

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кваліфікаційна наукова праця  
на правах рукопису

Волк Юрій Юрійович

УДК 621.373

**ДИСЕРТАЦІЯ**

Мультигармонічні двопотокові супергетеродинні ЛВЕ з гвинтовими  
електронними пучками

01.04.01 – фізика приладів, елементів і систем  
Фізико-математичні науки

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних  
наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,  
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_Ю. Ю. Волк

Науковий керівник – Лисенко Олександр Володимирович, д-р фіз.-мат. наук,  
професор

Суми – 2019

## АНОТАЦІЯ

*Волк Ю.Ю.* Мультигармонічні двопотокові супергетеродинні ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук (доктора філософії) за спеціальністю 01.04.01 «Фізика приладів, елементів і систем». – Сумський державний університет, Суми, 2019.

Дисертаційна робота присвячена теоретичному дослідженню формування мультигармонічними двопотоковими лазерами на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками потужного електромагнітного випромінювання з широким частотним спектром, встановленню закономірностей множинних трихвильових параметричних резонансних взаємодій між гармоніками електромагнітних хвиль різного типу, визначенню оптимальних умов роботи таких пристроїв.

Для досягнення поставленої мети, виходячи з квазігідродинамічного рівняння, рівняння неперервності та рівнянь Максвелла, на основі методу усереднених характеристик була побудована система самоузгоджених кубічно-нелінійних рівнянь для амплітуд гармонік електромагнітних хвиль як для односекційних, так і для клістронних моделей мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерів на вільних електронах Н-убітронного типу з гвинтовими електронними пучками. Враховані множинні трихвильові резонансні взаємодії різного типу. З'ясовано, що множинні взаємодії хвиль у таких системах є визначальними для формування електромагнітного сигналу з широким частотним спектром.

Уперше запропоновано використовувати гвинтові релятивістські електронні пучки у мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах, які працюють у режимі, коли частота першої гармоніки електромагнітного сигналу набагато менша за критичну частоту двопотокової нестійкості, основним призначенням яких є формування

потужного електромагнітного випромінювання з широким частотним спектром. З'ясовано, що використання гвинтових електронних пучків у таких пристроях призводить до зменшення повздовжніх габаритів та збільшенню ширини частотного спектра електромагнітної хвилі порівняно з мультигармонічними двопотоковими супергетеродинними ЛВЕ, які використовують прямолінійні електронні пучки.

Уперше з'ясовано, що у двопотокових гвинтових релятивістських електронних пучках одночасно реалізується велика кількість трихвильових параметричних резонансних взаємодій (множинні резонансні взаємодії) між гармоніками хвилі просторового заряду. Це явище обумовлено лінійністю дисперсійної залежності хвиль просторового заряду, яка зростає завдяки ефекту двопотокової нестійкості в двошвидкісному гвинтовому релятивістському пучку. Завдяки цьому, між гармоніками таких хвиль виникають множинні параметричні резонанси, які приводять до збудження десятків і більше гармонік, що дозволяє у досліджуваному пристрої формувати електромагнітні хвилі з широким частотним спектром.

Уперше з'ясовано, що інкременти зростання хвиль просторового заряду у двопотокових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими релятивістськими електронними пучками, які обумовлені двопотоковою нестійкістю, зростають за умови збільшення кута вльоту електронного пучка відносно фокусувального магнітного поля і є більшими порівняно з аналогічними пристроями, які використовують прямолінійні релятивістські пучки. Завдяки цьому, в двопотоковому супергетеродинному ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками має місце збільшення темпів підсилення електромагнітної хвилі сигналу на  $\sim 15\%$  при збільшенні кута вльоту електронного пучка відносно поздовжнього фокусувального магнітного поля з  $0^\circ$  до  $30^\circ$ . Через це формування мультигармонічної електромагнітної хвилі у досліджуваних пристроях відбувається на менших довжинах.

Уперше показано, що критична частота двопотокової нестійкості у гвинтових двопотокових електронних пучках зростає зі збільшенням кута

вльоту. Завдяки цьому, ширина частотного спектра мультигармонічної хвилі просторового заряду у двопотокових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими релятивістськими електронними пучками, яка визначається різницею між критичною частотою двопотокової нестійкості та частотою першої гармоніки сигналу, є більшою порівняно з пристроями, які використовують прямолінійні релятивістські електронні пучки. За умови збільшення кута вльоту пучка з  $0^\circ$  до  $20^\circ$  ширина спектра мультигармонічної хвилі у двопотоковому супергетеродинному ЛВЕ з гвинтовим релятивістським електронним пучком збільшується приблизно у 1,5 рази.

Досліджені шляхи збільшення ширини частотного спектра мультигармонічної хвилі просторового заряду для їх використання в мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах. Продемонстровано, що ширина частотного спектра мультигармонічної хвилі просторового заряду збільшується зі збільшенням середнього значення плазмової частоти, кута вльоту пучка, середнього значення релятивістського фактора і зі зменшенням різниці релятивістських факторів. При цьому у спектрі такої хвилі збільшується число високочастотних гармонік. З'ясовано, що рівні насичення мультигармонічної хвилі просторового заряду при збільшенні кута вльоту пучка, середнього значення релятивістського фактора і зменшенні різниці релятивістських факторів зменшуються, а при збільшенні плазмової частоти амплітуди мультигармонічної ХПЗ збільшуються.

Проведено теоретичний аналіз у кубічному нелінійному наближенні формування потужного електромагнітного випромінювання з широким частотним спектром мультигармонічними двопотоковими лазерами на вільних електронах клістронного типу з гвинтовими електронними пучками. Знайдені оптимальні режими роботи таких пристроїв. Встановлено, що у випадку використання у досліджуваному ЛВЕ електричного струму силою  $\sim 6$  кА, потужність мультигармонічних електромагнітних хвиль у діапазоні

частот від 2,7 мм до 0,08 мм, у якому гармоніки мають співставні амплітуди, складає  $\sim 0,5$  МВт.

Проведено вивчення впливу мультигармонічного вхідного сигналу з вузьким частотним спектром на динаміку формування потужної мультигармонічної електромагнітної хвилі в односекційних мультигармонічних ДСЛВЕ-підсилювачах з гвинтовими електронними пучками. Проаналізовані залежності амплітуд напруженостей електричних полів гармонік хвилі сигналу від поздовжньої координати системи як у випадку монохроматичного, так і мультигармонічного вхідного сигналу. Уперше показано, що в разі використання мультигармонічного вхідного сигналу, що складається з невеликої кількості гармонік, формування потужної мультигармонічної електромагнітної хвилі в мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ відбувається на довжинах у два і більше разів менших порівняно з системами, на вхід яких подається монохроматичний вхідний сигнал.

Отримав подальший розвиток метод усереднених характеристик в частині застосування для задачі мультигармонічного двошвидкісного супергетеродинного ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками. В алгоритмі асимптотичного інтегрування була використана заміна змінних, яка пов'язана з моделюванням обертового руху електронів у повздовжньому магнітному полі. Сутність такої заміни полягає розділенні руху на повільний під дією фокусувального магнітного поля та швидкоосцилюючий рух під дією електромагнітних полів, що розповсюджуються у досліджуваному лазері на вільних електронах. Така заміна дозволяє легко звести рівняння руху до стандартного вигляду методу усереднених характеристик та спрощує алгоритм асимптотичного інтегрування задачі руху заряджених частинок.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що отримана у дисертаційній роботі система самоузгоджених кубічно-нелінійних рівнянь для амплітуд електромагнітних хвиль у мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими

релятивістськими електронними пучками дозволяє визначити оптимальні параметри пристроїв, які здатні формувати потужні електромагнітні хвилі з широким частотним спектром в міліметровому – інфрачервоному діапазоні довжин хвиль. За допомогою отриманої системи можна аналізувати варіанти конкретних експериментальних конструкцій, вона може бути основою для розрахунків формувачів надкоротких (в тому числі і фемтосекундних) кластерів електромагнітних хвиль. Отримані у роботі алгоритми дослідження множинних взаємодій різного типу можна використовувати також для аналізу динаміки електромагнітних хвиль в інших пристроях релятивістської плазмової електроніки.

**Ключові слова:** супергетеродинний лазер на вільних електронах, множинні трихвильові параметричні резонанси, двопотокова нестійкість, гвинтові релятивістські електронні пучки, метод усереднених характеристик.

### **Список публікацій здобувача за темою дисертації**

#### **1. Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати**

1. Kulish V. V. Plural interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V.V. Koval, **I.I. Volk** // Chinese Physics B. — 2015. — Vol. 24, No. 9. — P. 95201.

2. Kulish V. V. Forming of ultrashort electromagnetic clusters by two-stream superheterodyne free electron lasers / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V.V. Koval, **I.I. Volk** // Acta Physica Polonica A. — 2017. — Vol. 131, No. 1. — P. 213–221.

3. Lysenko A. Forming of space charge wave with broad frequency spectrum in helical relativistic two-stream electron beams / A. Lysenko, **I. Volk**, A. Serozhko, O. Rybalko // Chinese Physics Letters. — 2017. — Vol. 34, No. 7. — P. 75202.

4. Кулиш В. К теории формирования широкого мультигармонического спектра в двухпотоковом релятивистском электронном пучке / В. Кулиш, А. Лысенко, М. Ромбовский, В. Коваль,

**Ю. Волк** // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика. — 2013. — No. 34. — P. 182–188.

5. Lysenko A. V. Plural interactions of waves in multiharmonic two-stream superheterodyne free-electron lasers with helical electron beams / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**, G. A. Oleksiienko // Journal of Nano- and Electronic Physics. — 2018. — Vol. 10, No. 2. — P. 2014-1-2014–9.

6. Lysenko A. Influence of two-stream relativistic electron beam parameters on the space-charge wave with broad frequency spectrum formation / A. Lysenko, **I. Volk** // Plasma Science and Technology. — 2018. — Vol. 20, No. 3. — P. 35002.

## 2. Наукові праці апробаційного характеру

7. Кулиш В.В. К теории формирования широкого мультигармонического спектра в двухпотоковом релятивистском электронном пучке / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, М.Ю. Ромбовский, В.В. Коваль, **Ю.Ю. Волк** // Програма і тези доповідей міжнародної конференції молодих учених і аспірантів ІЕФ-2013, (Ужгород, 20–23 травня 2013) – Ужгород, 2013. – С. 193.

8. Kulish V.V. The Influence Of Parameters Of A Two-Speed Relativistic Electron Beam On The Spectral Shape Of The Growing Waves Of Space Charge / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, M.Y. Rombovsky, V.V. Koval, **Y.Y. Volk** // Optics & High Technology Material Science (SPO 2013) : 14th International Young Scientist Conference, (Kyiv, 24–27 October 2013) – Kyiv, 2013. – P. 145.

9. Lysenko A. V. Multiharmonic interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V. V. Koval, **I. I. Volk**. // Праці X міжнародної конференції «Електроніка та прикладна фізика», (Київ, 22–25 жовтня 2014) — Київ, 2014 — С.140—141.

10. Lysenko A. V. Ultrashort electromagnetic clusters formation in two-stream superheterodyne free electron lasers / A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky,

V. V. Koval, **I. I. Volk**. // International Conference of young scientists and post-graduates IEP-2015 : proceedings, (Uzhgorod, 18–22 May 2015), — Uzhgorod, 2015 — P.117.

11. Kulish V. Two-Stream Superheterodyne Free Electron Lasers as Formers of Ultrashort Electromagnetic Clusters / V. Kulish, A. Lysenko, **I. Volk**. // Proceedings of 9th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW-2016), (Kharkiv, 21-24 June 2016), Kharkiv 2016, 2016. C-8 (3 pp).

12. Kulish V. Modification of the method of averaged characteristics for multiharmonic problems in high-current electronics devices / V. Kulish, A. Lysenko, G. Oleksiienko, **I. Volk**. // Proceedings of IEEE International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-2016), (Lviv, 05–07 July 2016) — Lviv 2016 — pp. 377–380.

13. Kulish V. V. Ultrashort electromagnetic clusters formation by two-stream superheterodyne free electron lasers / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, **I. I. Volk**, O. Rybalko. // Proceedings of 41st International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz waves (IRMMW-THz), (Copenhagen 25-30 Sept. 2016)— Copenhagen, 2016 — H4E.2 (2pp).

14. Lysenko A. V. Multiharmonic Spectrum Forming in Transit Section of Two-Stream Superheterodyne FEL with Non-Axial Beam Injection / A. V. Lysenko, **I. I. Volk** // Proceedings of International Young Scientists Conference Optics and High Technology Material Science SPO 2016, (Kyiv, 27–30 October 2016) — Kyiv, 2016 — P.139

15. Lysenko A. V. Modelling of Space Charge Wave with Broad Frequency Spectrum Forming in Helical Relativistic Two-Stream Electron Beam / A. V. Lysenko, A. S. Serozhko, **I. I. Volk**. // Proceedings of International Conference of Students and Young Scientists in Theoretical and Experimental Physics Heureka-2017, (Lviv, 16–18 May 2017) — Lviv, 2017 — P.H2

16. Lysenko A. Plural three-wave resonances of space charge wave harmonics in transit section of klystron-type two-stream FEL with helical electron



beam / A. Lysenko, **I. Volk**, A. Serozhko, O. Rybalko // Proceedings of IEEE Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium (MRRS-2017), (Kyiv, 29-31 Aug. 2017) — Kyiv, 2017 — P.163-168.

17. Лисенко О. В.. Множинні резонансні взаємодії в двопотоковому лазері на вільних електронах клістронного типу із гвинтовим електронним пучком / О.В. Лисенко, **Ю.Ю. Волк**, А.С. Серьожко, О.О. Рибалко // Proceedings of International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics UkrMiCo-2017, (Одеса, 11-15 вересня 2017) — Одеса, 2017 — P. 170-174.

18. Lysenko A. V. Helical Two-Stream Relativistic Electron Beam Parameters Influence on Space Charge Wave with Broad Frequency Spectrum Forming / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**. // Праці XIII міжнародної конференції «Електроніка та прикладна фізика», (Київ, 24–27 жовтня 2017) — Київ, 2017 — С.186—187.

19. Lysenko A. V. On Multiharmonic Signal Amplification in Two-Stream Superheterodyne FELs with Helical Electron Beams / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**. // Proceedings of International Conference of Students and Young Scientists in Theoretical and Experimental Physics Heureka-2018, (Lviv, 15–17 May 2018) — Lviv, 2018 — P.НЗ

20. Lysenko A. V. Modified Scheme of Asymptotic Integration in Theory of Multiharmonic Devices of High-Current Electronics Using Helical Relativistic Electron Beams / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**, G. A. Oleksiienko. // Proceedings of 2018 IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET\*2018), (Kiev, 02-05 July 2018) — Kiev, 2018 — P. 310-313.

21. Lysenko A. V. Application of Modified Asymptotic Integration Scheme in Theory of Multiharmonic Two-Stream FELs with Helical Electron Beams / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**, G. A. Oleksiienko. // Proceedings of 2018 IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET\*2018), (Kiev, 02-05 July 2018) — Kiev, 2018 — P. 318-321.

22. Lysenko A. On Theory of Multiharmonic Two-Stream Superheterodyne FELs with Helical Electron Beams / A. Lyseko, **I. Volk**, O. Rybalko // Proceedings of 9th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS-2018), (Odessa, 4 – 7 September 2018) – Odessa, 2018 – P. 304–309.

### **3. Праці, які додатково відображають наукові результати**

23. Lysenko A. Multiple three-wave resonances in two-stream free-electron laser with a helical electron beam / A. Lysenko, **I. Volk**, A. Serozhko, O. Rybalko // Information and Telecommunication Sciences. — 2018. — No. 1. — P. 58–64.

## **SUMMARY**

*Volk I. I.* Multiharmonic two-stream superheterodyne FELs with helical electron beams. — Manuscript.

PhD thesis submitted for the degree of a candidate of physical and mathematical sciences (doctor of philosophy), speciality 01.04.01 Physics of devices, elements and systems. — Sumy State University, Sumy, 2018.

The thesis is devoted to the theoretical study of the formation of powerful electromagnetic radiation with a wide frequency spectrum by multi-harmonic two-stream free-electron lasers with helical electron beams, the establishment of regularities of multiple three-wave parametric resonance interactions between harmonics of different electromagnetic wave types, and determination of optimal operation conditions of such devices.

To achieve this goal, a self-consistent cubic-nonlinear equations system for the electromagnetic waves harmonics amplitudes was constructed for both single-sectional and klystron models of multiharmonic two-stream superheterodyne free-electron lasers of H-ubitron type with helical electron beams based on the method of averaged characteristics applied to the quasi-hydrodynamic equation, the equation of continuity and the Maxwell equations. Various types of three-wave resonance interactions are considered. It was found that the plural interactions of

waves in such systems are decisive for the formation of electromagnetic signal with wide frequency spectrum.

It was proposed for the first time to use helical relativistic electron beams in multiharmonic two-stream superheterodyne free-electron lasers operating in a mode when the frequency of the first electromagnetic signal harmonic is much smaller than the two-stream instability critical frequency, the main purpose of which is to form powerful electromagnetic radiation with wide frequency spectrum. It was found that the helical electron beams application in such devices leads to a decrease in longitudinal dimensions and to an increase in the width of the frequency spectrum of electromagnetic wave compared with the multiharmonic two-stream superheterodyne FELs using straight electron beams.

It was first discovered that a large number of three-wave parametric resonant interactions (plural resonant interactions) between the harmonics of the space charge wave are simultaneously realized in two-stream helical relativistic electron beams. This phenomenon occurs due to the linearity of the dispersion dependence of the space charge waves, increasing due to the two-stream instability effect in two-stream helical relativistic beam. Due to this, there are plural parametric resonances between the harmonics of such waves, which lead to the excitation of dozens or more harmonics, which allows the device under study to form electromagnetic waves with wide frequency spectrum.

It was first discovered that the space charge wave growth rates in two-stream superheterodyne FELs with helical relativistic electron beams, caused by two-stream instability, increase with the increase of the electron beam injection angle relative to the focusing magnetic field and are larger compared to similar devices using straight relativistic beams. Due to this, there is an increase in the amplification of the electromagnetic signal wave by  $\sim 15\%$  with an increase in the injection angle of the electron beam relative to the longitudinal focusing magnetic field from  $0^\circ$  to  $30^\circ$ . Because of this, the formation of a multiharmonic electromagnetic wave in the investigated devices takes place at smaller lengths.

It has been shown for the first time that the critical frequency of two-stream instability in helical two-stream electron beams increases with an increase of the injection angle. Due to this, the frequency spectrum width of the multiharmonic space charge wave in two-stream superheterodyne FEL with helical relativistic electron beams, which is determined by the difference between the critical frequency of two-stream instability and the frequency of the first signal harmonic, is greater compared to devices using straight relativistic electron beams. With the increase of the beam injection angle from  $0^\circ$  to  $20^\circ$ , the width of the multiharmonic wave spectrum in two-stream superheterodyne FEL with helical relativistic electron beam increases approximately by a factor of 1.5.

The ways of the frequency spectrum width of the multiharmonic space charge wave increasing for its use in multiharmonic two-stream superheterodyne free-electron lasers are investigated. It has been shown that multiharmonic space charge wave frequency spectrum width increases with an increase in the average value of the plasma frequency, the beam injection angle, the average value of the relativistic factor, and the decrease in the relativistic factors difference. In this case, the number of high-frequency harmonics increases in the spectrum of such wave. It has been found that the saturation levels of the multiharmonic space charge wave are decreased with the increase of the beam angle, the average value of the relativistic factor and the decrease in relativistic factors difference, and are increased with the increase of the plasma frequency of the multiharmonic space charge wave.

The theoretical analysis of powerful electromagnetic radiation with wide frequency spectrum forming by multiharmonic two-stream superheterodyne free-electron lasers of klystron-type with helical electron beams was carried out in the cubic nonlinear approximation. The optimal operation modes of such devices have been found. It has been established that in the case of using an  $\sim 6$  kA electric current in the investigated FELs, the power of multiharmonic electromagnetic waves in the frequency range from 2.7 mm to 0.08 mm, in which harmonics have comparable amplitudes, is  $\sim 0.5$  MW.

The influence of multiharmonic input signal with a narrow frequency spectrum on the powerful multiharmonic electromagnetic wave forming dynamics in single-sectional multiharmonic TSFEL amplifiers with helical electron beams has been studied. The signal wave electric field harmonics amplitudes dependences on the system longitudinal coordinate in the case of a monochromatic and multiharmonic input signal have been analyzed. It has been shown for the first time that in the case of multiharmonic input signal consisting of a small number of harmonics using, the forming of powerful multiharmonic electromagnetic wave in multiharmonic two-stream superheterodyne FELs occurs at two and more times smaller lengths than the systems with monochromatic input signal.

The method of the averaged characteristics has been developed in the part of application for the multiharmonic two-stream superheterodyne FELs with helical electron beams problem. The variable substitution related to the rotating motion of electrons in a longitudinal magnetic field simulation has been used in the asymptotic integration algorithm. The essence of such a substitution is the separation of the slow and rapidly oscillating motions under the action of the focal magnetic field and the electromagnetic fields, propagating in the studied FEL, respectively. This substitution makes it easy to reduce the equation of motion to the standard form of the method of averaged characteristics and simplifies the asymptotic integration algorithm of the charged particle motion problem.

The practical significance of the results obtained in the dissertation paper is that the system of self-consistent cubic-nonlinear equations for the electromagnetic wave amplitudes in multiharmonic two-stream superheterodyne FELs with helical relativistic electron beams allows us to determine the optimal parameters of devices capable of forming powerful electromagnetic waves with wide frequency spectrum in millimeter-infrared wavelength range. With the help of the obtained system it is possible to analyze variants of exact experimental designs. The system can be the basis for calculations of ultrashort (including femtosecond) cluster of electromagnetic waves formers. The research algorithms of plural interactions of

different types obtained in the work can also be used to analyze the electromagnetic waves dynamics in other devices of relativistic plasma electronics.

**Keywords:** superheterodyne free-electron laser, plural three-wave parametric resonances, two-stream instability, helical relativistic electron beams, method of averaged characteristics.

### **The publication list of the applicant of PhD thesis**

#### **1. Works containing main scientific results**

1. Kulish V. V. Plural interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V.V. Koval, **I.I. Volk** // Chinese Physics B. — 2015. — Vol. 24, No. 9. — P. 95201.

2. Kulish V. V. Forming of ultrashort electromagnetic clusters by two-stream superheterodyne free electron lasers / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V.V. Koval, **I.I. Volk** // Acta Physica Polonica A. — 2017. — Vol. 131, No. 1. — P. 213–221.

3. Lysenko A. Forming of space charge wave with broad frequency spectrum in helical relativistic two-stream electron beams / A. Lysenko, **I. Volk**, A. Serozhko, O. Rybalko // Chinese Physics Letters. — 2017. — Vol. 34, No. 7. — P. 75202.

4. Kulish V. To the theory of formation a wide multiharmonic spectrum in two-stream relativistic electron beam / V. Kulish, A. Lysenko, M. Rombovsky, V. Koval, **I. Volk** // Scientific Herald of Uzhgorod University. Physics Series. — 2013. — No. 34. — P. 182–188.

5. Lysenko A. V. Plural interactions of waves in multiharmonic two-stream superheterodyne free-electron lasers with helical electron beams / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**, G. A. Oleksiienko // Journal of Nano- and Electronic Physics. — 2018. — Vol. 10, No. 2. — P. 2014-1-2014-9.

6. Lysenko A. Influence of two-stream relativistic electron beam parameters on the space-charge wave with broad frequency spectrum formation /

A. Lysenko, **I. Volk** // Plasma Science and Technology. — 2018. — Vol. 20, No. 3. — P. 35002.

## 2. Scientific works of approbatory character

7. Kulish V.V. To the theory of formation a wide multiharmonic spectrum in two-stream relativistic electron beam / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, M.Y. Rombovsky, V.V. Koval, **Y.Y. Volk** // International Conference of young scientists and post-graduates IEP-2013: proceedings, (Uzhgorod, 20–23 May 2013) – Uzhgorod, 2013. – C. 193.

8. Kulish V.V. The Influence Of Parameters Of A Two-Speed Relativistic Electron Beam On The Spectral Shape Of The Growing Waves Of Space Charge / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, M.Y. Rombovsky, V.V. Koval, **Y.Y. Volk** // Optics & High Technology Material Science (SPO 2013) : 14th International Young Scientist Conference, (Kyiv, 24–27 October 2013) – Kyiv, 2013. – P. 145.

9. Lysenko A. V. Multiharmonic interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V. V. Koval, **I. I. Volk**. // Proceedings of X International Conference «Electronics and Applied Physics», (Kyiv, 22–25 October 2014) — Kyiv, 2014 — C.140—141.

10. Lysenko A. V. Ultrashort electromagnetic clusters formation in two-stream superheterodyne free electron lasers / A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V. V. Koval, **I. I. Volk**. // International Conference of young scientists and post-graduates IEP-2015: proceedings, (Uzhgorod, 18–22 May 2015), — Uzhgorod, 2015 — P.117.

11. Kulish V. Two-Stream Superheterodyne Free Electron Lasers as Formers of Ultrashort Electromagnetic Clusters / V. Kulish, A. Lysenko, **I. Volk**. // Proceedings of 9th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW-2016), (Kharkiv, 21-24 June 2016), Kharkiv 2016, 2016. C-8 (3 pp).

12. Kulish V. Modification of the method of averaged characteristics for multiharmonic problems in high-current electronics devices / V. Kulish, A. Lysenko, G. Oleksienko, **I. Volk**. // Proceedings of IEEE International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-2016), (Lviv, 05–07 July 2016) — Lviv 2016 — pp. 377–380.

13. Kulish V. V. Ultrashort electromagnetic clusters formation by two-stream superheterodyne free electron lasers / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, **I. I. Volk**, O. Rybalko. // Proceedings of 41st International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz waves (IRMMW-THz), (Copenhagen 25-30 Sept. 2016)— Copenhagen, 2016 — H4E.2 (2pp).

