $\alpha_{гр} = 67^0$.

3.17 Граничний кут повного внутрішнього відбивання деякої речовини дорівнює $\alpha_{гр} = 45^0$. Чому дорівнює для цієї речовини кут повної поляризації?

Відповідь: $\theta_Б = 35^0 16'$.

3.18 Чому дорівнює показник заломлення скла, якщо при відбиванні від нього світла відбитий промінь буде повністю поляризованим при куті заломлення $\gamma = 32^0$. Визначити швидкість світла у склі.

Відповідь: $n = 1,6$.

3.19 Визначити кут повної поляризації при відбиванні світла від дна скляної $(n = 1,5)$ посудини, наповненої спиртом $(n = 1,36)$.

Відповідь: $\theta_Б = 47^0 48'$.

3.20 Кут Брюстера деякої речовини дорівнює $\theta_Б = 57^0$. Чому дорівнює показник заломлення цієї речовини та граничний кут повного внутрішнього відбивання?

Відповідь: $n = 1,54$; $\alpha_{гр} = 40^0 83'$.

ЗАКОН МАЛЮСА

3.21 Визначити коефіцієнт поглинання світла у поляроїдах, якщо за кута $\varphi = 45^0$ між їх площинами поляризації через систему з двох поляроїдів проходить 16 % падаючого світла.

Відповідь: $k = 0,2$.

3.22 Кут між площинами поляризації двох поляроїдів $\varphi = 70^0$. Як зміниться інтенсивність світла, яке пройшло через них, коли цей кут зменшити у 7 разів?

Відповідь: Інтенсивність збільшиться у 8,3 раза.

3.23 Аналізатор у чотири рази зменшує інтенсивність світла, яке пройшло через поляризатор. Визначити кут φ між площинами поляризації поляризатора та аналізатора.

Відповідь: $\varphi = 60^0$.

3.24 Кут між площинами поляризації поляризатора та аналізатора дорівнює $\varphi_1 = 45^0$. У скільки разів $k = I_0 / I$ зменшиться інтенсивність світла, що виходить із аналізатора, якщо цей кут збільшити до $\varphi_2 = 60^0$?

Відповідь: у $k = 2$ рази.

3.25 Визначити, у скільки разів зменшиться інтенсивність природного світла, яке пройшло через два ніколі, кут між площинами поляризації яких дорівнює $\varphi = 45^0$. Кожний ніколь поглинає 8 % падаючого світла.

Відповідь: $I_0/I_2 = 4,7$.

3.26 Який кут утворюють площини поляризації двох ніколей, якщо інтенсивність світла, що вийшло з другого ніколя, зменшилася у 5 разів? Урахувати, що поляризатор поглинає 10 %, а аналізатор 8 % падаючого на них світла.

Відповідь: $\varphi = 46^0$.

3.27 У скільки разів послаблюється інтенсивність світла, що проходить через два поляризатори, площини поляризації яких утворюють кут $\varphi = 60^0$, якщо у кожному поляризаторі окремо втрачається 10 % інтенсивності падаючого на нього світла?

Відповідь: у 9,9 раза.

3.28 Природне світло падає на систему з трьох послідовно розміщених однакових поляроїдів. Кут між площиною пропускання середнього поляроїда та площинами пропускання двох інших дорівнює $\varphi = 60^0$. Кожний поляроїд має таке поглинання, що при падінні на нього лінійно поляризованого світла максимальний коефіцієнт пропускання дорівнює $0{,}81$. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла після проходження цієї системи?

Відповідь: у 60 разів.

3.29 При падінні природного світла на деякий поляризатор крізь нього проходить 30 % світлового потоку через два таких поляризатори 13,5 %. Знайти кут між площинами пропускання цих поляризаторів.

Відповідь: $\varphi = 30^0$.

3.30 Пучок природного світла падає на систему із шести поляризаторів, площина пропускання кожного повернена на кут $\varphi = 30^0$ відносно площини пропускання попереднього. Яка частина світлового потоку проходить через цю систему?

Відповідь: 12 %.

3.31 Аналізатор удвічі зменшує інтенсивність світла, що надходить до нього від поляризатора. Визначити кут φ між площинами пропускання поляризатора та аналізатора. Втратами світла в аналізаторі знехтувати.

Відповідь: $\varphi = 45^0$.

3.32 Поглинання світла у ніколі таке, що найбільша інтенсивність поляризованого світла, яке пройшло через ніколь, дорівнює 90 % інтенсивності поляризованого світла, що падає на нього. У скільки разів зменшується інтенсивність природного світла при проходженні його через два ніколі, кут між площинами поляризації яких становить $\varphi = 63^0$?

Відповідь: у 12 разів.

3.33 У скільки разів зменшується інтенсивність світла, якщо, крім двох ніколей, зазначених в умові попередньої задачі, світло проходить ще через один ніколь, напрямок площини поляризації якого є таким самим, як і для першого Ніколя?

Відповідь: у 65 разів.

3.34 Між двома схрещеними поляризаторами поставили третій під кутом φ. За якого кута коефіцієнт пропускання такої системи максимальний, а за якого – мінімальний?

Відповідь: min – 0°, ±90°, ±180°; max ±45°, ±135°.

3.35 Природне світло проходить через поляризатор та аналізатор, кут між головними площинами яких дорівнює φ. Визначити кут φ, якщо інтенсивність світла, яке вийшло з аналізатора, дорівнює 12 % інтенсивності світла, падаючого на поляризатор. Поляризатор та аналізатор поглинають і відбивають $k_1 = k_2 = 10\,\%$ падаючого на них світла.

Відповідь: $\varphi = 57^0$.

3.36 У скільки разів зменшиться інтенсивність природного світла при проходженні його через два ніколі, кут між площинами поляризації яких дорівнює $\varphi = 60^0$?

Відповідь: у 8 разів.

3.37 Два ніколі розміщені так, що кут між їх площинами дорівнює $\varphi = 60^0$. Визначити, у скільки разів зменшиться інтенсивність природного світла:
1) при проходженні через один ніколь; 2) при проходженні через обидва ніколі. Коефіцієнт поглинання світла у кожному з ніколів $k = 0{,}05$.

Відповідь: 1) $I_0/I_1 = 2{,}1$; 2) $I_0/I_2 = 8{,}86$.

3.38 Яка частина світлової енергії пройде через призму Ніколя, якщо на неї падає неполяризоване світло і втрати енергії при проходженні через призму дорівнюють 7 %?

Відповідь: $I_1/I_0 = 0{,}465$.

3.39 Природне світло, інтенсивність якого дорівнює I_0, проходить через поляризатор та аналізатор. Кут між їх площинами пропускання дорівнює $\varphi = 60^0$. Після проходження світла через цю систему воно падає на дзеркало, відбивається від нього та знову проходить через цю систему. Нехтуючи поглинанням, визначити інтенсивність I світла після його зворотного проходження.

Відповідь: $I = 0{,}03 I_0$.

3.40 Природне світло, інтенсивність якого дорівнює I_0, проходить через систему з п’яти поляризаторів, площина пропускання кожного з яких обернена на $\varphi = 15^0$ відносно площини пропускання попереднього. Визначити, як зміниться інтенсивність природного світла при проходженні через цю систему. Кожний поляризатор поглинає 5 % падаючого світла.

Відповідь: $I/I_0 = 0,02$.

СТУПІНЬ ПОЛЯРИЗАЦІЇ СВІТЛА

3.41 Є два однакових недосконалих поляризатори, кожний з яких обумовлює ступінь поляризації $P = 0,9$. Який максимальний ступінь поляризації забезпечують ці два поляризатори, встановлені послідовно один за одним?

Відповідь: $P_{\max} = 0,994$.

3.42 Є два однакових недосконалих поляризатори, кожний з яких обумовлює ступінь поляризації $P = 0,8$. Яким буде ступінь поляризації світла, яке пройшло послідовно через обидва поляризатори за умови, що площини поляризаторів: 1) паралельні; 2) перпендикулярні одна одній?

Відповідь: 1) $P_{||} = 0,976$; 2) $P_{\perp} = 0$.

3.43 Є два однакових недосконалих поляризатори, кожний з яких обумовлює ступінь поляризації $P = 0,9$. Яким буде ступінь поляризації світла, яке пройшло послідовно через обидва поляризатори за умови, що площини поляризаторів: 1) паралельні; 2) перпендикулярні одна одній?

Відповідь: 1) $P_{||} = 0,994$; 2) $P_{\perp} = 0$.

3.44 У частково поляризованому світлі амплітуда світлового вектора, що відповідає максимальній інтенсивності світла, удвічі більша за амплітуду, що відповідає мінімальній інтенсивності. Визначити ступінь поляризації світла P.

Відповідь: $P = 0,6$.

3.45 Визначити ступінь поляризації частково поляризованого світла, якщо амплітуда світлового вектора, яка відповідає максимальній інтенсивності, утричі більша за амплітуду, що відповідає його мінімальній інтенсивності.

Відповідь: $P = 0,8$.

3.46 Ступінь поляризації частково поляризованого світла $P = 0,75$. Знайти відношення інтенсивності поляризованої складової цього світла до інтенсивності природної складової.

Відповідь: $I_{max}/I_0 = 7$.

3.47 Визначити ступінь поляризації світла, яке є сумішшю природного світла та плоскополяризованого, якщо інтенсивність поляризованого світла дорівнює інтенсивності природного.

Відповідь: $P = 0{,}5$.

3.48 Визначити ступінь поляризації світла, яке є сумішшю природного світла та плоскополяризованого, якщо інтенсивність поляризованого світла у п’ять разів більша за інтенсивність природного.

Відповідь: $P = 0{,}833$.

3.49 На шляху частково поляризованого світла зі ступенем поляризації $P = 0{,}6$ поставили аналізатор так, щоб він пропускав максимальну інтенсивність світла. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла, що проходить через аналізатор, якщо його площину пропускання повернути на $\beta = 30^0$?

Відповідь: у 1,23 раза.

3.50 На шляху частково поляризованого світла помістили ніколь. Коли його повернули на кут 60^0 з положення, що відповідає максимуму пропускання, інтенсивність світла, яке через нього пройшло, зменшилася утричі. Визначити ступінь поляризації падаючого світла.

Відповідь: $P = 0{,}8$.

3.51 На поляризатор падає пучок частково поляризованого світла. За деякого положення поляризатора інтенсивність світла, що пройшло через нього, стала мінімальною. Коли площину пропускання поляризатора повернули на кут $\beta = 45^0$, інтенсивність світла зросла у $k = 1{,}5$ раза. Визначити ступінь поляризації P світла.

Відповідь: $P = 0{,}348$.

3.52 Ступінь поляризації частково поляризованого світла $P = 0{,}25$. Знайти відношення інтенсивності поляризованої складової цього світла до інтенсивності природної складової.

Відповідь: 0,3.

3.53 На шляху частково поляризованого світла ($P = 0{,}5$) поставлений аналізатор. Знайти максимальний і мінімальний коефіцієнти пропускання цього аналізатора.

Відповідь: 0,25 і 0,75.

3.54 На шляху частково поляризованого світла ($P = 0{,}6$) поставили аналізатор так, що інтенсивність світла, що пройшло через нього, стала максимальною. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла, якщо площину пропускання аналізатора повернути на кут $\alpha = 30^0$?

Відповідь: $I_{\max}/I_\alpha = 1{,}23$.

3.55 Ступінь поляризації P частково поляризованого світла дорівнює 0,5. У скільки разів відрізняється максимальна інтенсивність світла, що проходить через аналізатор, від мінімальної?

Відповідь: $I_{\max}/I_{\min} = 3$.

3.56 Ступінь поляризації P частково поляризованого світла дорівнює 0,5. У скільки разів амплітуда світлового вектора, що відповідає максимальній інтенсивності світла, більша за амплітуду, що відповідає мінімальній інтенсивності?

Відповідь: $A_{\max}/A_{\min} = 1{,}73$.

3.57 На шляху частково поляризованого світла, ступінь поляризації P якого дорівнює 0,8, поставили аналізатор так, що інтенсивність світла, яке пройшло через нього, стала максимальною. Як зміниться інтенсивність світла, якщо площину пропускання аналізатора повернути на кут $\alpha = 45^0$?

Відповідь: зменшиться у 1,8 раза.

ОПТИЧНА АКТИВНІСТЬ

3.58 Плоскополяризоване монохроматичне світло, яке пройшло через поляроїд, виявляється повністю погашеним. Коли на шляху світла помістити кварцову пластинку, то інтенсивність світла, що проходить через поляроїд, зменшується у $n = 5$ разів (порівняно з інтенсивністю світла, яке падає на поляроїд). Стала обертання кварцу $\alpha = 29{,}7\,\textit{град} \cdot \textit{мм}^{-1}$. Визначити мінімальну товщину кварцової пластинки.

Відповідь: $d = 2{,}14\,\textit{мм}$.

3.59 Пластинку кварцу товщиною $d_1 = 2\,\textit{мм}$, вирізану перпендикулярно до оптичної осі, помістили між двома поляризаторами, площини пропускання яких збігаються. Після проходження пластинки площина поляризації світла повернулася на кут $\varphi = 53^0$. Визначити товщину d_2 пластинки, за якої світло не проходить через аналізатор.

Відповідь: $d_2 = 3,4\,мм$.

3.60 Природне монохроматичне світло падає на систему з двох схрещених поляризаторів, між якими міститься кварцова пластинка, вирізана перпендикулярно до оптичної осі. Визначити мінімальну товщину $d_{\min}$ пластинки, за якої ця система буде пропускати $\eta = 0,3$ світлового потоку. Стала обертання кварцу $\alpha = 17\,град \cdot мм^{-1}$.

Відповідь: $d_{\min} = 3\,мм$.

3.61 У скільки разів зміниться інтенсивність світла, яке проходить через два ніколі, кут між головними напрямками яких дорівнює 60^0, якщо між ними помістити пластинку лівоповоротного кварцу товщиною $d_1 = 3\,мм$, вирізану перпендикулярно до оптичної осі. Така сама пластинка, але товщиною $d_2 = 1,5\,мм$, повертає площину поляризації на $\varphi_2 = 25^0$. Втратами світла у ніколях і кварці знехтувати.

Відповідь: $I_0 / I_3 = 17,1$.

3.62 Визначити товщину кварцової пластинки, для якої кут повороту площини поляризації світла з довжиною хвилі $\lambda = 509\,нм$ дорівнює $\varphi = 180^0$. Стала обертання кварцу для цієї довжини хвилі $\alpha = 29,7\,град \cdot мм^{-1}$.

Відповідь: $d = 6,06\,мм$.

3.63 Чистий нікотин у скляній трубці довжиною $l = 8\,см$ повертає площину поляризації жовтого світла на кут $\varphi = 137^0$. Густина нікотину $\rho = 1\,010$ $кг/м^3$. Визначити питоме обертання нікотину.

Відповідь: $[\alpha] = 0,03$ $рад{\cdot}м^2/кг$ (1,7 $град{\cdot}м^2/кг$).

3.64 Розчин цукру з масовою концентрацією $\rho_1 = 0,25$ $г/см^3$, що міститься у скляній трубці довжиною $l = 20\,см$, повертає площину поляризації монохроматичного світла на $\varphi_1 = 30^0 20'$. Визначити масову концентрацію глюкози в іншому розчині, налитому у трубку довжиною $l = 15\,см$, якщо він повертає площину поляризації світла на $\varphi_2 = 20^0$.

Відповідь: $\rho_2 = 0,22$ $г/см^3$.

3.65 Розчин глюкози з масовою концентрацією $\rho = 280$ *кг/м*^{3}, що міститься у скляній трубці, повертає площину поляризації монохроматичного світла на $\varphi = 32^0$. Визначити масову концентрацію глюкози в іншому розчині, налитому у ту саму трубку, якщо він повертає площину поляризації світла на $\varphi = 24^0$.

Відповідь: $\rho_1 = 210$ *кг/м*^{3}.

3.66 Кут повороту площини поляризації жовтого світла при проходженні через трубку з розчином цукру дорівнює $\varphi = 40^0$. Довжина трубки $d = 15$ *см*. Питоме обертання цукру дорівнює $[\alpha] = 0{,}0117$ (*рад·м*^{2})/*кг*. Визначити масову концентрацію цукру в розчині.

Відповідь: $\rho = 398$ *кг/м*^{3}.

3.67 На рисунку 3.8 зображена схема демонстраційного досліду видатного фізика Н. А. Умова. Світло від джерела S проходить через поляризатор P, потім йде згори вниз крізь каламутний розчин цукру у скляній посудині B. У посудині спостерігається темна гвинтоподібна смуга. Пояснити це явище. Визначити довжину кроку темного гвинта у розчині за таких умов: цукор містить 650г цукру на 1 л води; густина розчину $\rho = 1{,}32\, г/см^3$; освітлення виконується світлом із довжиною хвилі $\lambda_2 = 521\, нм$, для якої стала обертання $[\alpha] = 87\, град/дм$?

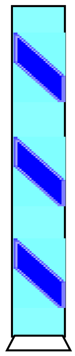

Рисунок 3.8

Відповідь: $h = 82\, см$.

ВЗАЄМОДІЯ СВІТЛА З РЕЧОВИНОЮ

3.68 Показник поглинання речовини для монохроматичного світла певної довжини хвилі дорівнює $k_\lambda = 0{,}1 см^{-1}$. Визначити товщину шару речовини, необхідної для послаблення світла у 2 та 5 разів. Втрати на відбивання світла не враховувати.

Відповідь: $d_1 = 6{,}93 см$; $d_2 = 16{,}1 см$.

3.69 Показник поглинання речовини для монохроматичного світла певної довжини хвилі дорівнює $k_\lambda = 0{,}01 см^{-1}$. Визначити, у скільки разів зменшиться інтенсивність світла при проходженні шляху $d = 1 м$.

Відповідь: $I_0/I = 2{,}72 м$.

3.70 Плоска монохроматична світлова хвиля поширюється у середовищі. Показник поглинання середовища для даної довжини хвилі $k_\lambda = 1{,}2 м^{-1}$. Визначити, на скільки відсотків зменшується інтенсивність світла при проходженні цією хвилею шляху: 1) $d_1 = 10 мм$; 2) $d_2 = 1 м$.

Відповідь: 1) на 1,2 %; 2) на 70 %.

3.71 Світло падає нормально на пластинку товщиною $d = 5 мм$. Визначити показник поглинання цієї речовини, якщо інтенсивність прохідного світла через пластинку дорівнює 82 % від початкової інтенсивності. Чому дорівнює товщина шару речовини, на якій інтенсивність світла зменшується в e разів?

Відповідь: $k_\lambda = 0{,}397 см^{-1}$; $d_e = 2{,}52 см$.

3.72 Світло падає нормально на пластинку товщиною $d = 10 мм$. Визначити показник поглинання цієї речовини, якщо інтенсивність прохідного світла через пластинку дорівнює 67 % від початкової інтенсивності.

Відповідь: $k_\lambda = 0{,}404 см^{-1}$.

3.73 При проходженні у деякій речовині шляху $d_1 = x$ інтенсивність світла зменшилася втричі. Визначити, у скільки разів зменшиться інтенсивність світла при проходженні шляху $d_2 = 2x$.

Відповідь: $I_0/I_2 = 9$.

3.74 У деякій речовині поширюється плоска монохроматична світлова хвиля. Показник поглинання середовища для даної довжини хвилі $k_\lambda = 1 м^{-1}$ (показник поглинання такого порядку має скло). На скільки відсотків зменшується інтенсивність світла при проходженні хвилею шляху, який дорівнює: 1) $d_1 = 5 мм$ (віконне скло); 2) $d_2 = 10 мм$ (скло дзеркала); 3) $d_3 = 1 м$; 4) $d_4 = 4{,}6 м$?

Відповідь: 1) на 0,5 %; 2) на 1 %; 3) на 63 %; 4) на 99 %.

3.75 Визначити показник поглинання жировою тканиною, якщо при проходженні світла через тканину товщиною 3 мм інтенсивність світла зменшилася на 94 %.

Відповідь: $k_\lambda = 9{,}38\,см^{-1}$.

3.76 Для розчину мідного купоросу показник поглинання світла з довжиною хвилі $\lambda = 650\,нм$ дорівнює $k_\lambda = 1{,}71\,см^{-1}$. Визначити товщину розчину, який послаблює інтенсивність падаючого світла вдвічі.

Відповідь: $d = 4{,}05\,мм$.

3.77 Через кварцову пластинку товщиною $d = 5\,см$ проходять інфрачервоні промені. Кут падіння дорівнює нулю. Відомо, що для інфрачервоних променів із довжиною хвилі $\lambda_1 = 2{,}72\,мкм$ показник поглинання $k_1 = 0{,}2\,см^{-1}$, а для променів $\lambda_2 = 4{,}5\,мкм$ – $k_2 = 7{,}3\,см^{-1}$. Визначити: 1) шари половинного послаблення d_1 і d_2 відповідно для довжин хвиль λ_1 і λ_2; 2) відносне змінювання інтенсивності цих променів після проходження ними кварцової пластинки.

Відповідь: 1) $d_1 = 3{,}47\,см$; $d_2 = 0{,}95\,мм$; 2) $\Delta I_1/I_0 = 0{,}63$; $\Delta I_2/I_0 = 1$.

3.78 Дві пластинки однакової товщини, але виконані з різного матеріалу, пропускають відповідно $1/3 I_0$ та $1/5 I_0$ світлового потоку падаючої світлової хвилі. Чому дорівнює відношення коефіцієнтів поглинання цих пластинок? Відбиванням світла від границь знехтувати.

Відповідь: $k_2/k_1 = 1{,}46$.

3.79 Показники заломлення сірковуглецю для світла з довжинами хвиль $\lambda_1 = 509\,нм$, $\lambda_2 = 534\,нм$, $\lambda_3 = 574\,нм$ відповідно дорівнюють: $n_1 = 1{,}647$; $n_2 = 1{,}64$; $n_3 = 1{,}63$. Визначити фазову швидкість для довжини хвилі λ_2 та групову швидкість в околі довжини хвилі $\lambda_2 = 534\,нм$.

Відповідь: $\mathrm{v}_2 = 1{,}83 \cdot 10^8 \left(м/с\right)$; $u = 1{,}67 \cdot 10^8 \left(м/с\right)$.

3.80 Показник заломлення парів йоду у визначеному діапазоні довжин хвиль можна апроксимувати виразом $n^2 = a + b\lambda^{-2} + f\lambda^2 \quad \left(a > 0,\ b > 0,\ f > 0\right)$. Визначити групову швидкість хвилі у цьому середовищі.

Відповідь: $u = cn^{-3}\left(a + 2f\lambda^2\right)$.

3.81 При вимірюванні дисперсії показника заломлення оптичного скла $n_1 = 1{,}528$ для $\lambda_1 = 434\,нм$ і $n_2 = 1{,}523$ для $\lambda_2 = 486\,нм$. Визначити відношення групової швидкості до фазової для світла з довжиною хвилі $\lambda_1 = 434\,нм$.

Відповідь: $u_1/\mathrm{v}_1 = 0{,}973$.

3.82 При падінні білого світла під кутом $\alpha = 45^0$ на скляну пластинку кути заломлення для променів різних довжин хвиль були такими:

$\lambda, нм$	759	687	589	486	397
γ	$24^0 2'$	$23^0 57'$	$23^0 47'$	$23^0 27'$	$22^0 57'$

Побудувати графік залежності показника заломлення матеріалу пластинки від довжини хвилі.

3.83 Дисперсія показника заломлення кварцу наведена у таблиці

$\lambda, нм$	589,3	486,1	410
n	1,5442	1,5497	1,5565

Визначити фазову і групову швидкостей світла поблизу $\lambda = 486{,}1\,нм$.

Відповідь: $u/\mathrm{v} = 0{,}9785$.

3.84 У скільки разів інтенсивність молекулярного розсіювання синього світла $(\lambda = 460\,нм)$ більша за інтенсивність червоного світла $(\lambda = 650\,нм)$?

Відповідь: у 4 рази.

3.85 Чому дорівнює відношення світлових інтенсивностей двох хвиль із довжинами $\lambda_1 = 0{,}5\,мкм$ та $\lambda_2 = 0{,}75\,мкм$, що розсіюються у повітрі за ідентичних умов?

Відповідь: $I_1/I_2 = 5$.

ЕФЕКТ ДОППЛЕРА

3.86 Джерело монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda_0 = 650\,нм$ рухається у напрямку до спостерігача зі швидкістю $\mathrm{v} = 0{,}15 \cdot c$ (c – швидкість світла у вакуумі). Визначити довжину хвилі, яку зареєструє приймач спостерігача.

Відповідь: $\lambda_0 = 559\,нм$.

3.87 У спектральних лініях спектра водню, який випромінює астрономічний об'єкт – квазар, спостерігалося червоне зміщення, що відповідає зменшенню частоти в 4 рази. Визначити, з якою швидкістю при цьому віддаляється квазар.

Відповідь: $\mathrm{v} = 2,65 \cdot 10^8\, м/с$.

3.88 Космічний корабель віддаляється від Землі зі швидкістю $\mathrm{v} = 20\, км/с$. Частота електромагнітних хвиль, що випромінюється антеною корабля, дорівнює $\nu_0 = 60\, МГц$. Визначити допплерівське зміщення $\Delta\nu$ частоти, яку реєструє приймач.

Відповідь: $\Delta\nu = 4\, кГц$.

3.89 Довжини хвиль випромінювання релятивістських атомів, що рухаються до спостерігача, виявились удвічі меншими, ніж довжини хвиль відповідних нерелятивістських атомів. Визначити швидкість (у частках швидкості світла) релятивістських атомів.

Відповідь: $\mathrm{v} = 0,8c = 2,4 \cdot 10^8\, м/с$.

3.90 Радіолокатор працює на довжині хвилі $\lambda = 50\, см$. Визначити швидкість літака, який наближається за умови, що частота биття між сигналом передавача і сигналом, відбитим від літака, у точці, де міститься локатор, дорівнює $\Delta\nu = 1\, кГц$.

