

Особливості електропровідності та магнітоопору ниткоподібних кристалів кремнію з концентрацією домішки в області переходу метал-діелектрик за низьких температур

Я.С. Буджак, Н.С. Лях-Кагуї, І.П. Островський, А.О. Дружинін

Національний університет «Львівська політехніка», вул. Ст. Бандери, 12, 79013 Львів, Україна

(Одержано 25.03.2018, у відредагованій формі – 12.08.2018, опубліковано online 25.08.2018)

Проведено дослідження електропровідності та магнітоопору ниткоподібних кристалів кремнію, легованих бором, до концентрації, що відповідає близькості до переходу метал-діелектрик в діапазоні магнітних полів ($0 \div 14$) Тл за температур ($4,2 \div 77$) К. За допомогою великого термодинамічного потенціала Гіббса були обґрунтовані кінетичні тензори узагальнених термодинамічних рівнянь електропровідності. Показано вплив просторового квантування в $2D$ та $1D$ кристалах на їх фундаментальні кінетичні властивості. Встановлено, що ниткоподібний кристал є природною радіальною «гетероструктурою» з різним вмістом легуючої домішки в ядрі та оболонці. На основі порівняння теоретично розрахованих та експериментально виміряних польових залежностей магнітоопору виявлено, що вміст домішки в оболонці відповідає металевому боку переходу і становить $N_a \sim 5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$, а в ядрі кристала – діелектричному боку переходу $N_a = 5,4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$.

Ключові слова: Кремній, Ниткоподібний кристал, Магнітоопір, Кінетичні властивості, Закон дисперсії.

DOI: [10.21272/jnep.10\(4\).04015](https://doi.org/10.21272/jnep.10(4).04015)

PACS numbers: 77.55.df, 75.47.De

1. ВСТУП

Теоретичні і експериментальні дослідження магнітоопору легованих напівпровідників вказують, що причини його виникнення суттєво відрізняються для металевого і діелектричного боків переходу метал-діелектрик [1-5].

На металевому боці переходу працює теорія квантових поправок [1, 2], яка оперує трьома основними явищами:

- інтерференцією хвильових функцій електронів на пересічних траєкторіях, які описують процеси слабкої локалізації [6];
- когерентною взаємодією електронів при їх дифузії тобто взаємодією в дифузійному каналі [7];
- короткотривалим зв'язуванням їх у надпровідні пари, а саме взаємодією в куперівському каналі [8-13].

На діелектричному боці у випадку транспорту сильно локалізованих носіїв заряду для пояснення ефекту застосовуються інші механізми [3, 4, 14, 15]:

- врахування розсіювання тунелюючих носіїв заряду на проміжних центрах [16];
- звуження домішкової зони в магнітному полі [17];
- спінові ефекти [18].

Експериментальні підтвердження вкладу вище описаних явищ у польові залежності магнітоопору були отримані під час дослідження транспорту носіїв заряду в ниткоподібних кристалах на основі кремнію з концентрацією акцепторної домішки, яка відповідає близькості до переходу метал-діелектрик як з металевого, так і з діелектричного боку [19]. При поясненні поведінки магнітоопору у зразках з різною концентрацією домішки в роботі [20] покладалось, що домішка рівномірно розподілена у кристалі. Оскільки поперечні розміри (діаметр) ниткоподібних кристалів становили порядку $20 \div 30 \text{ мкм}$, то явища переносу носіїв заряду розглядалися як для масивних $3D$ кристалів. Згідно останніх досліджень, у ниткоподібних кристалах кремнію спостерігається нерівноважний радіальний розподіл домішки, зокрема

домішка локалізується у приповерхневих шарах кристалів, що зумовлює переважаючий характер поверхневої провідності [21]. Для з'ясування вкладу поверхневої провідності представляє інтерес дослідження електропровідності цих кристалів до і після стравлювання збагаченого домішкою поверхневого шару.

Метою роботи є аналіз механізмів транспорту носіїв заряду шляхом дослідження радіальної зміни поперечного магнітоопору ниткоподібних кристалів кремнію p -типу провідності різного діаметра з концентрацією домішки бору поблизу переходу метал-діелектрик в діапазоні магнітних полів ($0 \div 14$) Тл за температур ($4,2 \div 77$) К.

2. ОБ'ЄКТ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ

Об'єктом досліджень були мікрочастинки кремнію p -типу провідності, вирощені методом хімічних газотранспортних реакцій у формі ниткоподібних кристалів довжиною $2 \div 5 \text{ мм}$ та діаметром $20 \div 60 \text{ мкм}$ з кристалографічною орієнтацією $\langle 111 \rangle$. Для одержання p -типу провідності кристали в процесі росту легували домішкою бору до концентрації $1 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$, завантажуючи в ампулу ангідрид бору (B_2O_3), а також золото і платину, як ініціатори росту ниткоподібних кристалів.

Для з'ясування можливого розподілу домішки у кристалі проведено травлення приповерхневого шару в травнику на основі плавикової кислоти. Травлення НК протягом 5-6 хв приводило до стравлювання шару товщиною порядку 100 нм.