14. Lysenko A. V. Multiharmonic Spectrum Forming in Transit Section of Two-Stream Superheterodyne FEL with Non-Axial Beam Injection / A. V. Lysenko, **I. I. Volk** // Proceedings of International Young Scientists Conference Optics and High Technology Material Science SPO 2016, (Kyiv, 27–30 October 2016) — Kyiv, 2016 — P.139

15. Lysenko A. V. Modelling of Space Charge Wave with Broad Frequency Spectrum Forming in Helical Relativistic Two-Stream Electron Beam / A. V. Lysenko, A. S. Serozhko, **I. I. Volk**. // Proceedings of International Conference of Students and Young Scientists in Theoretical and Experimental Physics Heureka-2017, (Lviv, 16–18 May 2017) — Lviv, 2017 — P.H2

16. Lysenko A. Plural three-wave resonances of space charge wave harmonics in transit section of klystron-type two-stream FEL with helical electron beam / A. Lysenko, **I. Volk**, A. Serozhko, O. Rybalko // Proceedings of IEEE Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium (MRRS-2017), (Kyiv, 29-31 Aug. 2017) — Kyiv, 2017 — P.163-168.

17. Lysenko A. Plural Resonant Interactions in Two-Stream Free-Electron Laser of Klystron Type with Helical Electron Beam / A. Lysenko, **I. Volk**, A. Serozhko, O. Rybalko // Proceedings of International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics UkrMiCo-2017, (Odesa, 11-15 Sept. 2017) — Odesa, 2017 — P. 170-174.



18. Lysenko A. V. Helical Two-Stream Relativistic Electron Beam Parameters Influence on Space Charge Wave with Broad Frequency Spectrum Forming / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**. // Proceedings of XIII International Conference «Electronics and Applied Physics», (Kyiv, 24–27 October 2017) — Kyiv, 2017 — C.186—187.

19. Lysenko A. V. On Multiharmonic Signal Amplification in Two-Stream Superheterodyne FELs with Helical Electron Beams / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**. // Proceedings of International Conference of Students and Young Scientists in Theoretical and Experimental Physics Heureka-2018, (Lviv, 15–17 May 2018) — Lviv, 2018 — P.H3

20. Lysenko A. V. Modified Scheme of Asymptotic Integration in Theory of Multiharmonic Devices of High-Current Electronics Using Helical Relativistic Electron Beams / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**, G. A. Oleksiienko. // Proceedings of 2018 IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET\*2018), (Kiev, 02-05 July 2018) — Kiev, 2018 — P. 310-313.

21. Lysenko A. V. Application of Modified Asymptotic Integration Scheme in Theory of Multiharmonic Two-Stream FELs with Helical Electron Beams / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**, G. A. Oleksiienko. // Proceedings of 2018 IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET\*2018), (Kiev, 02-05 July 2018) — Kiev, 2018 — P. 318-321.

22. Lysenko A. On Theory of Multiharmonic Two-Stream Superheterodyne FELs with Helical Electron Beams / A. Lyseko, **I. Volk**, O. Rybalko // Proceedings of 9th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS-2018), (Odessa, 4 – 7 September 2018) – Odessa, 2018 – P. 304–309.

### **3. Works containing additional scientific results**

23. Lysenko A. Multiple three-wave resonances in two-stream free-electron laser with a helical electron beam / A. Lysenko, **I. Volk**, A. Serozhko, O. Rybalko // Information and Telecommunication Sciences. — 2018. — No. 1. — P. 58–64.

## ЗМІСТ

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	20
ВСТУП .....	21
РОЗДІЛ 1 ДВОПОТОКОВІ СУПЕРГЕТЕРОДИННІ ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ (ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ).....	28
1.1. Супергетеродинні лазери на вільних електронах.....	28
1.1.1. Ефект супергетеродинного підсилення .....	28
1.1.2. Типи супергетеродинних лазерів на вільних електронах .....	30
1.2. Двопотоківі супергетеродинні ЛВЕ, що працюють в режимі максимального сигналу.....	34
1.3. Мультигармонічні двопотоківі супергетеродинні ЛВЕ з прямолінійними електронними пучками .....	37
1.4. Методи аналізу динаміки хвиль та частинок в теорії сильнострумових ЛВЕ.....	42
1.5. Висновки до розділу 1 .....	46
РОЗДІЛ 2 МНОЖИННІ РЕЗОНАНСНІ ВЗАЄМОДІЇ У ДВОПОТОКОВОМУ СУПЕРГЕТЕРОДИННОМУ ЛАЗЕРІ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ КЛІСТРОННОГО ТИПУ З ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ .....	48
2.1. Модель мультигармонічного ДСЛВЕ з гвинтовими електронними пучками клістронного типу. ....	48
2.2. Множинні резонансні взаємодії .....	55
2.3. Застосування модернізованого методу усереднених характеристик до теорії мультигармонічних ДСЛВЕ.....	58
2.4. Висновки до розділу 2.....	65
РОЗДІЛ 3 ФОРМУВАННЯ ХПЗ З ШИРОКИМ ЧАСТОТНИМ СПЕКТРОМ У ПРОЛІТНІЙ СЕКЦІЇ ДСЛВЕ З ГВИНТОВИМ РЕП.....	66
3.1. Модель .....	66
3.2. Кубічно-нелінійна теорія множинних взаємодій гармонік ХПЗ в пролітній секції .....	68

3.3. Аналіз процесів формування мультигармонічної хвилі просторового заряду у слабосигнальному наближенні .....	75
3.4. Формування хвилі просторового заряду з широким частотним спектром у кубічно-нелінійному наближенні.....	83
3.4.1. Спектри мультигармонічної ХПЗ для різних кутів вльоту пучка .....	83
3.4.2. Спектри мультигармонічної ХПЗ для різних середніх значень релятивістського фактора.....	84
3.4.3. Спектри мультигармонічної ХПЗ для різних значень різниці парціальних релятивістських факторів.....	87
3.4.4. Спектри мультигармонічної ХПЗ для різних середніх значень парціальних плазмових частот .....	89
3.4.5. Спектри мультигармонічної ХПЗ для різних значень різниці парціальних плазмових частот .....	91
3.5. Висновки до розділу 3 .....	93
<b>РОЗДІЛ 4 ФОРМУВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ СИГНАЛІВ У МУЛЬТИГАРМОНІЧНИХ ДСЛВЕ З ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ.....</b>	<b>95</b>
4.1. Узагальнена теоретична модель секції модуляції та прикінцевої секції.....	95
4.2. Кубічно-нелінійні рівняння для амплітуд гармонік електромагнітних полів.....	100
4.3. Слабосигнальне наближення .....	111
4.4. Формування мультигармонічної електромагнітної хвилі з широким частотним спектром.....	118
4.5. Висновки до розділу 4 .....	123
<b>ОСНОВНІ ВИСНОВКИ .....</b>	<b>124</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....</b>	<b>126</b>
<b>ДОДАТОК А.....</b>	<b>145</b>

**СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ**

ХПЗ	– хвиля просторового заряду;
ЛВЕ	– лазер на вільних електронах;
ДСЛВЕ	– двопотоковий супергетеродинний лазер на вільних електронах;
РЕП	– релятивістський електронний пучок;
НВЧ	– надвисока частота;
<i>c.c.</i>	– complex conjugate (комплексно-спряжена величина);
<i>c</i>	– швидкість світла;
<i>e</i>	– заряд електрона;
$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$	– орти осей <i>X</i> , <i>Y</i> , <i>Z</i> відповідно;
<i>i</i>	– уявна одиниця;
$m_e$	– маса електрона;
$\gamma$	– релятивістський фактор.

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Створення джерел потужного випромінювання в міліметровому–інфрачервоному діапазоні є одним з основних перспективних напрямків розвитку релятивістської плазмової електроніки [1–3]. Не зважаючи на те, що випромінювання цього діапазону широко використовується, пристроїв, здатних створювати потужне випромінювання в міліметровому–інфрачервоному діапазоні, існує досить мало. Серед різних пристроїв цього діапазону необхідно виділити супергетеродинні лазери на вільних електронах (ЛВЕ) [1, 4–15]. Особливістю цих приладів є те, що порівняно з іншими типами лазерів на вільних електронах вони характеризуються надзвичайно високими підсилювальними властивостями, меншими габаритами. Це обумовлено тим, що супергетеродинні ЛВЕ використовують додатковий механізм підсилення, пов'язаний із пучковими нестійкостями. Так, двопотоковий супергетеродинний лазер на вільних електронах (ДСЛВЕ) використовує як додатковий механізм підсилення двопотокову нестійкість. Як відомо, пучкові нестійкості характеризуються виключно високими темпами підсилення, що й обумовлює вищезазначені властивості супергетеродинних ЛВЕ.

Відомо, що ДСЛВЕ [16–18] можуть працювати і в режимах, коли генерується велика кількість (десятки і більше) гармонік електромагнітного поля із зіставними амплітудами. Тобто такі мультигармонічні ДСЛВЕ здатні формувати потужні електромагнітні хвилі з широким частотним спектром, зокрема, потужні ультракороткі кластери електромагнітного поля. Такі ультракороткі електромагнітні кластери широко використовуються для ряду фундаментальних та прикладних досліджень у галузі фізики, хімії, біології, медицини тощо [19–21]. Ця властивість мультигармонічних ДСЛВЕ обумовлена тим, що хвилі просторового заряду (ХПЗ), що підсилюються завдяки двопотоковій нестійкості (додатковому механізму підсилення), характеризуються лінійними дисперсійними залежностями. Це призводить до того, що для гармонік ХПЗ, частота яких менша за критичну частоту

двопотокової нестійкості, виконуються умови трихвильових параметричних резонансів для великої кількості гармонік [1, 16–18]. У результаті цього між гармоніками таких хвиль виникає велика кількість трихвильових параметричних резонансів (множинні резонансні взаємодії), що спричиняють збудження десятків і більше гармонік.

Використання гвинтових релятивістських електронних пучків (РЕП) замість прямолінійних у пристроях сильнострумової електроніки може істотно змінювати їх характеристики [22–29]. Тому можна припустити, що використання гвинтових РЕП і у мультигармонічних ДСЛВЕ дозволить підвищити ефективність їх роботи порівняно з тими, які використовують прямолінійні РЕП. Необхідно також зауважити, що у мультигармонічних ДСЛВЕ з гвинтовими РЕП на множинні резонансні взаємодії між гармоніками хвиль різного типу накладається також осциляторний рух електронів у поздовжньому магнітному полі. Тому загальна динаміка хвиль та частинок у таких пристроях є достатньо складною. Таким чином, вивчення мультигармонічних процесів у мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками з метою пошуку більш ефективних режимів роботи, коли формується потужна мультигармонічна електромагнітна хвиля з більш широким частотним спектром, зменшуються габарити таких пристроїв, тощо, є важливим та актуальним завданням.

### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Дисертаційна робота виконана на кафедрі прикладної математики та моделювання складних систем Сумського державного університету. Матеріали дисертаційної роботи пов'язані з виконанням таких держбюджетних тем: «Множинні резонансні взаємодії у плазмово-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах» (№ 0114U003770, 2014–2016 рр.); «Мультигармонічні резонансні взаємодії у двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками» (№ 0116U006732, 2017–2018 рр.);

«Мультигармонічні плазмово-пучкові та двопотокові супергетеродинні лазери на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками» (№ 0117U002253, 2017–2019 рр.). Дисертант брав участь як виконавець у проведенні наукових досліджень у вищезазначених НДР.

**Мета і завдання дослідження.**

Метою роботи є встановлення фізичних закономірностей, пов'язаних із формуванням у мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками потужного електромагнітного випромінювання з широким частотним спектром, визначення оптимальних умов роботи таких пристроїв.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

– побудувати систему самоузгоджених кубічно-нелінійних диференціальних рівнянь для амплітуд гармонік електромагнітних хвиль у мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах Н-убітронного типу з гвинтовими електронними пучками з урахуванням множинних параметричних резонансів різного типу;

– визначити вплив на інкременти зростання, ширину частотного спектра, рівні насичення параметрів гвинтового релятивістського електронного пучка в пролітній секції двопотокового супергетеродинного лазера на вільних електронах;

– визначити оптимальні умови формування потужного електромагнітного випромінювання з широким частотним спектром у мультигармонічному двопотоковому супергетеродинному лазері на вільних електронах Н-убітронного типу з гвинтовими електронними пучками.

*Об'єкт дослідження* — процеси вимушеного випромінювання електромагнітних хвиль релятивістськими електронними пучками в лазерах на вільних електронах.

*Предмет дослідження* — динаміка електромагнітних хвиль у мультигармонічних супергетеродинних двопотокових лазерах на вільних електронах Н-убітронного типу з гвинтовими електронними пучками з

урахуванням множинних трихвильових параметричних взаємодій різного типу.

*Методи дослідження.* У дисертаційній роботі проведене вивчення динаміки електромагнітних хвиль у мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах на основі квазігідродинамічного рівняння, рівняння неперервності та рівнянь Максвелла. Відповідно до поставлених завдань для розв'язання задач руху та рівняння неперервності використовували методи ієрархічного підходу до теорії коливань і хвиль [4, 5, 18], а саме, метод усереднених характеристик [4–6]. Для розв'язання польової задачі використовували метод повільно змінних амплітуд. Також використовували стандартні числові та числово-аналітичні методи.

#### **Наукова новизна одержаних результатів:**

1. Уперше запропоновано використовувати в мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах гвинтові електронні пучки. З'ясовано, що такі пристрої мають менші поздовжні габарити та здатні формувати мультигармонічні електромагнітні хвилі з більш широким частотним спектром порівняно з ДСЛВЕ, які використовують прямолінійні електронні пучки.

2. Уперше одержано в кубічно-нелінійному наближенні самоузгоджену систему диференціальних рівнянь для амплітуд гармонік хвиль мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерів на вільних електронах Н-убітронного типу з гвинтовими РЕП. Виявлені та враховані множинні трихвильові резонансні взаємодії різного типу, зокрема й пов'язані з обертальним рухом електронів у фокусувальному магнітному полі. Показано, що множинні взаємодії хвиль у таких системах є визначальними для формування електромагнітного сигналу з широким частотним спектром.

3. Уперше встановлено, що інкременти зростання хвиль просторового заряду у двопотокових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими РЕП зростають за умови збільшення кута вльоту електронного пучка відносно



фокусувального магнітного поля. Уперше показано, що критична частота двопотокової нестійкості у гвинтових двопотокових РЕП зростає зі збільшенням цього кута вльоту. Завдяки цьому формування мультигармонічної хвилі просторового заряду у гвинтових РЕП відбувається на менших довжинах та має більшу ширину частотного спектра порівняно з прямолінійними РЕП.

4. Уперше показано, що в разі використання мультигармонічного вхідного сигналу з вузьким частотним спектром у мультигармонічних ДСЛВЕ-підсилювачах з гвинтовими РЕП формування потужної мультигармонічної електромагнітної хвилі відбувається на довжинах, у два і більше разів менших порівняно з системами, на вхід яких подається монохроматичний вхідний сигнал.

#### **Практичне значення отриманих результатів.**

Розроблена в дисертаційній роботі самоузгоджена кубічно-нелінійна теорія мультигармонічних двошвидкісних супергетеродинних лазерів на вільних електронах з гвинтовими релятивістськими електронними пучками дозволяє визначити оптимальні параметри пристроїв, здатних формувати потужні електромагнітні хвилі з широким частотним спектром в міліметровому–інфрачервоному діапазоні довжин хвиль. За допомогою побудованої теорії можна аналізувати варіанти конкретних експериментальних конструкцій, вона може бути основою для розрахунків формувачів надкоротких (зокрема й фемтосекундних) кластерів електромагнітних хвиль. Одержані у роботі алгоритми аналізу множинних взаємодій різного типу можна використовувати також для дослідження динаміки електромагнітних хвиль в інших пристроях релятивістської плазмової електроніки.

#### **Особистий внесок здобувача**

Здобувач повноцінно брав участь на всіх етапах дослідження в усіх опублікованих працях: обговоренні постановлення завдання, проведенні аналітичних розрахунків, розробленні комп'ютерних програм, інтерпретації

одержаних результатів, підготовленні їх до опублікування. Усі наукові положення і висновки, винесені на захист, належать авторів дисертації та викладені в працях [30–52]. У працях [30, 31, 36–38] автором дисертації було побудовано у слабосигнальному наближенні систему диференціальних рівнянь для амплітуд гармонік хвиль просторового заряду, створено комп'ютерні програми та проведено комп'ютерне моделювання формування мультигармонічних хвиль за умови вльоту електронного пучка під різним кутом відносно фокусувального магнітного поля. Здобувач у працях [32, 33, 39–42, 52] разом із науковим керівником проф. О. В. Лисенком побудував кубічно-нелінійну теорію множинних взаємодій гармонік хвиль у пролітній секції мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ, розробив комп'ютерну програму та провів аналіз фізичних процесів. У працях [34, 35, 43–48] дисертант одержав самоузгоджену систему диференціальних рівнянь для амплітуд гармонік хвиль мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ для секції накачування та прикінцевої секції, брав участь у створенні комп'ютерної програми, провів аналіз динаміки мультигармонічних електромагнітних хвиль. У працях [49–51] дисертант разом із співавторами провів модернізацію методу усереднених характеристик для використання його у теорії мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерів на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками. Основну частину одержаних наукових результатів дисертант особисто доповів на міжнародних та національних конференціях [36–44, 46–51].

**Апробація результатів дисертації.** Основні наукові результати дисертаційної роботи викладено в доповідях та обговорено на таких конференціях: Міжнародна конференція молодих вчених і аспірантів «ІЕФ-2013», «ІЕФ-2015» (Ужгород, 2013, 2015 pp.); 14th, 17th International Young Scientists Conference Optics and High Technology Material Science – SPO (Київ, 2013, 2016 pp.); X, XII, XIII International Conference «Electronics and Applied Physics» (Київ, 2014, 2016, 2017 pp.); 9th International Kharkiv Symposium on

Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves, MSMW 2016 (Харків, 2016 р.); 16th, 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, ММЕТ (Львів, Київ, 2016, 2018 pp.); 41st International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, IRMMW-THz 2016 (Копенгаген, 2016 р.); 2017 IEEE Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium, MRRS 2017 (Київ, 2017 р.); 9th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS) (Одеса, 2018); International Conference of Students and Young Scientists in Theoretical and Experimental Physics «Heureka» (Львів, 2017, 2018 pp.); International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics UkrMiCo (Одеса, 2017, 2018 pp.).

**Публікації.** Результати дисертаційної роботи опубліковані у 23 наукових працях, серед яких 5 статей – у виданнях, що індексуються наукометричними базами Scopus та/або Web of Science; 1 стаття – у наукових фахових виданнях України, 8 статей – у матеріалах міжнародних наукових конференцій, 7 з яких у виданнях, що індексуються наукометричними базами Scopus та/або Web of Science; 8 тез доповідей конференцій, 1 стаття у нефарховому виданні.

#### **Структура і зміст роботи.**

Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, загальних висновків та списку використаних джерел. Дисертацію викладено на 148 сторінках, із яких 105 сторінок основного тексту. Робота містить 24 рисунка, список використаних джерел складається з 160 найменувань.

## РОЗДІЛ 1

### ДВОПОТОКОВІ СУПЕРГЕТЕРОДИННІ ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ (ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ)

#### 1.1. Супергетеродинні лазери на вільних електронах

##### 1.1.1. Ефект супергетеродинного підсилення

Супергетеродинні ЛВЕ використовують ефект супергетеродинного підсилення електромагнітних хвиль в релятивістських електронних пучках [1, 4–8, 10–14, 53]. Завдяки цьому ефекту супергетеродинні ЛВЕ характеризуються більш високими коефіцієнтами підсилення порівняно з параметричними ЛВЕ [4–6, 18, 54–57], що використовують такі ж за інтенсивністю електронні пучки, мають більш компактні габарити та меншу вартість.

Уперше поняття про ефект супергетеродинного підсилення хвиль було сформульовано в роботі [58], де розглядалась задача про трихвильовий параметричний резонанс електромагнітних хвиль (накачки, сигналу і холостої хвилі) у нелінійному активному середовищі. При цьому частоти накачки і сигналу вибирали близькими таким чином, щоб частота холостої хвилі була набагато менше частот сигналу і накачки. Параметри середовища підбиралися таким чином, щоб холоста хвиля, що має низьку частоту, потрапляла в полосу підсилення, пов'язану з деяким зовнішнім додатковим механізмом. В силу нелінійного зв'язку хвиль це підсилення переносилося на хвилю сигналу, що і трактувалося як ефект супергетеродинного підсилення. Таким чином, за рахунок реалізації ефекту супергетеродинного підсилення з'являлася можливість переносити підсилення далеко «вверх» за частотою, а саме, із більш низькочастотної області (де наявний ефективний механізм підсилення, що використовується як додатковий) у відносно більш високочастотну область (де таких механізмів підсилення не було).

Аналогічна ідея стосовно ЛВЕ була сформульована в роботах В.В. Куліша [7, 8]. Однак тут є деякі відмінності. У ЛВЕ частоти сигналу і холостої хвилі (ХПЗ) часто виявляються близькими або рівними. Тому описана вище ідея переносу підсилення по частотному діапазону в даному випадку не могла бути використана. З іншого боку, у вакуумній і плазмовій електроніці давно відомі високоефективні механізми підсилення поздовжніх пучкових хвиль. Наприклад, двопотоковий, параметричний двопотоковий, плазмово-пучковий [1, 2, 5, 59–69], що забезпечують рекордні рівні підсилення. Довгий час ситуація ускладнювалася тим, що були відсутні ефективні способи трансформації поздовжніх хвиль (пучкових) у поперечні (електромагнітні). Після успішних експериментів з параметричними ЛВЕ стало зрозуміло, що ця проблема може бути вирішена за допомогою явища трихвильового параметричного резонансу, що використовується в параметричних ЛВЕ. В роботах [7, 8] було запропоновано об'єднати ідею додаткового підсилення поздовжніх хвиль просторового заряду і трансформації енергії цих хвиль у поперечну електромагнітну шляхом використання параметричного резонансу. ЛВЕ, у яких використовуються такі ефекти називають супергетеродинними лазерами на вільних електронах.

Ефект супергетеродинного підсилення має місце тільки у випадку, коли у робочому об'ємі ЛВЕ [70] введено якийсь додатковий поздовжній механізм підсилення пучкової хвилі. З іншого боку, як відомо, традиційна складність класичної мікрохвильової вакуумної електроніки [71] полягає в пошуку способів пригнічення різних типів власних пучкових нестійкостей [2, 61, 65, 72]. Всі ці нестійкості, в принципі, можуть бути використані як додаткові механізми підсилення. Отже, парадокс тут полягає в тому, що в традиційній вакуумній електроніці такі власні пучкові нестійкості пригнічуються з метою збудження інших нестійкостей в тому ж пучку, які вважаються корисними (ефект Черенкова, гірорезонанс, параметрична нестійкість і т. д.). З'являється природне питання: чи можуть власні нестійкості променя бути також безпосередньо використані для підсилення та генерації електромагнітних

хвиль? Слід зазначити, що дослідники зіткнулися з цим питанням на ранній стадії НВЧ електроніки і навіть знайшли відповідні відповіді, зокрема, електронні пристрої на основі дво потокової [73] та плазма-пучкової [74] нестійкості (слід зазначити, що двошвидкісні електронні пучки можна розглядати як найпростішу модель електронного пучка з поперечно неоднорідним розподілом щільності пучка [2, 61, 65, 72]).

### 1.1.2. Типи супергетеродинних лазерів на вільних електронах

Розглянемо супергетеродинні ЛВЕ, що використовують різні додаткові механізми підсилення. Супергетеродинні ЛВЕ, які як додатковий механізм підсилення використовують дво потокову нестійкість, називають дво потоковими супергетеродинними ЛВЕ. На сьогодні цей тип супергетеродинних ЛВЕ є найбільш вивченим. Теоретичні дослідження дво потокових супергетеродинних ЛВЕ [1, 9, 11, 12, 16, 23, 25, 27, 53, 75–79] показали, що ці пристрої мають високі коефіцієнти підсилення в міліметровому-інфрачервоному діапазоні довжин хвиль, високу вихідну потужність, та вирізняються компактністю.

Плазмово-пучкові супергетеродинні ЛВЕ використовують плазмово-пучкову нестійкість в якості додаткового механізму підсилення. Ці пристрої характеризуються виключно високими інкрементами зростання, об'ємним характером взаємодії, що відкриває можливості формування сигналів дуже високої потужності [1, 5, 22].

Параметричні електронно-хвильові супергетеродинні ЛВЕ в якості додаткового механізму підсилення використовують параметричний резонанс поздовжніх хвиль. З досліджень [53, 80, 81] випливає, що на базі таких пристроїв можна створювати потужні підсилувачі субміліметрового-інфрачервоного діапазонів з низьким рівнем шуму. Ці прилади здатні забезпечувати підсилення на більш високих частотах, ніж еквівалентні системи інших типів.

Клістронні моделі супергетеродинних ЛВЕ характеризуються наявністю, щонайменше, трьох секцій [1, 5]. Для випадку односекційного двопотокового супергетеродинного ЛВЕ-підсилювача реальне значення коефіцієнта підсилення обмежене ефектом самозбудження системи. Тобто підсилювач перетворюється в генератор для високих рівнів коефіцієнта підсилення. Головна причина цього процесу – присутність у реальних підсилювачах зв'язку між їх входом і виходом за потужністю. Ця задача може бути вирішена радикально завдяки використанню клістронної схеми, приклади якої подано на рис. 1.1 та рис. 1.2.

