ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В БАЛКАХ ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ МЕТОДОМ НЕПОСРЕДСТВЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ УТОЧНЁННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ УПРУГОЙ ЛИНИИ

Ткач П.Ю., студент; Жигилий Д.А., ассистент

При расчёте конструкций важна не только её прочность, но и жёсткость – деформация в заранее заданных пределах. Это заставляет оценивать влияние разного рода допущения, принятые при выводе формул, в частности, для деформаций балки.

Под действием внешних сил, расположенных в одной из главных плоскостей прямой балки, её ось искривляется в той же плоскости; при этом точки оси перемещаются. Изогнутая ось балки называется упругой линией, а перемещения точек оси балки по нормали к её недеформированной оси называются прогибами балки. Обозначим прогибы балки y.

Связь между радиусом кривизны оси балки, изгибающим моментом в поперечном сечении балки и жесткостью поперечного сечения при изгибе выражается формулой $1/r = M(z)/EI$, где r - радиус кривизны оси, $M(z)$ - функция изгибающих моментов вдоль оси балки, а EI - жёсткость сечения балки при изгибе в плоскости действия $M(z)$.

Зависимость между радиусом кривизны плоской кривой и координатами y и z её точек: $1/r = \pm y'' \big/ \left[1 + y'^2\right]^{3/2}$. Разложив его в ряд Тейлора для функций 2-х переменных с сохранением только линейных членов. Имея в виду, что $y' = \theta$ - угол поворота сечения, получим

$$\frac{1}{\rho} = f\left(y'', y'\right) = \frac{M\left(z_0\right)}{EI} + \frac{1}{\left(1+{\theta_0}^2\right)^{\frac{3}{2}}}\left(y'' - \frac{M\left(z_0\right)}{EI}\left(1+{\theta_0}^2\right)^{\frac{3}{2}}\right) - 3\frac{M\left(z_0\right)}{EI}\frac{\theta_0}{\left(1+{\theta_0}^2\right)^{\frac{5}{2}}}\left(y' - \theta_0\right)$$

В работе была решена задача Коши для функции прогибов прямой балки – консоли, нагруженной сосредоточенными моментом и силой на конце, а также равномерно распределённой по всей длине нагрузкой.

Найдено решение линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка вида $y'' + A\left(\theta_0\right)y' = B\left(\theta_0\right) - \overline{P}z - \frac{\overline{q}}{2}z^2$, константы интегрирования y_0 и θ_0 в котором определены методом последовательных приближений.

В результате дана оценка влияния на прогибы балки пренебрежения $y'^2 << 1$ в формуле дифференциального уравнения упругой линии.