Вимірювання температурних залежностей опору, а також магнітоопору ниткоподібних кристалів кремнію p -типу провідності в широкому діапазоні температур і магнітних полів проводили в Міжнародній лабораторії сильних магнітних полів і низьких температур у м. Вроцлаві, Польщі [20]. Зразки розміщували на спеціальній вставці та охолоджували до температури 4,2 К завдяки гелієвому кріостату. Для нагрівання ниткоподібних кристалів кремнію до

кімнатної температури використовували нагрівач із біфілярного дроту, намотаного на корпус вставки.

Стабілізований електричний струм у вимірювальній схемі задавали джерелом струму Keithley 224, а електричну напругу на потенціальних контактах зразків та вихідні сигнали вимірювали цифровими вольтметрами типу Keithley 199 та Keithley 196 з одночасним автоматичним рееструванням показів приладів.

Вимірювання магнітоопору ниткоподібних кристалів кремнію *p*-типу провідності в сильних магнітних полях з індукцією до 14 Тл за температури рідкого гелію проводили на біттерівському магніті з часом розгортки по полю 1,75 Тл/хв.

3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Досліджено вплив нерівноважного радіального розподілу домішки по об'єму ниткоподібного кристала на характер розмірної залежності опору за температури 4,2 К. На рис. 1 представлено результати дослідження опору НК Si у процесі травлення. З рисунку видно, що опір зразка різко збільшується при стравлюванні приповерхневого шару товщиною порядку 100 нм, а при подальшому травленні виходить на насичення.

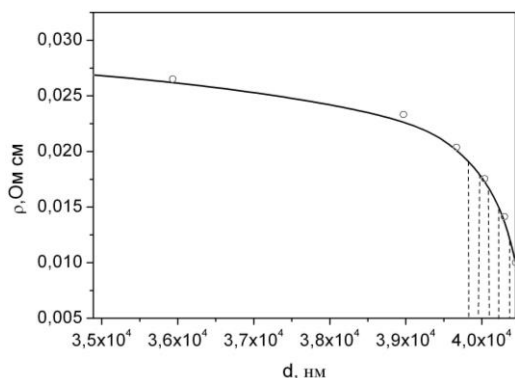


Рис. 1 – Залежність питомого опору ниткоподібних кристалів кремнію від діаметра за температури рідкого гелію

На рис. 2 приведено температурні залежності опору даних зразків у температурному інтервалі (4,2 ÷ 77) К до і після травлення.

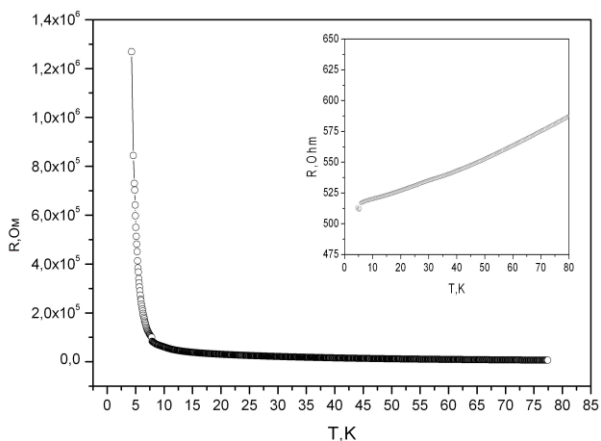


Рис. 2 – Температурна залежність опору ниткоподібних кристалів кремнію до травлення (див. вставку) і після травлення

Вихідні зразки ниткоподібних кристалів кремнію *p*-типу провідності мають типовий металевий хід температурної залежності опору в усьому діапазоні досліджуваних температур (рис. 2, вставка).

Дані зразки після травлення мають типовий напівпровідниковий хід температурної залежності опору (рис. 2). В температурному інтервалі (4,2 ÷ 10) К опір ниткоподібних кристалів кремнію з концентрацією домішки, що відповідає діелектричному боку ПМД, дуже швидко зменшується і далі в температурному інтервалі (10 ÷ 77) К слабо залежить від температури (рис. 2).

Проведено вимірювання поперечного магнітоопору ниткоподібних кристалів кремнію *p*-типу провідності: на рис. 3 наведено залежність магнітоопору НК кремнію за температури рідкого гелію в широкому діапазоні магнітних полів (0 ÷ 14) Тл до і після травлення.

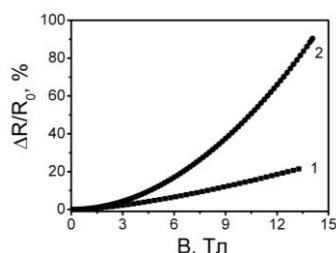


Рис. 3 – Польова залежність магнітоопору ниткоподібних кристалів кремнію за температури рідкого гелію до (1) і після (2) травлення

З рисунку 3 (крива 1) видно, що магнітоопір вихідних зразків має квадратичний характер польової залежності у широкій області магнітних полів і становить 20 % за магнітної індукції 14 Тл.

Як видно з рис. 3 (крива 2) магнітоопір досліджуваних зразків після травлення описується також квадратичною залежністю від індукції магнітного поля. Значення магнітоопору за магнітної індукції 14 Тл становить 90 %. Для виявлення механізмів виникнення магнітоопору необхідно провести комплексний аналіз залежності магнітоопору в сильних магнітних полях та їх температурних залежностей.

4. ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Кінетичні властивості провідних кристалів зумовлюються концентрацією "вільних носіїв" заряду в кристалах і характером їх руху в міжвузлях кристалічної ґратки.

В стані термодинамічної рівноваги "вільні" носії заряду рухаються хаотично, їх середня енергія зберігається, а ентропія всієї сукупності носіїв заряду має максимальне значення. Це термодинамічно рівноважний газ носіїв заряду.

Нааявність в кристалі дрейфових збурень, а саме електричного поля з напруженістю \vec{E} , градієнта температури ∇T , (ці збурення можуть існувати в кристалі одночасно) зумовлює вихід газу носіїв заряду із стану термодинамічної рівноваги і перетворює його на нерівноважний ансамбль частинок. В такому випадку на кожну частинку із зарядом діє дрейфова

сила \vec{F}_d [22]:

$$\vec{F}_d = ze\vec{E}_d; \quad \vec{E}_d = \vec{E} - \left(\frac{k}{ze}\right)\left(\frac{\varepsilon - \mu}{kT}\right)\nabla_{\vec{r}}T \quad (1)$$

де e – заряд електрона, $z = \pm 1$ – знак заряду, ε – середня енергія носія заряду, k – постійна Боцмана, T – температура кристала.

Внаслідок дії дрейфової сили \vec{F}_d всі носії струму починають рухатися спрямовано із швидкістю дрейфу \vec{v}_d , яка залежить як від \vec{F}_d , так і від властивостей кристалу.

Наявність дрейфової швидкості \vec{v}_d , спричиняє утворення потоку частинок. При цьому відбувається перенесення електрики, теплоти (енергії) тощо. Отже, сукупність носіїв зарядів у кристалах, за наявності дрейфових полів, перетворюється у великий канонічний нерівноважний ансамбль із змінною кількістю частинок.

Такий канонічний ансамбль характеризується великим термодинамічним потенціалом Гіббса:

$$\Omega = -2kT \sum_{\vec{p}} \ln \left\{ 1 + \exp \left(\frac{\mu + \Delta\mu(\vec{p}, E\vec{d}, \vec{B}) - \varepsilon_{\vec{p}}}{kT} \right) \right\} \quad (2)$$

В цій формулі \vec{p} – хвильовий вектор носія заряду, $\varepsilon_{\vec{p}}$ – закон дисперсії носіїв зарядів, а $\Delta\mu(\vec{p}, E\vec{d}, \vec{B})$ – зміна хімічного потенціалу однієї частинки під дією збурень, які виводять кристал із стану термодинамічної рівноваги та під діє. вектора індукції магнітного поля, в якому знаходиться кристал. У відсутності таких збурень $\Delta\mu(\vec{p}, E\vec{d}, \vec{B}) = 0$. Значення $\Delta\mu(\vec{p}, E\vec{d}, \vec{B})$ розраховане у роботі [22].

В роботі [22] за допомогою великого термодинамічного потенціалу Гіббса (2) були обґрунтовані загальновідомі рівняння термодинаміки необоротних процесів:

$$\vec{E} = \left(\rho_{ij}(\vec{B})\right)\vec{j} + R(\vec{B}) \cdot [\vec{B} \times \vec{j}] + \left(\alpha_{ij}(\vec{B})\right)\nabla_{\vec{r}}T + N(\vec{B})[\vec{B} \times \nabla_{\vec{r}}T] \quad (3)$$

$$\vec{q} = \left(\pi_{ij}(\vec{B})\right)\vec{j} + P(\vec{B}) \cdot [\vec{B} \times \vec{j}] - \left(\chi_{ij}(\vec{B})\right)\nabla_{\vec{r}}T + S(\vec{B})[\vec{B} \times \nabla_{\vec{r}}T] \quad (4)$$

Ці рівняння описують відгук провідного середовища на дію електричного поля, градієнта температури, і магнітного поля, яке характеризується вектором індукції \vec{B} . В цих рівняннях \vec{j} – це вектор густини електричного струму в кристалі, а квадратними дужками позначені векторні добутки відповідних векторів. Симетричні тензори $\left(\rho_{ij}(\vec{B})\right)$,

$\left(\alpha_{ij}(\vec{B})\right)$, $\left(\pi_{ij}(\vec{B})\right)$, $\left(\chi_{ij}(\vec{B})\right)$ – тензори питомого опору, коефіцієнта ефекта Зеебека, ефекта Пельтье і питомої теплопровідності кристала, відповідно, які необхідно експериментально визначати, або теоретично розраховувати. Вони є парними функціями вектора магнітної індукції.