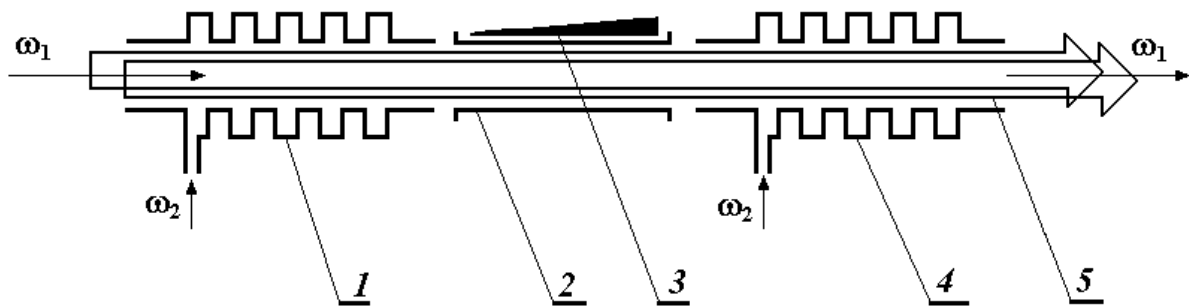


Рисунок 1.1 — Схема доплертронного двопотокового супергетеродинного ЛВЕ-прискорювача клістронного типу [5]

Задача повного розв'язання виходу системи з входом за потужністю для клістронних систем вирішена завдяки спеціальній пролітній секції (рис. 1.1, позиція 2). У цьому випадку система накачки розділена на дві частини: системи накачки першої (рис. 1.1, позиція 1) та третьої секції (рис. 1.1, позиція 4). Між ними розміщена пролітна секція (рис. 1.1, позиція 2). В цій секції знаходиться спеціальний поглинач для хвилі сигналу (рис. 1.1, позиція 3). Електромагнітні хвилі завдяки поглиначу (рис. 1.1, позиція 3) повністю поглинаються, електронний же пучок (рис. 1.1, позиція 5) проходить без перешкод. Завдяки цьому стає можливим виконати повне розділення виходу і входу двопотокового супергетеродинного ЛВЕ-

підсилювача. З іншого боку, завдяки зменшенню довжини системи накачки конструкція усієї системи істотно спрощується.

У пролітній секції двопотокового супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу відбувається формування мультигармонічних хвиль просторового заряду. Саме ці хвилі є джерелами мультигармонічного вихідного сигналу у ДСЛВЕ, що призначені для формування потужних електромагнітних хвиль з широким частотним спектром. Таким чином, керуючи формою спектра ХПЗ на виході з пролітної секції, ми отримуємо можливість керувати формою спектра вихідного сигналу. З різноманітності варіантів можливих конструкційних рішень пролітної секції, що дозволяють керувати формуванням спектра ХПЗ, можна виділити три найбільш цікаві в прикладному відношенні. У системах першого типу передбачена можливість зміни параметрів пучка, таких наприклад, як його плазмова частота, параметрів хвиль, присутніх в робочому об'ємі і т.д. Технологічно це досягається за рахунок компресії (або декомпресії) пучка при його русі в фокусувальному магнітному полі. У фізичному плані така ситуація реалізується, наприклад, при використанні для підсилення поздовжніх хвиль ефектів двопотокової, плазмово-пучкової, поздовжньої параметричної (в тому числі, із застосуванням поздовжнього електричного ондулятора накачування) і інших подібних нестійкостей.

У системах другого типу, крім того, передбачено зміну енергії пучка, що досягається шляхом його прискорення або уповільнення. Справа в тому, що інкременти зростання вищезгаданих поздовжніх нестійкостей, як правило, виявляються набагато більш чутливими до ступеня релятивізму електронного пучка, ніж традиційний поздовжньо-поперечний параметричний ЛВЕ-механізм. Як результат, в ряді практично важливих випадків, виникає досить жорстке конструкційне обмеження енергії пучка в області пролітної секції. У той же час, функціонально подібні критерії для кінцевої ЛВЕ-секції вимагають використання набагато більш релятивістських пучків. Введення проміжного прискорення дозволяє істотно пом'якшити



описаний конфлікт вимог. А саме, виникає технологічна можливість виробляти основні процедури по формуванню ХПЗ-кластерів на відносно низьких (одиниці MeV) рівнях енергії пучка, тоді як процедури енерговідбору і формування електромагнітних кластерів здійснювати при більш високих енергіях.

І, нарешті, конструкційні варіанти третього типу характеризуються одночасним застосуванням обох вище описаних технологічних прийомів, тобто одночасною зміною таких параметрів як, наприклад, плазмова частота пучка і його енергії. Такі ситуації виникають саме у двопотокових ЛВЕ-клістронах, коли в процесі прискорення доцільно одночасно продовжити і процес підсилення поздовжніх ХПЗ пучка за рахунок двопотокової нестійкості.

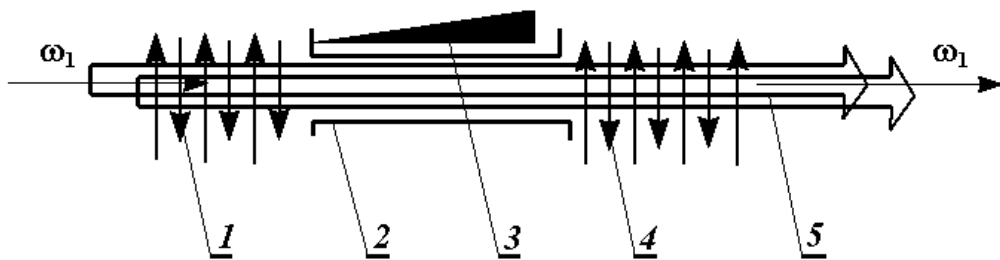


Рисунок 1.2 — Схема Н-убітронного двопотокового супергетеродинного ЛВЕ-прискорювача клістронного типу [5]

Зауважимо, що крім обговореного варіанту доплетронного двопотокового супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу (рис. 1.1) або Н-убітронного двопотокового супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу (рис. 1.2) існують змішані схеми.

Супергетеродинні ЛВЕ можуть працювати як в режимі максимального підсилення, генерування потужного електромагнітного сигналу, так і у режимі створення електромагнітної хвилі з широким частотним спектром. Супергетеродинні ЛВЕ, основне призначення яких — формувати електромагнітні хвилі з широким частотним спектром, називають

мультигармонічними супергетеродинними ЛВЕ. Такі пристрої є достатньо цікавими з точки зору практичного застосування в ряді фундаментальних і прикладних задач фізики, біології, медицини [1, 5, 17, 79]. Окрім цього, мультигармонічні супергетеродинні ЛВЕ здатні формувати кластери електромагнітного поля. Детальніше цей тип ЛВЕ розглядається в підрозділ 1.3.

### **1.2. Двопотокові супергетеродинні ЛВЕ, що працюють в режимі максимального сигналу**

Двопотоковим супергетеродинним ЛВЕ на сьогодні у літературі приділяється достатньо велика увага [1, 5, 24, 25, 27, 78, 79, 82–85]. Показано, що ці пристрої характеризуються високими інкрементами зростання, які на порядок більші за інкременти зростання еквівалентних параметричних ЛВЕ. Двопотокові супергетеродинні ЛВЕ є компактними, мають невеликі, у порівнянні з параметричними, габарити. Вони є джерелами потужного електромагнітного випромінювання у міліметровому - інфрачервоному діапазоні довжин хвиль.

Двопотоковий супергетеродинний ЛВЕ вперше був запропонований в роботі [10]. Хоча слід зазначити, що ідея використання двопотокової нестійкості в лазері на вільних електронах з метою збільшення коефіцієнта посилення була використана Дж. Бекефі і К. Якобсом в більш ранній роботі [9]. Однак, в такому пристрої двопотокова нестійкість використовувалася тільки для попереднього групування пучка перед його входом в секцію звичайного параметричного ЛВЕ. Інакше кажучи, підсилення електромагнітного сигналу в запропонованому ЛВЕ здійснювалося, в першу чергу, за рахунок традиційної параметричної нестійкості, яка переважала над двопотоковою. У двопотоковому супергетеродинному ЛВЕ реалізується повністю протилежна ситуація: двопотоковий механізм підсилення повинен переважати над параметричним. Отже, роботу [9] не можна розглядати як першу роботу по супергетеродинним ЛВЕ, так як в ній увага

концентрувалася на істотно іншій (несупергетеродинній) фізичній ідеї. Однак, був зроблений важливий висновок, що двопотокова нестійкість має значний вплив на амплітуду електромагнітної хвилі через пребанчування електронного пучка.

Багато досліджень ЛВЕ розглядають взаємодію одного пучка з випромінюванням під час проходження періодичного віглера [56, 83, 86–89]. Однак, двопотокові ЛВЕ [9, 11, 12, 16, 75, 90, 91] та багатопучкові ЛВЕ [55] були запропоновані та досліджувалися в останні десятиріччя. У роботах [16, 75, 90] досліджувалися двопотокові супергетеродинні лазери на вільних електронах, пропонувалися конструкційні схеми та розглядалися особливості математичного опису пристроїв. У роботі [91] досліджено модель ЛВЕ-підсилювача, що працює одночасно з двома електронними пучками з різними енергіями. У роботі [55] запропоновано багатопучковий ЛВЕ, що має більш високий коефіцієнт підсилення, ефективність екстракції та якість пучка, порівняно з однопучковими ЛВЕ.

Базуючись на методі Бекефі та Якобса [9], автори робіт [11, 12] застосували новий підхід до дослідження двопотокової нестійкості. Було показано, що інкремент зростання може бути контрольований за допомогою параметрів пучка, таких як різниця швидкостей пучків та інтенсивності потоків.

Також, як відомо, на сьогоднішній день доволі актуальною є задача створення приладів, що працюють в терагерцовому діапазоні частот. І, хоча існує багато пристроїв, що здатні генерувати або підсилювати сигнали в цьому діапазоні, усі вони, у більшості, відносяться до надпотужних релятивістських приладів. У той же час, спостерігається дефіцит компактних приладів середньої потужності. Останнім часом все частіше в роботах різних наукових груп для роботи в терагерцовому діапазоні пропонуються моделі, що засновані на взаємодії двох електронних потоків.

Загальна тенденція до зміщення робочих частот в терагерцовий діапазон фактично подарувала двопучковим системам друге життя.

Необхідно відмітити роботи сучасних дослідників, що ведуться науковими групами і установами різних країн. Вченими з університета Нью-Мехіко докладно описано систему із двох паралельних сферичних дзеркал, одне з яких є напівпрозорим [92–94]. Дзеркала утворюють своєрідний відкритий резонатор. Два електронних пучка за допомогою відхиляючих систем вводяться у область між дзеркалами, там взаємодіють і потім виводяться із області взаємодії. В результаті, в резонаторі накопичується енергія, яка виводиться через напівпрозоре дзеркало. Згідно [92, 94], подібний прилад може генерувати до 100 Вт на частоті 1 ТГц, і при цьому мати лінійний розмір порядку 1 м.

Також слід зазначити, що досить інтенсивно проводяться дослідження двопотокової нестійкості в системах, які не пов'язані з ЛВЕ [95–99]. Одним з результатів таких досліджень є висновок, що в таких системах має місце збудження вищих гармонік. Це означає, що і в двопотокових ЛВЕ можлива інтенсивна генерація вищих гармонік, що має істотний вплив на підсилювальні характеристики ДСЛВЕ. З іншого боку, використання мультигармонічних особливостей двопотокової нестійкості відкриває можливість створення потужних мультигармонічних джерел електромагнітних хвиль, які дозволяють формувати, наприклад, ультракороткі кластери електромагнітного поля.

Схожі задачі цікавлять і американських дослідників. В роботі [100] запропоновано новий спосіб отримання надкоротких аттосекундних імпульсів рентгенівського діапазону на основі двопотокової нестійкості в релятивістських електронних пучках. Розглядаються також проблеми отримання широкополосних джерел терагерцового випромінювання на основі двопотокових ЛВЕ [101].

Серйозні роботи з'явилися останнім часом в Японії, Південній Кореї і Китаї. Про це говорять монографії по чисельному моделюванню нестійкостей в електронних пучках [102, 103], а також ряд спільних робіт дослідників із вказаних країн, що присвячені новим типам двопотокових приладів.

Приділяється увага аналізу додаткових ефектів, що впливають на розвиток двопотокової нестійкості у ЛВЕ [84, 104–107]. Аналізується вплив температурних ефектів у плазмі та теплового руху частинок на інкременти нестійкостей [108]. У дисертаційній роботі представлено дослідження двопотокових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками. Було з'ясовано, що в двопотоковому супергетеродинному ЛВЕ має місце збільшення темпів підсилення електромагнітної хвилі сигналу при збільшенні кута вльоту електронного пучка відносно поздовжнього фокусуєчого магнітного поля. Цей ефект визначається залежністю інкременту зростання двопотокової нестійкості від кута вльоту пучка та має місце для всіх типів і режимів роботи двопотокових супергетеродинних ЛВЕ із гвинтовими електронними пучками. Слід відмітити, що ідея використання гвинтових пучків обговорюється у світі досить широко. Наприклад, у роботах [24, 27, 82] проведено дослідження двопотокових ЛВЕ з гвинтовим вігглером. Було показано [82], що насичення у таких приладах відбувається раніше. Однак, у даному випадку досліджувався прилад, що має на меті отримання максимального підсилення хвиль. Режим роботи пристроїв, коли у гвинтовому релятивістському електронному пучку формуються потужні електромагнітні хвилі із широким частотним спектром до робіт дисертанта вивчені не були.

### **1.3. Мультигармонічні двопотокові супергетеродинні ЛВЕ з прямолінійними електронними пучками**

Мультигармонічні двопотокові супергетеродинні ЛВЕ призначені для формування потужних електромагнітних сигналів з широким частотним спектром. Можливість створення таких пристроїв та їх практичне застосування для формування надкоротких кластерів було запропоновано в роботі [16]. У дослідженні [17] для створення мультигармонічного сигналу було запропоновано використати режими, коли частота першої гармоніки вхідної хвилі сигналу була набагато менше критичної частоти двопотокової

нестійкості. У цьому випадку у двопотоковому релятивістському електронному пучку формувалася мультигармонічна ХПЗ, у якій гармоніки підсилювалися завдяки двопотоковій нестійкості і збуджувалися за рахунок великої кількості трихвильових резонансів.

Хвилі просторового заряду, які підсилюються завдяки пучковим нестійкостям, характеризуються лінійними дисперсійними залежностями [1, 2, 4, 5, 64, 109]. Через це в електронних пучках гармоніки хвилі просторового заряду одночасно приймають участь у великій кількості трихвильових параметричних резонансних взаємодій. Тобто мають місце множинні трихвильові взаємодії. Завдяки цьому виникає можливість перетворювати енергію мультигармонічних хвиль просторового заряду в енергію потужних електромагнітних хвиль з широким частотним спектром, у тому числі формувати потужні ультракороткі кластери електромагнітного поля [1, 4, 5, 110–114]. Такі потужні мультигармонічні електромагнітні хвилі мають широке практичне застосування для ряду фундаментальних та прикладних досліджень в галузі фізики, хімії, біології, медицини, тощо. Режим формування потужної мультигармонічної електромагнітної хвилі у мультигармонічних двопотокових ЛВЕ реалізується за умови, коли частота першої гармоніки сигналу є достатньо меншою за критичну частоту двопотокової нестійкості. Тобто двопотокові супергетеродинні ЛВЕ можуть працювати як у режимі формування мультигармонічної електромагнітної хвилі (за умови, коли частота першої гармоніки сигналу є меншою за критичну частоту двопотокової нестійкості), так і у режимі максимального підсилення сигналу (частота першої гармоніки співпадає з частотою, що відповідає максимальному інкременту підсилення двопотокової нестійкості) [1, 4, 5].

У випадку, коли слабкий вхідний сигнал потрапляє у область частот, що відповідає двопотоковій нестійкості, він отримує підсилення за рахунок цієї нестійкості. У монохроматичних двопотокових ЛВЕ частоту першої гармоніки ХПЗ при цьому традиційно вибирають близькою до оптимальної

(тобто частоти, що відповідає максимальному інкременту зростання) [1, 4, 5, 9, 55, 76]. Саме в цьому випадку можна очікувати на максимум підсилення. І це природньо, адже однією із головних цілей при створенні будь-якого монохроматичного підсилювача або генератора є досягнення максимального підсилення при мінімальній довжині.

Кардинально інша ситуація виникає у випадку мультигармонічних двопотокових ЛВЕ [17, 115]. Тут різні гармоніки ХПЗ відповідають різним значенням інкремента зростання, тобто усі гармоніки підсилюються різним чином. У випадку кластерних ЛВЕ ця обставина відіграє ключову роль, оскільки тут основною задачею є формування вузьких пучків мультигармонічних поперечних кластерів електромагнітного поля. У силу базової фізики процесу трансформації поздовжньої ХПЗ у поперечний електромагнітний сигнал, виконання поставленої мети виявляється технологічно можливим лише у випадку, коли в спектрі ХПЗ присутній достатньо довга «аномальна» ділянка. А саме, ділянка, на якій спектральні компоненти з великими номерами гармонік мають і більш високі амплітуди [16, 53, 75].

Необхідність наявності «аномальної» ділянки пояснюється тим, що спектр магнітних ондуляторів, що частіше всього використовуються для накачки в кластерних ЛВЕ, як правило, виявляється явно низхідним. Далі врахуємо, що основний вклад в формування кожної спектральної компоненти сигналу (подалі від насичення) вносять квадратичні доданки, що пропорційні амплітудам гармонік електричного поля сигналу і магнітного поля накачки. Таким чином стає очевидним, що тільки у випадку «аномальної» залежності напруженості електричного поля сигналу від номера гармоніки при низхідній залежності напруженості магнітного поля накачки від номера гармоніки вдається отримати достатньо довга ділянка спектра з приблизно однаковими спектральними амплітудами. Саме такий характер спектра властивий фемтосекундним кластерним електромагнітним хвилям [1, 4, 5, 110–114].

На відміну від квантових генераторів, лазери на вільних електронах не мають проблем, пов'язаних з нагріванням активного середовища, так як активним середовищем тут є вакуум, в якому рухається електронний пучок. Тому останнім часом проводяться активні дослідження використання ЛВЕ для створення ультракоротких імпульсів, фемтосекундних включно. Один з напрямків таких досліджень пов'язаний з використанням рентгенівських ЛВЕ [116–121] які використовують електронні пучки з енергіями близько 1 ГеВ. Відзначимо, що для лазерів ультрафіолетового і рентгенівського діапазону створення дзеркал для оптичного резонатора є досить складною технологічною проблемою. Тому останнім часом великий розвиток отримали ЛВЕ-підсилювачі, в якому підсилення електромагнітного сигналу відбувається за один прохід. При цьому широко використовується режим самопідсилення спонтанного випромінювання SASE (Self Amplified Spontaneous Emission) [122–129]. Цей режим стає можливим в разі досягнення досить високих інкрементів наростання сигналу. Тому в таких установках використовують електронні пучки з електричними струмами в сотні–тисячі ампер. Зрозуміло, що такі установки є унікальними, величезні в розмірах, мають виключно високу вартість. Такі ЛВЕ здатні генерувати імпульси тривалістю близько одиниць фемтосекунд.

Напівякісний аналіз показав, що фемтосекундні кластери, як і їх більш відомі аналоги – фемтосекундні радіоімпульси [19], можуть мати ряд унікальних фізичних властивостей. В тому числі, наприклад, властивістю проникати на задану глибину в різні щільні матеріальні середовища (газоподібні, тверді, рідкі) без затухання. Це, у свою чергу, відкриває можливість для практичної реалізації ряду абсолютно нових технологій як комерційного, так і спеціального призначення. Однак, слід відмітити, що в таких сценаріях застосування основні вимоги до мультигармонічного ЛВЕ істотно змінюються. А саме, підсилювальні властивості ЛВЕ відходять на другий план, а головною стає його можливість працювати в якості формувача коротких (включаючи фемтосекундні) кластерів електромагнітного поля.



Іншими словами, задачі оптимізації системи за максимумом підсилення і ККД, залишаючись важливими, становляться, все ж, значно менш актуальними. На перший план виходить можливість системи ефективно формувати мультигармонічні спектри вихідного сигналу заданої форми. А це, у свою чергу, помітно змінює як саму ідеологію побудови ЛВЕ такого класу, так і головні акценти теорії при дослідженні базової фізики процесів, що протікають у даних пристроях.

У роботах [110–114, 130, 131] приділена увага супергетеродинним ЛВЕ, що здатні формувати потужний електромагнітний сигнал у вигляді ультракороткого кластеру електромагнітного поля. У [110] було проведено якісне фізико-технологічне обґрунтування можливості створення нового широкого класу фемтосекундних ЛВЕ — активних кластерних ЛВЕ-клістронів та сформульовано загальний підхід до конструювання запропонованих приладів. Раніше у літературі досліджувалися тільки односекційні (тобто, монотронні) версії фемтосекундних двопотокових ЛВЕ.

Необхідно відмітити, що запропоновані у [110–113] моделі активних ЛВЕ-клістронів передбачали можливість працювати у режимі, коли на вхід системи подається мультигармонічний вхідний сигнал. Це дозволяє використовувати вихідне випромінювання супергетеродинного мультигармонічного ЛВЕ у якості вхідного сигналу для наступних подібних приладів, будуючи таким чином складні випромінювальні системи. У дисертаційній роботі вперше досліджено випадок, коли у двопотоковому супергетеродинному ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками використовується вхідний електромагнітний сигнал, що складається з декількох гармонік.

Необхідно зазначити, що мультигармонічні двопотокові супергетеродинні лазери на вільних електронах у попередніх роботах досліджувалися лише у випадку використання прямолінійних електронних пучків. Дисертаційна робота присвячена встановленню фізичних закономірностей, що пов'язані з формуванням у мультигармонічних ДСЛВЕ

з гвинтовими електронними пучками потужного електромагнітного випромінювання з широким частотним спектром, визначення оптимальних умов роботи таких пристроїв.

#### **1.4. Методи аналізу динаміки хвиль та частинок в теорії сильнострумівих ЛВЕ**

Як відомо, у ДСЛВЕ збуджується хвиля просторового заряду, що зростає за рахунок двопотокової нестійкості. Така нестійкість характеризується виключно високими значеннями інкремента зростання. Також завдяки лінійній дисперсії ХПЗ між гармоніками можуть виникати нелінійні резонансні взаємодії, в результаті яких збуджуються вищі гармоніки з порівнянними амплітудами. Тому, в супергетеродинних ЛВЕ у параметричних взаємодіях приймає участь велика кількість гармонік хвилі просторового заряду. У зв'язку з цим супергетеродинні ЛВЕ потрібно розглядати як релятивістські сильноструміві електронні прилади. Для аналізу фізичних процесів у таких приладах необхідно використовувати підходи, які застосовуються у сильнострумівій релятивістській електроніці. Розглянемо основні теоретичні методи, що використовуються у побудові теорій сильнострумівих ЛВЕ.

Доволі довгий час у теорії ЛВЕ домінуючу позицію займали квантово-механічні методи [132]. Потім виявилось, що базові робочі механізми ЛВЕ відносяться до класичних [133] і описання основних фізичних явищ у ЛВЕ можливо при використанні класичного підходу. Відмітимо, що в рамках квантової теорії одним з основних ускладнень виступає описання колективних ефектів, котрі проявляються у пучках з високою густиною електронів. Тому квантово-механічне описання фізичних процесів у сильнострумівих ЛВЕ має обмежену область застосування [134]. Для вивчення фізичних процесів у сильнострумівих ЛВЕ найбільш загальними вважаються підходи, що засновані на методах теорії плазми [2, 4–6, 18, 59–

62, 64–67, 135, 136]. Релятивістський електронний пучок у такому випадку розглядається як потік плазми, що дрейфує у просторі.

Теорія сильнострумівих лазерів на вільних електронах при кінетичному описанні плазми засновується на самоузгодженому розв'язанні кінетичного рівняння і рівнянь Максвелла [2, 59, 60, 62, 64–67, 84, 109, 135–137]. Густина заряду і струму визначаються за допомогою функції розподілу. Такий підхід дозволяє послідовно описати фізичні процеси як в електронних пучках з малою густиною, так і в інтенсивних пучках, в яких колективні ефекти відіграють важливу роль. Складність використання методу кінетичного рівняння при числовому аналізі, а також для отримання аналітичних рішень, є основним недоліком даного підходу.

У ряді задач нехтують зіткненнями між зарядженими частинками. У такому випадку інтеграл зіткнень в кінетичному рівнянні Больцмана стає рівним нулю. Функцію розподілу тут подають у вигляді одностинкової функції розподілу, яка визначає густину ймовірності знаходження частинки плазми в заданому моменті часу і точці фазового простору. Така задача зводиться до знаходження самоузгодженого розв'язку кінетичного рівняння Власова і рівнянь Максвелла у наближенні без зіткнень [2, 59–62, 64, 65, 135, 136, 138]. У теорії плазми кінетичне рівняння зазвичай розв'язують за допомогою метода інтегрування по початковим даним [2, 61, 62]. Складність цього методу полягає в тому, що розв'язання задачі руху повинно бути заданим аналітично у вигляді інтеграла по початковим даним.

Також для беззіткневої плазми застосовують гідродинамічний опис [2, 59–62, 64, 65, 78, 85, 135, 136]. Такий опис є допустимим для так званої холодної плазми, яка поводить себе як потік провідної рідини. Замкнута система рівнянь гідродинаміки складається з рівняння Ейлера і рівняння неперервності для кожного сорту частинок плазми. В рамках даного методу за допомогою квазігідродинамічного рівняння знаходять гідродинамічну швидкість (імпульс) і концентрацію. Густина струму і заряду визначаються через гідродинамічну швидкість і концентрацію. Рівняння гідродинаміки

спільно з рівняннями Максвелла утворюють повну систему рівнянь для опису самоузгодженого руху частинок плазми із збудженням електромагнітних полів. Хоча квазігідродинамічний опис плазми є і менш загальним в порівнянні з кінетичним підходом, але він є набагато простішим. Однак не всі процеси в холодній плазмі можна описати за допомогою гідродинаміки.

Серед підходів теорії плазми також застосовується метод квазіблохівських рівнянь [133, 139, 140]. У цьому методі за допомогою кінетичного рівняння записують систему квазіблохівських рівнянь для повільно змінних амплітуд гармонік функції розподілу. Для опису фізичних процесів в досліджуваній системі, необхідно знайти самоузгоджений розв'язок системи укорочених квазіблохівських рівнянь і укорочених рівнянь для електромагнітних полів. Недоліки цього методу пов'язані зі складністю отримання аналітичних рішень [141].

