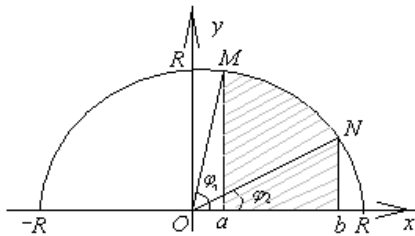


ПЕРЕВІРКА ГЕОМЕТРИЧНОГО ЗМІСТУ ІНТЕГРАЛУ ПРИ ЗНАХОДЖЕННІ ПЛОЩІ ЧАСТИНИ КОЛА

Якимчук В., студент; Білоус О.А., доцент; Захарченко Н.М., ст. викладач

Серед задач прикладного характеру, що запропоновані в розділі вищої математики найбільший інтерес викликають завдання практичного застосування визначеного інтеграла. Так інтегральний апарат можна застосовувати до обчислення площі фігури, довжини дуги лінії та інших геометричних, фізичних, економічних, механічних задач.

В даній роботі розв'язується задача знаходження площі частини кола двома способами, а саме: на підставі формул елементарної шкільної геометрії та за допомогою визначеного інтегралу.



Розглядається на півколо з радіусом R , з центром, що співпадає з початком координат. Верхня на півдуга кола має рівняння $y = \sqrt{R^2 - x^2}$.

Знаходиться площа криволінійної трапеції, що обмежена лініями напівкола та прямими $x = a$, $x = b$, $y = 0$;

радіуси OM та ON проведені під кутами φ_1 та φ_2 до осі Ox .

На підставі формули елементарної геометрії площа сектора

$$S_{сек} = \frac{1}{2} R^2 (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2} R^2 \left(\arccos \frac{a}{R} - \arccos \frac{b}{R} \right).$$

На підставі геометричної ілюстрації площа криволінійної трапеції $aMNb$ дорівнює $S = S_{сек} + S_{\Delta ONb} - S_{\Delta OMa}$ (1)

Остаточно отримуємо співвідношення:

$$S = \frac{1}{2} R^2 \left(\arccos \frac{a}{R} - \arccos \frac{b}{R} \right) + \frac{1}{2} b \sqrt{R^2 - b^2} - \frac{1}{2} a \sqrt{R^2 - a^2} \quad (2)$$

Дана формула отримана при застосуванні визначеного інтегралу при обчисленні площі фігури за формулою:

$$S = \int_a^b f(x) dx \quad (3) \quad S = \int_a^b \sqrt{R^2 - x^2} dx \quad (4)$$

Провіривши інтегрування методом інтегрування по частинам, або з використанням тригонометричної підстановки $x = R \sin t$ ми отримали формулу

(2). Дана робота ще раз підтверджує, що інтегральне числення – є потужний математичний апарат, що дозволяє розв'язати задачі по знаходженню площі фігури, що обмежена будь-якою кривою, що задана не тільки в декартовій системі координат.