Коефіцієнти $R(\vec{B})$ і $P(\vec{B})$ – це коефіцієнти поперечних гальваноманітних ефектів Холла і Етгінгсгаузена, а коефіцієнти $N(\vec{B})$ і $S(\vec{B})$ – коефіцієнти поперечних термомагнітних ефектів Нернста–Етгінгсгаузена і Рігі–Ледюка. Вони є парними скалярними функціями вектора магнітної індукції в ізотропних кристалах, тобто:

$$R(\vec{B}) = R(-\vec{B}), \quad P(\vec{B}) = P(-\vec{B}),$$

$$N_{ij}(\vec{B}) = N(\vec{B}) = N(-\vec{B}), \quad S(\vec{B}) = S(-\vec{B}) \quad (5)$$

Аналіз рівнянь (3), (4) показує, що ізотропний кристал поміщений в магнітне поле стає анізотропним, а відносно прості явища електропровідності і теплопровідності в кристалі ускладнюються. В цьому випадку появляються додаткові поперечні гальваноманітні і термомагнітні ефекти.

Кінетичні тензори і коефіцієнти, які входять в рівняння (3) та (4), крім визначення природи важливих властивостей провідного середовища, мають широке прикладне значення в сучасній твердотільній електроніці для виготовлення різних приладів, сенсорів та вимірювальних систем.

Приведені в даній роботі розрахунки показують, що вісім різних кінетичних властивостей провідних кристалів, (чотири різні тензори та чотири різні коефіцієнти), повністю описують явища перенесення електрики та тепла носіями струму в кристалі.

Всі ці властивості мають сильну залежність від механізмів розсіювання носіїв зарядів на дефектах кристалічної ґратки та від закону дисперсії носіїв струму.

В кристалах з макроскопічними розмірами (*3D-кристали*) їх кінетичні властивості від розмірів не залежать, а в тонкоплівкових кристалах з мікроскопічними товщинами d (*2D-кристали*) [23] і в ниткоподібних кристалах з мікроскопічними діаметрами d ниток (*1D-кристали*) спостерігається кореляційна залежність їх кінетичних властивостей від величини d .

Усі кінетичні властивості всіх класів кристалів (*3D*, *2D*, *1D*) описуються загальними кінетичними функціоналами

$\Phi(B, \mu, T)_{3D}$, $\Phi(B, \mu, T)_{2D}$, $\Phi(B, \mu, T)_{1D}$, які, відповідно, мають такі значення:

$$\Phi(B, \mu^*, T)_{3D} = J(i, j, B, \mu^*, T)_{3D} \quad (6)$$

$$\Phi(B, \mu, T)_{2D} = J(i, j, B, \mu^*, T)_{3D} \times \left[1 - \frac{1}{2d} \cdot \frac{J(i, j, B, \mu^*, T)_{2D}}{J(i, j, B, \mu^*, T)_{3D}} \right] \quad (7)$$

$$\Phi(B, \mu, T)_{1D} = J(i, j, B, \mu^*, T)_{3D} \left[1 - \frac{1}{d} \cdot \frac{J(i, j, B, \mu^*, T)_{2D}}{J(i, j, B, \mu^*, T)_{3D}} \left(1 - \frac{1}{2d} \cdot \frac{J(i, j, B, \mu^*, T)_{1D}}{J(i, j, B, \mu^*, T)_{2D}} \right) \right] \quad (8)$$

В цих розрахункових алгоритмах використані такі позначення:

$$J(i, j, B, \mu^*, T)_{3D} = \int_0^\infty \left(\frac{\varepsilon}{kT} \right)^i \frac{u(\varepsilon)^l}{1 + (u(\varepsilon)B)^2} G(\varepsilon)_{3D} \left[-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right] d\varepsilon \quad (9)$$

$$J(i, j, B, \mu^*, T)_{2D} = \int_0^\infty \left(\frac{\varepsilon}{kT} \right)^i \frac{u(\varepsilon)^l}{1 + (u(\varepsilon)B)^2} G(\varepsilon)_{2D} \left[-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right] d\varepsilon \quad (10)$$

$$J(i, j, B, \mu^*, T)_{1D} = \int_0^\infty \left(\frac{\varepsilon}{kT} \right)^i \frac{u(\varepsilon)^l}{1 + (u(\varepsilon)B)^2} G(\varepsilon)_{1D} \left[-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right] d\varepsilon \quad (11)$$

В наведених формулах нижній індекс ND означає вид кристала, для якого розрахована відповідна функція; так наприклад, кристали з трьохмірними макроскопічними розмірами характеризуються індексом $3D$, тонкоплівкові кристали з мікроскопічною товщиною плівки – $2D$, а ниткоподібні кристали – $1D$.

Функціонали в формулах (6-8) необхідно застосувати для розрахунків кінетичних властивостей кристалів різної розмірності.