Відповідь: $\mathrm{v} = 250\, м/с$.

3.91 Літак наближається до радіолокатора, який працює на довжині хвилі $\lambda = 20\, см$. Визначити швидкість літака за умови, що частота биття між сигналом локатора та сигналом, відбитим від літака, у точці, де міститься локатор, дорівнює $\Delta\nu = 2,778\, кГц$.

Відповідь: $\mathrm{v} = 278\, м/с$.

3.92 При спостереженні спектральної лінії $\lambda_0 = 0,59\, мкм$ у напрямках на протилежні краї сонячного диска на його екваторі виявили різницю у довжинах хвиль на $\Delta\lambda = 8\, пм$. Визначити період обертання Сонця навколо власної осі.

Відповідь: $T = 24,85\, діб$.

3.93 Для визначення кутової швидкості обертання сонячного диска визначали відносний зсув спектральних ліній від східного до західного країв Сонця. Виявилося, що він дорівнює $\Delta\lambda/\lambda = 1{,}5\cdot10^{-5}$. Визначити кутову швидкість обертання сонячного диска.

Відповідь: $\omega = 3{,}2\,мк\,рад/с$.

3.94 Під час фотографування спектра Сонця було виявлено, що жовта спектральна лінія $(\lambda = 589\,нм)$ в спектрах, одержаних від лівого та правого країв диска Сонця, була зміщена на $\Delta\lambda = 8\,пм$. За цими даними визначити швидкість обертання сонячного диска.

Відповідь: $v = 2\cdot10^{3}\,м/с$.

3.95 Два космічних кораблі рухаються вздовж однієї прямої. Їх швидкості в певній інерціальній системі відліку відповідно дорівнюють $v_1 = 22\,км/с$ і $v_2 = 18\,км/с$. Визначити частоту сигналу електромагнітних хвиль, який сприймає другий космічний корабель, якщо антена першого корабля випромінює електромагнітні хвилі з частотою $\nu_0 = 10\,МГц$. Задачу розв'язати для таких випадків: 1) космічні кораблі рухаються назустріч один одному; 2) космічні кораблі віддаляються у протилежних напрямках; 3) перший космічний корабель наздоганяє другий; 4) перший космічний корабель віддаляється від другого, що рухається у тому самому напрямку.

Відповідь: 1) $\nu = 10{,}0013\,МГц$; 2) $\nu = 9{,}9987\,МГц$;
3) $\nu = 10{,}00013\,МГц$; 4) $\nu = 9{,}9997\,МГц$.

3.96 Розповідають, що відомий фізик Роберт Вуд проїхав на червоне світло світлофора, і коли його зупинив поліцейський, фізик пославшись на ефект Допплера, стверджував, що внаслідок швидкого руху червоний колір світлофора для нього здавався зеленим. З якою швидкістю повинен би рухатися автомобіль, щоб червоний сигнал світлофора $(\lambda_1 = 650\,нм)$ сприймався як зелений $(\lambda_2 = 550\,нм)$?

Відповідь: $v = 5\cdot10^{7}\,м/с$.

3.97 За якої швидкості червоне світло $(\lambda_1 = 690\,нм)$ буде здаватися зеленим $(\lambda_2 = 530\,нм)$?

Відповідь: $v = 7{,}74\cdot10^{7}\,м/с$.

3.98 Відомо, що при віддаленні від нас космічної туманності лінія випромінювання водню $(\lambda = 656,3 нм)$ у її спектрі змістилася у червоний бік на $\Delta\lambda = 2,5 нм$. Визначити швидкість віддалення туманності.

Відповідь: $\mathrm{v} = 1,14 \cdot 10^6 \ м/с$.

3.99 Під час фотографування зірки сузір'я Андромеди було виявлено, що лінія титану $(\lambda = 495,4 нм)$ зміщена до фіолетового кінця спектра на $\Delta\lambda = 0,17 нм$. Як рухається ця зірка відносно Землі?

Відповідь: наближається до Землі зі швидкістю $\mathrm{v} = 1,03 \cdot 10^6 \ м/с$.

3.100 Яку різницю потенціалів було прикладено до електродів гелієвої газорозрядної трубки, якщо під час спостереження вздовж пучка α - частинок було встановлено, що максимальне допплерівське зміщення лінії гелію $(\lambda = 492,2 нм)$ дорівнює $\Delta\lambda = 0,8 нм$?

Відповідь: $U = 2,5 кВ$.

РОЗДІЛ 4
КВАНТОВІ ВЛАСТИВОСТІ СВІТЛА. ЗАКОНИ ТЕПЛОВОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

ТЕОРЕТИЧНИЙ МАТЕРІАЛ

1 Енергія та імпульс фотона.

2 Яке випромінювання називають тепловим?

3 Яке випромінювання називають рівноважним?

4 Модель абсолютно чорного тіла.

5 Дати визначення сірого тіла.

6 Дати визначення і назвати одиниці вимірювання в СІ:

а) енергетичної світності тіла R_e; б) випромінювальної здатності $r_{\omega T}\left(r_{\lambda T}\right)$;

в) поглинальної здатності тіла $a_{\omega T}$.

7 Що таке універсальна функція розподілу енергії в спектрі рівноважного теплового випромінювання?

8 Закон Кірхгофа.

9 Закон Стефана – Больцмана.

10 Закон зміщення Віна.

11 Формула Планка для визначення спектральної густини рівноважного теплового випромінювання абсолютно чорного тіла.

ЗВЕДЕННЯ ОСНОВНИХ ФОРМУЛ

4.1 Енергія фотона

$$W_ф = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda},$$

де ν, ω та λ – частота, циклічна частота та довжина хвилі випромінювання відповідно; h та $\hbar$ – стала Планка та стала Планка – Дірака відповідно, $h = 2\pi\hbar$; c – швидкість світла у вакуумі.

4.2 Імпульс фотона

$$p_ф = \frac{h\nu}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

4.3 Маса фотона

$$m_ф = \frac{W_ф}{c^2} = \frac{hc}{\lambda}.$$

4.4 Характеристики теплового випромінювання

Потік енергії (потужність) випромінювання дорівнює відношенню енергії, яка переноситься електромагнітною хвилею через будь-яку поверхню, до часу, значно більшого за період коливань електромагнітної хвилі:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}.$$

Спектральна випромінювальна здатність (монохроматична густина випромінювання) – енергія, яка випромінюється в одиницю часу одиницею поверхні тіла в одиничному інтервалі частот:

$$r_{\omega,T} = \frac{dW_\omega}{dt \cdot dS \cdot d\omega}.$$

Інтегральна випромінювальна здатність (енергетична світність)

$$\mathrm{R}_e = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{dW}{dtdS}.$$

Зв'язок енергетичної світності зі спектральною випромінювальною здатністю

$$\mathrm{R}_e = \int_0^\infty r_{\omega,T} d\omega .$$

Поглинальна здатність (коефіцієнт поглинання) дорівнює відношенню потоку випромінювання, яке поглинається тілом Φ'_ω, до падаючого на нього монохроматичного потоку Φ_ω випромінювання з циклічною частотою ω:

$$a_{\omega,T} = \frac{d\Phi'_\omega}{d\Phi_\omega}.$$

Закон Стефана – Больцмана

$$\mathrm{R}_e = \int_0^\infty r_{\omega,T} d\omega = \sigma T^4 ,$$

де $\mathrm{R}_e = W/St$ – енергетична світність абсолютно чорного тіла; W – енергія, що випромінюється тілом за час t; S – його площа; $r_{\omega,T}$ – випромінювальна здатність; ω – циклічна частота випромінювання; T – термодинамічна температура; σ – стала Стефана – Больцмана $\left[\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ Bm/\left(м^2 \cdot K^4\right)\right]$.

4.5 Енергетична світність сірого тіла

$$\mathrm{R}_e = a_T \sigma T^4 ,$$

де a_T – коефіцієнт чорноти (коефіцієнт поглинання) сірого тіла.

4.6 Закон зміщення Віна

$$\lambda_m = \frac{b}{T},$$

де λ_m – довжина хвилі, на яку припадає максимум енергії випромінювання; b – стала закону зміщення Віна $\left[b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ м \cdot K\right]$.

4.7 Формула Планка

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/(\lambda kT)}-1}, \quad r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)}-1}, \quad r_{\omega,T} = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2}\frac{1}{e^{\hbar\omega/(kT)}-1},$$

де $r_{\lambda,T}$, $r_{\omega,T}$ – випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла; λ – довжина хвилі; ω – циклічна частота; c – швидкість світла у вакуумі; k – стала Больцмана; T – термодинамічна температура; h – стала Планка; $\hbar = h/2\pi$ – стала Планка – Дірака $\left[\hbar = 1,05\cdot 10^{-34}\ Дж\cdot с\right]$.

4.8 Залежність максимальної випромінювальної здатності від температури

$$\left(r_{\lambda,T}\right)_{\max} = CT^5,$$

де C – стала $\left[C = 1,3\cdot 10^{-5}\ Вт\big/\left(м^3\cdot K^5\right)\right]$.

4.9 Зв'язок радіаційної T_p та справжньої T температур

$$T_p = \sqrt[4]{a_T}\,T.$$

ПИТАННЯ З ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

1 Чому дорівнює випромінювальна здатність тіла, якщо відома його поглинальна здатність?

2 Чому дорівнює поглинальна здатність тіла, якщо відома його випромінювальна здатність?

3 Чому дорівнюють поглинальна та випромінювальна здатності у стані теплової рівноваги з випромінюванням: а) ідеально відбивальної поверхні; б) абсолютно чорного тіла?

4 Є два алюмінієвих чайники, в яких нагріта однакова кількість води до однакової температури. Один чайник задимлений, а інший – чистий. Пояснити, який із чайників швидше охолоне і чому.

5 Чи може радіаційна температура бути більшою за справжню?

6 Принцип дії пірометра.

7 Який із наведених на рисунку 4.1 графіків залежності поглинальної здатності від частоти відповідає чорному, сірому та реальному тілам?

8 Яка з наведених на рисунку 4.2 кривих залежності випромінювальної здатності від довжини хвилі відповідає більшій температурі?

9 На рисунку 4.3 наведені залежності температури остигання двох тіл однакової форми та розмірів. Яка з них відповідає графіту?

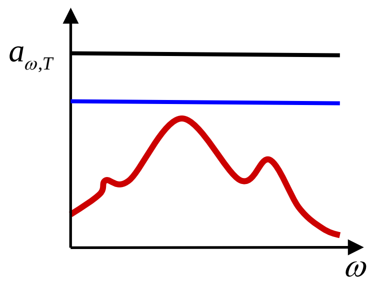

Рисунок 4.1

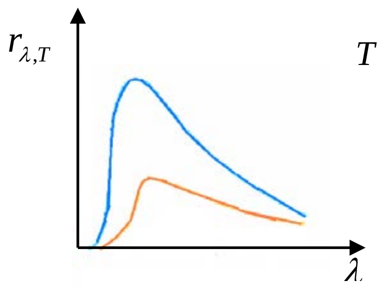

Рисунок 4.2

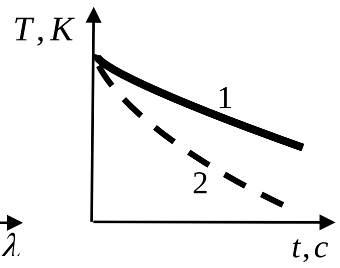

Рисунок 4.3

10 Максимум випромінювання двох чорних тіл припадає на $\lambda_1 = 600\,нм$ та $\lambda_2 = 400\,нм$. Температура якого тіла вища? У скільки разів ?

11 Куля радіусом $\rho = 1\,м$, поверхню якої можна вважати абсолютно чорною, має температуру $T = 1000\,K$. Визначити повний тепловий потік, що випромінює це тіло.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

ПРИКЛАД 4.1

Лазер у безперервному режимі випромінює світло з довжиною хвилі $\lambda = 600\,нм$ при потужності $P = 40\,мВт$. Скільки фотонів він випромінює за $t = 1c$?

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$N - ?$

$\lambda = 600\,нм = 6 \cdot 10^{-7}\,м,$
$P = 40\,мВт = 0,4\,Вт,$
$t = 1\,c$

Енергія фотона

$$W_{Ф} = \frac{hc}{\lambda},$$

де h – стала Планка; c – швидкість світла у вакуумі; λ – довжина світлової хвилі.

Енергія лазерного випромінювання за час t дорівнює

$$W = Pt,$$

тоді кількість фотонів, які випромінюються за час t лазером,

$$N = \frac{W}{W_{Ф}} = \frac{Pt\lambda}{hc}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в одержаний вираз та виконаємо обчислення:

$$N = \frac{0,4 \cdot 6 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 1,2 \cdot 10^{18}.$$

Перевіримо розмірність одиниць одержаної величини:

$$N = \frac{[P][t][\lambda]}{[h][c]} = \frac{Вт \cdot c \cdot м}{Дж \cdot c \cdot \frac{м}{c}} = \frac{Дж \cdot c \cdot м}{Дж \cdot c \cdot м} = 1.$$

Відповідь: $N = 1,2 \cdot 10^{18}$.

ПРИКЛАД 4.2

Визначити, з якою швидкістю повинен рухатися електрон, щоб його імпульс дорівнював імпульсу фотона, довжина хвилі якого дорівнює $\lambda = 2\,пм$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$n - ?$
$\lambda = 2\,пм = 2 \cdot 10^{-12}\,м,$ $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\,Дж \cdot с,$ $c = 3 \cdot 10^{8}\,м/с,$ $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}\,кг$

Енергія фотона дорівнює

$$W = \frac{hc}{\lambda},$$

де h – стала Планка; c – швидкість світла у вакуумі.

Енергія спокою електрона дорівнює

$$W_0 = m_0 c^2,$$

де m_0 – маса спокою електрона.

Визначимо числові значення енергії фотона та електрона:

$$W = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{2 \cdot 10^{-12}} = 9,9 \cdot 10^{-14}\left(Дж\right) = 0,62\left(МеВ\right),$$

$$W_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}\left(3 \cdot 10^{8}\right)^2 = 8,2 \cdot 10^{-14}\left[Дж\right] = 0,51\left(МеВ\right).$$

Бачимо, що енергія фотона того самого порядку, що й енергія спокою електрона. Це означає, що потрібно використовувати релятивістську формулу для імпульсу, а саме

$$p_e = \frac{m_0 \text{v}}{\sqrt{1 - \text{v}^2/c^2}}.$$

Імпульс фотона дорівнює

$$p = \frac{h}{\lambda},$$

тоді

$$\frac{m\text{v}}{\sqrt{1 - \text{v}^2/c^2}} = \frac{h}{\lambda}.$$

Виконаємо перетворення та визначимо швидкість електрона:

$$m^2 v^2 = \frac{h^2}{\lambda^2}\left(1 - v^2/c^2\right) \Rightarrow m^2 v^2 + \frac{h^2 v^2}{\lambda^2 c^2} = \frac{h^2}{\lambda^2} \Rightarrow v^2\left(m^2\lambda^2 c^2 + h^2\right) = h^2 c^2,$$

$$v = \frac{hc}{\sqrt{m^2\lambda^2 c^2 + h^2}}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в одержане співвідношення та проведемо обчислення:

$$v = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{\sqrt{\left(9,1\cdot 10^{-31} 2\cdot 10^{-12} 3\cdot 10^{8}\right)^2 + \left(6,63\cdot 10^{-34}\right)^2}} = 0,77c = 2,31\cdot 10^{8}\left(м/с\right).$$

Відповідь: $v = 2,31\cdot 10^{8}\, м/с$.

ПРИКЛАД 4.3

Визначити енергію W, що випромінюється за одну хвилину зі спостережувального вікна плавильної печі, якщо її температура $T = 1,2\,кК$. Площа вікна дорівнює $S = 8\,см^2$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$W - ?$
$S = 8\,см^2 = 8\cdot 10^{-4}\, м^2$, $t = 1\,хв = 60\,с$, $T = 1,2\,кК = 1,2\cdot 10^{3}\, K$

Потік енергії, яка випромінюється із спостережувального вікна плавильної печі, дорівнює

$$\Phi = R_e S. \tag{1}$$

Енергетичну світність абсолютно чорного тіла, яким можна вважати це вікно, визначимо із закону Стефана – Больцмана

$$R_e = \sigma T^4. \tag{2}$$

Енергія, що випромінюється піччю, дорівнює

$$W = \Phi_e t. \tag{3}$$

Підставивши співвідношення (2), (3) в (1), одержимо

$$W = \sigma T^4 St.$$

Після підставлення числових значень фізичних величин одержимо остаточно

$$W = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(1,2 \cdot 10^3\right)^4 \cdot 8 \cdot 10^{-4} \cdot 60 = 5643,5\left(Дж\right).$$

Перевіримо розмірність одиниць одержаної величини:

$$[W] = [\sigma][T]^4[S][t] = Вт\Big/\left(м^2 \cdot К^4\right) \cdot К^4 \cdot м^2 \cdot с = Вт \cdot с = Дж.$$

Відповідь: $W = 5643,5\,Дж$.

ПРИКЛАД 4.4

Муфельна піч, яка споживає потужність $N = 1кВт$, має отвір площею $S = 100\,см^2$. Визначити частку η потужності, що розсіюється стінками печі, якщо температура її внутрішньої поверхні дорівнює $T = 1кК$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\eta - ?$
$N = 1кВт = 10^3\,Вт,$ $S = 100\,см^2 = 10^{-2}\,м^2,$ $T = 1кК = 10^3\,К$

Потік енергії, що випромінюється через отвір муфельної печі, дорівнює

$$\Phi_e = \mathrm{R}_e S, \tag{1}$$

де R_e – енергетична світність отвору.

Отвір муфельної печі можна розглядати як абсолютно чорне тіло, звідси, скориставшись законом Стефана – Больцмана, можна записати

$$\mathrm{R}_e\left(T\right) = \sigma T^4. \tag{2}$$

Підставивши цей вираз у (1), одержимо

$$\Phi_e\left(T\right) = \sigma T^4 S.$$

Скориставшись законом збереження енергії, запишемо

$$\eta N = \Phi_e\left(T\right) = \sigma T^4 S.$$

Звідси

$$\eta = \frac{\sigma T^4 S}{N}.$$

Підставивши числові значення фізичних величин, одержимо відповідь:

$$\eta = \frac{5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot (10^3)^4 \cdot 100 \cdot 10^{-4}}{10^3} = 0{,}57.$$

Перевіримо розмірність одиниць одержаної величини:

$$[\eta] = \frac{[\sigma][T]^4[S]}{[N]} = ((\text{Вт/м}^2\ \text{К}^4)\cdot\text{К}^4\cdot\text{м}^2)/\text{Вт} = 1.$$

Відповідь: $\eta = 0{,}57$.

ПРИКЛАД 4.5

Розрахувати справжню температуру T розжареної вольфрамової стрічки, якщо радіаційний пірометр показує температуру $T_p = 2{,}5 кК$. Взяти, що поглинальна здатність для вольфраму не залежить від частоти випромінювання і дорівнює $a_T = 0{,}35$.

РОЗВ’ЯЗАННЯ

$T - ?$

$T_p = 2{,}5\ кК = 2{,}5 \cdot 10^3\ К,$

$a_T = 0{,}35$

Радіаційною температурою T_p називають температуру, за якої енергетична світність R_e^* абсолютно чорного тіла дорівнює енергетичній світності R_e тіла, що досліджується за його справжньої температури T:

$$R_e^*\left(T_p\right) = R_e\left(T\right). \tag{1}$$

Для визначення енергетичної світності чорного та сірого тіл скористаємося законом Стефана – Больцмана:

$$R_e^*\left(T_p\right) = \sigma T_p^4, \tag{2}$$

$$R_e\left(T\right) = a\sigma T^4. \tag{3}$$

Підставивши вирази (2), (3) у (1), одержимо

$$\sigma T_p^4 = a\sigma T^4 . \tag{4}$$

Із цього співвідношення справжня температура вольфрамової стрічки дорівнює

$$T = \frac{1}{\sqrt[4]{a}} T_p .$$

Після підставлення числових значень фізичних величин одержимо

$$T = \frac{1}{\sqrt[4]{0,35}} \cdot 2,5 \cdot 10^3 = 3250\left(K\right).$$

Відповідь: $T = 3250\,K$.

ПРИКЛАД 4.6

Мідну кульку діаметром $d = 1,2\,см$ помістили у посудину, з якої повітря відкачане і температура стінок якої близька до абсолютного нуля. Початкова температура кульки $T_0 = 300\,K$. Через який час температура кульки зменшиться вдвічі, якщо вважати, що її поверхня є абсолютно чорною?

$t - ?$

$d = 1,2\,см = 1,2 \cdot 10^{-2}\,м,$
$T_0 = 300\,K,$
$T = \frac{1}{2} T_0,$
$\rho = 8960\,кг/м^3,$
$C = 395\,Дж/\left(кг \cdot K\right)$

РОЗВ'ЯЗАННЯ

За визначенням внутрішня енергія тіла дорівнює

$$U = mCT , \tag{1}$$

де m і C – маса та питома теплоємність тіла відповідно; T – його термодинамічна температура.

Маса тіла

$$m = \rho V , \tag{2}$$

де ρ – його густина; V – об’єм.

Об’єм кульки

$$V = \frac{1}{6} \pi d^3 , \tag{3}$$

де d – діаметр кульки.

Тоді внутрішня енергія мідної кульки визначається співвідношенням

$$U = \frac{1}{6}\pi\rho C T d^3. \tag{4}$$

Енергія, яка випромінюється кулькою за одиницю часу, дорівнює

$$\Phi_e = \mathrm{R}_e S, \tag{5}$$

де R_e – енергетична світність поверхні кульки; $S = \pi d^2$ – площа поверхні кульки.

Оскільки поверхню кульки можна вважати абсолютно чорним тілом, то за законом Стефана – Больцмана енергетична світність дорівнює

$$\mathrm{R}_e = \sigma T^4, \tag{6}$$

де σ – стала Стефана – Больцмана $\left[\sigma = 5,67\cdot 10^{-8}\,Вт\big/\left(м^2\cdot K^4\right)\right]$.

З урахуванням закону (6) вираз (5) набере вигляду

$$\Phi_e = \sigma T^4 \pi d^2. \tag{7}$$

Ураховуючи, що зміна внутрішньої енергії кульки за одиницю часу

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\pi\rho C d^3}{6}\cdot\frac{dT}{dt}, \tag{8}$$

повинна дорівнювати енергії випромінювання за той самий час із протилежним знаком, тобто

$$\frac{dU}{dt} = -\Phi_e. \tag{9}$$

Підставимо (7) і (8) у (9) та одержимо

$$\frac{\pi\rho C d^3}{6}\cdot\frac{dT}{dt} = -\sigma T^4 \pi d^2 \;\Rightarrow\; \frac{dT}{dt} = -\frac{6\sigma T^4}{\rho C d}.$$

Поділимо змінні в одержаному виразі

$$\frac{dT}{T^4} = -\frac{6\sigma}{\rho Cd}dt$$

та виконаємо інтегрування цього виразу:

$$\int_{T_0}^{T}\frac{dT}{T^4} = -\int_{0}^{t}\frac{6\sigma}{\rho Cd}dt \qquad \Rightarrow \qquad -\frac{1}{3}\frac{1}{T^3}\bigg|_{T_0}^{T} = -\frac{6\sigma}{\rho Cd}t\bigg|_{0}^{t},$$

або

$$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{T_0^3} - \frac{1}{T^3}\right) = -\frac{6\sigma}{\rho Cd}t. \qquad (11)$$

Після нескладних перетворень знайдемо час, упродовж якого температура кульки зменшиться вдвічі:

$$t = \frac{\rho Cd}{18\sigma}\left(\frac{1}{T^3} - \frac{1}{T_0^3}\right).$$

Після підставлення числових значень фізичних величин в одержане співвідношення та обчислень одержимо

$$t = \frac{8960 \cdot 395 \cdot 1,2 \cdot 10^{-2}}{18 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}}\left(\frac{1}{150^3} - \frac{1}{300_0^3}\right) = 1,08 \cdot 10^4 \left(c\right) = 3\left(год\right).$$

Відповідь: $t = 3 год$.

ПРИКЛАД 4.7

Визначити, яку потужність потрібно підводити до мідної кульки діаметром $d = 2см$, щоб за температури довкілля $T_0 = -13\ ^0C$ температура кульки дорівнювала $T = 17\ ^0C$. Коефіцієнт чорноти міді $a_T = 0,6$. Прийняти, що теплові втрати обумовлені лише випромінюванням.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$N - ?$

$d = 2см = 2\cdot 10^{-2}\ м,$
$T_0 = -13^0C = 260\,К,$
$T = 17^0C = 290\,К,$
$a_T = 0,6$

Енергетична світність сірого тіла визначається за законом Стефана – Больцмана

$$\mathrm{R}_e = a_T \sigma T^4,$$

де a_T – коефіцієнт чорноти (поглинання) сірого тіла; T – термодинамічна температура; σ – стала Стефана – Больцмана $\left[\sigma = 5,67\cdot 10^{-8}\ Вт\big/\left(м^2\cdot К^4\right)\right]$.