При побудові теорії сильнострумових ЛВЕ використовується метод одночастинкових струмів (динаміка одного електрона). Метод одночастинкових струмів [142–145] базується на рівняннях Максвелла і релятивістському рівнянні руху окремо взятого електрона в електромагнітних полях. Густина струму електронного пучка знаходиться як сукупність струмів, створених окремими електронами, які мають різні початкові координати і швидкості. В результаті отримуємо самоузгоджену систему рівнянь, в яку входять релятивістське рівняння руху електрона і рівняння для амплітуди поля хвилі сигналу. Далі отримана система пов'язаних рівнянь аналізується числовими методами. Результати розрахунків, отримані за допомогою методу одночастинкових струмів, добре узгоджуються з експериментальними даними. Саме це є основною перевагою даного методу. Однак слід зазначити, що даний метод є дуже складним, і в основному спирається на числовий аналіз. Аналітичні дослідження за допомогою методу одночастинкових струмів стають досить складним завданням. Крім цього, за допомогою методу одночастинкових струмів

досить важко аналізувати колективні ефекти, які проявляються при підвищенні густини пучка.

Серед інших методів, заснованих на числовому аналізі, слід зазначити метод великих частинок. Існує ряд теорій сильнострумових ЛВЕ, у яких використовується даний метод [92, 146, 147]. Його відмінність від методу одночастинкових струмів полягає в тому, що для дослідження системи береться не один окремо взятий електрон, а групи електронів з близькими координатами і швидкостями. Переваги і недоліки цього методу такі ж, як і у методу одночастинкових струмів. Такі методи широко застосовують для перевірки результатів, отриманих за допомогою інших теоретичних методів.

У теорії сильнострумових ЛВЕ також широко застосовують методи ієрархічного підходу до теорії коливань і хвиль [4–6, 18, 148–154]. До такого підходу відносять: метод усередненого кінетичного рівняння, метод квазігідродинамічного рівняння і метод усереднених характеристик. Відзначимо, що методи усередненого кінетичного і квазігідродинамічного рівняння є окремими випадками методу усереднених характеристик. Метод усереднених характеристик використовують для знаходження розв'язків диференціальних рівнянь в часткових похідних. Алгоритм обчислень даного методу можна умовно розділити на три основних етапи. На першому етапі вихідну систему рівнянь в часткових похідних, які знаходяться на нульовому рівні ієрархії, перетворюють до системи укорочених рівнянь (рівнянь вищого рівня ієрархії). На цьому етапі за допомогою заміни Крилова-Боголюбова здійснюється перехід до усереднених змінних, що не залежать від швидкоосцилюючих фаз. На другому етапі знаходяться розв'язки системи укорочених рівнянь вищого ієрархічного рівня. Основна цінність укорочених рівнянь полягає в їх простоті. На відміну від випадку вихідної системи для їх інтегрування можна використовувати традиційні числові або аналітичні методи. На третьому етапі проводиться зворотне перетворення отриманих рішень, тобто перехід від найвищого ієрархічного рівня до нульового.

Перевагою методу усереднених характеристик в порівнянні з іншими

методами теорії сильнострумівих ЛВЕ є те, що він базується на математично обґрунтованих асимптотичних схемах і при цьому має переваги плазмового підходу. Потрібно відзначити, що метод усереднених характеристик успішно застосовується для аналізу складних мультигармонічних взаємодій хвиль в супергетеродинних ЛВЕ, тобто дозволяє аналізувати параметрично-резонансні взаємодії, в яких бере участь велика кількість гармонік. При цьому важливо відзначити, що одну частину результатів можна отримати в аналітичному вигляді, а іншу у вигляді, добре адаптованому для числового аналізу.

На основі літературного аналізу теоретичних методів, що застосовуються в теоріях сильнострумівих ЛВЕ, був зроблений висновок, що для дослідження мультигармонічних процесів у двопотокових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками найбільш ефективним є метод усереднених характеристик. Тому, в даній дисертаційній роботі метод усереднених характеристик є базовим.

### **1.5. Висновки до розділу 1**

1. Літературний аналіз супергетеродинних лазерів на вільних електронах показав, що дані прилади мають на порядок більші значення інкрементів зростання, менші амплітуди поля накачки, менші геометричні розміри у порівнянні з традиційними параметричними ЛВЕ. Тому, дослідження такого класу приладів заслуговує на особливу увагу у задачах сильнострумової електроніки.

2. Як показує аналіз літературних джерел, створення пристроїв, які здатні формувати потужний мультигармонічний сигнал, у тому числі і надкороткі кластери електромагнітного поля, є задачею важливою та актуальною. Серед пристроїв, які здатні формувати такі мультигармонічні сигнали слід виділити мультигармонічні двопотокові супергетеродинні лазери на вільних електронах. Мультигармонічні режими взаємодії у таких приладах були теоретично вивчені лише для випадку використання

прямолінійних електронних пучків. ДСЛВЕ з гвинтовими релятивістськими електронними пучками залишилися не вивченими. Хоча слід зазначити, що монохроматичні режими взаємодії таких ЛВЕ вивчені досить добре. Тому виникає задача, проведення теоретичного аналізу формування потужного мультигармонічного електромагнітного поля у ДСЛВЕ з гвинтовими релятивістськими пучками.

3. Було з'ясовано, що поздовжні хвилі, які підсилюються в результаті додаткового механізму підсилення, у двопотокових супергетеродинних ЛВЕ характеризуються лінійними дисперсійними залежностями. У результаті цього, між гармоніками таких хвиль виникають множинні параметричні резонанси, які приводять до збудження десятків і більше гармонік. Ці процеси обов'язково потрібно приймати до уваги під час вивчення динаміки ХПЗ.

4. Аналіз літератури демонструє, що урахування множинних параметричних взаємодій між гармоніками ХПЗ у супергетеродинних ЛВЕ є доволі складною математичною задачею. Було з'ясовано, що серед різноманітних методів сильнострумової електроніки найбільш ефективним для вирішення мультигармонічних задач в двопотокових супергетеродинних ЛВЕ є метод усереднених характеристик.

## РОЗДІЛ 2

### МНОЖИННІ РЕЗОНАНСНІ ВЗАЄМОДІЇ У ДВОПОТОКОВОМУ СУПЕРГЕТЕРОДИННОМУ ЛАЗЕРІ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ КЛІСТРОННОГО ТИПУ З ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ

У розділі подана модель мультигармонічного ДСЛВЕ клістронного типу з гвинтовим двопотоковим електронним пучком, яка буде детально аналізуватись у наступних розділах дисертації, наведені вихідні рівняння, проаналізовані припущення відносно моделі, що розглядається. Детально проаналізовані множинні резонансні взаємодії, які мають місце у досліджуваному пристрої. Також тут наведено схему асимптотичного інтегрування на базі методу усереднених характеристик, яка адаптована для аналізу процесів в мультигармонічних ДСЛВЕ з гвинтовими двопотоковими РЕП. Основні наукові результати розділу опубліковані в працях [34, 35, 50, 51].

#### 2.1. Модель мультигармонічного ДСЛВЕ з гвинтовими електронними пучками клістронного типу.

Розглядаємо наступну модель мультигармонічного ДСЛВЕ клістронного типу із гвинтовим двопотоковим електронним пучком (рис. 2.1). Такий пристрій складається з трьох секцій: секції модуляції I, пролітної секції II і прикінцевої секції III. Уздовж осі приладу  $Z$  (рис. 2.1) рухається гвинтовий двопотоковий РЕП 2, послідовно проходячи через всі секції пристрою. Гвинтовий двопотоковий релятивістський електронний пучок знаходиться у фокусувальному магнітному полі з індукцією  $\mathbf{B}_0$ , яке спрямоване уздовж осі  $Z$  приладу. Електронний пучок 2 складається із двох парціальних взаємно-проникних гвинтових електронних потоків із близькими за значенням парціальними релятивістськими швидкостями  $v_1, v_2$  ( $v_1 - v_2 \ll v_1, v_2$ ). Швидкості електронів цих пучків спрямовані під кутом  $\alpha$  відносно осі  $Z$ .



Плазмові частоти парціальних електронних пучків  $\omega_{p1}, \omega_{p2}$ . Приймаємо, що просторовий заряд пучка є скомпенсованим.

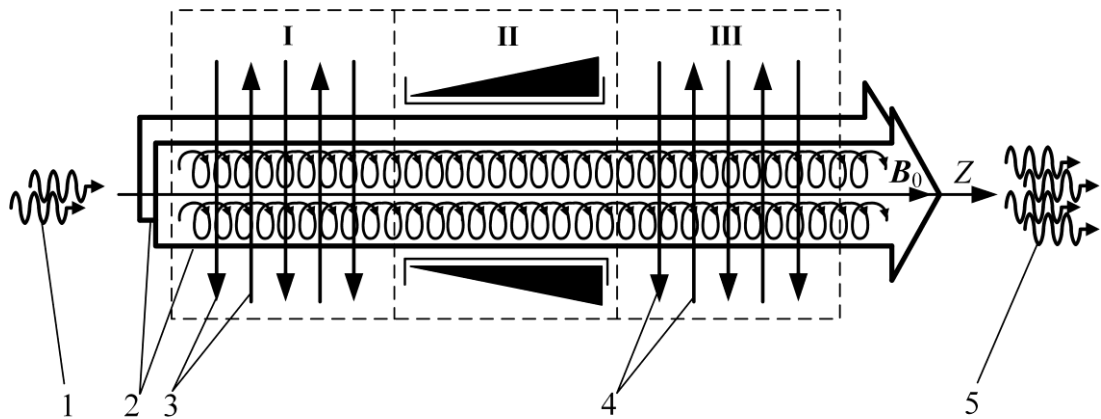


Рисунок 2.1 — Схема мультigarмонічного ДСЛВЕ-клістрона Н-убітронного типу із гвинтовим двопоточковим релятивістським електронним пучком.

На вхід секції модуляції I, у якій створене періодичне реверсивне поперечне циркулярно-поляризоване Н-убітронне магнітне поле з індукцією  $\mathbf{B}_{2,1}$  (позиція 3, рис. 2.1), подається електромагнітний сигнал з напруженістю електричного поля  $\mathbf{E}_1$ , з частотою першої гармоніки  $\omega_{1,1}$  й хвильовим числом першої гармоніки  $k_{1,1}$ . Основним призначенням секції модуляції I є збудження у гвинтовому двопоточковому РЕП (позиція 2, рис. 2.1) хвилі просторового заряду. У поданій роботі вивчаємо як випадок, коли на вхід модулятора I подається монохроматичний вхідний сигнал  $\mathbf{E}_1$  (позиція 1, рис. 2.1), так і ситуацію, коли на вхід модулятора I подається мультigarмонічний сигнал з вузьким частотним спектром  $\mathbf{E}_1$  (позиція 1, рис. 2.1). У першому випадку магнітне поле модулятора  $\mathbf{B}_{2,1}$  в секції I вибираємо монохроматичним з періодом ондуляції першої гармоніки  $\lambda_{2,1}$ , у другому — мультigarмонічним. У загальному випадку вважаємо, що поля  $\mathbf{E}_1$  та  $\mathbf{B}_{2,1}$  є мультigarмонічними. У результаті трихвильового параметричного

резонансу хвилі сигналу  $E_1$  з магнітним полем модулятора і  $B_{2,1}$  у двопотоковому електронному пучку збуджується хвиля просторового заряду з напруженістю електричного поля  $E_3$ , з частотою першої гармоніки  $\omega_{3,1}$  й хвильовим числом першої гармоніки  $k_{3,1}$ .

Далі промодульований електронний пучок 1 входить у пролітну секцію II. Електромагнітна хвиля сигналу  $E_1$  на вході в цю секцію поглинається. Основним призначенням пролітної секції II є підсилення й інтенсивне збудження вищих гармонік хвилі просторового заряду як за рахунок множинних трихвильових резонансних взаємодій гармонік ХПЗ, так і за рахунок двопотокової нестійкості. Для реалізації ефективного збудження вищих гармонік ХПЗ частоту першої гармоніки ХПЗ  $\omega_{3,1}$  вибираємо набагато меншою за критичну частоту двопотокової нестійкості  $\omega_{cr}$ . Завдяки цьому всі гармоніки, частота яких менше критичної частоти  $\omega_{cr}$  будуть підсилюватися за рахунок двопотокової нестійкості. Також приймаємо до уваги, що хвилі просторового заряду, які зростають у гвинтовому релятивістському електронному пучку за рахунок двопотокової нестійкості, характеризуються лінійною дисперсійною залежністю. Тому між гармоніками ХПЗ виникає велика кількість трихвильових параметричних резонансних взаємодій, про які говоримо як про множинні резонансні взаємодії. Це призводить до інтенсивного збудження великої кількості гармонік ХПЗ. Відзначимо, що у випадку вибору частоти першої гармоніки ХПЗ  $\omega_{3,1}$  набагато меншою за критичну частоту двопотокової нестійкості  $\omega_{cr}$  інкремент зростання гармонік ХПЗ буде збільшуватися зі збільшенням номера гармоніки аж до оптимальної частоти  $\omega_{opt} = \sqrt{3/8} \cdot \omega_{cr}$ , яка відповідає максимальному інкременту зростання [31–33]. Завдяки цьому у пролітній секції II відбувається формування ХПЗ із широким частотним спектром і аномальною ділянкою, у якій більш високі гармоніки мають більші амплітуди.

Після проходження пролітної секції II гвинтовий релятивістський електронний пучок, у якому збуджені вищі гармоніки ХПЗ, спрямовується на вхід прикінцевої секції III. Основним призначенням прикінцевої секції III є перетворення мультигармонічної хвилі просторового заряду в потужну мультигармонічну електромагнітну хвилю сигналу. Для цього у прикінцевій секції створене мультигармонічне Н-убітронне поле (позиція 4, рис. 2.1) з індукцією  $\mathbf{V}_{2,III}$ . Завдяки параметричним резонансам між гармоніками ХПЗ і гармоніками мультигармонічного поля накачки  $\mathbf{V}_{2,III}$  відбувається генерація мультигармонічного електромагнітного сигналу з напруженістю  $\mathbf{E}_1$  і його підсилення. Фактично, тут відбувається зворотне перетворення енергії мультигармонічної ХПЗ в енергію мультигармонічного електромагнітного сигналу  $\mathbf{E}_1$ . При цьому для кожної з гармонік мультигармонічної ХПЗ виконується умова параметричного резонансу з відповідними гармоніками поля накачки й електромагнітного сигналу.

Змінюючи параметри полів накачки  $\mathbf{V}_{2,III}$ ,  $\mathbf{V}_{2,I}$ , частоту першої гармоніки вхідного сигналу  $\mathbf{E}_1$ , довжину пролітної секції, можемо керувати формою спектра ХПЗ, а значить і формою спектра потужного мультигармонічного електромагнітного сигналу 5 на виході ДСЛІВЕ, у тому числі, і створювати ультракороткий кластер електромагнітного поля.

Як вихідні рівняння для аналізу динаміки електромагнітних хвиль в мультигармонічних ДСЛІВЕ використовуємо релятивістське квазігідродинамічне рівняння [1],

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_q \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{v}}{\gamma_q^2} \right) \mathbf{v}_q = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_q \mathbf{B}] - \frac{\mathbf{v}_q}{c^2} (\mathbf{v}_q \mathbf{E}) \right\} - \frac{v_T^2}{n_q \gamma_q} \left[ \frac{\partial n_q}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\mathbf{v}_q}{c^2} \left( \mathbf{v}_q \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) n_q \right], \quad (2.1)$$

рівняння неперервності

$$\frac{\partial n_q}{\partial t} + \frac{\partial(n_q \mathbf{v}_q)}{\partial \mathbf{r}} = 0, \quad (2.2)$$

й рівняння Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{q=1}^2 e n_q \mathbf{v}_q, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi \sum_{q=1}^2 e n_q, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0. \quad (2.3)$$

В цих рівняннях:

$e = -|e|$  — заряд електрона;

$m_e$  — маса спокою електрона;

$\nu$  — частота зіткнень частинок;

$n_q$  — концентрація  $q$ -го сорту частинок;

$\gamma_q = (1 - \mathbf{v}_q^2 / c^2)^{-1/2}$  — релятивістський фактор  $q$ -го сорту частинок;

$c$  — швидкість світла у вакуумі;

$\mathbf{v}_q$  — вектор швидкості відповідного сорту частинок;

$\mathbf{r}$  — радіус-вектор;

$\mathbf{E}$  — напруженість електричного поля;

$\mathbf{B}$  — індукція магнітного поля.

Реальні пучки є поперечно обмеженими. Відомо, що для поперечно обмежених систем дисперсійні властивості пучкових хвиль залежать не тільки від власних характеристик пучка (щільність, швидкість), але від його геометрії і зовнішнього оточення [1, 2, 59, 61, 62, 65]. Такий вплив на дисперсійні властивості поздовжніх хвиль просторового заряду можна досить легко врахувати, замінивши плазмову частоту в дисперсійних співвідношеннях поперечно-необмежених пучків на так звану редуковану плазмову частоту [1, 2, 59, 61, 62, 65], яка залежить від поперечних геометричних розмірів пучка. Таким чином, поперечна обмеженість

принципово не впливає на характер дисперсійних співвідношень поздовжніх ХПЗ. Також слід зазначити, що з аналізу виразів для редукованої плазмової частоти випливає, що якщо поперечні розміри пучка є набагато більшими за довжини хвиль, що поширюються в досліджуваній системі, то редукована плазмова частота збігається з плазмовою і фактором поперечної обмеженості пучків можна знехтувати [1, 2, 59, 61, 62, 65]. У дисертаційній роботі будемо вивчати нелінійні процеси в потужнострумових електронних пучках, поперечні розміри яких істотно перевищують довжини хвиль, які поширюються в системі. Тому електронні пучки в таких моделях вважатимемо поперечно необмеженими.

У супергетеродинних ЛВЕ використовуються сильнострумові електронні пучки. Це означає, що на рух таких пучків значний вплив робить їх власний статичний просторовий заряд. Його вплив проявляється у вигляді кулонівської взаємодії, яка призводить до розширення поперечного перерізу пучка і зміни потенціалу всередині пучка, що зменшує поздовжню швидкість електронів [1, 2, 59, 61, 62, 65, 135]. Для компенсації цих явищ використовують різні способи, наприклад, фокусувальні магнітні поля, в деяких випадках поле електронних пучків частково нейтралізується іонами, що утворюються при зіткненнях електронів пучка із залишковим газом малої щільності, і т.д. У поданій дисертаційній роботі проблеми транспортування електронних пучків розглядати не будемо. Будемо вважати, що власні статичні поля електронних пучків в розглянутих ЛВЕ компенсовані тим чи іншим способом. Про такі електронні пучки кажуть, що вони є зарядово-компенсованими.

Відомо, що якщо розмір неоднорідності змінного поля істотно більше дебаєвського радіусу екранування, то тепловим рухом частинок плазми (і електронів в електронних пучках) можна знехтувати [1, 2, 5, 71, 155–157]. Цю умову нехтування тепловим рухом електронів можна перетворити і записати у вигляді [2, 71, 156]

$$v_T \ll v_{ph} \quad (2.4)$$

де  $v_T$  — теплова швидкість електронів;

$v_{ph}$  — фазова швидкість розповсюдження хвиль.

Для електронних пучків, що використовуються в супергетеродинних ЛВЕ, температура, як правило, не перевищує  $10^4$  К, а теплова швидкість —  $6 \cdot 10^5$  м/с [1, 2, 5, 71, 155–157]. Фазові ж швидкості хвиль при цьому близькі до швидкості світла  $c \sim 3 \cdot 10^8$  м/с. Тому умова (2.4) ( $v_T / v_{ph} \approx 2 \cdot 10^{-3}$ ) виконується з достатньою точністю. Тому в досліджуваній моделі двопотокового супергетеродинного лазера на вільних електронах з гвинтовим електронним пучком тепловим розкидом електронів будемо нехтувати.

Будемо також вважати, що в електронних пучках, що розглядаються в роботі, зіткненнями частинок можна знехтувати. Таке наближення можна застосувати для опису процесів, що протікають за час, менший, ніж час вільного пробігу частинок (час між двома зіткненнями) [1, 2, 5, 71, 155–157]. Це означає, що частота  $\omega$  хвиль, що досліджуються, повинна перевищувати частоту зіткнень  $\nu$

$$\omega \gg \nu \quad (2.5)$$

Для аналізу нерівності (2.5) стосовно типових задач сильнотрумової релятивістської електроніки (до яких відноситься і ДСЛВЕ з гвинтовими електронними пучками), слід отримати оцінку частот різного типу зіткнень. Такий аналіз, проведений, наприклад, в [2, 71, 156, 157], показує, що електронні пучки, що використовуються в сильнотрумовій релятивістській плазмовій електроніці, можна вважати беззіткневими.

Таким чином, нехтуючи тепловим розкидом електронів та їх зіткненнями, релятивістське квазігідродинамічне рівняння та рівняння неперервності можна подати наступним чином

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v_{qz} \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathbf{v}_q = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left( \mathbf{E} + [\mathbf{v}_q \times \mathbf{B}] / c - \mathbf{v}_q (\mathbf{v}_q \mathbf{E}) / c^2 \right), \quad (2.6)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v_{qz} \frac{\partial}{\partial z} \right) n_q = -n_q \frac{\partial v_{qz}}{\partial z}, \quad (2.7)$$

У цих рівняннях враховано, що у поперечно необмеженій моделі усі величини залежать лише від часу  $t$  та повздожньої координати  $z$ .

Вирішення задачі аналізу динаміки амплітуд гармонік хвиль розбиваємо на три формально незалежних етапи: 1) знаходження розв'язків задачі руху (2.6) гвинтового двопотокових релятивістського електронного пучка в заданих електромагнітних полях; 2) вирішення рівняння неперервності (2.7), приймаючи, що швидкості електронного пучка є відомими; 3) отримання рішень задачі про збудження електромагнітних полів (2.3) за відомими швидкостями та концентраціями електронного пучка.

Задачі руху й рівняння неперервності вирішуємо за допомогою методу усереднених характеристик [50, 51], який модернізуємо відповідно до особливостей розв'язуваної задачі, задачу про збудження електромагнітного поля — за допомогою методу повільно змінних амплітуд. При цьому враховуємо особливості множинних трихвильових параметричних резонансних взаємодій хвиль у досліджуваному пристрої.

## 2.2. Множинні резонансні взаємодії

Для проведення аналізу динаміки хвиль у мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовим двопотоковим електронним пучком потрібно врахувати множинні параметричні резонансні взаємодії між гармоніками різного типу хвиль. Під

множинними резонансними взаємодіями розуміємо такі, що мають місце для великої кількості гармонік хвиль, які задовольняють одну і ту саму умову трихвильового параметричного резонансу. У досліджуваній системі реалізуються три групи множинних трихвильових параметричних резонансних взаємодій: 1) множинні параметричні резонанси між гармоніками хвилі просторового заряду, що розповсюджується у гвинтовому релятивістському електронному пучку; 2) множинні трихвильові взаємодії між мультигармонічними полями електромагнітної хвилі, магнітного поля накачки й хвилі просторового заряду; 3) між гармоніками електромагнітної хвилі сигналу.

Перша група множинних параметричних резонансних взаємодій між гармоніками хвилі просторового заряду у гвинтових електронних пучках виникає через лінійність дисперсійної характеристики ХПЗ [33–35] (деталі подано у розділі 3). Це означає, що для будь-якої  $m$ -ї гармоніки ХПЗ частота  $\omega_{3,m}$  й хвильове число  $k_{3,m}$  пов'язані із частотою  $\omega_{3,1}$  й хвильовим числом  $k_{3,1}$  першої гармоніки співвідношенням:

$$\omega_{3,m} = m \cdot \omega_{3,1}, \quad k_{3,m} = m \cdot k_{3,1}. \quad (2.8)$$

Тобто, щоб  $m_1$ ,  $m_2$  й  $m_3$  гармоніки ХПЗ взаємодіяли одна з одною через механізм трихвильового параметричного резонансу фази гармонік ХПЗ  $p_{3,m} = \omega_{3,m}t - k_{3,m}z$  повинні бути пов'язані співвідношенням

$$p_{3,m_1} = p_{3,m_2} + p_{3,m_3}. \quad (2.9)$$

Ця умова задовольняється, коли:

$$m_1 = m_2 + m_3. \quad (2.10)$$



Такій умові задовольняють величезна кількість гармонік. Наприклад, 10-а гармоніка бере участь у таких трихвильових резонансних взаємодіях  $10 = 1 + 9$ ,  $10 = 2 + 8$ , ...,  $10 = 11 - 1$ ,  $10 = 12 - 2$  і так далі.

Друга група множинних резонансних взаємодій пов'язана із трихвильовими параметричними взаємодіями між гармоніками електромагнітної хвилі сигналу, накачки й ХПЗ. Це обумовлено наступним. Коли частота першої гармоніки електромагнітної хвилі сигналу значно більше за плазмову частоту електронного пучка, то дисперсійне рівняння для такої хвилі спрощується і набуває вигляду

$$k_{1,m} \approx \omega_{1,m} / c = m\omega_{1,1} / c \quad (2.11)$$

Хвильове число для мультигармонічного поля накачки також описується подібним виразом

$$\begin{aligned} k_{2,m} &= mk_{2,1} \\ \omega_{2,m} &= m\omega_{2,1} = 0, (\omega_{2,1} = 0). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Як зазначалось вище, хвиля просторового заряду також характеризується лінійною дисперсійною залежністю, з якої випливає співвідношення (2.8).