Загальні функціонали (7) та (8) відповідно мають фізичний зміст лише при таких розрахункових умовах для $2D$ структур:

$$d > \frac{1}{2} \cdot \frac{J(i, j, B, \mu^*, T)_{2D}}{J(i, j, B, \mu^*, T)_{3D}} \quad (12)$$

$$\Phi(B, \mu^*, T)_{2D} = J(i, j, B, \mu^*, T)_{3D} \left[1 - \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \cdot \frac{I(i, j, B, \mu^*, T)_{2D}}{I(i, j, B, \mu^*, T)_{3D}} \left(\frac{\lambda_D}{d} \right) \right] \quad (17)$$

$$\Phi(B, \mu^*, T)_{1D} = J(i, j, B, \mu^*, T)_{3D} \times \left[1 - \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \cdot \frac{I(i, j, B, \mu^*, T)_{2D}}{I(i, j, B, \mu^*, T)_{3D}} \left(\frac{\lambda_D}{d} \right) \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \cdot \frac{I(i, j, B, \mu^*, T)_{1D}}{I(i, j, B, \mu^*, T)_{2D}} \left(\frac{\lambda_D}{d} \right) \right) \right] \quad (18)$$

У формулах (16–18) використані як позначення:

$$N_C(T)_{3D} = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \left(\frac{2\pi m \mu^* kT}{h^2} \right)^{3/2}, \quad (19)$$

$$I(i, j, B, \mu^*, T)_{3D} = \int_0^\infty \frac{x^{(i+rj - \frac{j}{2} + \frac{1}{2})}}{1 + (u(x)B)^2} \left[-\frac{\partial f_0}{\partial x} \right] dx, \quad (20)$$

$$I(i, j, B, \mu^*, T)_{2D} = \int_0^\infty \frac{x^{(i+rj - \frac{j}{2} + 1)}}{1 + (u(x)B)^2} \left[-\frac{\partial f_0}{\partial x} \right] dx, \quad (21)$$

і для $1D$ кристалів:

$$d > \frac{1}{a} \cdot \frac{J(i, j, B, \mu^*, T)_{2D}}{J(i, j, B, \mu^*, T)_{3D}} \left(1 - \frac{1}{2a} \cdot \frac{J(i, j, B, \mu^*, T)_{1D}}{J(i, j, B, \mu^*, T)_{2D}} \right) \quad (13)$$

Детальні розрахунки за цими формулами приводять до такої фундаментальної нерівності:

$$d > A \cdot \lambda_D(T) \quad (14)$$

В цій формулі: A – це безрозмірна константа величиною порядку одиниці, $\lambda_D(T)$ – довжина теплової хвилі де-Бройля.

Остання нерівність показує, що функціонали (7) і (8) адекватно описують кінетичні властивості плівок $2D$ та ниткоподібних кристалів $1D$ при умові, що їх товщини відповідають умові:

$$0 < A_{2,1} \cdot \left(\frac{\lambda_D(T)}{d} \right) \ll 1 \quad (15)$$

і ця товщина повинна мати мікроскопічні розміри, бо в іншому випадку просторове квантування спектру носіїв струму в кристалах зникає і $2D$ та $1D$ кристали поступово переходять в $3D$ кристал. В цьому випадку $\left(\frac{\lambda_D(T)}{d} \right) \ll 1$, тому функціонали (7) і (8) співпадають з функціоналом (6).

Статистичні розрахунки показують, що в ізотропних кристалах з ізотропним параболічним законом дисперсії функціонали (6–8) описуються такими формулами:

$$\Phi(B, \mu^*, T)_{3D} = N_C(T) U(r, T)^j I(i, j, B, \mu^*, T)_{3D} \quad (16)$$

Застосуємо приведені розрахункові алгоритмічні формули для короткого аналізу експериментальних досліджень магнітоопору ниткоподібних кристалів кремнію.

Аналіз даних магнітоопору показує, що товщина d ниткоподібних кристалів відповідає такій умові:

$$\frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{I(i, j, B, \mu^*, T)_{2D}}{I(i, j, B, \mu^*, T)_{3D}} \left(\frac{\lambda_D}{d} \right) \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \cdot \frac{I(i, j, B, \mu^*, T)_{1D}}{I(i, j, B, \mu^*, T)_{2D}} \left(\frac{\lambda_D}{d} \right) \right) \ll 1, \quad (23)$$

В зв'язку з цим, опір та відносний магнітоопір кристалів описуються формулами, як для 3D кристалів:

$$\rho(B) = \frac{1}{en} \cdot \frac{J(0, 0, \mu^*, T)_{3D}}{J(0, 1, B, \mu^*, T)_{3D} \Delta(B_3)} \quad (24)$$

$$\frac{\Delta(\rho(B))}{\rho(0)} = \frac{(\rho(B) - \rho(0))}{\rho(0)} = \left(\frac{\rho(B)}{\rho(0)} - 1 \right) \quad (25)$$

За формулами (24), (25) розрахуємо питомий магнітоопір та відносний магнітоопір кристала **для**

$$\frac{\Delta(\rho(B))}{\rho(0)} = \frac{(\rho(B) - \rho(0))}{\rho(0)} = \left(\frac{\rho(B)}{\rho(0)} - 1 \right) = \frac{R(\mu^*, T)^2}{\rho(0)^2} \cdot f_\rho(\mu^*, T) \cdot B^2 \quad (27)$$

$$f_\rho(\mu^*, T) = \left[\frac{J(0, 1, B, \mu^*, T)_{3D} J(0, 3, B, \mu^*, T)_{3D}}{J(0, 2, B, \mu^*, T)_{3D}^2} \right]_{B_3=0} = \frac{I(0, 1, \mu^* T)_{3D} I(0, 3, \mu^* T)_{3D}}{I(0, 2, \mu^* T)_{3D}^2} \quad (28)$$

$$f_\rho(\mu^*, T) = \left[\frac{J(0, 1, B, \mu^*, T)_{3D} J(0, 3, B, \mu^*, T)_{3D}}{J(0, 2, B, \mu^*, T)_{3D}^2} \right]_{B_3=0} = \frac{F_{(r+1)}(\mu^*) F_{(3r)}(\mu^*)}{F_{(2r+1/2)}(\mu^*)^2} \quad (29)$$

У формулах функція $f_\rho(\mu^*, T)$ називається фактором розсіювання відносного магнітоопору, і має вигляд (28). А для кристалів з параболічним законом дисперсії $f_\rho(\mu^*, T)$ - (29).