Енергетична світність тіла визначається потужністю випромінювання з одиниці площі його поверхні

$$\mathrm{R}_{eB} = \frac{N_B}{S},$$

тоді

$$N_B = \mathrm{R}_{eB}\,S = a_T\sigma T^4 S\ .$$

Енергетична поглинальна здатність сірого тіла

$$N_П = \mathrm{R}_{eП}\,S = a_T\sigma T_0^{\,4} S\ .$$

Для того щоб температура тіла не змінювалася, до нього потрібно підводити потужність, яка дорівнює різниці потужностей випромінювання та поглинання:

$$N = N_B - N_П = a_T\sigma T^4 S - a_T\sigma T_0^{\,4} S = a_T\sigma\,S\left(T^4 - T_0^{\,4}\right).$$

Площа поверхні кулі дорівнює

$$S = 4\pi r^2 = \pi d^2,$$

тоді

$$N = a_T \sigma \pi d^2 \left(T^4 - T_0^{\,4}\right).$$

Після підставлення числових значень фізичних величин в одержане співвідношення та обчислень одержимо

$$N = 0,6 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 3,14 \cdot \left(2 \cdot 10^{-2}\right)^2 \left(290^4 - 260^4\right) = 0,107\left(Вт\right).$$

Відповідь: $N = 0,107\,Вт$.

ПРИКЛАД 4.8

Визначити силу струму, що проходить по вольфрамовому дроту, діаметр якого дорівнює $d = 0,8\,мм$. Дріт міститься у вакуумі, і температура дроту підтримується сталою, вона дорівнює $T = 2\,800^0 C$. Питомий опір дроту за цієї температури $\rho = 9,2 \cdot 10^{-5}\,Ом \cdot см$. Температура середовища, яке оточує дріт, $T_0 = 17^0 C$. Поверхню дроту вважати сірою з поглинальною здатністю $a_T = 0,343$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$I - ?$
$d = 0,8\,мм = 8 \cdot 10^{-4}\,м,$ $T_0 = 17^0 C = 290\,K,$ $T = 2\,800^0 C = 3\,073\,K,$ $a_T = 0,343,$ $\rho = 9,2 \cdot 10^{-5}\,Ом \cdot см =$ $= 9,2 \cdot 10^{-7}\,Ом \cdot м$

Потужність сталого струму за законом Джоуля – Ленца дорівнює

$$N = I^2 R, \qquad (1)$$

де I – сила струму у провіднику; R – його електричний опір.

Знайдемо силу струму за законом Джоуля – Ленца (1):

$$I = \sqrt{N/R}. \qquad (2)$$

Опір провідника циліндричної форми (дроту) дорівнює $R = \rho l / S_П$, де ρ – питомий опір провідника; l – його довжина; $S_П$ – площа перерізу дроту, вона дорівнює $S_П = \pi d^2/4$. З урахуванням цього вираз (2) набере вигляду

$$I = \sqrt{\frac{N\pi d^2}{4\rho l}}, \tag{3}$$

З іншого боку, потужність, яку потрібно підводити до тіла для підтримання температури сталою, дорівнює (див. приклад 4.7):

$$N = a_T \sigma S\left(T^4 - T_0^{\,4}\right), \tag{4}$$

де S – площа бокової поверхні циліндра, вона дорівнює $S = \pi dl$.

Підставимо значення площі у співвідношення (4) та одержимо

$$N = a_T \sigma \pi dl\left(T^4 - T_0^{\,4}\right). \tag{5}$$

Підставимо одержане співвідношення (5) у вираз для сили струму (3):

$$I = \sqrt{\frac{a_T \sigma \pi dl\left(T^4 - T_0^{\,4}\right)\pi d^2}{4\rho l}} = \sqrt{\frac{a_T \sigma \pi^2 d^3\left(T^4 - T_0^{\,4}\right)}{4\rho}}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в останнє співвідношення, проведемо обчислення та одержимо

$$I = \sqrt{\frac{0,343 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 3,14^2\left(8 \cdot 10^{-4}\right)^3\left(3073^4 - 290^4\right)}{4 \cdot 9,2 \cdot 10^{-7}}} = 48,8\ (A).$$

Відповідь: $I = 48,8\,A$.

ПРИКЛАД 4.9

Визначити величину сонячної сталої, тобто потік сонячної світлової енергії за одиницю часу через площу $S = 1 м^2$ на орбіті Землі. Вважати, що Сонце випромінює абсолютно чорне тіло. Температура поверхні Сонця $T = 5\,800\,K$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$P_C - ?$
$r = 6,95 \cdot 10^8\ м,$ $R = 1,49 \cdot 10^{11}\ м,$ $T = 5\,800\,K$

За визначенням

$$P_C = W/St = N/S. \qquad (1)$$

Енергетична світність чорного тіла визначається за законом Стефана – Больцмана

$$\mathrm{R}_e = \sigma T^4, \qquad (2)$$

де T – термодинамічна температура; σ – стала Стефана – Больцмана: $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\ \text{Вт}/\left(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4\right)$; N – потужність випромінювання.

Потужність, яка випромінюється з усієї поверхні Сонця, дорівнює

$$N = \mathrm{R}_e S. \qquad (3)$$

Вважаючи Сонце кулею, підставимо площу його поверхні $S = 4\pi r^2$ (r – радіус Сонця) у вираз (3) та одержимо

$$N = 4\pi \mathrm{R}_e r^2 = 4\pi\sigma r^2 T^4. \qquad (4)$$

Інтенсивність світла послаблюється обернено пропорційно квадрату відстані від джерела випромінювання, тобто сонячна стала буде дорівнювати

$$P_C = \frac{4\pi r^2 \sigma T^4}{4\pi R^2} = \frac{r^2 \sigma T^4}{R^2}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в одержаний вираз, проведемо обчислення та одержимо величину сонячної сталої

$$P_C = \frac{7^2 \cdot 10^{16}\, 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 5800^4}{1,4^2 \cdot 10^{22}} = 1,6 \cdot 10^3 \left(Вт/м^2 \right) = 1,6 \left(кВт/м^2 \right).$$

Відповідь: $P_C = 1,6\ кВт/м^2$.

ПРИКЛАД 4.10

Температура поверхні Сонця $T_0 = 5\,500\ K$. Оцінити температуру Землі за умови, що вона перебуває у стані теплової рівноваги. Взяти, що поглинальна здатність Сонця і Землі дорівнює одиниці.

РОЗВ’ЯЗАННЯ

$T - ?$
$r = 6{,}95 \cdot 10^8\ м,$ $R = 1{,}49 \cdot 10^{11}\ м,$ $T_0 = 5500\,K$

Оскільки за умовою задачі поглинальні здатності Сонця та Землі дорівнюють одиниці, то енергетичні світності Сонця і Землі можна визначати за законом Стефана – Больцмана

$$\mathrm{R}_{eC} = \sigma T_0^{\ 4}, \tag{1}$$

де T – термодинамічна температура; σ – стала Стефана – Больцмана: $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{Вт}\Big/\left(\mathrm{м}^2 \cdot \mathrm{К}^4\right)$.

Потужність, яка випромінюється з усієї поверхні Сонця, дорівнює

$$N = \mathrm{R}_{eC}\, S\,, \tag{2}$$

де S – площа поверхні Сонця.

Вважаючи Сонце кулею, підставимо площу його поверхні $S = 4\pi r^2$ (r – радіус Сонця) у вираз (2) та одержимо

$$N = 4\pi\, \mathrm{R}_{eC}\, r^2 = 4\pi\sigma r^2 T_0^{\ 4}. \tag{3}$$

N – потужність випромінювання.

Потік енергії випромінювання Сонця на одиницю тілесного кута дорівнює

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{N}{4\pi} = \sigma r^2 T_0^{\ 4}. \tag{4}$$

Та частина потоку енергії, яка попадає у тілесний кут,

$$\Delta\Omega = \frac{\pi R_З^2}{R^2}, \tag{5}$$

де $R_З$ – радіус Землі; R – її відстань від Сонця.

Таким чином, енергія випромінювання Сонця, яка поглинається Землею за одиницю часу, визначається співвідношенням

$$N' = \frac{dN}{d\Omega}\Delta\Omega = \frac{\pi\sigma r^2 R_З^2 T_0^{\,4}}{R^2}. \qquad (6)$$

Енергія випромінювання Землі за одиницю часу дорівнює

$$N'' = 4\pi R_З^2\,\mathrm{R}_{eЗ} = 4\pi\sigma R_З^2 T^{\,4}, \qquad (7)$$

де $\mathrm{R}_{eЗ}$ – випромінювальна здатність Землі; T – температура її поверхні.

Оскільки Земля перебуває у тепловій рівновазі з довкіллям, то вирази (6) і (7) можна прирівняти. Тоді

$$\frac{\pi\sigma r^2 R_З^2 T_0^{\,4}}{R^2} = 4\pi\sigma R_З^2 T^{\,4} \ \Rightarrow\ T = \sqrt[4]{\frac{r^2 T_0^{\,4}}{4R^2}} = T_0\sqrt{\frac{r}{2R}}\,.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в одержаний вираз, проведемо обчислення та одержимо

$$T = 5500\sqrt{\frac{6,95\cdot 10^8}{2\cdot 1,49\cdot 10^{11}}} = 266\,(K).$$

Відповідь: $T = 266\ K$.

ПРИКЛАД 4.11

Як і в скільки разів зміниться енергетична світність абсолютно чорного тіла, якщо максимум енергії випромінювання переміститься з червоної межі видимого спектра $(\lambda_{m1} = 780\,нм)$ на фіолетову $(\lambda_{m2} = 390\,нм)$?

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\mathrm{R}_{e1}/\mathrm{R}_{e2} - ?$

$\lambda_{m1} = 780\,нм = 7,8\cdot 10^{-7}\,м,$

$\lambda_{m2} = 390\,нм = 3,9\cdot 10^{-7}\,м$

Енергетична світність абсолютно чорного тіла визначається рівнянням Стефана – Больцмана:

$$\mathrm{R}_e = \sigma T^4. \qquad (1)$$

Для знаходження температури тіла скористаємося законом зміщення Віна:

$$\lambda_m = \frac{b}{T} \Rightarrow T = \frac{b}{\lambda_m} \ , \tag{2}$$

де λ_m – довжина хвилі, на яку припадає максимум енергії випромінювання; b – стала закону зміщення Віна: $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ м \cdot К$.

Підставивши вираз (2) в (1), одержимо

$$\mathrm{R}_e = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_m} \right)^4 . \tag{3}$$

Для різних довжин енергетичні світності визначаються такими виразами:

$$\mathrm{R}_{e1} = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_{m1}} \right)^4 , \tag{4}$$

$$\mathrm{R}_{e2} = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_{m2}} \right)^4 . \tag{5}$$

Поділивши рівняння (5) на (4), одержимо

$$\frac{\mathrm{R}_{e2}}{\mathrm{R}_{e1}} = \left(\frac{\lambda_{m1}}{\lambda_{m2}} \right)^4 . \tag{6}$$

Підставивши у вираз (7) числові значення величин, одержимо

$$\frac{\mathrm{R}_{e2}}{\mathrm{R}_{e1}} = \left(\frac{7{,}8 \cdot 10^{-7}}{3{,}9 \cdot 10^{-7}} \right)^4 = 16 .$$

Відповідь: $\mathrm{R}_{e2} / \mathrm{R}_{e1} = 16$.

ПРИКЛАД 4.12

При збільшенні термодинамічної температури T абсолютно чорного тіла удвічі довжина хвилі λ_m, на яку припадає максимум випромінювальної здатності, зменшилася на $\Delta\lambda = 400\,нм$. Визначити початкову і кінцеву температури T_1 і T_2.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$T_1 - ?\ T_2 - ?$
$\Delta\lambda = 400\,нм = 4\cdot 10^{-7}\,м$

Відповідно до закону зміщення Віна довжина, на яку припадає максимум випромінювальної здатності, дорівнює

$$\lambda_m = \frac{b}{T}. \qquad (1)$$

Для різних довжин хвиль цей вираз запишемо у вигляді

$$\lambda_{m1} = \frac{b}{T_1} \quad \text{і} \quad \lambda_{m2} = \frac{b}{T_2}. \qquad (3)$$

За умовою задачі

$$\Delta\lambda = \lambda_{m1} - \lambda_{m2} = \frac{b}{T_1} - \frac{b}{T_2}. \qquad (4)$$

Урахуємо, що $T_2 = 2T_1$, тоді одержимо

$$\Delta\lambda = \frac{b}{T_1} - \frac{b}{2T_1} = \frac{b}{2T_1}.$$

Звідси

$$T_1 = \frac{b}{2\Delta\lambda} \quad \text{та} \quad T_2 = 2T_1 = \frac{b}{\Delta\lambda}.$$

Підставивши в отримані вирази числові значення фізичних величин, одержимо

$$T_1 = \frac{2,9\cdot 10^{-3}}{2\cdot 400\cdot 10^{-9}} = 3,625\cdot 10^{3}\left(K\right) \text{ та } T_2 = 2T_1 = 7,25\cdot 10^{3}\left(K\right).$$

Перевіримо розмірності одиниць одержаної величини:

$$T = \frac{[b]}{[\lambda]} = м \cdot K / м = K .$$

Відповідь: $T_1 = 3,625 \cdot 10^3 \, K$; $T_2 = 7,25 \cdot 10^3 \, K$.

ПРИКЛАД 4.13

Площа, обмежена графіком спектральної густини енергетичної світності чорного тіла при переході від термодинамічної температури T_1 до температури T_2, зменшилася у 5 разів. Визначити, як зміниться при цьому довжина хвилі, що відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світності чорного тіла.

РОЗВ’ЯЗАННЯ

$\lambda_{m1}/\lambda_{m2} - ?$

$\frac{S_2}{S_1} = 5$

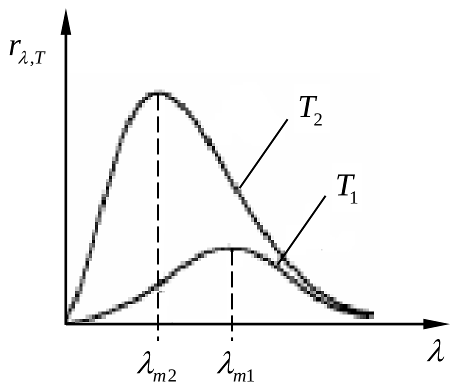

Рисунок 4.4

Площа, обмежена графіком спектральної густини енергетичної світності $r_{\lambda,T}$ чорного тіла, дорівнює за температури T_1

$$S_1 = \mathrm{R}_{e1} = \int_0^\infty r_{\lambda,T_1} \, d\lambda , \qquad (1)$$

а за температури T_2

$$S_2 = \mathrm{R}_{e2} = \int_0^\infty r_{\lambda,T_2} \, d\lambda . \qquad (2)$$

За законом Стефана – Больцмана

$$\mathrm{R}_{e1} = \sigma T_1^4 \quad i \quad \mathrm{R}_{e2} = \sigma T_2^4. \tag{3}$$

Визначимо з рівнянь (1), (2) і (3) відношення температур:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt[4]{\frac{\mathrm{R}_{e2}}{\mathrm{R}_{e1}}} = \sqrt[4]{\frac{S_2}{S_1}}. \quad (3$$

Закон зміщення Віна дозволяє визначити довжину хвилі λ_m, на яку припадає максимум енергії випромінювання:

$$\lambda_m = \frac{b}{T},$$

де b – стала закону зміщення Віна: $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ м \cdot К$.

Тоді

$$\lambda_{m1} = \frac{b}{T_1} \quad \text{і} \quad \lambda_{m2} = \frac{b}{T_2}. \tag{4}$$

Звідки з урахуванням (3) одержимо

$$\frac{\lambda_{m1}}{\lambda_{m2}} = \frac{T_2}{T_1} = \sqrt[4]{\frac{S_2}{S_1}}.$$

Після підставлення числових даних в одержаний вираз випливає

$$\frac{\lambda_{m1}}{\lambda_{m2}} = \sqrt[4]{5} = 1{,}49.$$

Відповідь: зменшиться у 1,49 раза.

ПРИКЛАД 4.14

Перетворити формулу Планка для об'ємної спектральної густини випромінювання u_ω від змінної ω до змінних ν (лінійна частота) і λ (довжина хвилі).

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Енергію теплового випромінювання абсолютно чорного тіла в інтервалі частот $[\omega, \omega + d\omega]$ можна подати через об'ємну спектральну густину випромінювання

$$dW_\omega = u_\omega d\omega = u_\nu d\nu = u_\lambda d\lambda ,$$

де u_ω визначається з формули Планка

$$u_\omega = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^2}\frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)-1}.$$

Величини ω, ν і λ пов'язані співвідношеннями

$$\omega = 2\pi\nu , \quad d\omega = 2\pi d\nu \text{ і } \omega = \frac{2\pi c}{\lambda}, \ d\omega = \frac{2\pi c}{\lambda^2}d\lambda ,$$

тобто додатному значенню $d\omega$ відповідає від'ємне значення $d\lambda < 0$.

Таким чином, вираз для dW можна переписати відповідно через $d\nu$ і $d\lambda$:

$$dW = \frac{\hbar(2\pi\nu)^3}{\pi^2 c^3}\frac{1}{\exp\left(\frac{2\pi\hbar\nu}{kT}\right)-1}2\pi d\nu$$

і

$$dW = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3}\left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^3\frac{1}{\exp\left(\frac{2\pi\hbar c}{kT\lambda}\right)-1}\frac{2\pi c}{\lambda^2}d\lambda .$$

Звідки випливає

$$u_\nu = \frac{16\pi^2\hbar}{c^3}\frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{2\pi\hbar\nu}{kT}\right)-1}, \quad u_\lambda = \frac{16\pi^2\hbar c}{\lambda^5}\frac{1}{\exp\left(\frac{2\pi\hbar c}{kT\lambda}\right)-1}.$$

ПРИКЛАД 4.15

Використовуючи формулу Планка, визначити спектральну густину потоку випромінювання одиниці поверхні чорного тіла, яка припадає на вузький інтервал довжин хвиль $\Delta\lambda = 5\,нм$ біля максимуму спектральної густини енергетичної світності. Температура чорного тіла дорівнює $T = 2\,500\,K$.

РОЗВ’ЯЗАННЯ

$\left(r_{\lambda,T}\cdot\Delta\lambda\right) - ?$

$\Delta\lambda = 5\,нм = 5\cdot 10^{-9}\ м,$
$T = 2\,500K$

Формула Планка для спектральної густини потоку випромінювання

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/(\lambda kT)}-1},$$

де $r_{\lambda,T}$ – випромінювальна здатність чорного тіла; λ – довжина хвилі; c – швидкість світла у вакуумі; k – стала Больцмана; T – термодинамічна температура; h – стала Планка.

Замінимо довжину хвилі, використовуючи закон зміщення Віна: $\lambda = b/T$, де λ_m – довжина хвилі, на яку припадає максимум енергії випромінювання; b – стала закону зміщення Віна: $b = 2{,}9\cdot 10^{-3}\ м\cdot K$.

Тоді спектральна густина потоку випромінювання одиниці поверхні чорного тіла, яка припадає на вузький інтервал довжин хвиль $\Delta\lambda = 5\,нм$ біля максимуму спектральної густини енергетичної світності, дорівнює

$$\left(r_{\lambda,T}\cdot\Delta\lambda\right) = \frac{2\pi hc^2T^5}{b^5}\frac{\Delta\lambda}{e^{hc/(bk)}-1}.$$

Після підставлення числових даних фізичних величин в одержаний вираз випливає

$$\left(r_{\lambda,T}\cdot\Delta\lambda\right) = \frac{2\cdot\pi\cdot 6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 9\cdot 10^{16}\cdot 2{,}5^5\cdot 10^{15}}{2{,}9\cdot 10^{-15}}\cdot\frac{5\cdot 10^{-9}}{e^{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}/\left(2{,}9\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\right)}-1} =$$

$$= \frac{2\cdot\pi\cdot 6{,}63\cdot 9\cdot 2{,}5^5\cdot 10^3}{2{,}9}\frac{5}{e^{4{,}97}-1} = 4{,}41\cdot 10^5\left(Вт/м^2\right) = 441\left(кВт/м^2\right).$$

Відповідь: $\left(r_{\lambda,T}\cdot\Delta\lambda\right) = 441\,кВт/м^2$.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

ЕНЕРГІЯ ТА ІМПУЛЬС ФОТОНА

4.1 Визначити границі (в $еВ$), в яких перебуває енергія фотонів, що відповідають видимій частині спектра.

Відповідь: $1,6 \le W \le 3,1 еВ$.

4.2 Визначити масу, імпульс та енергію фотона: 1) червоного світла $\left(\lambda = 7 \cdot 10^{-5} см\right)$; 2) рентгенівських променів $\left(\lambda = 2,5 нм\right)$; 3) гамма-променів $\left(\lambda = 1,24 пм\right)$.

Відповідь: 1) $m = 3,2 \cdot 10^{-36} кг$, $p = 9,47 \cdot 10^{-28} Н \cdot с$, $W = 1,775 еВ$;

2) $m = 8,8 \cdot 10^{-32} кг$, $p = 2,65 \cdot 10^{-25} Н \cdot с$, $W = 0,497 кеВ$;

3) $m = 1,8 \cdot 10^{-30} кг$, $p = 5,35 \cdot 10^{-22} Н \cdot с$, $W = 1 МеВ$.

4.3 Визначити довжину хвилі λ, масу m та імпульс p фотона з енергією $W = 1 МеВ$. Порівняти масу цього фотона з масою електрона, що перебуває у стані спокою.

Відповідь: $\lambda = 1,24 пм$; $m_ф = 1,8 \cdot 10^{-30} кг$; $p = 5,35 \cdot 10^{-22} Н \cdot с$; $m_ф \approx 2 m_е$.

4.4 Лазер у безперервному режимі випромінює світло з довжиною хвилі $\lambda = 600 нм$ при потужності $N = 40 мВт$. Скільки фотонів він випромінює за час $t = 1 с$?

Відповідь: $n = 1,2 \cdot 10^{17} с^{-1}$.

4.5 Імпульс, що переноситься монохроматичним пучком фотонів через площадку $S = 2 см^2$ за час $t = 0,5 хв$, дорівнює $p = 3 \cdot 10^{-4} г \cdot см/с$. Визначити для цього пучка енергію, яка падає на одиницю площі за одиницю часу.

Відповідь: $W = 150 Дж$.

4.6 Пилинка освітлюється імпульсом лазерного світла з довжиною хвилі $\lambda = 0,63 мкм$. Визначити кількість фотонів, поглинених пилинкою, якщо внаслідок дії світла вона набула швидкості $v = 1 мм/с$. Маса пилинки $m = 0,1 мг$. Вважати, що пилинка поглинає все світло, яке на неї падає.

Відповідь: $N = 9,5 \cdot 10^{16}$.

4.7 Визначити енергію W, імпульс p і масу m фотона рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 50\,нм$. Порівняйте масу цього фотона з масою спокою електрона.

Відповідь: $W = 24,9\,кеВ$; $p = 1,33 \cdot 10^{-23}\,Н \cdot с$; $m_ф = 4,4 \cdot 10^{-32}\,кг = 0,048 m_e$.

4.8 Визначити енергію W, імпульс p і масу m фотона з довжиною хвилі $\lambda = 0,16\,нм$.

Відповідь: $W = 0,72\,МеВ$; $p = 4,1 \cdot 10^{-22}\,кг \cdot м/с$; $m = 1,38 \cdot 10^{-30}\,кг$.

4.9 Визначити енергію W, імпульс p і масу m фотона рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 0,5\,мкм$. Порівняйте масу цього фотона з масою спокою електрона.

Відповідь: $W = 2,48\,еВ$; $p = 1,33 \cdot 10^{-27}\,Н \cdot с$; $m = 4,43 \cdot 10^{-36}\,кг = 4,86 \cdot 10^{-6}\,m_e$.

4.10 Визначити енергію W, імпульс p і масу m фотона рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 100\,нм$. Порівняйте масу цього фотона з масою спокою електрона.

Відповідь: $W = 12,4\,кеВ$; $p = 6,63 \cdot 10^{-24}\,Н \cdot с$; $m = 2,2 \cdot 10^{-32}\,кг = 0,024 m_e$.

4.11 За якої температури T середня кінетична енергія теплового руху молекул одноатомного газу дорівнює енергії фотонів рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 0,1\,нм$?

Відповідь: $T = 9,6 \cdot 10^{7}\,К$.

4.12 Знайти масу фотона, імпульс якого дорівнює імпульсу молекули водню за температури $T = 20^{0}C$. Вважати, що швидкість молекули дорівнює середній квадратичній швидкості.

Відповідь: $m = 2,1 \cdot 10^{-32}\,кг$.

4.13 За якої температури кінетична енергія молекули двохатомного газу дорівнює енергії фотона з довжиною хвилі $\lambda = 0,589\,мкм$?

Відповідь: $T = 9\,800\,K$.

4.14 Визначити температуру, за якої середня енергія молекул триатомного газу дорівнює енергії фотонів, що відповідають випромінюванню $\lambda = 600\,нм$.

Відповідь: $T = 8\,кK$.

4.15 У скільки разів енергія фотона, що відповідає γ-випромінюванню з частотою $\nu = 3\cdot10^{21}\,Гц$, більша за енергію фотона рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 0,2\,нм$?

Відповідь: у 2 000 разів.

4.16 Визначити абсолютний показник заломлення середовища, у якій світло з енергією фотона $W = 2,75\,eB$ має довжину хвилі $\lambda = 300\,нм$.

Відповідь: $n = 1,5$.

4.17 Визначити граничний кут повного внутрішнього відбивання для середовища, в якому світло з енергією фотона $W = 4,4\cdot10^{-19}\,Дж$ має довжину хвилі $\lambda = 300\,нм$.

Відповідь: $\alpha_{гр} = 41^0 36'$.

4.18 Визначити довжину хвилі випромінювання, кванти якого мають таку саму енергію, як і електрон, що пройшов різницю потенціалів $U = 10^6\,B$.

Відповідь: $\lambda = 1,24\,пм$.

4.19 Визначити довжину хвилі випромінювання, кванти якого мають таку саму енергію, як і електрон, що пройшов різницю потенціалів $U = 9,8\,B$.

Відповідь: $\lambda = 392\,пм$.

4.20 Визначити, з якою швидкістю повинен рухатися електрон, щоб його кінетична енергія дорівнювала енергії фотона, довжина хвилі якого $\lambda = 0,5\,мкм$.

