УДК 620.178.5:534.014

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ ПРИ ГІСТЕРЕЗИСНОМУ РОЗСІЯННІ ЕНЕРГІЇ

І.Д. Пузько, *канд. техн. наук, доцент*
Сумський державний університет, м. Суми

У роботі розглядається математична модель коливальної системи із двома ступенями вільності в матеріалі. Із системи рівнянь першого наближення отримано нове інтегральне рівняння для визначення частоти вільних коливань і інерційно-жорсткісних параметрів. На підставі інтегрального рівняння при реалізації шести режимів вільних коливань отримані аналітичні співвідношення для визначення частоти вільних коливань та інерційно-жорсткісних параметрів.

Ключові слова: *параметри коливальних систем, гістерезисне розсіяння енергії, інтегральне рівняння.*

В работе рассматривается математическая модель колебательной системы с двумя степенями свободы и гистерезисным рассеянием энергии в материале. Из системы уравнений первого приближения получен новое интегральное уравнение для определения частоты свободных колебаний и инерционно-жесткостных параметров. На основании интегрального уравнения при реализации шести режимов свободных колебаний получены аналитические соотношения для определения частоты свободных колебаний и инерционно-жесткостных параметров.

Ключевые слова*:* *параметры колебательных систем, гистерезисное рассеивание, интегральное уравнение.*

Конструкції об'єктів компресорного і енергетичного машинобудування функціонують в умовах дії інтенсивного вібраційного навантаження у вигляді сигналів гармонійного, полігармонійного, стохастичного типу або різного типу навантажень ударної дії.

Для оцінки вібронадійності, віброміцності, вібростійкості конструкцій на стадії їх проектування і лабораторних досліджень обов'язковими є вібраційні випробування окремих елементів, вузлів або всієї конструкції у цілому. З допомогою вібраційних навантажень виявлять слабкі місця щодо віброміцності, вібростійкості, вібронадійності, визначають віброактивність окремих вузлів, елементів або всієї конструкції у цілому, оцінюють рівень віброізоляції або вібрнезахисту.

Для розв'язання такого класу задач виникає необхідність проведення натурних досліджень для запису амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) випробуваних об'єктів, визначення типів АЧХ, визначення наявності резонансних піків АЧХ в досліджувальних діапазонах частот, визначення місця розміщення резонансних піків у досліджувальному діапазоні частот, визначення типу окремого резонансного піка – лінійний, нелінійний із м'якою або жорсткою характеристиками відновлювальної сили, визначення оцінок параметрів лінійних або нелінійних резонансних піків [1,2,3].

При дослідженні і розрахунку реальних механічних систем із точністю, що необхідна для інженерних застосувань, необхідно проводити урахування характеру і величини розсіяння енергії, яка має місце в реальних коливальних системах [3].

При дослідженні і розрахунках об'єктів машинобудівної техніки все більшу активність набуває дослідження режимів коливань із урахуванням конструкційного демпфування, тобто розсіяння енергії, яке обумовлене незворотними процесами в матеріалі [3].

На важливість розроблення теорії і методів розрахунків механічних коливальних систем з урахуванням розсіяння енергії в матеріалі на гістерезис, що базується на урахуванні відступу залежності між деформацією і силовою дією від лінійного закону Гука, наведено в [3].

За умови слабкої нелінійності відступу від лінійного закону Гука задачі на розрахунки коливань пружних систем при урахуванні розсіяння енергії в матеріалі розглядаються в нелінійній постановці при застосуванні асимптотичних методів нелінійної механіки [3].

Урахування енергетичних втрат гістерезисного типу проводять шляхом введення в диференціальне рівняння, що описує рух коливальної системи такого типу, малого параметра при відповідних членах лівої частини рівняння.

Асимптотичний метод Крилова-Боголюбова-Митропольського (КБМ) нелінійної механіки дозволяє вже в першому наближенні отримати достатню точність розв'язання задачі коливання систем, що описуються слабконелінійними диференціальними рівняннями [1,2].

Однак у відомих дослідженнях не ставились і не досліджувались задачі визначення і оцінки параметрів математичних моделей коливальних систем за наявності гістерезисного розсіяння енергії (коефіцієнтів диференціального рівняння) в нелінійній постановці при застосуванні асимптотичних методів нелінійної механіки, зокрема, методу КБМ.