В формулі (29) $F_{(z)}(\mu^*)$ – це відомий інтеграл Фермі, який має такі асимптотичні властивості:

$$F_{(z)}(\mu^*) \cong \Gamma(z+1) \exp(\mu^*) \text{ для } \mu^* \leq -4;$$

$$F_{(z)}(\mu^*) \cong (\mu^*)^z \text{ для } \mu^* > 4, \quad (30)$$

$\Gamma(z)$ – гамма – функція Ейлера, а показник r характеризує механізм розсіювання носіїв струму на дефектах кристалічної ґратки.

Отже, згідно з формулою (25) відносний магнітоопір кристала дорівнює:

$$\frac{\Delta(\rho(B))}{\rho(0)} = \frac{R(\mu^*, T)^2}{\rho(0)^2} \cdot \frac{F_{(r+1)}(\mu^*) F_{(3r)}(\mu^*)}{F_{(2r+1/2)}(\mu^*)^2} \cdot B^2 \quad (31)$$

Ця формула за вимірюваннями відносного магнітоопору дає можливість розрахувати коефіцієнт Холла R_H для травлених ниткоподібних кристалів (рис. 4, крива 1), в яких класичним методом виміряти цей коефіцієнт надзвичайно важко.

В досліджуваних кристалах має місце умова екранування мільких акцепторів дірками. При температурі рідкого гелію, як показують оцінки, в об'ємі кристала концентрація носіїв струму порядку $5,4 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$ (рис. 4, крива 2) і всі вони іонізовані.

слабкого магнітного поля, коли виконується умова $(u(x)B)^2 \ll 1$. Тоді, після нескладних розрахунків, маємо:

$$\rho(B) \cong \rho(0) = \frac{1}{en} \cdot \frac{J(0, 0, \mu^*, T)_{3D}}{J(0, 1, \mu^*, T)_{3D}} = \frac{1}{en U_D(\mu^* T)} \quad (26)$$

де $U_D = \frac{J(0, 1, \mu^*, T)_{3D}}{J(0, 0, \mu^*, T)_{3D}}$ – дрейфова рухливість, а відносний магнітоопір дорівнює:

Для кристалів з невідродженими носіями струму, коли $\mu^* < -4$, маємо:

$$\left(\frac{\Delta(\rho(B))}{\rho(0)} \right)_{\mu^* < -4} = \frac{R_H(\mu^*, T)^2}{\rho(0)^2} \cdot \frac{\Gamma(r+2)\Gamma(3r+1)}{\Gamma(2r+3/2)^2} \cdot B^2, \quad (32)$$

Для масивних зразків в **класично сильному магнітному полі** $(u(x)B)^2 \gg 1$, тому питомий магнітоопір і відносний магнітоопір мають такі значення:

$$\rho(B) = \frac{1}{en} \cdot \frac{J(0, 1, \mu^*, T)_{3D}}{J(0, 0, \mu^*, T)_{3D}} = \frac{1}{en U_H(\mu^*, T)}, \quad (33)$$

де $U_H(\mu^*, T) = \frac{J(0, 0, \mu^*, T)_{3D}}{J(0, -1, \mu^*, T)_{3D}}$ – холлівська рухливість в сильному магнітному полі,

$$\frac{\Delta(\rho(B))}{\rho(0)} = \frac{(\rho(B) - \rho(0))}{\rho(0)} = \left(\frac{\rho(B)}{\rho(0)} - 1 \right) = \left(\frac{U_D(\mu^*, T)}{U_H(\mu^*, T)} - 1 \right) \quad (34)$$

Приведені розрахунки показують, що в слабкому магнітному полі відносний магнітоопір пропорційний квадрату магнітної індукції B^2 , а в сильному магнітному полі цей магнітоопір досягає стаціонарного значення і дорівнює $\left(\frac{U_D(\mu^*, T)}{U_H(\mu^*, T)} - 1 \right)$.

Наведена теоретична концепція дає можливість якісно пояснити експериментальні залежності опору від температури та індукції магнітного поля в інтер-

валі (0 ÷ 14) Тл для травлених ниткоподібних кристалів на основі кремнію р-типу провідності, які добре узгоджуються з експериментальними даними.