Відповідь: $\text{v} = 935\,км/с$.

4.21 Визначити, з якою швидкістю повинен рухатися протон, щоб його кінетична енергія дорівнювала енергії фотона, довжина хвилі якого $\lambda = 0,6\,мкм$.

Відповідь: $\text{v} = 2\cdot10^4\,м/с$.

4.22 Визначити, з якою швидкістю повинен рухатися електрон, щоб його імпульс дорівнював імпульсу фотона, довжина хвилі якого $\lambda = 0,5\,мкм$.

Відповідь: $\text{v} = 1,46\,км/с$.

4.23 Визначити, з якою швидкістю повинен рухатися електрон, щоб його імпульс дорівнював імпульсу фотона, довжина хвилі якого дорівнює $\lambda = 2\,пм$.

Відповідь: $\mathrm{v} = 2,31 \cdot 10^8\, м/с$.

4.24 З якою швидкістю повинен рухатися електрон, щоб його кінетична енергія дорівнювала енергії фотона з довжиною хвилі $\lambda = 520\,нм$?

Відповідь: $\mathrm{v} = 9,2 \cdot 10^5\, м/с$.

4.25 Визначити енергію фотона, за якої його еквівалентна маса дорівнює масі спокою електрона. Відповідь дати в електрон-вольтах.

Відповідь: $W = 512\,кеВ$.

4.26 Для вимірювання доз рентгенівського та гамма-випромінювання існує обмеження для застосування рентгена як одиниці дози для випромінювань з енергією квантів до $W = 3\,МеВ$. Визначити, до якої граничної довжини хвилі рентгенівського випромінювання можна використовувати як одиницю вимірювання рентген.

Відповідь: $\lambda = 0,414\,пм$.

ЗАКОН СТЕФАНА – БОЛЬЦМАНА

4.27 Випромінювальна здатність гіпотетичного тіла визначається функцією

$$r_\omega = \begin{cases} 0,\ \omega < \omega_1, \\ \rho, \omega_1 \le \omega \le \omega_2, \\ 0, \omega > \omega_2. \end{cases}$$

де ρ – стала. Визначити енергетичну світність цього тіла R.

Відповідь: $\mathrm{R} = \rho\left(\omega_2 - \omega_1\right)$.

4.28 Випромінювальна здатність деякого тіла описується законом $r_\omega = r_0 \exp\left(-\alpha\omega\right)$, де r_0 і α – сталі. Визначити енергетичну світність тіла.

Відповідь: $\mathrm{R} = r_0/\alpha$.

4.29 Визначити температуру, за якої енергетична світність чорного тіла дорівнює $\mathrm{R}_e = 10\,кВт/м^2$.

Відповідь: $T = 648\,К$.

4.30 Два тіла однакової форми та розмірів, нагрітих до початкової температури T_0, ізолювали один від одного та помістили у вакуум. Одне з тіл виконане зі скла, інше – з графіту. На рисунку 4.5 наведені залежності температури тіл від часу. Яка з наведених кривих відповідає склу, а яка – графіту? Чому?

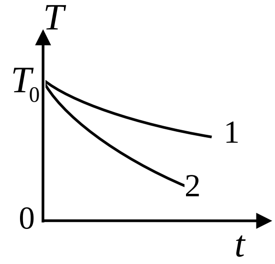

Рисунок 4.5

4.31 На ділянку поверхні тіла з коефіцієнтом чорноти a_T, яке перебуває у стані термодинамічної рівноваги з випромінюванням, падає потік енергії $\Phi_{пад}$. Визначити: а) потік енергії $\Phi_{пог}$, що поглинається ділянкою; б) відбитий нею потік $\Phi_{від}$; в) повний потік Φ, що поширюється від ділянки у межах тілесного кута 2π. Пояснити одержану величину повного потоку.

Відповідь: а) $\Phi_{пог} = \alpha_T \Phi_{пад}$; б) $\Phi_{від} = \left(1 - \alpha_T\right)\Phi_{пад}$; в) $\Phi = \Phi_{пад}$.

4.32 Температура поверхневих шарів зірки Сиріус дорівнює $T = 10\,кК$. Визначити потік енергії, якщо випромінюється з поверхні $S = 1\,км^2$ цієї зірки.

Відповідь: $\Phi = 56,7\,ГВт$.

4.33 Абсолютно чорне тіло нагріли від температури 100 до 300 ^0C. У скільки разів при цьому змінилася потужність сумарного випромінювання?

Відповідь: збільшилася у $N_1 / N_2 = 19,4$ раза.

4.34 До якої температури нагрілася б поверхня Землі, якби вона поглинала сонячне випромінювання як абсолютно чорне тіло. Вважати, що внаслідок добового обертання Землі температура її поверхні всюди однакова. Середня енергетична світність поверхні Землі дорівнює $R_e = 0,54\,Дж\Big/\left(см^2 \cdot хв\right)$.

Відповідь: $T = 200\,K$.

4.35 Середня енергетична світність поверхні Землі дорівнює $R_e = 0,54\,Дж\Big/\left(см^2 \cdot хв\right)$. Якою повинна бути температура T поверхні Землі, якщо умовно вважати, що вона випромінює, як і сіре тіло з коефіцієнтом чорноти $a_T = 0,25$?

Відповідь: $T = 282\,K$.

4.36 Можна умовно взяти, що Земля випромінює, як і сіре тіло з температурою $T = 280\,K$. Визначити коефіцієнт чорноти, якщо енергетична світність її поверхні дорівнює $R_e = 325\,кДж/\left(м^2 \cdot год\right)$.

Відповідь: $a_T = 0,26$.

4.37 Як потрібно змінити термодинамічну температуру чорного тіла, щоб його енергетична світність збільшилася вдвічі?

Відповідь: збільшити у $T_2/T_1 = 1,19$ раза.

4.38 Визначити відносне збільшення $\Delta R_e/R_e$ енергетичної світності абсолютно чорного тіла при збільшенні його температури на 1 %.

Відповідь: $\Delta R_e/R_e = 4\%$.

4.39 Визначити, у скільки разів необхідно зменшити термодинамічну температуру чорного тіла, щоб його енергетична світність зменшилася у 16 разів.

Відповідь: $T_1/T_2 = 2$.

4.40 Поверхня тіла нагріта до температури $T = 1\,кК$. Потім одна половина цієї поверхні нагрівається на $\Delta T = 100\,K$, інша – прохолоджується на $\Delta T = 100\,K$. У скільки разів зміниться енергетична світність поверхні цього тіла?

Відповідь: збільшиться в 1,06 раза.

4.41 Чорне тіло має температуру $T_1 = 500\,K$. Якою буде температура T_2 тіла, якщо в результаті нагрівання енергетична світність тіла збільшиться у $n = 5$ разів?

Відповідь: $T_2 = 748\,K$.

4.42 Визначити енергію, яку випромінює поверхня розплавленої платини площею $S = 50\,см^2$ за $t = 1\,хв$, якщо поглинальна здатність платини $a_T = 0,8$. Температура плавлення платини дорівнює $T = 1\,770^0 C$.

Відповідь: $W = 237\,кДж$.

4.43 Беручи коефіцієнт чорноти вугілля за температури $T = 600\,K$ таким, що дорівнює $a_T = 0,8$, визначити: 1) енергетичну світність R_e вугілля;

2) енергію W_e, випромінювану з поверхні вугілля площею $S = 5 см^2$ за час $t = 10 хв$.

Відповідь: $R_e = 5{,}88 кДж/(м^2 \cdot с)$; $W_e = 1{,}76 кДж$.

4.44 Яку температуру має тіло, яке за температури довкілля $T = 17\,^0C$ випромінює енергію в $n = 100$ разів більшу, ніж поглинає?

Відповідь: $T = 916 К$.

4.45 Визначити температуру тіла, за якої воно за температури довкілля $T_0 = 23\,^0C$ випромінювало б енергію у 10 разів більшу, ніж поглинало б.

Відповідь: $T = 533 К$.

4.46 Знайти температуру печі, якщо відомо, що з отвору в ній розміром $S = 6{,}1 см^2$ за час $t = 1 с$ випромінюється $W = 35 Дж$ енергії. Випромінювання вважати близьким до випромінювання абсолютно чорного тіла.

Відповідь: $T = 1 кК$.

4.47 Визначити енергію W, що випромінюється за одну хвилину зі спостережувального вікна плавильної печі, якщо її температура $T = 1{,}2 кК$. Площа вікна дорівнює $S = 8 см^2$.

Відповідь: $W = 5643{,}5 Дж$.

4.48 Температура внутрішньої поверхні муфельної печі при відкритому отворі площею $S = 30 см^2$ дорівнює $T = 1{,}3 кК$. Визначити, яка частина потужності розсіюється стінками, якщо піч споживає $N = 1{,}5 кВт$. Вважати, що отвір випромінює, як і абсолютно чорне тіло.

Відповідь: $\eta = 0{,}32$.

4.49 Муфельна піч, яка споживає потужність $N = 1 кВт$, має отвір площею $S = 100 см^2$. Визначити частку η потужності, що розсіюється стінками печі, якщо температура її внутрішньої поверхні дорівнює $T = 1 кК$.

Відповідь: $\eta = 0{,}57$.

4.50 Металеву поверхню, площа якої дорівнює $S = 15 см^2$, нагріли до температури $T = 3 кК$. Вона випромінює за одну хвилину енергію

$W = 100\,кДж$. Визначити: 1) енергію, яку випромінює ця поверхня у припущенні, що вона є чорною; 2) коефіцієнт чорноти цієї поверхні.

Відповідь: 1) $W_ч = 413\,кДж$; 2) $a_T = 0,242$.

4.51 Розжарена металева поверхня площею $S = 10\,см^2$ випромінює за одну хвилину $W = 40\,кДж$ енергії. Температура поверхні дорівнює $T = 2,5\,кК$. Знайти: 1) енергію випромінювання у випадку абсолютно чорної поверхні; 2) відношення енергетичних світностей цієї поверхні та абсолютно чорного тіла за цієї температури.

Відповідь: 1) $W = 133\,кДж$; 2) $a_T = 0,3$.

4.52 Діаметр вольфрамової спіралі в електричній лампочці дорівнює $d = 0,3\,мм$, довжина спіралі – $l = 5\,см$. При вмиканні лампочки у коло з напругою $U = 127\,В$ через неї проходить струм $I = 0,31\,А$. Знайти температуру лампочки. Вважати, що при рівновазі все тепло, що вивільняється у нитці, витрачається на випромінювання. Коефіцієнт чорноти вольфраму дорівнює $a_T = 0,31$.

Відповідь: $T = 2,62\,кК$.

4.53 Визначити силу струму, що проходить по вольфрамовому дроту, діаметр якого дорівнює $d = 0,8\,мм$. Дріт міститься у вакуумі, і температура дроту підтримується сталою, вона дорівнює $T = 2\,800\,^0C$. Питомий опір дроту за цієї температури $\rho = 9,2 \cdot 10^{-5}\,Ом \cdot см$. Температура середовища, яке оточує дріт, $T_0 = 17\,^0C$. Поглинальна здатність дроту дорівнює $a_T = 0,343$.

Відповідь: $I = 48,8\,А$.

4.54 Температура вольфрамової спіралі у 25-ватній електричній лампочці дорівнює $T = 2,45\,кК$. Відношення її енергетичної світності до енергетичної світності абсолютно чорного тіла за цієї температури дорівнює $a_T = 0,3$. Знайти величину випромінювальної поверхні спіралі.

Відповідь: $S = 4 \cdot 10^{-5}\,м^2$.

4.55 Визначити величину сонячної сталої P_C, тобто потік сонячної світлової енергії за одиницю часу через площадку $S = 1\,м^2$ на орбіті Землі. Вважати, що Сонце випромінює, як і абсолютно чорне тіло. Температура поверхні Сонця 5 800 К.

Відповідь: $P_C = 1{,}6\ кВт/м^2$.

4.56 Яку кількість енергії випромінює Сонце за $t = 1хв$? Випромінювання Сонця вважати близьким до випромінювання абсолютно чорного тіла. Температуру поверхні Сонця взяти такою, що дорівнює $T = 5{,}8кК$.

Відповідь: $W = 3{,}89\ 10^{26}\ Дж$.

4.57 Яку потужність потрібно підводити до зачорненої металевої кульки радіусом $r = 2см$, щоб підтримувати її температуру на $\Delta T = 27\,^0C$, вищу температури довкілля? Температура довкілля дорівнює $T = 20\,^0C$. Вважати, що тепло втрачається лише внаслідок випромінювання.

Відповідь: $N = 0{,}89\,Вт$.

4.58 Визначити, яку потужність потрібно підводити до мідної кульки діаметром $d = 2см$, щоб за температури довкілля $T_0 = -13\,^0C$ температура кульки дорівнювала $T = 17\,^0C$. Коефіцієнт чорноти міді $a_T = 0{,}6$. Вважати, що теплові втрати обумовлені лише випромінюванням.

Відповідь: $N = 0{,}107\,Вт$.

4.59 Вважаючи нікель чорним тілом, визначити потужність, необхідну для підтримання температури розплавленого нікелю $T = 1\,453\,^0C$ незмінною, якщо площа його поверхні $S = 0{,}5см^2$. Втратами енергії знехтувати.

Відповідь: $N = 25{,}2\,Вт$.

4.60 Абсолютно чорне тіло, що має форму кулі радіусом $r = 15см$, підтримується за сталої температури T . Потужність випромінювання тіла $N = 83{,}8кДж/хв$. Визначити його температуру.

Відповідь: $T = 545\,K$.

4.61 Потужність випромінювання кулі радіусом $r_K = 10см$ дорівнює $\Phi = 1кВт$. Визначити температуру цієї кулі, вважаючи її сірим тілом із коефіцієнтом чорноти $a_T = 0{,}25$.

Відповідь: $T = 866\,K$.

4.62 Температура поверхні Сонця $T_0 = 5\,500\ K$. Оцінити температуру Землі за умови, що вона перебуває у стані теплової рівноваги. Вважати, що поглинальна здатність Сонця і Землі дорівнює одиниці.

Відповідь: $T = 266\ K$.

4.63 Середня густина Землі $\rho = 5\,500\,кг/м^3$, середня питома теплоємність $c = 200\,Дж/(кг \cdot K)$, середня температура поверхні $T = 300\,K$. Наскільки зменшиться температура Землі за сто років, якщо Сонце згасне?

Відповідь: $\Delta T \approx 0{,}6\,K$.

4.64 Мідну кульку діаметром $d = 1{,}2\,см$ помістили у посудину, з якої повітря відкачане і температура стінок якої близька до абсолютного нуля. Початкова температура кульки $T_0 = 300\,K$. Через який час температура кульки зменшиться вдвічі, якщо вважати, що її поверхня є абсолютно чорною?

Відповідь: $t = 3\,год$.

4.65 Визначити поглинальну здатність тіла, для якого температура, виміряна радіаційним пірометром, $T_{рад} = 1{,}4\,кK$, тоді як істинна температура тіла дорівнює $T = 3{,}2\,кK$.

Відповідь: $a_T = 0{,}037$.

4.66 Розрахувати справжню температуру T розжареної вольфрамової стрічки, якщо радіаційний пірометр показує температуру $T_{рад} = 2{,}5\,кK$. Вважати, що поглинальна здатність для вольфраму не залежить від частоти випромінювання і дорівнює $a_T = 0{,}35$.

Відповідь: $T = 3\,250\,K$.

4.67 Істинна температура розжареної вольфрамової стрічки дорівнює $T = 3{,}5\,кK$. Яку температуру показує радіаційний пірометр, якщо поглинальна здатність вольфраму не залежить від частоти випромінювання і дорівнює $a_T = 0{,}35$?

Відповідь: $T_{рад} = 2692\,K$.

ЗАКОН ЗМІЩЕННЯ ВІНА

4.68 Енергетична світність чорного тіла $R_e = 10\,кВт/м^2$. Визначити довжину хвилі λ_m, що відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світності цього тіла.

Відповідь: $\lambda_m = 4,47\,мкм$.

4.69 У яких частинах спектра містяться довжини хвиль λ_m, що відповідають максимуму випромінювальної здатності, якщо джерелом світла є: 1) спіраль електричної лампочки $(T = 3кК)$; 2) поверхня Сонця $(T = 6кК)$ і 3) атомна бомба, в якій у момент вибуху температура досягає 10 млн градусів. Випромінювання вважати близьким до випромінювання абсолютно чорного тіла.

Відповідь: 1) $\lambda_m = 0,97\,мкм$ – інфрачервона область;

2) $\lambda_m = 483\,нм$ – область видимого світла;

3) $\lambda_m = 0,29\,нм$ – область рентгенівських променів.

4.70 На яку довжину хвилі λ_m припадає максимум випромінювальної здатності чорного тіла, що має температуру: 1) $T = 0\ {}^0C$; 2) тіла людини, тобто $T = 37\ {}^0C$?

Відповідь: 1) $\lambda_m = 10,7\,мкм$; 2) $\lambda_m = 9,35\,мкм$.

4.71 Температура абсолютно чорного тіла $T = 2кК$. Визначити довжину хвилі λ_m, на яку припадає максимум енергії випромінювання, і випромінювальну здатність $\left(r_{\lambda,T}\right)_m$ для цієї довжини хвилі.

Відповідь: $\lambda_m = 1,45\,мкм$; $\left(r_{\lambda,T}\right)_m = 413\,ГВт/м^3$.

4.72 Визначити температуру T та енергетичну світність абсолютно чорного тіла, якщо максимум енергії випромінювання припадає на довжину хвилі $\lambda_m = 600\,нм$.

Відповідь: $T = 4,83кК$; $R_e = 31\,МВт/м^2$.

4.73 Температура верхніх шарів Сонця дорівнює $T = 5,3кК$. Вважаючи Сонце чорним тілом, визначити довжину хвилі λ_m, на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світності Сонця.

Відповідь: $\lambda_m = 547\,нм$.

4.74 Площа, обмежена графіком спектральної густини енергетичної світності чорного тіла при переході від термодинамічної температури T_1 до температури T_2, зменшилася у 8 разів. Визначити, як зміниться при цьому довжина хвилі, що відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світності чорного тіла.

Відповідь: зменшиться у 1,68 раза.

4.75 Температура абсолютно чорного тіла зменшилася з $T_1 = 1\,000\,K$ до $T_2 = 850\,K$. Визначити, як і у скільки разів змінилася довжина хвилі, яка відповідає максимуму розподілу енергії.

Відповідь: довжина хвилі збільшилася на $\Delta\lambda_m = 0,51\,мкм$; $\lambda_2/\lambda_1 = 1,18$.

4.76 Максимум випромінювальної здатності Сонця припадає на довжину хвилі $\lambda_m = 0,48\,мкм$. Вважаючи, що Сонце випромінює, як і абсолютно чорне тіло, визначити: 1) температуру його поверхні; 2) потужність, яку випромінює поверхня.

Відповідь: 1) $T = 6,04\,кK$; 2) $N = 4,58 \cdot 10^{26}\,Вт$.

4.77 У скільки разів збільшиться потужність випромінювання чорного тіла, якщо максимум енергії випромінювання зсунеться від червоної межі $(\lambda = 0,76\,мкм)$ видимого спектра до його фіолетової межі $(\lambda = 0,38\,мкм)$?

Відповідь: $\Phi_2/\Phi_1 = 16$.

4.78 Знайти, яку кількість енергії з $S = 1\,см^2$ поверхні за $t = 1\,с$ випромінює абсолютно чорне тіло, якщо відомо, що його максимальна випромінювальна здатність припадає на довжину хвилі $\lambda_m = 484\,нм$.

Відповідь: $W = 7,35\,Дж$.

4.79 Визначити, у скільки разів зміниться потужність випромінювання чорного тіла, якщо довжина хвилі, що відповідає максимуму його спектральної густини, змістилась з $\lambda_1 = 720\,нм$ до $\lambda_2 = 400\,нм$.

Відповідь: $N_2/N_1 = 10,5$.

4.80 При збільшенні термодинамічної температури T абсолютно чорного тіла втричі довжина хвилі λ_m, на яку припадає максимум випромінювальної здатності, зменшилася на $\Delta\lambda = 600\,нм$. Визначити початкову і кінцеву температури T_1 і T_2. Як змінилася випромінювальна здатність цього тіла?

Відповідь: $T_1 = 3,2\,кK$; $T_2 = 9,67\,кK$; $\mathrm{R}_{e2}/\mathrm{R}_{e1} = 81$.

4.81 Чорне тіло нагріли від температури $T_1 = 0,6\,кK$ до $T_2 = 2,4\,кK$. Визначити: 1) у скільки разів збільшилася його енергетична світність; 2) як змінилася довжина хвилі, що відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світності?

Відповідь: 1) $R_{e2}/R_{e1} = 256$; зменшилася на $\Delta\lambda = 3,62\,мкм$.

4.82 Унаслідок нагрівання чорного тіла довжина хвилі, що відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світності, змістилася з $\lambda_1 = 2,7\,мкм$ до $\lambda_2 = 0,9\,мкм$. Визначити, у скільки разів збільшилися: 1) енергетична світність тіла; 2) максимальна спектральна густина енергетичної світності тіла.

Відповідь: $R_{e2}/R_{e1} = 81$; $\left(r_{\lambda,T_2}/r_{\lambda,T_1}\right)_{\max} = 243$.

4.83 Як і в скільки разів зміниться енергетична світність абсолютно чорного тіла, якщо максимум енергії випромінювання переміститься з червоної межі видимого спектра $\left(\lambda_{m1} = 780\,нм\right)$ на фіолетову $\left(\lambda_{m2} = 390\,нм\right)$?

Відповідь: $R_{e2}/R_{e1} = 16$.

4.84 Визначити температуру чорного тіла, за якої максимум спектральної густини випромінювання припадає на: 1) червону $\left(\lambda_m = 0,75\,мкм\right)$ межу видимого спектра; 2) фіолетову $\left(\lambda_m = 0,38\,мкм\right)$ межу видимого спектра.

Відповідь: 1) $T = 3,87\,кК$; 2) $T = 7,63\,кК$.

4.85 Є два абсолютно чорних джерела теплового випромінювання. Температура одного з них $T_1 = 2\,500\,К$. Визначити температуру T_2 іншого джерела за умови, що довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінювальної здатності, на $\Delta\lambda = 0,5\,мкм$ більша за довжину хвилі, що відповідає максимуму випромінювальної здатності першого джерела.

Відповідь: $T_2 = 1\,750\,К$.

4.86 Максимум енергії випромінювання абсолютно чорного тіла припадає на довжину хвилі $\lambda = 450\,нм$. Визначити температуру та енергетичну світність тіла.

Відповідь: $T = 6\,444\,К$, $R_e = 98\,МВт/м^2$.

4.87 Абсолютно чорне тіло має температуру $T_1 = 2,9\,кК$. Внаслідок охолодження тіла довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінювальної здатності, змінилася на $\Delta\lambda = 9\,мкм$. До якої температури T_2 було охолоджене тіло?

Відповідь: $T_2 = 290\,K$.

4.88 Максимум спектральної густини випромінювання яскравої зірки Арктур припадає на довжину хвилі $\lambda = 580\,нм$. Визначити температуру поверхні зірки за умови, що вона випромінює, як і чорне тіло.

Відповідь: $T = 4{,}98\,кК$.

4.89 Температура чорного тіла $T_1 = 3\,кК$. При остиганні тіла довжина хвилі, яка відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світності, змінилася на $\Delta\lambda = 8\,мкм$. Визначити його кінцеву температуру T_2 .

Відповідь: $T_2 = 323\,K$.

4.90 Є два абсолютно чорних джерела теплового випромінювання. Температура одного з них $T_1 = 2{,}5\,кК$. Визначити температуру іншого джерела, якщо довжина хвилі, що відповідає максимуму його випромінювальної здатності, на $\Delta\lambda = 0{,}5\,мкм$ більша за довжину хвилі, яка відповідає максимуму випромінювальної здатності першого джерела.

Відповідь: $T_2 = 1\,750\,K$.

4.91 Випромінювання Сонця за своїм спектральним складом є подібним до випромінювання абсолютно чорного тіла, для якого максимум випромінювальної здатності припадає на довжину хвилі $\lambda_m = 0{,}48\,мкм$. Визначити масу, яку Сонце щосекунди втрачає за рахунок цього випромінювання. За який час маса Сонця зменшиться на 1 %.

Відповідь: $\Delta m = 5 \cdot 10^9\,кг$; $t = 10^{11}$ років.

4.92 Ураховуючи, що максимум випромінювальної здатності Сонця припадає на довжину хвилі $\lambda_m = 0{,}5\,мкм$, визначити: 1) температуру поверхні Сонця; 2) енергію, яку випромінює Сонце у вигляді електромагнітних хвиль за 10 хвилин; 3) масу, яку втрачає Сонце за цей час за рахунок випромінювання.

Відповідь: 1) $T = 5{,}8\,кК$; 2) $W = 2{,}34 \cdot 10^{29}$ *Дж*; 3) $m = 2{,}6 \cdot 10^{12}\,кг$.

4.93 Максимальна спектральна густина енергетичної світності чорного тіла дорівнює $\left(r_{\lambda,T}\right)_{\max} = 4{,}16 \cdot 10^{11}\,Вт/м^3$. Якій довжині хвилі вона відповідає?

Відповідь: $\lambda = 1{,}45\,мкм$.

4.94 Максимальна спектральна густина енергетичної світності чорного тіла дорівнює $\left(r_{\lambda,T}\right)_{\max} = 1{,}3 \cdot 10^{11}\, Вт/м^3$. Якій довжині хвилі вона відповідає?

Відповідь: $\lambda = 183\, мкм$.

ФОРМУЛА ПЛАНКА

4.95 Перетворіть формулу Планка для спектральної густини енергетичної світності чорного тіла від змінної ν до змінної λ .