Нелінійні задачі гістерезисного типу у відомих дослідженнях зводяться до розв'язання рівнянь з дуже малою нелінійністю шляхом їх інтегрування.

Умова незначної нелінійності приводить до необхідності розгляду розв'язання системи рівнянь першого наближення методу КБМ, що забезпечує необхідну точність розв'язання практично всіх інженерних задач, які пов'язані з механічними коливаннями. Тому розглядають розв'язання задач тільки в першому наближенні, до того ж метод малого параметра в цьому випадку має особливу ефективність.

У нашому дослідженні ставиться задача на підставі теоретико-експериментального підходу при застосуванні рівнянь першого наближення для амплітуди і фази визначити параметри коливальної системи.

При розгляді коливальної системи (КС) з двома ступенями вільності і гістерезисним розсіянням енергії в режимі вільних коливань математична модель КС відповідає такій системі нелінійних диференціальних рівнянь:

$$\left.\begin{aligned} m_1\frac{d^2x_1}{dt^2}+c_1x_1+\varepsilon c_1\overline{\overline{\varPhi}}_1(x)-c_2(x_2-x_1)-\varepsilon c_2\overline{\overline{\varPhi}}_2(x)=0\ ,\\ m_2\frac{d^2x_2}{dt^2}+c_2(x_2-x_1)+\varepsilon c_2\overline{\overline{\varPhi}}_2(x)=0\ , \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

де m_1, m_2 - маси першого і другого грузів відповідно; c_1, c_2 - жорсткості першого і другого пружних елементів; x_1, x_2 - переміщення першого і другого вантажів відповідно; $\overline{\overline{\varPhi}}_1(x)$, $\overline{\overline{\varPhi}}_2(x)$ - нелінійні функції переміщень x_1, x_2 відповідно, що враховують гістерезисні втрати у пружних елементах КС.

Розглядаються періодичні розв'язки рівнянь (3), які відповідають одночастотним коливанням системи, близьким до однієї із частот нормальних вільних коливань.

При знаходженні розв'язку системи (3) рівнянь у нульовому наближенні, тобто при ε=0, і при одночастотному режимі квадрати власних частот $\omega^2_{c_{1,2}}$ коливань відповідають співвідношенню

$$\omega^2_{c_{1,2}} = \frac{1}{2}\left\{\left[p_1^2 + p_2^2\left(1+\frac{1}{\mu}\right)\right] \mp \sqrt{\left[p_1^2 + p_2^2\left(1+\frac{1}{\mu}\right)\right]^2 - 4p_1^2p_2^2}\right\}, \tag{4}$$

де $p_1^2 = c_1 m_1^{-1}$ (квадрат частоти власних коливань маси m_1 за відсутності маси m_2); $p_2^2 = c_2 m_2^{-1}$ (квадрат частоти власних коливань маси m_2 за відсутності маси m_1); $\mu = m_1 m_2^{-1}$.

Проведемо нескладні перетворення $\omega^2_{c_1}$ відповідно (4)

$$\omega^2_{c_1} = \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{c_1}{m_1} + \frac{c_2(m_1+m_2)}{m_1m_2}\right] - \sqrt{\left[\frac{c_1}{m_1} + \frac{c_2(m_1+m_2)}{m_1m_2}\right]^2 - 4\frac{c_1c_2}{m_1m_2}}\right\} =$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{c_1m_2 + c_2(m_1+m_2)}{m_1m_2}\right]\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4c_1c_2m_1m_2}{\left[c_1m_2 + c_2(m_1+m_2)\right]^2}}\right]\right\} \quad . \tag{5}$$

За умови, якщо

$$\frac{4c_1c_2m_1m_2}{\left[c_1m_2 + c_2(m_1+m_2)\right]^2} << 1 \ , \tag{6}$$

співвідношення (5) набирає вигляду

$$\omega^2_{c_1} \cong \frac{c_1c_2}{c_1m_2 + c_2(m_1+m_2)} = \left[\frac{m_2}{c_2} + \frac{(m_1+m_2)}{c_1}\right]^{-1} = \left[m_1\frac{1}{c_1} + m_2\left(\frac{1}{c_1}+\frac{1}{c_2}\right)\right]^{-1} \ . \tag{7}$$