Тому зі співвідношень (2.8), (2.11), (2.12) випливає, що для кожної трійки  $m$ -х гармонік сигналу, накачки й зростаючої ХПЗ мають місце трихвильові резонанси, умови яких мають вигляд

$$\omega_{3,m} = \omega_{1,m}, \quad k_{3,m} = k_{1,m} + k_{2,m}. \quad (2.13)$$

Третя група множинних резонансних взаємодій між гармоніками електромагнітної хвилі сигналу обумовлена лінійною дисперсійною залежністю електромагнітної хвилі сигналу в цьому діапазоні частот. Це

означає, що за умови трихвильової параметричної взаємодії між  $m_1$ ,  $m_2$  й  $m_3$  гармоніками електромагнітного сигналу, аналогічно як і для хвилі ХПЗ, фази гармонік сигналу  $p_{1,m} = \omega_{1,m}t - k_{1,m}z$  повинні бути пов'язані співвідношенням

$$p_{1,m_1} = p_{1,m_2} + p_{1,m_3}, \text{ тобто } m_1 = m_2 + m_3 \quad (2.14)$$

Таким чином, для гармонік електромагнітної хвилі сигналу також мають місце множинні трихвильові параметричні резонансні взаємодії. На відміну від ХПЗ для електромагнітної хвилі сигналу відсутній додатковий механізм підсилення (зростаюча ХПЗ підсилюється також і за рахунок двопотокової нестійкості). Тому коефіцієнт підсилення вищих гармонік електромагнітного сигналу за рахунок цього механізму зі збільшенням номеру гармоніки зменшується.

### **2.3. Застосування модернізованого методу усереднених характеристик до теорії мультигармонічних ДСЛВЕ**

Розглянемо особливості застосування методу усереднених характеристик для вирішення задачі руху і неперервності в мультигармонічному двопотоковому супергетеродинному лазері на вільних електронах з урахуванням множинних параметричних резонансів гармонік електромагнітних хвиль, що відбуваються у гвинтових електронних пучках. У мультигармонічному ДСЛВЕ з гвинтовими РЕП на множинні резонансні взаємодії накладається обертальний рух електронів у повздовжньому фокусувальному магнітному полі. Тому з'являється необхідність модернізації методу усереднених характеристик [49–51] для урахування додаткових ларморівських осциляцій, що мають місце в електронному пучку.

**При вирішенні задачі руху** електронів в  $q$ -му парціальному пучку будемо використовувати релятивістське рівняння руху (2.6), у якому враховано, що досліджуваному мультигармонічному ДСЛВЕ можемо

знехтувати тепловим розкидом електронів ( $v_T = 0$ ) та їх зіткненнями ( $\nu = 0$ ) (див. п. 2.1). Далі відповідно до процедури методу усереднених характеристик [1, 4, 18] здійснюємо перехід від рівняння руху  $q$ -го електронного пучка (2.6) у часткових похідних до його характеристик, тобто, рівнянь у повних похідних:

$$\frac{d\mathbf{v}_q}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_q \times \mathbf{B}] - \frac{\mathbf{v}_q (\mathbf{v}_q \cdot \mathbf{E})}{c^2} \right). \quad (2.15)$$

Також використаємо рівняння для зміни енергії електрона

$$\frac{d(m_e c^2 \gamma_q)}{dt} = (\mathbf{v}_q \cdot e_q \mathbf{E}). \quad (2.16)$$

Динаміку хвиль в досліджуваних пристроях будемо аналізувати у рамках граничної задачі. При розгляді такої задачі, вважаємо, що амплітуди і фази хвиль є функціями тільки координати  $z$ . Тому у системі (2.15)–(2.16) перейдемо від змінної часу  $t$  до повздовжньої координати  $z$  і доповнимо її рівняннями для швидких фаз та повільної координати  $\zeta = z/\xi$ :

$$\frac{d\mathbf{v}_q}{dz} = \frac{e}{m_e \gamma_q v_{qz}} \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_q \times \mathbf{B}] - \frac{\mathbf{v}_q (\mathbf{v}_q \cdot \mathbf{E})}{c^2} \right), \quad (2.17)$$

$$\frac{d\gamma_q}{dz} = \frac{e_q}{m_e c^2 v_{qz}} (\mathbf{v}_q \cdot \mathbf{E}), \quad \frac{d\zeta}{dz} = \frac{1}{\xi}, \quad (2.18)$$

$$\frac{dp_{1,m}}{dz} = \frac{m\omega_1}{v_{qz}} - k_{1,m} \equiv \Omega_{1,q,m}, \quad \frac{dp_{2,m}}{dz} = -mk_2 \equiv \Omega_{2,q,m},$$

$$\frac{dp_{3,m}}{dz} = \frac{m\omega_{3,1}}{v_{qz}} - k_{3,m} \equiv \Omega_{3,q,m}. \quad (2.19)$$

У рівняннях (2.19)  $p_{1,m}$ ,  $p_{2,m}$  та  $p_{3,m}$  фази хвиль сигналу, накачки та хвилі просторового заряду відповідно.. Зазначимо, що повільна координата  $\zeta = z/\xi$  введена для опису повільної зміни амплітуд полів порівняно з швидкою зміною фаз. У цих рівняннях також використано великий параметр  $\xi$ , який визначається відношенням швидкості зміни фаз до швидкості зміни нормованих амплітуд полів.

Таким чином, отримуємо систему рівнянь (2.17)–(2.19) у стандартному вигляді [1, 4] для застосування методу усереднених характеристик. Рівняння (2.17)–(2.18) описують зміни повільних змінних  $\mathbf{x}$ , (2.19) — швидких  $\boldsymbol{\psi}$ . До вектора повільних змінних  $\mathbf{x}$  відносимо вектор швидкості  $\mathbf{v}_q$ , релятивістський фактор  $\gamma_q$  та повільну координату  $\zeta$ :

$$\mathbf{x} = \{\mathbf{x}_{\mathbf{v}_q}, x_{\gamma_q}, x_{\zeta}\} = \{\mathbf{v}_q, \gamma_q, \zeta\}.$$

До вектора швидких змінних  $\boldsymbol{\psi}$  відносимо швидкоосцилюючі фази хвиль  $p_{1,m}$ ,  $p_{2,m}$ ,  $p_{3,m}$ :

$$\boldsymbol{\psi} = \{p_{1,1}, \dots, p_{1,N}, p_{2,1}, \dots, p_{2,N}, p_{3,1}, \dots, p_{3,N}\}. \quad (2.20)$$

Нагадаємо, що у співвідношенні (2.20)  $N$  – кількість гармонік, які враховуємо при розв'язуванні задачі. Згідно з методом усереднених характеристик компоненти вектор-функції повільних змінних

$$\frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{\mathbf{X}_{\mathbf{v}_q}, X_{\gamma_q}, X_{\zeta}\}$$

визначаються з системи (2.17)–(2.19) наступним чином:

$$\frac{1}{\xi} \mathbf{X}_{\nu_q} = \frac{e}{m_e \gamma_q \nu_{qz}} \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_q \times \mathbf{B}] - \frac{\mathbf{v}_q (\mathbf{v}_q \cdot \mathbf{E})}{c^2} \right); \quad (2.21)$$

$$\frac{1}{\xi} X_{\gamma_q} = \frac{e_q}{m_e c^2 \nu_{qz}} (\mathbf{v}_q \cdot \mathbf{E}); \quad \frac{1}{\xi} X_{\zeta} = \frac{1}{\xi}. \quad (2.22)$$

Вектор-функція швидких фаз має вигляд

$$\mathbf{\Omega} = \left\{ \Omega_{1,q,1}, \dots, \Omega_{1,q,N}, \Omega_{2,q,1}, \dots, \Omega_{2,q,N}, \Omega_{3,q,1}, \dots, \Omega_{3,q,N} \right\},$$

де компоненти цього вектора визначені співвідношеннями (2.19).

Далі використовуємо алгоритм методу усереднених характеристик для випадку декількох швидких фаз [1]. Згідно до цього алгоритму переходимо від неусереднених  $\mathbf{x}$  до усереднених  $\bar{\mathbf{x}}$  повільних змінних відповідно до співвідношення:

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{u}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \psi) \quad (2.23)$$

так, щоб рівняння для усереднених величин

$$\frac{d\bar{\mathbf{x}}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{A}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (2.24)$$

не залежало від швидких фаз  $\psi$ .

Застосовуючи співвідношення (2.23) до задачі руху у мультигармонічному ДСЛВЕ з гвинтовими пучками прийmemo до уваги те, що у незбуреному електромагнітними полями стані у гвинтовому РЕП електрони рухаються вздовж гвинтовим лініям. Тому усереднені  $x$ - та  $y$ -компоненти швидкості, і це є особливістю застосування методу усереднених

характеристик до задачі руху електронів у мультигармонічному ДСЛВЕ з гвинтовими електронними пучками, можна подати у вигляді

$$\bar{v}_{qx} = \bar{v}_{q\perp} \cos p_{q0}, \quad \bar{v}_{qy} = \bar{v}_{q\perp} \sin p_{q0}, \quad (2.25)$$

де

$$p_{q0} = - \int_0^z \frac{eB_0}{m_e \bar{\gamma}_q c \bar{v}_{qz}} dz' \quad (2.26)$$

є фазою обертання електронів у поздовжньому магнітному полі;  $\bar{v}_{q\perp}$  та  $\bar{v}_{qz}$  – усереднені поперечна та поздовжня складові вектора швидкості електронів  $q$ -го електронного пучка відповідно,  $\bar{\gamma}_q$  – усереднений релятивістський фактор  $q$ -го електронного пучка. Фактично ми приймаємо, що частота обертання електронів у поздовжньому магнітному полі відбувається з частотами багато меншими за частоти осциляцій під дією хвиль, що розповсюджуються у досліджуваному мультигармонічному ДСЛВЕ. Саме ця обставина дає підстави вважати  $\bar{v}_{qx}$  та  $\bar{v}_{qy}$  повільно змінними.

Тоді перехід від неусереднених  $\mathbf{x}$  до усереднених  $\bar{\mathbf{x}}$  повільних змінних (2.23) з урахуванням (2.25) буде описуватись наступними співвідношенням [49–51]

$$\begin{aligned} v_{qx} &= \bar{v}_{q\perp} \cos p_{q0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{qx}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad v_{qy} = \bar{v}_{q\perp} \sin p_{q0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{qy}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \\ v_{qz} &= \bar{v}_{qz} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{qz}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad \gamma_q = \bar{\gamma}_q + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\gamma_q}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \\ \zeta &= \bar{\zeta} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\zeta}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \end{aligned} \quad (2.27)$$

Алгоритм знаходження функцій  $\mathbf{A}^{(n)}, \mathbf{u}^{(n)}$  відомий [1, 49–51]. Вони визначаються через функції  $\mathbf{g}^{(n)}$ :

$$\mathbf{A}^{(n)} = \langle \mathbf{g}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\psi}) \rangle, \quad (2.28)$$

$$\mathbf{u}^{(n)} = \sum_{m_1=-N}^{m_1=+N} \dots \sum_{m_\kappa=-N}^{m_\kappa=+N} \frac{\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_\kappa}^{(n)}}{i(m_1 \Omega_1 + \dots + m_\kappa \Omega_\kappa)} \exp(i(m_1 \psi_1 + \dots + m_\kappa \psi_\kappa)), \quad (2.29)$$

де

$$\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_\kappa}^{(n)} = \langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle_{m_1 \psi_1, \dots, m_\kappa \psi_\kappa} = \left( \frac{1}{2\pi} \right)^\kappa \cdot \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \mathbf{g}^{(n)} e^{-i(m_1 \psi_1 + \dots + m_\kappa \psi_\kappa)} d\psi_1 \dots d\psi_\kappa, \quad (2.30)$$

$$\langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle = \left( \frac{1}{2\pi} \right)^\kappa \cdot \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \mathbf{g}^{(n)} d\psi_1 \dots d\psi_\kappa. \quad (2.31)$$

В свою чергу функції  $\mathbf{g}^{(n)}$  пов'язані з функціями  $\mathbf{X}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\psi})$  та  $\Omega(\mathbf{x})$  вихідної системи рівнянь (2.17)–(2.19) та визначаються такими співвідношеннями:

$$\mathbf{g}^{(1)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\psi}), \quad (2.32)$$

$$\mathbf{g}^{(2)} = \frac{1}{\xi^2} \sum_j \left( \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right), \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}^{(3)} = & \frac{1}{\xi^3} \left[ \sum_j \left( \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(2,j)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right) + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \left( \frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial^2 \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} \right) \right]. \quad (2.34) \end{aligned}$$

Зазначимо, що випадки, коли знаменники (2.29) перетворюються в нуль

$$m_1\Omega_1 + \dots + m_k\Omega_k = 0 \quad (2.35)$$

називають комбінаційними резонансами. Осциляторна функція  $\mathbf{u}^{(n)}$  визначається тільки нерезонансними компонентами  $\mathbf{g}^{(n)}$ . Резонансні компоненти входять до функцій  $\mathbf{A}^{(n)}$ .

У результаті отримуємо систему диференціальних рівнянь для повільних змінних (2.24), яку розв'язуємо або аналітичними методами, або чисельно. Через те, що ці рівняння описують зміну повільних змінних чисельне розв'язання таких систем є стандартною задачею. Швидкоосцилюючі функції  $\mathbf{u}^{(n)}$  знаходимо аналітично за допомогою співвідношень (2.29).

**Розв'язки рівняння неперервності** шукаємо аналогічно як і для задачі руху. Записуємо (2.7) у стандартному вигляді

$$\frac{dn_q}{dz} = -\frac{n_q}{v_{qz}} \frac{\partial v_{qz}}{\partial z}, \quad (2.36)$$

$$\frac{dp_{\chi,m}}{dz} = \frac{m\omega_\chi}{v_{qz}} - k_{\chi,m} \equiv \Omega_{\chi,q,m} \quad (2.37)$$

У співвідношенні (2.37) індекс  $\chi$  пробігає значення 1, 2, 3 (фази хвиль сигналу, накачки та хвилі просторового заряду відповідно). Зазначимо, що у системі (2.37) швидкості  $v_{qz}$  вже є відомими функціями, які знайдені з задачі руху. Для стандартної системи запишемо вектор повільних змінних  $\mathbf{x}$ , вектор-функцію  $\mathbf{X}$  та вектор швидких фаз  $\boldsymbol{\psi}$  у явному вигляді

$$\mathbf{x} = \left\{ x_{n_q} \right\} = \left\{ n_q \right\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \left\{ X_{n_q} \right\} = \left\{ -\frac{n_q}{v_{qz}} \frac{\partial v_{qz}}{\partial z} \right\},$$



$$\Psi = \{p_{1,1}, \dots, p_{1,N}, p_{2,1}, \dots, p_{2,q}, p_{3,1}, \dots, p_{3,N}\}, \quad (2.38)$$

$$\Omega = \{\Omega_{1,q,1}, \dots, \Omega_{1,q,N}, \Omega_{2,q,1}, \dots, \Omega_{2,q,N}, \Omega_{3,q,1}, \dots, \Omega_{3,q,N}\}.$$

Далі, використовуючи алгоритм методу усереднених характеристик для випадку декількох швидких фаз, виконуємо перехід до усереднених змінних

$$n_q = \bar{n}_q + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{n_q}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad (2.39)$$

де усереднена концентрація визначається з рівняння (2.24)

$$\frac{d\bar{n}_q}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{n_q}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}) \quad (2.40)$$

Функції  $u_{n_q}^{(n)}$  і  $A_{n_q}^{(n)}$  знаходимо за допомогою співвідношень (2.29), які обчислюються через  $\mathbf{X}(\mathbf{x}, \Psi)$  та  $\Omega(\mathbf{x})$ , що визначаються формулами (2.38).

Отримані співвідношення розв'язують шукану задачу.

## 2.4. Висновки до розділу 2

1. У результаті проведеного аналізу з'ясовано, що у мультигармонічних ДСЛВЕ з гвинтовими електронними пучками має місце три типи множинних трихвильових параметричних резонансів: 1) між гармоніками ХПЗ; 2) між відповідними гармоніками ХПЗ, магнітного поля накачки та електромагнітного поля сигналу; 3) між гармоніками електромагнітного сигналу.

2. Отримав подальший розвиток метод усереднених характеристик в частині застосування для задачі мультигармонічного двошвидкісного супергетеродинного ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками. В алгоритмі асимптотичного інтегрування була використана заміна змінних, пов'язана з обертальним рухом електронів у повздовжньому магнітному полі, яка спрощує алгоритм асимптотичного інтегрування задачі руху заряджених частинок у фокусувальному магнітному полі.

### РОЗДІЛ 3

## ФОРМУВАННЯ ХПЗ З ШИРОКИМ ЧАСТОТНИМ СПЕКТРОМ У ПРОЛІТНІЙ СЕКЦІЇ ДСЛВЕ З ГВИНТОВИМ РЕП

У розділі у рамках кубічно нелінійного наближення проведено аналіз впливу на ширину спектра і на рівні насичення мультигармонічної хвилі просторового заряду таких параметрів двопотокового релятивістського електронного пучка, як кут вльоту пучка відносно фокусувального магнітного поля, середнє значення релятивістського фактора, різниця парціальних релятивістських факторів, плазмова частота парціальних пучків. Основні наукові результати розділу опубліковані в працях [31—33, 50, 51]

### 3.1. Модель

Розглянемо детально модель пролітної секції мультигармонічного двопотокового супергетеродинного лазера на вільних електронах клістронного типу з гвинтовим релятивістським електронним пучком, що подана у розділі 2.

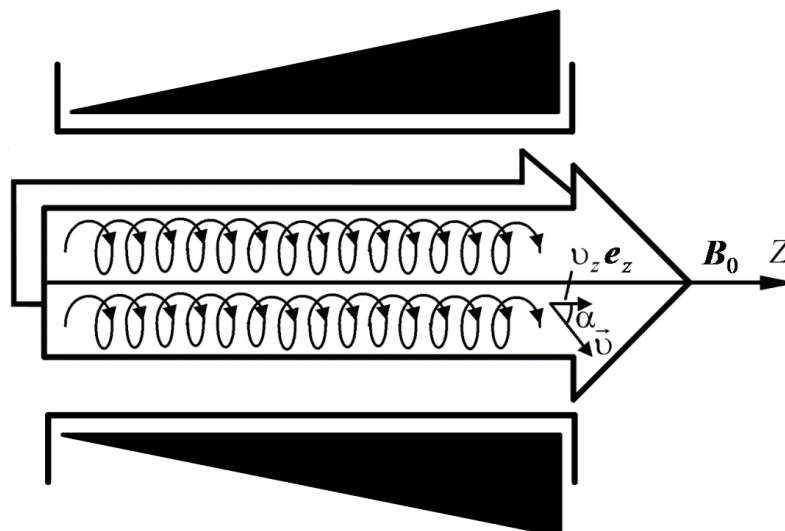


Рисунок 3.1 — Модель гвинтового двошвидкісного релятивістського електронного пучка

На вхід секції подається гвинтовий двопотоковий релятивістський електронний пучок, що складається з двох парціальних взаємно-проникних електронних потоків з близькими за модулем парціальними релятивістськими швидкостями  $v_1, v_2$  і парціальними плазмовими частотами  $\omega_{p,1}, \omega_{p,2}$ . Такий пучок влітає у досліджувану систему під кутом  $\alpha$  відносно фокусувального магнітного поля  $\mathbf{B}_0$  (рис. 3.1) і далі рухається по гвинтовій траєкторії. Вважаємо, що в поперечній площині такий пучок є однорідним, тепловим розкидом швидкостей і зіткненнями електронів нехтуємо. Обґрунтування таких обмежень моделі подано у розділі 2. Вважаємо, що просторовий заряд пучка скомпенсований іонним фоном. Розглядаємо випадок, коли в двопотоковому РЕП має місце ефект двопотокової нестійкості. Це означає, що в пролітній секції ДСЛВЕ клістронного типу з гвинтовим пучком хвиля просторового заряду, амплітуда якої зростає експоненціально (зростаюча ХПЗ), домінує над іншими типами хвиль [135, 158, 159]. У загальному випадку таку хвилю вважаємо мультигармонічною, напруженість електричного поля має вигляд, поданий співвідношенням

$$\mathbf{E}_3 = E_3 \mathbf{e}_z = \sum_{m=1}^N [E_{3z,m} \mathbf{e}_z \exp(ip_{3,m}) + c.c.], \quad (3.1)$$

де

$$p_{3,m} = \omega_{3,m} \cdot t - k_{3,m} \cdot z = m\omega_{3,1} \cdot t - k_{3,m} \cdot z. \quad (3.2)$$

Для кількісного аналізу вищеописаних процесів в якості вихідних використовуємо квазігідродинамічне рівняння (2.6), рівняння неперервності (2.7) і рівняння Максвелла (2.3).

### 3.2. Кубічно-нелінійна теорія множинних взаємодій гармонік ХПЗ в пролітній секції

Для проведення нелінійного аналізу мультигармонічних процесів у пролітній секції двопотокового супергетеродинного лазера на вільних електронах з гвинтовим електронним пучком отримуємо систему рівнянь для амплітуд хвиль, що приймають участь у параметричних резонансних взаємодіях.

Згідно до загальних принципів, розв'язання задачі множинних взаємодій гармонік ХПЗ в пролітній секції розбиваємо на три формально незалежних етапи: 1) розв'язання задачі руху двошвидкісного електронного пучка в заданих електромагнітних полях; 2) знаходження розв'язків рівняння неперервності, приймаючи, що швидкості електронного пучка вже відомі; 3) розв'язання задачі про збудження електромагнітних хвиль, вважаючи швидкості і концентрації відомими функціями, що залежать, у тому числі, і від полів.

Для розв'язання задачі руху ми застосовуємо методи ієрархічної теорії коливань і хвиль [1, 4, 5], а саме модернізований метод усереднених характеристик, який детально описаний у підрозділі 2.3. Відповідно до цього підходу ми переходимо до характеристик квазігідродинамічного рівняння, які є рівнянням в повних похідних. Через те, що вирішуємо граничну задачу, то переходимо від змінної часу до змінної повздожня координата, використовуючи відоме співвідношення для швидкості  $dt = dz / v_z$ . Доповнимо систему рівнянь рівнянням для релятивістського фактору  $\gamma_q$  виразами для швидких фаз  $p_{3,m}$  (див. також співвідношення (2.17)–(2.19)). В результаті отримуємо вихідну систему для аналізу мультигармонічних процесів у пролітній секції в стандартному вигляді:

$$\frac{dv_{qz}}{dz} = \frac{eE_3}{m_e \gamma_q v_{qz}} \left( 1 - \frac{v_{qz}^2}{c^2} \right), \quad (3.3)$$

$$\frac{d\gamma_q}{dz} = \frac{e}{m_e c^2 v_{qz}} (v_{qz} \cdot E_3), \quad \frac{d\zeta}{dz} = \frac{1}{\xi}, \quad (3.4)$$

$$\frac{dp_{3,q,m}}{dz} = \frac{m\omega_{3,1}}{v_{qz}} - k_{3,m} \equiv \Omega_{3,q,m}. \quad (3.5)$$

У цю систему рівнянь включено повільну поздовжню координату  $\zeta = z / \xi$ , де  $\xi$  великий параметр задачі, яка призначена для опису повільної зміни амплітуд полів порівняно з швидкою фаз. Індекс  $q$  приймає значення 1 та 2 (номер парціального пучка).