4.96 Доведіть, використовуючи формулу Планка $r_{\nu,T} = \dfrac{2\pi\nu^2}{c^2}\dfrac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1}$, що в області малих частот $\left(h\nu \ll kT\right)$ вона збігається з формулою Релея – Джинса.

4.97 Використовуючи формулу Планка, визначити спектральну густину потоку випромінювання одиниці поверхні чорного тіла, що припадає на вузький інтервал довжин хвиль $\Delta\lambda = 5\, нм$ біля максимуму спектральної густини енергетичної світності. Температура чорного тіла дорівнює $T = 2\,500\, K$.

Відповідь: $\left(r_{\lambda,T}\Delta\lambda\right) = 441\, кВт/м^2$.

4.98 Перетворити формулу Планка для об’ємної спектральної густини випромінювання u_ω від змінної ω до змінних ν (лінійна частота) і λ (довжина хвилі).

4.99 Виведіть із формули Планка $r_{\nu,T} = \dfrac{2\pi\nu^2}{c^2}\dfrac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1}$ закон Стефана – Больцмана.

4.100 Використовуючи формулу Планка $r_{\nu,T} = \dfrac{2\pi\nu^2}{c^2}\dfrac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1}$, виведіть із неї закон зміщення Віна.

РОЗДІЛ 5
ТИСК СВІТЛА. ФОТОЕФЕКТ. ЕФЕКТ КОМПТОНА

ТЕОРЕТИЧНИЙ МАТЕРІАЛ

1 Квант світла. Енергія та імпульс фотона.
2 Тиск світла.
3 Зовнішній фотоефект та його закони.
4 Формула Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту.
5 Червона межа фотоефекту.
6 Ефект Комптона.

ЗВЕДЕННЯ ОСНОВНИХ ФОРМУЛ

5.1 Енергія фотона

$$W_{ф} = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda},$$

де ν, ω та λ – частота, циклічна частота та довжина хвилі випромінювання відповідно; h та $\hbar$ – стала Планка та стала Планка – Дірака відповідно, $h = 2\pi\hbar$; c – швидкість світла у вакуумі.

5.2 Імпульс фотона

$$p_{ф} = \frac{h\nu}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

5.3 Тиск світла при нормальному падінні на поверхню дорівнює

$$p = w(1+\rho) = \frac{I}{c}(1+\rho),$$

або

$$p = \frac{NW_{ф}}{cSt}(1+\rho),$$

де w – об’ємна густина енергії; ρ – коефіцієнт відбивання; I – інтенсивність світла; c – швидкість світла у вакуумі; N – кількість фотонів, що падають на поверхню; S – площа поверхні; t – час її опромінення; $W_{ф}$ – енергія фотона.

5.4 Густина потоку фотонів (тобто кількість фотонів N, що пролітають за одиницю часу t через одиничну площадку S, орієнтовану перпендикулярно до напрямку руху фотонів), дорівнює

$$j = \frac{N}{St} . W_{\phi} = h\nu = A + W_{K,\max} .$$

Густина потоку фотонів пов'язана з їх концентрацією n співвідношенням

$$j = cn ,$$

де c – швидкість світла у вакуумі.

5.5 Формула Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту

а) у загальному випадку

$$W_{\phi} = A + W_{K,\max} ,$$

де $W_{\phi} = h\nu$ – енергія фотона, який падає на поверхню металу; A – робота виходу електрона з металу; $W_{K,\max}$ – максимальна кінетична енергія фотоелектрона;

б) у разі, якщо енергія фотона значно більша за роботу виходу $\left(h\nu \gg A\right)$,

$$h\nu = W_{K,\max} .$$

5.6 Максимальна кінетична енергія фотоелектрона у нерелятивістському і релятивістському випадках визначається різними формулами:

а) якщо фотоефект викликаний фотоном, який має відносно малу енергію (тобто $h\nu \ll m_0 c^2 \cong 0,51 MeB$), то можна використовувати класичний вираз для кінетичної енергії електрона

$$W_{K,\max} = \frac{m_0 \mathrm{v}_{\max}^2}{2} ,$$

де m_0 – маса спокою електрона; $\mathrm{v}_{\max}$ – максимальна швидкість фотоелектрона;

б) якщо фотоефект викликаний фотоном, енергія якого порядку або більша за енергію спокою електрона (тобто $h\nu \geq m_0 c^2 \cong 0,51 MeB$), то потрібно використовувати релятивістський вираз для кінетичної енергії електрона

$$W_{K,\max} = (m - m_0)c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right),$$

де $\beta = \mathrm{v}_{\max}/c$; m – маса релятивістського електрона.

5.7 Червона межа фотоефекту

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{2\pi\hbar c}{A}, \quad \nu_0 = \frac{A}{h}, \ \omega_0 = \frac{A}{\hbar},$$

де λ_0 – максимальна довжина хвилі випромінювання (ν_0 та ω_0 – мінімальні частота і циклічна частота), за яких ще можливий фотоефект.

5.8 Зміна довжини хвилі $\Delta\lambda$ фотона при розсіюванні його на частинці (ефект Комптона) на кут θ

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta), \quad \text{або} \quad \Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2h}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

де m – маса частинки віддачі; λ і λ' – довжини падаючої та розсіяної хвиль.

5.9 Комптонівська довжина хвилі

$$\lambda_C = \frac{h}{mc}$$

(при розсіюванні фотона на електроні λ_C = 2,436 пм).

При комптонівському розсіюванні світла закон збереження енергії запишеться так:

$$W_ф = W'_ф + W_K,$$

де $W_ф$ і $W'_ф$ – енергія фотона до та після розсіювання відповідно; W_K – кінетична енергія частинки віддачі. Якщо ефект Комптона викликаний фотоном з енергією, набагато меншою за енергію спокою частинки, то можна використовувати нерелятивістське значення для W_K. У іншому випадку потрібно використовувати формули релятивістської механіки.

ПИТАННЯ З ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

1 Чому дорівнює тиск плоскої світлової хвилі на плоске дзеркало з ідеально відбивальною поверхнею? Вважати відомими: а) об’ємну густину енергії хвилі w; б) інтенсивність I хвилі. Світло падає нормально до поверхні.

2 Чому дорівнює тиск плоскої світлової хвилі на ідеально поглинальну поверхню? Вважати відомими: а) об’ємну густину енергії хвилі w; б) інтенсивність I хвилі. Світло падає нормально до поверхні.

3 Як за допомогою формули Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту пояснити закони Столєтова?

4 Як за допомогою вольт-амперної характеристики фотоелемента (рис. 5.1) визначити кількість електронів N, що вибиваються світлом із поверхні катода за одиницю часу?

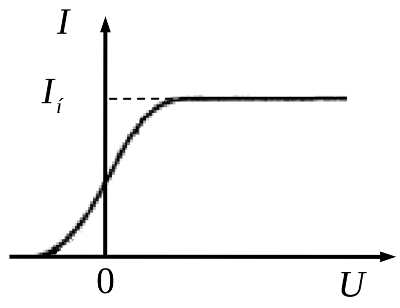

Рисунок 5.1

5 Зобразити залежність максимальної кінетичної енергії фотоелектронів від частоти світла. Робота виходу електрона з металу дорівнює A.

6 Що таке червона межа фотоефекту?

7 Визначити довжину хвилі червоної межі фотоефекту для: а) цезію (робота виходу $A=1{,}9eB$), міді $\left(A=4{,}5eB\right)$. До якої частини спектра електромагнітного випромінювання належать ці довжини хвиль?

8 Як зміниться вигляд вольт-амперної характеристики фотоелемента, якщо при незмінному спектральному складі хвилі збільшиться вдвічі її повний світловий потік?

9 Як зміниться вигляд вольт-амперної характеристики фотоелемента, якщо при незмінному потоці фотонів удвічі збільшиться частота монохроматичного світла?

10 Як зміниться вигляд вольт-амперної характеристики фотоелемента, якщо при незмінному потоці фотонів удвічі зменшиться частота монохроматичного світла?

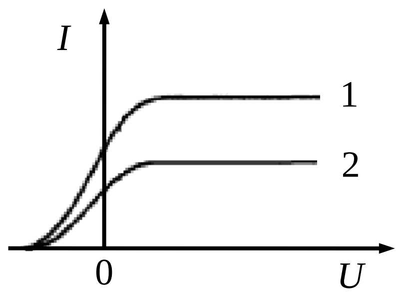

Рисунок 5.2

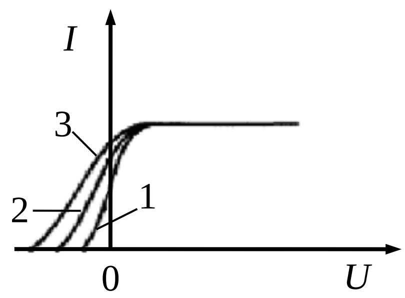

Рисунок 5.3

11 При почерговому освітленні фотокатода двома різними монохроматичними джерелами світла одержані дві залежності (рис. 5.2): 1 і 2 фотоструму від напруги між катодом і анодом. Пояснити, в чому відмінність цих джерел.

12 На рисунку 5.3 схематично зображені вольт-амперні характеристики (криві 1, 2 і 3) фотоефекту для того самого металу. Пояснити причину відмінності цих кривих.

13 Чи є можливим процес, під час якого кінетична енергія електрона віддачі дорівнює енергії фотона, що налітає на електрон?

14 Що таке ефект Комптона?

15 Які довжини хвиль електромагнітного випромінювання є характерними для: а) фотоефекту; б) ефекту Комптона?

16 Назвати фундаментальні фізичні сталі, які визначають ефект Комптона. Скласти з них комбінацію, що має розмірність довжини хвилі.

17 Якому куту розсіювання відповідає максимальне комптонівське зміщення?

18 Чому дорівнює енергія кванта випромінювання з довжиною хвилі, що дорівнює комптонівській довжині хвилі електрона?

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

ПРИКЛАД 5.1

Потік енергії, що випромінюється електричною лампою, дорівнює $\Phi_e = 600\,Вт$. На відстані $r = 1\ м$ від лампи перпендикулярно до падаючих променів розміщене кругле плоске дзеркало діаметром $d = 2\ см$. Визначити силу світлового тиску на дзеркальце за умови, що воно повністю відбиває все випромінювання, яке на нього падає. Вважати, що випромінювання лампи однакове в усіх напрямках.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$F - ?$
$\Phi_e = 600\,Вт$, $r = 1\,м$, $d = 2\,см = 0{,}02\ м$

За умовою задачі $d \ll r$, тому значення тілесного кута, в якому випромінювання падає на дзеркальце, можна визначити з виразу $\Omega_S = S/r^2$. Значення повного тілесного кута дорівнює $\Omega_0 = 4\pi$. У цьому куті випромінюється весь потік енергії Φ_e. Таким чином, частка потоку енергії, що випромінюється в тілесному куті Ω_S, визначається виразом

$$\Phi_S = \frac{\Phi_e \Omega_S}{\Omega_0} = \frac{\Phi_e S}{4\pi r^2}.$$

Площа поверхні дзеркала дорівнює $S = \pi d^2/4$,

отже,

$$\Phi_S = \frac{\Phi_e \pi d^2}{16\pi r^2} = \frac{\Phi_e d^2}{16 r^2}.$$

Для визначення тиску світла використаємо вираз

$$p = \frac{I}{c}(1 + \rho),$$

де $I = \Phi_S/S$ – інтенсивність світла; ρ – коефіцієнт відбивання, для ідеального дзеркала $\rho = 1$.

З урахуванням вищезазначених виразів сила світлового тиску дорівнює

$$F = pS = \frac{I}{c}(1+\rho)S = \frac{\Phi_S}{c}(1+\rho) = 2\frac{\Phi_e d^2}{16r^2c} = \frac{\Phi_e d^2}{8cr^2}.$$

Підставимо в одержаний вираз числові значення фізичних величин та одержимо

$$F = \frac{600\cdot 0{,}02^2}{8\cdot 3\cdot 10^8} = 0{,}1\cdot 10^{-9}\,(H) = 0{,}1(нH).$$

Відповідь: $F = 0{,}1\ нH$.

ПРИКЛАД 5.2

Короткий імпульс світла, енергія якого $W = 7{,}5\,Дж$, падає на дзеркальну пластинку з коефіцієнтом відбивання $\rho = 0{,}6$. Кут падіння $\alpha = 60^0$. Визначити за допомогою корпускулярних уявлень, який імпульс отримає пластинка.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$p - ?$
$W = 7{,}5\,Дж,$ $\rho = 0{,}6,$ $\alpha = 60^0$

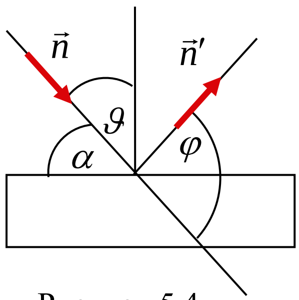

Рисунок 5.4

Імпульс фотона

$$p_ф = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda},$$

де h і $\hbar$ – стала Планка та стала Планка – Дірака; c – швидкість світла у вакуумі; ω та ν – циклічна частота та частота відповідного випромінювання.

Повний імпульс фотонів, що налітають на пластинку, дорівнює

$$\vec{p} = Np_ф\vec{n} = N\frac{\hbar\omega}{c}\vec{n},$$

де N – кількість фотонів у імпульсі світла; $\vec{n}$ – одиничний вектор у напрямку руху фотонів, що налітають на пластинку.

Енергія імпульсу світла дорівнює $W = N\hbar\omega$, тоді імпульс налітаючих фотонів

$$\vec{p} = N\frac{W}{c}\vec{n}.$$

Від дзеркальної пластинки з коефіцієнтом відбивання ρ відіб’ється $N' = \rho N$ фотонів. Їх загальний імпульс визначається виразом

$$\vec{p}' = N'\frac{\hbar\omega}{c}\vec{n}' = \rho N\frac{\hbar\omega}{c}\vec{n}' = \rho\frac{W}{c}\vec{n}',$$

де $\vec{n}'$ – одиничний вектор у напрямку руху відбитих фотонів. Імпульс, що передається пластинці, дорівнює

$$\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}' = \frac{W}{c}\left(\vec{n} - \rho\vec{n}'\right).$$

Модуль імпульсу, що передається пластинці, визначимо підносячи вираз (3) до квадрата:

$$\left|\Delta\vec{p}\right|^2 = \frac{W^2}{c^2}\left(1 + \rho^2 - 2\rho\cos\varphi\right),$$

де φ – кут між векторами $\vec{n}$ і $\vec{n}'$.

Із рисунка 5.4 $\varphi = \pi - 2\vartheta = \pi - 2\left(\pi/2 - \alpha\right) = 2\alpha$, тоді модуль імпульсу, що передається пластинці, дорівнює

$$\Delta p = \frac{W}{c}\sqrt{\left(1 + \rho^2 - 2\rho\cos 2\alpha\right)}.$$

Підставимо в одержаний вираз числові значення фізичних величин та одержимо

$$\Delta p = \frac{7,5}{3\cdot 10^8}\sqrt{\left(1 + 0,6^2 - 2\cdot 0,6\cos 120^0\right)} = 3,5\cdot 10^{-8}\left(H\cdot c\right) = 35\left(нH\cdot c\right).$$

Відповідь: $\Delta p = 35 нH\cdot c$.

ПРИКЛАД 5.3

Тиск монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 650 нм$, яке нормально падає на зачорнену поверхню, $p = 5 мкПа$. Визначити концентрацію n фотонів біля поверхні та кількість N фотонів, що падають на площу $S = 1 м^2$ за час $t = 1 с$.

$n-?\ N-?$
$\lambda = 650\,нм = 6{,}5\cdot 10^{-7}\,м$, $p = 5\,мкПа = 5\cdot 10^{6}\,Па$, $\rho = 0$, $S = 1м^2$, $t = 1с$

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Тиск світла при нормальному падінні на поверхню дорівнює

$$p = w(1+\rho), \tag{1}$$

або

$$p = \frac{I}{c}(1+\rho), \tag{2}$$

де w – об'ємна густина енергії; ρ – коефіцієнт відбивання, для зачорненої поверхні $\rho = 0$; c – швидкість світла у вакуумі; I – інтенсивність світла, що падає на поверхню.

Об'ємна густина енергії дорівнює добутку концентрації фотонів на енергію одного фотона $W_ф = hc/\lambda$, тобто $w = nhc/\lambda$, звідси концентрація фотонів біля поверхні дорівнює

$$n = \frac{w\lambda}{hc}. \tag{3}$$

Значення об'ємної густини енергії знайдемо з формули (1) $w = p/(1+\rho)$ та підставимо в (3):

$$n = \frac{p\lambda}{hc(1+\rho)}. \tag{4}$$

Кількість фотонів, що падають на площу S за час t, дорівнює відношенню інтенсивності світла до енергії одного фотона, помноженому на St:

$$N = \frac{I}{W_ф}St = \frac{I\lambda}{hc}St. \tag{5}$$

Енергетичну освітленість знайдемо з виразу (2):

$$I = \frac{pc}{(1+\rho)}, \tag{6}$$

та підставимо в (5):

$$N = \frac{I\lambda}{hc}St = \frac{pc\lambda}{hc(1+\rho)}St = \frac{p\lambda}{h(1+\rho)}St. \tag{7}$$

Порівнюючи вирази (4) та (7), одержимо

$$N = ncSt\,. \tag{8}$$

Підставимо числові значення фізичних величин в одержані вирази (4) та (8), проведемо розрахунки:

$$n = \frac{5\cdot 10^{6}\cdot 6,5\cdot 10^{-7}}{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}\left(1+0\right)} = 1,6\cdot 10^{13}\left(м^{-3}\right),$$

$$N = 1,6\cdot 10^{13}\cdot 3\cdot 10^{8} = 4,8\cdot 10^{21}.$$

Відповідь: $n = 1,6\cdot 10^{13}\left(м^{-3}\right)$; $N = 4,8\cdot 10^{21}$.

ПРИКЛАД 5.4

На металеву пластину падає монохроматичний пучок світла з частотою $\nu = 7,3\cdot 10^{14}\ Гц$. Червона межа фотоефекту для цього матеріалу дорівнює $\lambda_0 = 560\,нм$. Визначити максимальну швидкість $\mathrm{v}_{\max}$ фотоелектронів.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\mathrm{v}_{\max} - ?$
$\nu = 7,3\cdot 10^{14}\ Гц$,
$\lambda_0 = 560\,нм = 5,6\cdot 10^{-7}\ м$,
$m = 9,1\cdot 10^{-31}\ кг$

Для визначення максимальної швидкості фотоелектронів скористаємося рівнянням Ейнштейна для фотоефекту

$$h\nu = A + \frac{m\mathrm{v}_{\max}^{2}}{2}. \tag{1}$$

Робота виходу фотоелектронів із металу дорівнює

$$A = hc/\lambda_0\,. \tag{2}$$

Підставимо вираз (2) в (1):

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{m\mathrm{v}_{\max}^{2}}{2}. \tag{3}$$

Розв'язавши це рівняння відносно швидкості, одержимо $\mathrm{v}_{\max}$:

$$\mathrm{v}_{\max}^2 = \frac{2h}{m}\left(\nu - \frac{c}{\lambda_0}\right) \;\Rightarrow\; \mathrm{v}_{\max} = \sqrt{\frac{2h}{m}\left(\nu - \frac{c}{\lambda_0}\right)}.$$

Підставивши числові значення фізичних величин в останнє співвідношення, одержимо відповідь

$$\mathrm{v}_{\max} = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}63\cdot 10^{-34}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}(7{,}3\cdot 10^{14} - \frac{3\cdot 10^{8}}{560\cdot 10^{-9}})} = 5{,}32\cdot 10^{5} \ (м/с).$$

Перевіримо розмірність одиниць одержаної величини:

$$[\mathrm{v}] = \sqrt{\frac{[h]}{[m]}\left([\nu] - \frac{[c]}{[\lambda]}\right)} = \sqrt{\frac{Дж\cdot с}{кг\cdot с}} = \sqrt{\frac{Н\cdot м\cdot с}{кг\cdot с}} = \sqrt{\frac{кг\cdot м^2}{кг\cdot с^2}} = \frac{м}{с}.$$

Відповідь: $\mathrm{v}_{\max} = 5{,}32\cdot 10^{5}\ м/с$.

ПРИКЛАД 5.5

Фотон з енергією $W_Ф = 10 еВ$ падає на срібну пластинку і викликає фотоефект. Визначити імпульс p, одержаний пластиною, вважаючи, що напрями руху фотона й фотоелектрона лежать на одній прямій, перпендикулярній до поверхні пластини.

$p - ?$
$W_Ф = 10 еВ = 1{,}6\cdot 10^{-18}\ Дж$

РОЗВ’ЯЗАННЯ

При падінні фотона на срібну пластинку з неї вибивається фотоелектрон. Імпульс, що передається пластинці, складається з імпульсу фотоелектрона та імпульсу фотона:

$$p = p_ф + p_e. \tag{1}$$

Імпульс фотона дорівнює

$$p_Ф = \frac{W_Ф}{c}, \tag{2}$$

де c – швидкість світла.

Імпульс електрона визначається співвідношенням

$$p_e = m\text{v}_e. \tag{3}$$

Швидкість фотоелектрона визначимо з рівняння Ейнштейна для фотоефекту:

$$W_\Phi = A + \frac{m\text{v}_e^2}{2} \Rightarrow \text{v}_e = \sqrt{\frac{2(W-A)}{m}}. \tag{4}$$

Підставивши вираз (4) в (3), одержимо

$$p_e = m\sqrt{\frac{2(W-A)}{m}} = \sqrt{2m(W-A)}. \tag{5}$$

Тепер підставимо співвідношення (2) і (5) в (1):

$$p = \frac{W_\Phi}{c} + \sqrt{2m(W-A)}. \tag{6}$$

Після підставлення числових значень величин одержимо відповідь

$$p = \frac{10 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8} + \sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-19}(10 \cdot 1{,}6 - 7{,}5)} = 1{,}24 \cdot 10^{-25}\,(кг \cdot м/с).$$

Зробимо перевірку розмірності фізичної величини:

$$[p] = \frac{[W]}{[c]} + \sqrt{[m][W]} = \frac{Дж}{м/с} + \sqrt{кг \cdot Дж} = \frac{Н \cdot м \cdot с}{м} + \sqrt{кг \cdot Н \cdot м} =$$

$$= \frac{кг \cdot м \cdot с}{с^2} + \sqrt{\frac{кг \cdot кг \cdot м \cdot м}{с^2}} = \frac{кг \cdot м}{с} + \frac{кг \cdot м}{с} = \frac{кг \cdot м}{с}.$$

Відповідь: $p = 1{,}24 \cdot 10^{-25}\, кг \cdot м/с$.

ПРИКЛАД 5.6

Яку частину енергії фотона становить енергія, витрачена на виконання роботи виходу електронів із фотокатода, якщо червона межа фотоефекту для матеріалу фотокатода дорівнює $\lambda_0 = 540\,нм$. Кінетична енергія фотоелектронів дорівнює $W_K = 0,5\,еВ$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\eta - ?$

$\lambda_0 = 540\,нм = 5,4\cdot10^{-7}\ м,$
$W_K = 0,5\,еВ = 8\cdot10^{-20}\ Дж,$
$h = 6,63\cdot10^{-34}\ Дж\cdot с,$
$c = 3\cdot10^{8}\ м/с$

Формула Ейнштейна для фотоефекта

$$W_Ф = h\nu = A + W_{K,\max}\,, \qquad (1)$$

де $W_Ф = h\nu$ – енергія фотона, який падає на поверхню металу; де h – стала Планка; A – робота виходу електрона з металу; $W_{K,\max}$ – максимальна кінетична енергія фотоелектрона.

Довжина хвилі червоної межі дорівнює $\lambda_0 = hc/A$, звідси визначимо роботу виходу електрона $A = hc/\lambda_0$ та підставимо у формулу (1):

$$W_Ф = \frac{hc}{\lambda_0} + W_K\,. \qquad (2)$$

Частина енергії фотона, витрачена на виконання роботи виходу електронів із фотокатода, дорівнює

$$\eta = \frac{A}{W_Ф} = \frac{hc}{\lambda_0\left(hc/\lambda_0 + W_K\right)}\,. \qquad (3)$$

Після підставлення числових значень фізичних величин одержимо остаточно

$$\eta = \frac{6,63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}/5,4\cdot10^{-7}}{6,63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}/5,4\cdot10^{-7} + 8\cdot10^{-20}} = \frac{3,68\cdot10^{-19}}{3,68\cdot10^{-19} + 0,8\cdot10^{-19}} = 0,82\,.$$

Відповідь: $\eta = 82\,\%$.

ПРИКЛАД 5.7

Визначити максимальну швидкість електрона, вибитого з поверхні металу γ-квантом з енергією $W_\Phi = 1{,}53\,МеВ$.

$\text{v} - ?$
$W_0 = 0{,}511\,МеВ = 8{,}18 \cdot 10^{-12}$ *Дж*, $W_\Phi = 1{,}53\,МеВ = 2{,}45 \cdot 10^{-13}$ *Дж*, $c = 3 \cdot 10^8\ м/с$

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Формула Ейнштейна для фотоефекту

$$W_\Phi = h\nu = A + W_{K,\max}\,, \qquad (1)$$

де $W_\Phi = h\nu$ – енергія фотона, який падає на поверхню металу; де h – стала Планка; A – робота виходу електрона з металу; $W_{K,\max}$ – максимальна кінетична енергія фотоелектрона.

Оскільки робота виходу є набагато меншою за енергію γ-кванта $A \ll W_\Phi$, то електрон буде релятивістським і його кінетичну енергію можна визначити зі співвідношення

$$W_K = W_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\text{v}^2/c^2}} - 1\right) = \frac{W_0}{\sqrt{1-\text{v}^2/c^2}} - W_0\,,$$

де W_0 – енергія спокою електрона; c – швидкість світла у вакуумі.