Застосовуючи метод додаткової маси $\Delta_1 m$ при умові $\Delta_1 m << m_1$ при жорсткому з'єднанні маси $\Delta_1 m$ з масою m_1 на підставі (7) отримаємо систему рівнянь

$$\left.\begin{aligned} \omega^2_{c_1} &= \left[m_1\frac{1}{c_1} + m_2\left(\frac{1}{c_1}+\frac{1}{c_2}\right)\right]^{-1} \ , \\ \bar{\omega}^2_{c_1} &= \left[(m_1+\Delta_1 m)\frac{1}{c_1} + m_2\left(\frac{1}{c_1}+\frac{1}{c_2}\right)\right]^{-1} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

або

$$\left.\begin{aligned} \omega^2_{c_1} m_1\frac{1}{c_1} + \omega^2_{c_1} m_2\frac{(c_1+c_2)}{c_1c_2} &= 1 \ , \\ \bar{\omega}^2_{c_1}(m_1+\Delta_1 m)\frac{1}{c_1} + \bar{\omega}^2_{c_1} m_2\frac{(c_1+c_2)}{c_1c_2} &= 1 \ . \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Із системи (9) рівнянь отримаємо співвідношення для визначення коефіцієнта c_1 :

$$c_1 = \frac{\omega_{c_1}^2 \bar{\omega}_{c_1}^{2} \Delta_1 m}{(\omega_{c_1}^2 - \bar{\omega}_{c_1}^{2})} = \frac{\Delta_1 m}{(\bar{\omega}_{c_1}^{-2} - \omega_{c_1}^{-2})} \qquad (10)$$

Знову застосовуючи метод додаткової маси $\Delta_2 m$ (за умови, що $\Delta_2 m << m_2$) при жорсткому з'єднанні маси $\Delta_2 m$ з масою m_2 на підставі (7), (9) отримаємо таку систему рівнянь:

$$\left.\begin{aligned} &\omega_{c_1}^2 m_1 \frac{1}{c_1} + \omega_{c_1}^2 m_2 \frac{(c_1 + c_2)}{c_1 c_2} = 1 \quad , \\ &\bar{\bar{\omega}}_{c_1}^{2} m_1 \frac{1}{c_1} + \bar{\bar{\omega}}_{c_1}^{2} (m_2 + \Delta_2 m) \frac{(c_1 + c_2)}{c_1 c_2} = 1 \end{aligned}\right\}. \qquad (11)$$

Із системи (11) рівнянь отримаємо співвідношення, для визначення коефіцієнта c_2:

$$\frac{1}{c_2} = \frac{\left(\omega_{c_1}^2 - \bar{\bar{\omega}}_{c_1}^{2}\right)}{\Delta_2 m \omega_{c_1}^2 \bar{\bar{\omega}}_{c_1}^{2}} - \frac{1}{c_1} \quad . \qquad (12)$$

При застосуванні виразу (10) для c_1 і (12) отримаємо вираз для визначення c_2:

$$c_2 = \left[\frac{\left(\omega_{c_1}^2 - \bar{\bar{\omega}}_{c_1}^{2}\right)}{\Delta_2 m \omega_{c_1}^2 \bar{\bar{\omega}}_{c_1}^{2}} - \frac{\left(\omega_{c_1}^2 - \bar{\omega}_{c_1}^{2}\right)}{\Delta_2 m \omega_{c_1}^2 \bar{\omega}_{c_1}^{2}}\right]^{-1} \quad . \qquad (13)$$

Задача формування аналітичних співвідношень для визначення параметрів m_1, m_2 на підставі співвідношення (7) належить до класу некоректних задач. Застосування методу додаткової маси по аналогії із алгоритмом для визначення параметрів c_1, c_2 не дозволяє отримати замкнутих аналітичних співвідношень для визначення параметрів m_1, m_2. Тому після визначення параметрів c_1, c_2 на підставі співвідношення (7) маємо одне рівняння із двома невідомими m_1, m_2.

Для визначення одного із параметрів $m_1(m_2)$ необхідне значення другого параметра $m_2(m_1)$ взяти відомим.