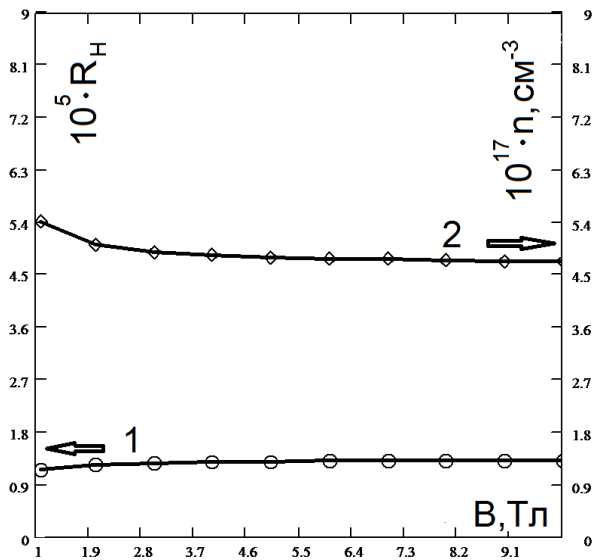


Рис. 4 – Теоретично розраховані залежності: коефіцієнт Холла (1), концентрація носіїв струму (2) для травлених ниткоподібних кристалів кремнію за температури рідкого гелію

У вихідних зразках з нерівномірним розподілом домішки струмоперенесення відбувається у приповерхневому шарі кристала, який, очевидно, сильно збагачений домішками. Натомість струмоперенесення в осові кристалу практично відсутнє і не відіграє суттєвої ролі.

Для опису польових залежностей магнітоопору вихідних зразків необхідно враховувати наявність струмоперенесення у тонкому обмеженому (порядка 100 нм) приповерхневому шарі кристала. У цьому випадку з певним ступенем наближення доцільно використовувати формулу (17) для розрахунку густини струму у двохвимірній структурі. В кристалах із сильновиродженими носіями струму ($\mu^* > +4$), магнітоопір має таке значення:

$$\left(\frac{\Delta(\rho(B))}{\rho(0)} \right)_{\mu^* > +4} = \frac{R(\mu^*, T)^2}{\rho(0)^2} \cdot \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{I(i, j, B, \mu^*, T)_{2D}}{I(i, j, B, \mu^*, T)_{3D}} \left(\frac{\lambda_D}{d} \right) B^2 \quad (35)$$

Peculiarities of Electroconductivity and Magnetoresistance in Silicon Whiskers with Doping Concentration in the Vicinity to Metal-insulator Transition at Low Temperatures

Ya. Budzhak, N. Liakh-Kaguy, I. Ostrovskii, A. Druzhinin

Lviv Polytechnic National University, 12, S. Bandera Str., 79013 Lviv, Ukraine

The electroconductivity and magnetoresistance of the silicon whiskers doped by boron to a concentration corresponding to the proximity to the metal-insulator transition (MIT) were studied in the range of magnetic fields (0 ÷ 14) T at temperatures from 4.2 to 77 K. The kinetic tensors of generalized thermodynamic equations of electrical conductivity were substantiated using a large Gibbs thermodynamic potential. The influence of spatial quantization in the 2D and 1D crystals on their fundamental kinetic properties was shown. The whisker was established to be a natural radial "heterostructure" with different con-

Ця формула якісно добре описує експериментальні залежності магнітоопору (рис. 3, крива 1). При температурі рідкого гелію, як показують оцінки, в приповерхневому шарі кристала існує порядку $5 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ дірок.

5. ВИСНОВКИ

Досліджено температурні залежності опору ниткоподібних кристалів кремнію р-типу в інтервалі температур (4,2 ÷ 77) К. Встановлено, що ниткоподібні кристали мають нерівномірний радіальний розподіл домішки бору, що встановлено шляхом травлення зразка від поверхні та одночасним вимірюванням його опору: опір зразка різко збільшується при стравлюванні приповерхневого шару товщиною порядку 100 нм, а при подальшому травленні виходить на насичення. Нерівномірний розподіл домішки зумовлює особливості струмоперенесення в приповерхневому шарі, характерне для металевих типу провідності.

Після травлення у плавиковій кислоті поверхневого шару кристалу виявлено типовий напівпровідниковий хід температурної залежності опору зразків в усьому досліджуваному діапазоні температур. Опір таких зразків істотно зменшується в температурному інтервалі (4,2 ÷ 10) К, а далі майже не залежить від температури аж до 77 К. Встановлено, що в інтервалі температур (10 ÷ 77) К концентрація некомпенсованих акцепторів становить порядку $5,4 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ і вони всі іонізовані, а дірки вироджені.

Вивчено також залежності магнітоопору кремнію р-типу провідності, легованих бором і за температури рідкого гелію в широкому діапазоні магнітних полів (0 ÷ 14) Тл. Польові залежності магнітоопору вихідних зразків враховують наявність струмоперенесення у приповерхневому шарі кристала, де концентрація дірок становить порядку $5 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Встановлено, що після травлення магнітоопір досліджуваних зразків із сильновиродженими носіями струму описується квадратичною залежністю від індукції магнітного поля. Теоретичні розрахунки магнітоопору добре узгоджуються з експериментальними даними.

tent of dopants in a core and a shell. On the basis of the comparison of the theoretically calculated and experimentally measured magnetic field dependences of the resistance, it was found that the doping content in the shell corresponds to the metal side of the MIT and consist of $N_a \sim 5 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, while in the whisker core corresponds to the insulator side of the transition with $N_a = 5.4 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