Порівняємо систему (3.3)—(3.5) зі стандартною [1, 4, 5, 160] і запишемо вектор повільних змінних  $\mathbf{x}$ , вектор-функції  $\mathbf{X}$ , вектор швидких фаз  $\boldsymbol{\Psi}$ , вектор фазових швидкостей  $\boldsymbol{\Omega}$  в явному вигляді

$$\mathbf{x} = \{x_{v_{qz}}, x_{\gamma_q}, x_{\zeta}\} = \{v_{qz}, \gamma_q, \zeta\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_{v_{qz}}, X_{\gamma_q}, X_{\zeta}\},$$

$$\frac{1}{\xi} X_{v_{qz}} = \frac{eE_3}{m_e \gamma_q v_{qz}} \left(1 - \frac{v_{qz}^2}{c^2}\right), \quad \frac{1}{\xi} X_{\gamma_q} = \frac{eE_3}{m_e \gamma_q v_{qz}} \left(1 - \frac{v_{qz}^2}{c^2}\right), \quad \frac{1}{\xi} X_{\zeta} = \frac{1}{\xi}, \quad (3.6)$$

$$\boldsymbol{\Psi} = \{p_{3,1}, \dots, p_{3,N}\}, \quad \boldsymbol{\Omega} = \{\Omega_{3,q,1}, \dots, \Omega_{3,q,N}\}.$$

Зазначимо, що напруженість електричного поля мультигармонічної хвилі просторового заряду має вигляд (3.1). Далі використовуємо алгоритм модернізованого методу усереднених характеристик для випадку декількох швидких фаз, який описано у підрозділі 2.3. Відповідно до цього алгоритму переходимо до усереднених змінних  $\bar{v}_{qz}$ ,  $\bar{\gamma}_q$ ,  $\bar{\zeta}$ , які визначаються наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} v_{qz} &= \bar{v}_{qz} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{qz}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad \gamma_q = \bar{\gamma}_q + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\gamma_q}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \\ \zeta &= \bar{\zeta} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\zeta}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \end{aligned} \quad (3.7)$$

У рівняннях (3.7) усереднені змінні  $\bar{v}_{qz}$ ,  $\bar{\gamma}_q$ ,  $\bar{\zeta}$  визначаються згідно до схеми асимптотичного інтегрування рівняннями типу (2.24), а саме

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{qz}}{dz} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_{qz}}^{(n)}(\bar{v}_{qz}, \bar{\gamma}_q, \bar{\zeta}), \quad \frac{d\bar{\gamma}_q}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\gamma_q}^{(n)}(\bar{v}_{qz}, \bar{\gamma}_q, \bar{\zeta}), \\ \frac{d\bar{\zeta}}{dz} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\zeta}^{(n)}(\bar{v}_{qz}, \bar{\gamma}_q, \bar{\zeta}) \end{aligned} \quad (3.8)$$

У співвідношеннях (3.7)–(3.8) функції  $\mathbf{u}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi)$  та  $\mathbf{A}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}})$  знаходяться за допомогою співвідношень (2.28), (2.29). Із цих формул, зокрема, випливає:  $u_{\zeta}^{(n)} = 0$  для будь-яких  $n$ ;  $A_{\zeta}^{(1)} = 1$ ,  $A_{\zeta}^{(n)} = 0$  для  $n > 1$ ;  $A_{v_z}^{(1)} = A_{v_z}^{(2)} = 0$ ,

$$\frac{1}{\xi} u_{v_{qz}}^{(1)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_q \bar{v}_{qz}} \left( 1 - \frac{\bar{v}_{qz}^2}{c^2} \right) \cdot \sum_{m=1}^N \left[ \frac{E(\bar{\zeta})_{3z,m}}{i\Omega_{3,q,m}} \exp(ip_{3,m}) + c.c. \right], \quad (3.9)$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\gamma_q}^{(1)} = \frac{e}{m_e c^2} \cdot \sum_{m=1}^N \left[ \frac{E(\bar{\zeta})_{3z,m}}{i\Omega_{3,q,m}} \exp(ip_{3,m}) + c.c. \right], \quad (3.10)$$

$$u_{v_{qz}}^{(2)} = \sum_{m=-N}^{m=+N} \frac{\mathbf{g}_{v_{qz},m}^{(2)}}{i\Omega_{3,q,m}} \exp(ip_{3,m}), \quad u_{\gamma_q}^{(2)} = \sum_{m=-N}^{m=+N} \frac{\mathbf{g}_{\gamma_q,m}^{(2)}}{i\Omega_{3,q,m}} \exp(ip_{3,m}), \quad (3.11)$$

де

$$\mathbf{g}_{v_{qz},m}^{(2)} = \left\langle \mathbf{g}_{v_{qz}}^{(2)} \right\rangle_{p_{3,m}}, \quad \mathbf{g}_{\gamma_q,m}^{(2)} = \left\langle \mathbf{g}_{\gamma_q}^{(2)} \right\rangle_{p_{3,m}}, \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\xi^2} \mathbf{g}_{\nu_{qz}}^{(2)} = & \frac{(-e)}{m_e \bar{\gamma}_q^2 \bar{\nu}_{qz}} \left( 1 - \frac{\bar{\nu}_{qz}^2}{c^2} \right) \cdot \left( E_3 \cdot \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{\gamma_q}^{(1)} \right) + \frac{(-e)}{m_e \bar{\gamma}_q} \left( \frac{1}{\bar{\nu}_{qz}^2} + \frac{1}{c^2} \right) \cdot \left( E_3 \cdot \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{\nu_{qz}}^{(1)} \right) + \\
& + \frac{(-e)}{m_e \bar{\gamma}_q \bar{\nu}_{qz}} \left( 1 - \frac{\bar{\nu}_{qz}^2}{c^2} \right) \cdot \sum_{m=1}^N \left[ \frac{\partial E(\bar{\zeta})_{3z,m} / \partial z}{i \Omega_{3,q,m}} \exp(ip_{3,m}) + c.c. \right] + \\
& + \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_q \bar{\nu}_{qz}^3} \left( 1 - \frac{\bar{\nu}_{qz}^2}{c^2} \right) \cdot \sum_{m=1}^N \left[ \frac{E(\bar{\zeta})_{3z,m} \cdot m \omega_3}{\Omega_{3,q,m}} \exp(ip_{3,m}) + c.c. \right] \cdot \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{\nu_{qz}}^{(1)}, \quad (3.13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\xi^2} \mathbf{g}_{\gamma_q}^{(2)} = & \frac{e}{m_e c^2} \cdot \sum_{m=1}^N \left[ \frac{\partial E(\bar{\zeta})_{3z,m} / \partial z}{i \Omega_{3,q,m}} \exp(ip_{3,m}) + c.c. \right] + \\
& + \frac{e}{m_e c^2 \bar{\nu}_{qz}^2} \cdot \sum_{m=1}^N \left[ \frac{E(\bar{\zeta})_{3z,m} \cdot m \omega_3}{\Omega_{3,q,m}} \exp(ip_{3,m}) + c.c. \right] \cdot \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{\nu_{qz}}^{(1)}. \quad (3.14)
\end{aligned}$$

і так далі. Зазначимо, що (3.13)–(3.14) поле  $E_3$  визначається співвідношенням (3.1), а функції  $\mathbf{u}^{(1)}$  формулами (3.9)–(3.10). Зокрема з знаходимо відповідно до (2.28)  $A_{\nu_{qz}}^{(3)} = \langle \mathbf{g}_{\nu_{qz}}^{(3)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi) \rangle$ ,  $A_{\gamma_q}^{(3)} = \langle \mathbf{g}_{\gamma_q}^{(3)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi) \rangle$ . В результаті отримуємо рішення як для осциляторної так і для постійної складової швидкості з точністю до  $(1/\xi)^3$ .

**Розв'язок рівняння неперервності** знаходимо аналогічно. Перетворюємо рівняння неперервності до стандартного вигляду (див. підрозділ 2.3). Швидкість  $\epsilon$  вже відомою функцією від швидких фаз, постійної складової швидкості і повільно змінних амплітуд електричних полів, яку отримали під час розв'язання задачі руху. Включимо в таку систему рівняння для швидких фаз. У підсумку одержимо систему у стандартному вигляді

$$\frac{dn_q}{dz} = -\frac{n_q}{\nu_{qz}} \frac{\partial \nu_{qz}}{\partial z}, \quad \frac{dp_{3,q,m}}{dz} = m \frac{\omega_{3,1}}{\nu_{\alpha z}} - k_{3,m} \equiv \Omega_{3,q,m}. \quad (3.15)$$

Запишемо вектор повільних змінних  $\mathbf{x}$ , вектор-функції  $\mathbf{X}$ , вектор швидких фаз  $\Psi$ , вектор фазових швидкостей  $\Omega$  в явному вигляді

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = \{x_{n_q}\} = \{n_q\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_{n_q}\} = \left\{ -\frac{n_q}{v_{qz}} \frac{\partial v_{qz}}{\partial z} \right\}, \\ \Psi = \{p_{3,1}, \dots, p_{3,N}\}, \\ \Omega = \{\Omega_{3,q,1}, \dots, \Omega_{3,q,N}\}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Далі використовуємо описаний у підрозділі 2.3 алгоритм модернізованого методу усереднених характеристик і переходимо до усереднених змінних

$$n_q = \bar{n}_q + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{n_q}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad \frac{d\bar{n}_q}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{n_q}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}) \quad (3.17)$$

Алгоритм знаходження  $u_{n_q}^{(n)}$  і  $A_{n_q}^{(n)}$  описано у підрозділі 2.3. З співвідношень (2.28), (2.29):  $A_n^{(1)} = A_n^{(2)} = 0$ ,

$$\frac{1}{\xi} u_{n_q}^{(1)} = \frac{e\bar{n}_{n_q}}{m_e \bar{\gamma}_q \bar{v}_{qz}^2} \left( 1 - \frac{\bar{v}_{qz}^2}{c^2} \right) \cdot \sum_{m=1}^N \left[ \frac{k_{3,m} E(\bar{\zeta})_{3z,m}}{i\Omega_{3,q,m}^2} \exp(ip_{3,m}) + c.c. \right], \quad (3.18)$$

$$u_{n_q}^{(2)} = \sum_{m=-N}^{m=+N} \frac{g_{n_q,m}^{(2)}}{i\Omega_{3,q,m}} \exp(ip_{3,m}), \quad (3.19)$$

де

$$g_{n_q,m}^{(2)} = \left\langle g_{n_q}^{(2)} \right\rangle_{p_{3,m}}, \quad (3.20)$$



$$\frac{1}{\xi^2} \mathbf{g}_{n_q}^{(2)} = \sum_{m=1}^N \left[ \frac{1}{\xi} \frac{\partial u_{v_{qz}}^{(1)}}{\partial p_{3,m}} k_{3,m} \right] \left( \frac{u_{n_q}^{(1)}}{\xi \bar{v}_{qz}} - \frac{\bar{n}_q u_{v_{qz}}^{(1)}}{\xi \bar{v}_{qz}^2} \right) -$$

$$- \frac{\bar{n}_q}{\bar{v}_{qz}} \left( \sum_{m=1}^N \left[ \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial u_{v_{qz}}^{(2)}}{\partial p_{3,m}} k_{3,m} \right] + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial u_{v_{qz}}^{(1)}}{\partial \zeta} \right) - \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial u_{n_q}^{(1)}}{\partial \zeta} + \sum_{m=1}^N \left[ \frac{1}{\xi} \frac{\partial u_{n_q}^{(1)}}{\partial p_{3,m}} \omega_{3,m} \right] \frac{1}{\xi} \frac{u_{v_{qz}}^{(1)}}{\bar{v}_{qz}^2}. \quad (3.21)$$

і так далі. У співвідношенні (3.21) функція  $u_{n_q}^{(1)}$  знаходиться з (3.18), а  $u_{v_{qz}}^{(1)}$  – з (3.9). Зокрема з знаходимо відповідно до (2.28)  $A_{n_q}^{(3)} = \langle \mathbf{g}^{(3)}(\bar{n}_q, \Psi) \rangle$ . В результаті отримуємо розв'язки як для осциляторної так і для постійної складової концентрації з точністю до  $(1/\xi)^3$ .

Для розв'язання задачі збудження електромагнітних полів отримані вирази для швидкості і концентрації парціальних пучків з точністю до  $1/\xi^3$  підставляємо в рівняння Максвелла. Ураховуємо, що ці вирази, отримані за допомогою методу усереднених характеристик, мають вигляд рядів за малим параметром  $1/\xi$ . Розкладаємо їх також в ряди за гармоніками швидких фаз. У результаті математичних перетворень отримуємо систему самоузгоджених нелінійних диференціальних рівнянь для комплексних амплітуд гармонік напруженості електричного поля зростаючої хвилі просторового заряду в кубічному наближенні

$$C_{2,3,m} \frac{d^2 E_{3,m}}{dz^2} + C_{1,3,m} \frac{dE_{3,m}}{dz} + D_{3,m} E_{3,m} =$$

$$= C_{3,3,m} \left\langle E_z \cdot \sum_{m'=1}^N \left[ E_{3,m'} \exp(ip_{3,m'}) / (im') + c.c. \right] \right\rangle_{P_{3,m}} + F_{3,m}, \quad (3.22)$$

В рівнянні (3.22) індекс номера гармоніки  $m$  приймає значення від 1 до  $N$ ,

$$D_{3,m}(\omega_{3,m}, k_{3,m}) \equiv -ik_{3,m} \left( 1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_{p,q}^2 (1 - (v_{qz}/c)^2)}{(\omega_{3,m} - k_{3,m} v_{qz})^2 \gamma_q} \right) \quad (3.23)$$

– дисперсійна функція ХПЗ,  $C_{1,3,m} = \partial D_{3,m} / \partial(-ik_{3,m})$ ,

$$C_{2,3,m} = \partial^2 D_{3,m} / \partial(-ik_{3,m})^2 / 2, \quad \langle \dots \rangle_{p_{3,m}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \exp(-ip_{3,m})) dp_{3,m},$$

$$C_{3,3,m} = \sum_{q=1}^2 \frac{3e\omega_{p,q}^2 (1 - (v_{qz}/c)^2) k_1}{im(\omega_1 - k_1 v_{qz})^3 v_{qz} \gamma_q^2 m_e} \left[ \frac{\omega_1 (1 - (v_{qz}/c)^2)}{\omega_1 - k_1 v_{qz}} - 1 \right],$$

$F_{3,m} = 4\pi e \left\langle \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} u_{n,q}^{(3)} \right\rangle_{p_{3,m}}$  – функції, що враховують кубічні нелінійні доданки і

залежать від напруженостей електричних полів гармонік взаємодіючих хвиль. Коефіцієнти в системі рівнянь (3.22) також залежать від постійних складових швидкостей і концентрацій парціальних пучків, які змінюються в процесі нелінійної взаємодії гармонік ХПЗ. Тому систему рівнянь (3.22) доповнимо рівняннями для постійних складових

$$\frac{dv_{qz}}{dz} = V_q(E_1, E_2, \dots, E_N, v_q, n_q), \quad \frac{dn_q}{dz} = N_q(E_1, E_2, \dots, E_N, v_q, n_q). \quad (3.24)$$

Деталі побудови рівнянь, подібних до (3.22), (3.24) викладені в [1, 18, 34].

Функції  $V_q = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{v,q}^{(3)}$ ,  $N_q = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{n,q}^{(3)}$  містять кубічно-нелінійні доданки.

Система рівнянь (3.22), (3.24) дозволяє досліджувати мультигармонічні процеси в гвинтовому двошвидкісному релятивістському електронному пучку в кубічно-нелінійному наближенні.

### 3.3. Аналіз процесів формування мультигармонічної хвилі просторового заряду у слабосигнальному наближенні

Розглядаємо випадок, коли  $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$ . Відзначимо, що система рівнянь (3.22), (3.24) описує як експоненціальне зростання гармонік хвилі просторового заряду внаслідок двопотокової нестійкості, так і множинні трихвильові резонансні взаємодії між гармоніками зростаючої ХПЗ. Коли частота  $m$ -ї гармоніки ХПЗ менше за критичну частоту двопотокової нестійкості  $\omega_{cr}$ , то дисперсійне рівняння

$$D_{3,m}(\omega_{3,m}, k_{3,m}) \equiv -ik_{3,m} \left( 1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_p^2 (1 - (v_{qz}/c)^2)}{(\omega_{3,m} - k_{3,m} v_{qz})^2 \gamma_q} \right) = 0 \quad (3.25)$$

буде мати комплексні корені. На відміну від випадку прямолінійного пучка,

тут  $\gamma_q = \left( 1 - \frac{v_{qx}^2 + v_{qy}^2 + v_{qz}^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}$ . Наближене аналітичне рішення рівняння (3.25)

для гвинтового релятивістського двопотокового електронного пучка можна знайти аналогічно, як і для випадку прямолінійного пучка (див., наприклад, [1, 135]). Рішення шукаємо у вигляді:

$$k_{3,m} = \omega_{3,m} / v_{0z} + i\Gamma_{3,m}, \quad (3.26)$$

де  $v_{0z} = (v_{1z} + v_{2z})/2$ ,  $i\Gamma_{3,m}$  – нелінійна добавка до хвильового числа ХПЗ. Про величину  $\Gamma$  говорять як про інкремент зростання, так як ця величина визначає експоненціальне зростання гармонік. Фази хвиль  $p_{3,m} = \omega_{3,m}t - k_{3,m}z$  визначаються виключно дійсною частиною комплексного хвильового числа. Тому доданок  $D_{3,m} \cdot E_{3,m}$  в (3.22) також визначається дійсною частиною комплексного хвильового числа  $\text{Re}(k_{3,m})$  і через це не дорівнює нулю. Якщо

в рівнянні (3.22) утримати тільки лінійні за  $E_{3,m}$  складові, амплітуду зростаючої ХПЗ подати у вигляді  $E_{3,m} \propto \exp(\Gamma_{3,m}z)$ , то з (3.22) отримаємо

$$C_{2,3,m}\Gamma_{3,m}^2 + C_{1,3,m}\Gamma_{3,m} + D_{3,m} = 0. \quad (3.27)$$

Звідси легко отримати інкремент зростання:

$$\Gamma_{3,m} = -\frac{C_{1,3,m}}{2C_{2,3,m}} \pm \sqrt{\left(\frac{C_{1,3,m}}{2C_{2,3,m}}\right)^2 - \frac{D_{3,m}}{C_{2,3,m}}} \approx \pm \sqrt{-\frac{D_{3,m}}{C_{2,3,m}}}. \quad (3.28)$$

Тут враховано, що, як показують числові оцінки,  $|C_{1,3,m}/(2C_{2,3,m})| \ll |D_{3,m}/C_{2,3,m}|$ . Таким чином, в системі рівнянь (3.22) доданки  $C_{2,3,m}d^2E_{3,m}/dz^2$  і  $D_{3,m}E_{3,m}$  відповідають за експоненціальне зростання хвиль.

Підставляємо (3.26) в (3.25), й знаходимо вираз для нелінійної добавки до хвильового числа ХПЗ з рівняння

$$\frac{\omega_p^2(1-(v_{1z}/c)^2)}{\left(\omega_{3,m} - \left(\frac{\omega_{3,m}}{v_{1z}} + i\Gamma\right)v_{1z}\right)^2 \gamma_1} + \frac{\omega_p^2(1-(v_{2z}/c)^2)}{\left(\omega_{3,m} - \left(\frac{\omega_{3,m}}{v_{2z}} + i\Gamma\right)v_{2z}\right)^2 \gamma_2} = 1 \quad (3.29)$$

Внаслідок перетворень отримуємо біквдратне рівняння вигляду

$$\begin{aligned} & (\Gamma_{3,m}v_{0z})^4 - 2(\Gamma_{3,m}v_{0z})^2 \left( -\delta^2\omega_{3,m}^2 - \frac{\omega_p^2\sqrt{1-(v_{0z}/c)^2}}{\gamma_0} \right) + \\ & + \left( \delta^4\omega_{3,m}^4 - 2\frac{\omega_p^2\sqrt{1-(v_{0z}/c)^2}}{\gamma_0}\delta^2\omega_{3,m}^2 \right) = 0. \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\text{Тут} \quad \delta = \frac{v_{z1} - v_{z2}}{v_{z1} + v_{z2}} = \frac{v_1 \cos \alpha - v_2 \cos \alpha}{v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \alpha} = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}. \quad (3.31)$$

Звідси

$$i\Gamma_{3,m} = \pm \frac{\omega_p \sqrt{1 - (v_{0z}/c)^2}}{\gamma_0 v_{0z}} \left\{ 1 + \frac{\omega_{3,m}^2 \delta^2 \gamma_0}{\omega_p^2 \sqrt{1 - (v_{0z}/c)^2}} \pm \sqrt{1 + \frac{4\omega_{3,m}^2 \delta^2 \gamma_0}{\omega_p^2 \sqrt{1 - (v_{0z}/c)^2}}} \right\}^{1/2}. \quad (3.32)$$

У формулах (3.29)–(3.32),  $v_0 = (v_1 + v_2)/2$  – середня швидкість двопотокового електронного пучка,  $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - (v_0/c)^2}$ .

Співвідношення (3.32) отримане за умов  $|v_{0z}\Gamma_{3,m}/\omega_p| \ll 1$ ,  $|\omega_{3,m}\delta/\omega_p| \ll 1$ .

Із співвідношення (3.32) випливає, що якщо частота гармоніки ХПЗ  $\omega_{3,m}$  буде менше за критичну частоту гвинтового двопотокового електронного пучка

$$\omega_{cr} = \frac{\sqrt{2}\omega_p}{\delta} \sqrt{\frac{1 - (v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}}, \quad (3.33)$$

то дві хвилі будуть характеризуватися комплексним хвильовим числом  $k$ . Одна із цих хвиль буде експоненціально зростати (зростаюча хвиля). Для неї величина  $\Gamma_{3,m}$  має фізичний зміст інкремента зростання. Інша хвиля буде експоненціально загасати (загасаюча хвиля). Через те що амплітуда загасаючої хвилі буде швидко зменшуватися, то цю хвилю далі не враховуємо. Варто також сказати, що рівняння (3.25) крім двох комплексних коренів при  $\omega < \omega_{cr}$  допускає ще два дійсних кореня, які відповідають повільній і швидкій хвилям [1, 68, 135]. Вважаємо, що на вході в досліджувану систему амплітуди повільної й швидкої хвилі просторового

заряду малі, впливом цих хвиль на процеси розвитку двопотокової нестійкості можна знехтувати.

Нескладно, аналізуючи (3.32), знайти оптимальну частоту для гвинтового двопотокового електронного пучка

$$\omega_{\text{opt}} = \frac{\sqrt{3}\omega_p}{2\delta} \sqrt{\frac{1 - (v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} = \omega_{\text{cr}} \sqrt{\frac{3}{8}}, \quad (3.34)$$

яка відповідає максимальному інкременту зростання

$$\Gamma(\omega_{\text{opt}}) = \frac{\omega_p}{2v_{0z}} \sqrt{\frac{1 - (v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}}. \quad (3.35)$$

Аналізуючи формули (3.33)-(3.35), можемо переконатися в тому, що при збільшенні кута вльоту електронного пучка  $\alpha$  збільшуються як критична частота

$$\omega_{\text{cr}} = \frac{\sqrt{2}\omega_p \sqrt{1 + \gamma_{0z}^2 (v_{0z}/c)^2 \sin^2 \alpha}}{\delta \cdot \gamma_{0z}^{3/2}}, \quad (3.36)$$

так і максимальний інкремент зростання

$$\Gamma(\omega_{\text{opt}}) = \frac{\omega_p \sqrt{1 + \gamma_{0z}^2 (v_{0z}/c)^2 \sin^2 \alpha}}{2v_{0z} \gamma_{0z}^{3/2} \cos \alpha}. \quad (3.37)$$

Таким чином, у гвинтових двопотокових електронних пучках розвиток двопотокової нестійкості відбувається з більш високими інкрементами зростання, ніж у прямолінійних пучках. Тому використання гвинтових пучків у двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах приводить

до збільшення темпів підсилення електромагнітних хвиль. Відзначимо, що такий же висновок для двопотокових ЛВЕ із гвинтовими електронними пучками був зроблений у роботах зарубіжних авторів [79, 82], однак, причина такого збільшення в цих роботах з'ясована не була. З викладеного вище аналізу випливає, що підвищення темпів підсилення електромагнітного сигналу у двопотокових супергетеродинних ЛВЕ пов'язане зі збільшенням інкрементів зростання двопотокової нестійкості у гвинтових релятивістських електронних пучках. Також слід зазначити, що для гвинтових електронних пучків як оптимальна частота двопотокової нестійкості, так і критична частота є більш високими порівняно із прямолінійними електронними пучками. Це значить, що двопотокові супергетеродинні лазери на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками можуть працювати на більш високих частотах, ніж супергетеродинні ЛВЕ, що використовують прямолінійні пучки.

Зі співвідношення (3.26) також випливає, що в гвинтовому двопотоковому електронному пучку при частотах  $\omega < \omega_{cr}$  будуть відбуватися множинні трихвильові параметричні резонанси [1, 17, 18, 32, 115]. З рівняння (3.26) випливає, що зв'язок між хвильовим числом і частотою гвинтового двошвидкісного релятивістського електронного пучка є лінійним  $k_{3,m} = \omega_{3,m} / v_{0z}$ . Цей факт означає, що у ДСЛВЕ з гвинтовими РЕП мають місце множинні резонансні взаємодії. Картина множинних взаємодій детально описана у розділі 2.2. Такі множинні резонансні взаємодії в рамках квадратичної нелінійної теорії враховані в системі рівнянь (3.22) у доданку

$$C_{3,3,m} \left\langle E_z \cdot \sum_{m'=1}^N [E_{3,m'} \exp(ip_{3,m'}) / (im') + c.c.] \right\rangle_{p_{3,m}} .$$

Особливість формування хвиль просторового заряду із широким мультигармонічним спектром у гвинтових двопотокових електронних пучках полягає в тому, що відповідно до (3.36) критична частота для гвинтових пучків зростає зі збільшенням кута вльоту  $\alpha$  електронного пучка стосовно

поздовжнього фокусувального магнітного поля. Це значить, що область частот, у якій відбувається формування мультигармонічного спектра, збільшується. Цей факт ілюструє рис. 3.2, на якому зображені залежності інкрементів зростання двопотокової нестійкості від частоти при різних кутах вльоту  $\alpha$ . Ці залежності отримані шляхом чисельного розв'язання дисперсійного рівняння (3.25).

Розглядаємо випадок, коли  $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ,  $\gamma_1 = 4.8$ ,  $\gamma_2 = 4.2$ . Крива 1 відповідає випадку  $\alpha = 0^\circ$ , крива 2 — випадку  $\alpha = 10^\circ$ , крива 3 — випадку  $\alpha = 20^\circ$ , крива 4 — випадку  $\alpha = 30^\circ$ . Частота першої гармоніки  $\omega_1 = 0,6 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ . Із рис. 3.2 випливають висновки, отримані з аналізу співвідношень (3.36)-(3.37): зі збільшенням кута вльоту двопотокового пучка збільшуються як інкремент зростання  $\Gamma$ , так і критична частота  $\omega_{cr}$ .

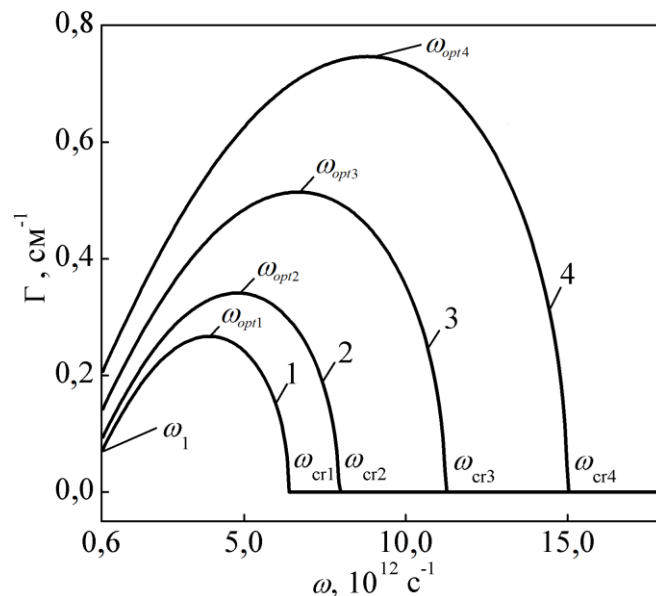


Рисунок 3.2. Інкременти зростання двопотокової нестійкості при різних кутах вльоту  $\alpha$ . Крива 1 відповідає випадку  $\alpha = 0^\circ$ , крива 2 — випадку  $\alpha = 10^\circ$ , крива 3 — випадку  $\alpha = 20^\circ$ , крива 4 — випадку  $\alpha = 30^\circ$ .