Виконаємо нескладні перетворення:

$$W_K + W_0 = \frac{W_0}{\sqrt{1-\text{v}^2/c^2}} \;\Rightarrow\; 1 - \frac{\text{v}^2}{c^2} = \left(\frac{W_0}{W_K + W_0}\right)^2,$$

$$\text{v} = c\sqrt{1 - \left(\frac{W_0}{W_K + W_0}\right)^2}\,.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в одержаний вираз та виконаємо обчислення:

$$\text{v} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \left(\frac{0{,}511}{1{,}53 + 0{,}511}\right)^2} = 2{,}9 \cdot 10^8\,(м/с).$$

Відповідь: $\text{v} = 2{,}9 \cdot 10^8\ м/с$.

ПРИКЛАД 5.8

Фотон розсіявся під кутом $\theta = 120^0$ на вільному електроні, що перебував у стані спокою. Внаслідок ефекту Комптона електрон одержав кінетичну енергію $W_K = 0,45 MeB$. Визначити енергію фотона до розсіювання.

$W - ?$

$W_K = 0,45 MeB = 7,2 \cdot 10^{-14}$ *Дж*,
$\theta = 120^0$,
$c = 3 \cdot 10^8$ *м/с*,
$W_0 = 0,511 MeB = 8,176 \cdot 10^{-14}$ *Дж*

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Зміна довжини хвилі $\Delta\lambda$ фотона при розсіюванні його на частинці (ефект Комптона) на кут θ визначається за формулою

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}\left(1 - \cos\theta\right), \qquad (1)$$

де λ та λ' – довжини хвиль фотона, що падає на електрон, та розсіяного фотона.

Виразимо довжини хвиль λ та λ' фотона до і після розсіювання через енергію, врахувавши, що $W = h\nu = hc/\lambda$, тоді

$$\frac{hc}{W'} - \frac{hc}{W} = \frac{h}{m_0 c}\left(1 - \cos\theta\right). \qquad (2)$$

Розділимо обидві частини рівності (1) на hc та одержимо

$$\frac{1}{W'} - \frac{1}{W} = \frac{1}{m_0 c^2}\left(1 - \cos\theta\right). \qquad (3)$$

Кінетична енергія, яку отримав електрон внаслідок ефекту Комптона, дорівнює різниці енергій фотона до розсіювання та його енергії після розсіювання:

$$W_K = W - W', \quad \text{звідси} \quad W' = W - W_K. \qquad (4)$$

Підставимо вираз (4) у співвідношення (3) та одержимо

$$\frac{1}{W-W_K}-\frac{1}{W}=\frac{1}{m_0c^2}\left(1-\cos\theta\right). \qquad (5)$$

Врахуємо, що енергія спокою електрона дорівнює $W_0=m_0c^2$.

Виконаємо перетворення та одержимо квадратне рівняння відносно W:

$$W\cdot W_0-\left(W-W_K\right)W_0=\left(W-W_K\right)W\left(1-\cos\theta\right),$$

або

$$\left(1-\cos\theta\right)W^2-W_K\left(1-\cos\theta\right)\cdot W-W_K\cdot W_0=0. \qquad (6)$$

Позитивний корінь цього рівняння визначається виразом

$$W=\frac{W_K\left(1-\cos\theta\right)+\sqrt{W_K{}^2\left(1-\cos\theta\right)^2+4\left(1-\cos\theta\right)W_K\cdot W_0}}{2\left(1-\cos\theta\right)}. \qquad (7)$$

Підставимо у цей вираз числові значення фізичних величин та визначимо енергію фотона до розсіювання:

$$W=\frac{0,45\left(1-\cos120^0\right)+\sqrt{\left[0,45\left(1-\cos120^0\right)\right]^2+4\left(1-\cos120^0\right)0,45\cdot0,511}}{2\left(1-\cos120^0\right)}=$$

$$=0,68\left(МеВ\right)=0,68\cdot1,6\cdot10^{-13}=1,09\cdot10^{-13}\left(Дж\right).$$

Відповідь: $W=0,68\,МеВ$.

ПРИКЛАД 5.9

Яка частка енергії фотона припадає при ефекті Комптона на електрон віддачі, якщо розсіювання фотона відбувається на кут $\theta = \pi/2$? Енергія фотона до розсіювання дорівнювала $W_1 = 0,51 MeB$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\eta - ?$

$W_1 = 0,51 MeB = 8,16 \cdot 10^{-14}$ *Дж*,

$\theta = \dfrac{\pi}{2}$

Відповідно до формули Комптона зміна довжини хвилі фотона, що розсіявся на електроні, дорівнює

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}\left(1 - \cos\theta\right),$$

де λ та λ' – довжини хвиль фотона, що падає на електрон, та розсіяного фотона.

Виразимо довжини хвиль λ та λ' фотона до і після розсіювання через енергію, врахувавши, що $W = h\nu = hc/\lambda$, тоді

$$\frac{hc}{W'} - \frac{hc}{W} = \frac{h}{mc}\left(1 - \cos\theta\right). \qquad (1)$$

Поділимо обидві частини рівності (1) на hc, тоді одержимо

$$\frac{1}{W'} - \frac{1}{W} = \frac{1}{mc^2}\left(1 - \cos\theta\right).$$

Із цього співвідношення визначимо енергію фотона, що розсіявся:

$$W' = \frac{W}{\dfrac{W}{mc^2}\left(1 - \cos\theta\right) + 1}.$$

Відповідно до закону збереження енергії кінетична енергія електрона віддачі дорівнює

$$W_K = W - W' = W - \frac{W \cdot mc^2}{W\left(1 - \cos\theta\right) + mc^2}.$$

Тепер можемо знайти частину енергії, що припадає на електрон віддачі:

$$\eta = \frac{W_K}{W} = 1 - \frac{mc^2}{W\left(1-\cos\theta\right) + mc^2}. \qquad (2)$$

Після підставлення у (2) числових значень фізичних величин одержимо

$$\eta = 1 - \frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot (3\cdot 10^8)^2}{0{,}51\cdot 10^6\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\left(1-\cos\dfrac{\pi}{2}\right) + 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot (3\cdot 10^8)^2} = 0{,}499\,.$$

Відповідь: $\eta = 0{,}499$.

ПРИКЛАД 5.10

Визначити імпульс електрона віддачі, якщо фотон з енергією $W_{\Phi} = 1{,}53\,MeB$ у результаті розсіювання на вільному електроні втратив 1/3 своєї енергії.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$p - ?$

$W_{\Phi} = 1{,}53\,MeB = 1{,}53\cdot 10^{-13}$ *Дж*,

$W'_{\Phi} = \dfrac{1}{3}W_{\Phi}$

Для розв'язування задачі спочатку визначимо енергію розсіяного фотона. Для цього скористаємося формулою Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}\left(1-\cos\theta\right),$$

де λ', λ – довжини хвиль фотона, що падає на електрон, та розсіяного фотона.

Виразимо довжини хвиль λ' і λ відповідних фотонів через їх енергії W' і W. У результаті одержимо

$$\frac{hc}{W'} - \frac{hc}{W} = \frac{h}{mc}\left(1-\cos\theta\right). \qquad (1)$$

Поділимо обидві частини цієї рівності на hc:

$$\frac{1}{W'} - \frac{1}{W} = \frac{1}{mc^2}\left(1-\cos\theta\right). \qquad (2)$$

Урахуємо, що за умовою задачі енергія розсіяного фотона становить $W' = 2W/3$, звідси одержимо

$$\frac{3}{2W} - \frac{1}{W} = \frac{1-\cos\theta}{mc^2} \;\Rightarrow\; \frac{1}{2W} = \frac{1-\cos\theta}{mc^2} \;\Rightarrow 1-\cos\theta = \frac{mc^2}{2W}. \tag{3}$$

Тоді визначимо зі співвідношення (2) енергію розсіяного фотона W':

$$W' = \frac{W}{W\left(1-\cos\theta\right)/mc^2 + 1}. \tag{4}$$

Кінетичну енергію електрона віддачі можна визначити за законом збереження енергії:

$$W_K = W - W' = W - \frac{W}{W\left(1-\cos\theta\right)/mc^2 + 1}.$$

Кінетична енергія пов'язана з імпульсом частинки співвідношенням

$$W_K = \frac{m\mathrm{v}^2}{2} = \frac{\left(m\mathrm{v}\right)^2}{2m} = \frac{p_e{}^2}{2m},$$

звідси

$$p_e = \sqrt{2mW_K}\,. \tag{5}$$

Підставивши у вираз (5) значення W_K зі співвідношення (4), одержимо

$$p_e = \sqrt{2m\left(W - \frac{W}{W(1-\cos\theta)/mc^2 + 1}\right)}. \tag{6}$$

Нарешті, підставимо в (6) значення кута розсіювання фотона з виразу (3) та визначимо

$$p_e = \sqrt{2m(W - \frac{W}{\dfrac{Wmc^2}{2W/mc^2} + 1})} = \sqrt{2m\left(W - \frac{2W}{3}\right)} = \sqrt{2mW\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}mW}.$$

Після підставлення числових величин одержимо остаточно

$$p_e = \sqrt{\frac{2}{3}\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 1{,}53\cdot 10^{6}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}} = 4{,}71\cdot 10^{-22}\left(кг\cdot м/с\right).$$

Зробимо перевірку розмірності фізичної величини:

$$[p]=\sqrt{[m][W]}=\sqrt{кг\cdot Дж}=\sqrt{кг\cdot Н\cdot м}=\sqrt{\frac{кг\cdot кг\cdot м\cdot м}{c^2}}=\frac{кг\cdot м}{c}.$$

Відповідь: $p_e=4,71\cdot 10^{-22}\ кг\cdot м/c$.

ПРИКЛАД 5.11

Фотон із довжиною хвилі $\lambda=6\,пм$ розсіявся під прямим кутом на вільному електроні, що перебував у стані спокою. Визначити: а) частоту розсіяного фотона; б) кінетичну енергію електрона віддачі.

$\nu'-?\ W_K-?$
$\lambda=6\,пм=6\cdot 10^{-12}\ м,$ $\theta=90^0,$ $m=9{,}1\cdot 10^{-31}\,кг,$ $c=3\cdot 10^8\ м/с,$ $\lambda_K=2,436\,пм=2,436\cdot 10^{-12}\ м$

РОЗВ’ЯЗАННЯ

Зміна довжини хвилі фотона при розсіюванні його на частинці (ефект Комптона) на кут θ визначається формулою Комптона

$$\lambda'-\lambda=\frac{h}{mc}\left(1-\cos\theta\right)=\lambda_C\left(1-\cos\theta\right),\quad (1)$$

де m – маса частинки віддачі (у нашій задачі – електрона); λ та λ' – довжини падаючої та розсіяної хвиль; c – швидкість світла у вакуумі; $\lambda_C=h/mc$ – комптонівська довжина хвилі.

При розсіюванні фотона на електроні комптонівська довжина хвилі дорівнює $\lambda_C=2,436\ пм$.

При розсіюванні фотона під прямим кутом $\cos\theta$

$$\lambda'=\lambda+\lambda_C,\quad (2)$$

звідси

а) частота пов’язана з довжиною хвилі співвідношенням

$$\nu'=\frac{c}{\lambda+\lambda_C};\quad (3)$$

б) виразимо довжини хвиль λ та λ' фотона до та після розсіювання через енергію, врахувавши, що $W=h\nu=hc/\lambda$, тоді

$$\frac{hc}{W'} - \frac{hc}{W} = \frac{h}{mc}. \tag{4}$$

Поділимо обидві частини рівності (1) на hc та одержимо

$$\frac{1}{W'} - \frac{1}{W} = \frac{1}{mc^2}. \tag{5}$$

Із цього співвідношення визначимо енергію фотона, що розсіявся:

$$W' = \frac{W}{\frac{W}{mc^2} + 1}. \tag{6}$$

Відповідно до закону збереження енергії кінетична енергія електрона віддачі дорівнює

$$W_k = W - W' = W - \frac{W}{W/\left(mc^2\right) + 1},$$

або

$$W_k = \frac{hc}{\lambda} - \frac{\frac{hc}{\lambda}}{\frac{h}{\lambda mc} + 1} = \frac{hc}{\lambda}\left(1 - \frac{1}{\frac{h}{\lambda mc} + 1}\right). \tag{7}$$

Підставимо числові значення фізичних величин у співвідношення (3) і (5) та одержимо:

$$\text{а) } \nu' = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-12} + 2,436 \cdot 10^{-12}} = 3,56 \cdot 10^{19} \left(Гц\right);$$

$$\text{б) } W_k = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-12}}\left(1 - \frac{1}{\frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6 \cdot 10^{-12} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} + 1}\right) =$$

$$= 9,55 \cdot 10^{-14} \left(Дж\right) = \left(60 кеВ\right).$$

Відповідь: а) $\nu' = 3,56 \cdot 10^{19}$ $Гц$; б) $W_k = 60 кеВ$.

ПРИКЛАД 5.12

Гамма-фотон ѕз довжиною хвилі $\lambda = 1,2\,пм$ унаслідок комптонівського розсіювання на вільному електроні відхилився від початкового напрямку на кут $\theta = 60^0$. Визначити кінетичну енергію та імпульс електрона віддачі. До зіткнення електрон перебував у стані спокою.

$W_K - ?\ p - ?$

$\lambda = 1,2\,пм = 1,2 \cdot 10^{-12}\ м,$

$\theta = 60^0,$

$m = 9,1 \cdot 10^{-31}\ кг,$

$c = 3 \cdot 10^8\ м/с,$

$h = 6,63 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с,$

$\lambda_C = 2,43\,пм = 2,43 \cdot 10^{-12}\ м,$

$W_0 = 8,16 \cdot 10^{-14}\ Дж$

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Зміна довжини хвилі фотона при розсіюванні його на частинці (ефект Комптона) на кут θ визначається формулою Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2h}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}\left(1 - \cos\theta\right) = \lambda_C\left(1 - \cos\theta\right), \quad (1)$$

де m – маса частинки віддачі (у нашій задачі – електрона); λ і λ' – довжини падаючої та розсіяної хвиль; c – швидкість світла у вакуумі; $\lambda_C = h/mc$ – комптонівська довжина хвилі.

При розсіюванні фотона на електроні комптонівська довжина хвилі дорівнює $\lambda_C = 2,436\ пм$.

З виразу (2) визначимо довжину хвилі розсіяного фотона:

$$\lambda' = \lambda + \lambda_C\left(1 - \cos\theta\right). \quad (2)$$

Виразимо енергію падаючого та розсіяного фотонів через їх довжини хвиль:

$$W = h\frac{c}{\lambda},\ W' = h\frac{c}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda + \lambda_C\left(1 - \cos\theta\right)}. \quad (3)$$

Кінетична енергія електрона віддачі відповідно до закону збереження енергії дорівнює

$$W_k = W - W', \quad (4)$$

Підставимо у (4) вирази (3) та одержимо

$$W_k = h\frac{c}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + \lambda_C\left(1-\cos\theta\right)} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \lambda_C\left(1-\cos\theta\right)}\right). \qquad (5)$$

Підставимо числові значення фізичних величин в одержане співвідношення та одержимо

$$W_k = 6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}\left(\frac{1}{1,2\cdot 10^{-12}} - \frac{1}{1,2\cdot 10^{-12} + 2,43\cdot 10^{-12}\left(1-\cos 60^0\right)}\right) =$$
$$= 8,34\cdot 10^{-14}\left(Дж\right) = 0,52\left(МеВ\right).$$

Знаючи кінетичну енергію електрона, визначимо його імпульс. Оскільки кінетична енергія електрона того самого порядку, що й його енергія спокою W_0, то імпульс та кінетична енергія пов'язані релятивістським співвідношенням

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{W_K\left(W_K + 2W_0\right)}\,. \qquad (6)$$

Підставимо числові значення в одержаний вираз (6) та проведемо розрахунки:

$$p = \frac{1}{3\cdot 10^8}\sqrt{8,34\cdot 10^{-14}\left(8,34\cdot 10^{-14} + 2\cdot 8,16\cdot 10^{-14}\right)} = 4,78\cdot 10^{-22}\left(кг\cdot м/с\right).$$

Відповідь: $W_K = 0,52\,МеВ$; $p = 4,8\cdot 10^{-22}\,кг\cdot м/с$.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

ТИСК СВІТЛА

5.1 Потік енергії, що випромінюється електричною лампою, дорівнює $\Phi_e = 600\,Вт$. На відстані $r = 1\ м$ від лампи перпендикулярно до падаючих променів міститься кругле плоске дзеркало діаметром $d = 2\,см$. Визначити силу світлового тиску на дзеркальце за умови, що воно повністю відбиває все випромінювання, яке на нього падає. Вважати, що випромінювання лампи однакове в усіх напрямках.

Відповідь: $F = 0{,}1\ нН$.

5.2 Монохроматичне випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 500\ нм$ падає на плоску дзеркальну поверхню і тисне на неї із силою $F = 10\,нН$. Визначити кількість N фотонів, які щосекунди падають на цю поверхню.

Відповідь: $N = 3{,}77 \cdot 10^{18}$.

5.3 Паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 662\,нм$ падає на зачорнену поверхню та здійснює на неї тиск $p = 0{,}3\,мкПа$. Визначити концентрацію n фотонів у світловому пучку.

Відповідь: $n = 10^{12}\ м^{-3}$.

5.4 Тиск монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 600\,нм$ на зачорнену поверхню, розміщену перпендикулярно до падаючого випромінювання, дорівнює $p = 0{,}1\,мкПа$. Визначити: а) концентрацію n фотонів у світловому промені; б) кількість фотонів N, що падають щосекунди на одиницю площі поверхні.

Відповідь: а) $n = 3{,}02 \cdot 10^{11}\ м^{-3}$; б) $N = 9{,}06 \cdot 10^{19}$.

5.5 Тиск монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 650\,нм$, що нормально падає на зачорнену поверхню, дорівнює $p = 5\,мкПа$. Визначити концентрацію n фотонів біля поверхні та кількість N фотонів, що падають на площу $S = 1\,м^2$ за час $t = 1\,с$.

Відповідь: $n = 1{,}6 \cdot 10^{13}\left(м^{-3}\right)$; $N = 4{,}8 \cdot 10^{21}$.

5.6 Тиск монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 500\,нм$ на зачорнену поверхню, розміщену перпендикулярно до падаючого випромінювання, дорівнює $p = 0{,}15\ мкПа$. Визначити кількість фотонів N, що падають на поверхню $S = 40\,см^2$, за одну секунду.

Відповідь: $N = 4{,}52 \cdot 10^{17}$.

5.7 Тиск монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 500\,нм$ на зачорнену поверхню, що міститься перпендикулярно до падаючого випромінювання, дорівнює $p = 0{,}12\ мкПа$. Визначити кількість фотонів N, які падають щосекунди на поверхню площею $S = 1\ см^2$.

Відповідь: $N = 9{,}05 \cdot 10^{19}$.

5.8 Тиск сонячного світла $\left(\lambda = 500\,нм\right)$, що падає нормально на дзеркальну поверхню, дорівнює $p = 4\,мкПа$. Визначити кількість фотонів, які щосекунди падають на $S = 1\ см^2$ цієї поверхні.

Відповідь: $N = 1{,}5 \cdot 10^{17}$.

5.9 Тиск світла з довжиною хвилі $\lambda = 550\,нм$, що нормально падає на дзеркальну поверхню, дорівнює $p = 9\,мкПа$. Визначити концентрацію фотонів біля поверхні.

Відповідь: $n = 1{,}24 \cdot 10^{13}\left(м^{-3}\right)$.

5.10 Лазер на рубіні випромінює в імпульсі впродовж $\tau = 0{,}5 \cdot 10^{-3}\,с$ енергію $W = 1\,Дж$ у вигляді паралельного пучка з площею перерізу $S = 0{,}8\,см^2$. Довжина хвилі лазера $\lambda = 694\,нм$. Визначити густину потоку фотонів j у пучку і тиск світла p на площадку, розміщену перпендикулярно до пучка. Коефіцієнт відбивання $\rho = 0{,}6$.

Відповідь: $j = 8{,}7 \cdot 10^{25}\,с^{-1}м^{-2}$; $p = 0{,}13\,Па$.

5.11 На ідеально відбивальну поверхню нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 550\,нм$. Потік випромінювання дорівнює $\Phi_e = 0{,}45\,Вт$. Визначити: а) кількість фотонів N, що падають на поверхню за час $t = 3\,с$; б) силу світлового тиску на $S = 1\,м^2$ поверхні.

Відповідь: а) $N = 3{,}73 \cdot 10^{18}$; б) $F = 3\,нН$.

5.12 Сонячне світло падає на плоске ідеальне $(\rho = 1)$ дзеркало площею $S = 1\,м^2$ під кутом $\alpha = 60^0$. Визначити силу F світлового тиску на дзеркало. Середня потужність сонячного випромінювання, що припадає на $1\,м^2$ поверхні Землі, дорівнює $I = 1{,}4 \cdot 10^3\, Вт/м^2$.

Відповідь: $F = 4{,}7\, мкН$.

5.13 Пучок паралельних променів світла падає нормально на плоску дзеркальну поверхню, площа якої $S = 2\,м^2$. Визначити силу світлового тиску на цю поверхню. Інтенсивність випромінювання дорівнює $I = 0{,}6\, Вт/м^2$.

Відповідь: $F = 8\,нН$.

5.14 Підрахувати тиск сонячного випромінювання на Землю. Потужність сонячного випромінювання, яке падає на Землю, дорівнює $I = 1{,}4 \cdot 10^3\, Вт/м^2$. Вважати, що поверхня Землі є абсолютно поглинальною поверхнею.

Відповідь: $p = 4{,}7\, мкПа$.

5.15 За умов попередньої задачі підрахувати силу тиску сонячного випромінювання на поверхню Землі. Порівняти її із силою притягання до Сонця.

Відповідь: $F = 6{,}05 \cdot 10^8\, Н$, що в 10^{13} менша за силу притягання до Сонця.

5.16 Визначити тиск світла на стінки 150-ватної електричної лампочки за умови, що вся споживана потужність витрачається на випромінювання, і стінки лампочки відбивають 10 % падаючого світла. Вважати лампочку сферичною посудиною, діаметр якої $d = 4\,см$.

Відповідь: $p = 2{,}74\, мкПа$.

5.17 Плоска світлова хвиля, інтенсивність якої $I = 0{,}1\, Вт/см^2$, падає під кутом $\alpha = 30^0$ на плоску відбивальну поверхню з коефіцієнтом відбивання $\rho = 0{,}7$. Визначити нормальний тиск на цю поверхню.

Відповідь: $p_n = 4{,}9\, мкПа$.

5.18 Плоска світлова хвиля, інтенсивність якої $I = 0{,}2\, Вт/см^2$, падає під кутом $\alpha = 45^0$ на плоску дзеркальну поверхню з коефіцієнтом відбивання $\rho = 0{,}8$. Визначити світловий тиск на цю поверхню.

Відповідь: $p = 6\, мкПа$.

5.19 Доведіть, що світловий тиск потоку монохроматичного випромінювання, яке падає перпендикулярно на поверхню тіла дорівнює: а) $p = 2w$ у разі ідеального дзеркала; б) $p = w$ у разі повністю поглинальної поверхні, де w – об'ємна густина енергії випромінювання.

5.20 Визначити тиск сонячних променів, що падають нормально на дзеркальну поверхню. Інтенсивність сонячного випромінювання дорівнює $I = 1,37 \cdot 10^3\, Вт/м^2$.

Відповідь: $p = 9\, мкПа$.

5.21 Визначити тиск світла з довжиною хвилі $\lambda = 400\ нм$ на чорну поверхню, якщо щосекунди на $S = 1 см^2$ падає $N = 6 \cdot 10^{16}$ фотонів.

Відповідь: $p = 1 мкПа$.

5.22 Тиск світла на дзеркальну поверхню, що знаходиться на відстані $r = 2\, м$ від джерела світла, дорівнює $p = 10\, нПа$. Визначити потужність, яка витрачається на випромінювання.

Відповідь: $P = 75,4\, Вт$.

5.23 На ідеально відбивальну поверхню площею $S = 5 см^2$ упродовж $t = 3 с$ нормально падає пучок монохроматичного світла, енергія якого $W = 9\, Дж$. Визначити: а) інтенсивність світла I, що падає на поверхню; б) величину світлового тиску на цю поверхню.

Відповідь: а) $I = 6 кВт/м^2$; б) $p = 40\, мкПа$.

5.24 Тиск світла на дзеркальну поверхню площею $S = 1\ см^2$ дорівнює $p = 1 мкПа$. Визначити довжину світла за умови, що на поверхню щосекунди падає $N = 5 \cdot 10^{16}$ фотонів.

Відповідь: $\lambda = 663 нм$.

5.25 Короткий імпульс світла, енергія якого $W = 7,5\, Дж$, падає на дзеркальну пластинку з коефіцієнтом відбивання $\rho = 0,6$. Кут падіння $\alpha = 60^0$. Визначити за допомогою корпускулярних уявлень, який імпульс одержує пластинка.

Відповідь: $\Delta p = 35 нН \cdot с$.

5.26 З якою силою тисне сонячне випромінювання на сонячне вітрило космічного апарата IKAROS (запущеного японським космічним агентством у травні 2010 р.)? Потужність сонячного випромінювання на орбіті Землі дорівнює $I = 1,4 \cdot 10^3\ Вт/м^2$. Площа вітрила з абсолютно відбивальною поверхнею $S = 2\,000\, м^2$.

Відповідь: $F = 18,7\, мН$.

5.27 Якого прискорення набере сонячний парусний корабель на орбіті Землі масою $m = 350\, кг$ та площею вітрила з ідеально відбивальною поверхнею $S = 200\, м^2$, якщо потужність сонячного випромінювання на орбіті Землі дорівнює $I = 1,4 \cdot 10^3\ Вт/м^2$?

Відповідь: $a = 5,37 \cdot 10^{-5}\ м/с$.