На підставі співвідношень (10), (13) можна зробити висновок, що для визначення параметрів системи необхідно спочатку визначити значення власних частот $\omega_{c_1}, \bar{\omega}_{c_1}, \bar{\bar{\omega}}_{c_1}$ коливань системи.

Частоту ω_{c_1} вільних коливань системи визначаємо із системи рівнянь першого наближення асимптотичного методу Крилова-Боголюбова-Митропольського (КМБ).

Для спрощення подальших перетворень розглянемо випадок, якщо параметри петлі гістерезису для обох жорсткостей будуть однаковими.

У цьому випадку рівняння першого наближення для амплітуди X_a і різниці фаз ψ розв'язків визначають із такої системи рівнянь першого наближення [3] :

$$\frac{dX_a}{dt} = -\frac{4\eta\alpha}{3\pi\omega_{c_1}}\left[\frac{\mu p_1^2\left(\varphi_1^{(1)}\right)^4}{l_1^3} + \frac{p_2^2\left(\varphi_2^{(1)} - \varphi_1^{(1)}\right)^4}{l_2^3}\right]X_a^3 \quad , \tag{14}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_{c_1} - \frac{\eta\left(0,25 + \alpha^2\right)}{2\omega_{c_1}}\left[\frac{\mu p_1^2\left(\varphi_1^{(1)}\right)^4}{l_1^3} + \frac{p_2^2\left(\varphi_2^{(1)} - \varphi_1^{(1)}\right)^4}{l_2^3}\right]X_a^2 \quad , \tag{15}$$

де η, α - параметри петлі гістерезису; l_1, l_2 - довжини елементів, що мають жорсткості c_1, c_2 відповідно; $\varphi_1^{(1)}, \varphi_2^{(1)}$ - фундаментальні функції, які мають ортогональні властивості і є розв'язками системи однорідних рівнянь (3) за умови, що $\varepsilon = 0$ [3].

Після нескладних перетворень (14), (15) отримаємо одне рівняння для визначення параметрів ω_{c_1}, α :

$$d\psi - \omega_{c_1} dt = \frac{3}{8}\pi\frac{\left(0,25 + \alpha^2\right)}{\alpha}\frac{dX_a}{X_a} \quad . \tag{16}$$

На підставі рівняння (16) отримаємо систему двох рівнянь :

$$2\pi n_1 - \omega_{c_1}\Delta_1 t = \frac{3}{8}\pi\frac{\left(0,25 + \alpha^2\right)}{\alpha}\ln\frac{X_{a_2}}{X_{a_1}} \quad , \tag{17}$$

$$2\pi n_2 - \omega_{c_1}\Delta_2 t = \frac{3}{8}\pi\frac{\left(0,25 + \alpha^2\right)}{\alpha}\ln\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}} \quad , \tag{18}$$

де $\psi_1 = 2\pi n_1, \psi_2 = 2\pi n_2, n_1$ - число циклів коливань у часовому інтервалі $\Delta_1 t$ при зміні амплітудних значень від X_{a_1} до X_{a2} у режимі вільних коливань; n_2 - число циклів коливань у часовому інтервалі $\Delta_2 t$ при зміні амплітудних значень від X_{a_3} до X_{a_4} в режимі вільних коливань.

Із системи рівнянь (17), (18) отримаємо аналітичні співвідношення для визначення параметрів ω_{c_1}, α матричним методом Крамера :

$$\omega_{c_1} = \ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{2\pi n_1}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{2\pi n_2}\right]\left\{\ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\Delta_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\Delta_2 t}\right]\right\}^{-1} , \tag{19}$$

$$\frac{0,25 + \alpha^2}{\alpha} = \frac{16}{3}\left(n_2\Delta_1 t - n_1\Delta_2 t\right)\left\{\ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\Delta_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\Delta_2 t}\right]\right\}^{-1} . \tag{20}$$

Співвідношення (20) – це алгебраїчне квадратне рівняння стосовно α . Визначаємо α як корені квадратного рівняння (20):

$$\alpha^2 - \frac{16}{3}\frac{(n_2\Delta_1 t - n_1\Delta_2 t)}{\ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\Delta_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\Delta_2 t}\right]} + 0,25 = 0\,, \qquad (20а)$$