У випадку, коли частота першої гармоніки ХПЗ  $\omega_1$  буде набагато менше за критичну частоту, то множинні параметричні резонанси між



гармоніками ХПЗ будуть відбуватися в області частот  $\omega_1 < \omega_m < \omega_{cr}$ . З рис. 3.2 випливає, що для гвинтових двопотокових електронних пучків зі збільшенням кута вльоту  $\alpha$  ця область буде збільшуватися. Таким чином, більша кількість гармонік ХПЗ буде приймати участь у множинних взаємодіях, підсилюючись за рахунок супергетеродинного механізму підсилення. За рахунок цього на виході з досліджуваної системи можливо отримати мультигармонічну ХПЗ з широким частотним спектром, що містить аномальну ділянку, у якій вищі гармоніки мають більш високі амплітуди. Це значить, що використання гвинтових двопотокового електронних пучків є кращим у мультигармонічних ЛВЕ, основним завданням яких є формування потужного електромагнітного сигналу із широким частотним спектром [1, 17, 18].

На рис. 3.3 подані залежності амплітуд напруженості електричного поля гармонік ХПЗ від поздовжньої координати  $z$  для кута вльоту електронного пучка  $\alpha = 0^\circ$  (криві 1) і  $\alpha = 20^\circ$  (криві 2), що побудовані у рамках слабосигнального наближення (3.22) без урахування  $F_m$ . Параметри, при яких проводився розрахунок, такі ж, як і для рис. 3.2. На вході досліджуваної системи в обох випадках ХПЗ була монохроматичною із частотою  $\omega_1 = 0,6 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ , тобто складалася з однієї гармоніки. Розрахунок залежностей проводився за допомогою системи рівнянь для амплітуд гармонік напруженості електричного поля (3.22).

З рис. 3.3. випливає, що темпи підсилення гармонік напруженості електричного поля для гвинтового електронного пучка (криві 2) вище, ніж для прямолінійного електронного пучка (криві 1), що підтверджує проведений вище аналіз. Також із цього рисунка випливає, що завдяки множинним трихвильовим параметричним резонансам збуджуються вищі гармоніки, а потім підсилюються за рахунок двопотокової нестійкості. У результаті таких процесів формуються ХПЗ із широким частотним спектром.

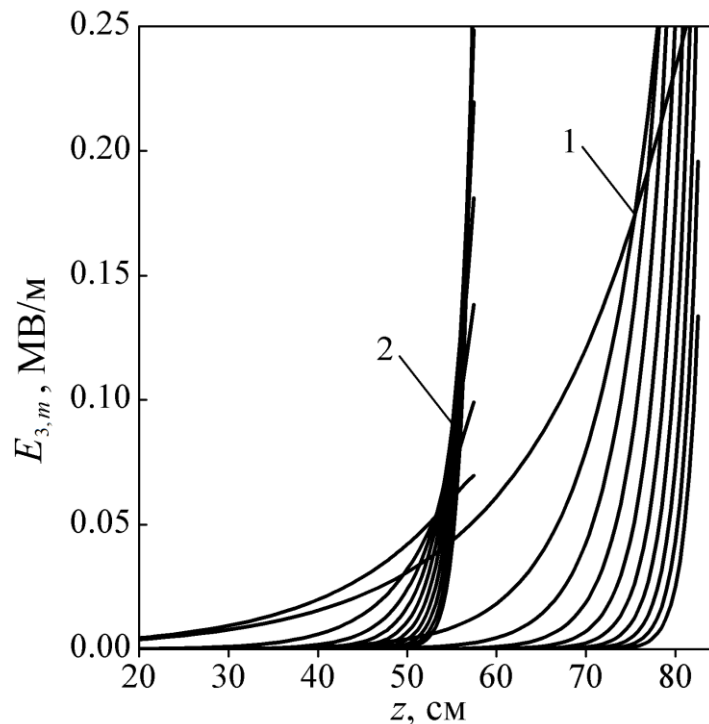


Рисунок 3.3 — Залежності амплітуд напруженості електричного поля гармонік ХПЗ від поздовжньої координати  $z$  для кута вльоту електронного пучка  $\alpha = 0^\circ$  (криві 1) і  $\alpha = 20^\circ$  (криві 2)

Відзначимо, що з підвищенням номера гармоніки їхні інкременти зростання збільшуються до значення оптимальної частоти (рис. 3.2), тому темп підсилення вищих гармонік виявляється більш високим. У зв'язку із цим формується аномальна ділянка спектра, у якій більш високі гармоніки мають більш високі амплітуди. Відзначимо, що система рівнянь (3.22), за допомогою якої побудовані графіки на рис. 3.3, отримана в наближенні слабкого сигналу. Це значить, що процеси насичення вони не описують. Проте, з рис. 3.3 можна зробити висновок, що двопотокові супергетеродинні лазери на вільних електронах, що використовують гвинтові електронні пучки, завдяки більш високим темпам підсилення будуть мати менші поздовжні розміри в порівнянні із двопотоковими супергетеродинними ЛВЕ, що використовують прямолінійні пучки.

### 3.4. Формування хвилі просторового заряду з широким частотним спектром у кубічно-нелінійному наближенні

Розглянемо формування хвилі просторового заряду з широким частотним спектром у кубічному нелінійному наближенні. Для цього використаємо систему рівнянь для амплітуд гармонік хвилі ХПЗ (3.22), для усереднених швидкості та концентрації (3.24).

#### 3.4.1. Спектри мультигармонічної ХПЗ для різних кутів вльоту пучка

На рис. 3.4 *a* і 3.4 *b* подані спектри мультигармонічної ХПЗ для кутів вльоту двопотокового РЕП  $\alpha_1 = 0^\circ$  й  $\alpha_3 = 20^\circ$ . Параметри пучка мають наступні значення:  $\omega_p = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ,  $\gamma_0 = 4$ ,  $\Delta\gamma = 0,4$ . Частота першої гармоніки  $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ . Під час розрахунків аналізували 30 гармонік хвилі просторового заряду ( $N = 30$ ). На вході в систему ( $z = 0$ ) амплітуда першої гармоніки дорівнює 10 В/см, інші гармоніки дорівнюють нулю.

З порівняння рис. 3.4 *a* рис. 3.4 *b* випливає, що ширина спектра мультигармонічної ХПЗ у випадку гвинтового двопотокового РЕП більше, ніж для прямолінійного електронного пучка. Відзначимо, частота, при якій амплітуда гармоніки мінімальна  $\omega_{\min}$ , перевищує критичну частоту двопотокової нестійкості  $\omega_{\text{cr}}$  як для випадку  $\alpha_1 = 0^\circ$ , так і для  $\alpha_3 = 20^\circ$ . Як випливає з рис. 3.4 *a* і рис. 3.4 *b*, як реальну ширину частотного спектра варто брати різницю  $\omega_{\min} - \omega_1$ . Бачимо, що при збільшенні кута вльоту пучка з  $\alpha_1 = 0^\circ$  до  $\alpha_3 = 20^\circ$  ширина спектра збільшується в  $\sim 1,5$  рази.

Як і очікувалося, максимальні значення амплітуд гармонік ХПЗ в обох випадках характеризуються частотами  $\omega_{\text{opt}}$ , які відповідають максимальним інкрементам зростання (див. рис. 3.2). Це свідчить про те, що при формуванні мультигармонічної ХПЗ ефект двопотокової нестійкості переважає над множинними резонансними взаємодіями.

В спектрі мультигармонічної ХПЗ є ненульові гармоніки, частоти якої перевищують  $\omega_{\min}$ . Ці гармоніки в даній області частот є невласними, виникають завдяки параметричному резонансу (інтерференції) поздовжніх хвиль. Інтерференційні складові також присутні й у спектрі гвинтового двопотокового РЕП (на рис. 3.4 не показані).

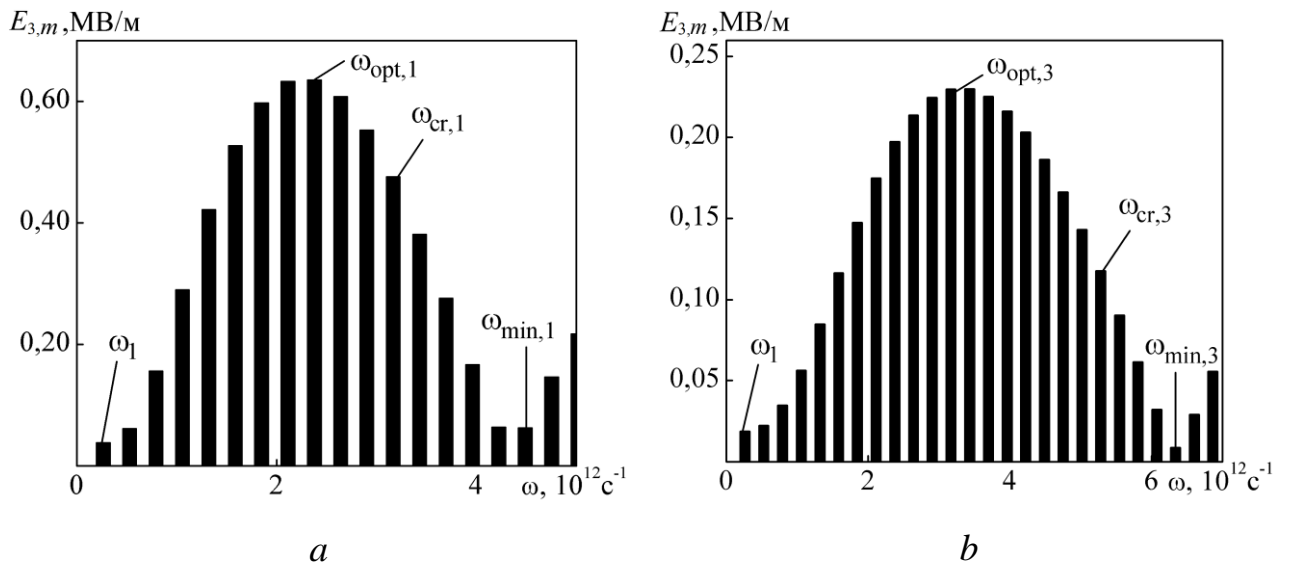


Рисунок 3.4 — Залежність амплітуд гармонік  $E_{3,m}$  мультигармонічної ХПЗ від частоти  $\omega$ . На рис. 3.4 *a* поданий спектр ХПЗ при  $\alpha_1 = 0^\circ$ ,  $z = 162 \text{ см}$ , на рис. 3.4 *b* поданий спектр ХПЗ при  $\alpha_3 = 20^\circ$ ,  $z = 110 \text{ см}$ . Параметри пучка мають наступні значення:  $\omega_p = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ,  $\gamma_0 = 4$ ,  $\Delta\gamma = 0,4$ .

### 3.4.2. Спектри мультигармонічної ХПЗ для різних середніх значень релятивістського фактора

Залежність інкременту зростання  $\Gamma$  від частоти  $\omega$  при різних середніх значеннях релятивістського фактора (крива 1 відповідає  $\gamma_{01} = 4$ , крива 2 – випадку  $\gamma_{02} = 5$ , крива 3 – випадку  $\gamma_{03} = 6$ ) подана на рис. 3.5. Параметри пучка:  $\omega_p = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ,  $\Delta\gamma = 0,4$ , кут вльоту  $\alpha = 0^\circ$ . Частота першої гармоніки  $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ . Бачимо, що при збільшенні  $\gamma_0$  відбувається збільшення

ширини частотного спектра  $\omega_{cr} - \omega_1$  мультигармонічної ХПЗ. Найбільше значення ширини спектра досягається при найбільшому значенні середнього релятивістського фактора, у цьому випадку при  $\gamma_{03} = 6$  (рис. 3.5, крива 3,  $\omega_{cr5} - \omega_1 = 5,8 \times 10^{12} \text{ c}^{-1}$ ). При цьому, як впливає з рис. 3.5, інкременти зростання зменшуються, що має приводити до збільшення довжини насичення ХПЗ.

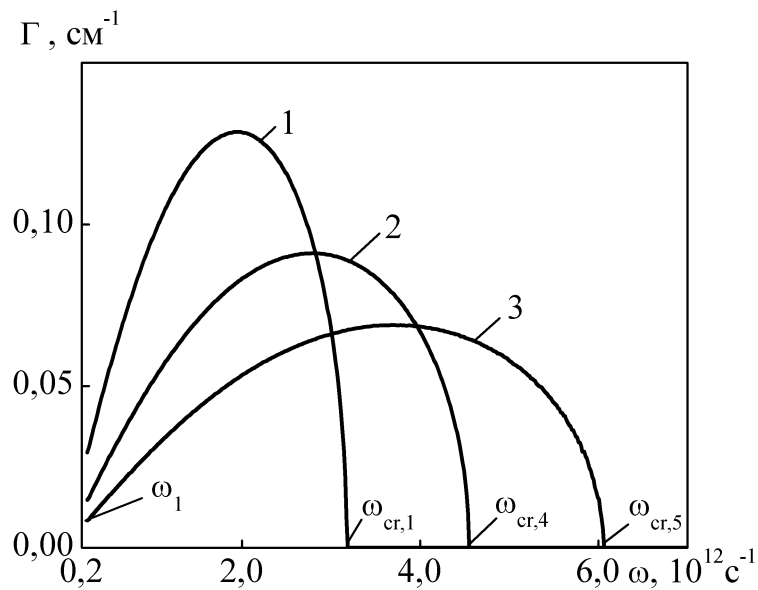


Рисунок 3.5 — Залежність інкременту зростання  $\Gamma$  від частоти  $\omega$  для двопотокового релятивістського пучка при різних середніх значеннях релятивістського фактора  $\gamma_0$ . Пучок має наступні параметри:  $\omega_p = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ,  $\Delta\gamma = 0,4$ , кут вльоту  $\alpha = 0^\circ$ . Частота першої гармоніки  $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ . Крива 1 відповідає випадку  $\gamma_{01} = 4$ , крива 2 — випадку  $\gamma_{02} = 5$ , крива 3 — випадку  $\gamma_{03} = 6$ .

На рис. 3.6 поданий спектр мультигармонічної ХПЗ для двопотокового РЕП із  $\gamma_{02} = 5$  при  $z = 268 \text{ см}$ , параметри пучка відповідають випадку кривої 2 на рис. 3.5. Спектр мультигармонічної ХПЗ для середнього релятивістського фактора  $\gamma_{01} = 4$  при  $z = 162 \text{ см}$ , параметри пучка відповідають випадку кривої 1 на рис. 3.5, поданий на рис. 3.4 а. Для обох

вище зазначених рисунків на вході в систему ( $z=0$ ) амплітуда першої гармоніки ХПЗ дорівнює  $10 \text{ В/см}$ , інші гармоніки дорівнюють нулю. Частота першої гармоніки  $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$ .

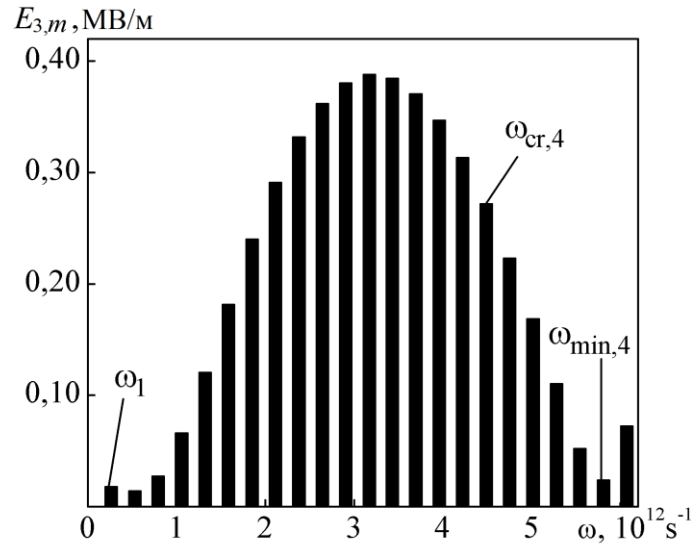


Рисунок 3.6 — Залежність амплітуд гармонік  $E_{3,m}$  мультигармонічної ХПЗ від частоти  $\omega$  для двопотокового РЕП із  $\gamma_{02} = 5$  при  $z = 268 \text{ см}$ , параметри пучка відповідають випадку кривої 2 на рис. 3.5 ( $\omega_p = 6 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ,  $\Delta\gamma = 0,4$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$ ).

Порівнюючи рис. 3.4 а і рис. 3.6 можемо зробити висновок, що при збільшенні середнього релятивістського фактора двопотокового релятивістського електронного пучка з  $\gamma_{01} = 4$  до  $\gamma_{02} = 5$ , ширина спектра  $\omega_{\min} - \omega_1$  мультигармонічної ХПЗ у двопотоковому РЕП, як і очікувалося, збільшується на 30%. При цьому максимальний рівень амплітуди сигналу зменшується на 40%. Як і очікувалося, координата  $z$ , при якій формується спектр для системи з  $\gamma_{02} = 5$ , збільшується до  $z = 268 \text{ см}$  у порівнянні з  $z = 162 \text{ см}$  для системи з  $\gamma_{01} = 4$ . Таким чином, збільшення релятивістського фактора двопотокового РЕП приводить до збільшення ширини спектра

мультигармонічної ХПЗ. Формування такого спектра відбувається на більших довжинах системи.

### 3.4.3. Спектри мультигармонічної ХПЗ для різних значень різниці парціальних релятивістських факторів

На рис. 3.7 подана залежність інкременту зростання  $\Gamma$  від частоти  $\omega$  при різних значеннях різниці парціальних релятивістських факторів (крива 1 відповідає  $\Delta\gamma_1 = 0,4$ , крива 2 –  $\Delta\gamma_1 = 0,3$ , крива 3 –  $\Delta\gamma_1 = 0,2$ ). Бачимо, при зменшенні  $\Delta\gamma$  пучка відбувається зменшення критичної частоти двопотокової нестійкості. Це призведе до формування більш широкого частотного спектру.

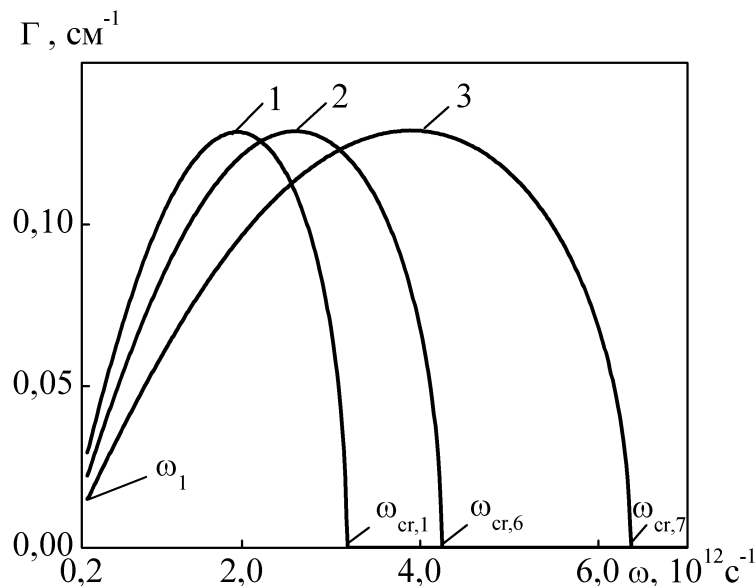


Рисунок 3.7 — Залежність інкременту зростання  $\Gamma$  від частоти  $\omega$  для двопотокового релятивістського пучка при різних значеннях різниці парціальних релятивістських факторів  $\Delta\gamma$ . Пучок має наступні параметри:  $\omega_p = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ,  $\gamma_0 = 4$ , кут вльоту  $\alpha = 0^\circ$ . Частота першої гармоніки  $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ . Крива 1 відповідає випадку  $\Delta\gamma_1 = 0,4$ , крива 2 — випадку  $\Delta\gamma_2 = 0,3$ , крива 3 — випадку  $\Delta\gamma_3 = 0,2$ .

При цьому максимальне значення інкременту зростання залишається практично однаковим, тобто формування мультигармонічних спектрів повинне відбуватися на сумірних довжинах.

Спектр мультигармонічної ХПЗ для двопотокового релятивістського електронного пучка із  $\Delta\gamma_3 = 0,2$  при  $z = 212$  см поданий на рис. 3.8.

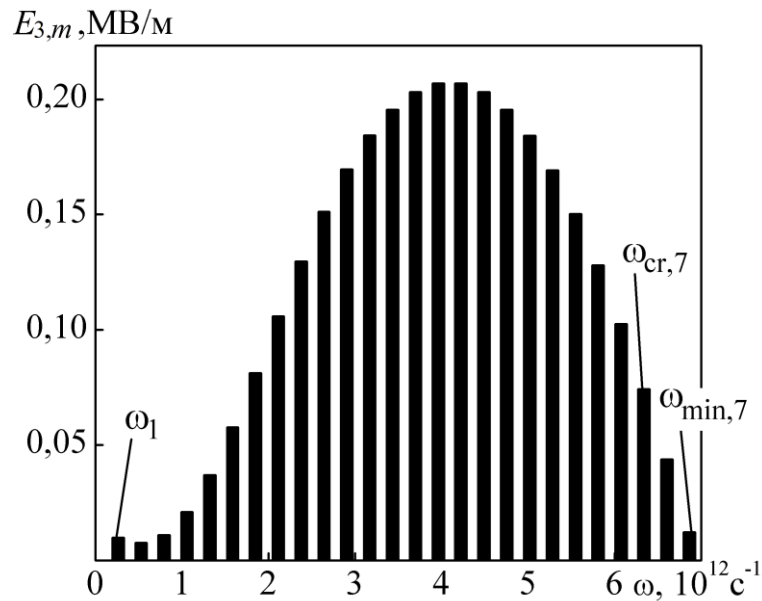


Рисунок 3.8 — Залежність амплітуд гармонік  $E_{3,m}$  мультигармонічної ХПЗ від частоти  $\omega$  для двопотокового РЕП із  $\Delta\gamma_3 = 0,2$  при  $z = 212$  см, параметри пучка відповідають випадку кривої 3 на рис. 2.5 ( $\omega_p = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ,  $\gamma_0 = 4$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ).

Параметри пучка для цього спектра відповідають випадку кривої 3 на рис. 3.7. Спектр мультигармонічної ХПЗ пучка з різницею релятивістських факторів  $\Delta\gamma_1 = 0,4$  при  $z = 162$  см подана на рис. 3.4 *a* (параметри пучка відповідають випадку кривої 1 на рис. 3.7). Як і очікувалося, ширина спектра  $\omega_{\text{min},7} - \omega_1$  при  $\Delta\gamma_3 = 0,2$  (рис. 3.8) більше в 1,6 разів в порівнянні із шириною спектра  $\omega_{\text{min},1} - \omega_1$  при  $\Delta\gamma_4 = 0,4$ . Таким чином, зменшення різниці релятивістських факторів приводить до істотного збільшення ширини частотного спектра мультигармонічної ХПЗ. Також з порівняння рис. 3.8 і



рис. 3.4 *a* впливає, що рівень насичення при зменшенні різниці релятивістських факторів до  $\Delta\gamma_3 = 0,2$  зменшується майже в 3 рази. Також відзначимо, що довжина, при якій відбувається насичення ХПЗ, для пучка з  $\Delta\gamma_3 = 0,2$  збільшується в 1,3 рази.

#### 3.4.4. Спектри мультигармонічної ХПЗ для різних середніх значень парціальних плазмових частот

На рис. 3.9 подана залежність інкременту зростання  $\Gamma$  від частоти  $\omega$

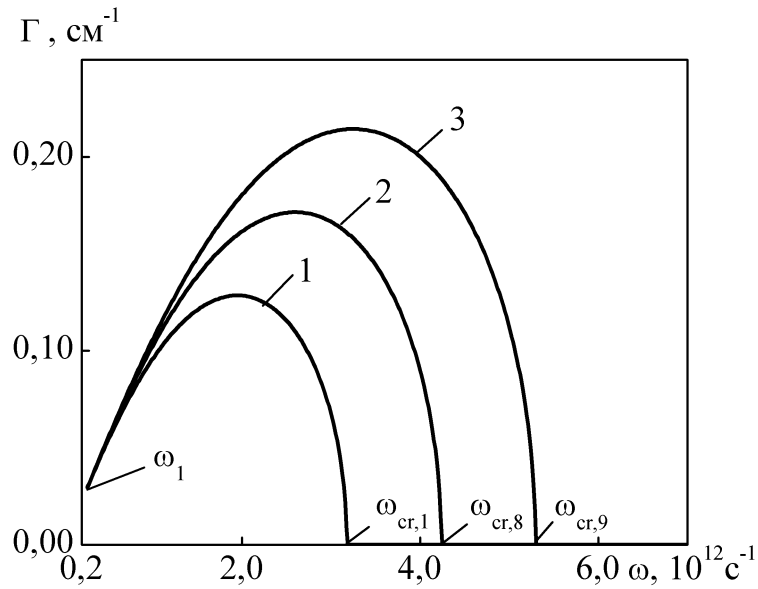


Рисунок 3.9 — Залежність інкременту зростання  $\Gamma$  від частоти  $\omega$  для двопотокового релятивістського пучка при різних середніх значеннях парціальних плазмових частот  $\omega_p$ . Пучок має наступні параметри:  $\gamma_0 = 4$ ,  $\Delta\gamma = 0,4$  кут вльоту  $\alpha = 0^\circ$ . Частота першої гармоніки  $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$ . Крива 1 відповідає випадку  $\omega_{p1} = 6 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ , крива 2 — випадку  $\omega_{p2} = 8 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ , крива 3 — випадку  $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ .

при різних середніх значеннях парціальних плазмових частот (крива 1 відповідає випадку  $\omega_{p1} = 6 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ , крива 2 — випадку  $\omega_{p2} = 8 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ,

крива 3 — випадку  $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ). Інші параметри такі ж, як і у випадку рис. 3.5, крива 1. Бачимо, що при збільшенні  $\omega_p$  відбувається збільшення ширини частотного спектра  $\omega_{cr} - \omega_1$  мультигармонічної ХПЗ. Найбільше значення ширини спектра досягається при найбільшому середньому значенні парціальних плазмових частот, у цьому випадку при  $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$  (рис. 3.9, крива 3). При цьому, як впливає з рис. 3.9, інкременти зростання збільшуються, що має приводити до зменшення довжини насичення ХПЗ.