Keywords: Silicon, Whiskers, Magnetoresistance, Kinetic properties, Sispersion law.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. A.El. Kaaouachi, A. Nafidi, Ah. Nafidi, G. Biskupski, *Semicond. Sci.Tech.* **18** No 2, 69 (2002)
2. Akira Fujimoto Hiromi Kobori T. Ohyama Y. Kakehi *Physica B* **324** No 1, 1 (2002)
3. N.V. Agrinskaya, V.I. Kozub, T.A. Polyanskaya, A.S. Saidov, *Semiconductors* **33** No 2, 135 (1999).
4. A.I. Veinger, A.G. Zabrodskii, T.V. Tisnek, *Semiconductors* **34** No 7, 746 (2000).
5. I.V. Boyko, M.V. Tkach, Ju.O. Seti, *Phys. Chem. Solid State* **18** No 3, 288 (2017).
6. I.B. Berkutov, V.V. Andriyevskiy, Yu.F. Komnik, Yu.A. Kolesnichenko, A.I. Berkutova, D.R. Ledli, O.A. Mironov, *Low Temp. Phys.* **42**, 111 (2016).
7. О.Т. Богорош, С.О. Воронов, І.О. Шматко, О.А. Шматко, *Металлофизика и новейшие технологии* **35** № 2, 187 (2013) (O.T. Bogorosh, S.O. Voronov, I.O. Shmatko, O.A. Shmatko, *Metallofiz. Noveyshiye Tekhnol.* **35** No 2, 187 (2013)).
8. V.I. Belyavskii, Yu.V. Koraev, *Phys. Usp.* **47**, 409 (2004).
9. А.П. Шпак, А.С. Литовченко, О.А. Калініченко, *Вісник НАУ* **26** No 4, 171 (2005) (A.P. Shpak, A.S. Lytovchenko, O.A. Kalinichenko, *Visnyk NAU* **26** No 4, 171 (2005)) [In Ukrainian].
10. A.I. Golovashkin, *Sov. Phys. Usp.* **30**, 659 (1987).
11. Э.А. Пашицкий *ФТТ* **1**, 46 (1989) (E.A. Pashitskiy, *Phys. Solid State* **1**, 46 (1989)) [In Russian].
12. E.G. Maksimov, *Phys. Usp.* **43**, 965 (2000).
13. V.I. Belyavskii, Yu.V. Koraev, *Phys. Usp.* **47**, 409 (2004).
14. В.Ф. Геден, *Науковий вісник Ужгородського університету. Фізика* **31**, 129 (2012) (V.F. Hedeon, *Naukovyy visnyk Uzhhorods'koho universytetu. Fizyka* **31**, 129 (2012)).
15. S.I. Borisenko, *Semiconductors* **37** No 9, 1093 (2003).
16. С.В. Луцьов, О.В. Бурбан, Л.А. Косинець, А.І. Цизь, Т.В. Максимчук, *Перспективні технології та прилади* **4**, 8 (2014) (S.V. Lun'ov, O.V. Burban, L.A. Kosynets', A.I. Tsyuz', T.V. Maksymchuk, *Perspektyvni tekhnolohiyi ta prylady* **4**, 8 (2014)) [In Ukrainian].
17. В.З. Куцова, О.А. Носко, А.М. Сулай, *Вісник Дніпропетровського університету. Ракетно-космічна техніка* **1** No 18, 84 (2015) (V.Z. Kutsova, O.A. Nosko, A.M. Sulay, *Visnyk Dnipropetrovs'koho universytetu. Raketno-kosmichna tekhnika* **1** No 18, 84 (2015)).
18. Qingyun Zhang, Udo Schwingenschlögl, *Phys. Rev. B* **97**, 155415 (2018).
19. А.А. Дружинин, І.Р. Островський, Ю.М. Ховерко, N.S. Liakh-Kaguj, І.Р. Когут, *Mater. Sci. Semicond. Proc.* **14** No 1, 18 (2011).
20. А.А. Дружинин, І.І. Марьямова, О.Р. Кутраков, N.S. Liakh-Kaguy, T. Palewski, *Func. Mater.* **19** No 3, 325 (2012).
21. S. Yatsukhnenko, A. Druzhinin, I.Ostrovskii, Yu. Khoverko, M. Chernetskiy, *Nanoscale Res. Lett.* **12**, 78 (2017).
22. J.S. Budjak, *Phys. Chem. Solid State* **18** No 1, 7 (2017).
23. І.М. Пазуха, І.Ю. Проценко, І.В. Чешко *Фізичні властивості плівкових матеріалів мікро- і наноелектроніки: навчальний посібник: у 2 ч.* (Ред. І.Ю. Проценко) (Суми: Сумський державний університет: 2014) (I.M. Pazukha, I.Yu. Protsenko, I.V. Cheshko, *Fizychni vlastyvoli plivkovykh materialiv mikro- i nanoelektroniky: navchal'nyu posibnyk: u 2 ch.* (Red. I.Yu. Protsenko) (Sumy: Sums'kyu derzhavnyu universytet: 2014)) [In Ukrainian].