

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЦИЛИНДРА

Бурый А.С., студент; Клименко В.А., ст. преподаватель

В химической технологии нестационарная теплопроводность связана с прогревом или охлаждением материала и оборудования при запуске, остановке или изменения технологического режима процесса. Особый интерес представляет анализ нестационарной теплопроводности в тех случаях, когда процесс сопровождается экзотермическим или эндотермическим эффектом. В этом случае расчет теплопроводности с учетом внутренних источников теплоты позволяет получить важные кинетические и термодинамические характеристики процесса.

Рассматривается бесконечно длинный цилиндр радиусом r_0 , охлаждаемый через боковую поверхность в среде с постоянной температурой $t_{жс}$. Коэффициент теплоотдачи остается постоянным в течении всего процесса охлаждения. Найти распределение температуры в цилиндре $t(r, \tau)$ и плотность теплового потока.

Математическая постановка задачи

$$\text{Уравнение теплопроводности } \frac{\partial v}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right), \quad (v = t - t_{жс})$$

$$\text{Начальное условие при } \tau = 0, \quad v_0 = const$$

$$\text{Граничные условия } \left(\frac{\partial v}{\partial \tau} \right)_{r=r_0} = -\frac{\alpha}{\lambda} \cdot v_{r=r_0}, \quad \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)_{r=0} = 0$$

В безразмерной форме решение методом Фурье имеет вид:

$$\theta = \frac{v}{v_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 I_1(\mu_n)}{\mu_n [I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)]} \cdot I_0(\mu_n R) e^{-\mu_n^2 \cdot F_0}$$

где $R = \frac{r}{r_0}$ - безразмерный радиус ($0 \leq R \leq 1$)

$I_0(\mu_n)$, $I_0(\mu_n R)$, $I_1(\mu_n)$ - функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка.

$$F_0 = \frac{ar}{e^2} - \text{критерий Фурье.}$$

Характеристическое число μ_n является корнями трансцендентного уравнения

$$\frac{I_0(\mu)}{I_1(\mu)} = \frac{\mu}{B_i} \quad (B_i - \text{критерий Био}).$$