або

$$\alpha^2 - \frac{16}{3}\left\{\ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\Delta_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\Delta_2 t}\right]^{(n_2\Delta_1 t - n_1\Delta_2 t)}\right\}^{-1} + 0,25 = 0\,. \qquad (20б)$$

Розв'язок (20а), (20б) має вигляд

$$\alpha_{1,2} = \frac{8}{3}\frac{(n_2\Delta_1 t - n_1\Delta_2 t)}{\ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\Delta_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\Delta_2 t}\right]} \mp \sqrt{\frac{64}{9}\frac{(n_2\Delta_1 t - n_1\Delta_2 t)^2}{\ln^2\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\Delta_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\Delta_2 t}\right]} - \frac{1}{4}} =$$

$$= \frac{8}{3}\frac{(n_2\Delta_1 t - n_1\Delta_2 t)}{\ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\Delta_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\Delta_2 t}\right]}\left\{1 \mp \sqrt{1 - \frac{9\ln^2\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\Delta_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\Delta_2 t}\right]}{64\cdot 4(n_2\Delta_1 t - n_1\Delta_2 t)^2}}\right\}\,. \qquad (21)$$

При виконанні умови

$$\left\{\frac{3\ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\Delta_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\Delta_2 t}\right]}{16(n_2\Delta_1 t - n_1\Delta_2 t)}\right\}^2 << 1 \qquad (22)$$

вираз (21) набирає вигляду

$$\alpha_1 = \frac{3}{64}\frac{\ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\Delta_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\Delta_2 t}\right]}{(n_2\Delta_1 t - n_1\Delta_2 t)}\,; \qquad (23)$$

$$\alpha^2 = \frac{32}{3}\frac{(n_2\Delta_1 t - n_1\Delta_2 t)}{\ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\Delta_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\Delta_2 t}\right]} - \frac{3}{64}\frac{\ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\Delta_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\Delta_2 t}\right]}{(n_2\Delta_1 t - n_1\Delta_2 t)}\,. \qquad (24)$$

Аналітичні співвідношення для визначення власних частот $\bar{\omega}_{c_1}$, $\bar{\bar{\omega}}_{c_1}$ мають вигляд (19), однак при незмінних значеннях амплітуд $X_{a_1}, X_{a_2}, X_{a_3}, X_{a_4}$ будуть змінені часові інтервали $\bar{\Delta}_1 t$, $\bar{\bar{\Delta}}_1 t$, $\bar{\Delta}_2 t$, $\bar{\bar{\Delta}}_2 t$ і відповідні числа циклів $\bar{n}_1$, $\bar{\bar{n}}_1$, $\bar{n}_2$, $\bar{\bar{n}}_2$ коливань, тобто маємо такі співвідношення :

$$\bar{\omega}_{c_1} = \ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{2\pi\bar{n}_1}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{2\pi\bar{n}_2}\right]\left\{\ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\bar{\Delta}_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\bar{\Delta}_2 t}\right]\right\}^{-1}, \tag{25}$$

$$\bar{\bar{\omega}}_{c_1} = \ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{2\pi\bar{\bar{n}}_1}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{2\pi\bar{\bar{n}}_2}\right]\left\{\ln\left[\left(\frac{X_{a_4}}{X_{a_3}}\right)^{\bar{\bar{\Delta}}_1 t}\left(\frac{X_{a_1}}{X_{a_2}}\right)^{\bar{\bar{\Delta}}_2 t}\right]\right\}^{-1}. \tag{26}$$

На підставі отриманих співвідношень (7), (10), (13), (19), (23), (24), (25), (26) для визначення параметрів коливальної системи із гістерезисним розсіянням енергії необхідно реалізувати такий алгоритм :

1) реалізувати шість режимів вільних коливань досліджуваної коливальної системи;

2) у першому режимі зафіксувати число коливань циклів n_1 у часовому інтервалі $\Delta_1 t$ при зміні амплітуди вільних коливань від значення X_{a_1} до значення X_{a_2} мас m_1, m_2;

3) у другому режимі зафіксувати число коливань циклів n_2 у часовому інтервалі $\Delta_2 t$ при зміні амплітуди вільних коливань від значення X_{a_3} до значення X_{a_4} мас m_1, m_2;