ФОТОЕФЕКТ

5.28 Знайти червону межу фотоефекту для літію.

Відповідь: $\lambda_0 = 538\, нм$.

5.29 Червона межа фотоефекту для деякого металу дорівнює $\lambda_0 = 275\, нм$. Чому дорівнює мінімальне значення енергії фотона, що викликає фотоефект?

Відповідь: $W_0 = 4,5\, МеВ$.

5.30 Червона межа фотоефекту для цинку $\lambda_0 = 310\, нм$. Визначити максимальну кінетичну енергію $W_{\max}$ фотоелектронів в електрон-вольтах, якщо на цинк падає світло з довжиною хвилі $\lambda = 200\, нм$.

Відповідь: $W_{\max} = 2,2\, еВ$.

5.31 Червона межа фотоефекту для деякого металу дорівнює $\lambda_0 = 275\, нм$. Знайти: 1) роботу виходу електрона з цього металу; 2) максимальну швидкість електронів, що вириваються з цього металу світлом із довжиною хвилі $\lambda = 180\, нм$; 3) максимальну кінетичну енергію цих електронів.

Відповідь: 1) $A = 4,5\, еВ$; 2) $\mathrm{v}_{\max} = 9,1 \cdot 10^5\ м/с$; 3) $W_{\max} = 2,4\, еВ$.

5.32 Якою є найменша частота світла, за якої ще можливий фотоефект, якщо робота виходу електронів із металу дорівнює $A = 2,06\,еВ$?

Відповідь: $\nu_0 = 5 \cdot 10^{14}\,Гц$.

5.33 Яку кінетичну енергію мають електрони, що вириваються з поверхні цезію при опроміненні її світлом із частотою $\nu = 10^{15}\,Гц$? Червона межа фотоефекту для цезію дорівнює $\nu_0 = 5 \cdot 10^{14}\,Гц$.

Відповідь: $W_K = 2,06\,еВ$.

5.34 На скільки зміниться довжина хвилі червоної межі фотоефекту, якщо цинковий катод фотоелемента замінити на літієвий?

Відповідь: $\Delta\lambda = 226\,нм$.

5.35 Фотон із довжиною хвилі $\lambda = 0,2\,мкм$ вибиває з поверхні фотокатода електрон, кінетична енергія якого дорівнює $W_K = 2\,еВ$. Визначити роботу виходу і червону межу фотоефекту.

Відповідь: $A = 4,2\,еВ$; $\lambda_0 = 297\,нм$.

5.36 Літієвий фотокатод опромінюється фіолетовими променями, довжина хвилі яких дорівнює $\lambda = 0,4\,мкм$. Визначити швидкість фотоелектронів, якщо довжина червоної межі фотоефекту для літію $\lambda_0 = 0,52\,мкм$.

Відповідь: $\mathrm{v} = 500\,км/с$.

5.37 Червона межа фотоефекту для деякого металу дорівнює $\lambda_0 = 0,5\,мкм$. Визначити мінімальне значення енергії фотона, що спричиняє фотоефект.

Відповідь: $W_0 = 2,49\,еВ$.

5.38 На фотоелемент із катодом із літію падає світло з довжиною хвилі $\lambda = 200\,нм$. Знайти найменше значення затримувальної різниці потенціалів $U_з$ фотоелемента.

Відповідь: $U_З = 3,9\,В$.

5.39 Для припинення фотоефекту, викликаного опромінюванням ультрафіолетовим світлом платинової пластинки, потрібно застосувати затримувальну різницю потенціалів $U_1 = 3,7\,В$. Якщо платинову пластинку замінити іншою, затримувальну напругу потрібно збільшити до $U_2 = 6\,В$. Визначити роботу виходу *A* електронів із поверхні цієї пластинки.

Відповідь: $A = 4\,еВ$.

5.40 На металеву пластину падає пучок ультрафіолетового випромінювання $(\lambda = 0,25\,мкм)$. Фотострум припиняється за мінімальної затримувальної різниці потенціалів $U_З = 0,96\,В$. Визначити роботу виходу A електронів із металу.

Відповідь: $A = 4\,еВ$.

5.41 Ізольована металева пластинка освітлюється світлом із довжиною хвилі $\lambda = 450\,нм$. Робота виходу електронів із металу $A = 2\,еВ$. До якого потенціалу зарядиться пластинка при безперервній дії випромінювання?

Відповідь: $\varphi = 0,76\,В$.

5.42 Плоский алюмінієвий електрод освітлюється ультрафіолетовим випромінюванням із довжиною хвилі $\lambda = 83\,нм$. На яку максимальну відстань від поверхні електрода зможе віддалитися фотоелектрон, якщо поза електродом наявне затримувальне електричне поле з напруженістю $E = 7,5\,В/м$?

Відповідь: $r_{\max} = 1,5 \cdot 10^{-2}\,м$.

5.43 Визначити, до якого потенціалу зарядиться ізольована срібна кулька при опроміненні її ультрафіолетовим світлом із довжиною хвилі $\lambda = 208\,нм$. Робота виходу електронів зі срібла $A = 4,7\,еВ$.

Відповідь: $\varphi = 1,27\,В$.

5.44 Катод фотоелемента освітлений монохроматичним світлом з довжиною хвилі λ. При від'ємному потенціалі на аноді $U_1 = -1В$ струм у колі припиняється. При зменшенні довжини хвилі в півтора раза для припинення струму потрібно подати на анод від'ємний потенціал $U_2 = -3,5\,В$. Визначити роботу виходу матеріалу катода.

Відповідь: $A = 2\,еВ$.

5.45 Червона межа фотоефекту для нікелю дорівнює $\lambda_0 = 257\,нм$. Визначити довжину хвилі світла, яке падає на нікелевий електрод, якщо фотострум припиняється при різниці потенціалів $U = 1,5\,В$.

Відповідь: $\lambda = 196\,нм$.

5.46 При освітленні катода вакуумного фотоелемента монохроматичним світлом із довжиною хвилі $\lambda = 310\,нм$ фотострум припиняється за певної затримувальної напруги. При збільшенні довжини хвилі на 25 % затримувальна напруга зменшується на $\Delta U = 0,8\,В$. Визначити за цими експериментальними даними сталу Планка.

Відповідь: $h = 6,61 \cdot 10^{-34}\,Дж \cdot с$.

5.47 При освітленні поверхні деякого металу світлом із довжиною хвилі $\lambda = 0,22\,мкм$ затримувальний потенціал дорівнює $U = 1,14\,В$. Визначити роботу виходу електронів із цього металу.

Відповідь: $A = 4,5\,еВ$.

5.48 Визначити максимальну швидкість фотоелектронів, які вибиваються з поверхні металу, якщо фотострум припиняється при затримувальній різниці потенціалів $U = 3,7\,В$.

Відповідь: $\mathrm{v} = 1,14\,Мм/с$.

5.49 Катод фотоелемента освітлений монохроматичним світлом із довжиною хвилі λ. При від'ємному потенціалі на аноді $U_1 = -1\,В$ струм у колі припиняється. При зміні довжини хвилі в півтора раза для припинення струму потрібно подати на анод від'ємний потенціал $U_2 = -3,5\,В$. Визначити роботу виходу з матеріалу катода.

Відповідь: $A = 4\,еВ$.

5.50 При освітленні вакуумного фотоелемента монохроматичним світлом із довжиною хвилі $\lambda_1 = 400\,нм$ він заряджається до різниці потенціалів $\varphi_1 = 2\,В$. Визначити, до якої різниці потенціалів зарядиться фотоелемент при освітленні його монохроматичним світлом із довжиною хвилі $\lambda_2 = 300\,нм$.

Відповідь: $\varphi = 3,04\,В$.

5.51 Світло якої частоти потрібно спрямувати на поверхню платини, щоб максимальна швидкість фотоелектронів дорівнювала $\mathrm{v} = 3\,000\,км/с$?

Відповідь: $\nu = 7,7 \cdot 10^{15}\,Гц$.

5.52 Визначити швидкість фотоелектронів, що вилітають із цинку, при його освітленні ультрафіолетовим випромінюванням із довжиною хвилі $\lambda = 240\,нм$.

Відповідь: $\mathrm{v} = 455\,км/с$.

5.53 На поверхню металу падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,1 мкм$. Червона межа фотоефекту $\lambda_0 = 0,3 мкм$. Яка частка енергії фотона витрачається на надання електрону кінетичної енергії?

Відповідь: $\eta = 2/3$.

5.54 Яку частину енергії фотона становить енергія, що витратилася на виконання роботи виходу електронів із фотокатода, якщо червона межа фотоефекту для матеріалу фотокатода дорівнює $\lambda_0 = 540 нм$. А кінетична енергія фотоелектронів $W_K = 0,5 еВ$.

Відповідь: $\eta = 82\,\%$.

5.55 При почерговому освітленні поверхні деякого металу світлом із довжинами хвиль $\lambda_1 = 0,35 мкм$ і $\lambda_2 = 0,54 мкм$ виявилося, що відповідні максимальні швидкості фотоелектронів відрізняються вдвічі. Визначити роботу виходу з поверхні цього металу.

Відповідь: $A = 1,9 еВ$.

5.56 На цинкову пластинку падає пучок ультрафіолетових променів із довжиною хвилі $\lambda = 0,2 мкм$. Визначити максимальну кінетичну енергію та максимальну швидкість фотоелектронів.

Відповідь: $W_{\max} = 2,2 еВ$; $\mathrm{v}_{\max} = 882 км/с$.

5.57 Фотони з енергією $W = 5 еВ$ виривають електрони з металу з роботою виходу $A = 4,7 еВ$. Визначити максимальний імпульс p, одержаний пластиною. Вважати, що напрями руху фотона і фотоелектрона лежать на одній прямій, перпендикулярній до поверхні пластини.

Відповідь: $p = 2,96 \cdot 10^{-25} кг \cdot м/с$.

5.58 Фотони з довжиною хвилі $\lambda = 0,2 мкм$ виривають електрони з платинової пластинки. Визначити максимальний імпульс p, одержаний фотоелектроном.

Відповідь: $p_e = 5,1 \cdot 10^{-25} кг \cdot м/с$.

5.59 Плоский срібний електрод освітлюється монохроматичним випромінюванням із довжиною хвилі $\lambda = 83 нм$. Визначити, на яку максимальну відстань від поверхні електрода зможе віддалитися фотоелектрон, якщо поза електродом наявне затримувальне електричне поле з напруженістю $E = 10 В/см$?

Відповідь: $r_{\max} = 1,03 см$.

5.60 Визначити максимальну швидкість електронів, вибитих із поверхні цинку гамма-випромінюванням із довжиною хвилі $\lambda = 2,47\,пм$.

Відповідь: $v = 2,59 \cdot 10^8\ м/с$.

5.61 Визначити максимальну швидкість електрона, вибитого з поверхні металу γ-квантом з енергією $W_Ф = 1,53\,МеВ$.

Відповідь: $v = 2,9 \cdot 10^8\ м/с$.

ЕФЕКТ КОМПТОНА

5.62 Рентгенівське випромінювання довжиною хвилі $\lambda = 55,8\ пм$ розсіюється плиткою графіту (комптон-ефект). Визначити довжину хвилі λ_1 світла, розсіяного під кутом $\theta = 60^0$, до напрямку падаючого пучка світла.

Відповідь: $\lambda' = 57\,пм$.

5.63 Рентгенівське випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 56,3\,пм$ розсіюється плиткою графіту. Визначити довжину хвилі променів, розсіяних під кутом $\theta = 120^0$ до початкового напрямку пучка.

Відповідь: $\lambda' = 59,9\,пм$.

5.64 Визначити кут θ розсіювання фотона, що зіткнувся з вільним електроном, якщо зміна довжини хвилі при розсіюванні дорівнює $\Delta\lambda = 3,62\,пм$.

Відповідь: $\theta = 120^0$ або $\theta = 240^0$.

5.65 Фотон з енергією $W_1 = 0,51\,МеВ$ при розсіюванні на вільному електроні втратив половину своєї енергії. Визначити кут розсіювання θ.

Відповідь: $\theta = 90^0$.

5.66 Електрон, який спочатку перебував у стані спокою, набув кінетичної енергії $W_K = 0,06\,МеВ$ унаслідок комптонівського розсіювання на ньому гамма-фотона з енергією $W = 0,51\,МеВ$. Чому дорівнює кут розсіювання фотона?

Відповідь: $\theta = 30^0$.

5.67 Визначити максимальну зміну довжини хвилі $\Delta\lambda_{\max}$ при комптонівському розсіюванні світла на вільних електронах і вільних протонах.

Відповідь: $\Delta\lambda_e = 4,86\,нм$; $\Delta\lambda_p = 2,66\,фм$.

5.68 У результаті ефекту Комптона фотон з енергією $W_1 = 1,02\,MeB$ був розсіяний на вільних електронах на кут $\theta = 150^0$. Визначити енергію W_2 розсіяного фотона.

Відповідь: $W_2 = 0,22\,MeB$.

5.69 Яка частина енергії фотона при ефекті Комптона припадає на електрон віддачі, якщо кут розсіяння $\theta = 180^0$? Енергія фотона до розсіювання дорівнює $W = 0,255\,MeB$.

Відповідь: $\eta = 0,5$.

5.70 Яка частина енергії фотона при ефекті Комптона припадає на нейтрон віддачі, якщо кут розсіяння $\theta = 180^0$? Енергія фотона до розсіювання дорівнює $W = 5\,MeB$.

Відповідь: $\eta = 0,004$.

5.71 Фотон із довжиною хвилі $\lambda = 700\,нм$ (видима частина спектра) розсіюється під кутом $\theta = 90^0$ на вільному електроні, що перебував у стані спокою. Визначити: а) яку частину початкової енергії втрачає фотон; б) якої швидкості набере електрон?

Відповідь: $\eta = 3,47 \cdot 10^{-6}$; $\text{v} = 1,47 \cdot 10^3\,м/с$.

5.72 Фотон з енергією $W = 0,51\,MeB$ унаслідок комптонівського розсіювання відхилився на кут $\theta = 180^0$. Визначити у відсотках частину енергії, що залишилася в розсіяного фотона.

Відповідь: $\eta = W'/W = 33\ \%$.

5.73 Якою повинна бути енергія фотона до розсіювання, щоб при його розсіюванні на вільних протонах при ефекті Комптона на протон віддачі припадала $\eta = 0,3$ частина енергії падаючого фотона? Кут розсіювання $\theta = 90^0$?

Відповідь: $W = 402\,MeB$.

5.74 Розв'язати задачу, аналогічну задачі 5.71, для випадку $\lambda = 0,1\,нм$ (рентгенівське випромінювання).

Відповідь: $\eta = 0,024$; $\text{v} = 1,03 \cdot 10^7\,м/с$.

5.75 Розв'язати задачу, аналогічну задачі 5.71, для випадку $\lambda = 0,1\,пм$ (гамма-випромінювання).

Відповідь: $\eta = 0,96$; $\text{v} = 0,98c = 2,94 \cdot 10^8\ м/с$.

5.76 Гамма-квант з енергією $W = 1 МеВ$ розсіюється під кутом $\theta = 90^0$ на вільному протоні, що перебував у стані спокою. Визначити, яка кінетичну енергію гамма-квант надає протону. З якою швидкістю буде рухатися протон після зіткнення?

Відповідь: $W_K = 1,07\,кеВ$; $\text{v} = 4,5 \cdot 10^5\ м/с$.

5.77 У явищі Комптона енергія падаючого фотона розподіляється порівну між розсіяним фотоном та електроном віддачі. Кут розсіювання дорівнює $\theta = \pi/2$. Визначити: а) енергію розсіяного фотона; б) імпульс розсіяного фотона.

Відповідь: а) $W = 256\,кеВ$; б) $p_ф = 1,36 \cdot 10^{-22}\ кг \cdot м/с$.

5.78 Визначити імпульс p електрона віддачі при ефекті Комптона, якщо фотон з енергією, яка дорівнює подвоєній енергії спокою електрона $(W = 2W_0)$, був розсіяний на кут $\theta = 180^0$.

Відповідь: $p_e = 4,88 \cdot 10^{-22} (кг \cdot м / с)$.

5.79 У скільки разів довжина хвилі гамма-випромінювання, розсіяного під кутом $\theta = 180^0$ до початкового напрямку, більша за довжину хвилі падаючого випромінювання $(\lambda = 2,7\,пм)$?

Відповідь: у 2,8 раза.

5.80 Фотон із довжиною хвилі $\lambda = 6\,пм$ розсіявся під прямим кутом на вільному електроні, який перебував у стані спокою. Визначити: а) частоту розсіяного фотона; б) кінетичну енергію електрона віддачі.

Відповідь: а) $\nu' = 3,56 \cdot 10^{19}\ Гц$; б) $W_k = 60\,кеВ$.

5.81 Гамма-фотон із довжиною хвилі $\lambda = 1,2\,пм$ унаслідок комптонівського розсіювання на вільному електроні відхилився від початкового напрямку на кут $\theta = 60^0$. Визначити кінетичну енергію та імпульс електрона віддачі. До зіткнення електрон перебував у стані спокою.

Відповідь: $W_K = 0,52\,МеВ$; $p = 4,8 \cdot 10^{-22}\ кг \cdot м/с$.

5.82 Унаслідок комптонівського розсіювання електрон набрав енергії $W_e = 0,5\,МеВ$. Визначити енергію падаючого фотона, якщо довжина хвилі розсіяного фотона $\lambda' = 2,5\,пм$.

Відповідь: $W = 1\,МеВ$.

5.83 Унаслідок комптонівського розсіювання на вільному електроні довжина хвилі гамма-фотона збільшилася вдвічі. Визначити кінетичну енергію та імпульс електрона віддачі, якщо кут розсіювання дорівнює $\theta = 60^0$.

Відповідь: $W_K = 0,5\,МеВ$; $p = 4,73 \cdot 10^{-22}\,кг \cdot м/с$.

5.84 Фотон з енергією $W = 250\,кеВ$ розсіявся під кутом $\theta = 120^0$ на вільному електроні, що спочатку перебував у стані спокою. Визначити енергію розсіяного фотона.

Відповідь: $W' = 144\,кеВ$.

5.85 Фотон з енергією $W = 100\,кеВ$ унаслідок ефекту Комптона розсіявся під час зіткнення з вільним електроном під кутом $\theta = \pi/2$. Визначити енергію фотона після розсіювання.

Відповідь: $W' = 83,7\,кеВ$.

5.86 Фотон з енергією $W = 0,25\,МеВ$ розсіявся під кутом $\theta = 120^0$ на вільному електроні, що спочатку перебував у стані спокою. Визначити кінетичну енергію електрона віддачі.

Відповідь: $W_K = 106\,кеВ$.

5.87 Фотон розсіявся під кутом $\theta = 120^0$ на вільному електроні, що спочатку перебував у стані спокою. Внаслідок ефекту Комптона електрон набрав кінетичної енергії $W_K = 0,45\,МеВ$. Визначити енергію фотона до розсіювання.

Відповідь: $W = 0,68\,МеВ$.

5.88 Фотон з енергією $W = 0,25\,МеВ$ розсіявся на вільному електроні, що спочатку перебував у стані спокою. Внаслідок ефекту Комптона довжина хвилі фотона змінилася на 20 %. Визначити кінетичну енергію електрона віддачі.

Відповідь: $W_K = 41,7\,кеВ$.

5.89 Фотон з енергією $W = 0,3\,МеВ$ розсіявся під кутом $\theta = 180^0$ на вільному електроні, що спочатку перебував у стані спокою. Визначити частину енергії фотона, яка припадає на розсіяний фотон.

Відповідь: $W'/W = 0,46$.

5.90 Вузький пучок монохроматичного рентгенівського випромінювання падає на речовину. З'ясувалося, що довжини хвиль випромінювання, розсіяного під кутами $\theta = 60^0$ і $\theta = 120^0$, відрізняються в півтора раза. Визначити довжину хвилі падаючого випромінювання, припустивши, що розсіювання відбувається на вільних електронах.

Відповідь: $\lambda = 3{,}64\,пм$.

5.91 Визначте довжину хвилі рентгенівського випромінювання, якщо при комптонівському розсіюванні цього випромінювання під кутом $\theta = 60^0$ довжина хвилі розсіяного випромінювання дорівнює $\lambda' = 57\,пм$.

Відповідь: $\lambda = 55{,}8\,пм$.

5.92 Фотон з енергією $W = 1{,}025\,МеВ$ розсіявся на вільному електроні, що спочатку перебував у стані спокою. Визначити кут розсіювання фотона, якщо довжина хвилі розсіяного фотона дорівнює комптонівській довжині хвилі.

Відповідь: $\theta = 60^0$.

5.93 Фотон із довжиною хвилі $\lambda = 5\,пм$ розсіявся під прямим кутом на вільному електроні, що перебував у стані спокою. Визначити: а) зміну довжини хвилі при розсіюванні; б) кінетичну енергію електрона віддачі; в) імпульс електрона віддачі.

Відповідь: а) $\Delta\lambda = 2{,}43\,пм$; б) $W_k = 81{,}3\,кеВ$; в) $p_e = 1{,}6 \cdot 10^{-22}\,кг \cdot м/с$.

5.94 Визначити імпульс електрона віддачі при ефекті Комптона, якщо фотон з енергією, що дорівнює енергії спокою електрона, розсіявся на кут $\theta = 180^0$.

Відповідь: $p_e = 3{,}15 \cdot 10^{-22}\,кг \cdot м/с$.

5.95 Фотон з енергією $W = 0{,}5\,МеВ$ розсіявся на вільному електроні під кутом $\theta = 60^0$. Визначити: а) енергію розсіяного фотона; б) кінетичну енергію; в) імпульс електрона віддачі. Вважати, що кінетичною енергією електрона до зіткнення можна знехтувати.

Відповідь: а) $W' = 0{,}336\,МеВ$; б) $W_k = 0{,}164\,МеВ$; в) $p_e = 2{,}19 \cdot 10^{-22}\,кг \cdot м/с$.

5.96 Фотон з енергією $W = 0{,}4\,МеВ$ розсіявся на вільному електроні під кутом $\theta = 90^0$. Визначити: а) енергію розсіяного фотона; б) кінетичну енергію електрона віддачі. Вважати, що кінетичною енергією електрона до зіткнення можна знехтувати.

Відповідь: а) $W' = 0,224\,MeB$; б) $W_k = 0,176\,MeB$.

5.97 Фотон із довжиною хвилі $\lambda = 1\,пм$ розсіявся під прямим кутом на вільному електроні, що перебував у стані спокою під кутом $\theta = 90^0$. Яку частину своєї енергії фотон передав електрону?

Відповідь: $W_k / W = 0,71$.

5.98 Рентгенівські промені з довжиною хвилі $\lambda = 70,8\,пм$ розсіюються парафіном. Визначити довжину хвилі рентгенівських променів, розсіяних у напрямках: а) $\theta = \pi/2$; б) $\theta = \pi$ до початкового напрямку пучка.

Відповідь: а) $\lambda' = 73,2\,пм$; **б)** $\lambda' = 75,6\,пм$.

5.99 Якою була довжина хвилі рентгенівського випромінювання, якщо при комптонівському розсіюванні цього випромінювання під кутом $\theta = 60^0$ довжина хвилі розсіяного випромінювання дорівнює $\lambda = 25,4\,пм$?

Відповідь: $\lambda = 24,2\,пм$.

5.100 Рентгенівські промені з довжиною хвилі $\lambda = 20\,пм$ унаслідок ефекту Комптона розсіюються під кутом $\theta = \pi/2$. Визначити: а) зміну довжини хвилі рентгенівських променів при розсіюванні; б) енергію електрона віддачі; в) імпульс електрона віддачі.

Відповідь: а) $\Delta\lambda = 2,4\,пм$; б) $W_k = 6,6\,кеB$; в) $p_e = 4,4 \cdot 10^{-23}\,кг \cdot м/с$.