4) змінити інерційність коливальної системи шляхом жорсткого з’єднання з масою m_1 додаткової маси $\Delta_1 m$ за умови $\Delta_1 m << m_1$;

5) після зміни інерційності коливальної системи провести реалізацію двох режимів вільних коливань зміненої коливальної системи;

6) у першому режимі зафіксувати число $\bar{n}_1$ циклів коливань у часовому інтервалі $\bar{\Delta}_1 t$ при зміні амплітуди вільних коливань від значення X_{a_1} до значення X_{a_2} мас $(m_1 + \Delta m), m_2$;

7) у другому режимі зафіксувати число $\bar{n}_2$ циклів коливань у часовому інтервалі $\bar{\Delta}_2 t$ при зміні амплітуди вільних коливань від значення X_{a_3} до значення X_{a_4} мас $(m_1 + \Delta m), m_2$;

8) повторно змінити інерційність коливальної системи шляхом жорсткого з’єднання з масою m_2 додаткової маси $\Delta_2 m$ за умови $\Delta_2 m << m_2$;

9) після повторної зміни інерційності коливальної системи провести реалізацію двох режимів вільних коливань зміненої коливальної системи;

10) у першому режимі зафіксувати число $\overset{=}{n}_1$ циклів коливань у часовому інтервалі $\overset{=}{\Delta_1 t}$ при зміні амплітуди вільних коливань від значення X_{a_1} до значення X_{a_2} мас $m_1, (m_2 + \Delta_2 m)$;

11) у другому режимі зафіксувати число $\overset{=}{n}_2$ циклів коливань у часовому інтервалі $\overset{=}{\Delta_2 t}$ при зміні амплітуди вільних коливань від значення X_{a_3} до значення X_{a_4} мас $m_1, (m_2 + \Delta_2 m)$.

Таким чином, у нашому дослідженні для випадку коливальної системи з двома ступенями вільності і урахуванні гістерезисного розсіяння енергії у матеріалі при реалізації режимів вільних коливань одержані аналітичні співвідношення (7), (10), (13), (19), (23), (24), (25), (26) для визначення частоти вільних коливань і інерційно-жорсткісних параметрів коливальної системи.

У подальших дослідженнях необхідно провести комп'ютерне моделювання режимів вільних коливань, отримати числові значення параметрів, а також сформувати регресійну залежність і застосувати метод найменших квадратів для урахування похибки при проведенні вимірювань інформаційних масивів часових інтервалів і відповідних чисел циклів.

ВИСНОВКИ

У роботі розглядається математична модель коливальної системи із двома ступенями вільності і гістерезисним розсіянням енергії у матеріалі.

Із системи рівнянь першого наближення для амплітуди і фази рішень отримано одне нове інтегральне рівняння для визначення частоти вільних коливань і інерційно-жорсткісних параметрів. На підставі інтегрального рівняння при реалізації шести режимів вільних коливань отримані аналітичні співвідношення для визначення частоти вільних коливань і інерційно-жорсткісних параметрів.

SUMMARY

DETERMINATION OF PARAMETERS OF OSCILLATORY SYSTEMS WITH GISTEREZISE ENERGY DISPERSION

I.D. Puz'ko
Sumy State University, Sumy

In the article the mathematic model of oscillation system with two degree of freedom and gisterezise energy dispersion in the material is studied.

The new integral equation from the system of equations of the first approach was received to define frequency of independent oscillations and inertia-rigidity parameters. The analytic parities were received on the base of the integral equation with realization of six regimes of freedom oscillations to define frequency of independent oscillations and inertia-rigidity parameters.

Key words: *gisterezise energy dispersion, oscillation system, inertia-rigidity parameters.*

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Божко А.Е. Резонансные виброиспытательные системы/ А.Е. Божко, Е.А. Личкатый, О.Ф. Полищук, И,Д. Пузько, В.И. Савченко. - Киев: Наук. думка, 1992. – 248 с.
2. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. – М.: Наука, 1974. – 435 с.
3. Писаренко Г.С. Колебания механических систем с учетом несовершенной упругости материала. - Киев: Наук. думка, 1970. – 380 с.

Надійшла до редакції 17 березня 2009 р.