Додаток А
(довідковий)

ДЕЯКІ ВІДОМОСТІ З МАТЕМАТИКИ

1 ФОРМУЛИ З АЛГЕБРИ

Розв’язок квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

Таблиця А.1 – Багаточлени

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$	$a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$
$a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$	
$a^n-1=(a-1)\left(a^{n-1}+a^{n-2}+a^{n-3}+\ldots+a+1\right)$	

Таблиця А.2 – Логарифми

$a^x=b,\ a>0 \Leftrightarrow \log_a b=x$	
$\log_a a=1$	$\log_a 1=0$
Якщо $x>0,\ y>0$, то $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$;	
$\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$	$\log_a\left(x^n\right)=n\log_a x$
$\log_a\left(\sqrt[n]{x}\right)=\frac{1}{n}\log_a x,\ n\neq 1$	

2 ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ

Таблиця А.3 – Значення деяких тригонометричних функцій

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	–1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1	0	1
$\mathrm{tg}x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	0	–	0
$\mathrm{ctg}x$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	–	0	–

Таблиця А.4 – Основні властивості тригонометричних функцій

$\sin(-x) = -\sin x$	$\sin(x + 2\pi k) = \sin x,\ k = 0, 1, 2, 3, \ldots$
$\mathrm{tg}(-x) = -\mathrm{tg}x$	$\mathrm{tg}(x + \pi k) = \mathrm{tg}x,\ k = 0, 1, 2, 3, \ldots$
$\cos(-x) = \cos x$	$\cos(x + 2\pi k) = \cos x,\ k = 0, 1, 2, 3, \ldots$
$\mathrm{ctg}(-x) = -\mathrm{ctg}x$	$\mathrm{ctg}(x + \pi k) = \mathrm{ctg}x,\ k = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Таблиця А.5 – Формули зведення

Функція	$90^\circ - x$	$180^\circ - x$	$270^\circ - x$	$-x$	$90^\circ - x$	$180^\circ - x$	$270^\circ - x$
	$\frac{\pi}{2} - x$	$\pi - x$	$\frac{3\pi}{2} - x$		$\frac{\pi}{2} + x$	$\pi + x$	$\frac{3\pi}{2} + x$
$\sin\alpha$	$\cos x$	$\sin x$	$-\cos x$	$-\sin x$	$\cos x$	$-\sin x$	$\cos x$
$\cos\alpha$	$\sin x$	$-\cos x$	$-\sin x$	$\cos x$	$-\sin x$	$-\cos x$	$\sin x$
$\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{ctg}x$	$-\mathrm{tg}x$	$\mathrm{ctg}x$	$-\mathrm{tg}x$	$-\mathrm{ctg}x$	$\mathrm{tg}x$	$-\mathrm{ctg}x$
$\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{tg}x$	$-\mathrm{ctg}x$	$\mathrm{tg}x$	$-\mathrm{ctg}x$	$-\mathrm{tg}x$	$\mathrm{ctg}x$	$-\mathrm{tg}x$

Таблиця А.6 – Тотожні перетворення тригонометричних виразів

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$	$\mathrm{tg}x=\frac{\sin x}{\cos x}$
$\mathrm{ctg}x=\frac{\cos x}{\sin x}$	$\mathrm{tg}x\cdot\mathrm{ctg}x=1$
$1+\mathrm{tg}^2x=\frac{1}{\cos^2 x}$	$1+\mathrm{ctg}^2x=\frac{1}{\sin^2 x}$
$\sin 2x=2\sin x\cdot\cos x$	$\mathrm{tg}2x=\frac{2\mathrm{tg}x}{1-\mathrm{tg}^2x}$
$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x=2\cos^2 x-1=1-2\sin^2 x$	
$\mathrm{ctg}2x=\frac{\mathrm{ctg}^2x-1}{2\mathrm{ctg}x}$	$\sin^2\frac{x}{2}=\frac{1-\cos x}{2}$
$\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1+\cos x}{2}$	$\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}=\frac{1-\cos x}{1+\cos x}$
$\mathrm{ctg}^2\frac{x}{2}=\frac{1+\cos x}{1-\cos x}$	
$\sin(x+y)=\sin x\cdot\cos y+\sin y\cdot\cos x$	$\sin(x-y)=\sin x\cdot\cos y-\sin y\cdot\cos x$
$\cos(x+y)=\cos x\cdot\cos y-\sin x\cdot\sin y$	$\cos(x-y)=\cos x\cdot\cos y+\sin x\cdot\sin y$
$\mathrm{tg}(x+y)=\frac{\mathrm{tg}x+\mathrm{tg}y}{1-\mathrm{tg}x\cdot\mathrm{tg}y}$	$\mathrm{tg}(x-y)=\frac{\mathrm{tg}x-\mathrm{tg}y}{1+\mathrm{tg}x\cdot\mathrm{tg}y}$
$\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$	$\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}$
$\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$	$\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}$
$\mathrm{tg}x+\mathrm{tg}y=\frac{\sin(x+y)}{\cos x\cdot\cos y}$	$\mathrm{tg}x-\mathrm{tg}y=\frac{\sin(x-y)}{\cos x\cdot\cos y}$
$\mathrm{ctg}x+\mathrm{ctg}y=\frac{\sin(x+y)}{\sin x\cdot\sin y}$	$\mathrm{ctg}x-\mathrm{ctg}y=\frac{\sin(x-y)}{\sin x\cdot\sin y}$
$\sin x\cdot\sin y=\frac{1}{2}\left[\cos(x-y)-\cos(x+y)\right]$	
$\cos x\cdot\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x-y)+\cos(x+y)\right]$	
$\sin x\cdot\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x-y)+\sin(x+y)\right]$	

Продовження табл. А.6

$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$	$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$
$\mathrm{tg}3x = \dfrac{3\mathrm{tg}x - \mathrm{tg}^3 x}{1 - 3\mathrm{tg}^2 x}$	$\mathrm{ctg}3x = \dfrac{3\mathrm{ctg}x - \mathrm{ctg}^3 x}{1 - 3\mathrm{ctg}^2 x}$
$\sin x + \cos y = \sqrt{2}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{4} - x\right)$	
$\sin x - \cos y = \sqrt{2}\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$	$1 + \sin x = 2\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{x}{2}\right)$
$1 - \sin x = 2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{x}{2}\right)$	$1 + \cos x = 2\cos^2 \dfrac{x}{2}$

Таблиця А.7 – Деякі похідні від функцій

$\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$	$\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$
$\left(\dfrac{1}{x^n}\right)' = -\dfrac{n}{x^{n+1}}$	$\left(a^x\right)' = a^x \ln a$
$\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(e^x\right)' = e^x$
$\left(\ln x\right)' = \dfrac{1}{x}$	$\left(u^{\mathrm{v}}\right)' = \mathrm{v}\, u^{\mathrm{v}-1}\left(u\right)' + u^{\mathrm{v}} \ln u \left(\mathrm{v}\right)$
$\left(\sin x\right)' = \cos x$	$\left(\cos x\right)' = -\sin x$
$\left(\mathrm{tg}x\right)' = \dfrac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$	$\left(\mathrm{ctg}x\right)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x} = -\mathrm{cosec}^2 x$

Таблиця А.8 – Деякі часто вживані інтеграли

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ при $(n \neq -1)$	$\int \frac{1}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln\|x\| + C$	$\int e^x dx = e^x + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln\|a\|} + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \operatorname{tg} x\, dx = -\ln\|\cos x\| + C$
$\int \operatorname{ctg} x\, dx = \ln\|\sin x\| + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$	
$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + C$ при $\|x\| < a$	
$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left\|\frac{x-a}{x+a}\right\| + C$ при $\|x\| > a$	
$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$	$\int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4} a^{-3/2}$
$\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$	$\int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} a^{-2}$
$\int_0^\infty x^{1/2} e^{-ax} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} a^{-3/2}$	$\int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} a^{-5/2}$
$\int_0^\infty x^{3/2} e^{-ax} dx = \frac{3}{2} \sqrt{\pi} a^{-5/2}$	$\int_0^\infty \frac{x dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$
$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$	$\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = 2,405$
$\int_0^\infty x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}$	$\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$
$\int_0^1 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0,225$	$\int_0^2 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 1,18$

Таблиця А.9 – Формули для наближених обчислень

Якщо $a \ll 1$, то в першому наближенні можна вважати:	
$\frac{1}{1 \pm a} = 1 \mp a$	$\frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{1}{2} a$
$(1 \pm a)^2 = 1 \mp 2a$	$e^a = 1 + a$
$\sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{1}{2} a$	$\ln(1 + a) = a$
Якщо кут $\alpha < 5^0$ або $\alpha < 0{,}1\,рад$ задано у радіанах, то в першому наближенні можна вважати:	
$\sin\alpha = \mathrm{tg}\alpha = \alpha, \ \cos\alpha = 1$	

Таблиця А.10 – Множники і префікси для утворення десятикратних та часткових одиниць

Префікс				Префікс			
Множник	Назва	Позначення		Множник	Назва	Позначення	
		укр.	міжнар.			укр.	міжнар.
10^{18}	екса	Е	E	10^{-1}	деци	д	d
10^{15}	пета	П	P	10^{-2}	санти	с	c
10^{12}	тера	Т	T	10^{-3}	мілі	м	m
10^{9}	гіга	Г	G	10^{-6}	мікро	мк	m
10^{6}	мега	М	M	10^{-9}	нано	н	n
10^{3}	кіло	кг	k	10^{-12}	піко	п	p
10^{2}	гекто	г	h	10^{-15}	фемто	ф	f
10^{1}	дека	да	da	10^{-18}	атто	а	a

Додаток Б

(довідковий)

Таблиця Б.1 – Похідні одиниці СІ, які використовуються в електриці та оптиці

Величина	Похідна одиниця			
Назва	Назва	Позначення: укр.	Позначення: міжнар.	Примітка
Площа	квадратний метр	$м^2$	m^2	
Об’єм	кубічний метр	$м^3$	m^3	
Швидкість	метр за секунду	$м/с$	m/s	
Прискорення	метр на секунду в квадраті	$м/с^2$	m/s^2	
Частота	Герц	$Гц$	Hz	$Гц = с^{-1}$
Частота обертання	секунда в мінус першому ступені	$с^{-1}$	s^{-1}	
Кутова швидкість	радіан за секунду	$рад/с$	rad/s	
Кутове прискорення	радіан на секунду в квадраті	$рад/с^2$	rad/s^2	
Густина	кілограм на кубічний метр	$кг/м^3$	kg/m^3	

Таблиця Б.2 – Фундаментальні фізичні константи

Гравітаційна стала	$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ $м^3/(кг\cdot с^2)$
Швидкість світла у вакуумі	$c = 2{,}9979\cdot10^{8}$ $м/с$
Стала Планка	$h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ $Дж\cdot с$
Стала Планка – Дірака	$\hbar = h/2\pi = 1{,}05\cdot10^{-34}$ $Дж\cdot с$
Нормальне прискорення вільного падіння	$g = 9{,}81 м/с$
Універсальна молярна газова стала	$R = 8{,}31$ $Дж/(моль\cdot К)$
Стала Авогадро	$N_a = 6{,}02\cdot10^{23}$ $моль^{-1}$
Стала Больцмана	$k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ $Дж/К$
Стандартний об'єм (об'єм одного моля газу)	$V_0 = 22{,}4\cdot10^{-3}$ $м^3/моль$
Елементарний заряд	$e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ $Кл$
Питомий заряд електрона	$e/m_e = 1{,}7588\cdot10^{11}$ $Кл/кг$
Електрична стала	$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ $Ф/м$
Магнітна стала	$\mu_0 = 4\cdot10^{-7}$ $Гн/м$
Стала Фарадея	$F = 9{,}65\cdot10^{4}$ $Кл/моль$
Стала Стефана – Больцмана	$\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}$ $Вт/(м^2К^4)$
Стала в законі зміщення Віна	$b = 2{,}9\cdot10^{-3}$ $м\cdot К$
Стала Рідберга	$R = 1{,}10\cdot10^{7}$ $м^{-1}$ $R' = 2{,}07\cdot10^{-18}$ $м^{-1}$
Енергія іонізації атома водню	$W_i = 2{,}18\cdot10^{-18}$ $Дж$ $(13{,}6$ $еВ)$
Енергія спокою електрона	$W_0 = 8{,}16\cdot10^{-14}$ $Дж = 0{,}511$ $МеВ$
Комптонівська довжина хвилі електрона	$\lambda_C = 2{,}43\cdot10^{-12}$ $м$
Магнетон Бора	$\mu_Б = 9{,}27\cdot10^{-24}$ $Дж/Тл$
Борівський радіус	$a = 5{,}29\cdot10^{-11}$ $м$
Уніфікована атомна одиниця маси	1 а. о. м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ $кг$
Коефіцієнт пропорційності між енергією та масою	$c^2 = 9{,}00\cdot10^{16}$ $Дж/кг$; $c^2 = 9{,}31 МеВ/а.о.м.$

Таблиця Б.3 – Позасистемні одиниці, які використовуються у фізиці та астрономії

Назва величини	Позасистемні одиниці			
	Назва	Позначення		Значення в одиницях СІ
		укр.	міжнародне	
Довжина	астрономічна одиниця	а. о.	–	$1{,}49\,600\cdot10^{11}$м
	світловий рік	св. рік	*l. y.*	$9{,}4\,605\cdot10^{15}$м
	парсек	пк	*pc*	$3{,}0\,857\cdot10^{16}$м
Оптична сила	діоптрія	дптр	–	1м$^{-1}$
Маса	атомна одиниця маси	а. о. м.	*u*	$1{,}66\,057\cdot10^{-27}$кг
Площа	барн	б	*b*	10^{-28}м^2
Енергія	електрон-вольт	*еВ*	*eV*	$1{,}60\,219\cdot10^{-19}$Дж
Площа земельних ділянок	гектар	га	*ha*	10^4м^2
Об’єм	літр	л	*l*	10^{-3}м^3
Плоский кут	градус	$\ldots^o$	$\ldots^o$	$\pi/180$ рад
	хвилина	$\ldots'$	$\ldots'$	$\pi/10\,800$ рад
	секунда	$\ldots''$	$\ldots''$	$\pi/648\,000$ рад
Час	хвилина	хв	*min*	60 с
	година	год	*h*	3 600 с
	доба	доба	*d*	86 400 с
	тиждень	тиж.	–	604 800 с
	місяць	міс.	–	$2{,}592\cdot10^6$с
	рік	рік	–	$3{,}11\cdot10^7$с
Маса	тонна	т	*t*	10^3кг
Температура Цельсія, різниця температур	градус Цельсія	^oC	^oC	Температура Цельсія $t = T - 273{,}15$, де T – термодинамічна температура. За розміром градус Цельсія дорівнює Кельвіну

Таблиця Б.4 – Деякі астрономічні величини

Радіус Землі	$6{,}37 \cdot 10^{6}$ *м*
Маса Землі	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ *кг*
Радіус Місяця	$1{,}74 \cdot 10^{6}$ *м*
Маса Місяця	$7{,}33 \cdot 10^{22}$ *кг*
Радіус Сонця	$6{,}95 \cdot 10^{8}$ *м*
Маса Сонця	$1{,}98 \cdot 10^{30}$ *кг*
Відстань від центра Землі до центра Місяця	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ *м*
Відстань від центра Землі до центра Сонця	$1{,}49 \cdot 10^{11}$ *м*

Таблиця Б.5 – Густини деяких рідин (при 15^{0}С)

Рідина	Густина $\rho \cdot 10^3$, *кг/м*^{3}	Рідина	Густина $\rho \cdot 10^3$, *кг/м*^{3}
Вода	1,00	Оливкова олія	0,96
Бензин	0,80	Сірководень	1,26
Гліцерин	1,26	Спирт	0,80
Ефір	0,70	Ртуть	13,6
Керосин	0,80		

Таблиця Б.6 – Густини деяких твердих тіл

Тверде тіло	Густина $\rho \cdot 10^3$, кг/м^3	Тверде тіло	Густина $\rho \cdot 10^3$, кг/м^3
Алюміній	2,69	Молібден	10,2
Барій	3,50	Нікель	8,5
Ванадій	6,02	Ніхром	8,4
Вісмут	9,80	Олово	7,98
Вольфрам	19,30	Платина	21,4
Залізо (сталь)	7,87	Свинець	11,34
Золото	19,3	Срібло	10,5
Кам'яна сіль	2,2	Тантал	16,6
Кобальт	8,9	Тітан	4,54
Константан	8,9	Уран	18,7
Лід	0,92	Фарфор	2,3
Літій	0,53	Хром	7,19
Латунь	8,55	Цезій	1,87
Марганець	7,4	Цинк	7,13
Мідь	8,96		

Таблиця Б.7 – Таблиця відповідності кольору фільтра довжині хвилі

Довжина хвилі, *нм*	Колір світлофільтра	Довжина хвилі, *нм*	Колір світлофільтра
400–435	Фіолетовий	560–580	Жовто-зелений
435–480	Синій	580–595	Жовтий
480–490	Зеленувато-синій	595–605	Помаранчевий
490–500	Синьо-зелений	605–730	Червоний
500–560	Зелений	730–760	Пурпурний

Таблиця Б.8 – Діелектрична проникність деяких матеріалів

Речовина	Діелектрична проникність, ε	Речовина	Діелектрична проникність, ε
Гас	2	Кварц	2,7
Вода	81	Олія (трансформаторна)	2,2
Мастило	5	Парафін	2,1
Мастило (трансформаторне)	2.2	Слюда	6,0
Віск	7,8	Скло	7,0
Ебоніт	3,0	Фарфор	5,0

Таблиця Б.9 – Показники заломлення (середні для видимого світла)

Речовина	Показник заломлення n	Речовина	Показник заломлення n
Алмаз	2,42	Олія оливкова	1,46
Бензол	1,5	Скипидар	1,48
Вода	1,33	Скло	1,5–1,9
Гліцерин	1,47	Сірковуглець	1,63
Кіновар	3,02	Спирт	1,36
Кремній	4,01	Топаз	1,63
Лід	1,31	Цукор	1,56
Оргскло	1,51		

Таблиця Б.10 – Роботи виходу електронів із деяких металів

Метал	*А, еВ*	*А, Дж*
Алюміній	4,25	$6,8 \cdot 10^{-19}$
Вольфрам	4,54	$7,26 \cdot 10^{-19}$
Залізо	4,45	$7,12 \cdot 10^{-19}$
Золото	4,8	$7,68 \cdot 10^{-19}$
Калій	2,25	$3,6 \cdot 10^{-19}$
Літій	2,3	$3,7 \cdot 10^{-19}$
Мідь	4,4	$7,04 \cdot 10^{-19}$
Натрій	2,28	$3,65 \cdot 10^{-19}$
Нікель	4,9	$7,84 \cdot 10^{-19}$
Олово	4,38	$7 \cdot 10^{-19}$
Платина	5,32	$8,51 \cdot 10^{-19}$
Срібло	4,7	$7,5 \cdot 10^{-19}$
Цинк	4,24	$6,78 \cdot 10^{-19}$
Цезій	1,94	$3,1 \cdot 10^{-19}$

Таблиця Б.11 – Енергія іонізації атомів деяких ізотопів

Речовина	*Е, Дж*	*Е, еВ*
Азот-7	$2,33 \cdot 10^{-18}$	14,54
Берилій-4	$1,49 \cdot 10^{-18}$	9,32
Бор-5	$1,33 \cdot 10^{-18}$	8,30
Водень-1	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелій-2	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,58
Кисень-8	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,62
Літій-3	$1,21 \cdot 10^{-18}$	5,6
Натрій-11	$0,82 \cdot 10^{-18}$	5,14
Неон-10	$3,45 \cdot 10^{-18}$	21,56
Ртуть-80	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,44
Вуглець-6	$1,80 \cdot 10^{-18}$	11,27
Фтор-9	$2,79 \cdot 10^{-18}$	17,42

Таблиця Б.12 – Межа К-серії рентгенівських променів для різних матеріалів антикатода

Речовина	***Довжина хвилі,*** λ, *нм*
Вольфрам	1,78
Золото	1,53
Мідь	13,8
Платина	1,58
Срібло	4,84

Таблиця Б.13 – Маси та енергії спокою деяких частинок

	Маса спокою		Енергія спокою W_0	
	m_0, кг	m_0, а. о. м	Дж	МеВ
Електрон	$9{,}11\cdot10^{-31}$	0,00 055	$8{,}19\cdot10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672\cdot10^{-27}$	1,00 728	$1{,}50\cdot10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675\cdot10^{-27}$	1,00 867	$1{,}51\cdot10^{-10}$	939
Дейтрон	$3{,}35\cdot10^{-27}$	2,01 355	$3{,}00\cdot10^{-10}$	1 876
α-частинка	$6{,}64\cdot10^{-27}$	4,00 149	$5{,}96\cdot10^{-10}$	3 733

Таблиця Б.14 – Маси нейтральних атомів (а. о. м.)

Елемент		Ізотоп	Маса
Водень	1	^{1}H	1,00 783
		^{2}H	2,01 410
		^{3}H	3,01 605
Гелій	2	^{3}He	3,01 603
		^{4}He	4,00 260
Літій	3	^{6}Li	6,01 513
		^{7}Li	7,01 601
Берилій	4	^{7}Be	7,01 169
		^{8}Be	8,00 531
		^{9}Be	9,01 219
		^{10}Be	10,01 354
Бор	5	^{9}B	9,01 333
		^{10}B	10,01 294
		^{11}B	11,00 931
Вуглець	6	^{10}C	10,00 168
		^{12}C	12,00 000
		^{13}C	13,00 335
		^{14}C	14,00 307
Азот	7	^{13}N	13,00 574
		^{14}N	14,00 307
		^{15}N	15,00 011
Кисень	8	^{16}O	15,99 491
		^{17}O	16,99 913
		^{18}O	17,99 916
Фтор	9	^{19}F	18,99 840
Натрій	11	^{22}Na	21,99 444
		^{23}Na	22,98 977
Магній	12	^{23}Mg	22,99 414
		^{24}Mg	23,98 504
		^{27}Mg	26,98 436

Елемент		Ізотоп	Маса
Алюміній	13	^{27}Al	26,98 135
		^{30}Al	29,99 817
Кремній	14	^{27}Si	26,81 535
		^{30}Si	29,98 325
		^{31}Si	30,97 535
Фосфор	15	^{31}P	30,97 376
		^{33}P	32,97 174
Сірка	16	^{33}S	32,97 146
Калій	19	^{41}K	40,96 184
Кальцій	20	^{40}Ca	39,97 542
		^{44}Ca	43,95 549
		^{48}Ca	47,95 236
Залізо	26	^{56}Fe	55,94 700
Кобальт	27	^{56}Co	55,95 769
Мідь	29	^{63}Cu	62,94 962
		^{64}Cu	63,5 400
Срібло	47	^{108}Ag	107,869
Кадмій	48	^{113}Cd	112,94 206
Вольфрам	74	^{184}W	183,8 500
Ртуть	80	^{200}Hg	200,02 800
Свинець	82	^{206}Pb	205,97 446
Полоній	84	^{210}Po	209,98 297
Радій	88	^{226}Ra	226,0 254
Торій	90	^{232}Th	232,038
Уран	92	^{235}U	235,11 750
		^{238}U	238,12 376

Таблиця Б.15 – Періоди піврозпаду деяких радіоактивних ізотопів

Ізотоп	Позначення	Період піврозпаду $T_{1/2}$
Тритій	${}^{3}_{1}H$	12,323 року
Актиній	${}^{225}_{89}Ac$	10 діб
Алюміній	${}^{26}_{13}Al$	$7{,}4\cdot10^{5}$ років
Іридій	${}^{192}_{77}Ir$	75 діб
Йод	${}^{131}_{53}I$	8,4 доби
Кобальт	${}^{60}_{27}Co$	5,3 року
Калій 40	${}^{40}_{19}K$	$1{,}28\cdot10^{9}$ років
Магній	${}^{27}_{12}Mg$	10 хвилин
Вуглець	${}^{11}C$ ${}^{14}C$	20 хвилин 5 730 років
Натрій	${}^{22}_{11}Na$ ${}^{24}_{11}Na$	2,6 року 15 годин
Радій	${}^{219}_{88}Ra$ ${}^{226}_{88}Ra$	10^{-3} с $1{,}62\cdot10^{3}$ років
Радон	${}^{222}_{86}Rn$	3,83 доби
Криптон 85	${}^{85}_{36}Kr$	10,8 років
Стронцій	${}^{90}_{38}Sr$	27 років
Торій	${}^{229}_{90}Th$ ${}^{234}_{92}U$ ${}^{235}_{92}U$	$7\cdot10^{3}$ років $2{,}5\cdot10^{5}$ років $7{,}1\cdot10^{8}$ років
Уран	${}^{238}_{92}U$	$4{,}5\cdot10^{9}$ років
Фосфор	${}^{32}_{15}P$	14,3 доби

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Жухарев А. С. Задачи повышенной сложности в курсе общей физики : учебное пособие / А. С. Жухарев, А. Н. Матвеев, В. К. Петерсон. – Москва : Эдиториал УРСС, 2001. – 192 с.
2. Оптика и атомная физика : учебное пособие по решению задач по физике / И. А. Анищенко, А. А. Задерновский, М. М. Зверев и др. – Москва : Моск. гос. ин-т радиотехники, электроники и автоматики, 2002. – 67 с.
3. Васильев А. Э. Физика. Оптика : учебное пособие / А. Э. Васильев. – Санкт-Петербург : Издательство СПбГТУ, 1999. – 50 с.
4. Гладской В. М. Сборник задач с решениями : пособие для втузов / В. М. Гладской, П. И. Самойленко. – Москва : Дрофа, 2004. – 288 с.
5. Трофимова Т. И. Сборник задач по курсу физики с решениями : учебное пособие для вузов / Т. И. Трофимова, З. Г. Павлова. – Москва : Высш. шк., 1999. – 591 с.
6. Задачи по общей физике / В. Е. Бенучкин, Д. А. Заикин, А. С. Кингсеп и др. – Москва : Физматлит, 2001. – 336 с.
7. Гаркуша І. П. Збірник задач з фізики / І. П. Гаркуша, В. П. Курінний, М. Ш. Певзнер. – Київ : Вища школа, 1995.
8. Новодворская Е. М. Сборник задач по физике с решениями для втузов / Е. М. Новодворская, Э. М. Дмитриев. – Москва : ООО Издательство «Мир и образование», 2005. – 368 с.
9. Чертов А. Г. Задачник по физике : учебное пособие для студентов втузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – Москва : Высшая школа, 1988. – 527 с.
10. Ильичева Е. Н. Методика решения задач оптики / Е. Н. Ильичева, Ю. А. Кудеяров, А. Н. Матвеев ; под ред. А. Н. Матвеева. – Москва : Изд-во Моск. ун-та, 1981. – 72 с.
11. Савельев И. В. Сборник вопросов и задач по общей физике : учебное пособие / И. В. Савельев. – Москва : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 288 с.
12. Иродов И. Е. Сборник задач по атомной и ядерной физике : учебное пособие для вузов / И. Е. Иродов. – Москва : Энергоатомиздат, 1984. – 216 с.
13. Ігнатенко В. М. Посібник до практичних занять з фізики / В. М. Ігнатенко, В. Ф. Нефедченко, А. С. Опанасюк. – Суми : СумДУ, 2008. – Ч. 2. – 198 с.

Навчальне видання

Ігнатенко Вікторія Михайлівна,
Нефедченко Василь Федорович

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ОПТИКИ

Навчальний посібник

Художнє оформлення обкладинки В. В. Коваля
Редактор Н. З. Клочко
Комп’ютерне верстання В. М. Ігнатенко

Формат 60х84/8. Ум. друк. арк. 27,43. Обл.-вид. арк. 19,78. Тираж 300 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач
Сумський державний університет,
вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, 40007
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3062 від 17.12.2007.