Спектр мультигармонічної ХПЗ для двопотокового РЕП із  $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$  при  $z = 149 \text{ см}$  поданий на рис. 3.10. Параметри пучка для

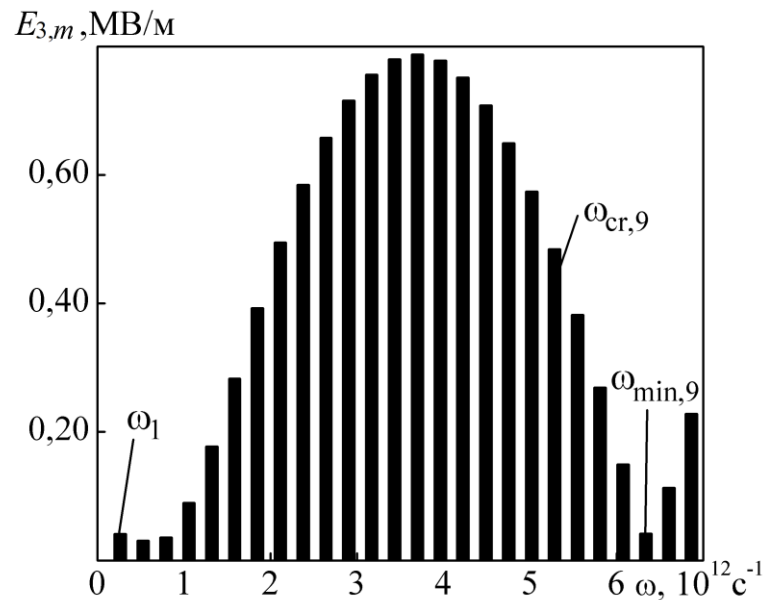


Рисунок 3.10 — Залежність амплітуд гармонік  $E_{3,m}$  мультигармонічної ХПЗ від частоти  $\omega$  для двопотокового РЕП із  $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$  при  $z = 149 \text{ см}$ , параметри пучка відповідають випадку кривої 3 на рис. 3.9 ( $\gamma_0 = 4$ ,  $\Delta\gamma = 0,4$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ).

цього спектра відповідають випадку кривої 3 на рис. 3.9. Спектр мультигармонічної ХПЗ пучка з середнім значенням парціальних плазмових частот  $\omega_{p1} = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$  при  $z = 162 \text{ см}$  поданий на рис. 3.4 а (параметри пучка

відповідають випадку кривої 1 на рис. 3.9). Як і очікувалося, ширина спектра  $\omega_{\min,9} - \omega_1$  при  $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$  (рис. 3.10) більше в 1,5 рази в порівнянні із шириною спектра  $\omega_{\min,1} - \omega_1$  при  $\omega_{p1} = 6 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ . Таким чином, збільшення середнього значення парціальних плазмових частот двопотокового РЕП приводить до істотного збільшення ширини спектра мультигармонічної ХПЗ. Також з порівняння рис. 3.10 і рис. 3.4 *a* випливає, що рівень насичення при збільшенні середнього значення парціальних плазмових частот до  $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$  збільшується в 1,3 рази. Також відзначимо, що довжина, при якій відбувається насичення ХПЗ, для пучка зі  $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$  зменшується в 1,1 рази.

#### 3.4.5. Спектри мультигармонічної ХПЗ для різних значень різниці парціальних плазмових частот

На рис. 3.11 подана залежність інкременту зростання  $\Gamma$  від частоти  $\omega$  при різних значеннях різниці парціальних плазмових частот (крива 1 відповідає випадку  $\Delta\omega_{p1} = 1 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ , крива 2 — випадку  $\Delta\omega_{p2} = 2 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ , крива 3 — випадку  $\Delta\omega_{p3} = 3 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ). Бачимо, що при збільшенні  $\Delta\omega_p$  пучка відбувається незначне збільшення ширини частотного спектра — при досягненні  $\Delta\omega_p$  половини середнього значення плазмової частоти пучка  $\omega_{p0} = 6 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$  ширина спектра  $\omega_{\text{ср},11} - \omega_1$  збільшується не більш ніж на 10%.

Максимальне значення інкременту зростання залишається майже однаковим, тобто можна очікувати, що форма спектру практично не залежить від різниці парціальних плазмових частот.

Спектр мультигармонічної ХПЗ для двопотокового РЕП із  $\Delta\omega_{p3} = 3 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$  при  $z = 158 \text{ см}$  поданий на рис. 3.12. Параметри пучка для цього спектра відповідають випадку кривої 3 на рис. 3.11. Спектр мультигармонічної ХПЗ пучка з різницею парціальних плазмових частот

$\Delta\omega_p = 0$  при  $z = 162$  см поданий на рис. 3.4 а (параметри пучка відповідають випадку кривої 1 на рис. 3.7).

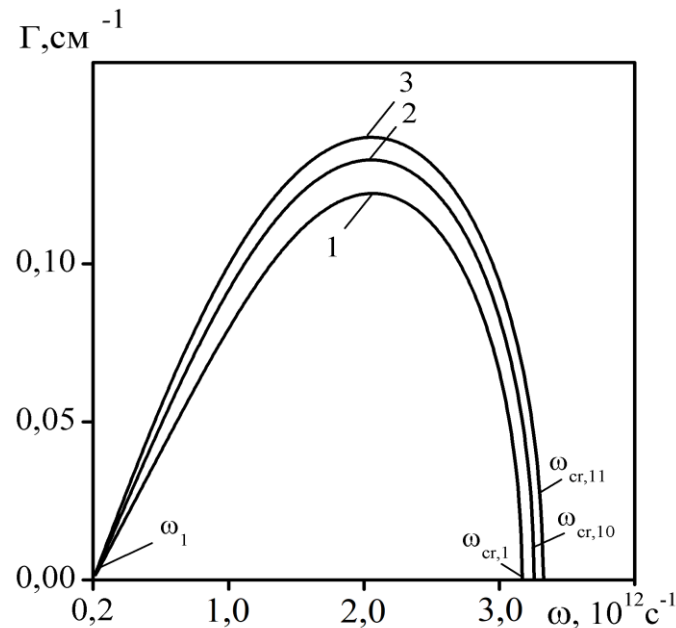


Рисунок 3.11 — Залежність інкременту зростання  $\Gamma$  від частоти  $\omega$  для двопотокового релятивістського пучка при різних значеннях різниці парціальних плазмових частот  $\Delta\omega_p$ . Пучок має наступні параметри:  $\omega_{p0} = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ,  $\gamma_0 = 4$ , кут вльоту  $\alpha = 0^\circ$ . Частота першої гармоніки  $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ . Крива 1 відповідає випадку  $\Delta\omega_{p1} = 1 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ , крива 2 — випадку  $\Delta\omega_{p2} = 2 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ , крива 3 — випадку  $\Delta\omega_{p3} = 3 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ .

Як і очікувалося, ширина спектра  $\omega_{cr,11} - \omega_1$  при  $\Delta\omega_{p3} = 3 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$  (рис. 3.12) залишається практично незмінною в порівнянні із шириною спектра  $\omega_{min,1} - \omega_1$  при  $\Delta\omega_p = 0$ . Таким чином, зміна різниці парціальних плазмових частот не приводить до істотного збільшення ширини спектра мультигармонічної ХПЗ. Також з порівняння рис. 3.12 і рис. 3.4 а випливає, що рівень насичення при збільшенні різниці парціальних плазмових частот до  $\Delta\omega_{p3} = 3 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$  збільшується не більш ніж на 10%. Також відзначимо, що

довжина, при якій відбувається насичення ХПЗ, для пучка зі  $\Delta\omega_{p3} = 3 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$  залишається на тому ж рівні, що й у випадку рівних парціальних плазмових частот. Отже, оптимальним можна назвати режим, коли парціальні плазмові частоти потоків пучка беремо однаковими  $\omega_{p,1} = \omega_{p,2} = \omega_p$ .

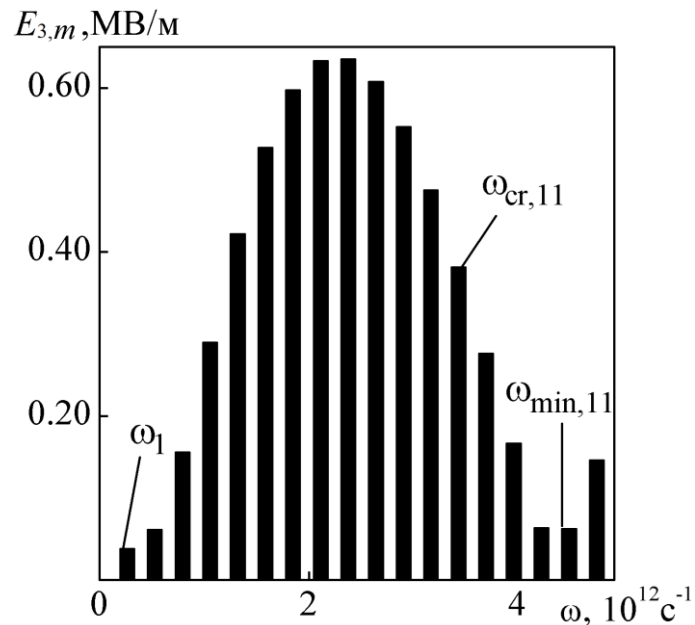


Рисунок 3.12 — Залежність амплітуд гармонік  $E_{3,m}$  мультигармонічної ХПЗ від частоти  $\omega$  для двопотокового РЕП із  $\Delta\omega_{p3} = 3 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$  при  $z = 158 \text{ см}$ , параметри пучка відповідають випадку кривої 3 на рис. 3.11 ( $\gamma_0 = 4$ ,  $\Delta\gamma = 0,4$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\omega_{p0} = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ).

### 3.5. Висновки до розділу 3

1. Отримана самоузгоджена система диференціальних рівнянь для амплітуд напруженості гармонік мультигармонічної ХПЗ, що враховує як ефект двопотокової нестійкості, так і множинні трихвильові параметричні резонанси між гармоніками хвиль, яка у дозволяє у кубічному нелінійному наближенні проводити аналіз формування мультигармонічної ХПЗ.

2. Продемонстровано, що ширина частотного спектра мультигармонічної ХПЗ збільшується зі збільшенням середнього значення плазмової частоти, кута вльоту пучка, середнього значення релятивістського фактора і зі зменшенням різниці релятивістських факторів. У спектрі такої ХПЗ збільшується число високочастотних гармонік. З'ясовано, що рівні насичення мультигармонічної ХПЗ при збільшенні кута вльоту пучка, середнього значення релятивістського фактора і при зменшенні різниці релятивістських факторів зменшуються, а при збільшенні плазмової частоти амплітуди мультигармонічної ХПЗ збільшуються. Запропоновані шляхи підвищення частоти спектру у пролітній секції ДСЛВЕ з гвинтовими РЕП.

3. Показано, що інкременти зростання при збільшенні як кута вльоту пучка, так і плазмової частоти збільшуються. З'ясовано, що в цих випадках довжини насичення мультигармонічної ХПЗ зменшуються. Тому використання таких пучків у ДСЛВЕ призводить до зменшення їх поздовжніх габаритів.

## РОЗДІЛ 4

### ФОРМУВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ СИГНАЛІВ У МУЛЬТИГАРМОНІЧНИХ ДСЛВЕ З ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ

У цьому розділі проведено дослідження динаміки хвиль у мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах Н-убітронного типу з гвинтовими електронними пучками. Продемонстровано, що використання гвинтових електронних пучків у мультигармонічних ДСЛВЕ дає можливість збільшити ширину частотного спектру таких приладів. Основні наукові результати опубліковані у працях [34, 35, 38, 46, 48]

#### 4.1. Узагальнена теоретична модель секції модуляції та прикінцевої секції

Секція накачки та прикінцева секція мультигармонічного ДСЛВЕ клістронного типу (рис. 2.1) за своєю конструкцією є подібними. В обох секціях в області руху двошвидкісного релятивістського електронного пучка створено поперечне періодично-реверсивне магнітне поле. Відмінність полягає у граничних умовах. На вході у секцію модуляції електромагнітний сигнал, який може бути як монохроматичним, так і мультигармонічним. Хвиля ХПЗ на вході в секцію модуляції відсутня. У прикінцевій секції граничні умови зворотні. На вході в прикінцеву секцію електромагнітний сигнал відсутній, а мультигармонічна хвиля просторового заряду має певні значення. Тому фізичні процеси у цих обох секціях можемо розглядати у рамках однієї узагальненої теоретичної моделі.

Розглянемо узагальнену теоретичну модель секції модуляції та прикінцевої секції клістронної моделі ДСЛВЕ з гвинтовим РЕП. Уздовж осі  $Z$  приладу рухається гвинтовий двопотоковий релятивістський електронний пучок (позиція 1, рис. 4.1), що складається із двох парціальних взаємо-

проникних гвинтових електронних потоків із близькими за значенням парціальними релятивістськими швидкостями  $v_1, v_2$  ( $v_1 - v_2 \ll v_1, v_2$ ). Швидкості електронів цих пучків спрямовані під кутом  $\alpha$  стосовно фокусувального магнітного поля  $\mathbf{B}_0$ . Плазмові частоти парціальних електронних потоків приймаємо однаковими  $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$  на основі міркувань, викладених у п. 3.4.5; вважаємо, що просторовий заряд пучка скомпенсований іонним фоном, у поперечній площині пучок є однорідним, тепловим розкидом і зіткненнями електронів нехтуємо. Обґрунтування таких припущень в рамках моделі подано у розділі 2.

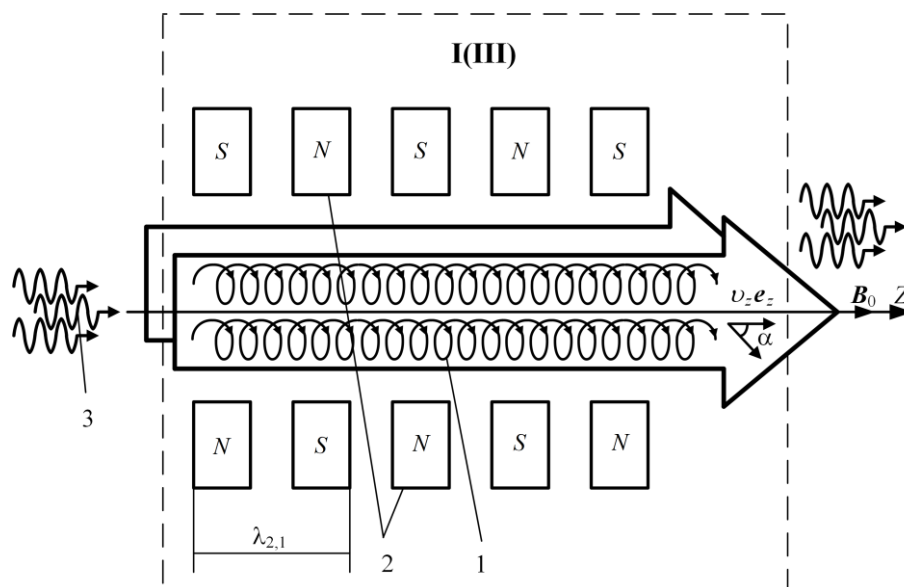


Рисунок 4.1 – Узагальнена теоретична модель секції модуляції та прикінцевої секції мультигармонічного ДСЛВЕ з гвинтовими електронними пучками. Тут: 1 - гвинтовий двопотоковий релятивістський електронний пучок; 2 - система, що створює мультигармонічне Н-убітронне магнітне поле накачування; 3 - вхідний електромагнітний сигнал

Гвинтовий двопотоковий релятивістський електронний пучок проходить через мультигармонічне циркулярно-поляризоване Н-убітронне магнітне поле з індукцією  $\mathbf{B}_2$ , що створюється періодично реверсивною



системою магнітів (позиція 2, рис.4.1). Період ондуляції першої гармоніки такого поля  $\lambda_{2,1}$ .

На вхід ДСЛВЕ подається електромагнітний сигнал (позиція 3, рис. 4.1), перша гармоніка якого має частоту  $\omega_{1,1}$ , хвильове число  $k_{1,1}$ . Розглядаємо як випадок монохроматичного, так і мультигармонічного вхідного електромагнітного сигналу. Внаслідок трихвильового параметричного резонансу між, наприклад, першою гармонікою хвилі сигналу й першою гармонікою хвилі накачування із хвильовим вектором  $k_{2,1} = 2\pi/\lambda_{2,1}$  відбувається збудження першої гармоніки хвилі просторового заряду із частотою  $\omega_{3,1}$  й хвильовим числом  $k_{3,1}$ . У випадку мультигармонічного вхідного сигналу в такий же спосіб збуджуються й інші гармоніки ХПЗ.

Параметри системи підбираємо так, щоб частота першої гармоніки зростаючої хвилі просторового заряду  $\omega_{3,1}$  була набагато менше частоти двопотокової нестійкості  $\omega_{cr}$  двопотокового гвинтового релятивістського електронного пучка. Тому перша гармоніка ХПЗ буде зростати через двопотокову нестійкість. Особливістю хвиль просторового заряду, які зростають завдяки двопотоковій нестійкості є те, що такі хвилі характеризуються лінійною дисперсійною залежністю [1, 17, 18, 31–33, 115, 135]. Внаслідок цього між гармоніками ХПЗ виникають множинні трихвильові параметричні резонансні взаємодії [1, 17, 18, 31–33, 115]. Це призводить до інтенсивного збудження й підсилення вищих гармонік ХПЗ. Збуджені вищі гармоніки ХПЗ також підсилюються й за рахунок двопотокової нестійкості. Таким чином, у робочій області мультигармонічного двопотокового супергетеродинного лазера на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками відбувається інтенсивна генерація й посилення вищих гармонік ХПЗ як за рахунок трихвильових множинних резонансних взаємодій, так і за рахунок двопотокової нестійкості. Слід зазначити, що інкремент зростання гармонік ХПЗ,

обумовлений двопотоковою нестійкістю, буде збільшуватися зі збільшенням номера гармоніки аж до оптимальної частоти, що відповідає максимальному інкременту зростання [1, 17, 18, 31–33, 115].

У робочому об'ємі ДСЛВЕ реалізуються множинні трихвильові параметричні резонансні взаємодії між гармоніками хвилі просторового заряду, гармоніками магнітного поля накачування й гармоніками електромагнітного поля сигналу. Завдяки таким трихвильовим параметричним резонансним взаємодіям відбувається перетворення енергії мультигармонічної хвилі просторового заряду в енергію мультигармонічного електромагнітного сигналу. При цьому для кожної  $m$ -ї гармоніки мультигармонічної ХПЗ виконується умова параметричного резонансу з відповідними  $m$ -ю гармонікою магнітного поля накачування й  $m$ -ю гармонікою електромагнітного сигналу. Відзначимо, що в досліджуваній системі також мають місце трихвильові резонансні взаємодії між гармоніками електромагнітного сигналу. У результаті таких множинних взаємодій на виході мультигармонічного ДСЛВЕ формується потужна мультигармонічна електромагнітна хвиля. Змінюючи параметри системи, наприклад, параметри мультигармонічного поля накачування, можемо керувати спектром мультигармонічного електромагнітного сигналу, у тому числі, створювати ультракороткий кластер електромагнітного поля [17, 18].

Побудувавши нелінійну теорію множинних взаємодій хвиль сигналу, накачування й ХПЗ у прикінцевій секції ми можемо використати її для аналізу нелінійних процесів також і в секції модуляції. При цьому в секції модуляції ми приймаємо, що на вхід подається монохроматична електромагнітна хвиля, а хвиля просторового заряду на вході відсутня.

Тому як для секції модуляції, так і для прикінцевої секції використовуємо одну і ту саму теоретичну модель, у якій, у загальному випадку, поля електромагнітного сигналу, накачки й хвилі просторового заряду вважаємо мультигармонічними

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_1 &= \sum_{m=1}^N [(E_{1x,m} \mathbf{e}_x + E_{1y,m} \mathbf{e}_y) \exp(ip_{1,m}) + c.c.], \\
\mathbf{B}_1 &= \sum_{m=1}^N [(B_{1y,m} \mathbf{e}_y + B_{1x,m} \mathbf{e}_x) \exp(ip_{1,m}) + c.c.], \\
\mathbf{B}_2 &= \sum_{m=1}^N [(B_{2y,m} \mathbf{e}_y + B_{2x,m} \mathbf{e}_x) \exp(ip_{2,m}) + c.c.], \\
\mathbf{E}_3 &= \sum_{m=1}^N [E_{3z,m} \mathbf{e}_z \exp(ip_{3,m}) + c.c.],
\end{aligned} \tag{4.1}$$

де  $E_{1x,m}$ ,  $E_{1y,m}$  — комплексні амплітуди  $m$ -их гармонік;  $x$ - та  $y$ -проекцій вектора напруженості електричного поля сигналу;

$B_{1y,m}$ ,  $B_{1x,m}$  — комплексні амплітуди  $m$ -их гармонік;  $x$ - та  $y$ -проекцій вектора індукції магнітного поля сигналу;

$B_{2y,m}$ ,  $B_{2x,m}$  — комплексні амплітуди  $m$ -их гармонік;  $x$ - та  $y$ -проекцій вектора індукції магнітного поля накачки;

$E_{3z,m}$  — комплексні амплітуди  $m$ -их гармонік;  $x$ - та  $y$ -проекцій вектора напруженості електричного поля ХПЗ;

$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$  — орти осей  $X$ ,  $Y$  і  $Z$ ;

$$p_{\chi,m} = \omega_{\chi,m} \cdot t - k_{\chi,m} \cdot z = m\omega_{\chi,1} \cdot t - k_{\chi,m} \cdot z \tag{4.2}$$

їх фази (індекс  $\chi$  приймає значення 1, 2 і 3);  $\omega_{\chi,m} = m\omega_{\chi,1}$  — їх частоти ( $\omega_{2,1} = 0$ ) і  $k_{\chi,m}$  — хвильові числа. З огляду на те, що досліджувана система також знаходиться у постійному поздовжньому фокусувальному магнітному полі  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$ , результуючі електричні й магнітні поля в ДСЛВЕ запишемо у вигляді

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_3, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2. \tag{4.3}$$

Як вихідні рівняння для аналізу множинних взаємодій хвиль у прикінцевої секції використовуємо релятивістське квазігідродинамічне рівняння (2.6), рівняння неперервності (2.7) й рівняння Максвелла (2.3).

#### 4.2. Кубічно-нелінійні рівняння для амплітуд гармонік електромагнітних полів

Задачу руху й рівняння неперервності у секції модуляції та прикінцевій секції вирішуємо за допомогою модифікованого методу усереднених характеристик, який детально розглянуто у підрозділі 2.3. Задачу про збудження електромагнітного поля розв'язуємо за допомогою методу повільно змінних амплітуд. При цьому враховуємо особливості множинних трихвильових параметричних резонансних взаємодій хвиль у досліджуваному пристрої.

Для вирішення задачі руху перетворимо рівняння (2.6) до стандартного вигляду (2.15). Включимо в таку систему рівняння для швидких фаз. Приймаємо, що амплітуди полів повільно змінюються зі зміною поздовжньої координати  $z$ . Для опису таких повільних змін амплітуди введемо повільну поздовжню координату  $\zeta = z/\xi$ , де  $\xi$  — великий параметр, який визначається відношенням швидкості зміни швидких фаз до швидкості зміни амплітуди. Через те, що ми розв'язуємо граничну задачу, то в отриманих рівняннях перейдемо від похідної за часом до похідної за координатою. У результаті цього отримуємо систему (2.17)–(2.19), яка у скалярному поданні має вигляд

$$\frac{dv_{qx}}{dz} = \frac{e}{m_e \gamma_q v_{qz}} \left[ E_x + \frac{1}{c} (v_{qy} B_z - v_{qz} B_y) - \frac{v_{qx}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qy} E_y + v_{qz} E_z) \right], \quad (4.4)$$

$$\frac{dv_{qy}}{dz} = \frac{e}{m_e \gamma_q v_{qz}} \left[ E_y - \frac{1}{c} (v_{qx} B_z - v_{qz} B_x) - \frac{v_{qy}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qy} E_y + v_{qz} E_z) \right], \quad (4.5)$$

$$\frac{d\upsilon_{qz}}{dz} = \frac{e}{m_e \gamma_q \upsilon_{qz}} \left[ E_z + \frac{1}{c} (\upsilon_{qx} B_y - \upsilon_{qy} B_x) - \frac{\upsilon_{qz}}{c^2} (\upsilon_{qx} E_x + \upsilon_{qy} E_y + \upsilon_{qz} E_z) \right], \quad (4.6)$$

$$\frac{d\gamma_q}{dz} = \frac{e}{m_e c^2 \upsilon_{qz}} (\upsilon_{qx} E_x + \upsilon_{qy} E_y + \upsilon_{qz} E_z), \quad \frac{d\zeta}{dz} = \frac{1}{\xi}, \quad (4.7)$$

$$\frac{dp_{1,q,m}}{dz} = \frac{m\omega_1}{\upsilon_{qz}} - k_{1,m} \equiv \Omega_{1,q,m}, \quad \frac{dp_{2,q,m}}{dz} = -mk_2 \equiv \Omega_{2,q,m}, \quad (4.8)$$

$$\frac{dp_{3,q,m}}{dz} = \frac{m\omega_{3,1}}{\upsilon_{qz}} - k_{3,m} \equiv \Omega_{3,q,m}, \quad (4.9)$$

Порівняємо систему (4.4)-(4.9) зі стандартною [1] і запишемо у явному виді вектор повільних змінних

$$\mathbf{x} = \{x_{\upsilon_{qx}}, x_{\upsilon_{qy}}, x_{\upsilon_{qz}}, x_{\gamma_q}, x_{\zeta}\} = \{\upsilon_{qx}, \upsilon_{qy}, \upsilon_{qz}, \gamma_q, \zeta\}, \quad (4.10)$$

вектор-функції  $\mathbf{X}$  повільних змінних

$$\frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_{\upsilon_{qx}}, X_{\upsilon_{qy}}, X_{\upsilon_{qz}}, X_{\gamma_q}, X_{\zeta}\}, \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} X_{\upsilon_{qx}} = & \frac{e}{m_e \gamma_q \upsilon_{qz}} \left[ \sum_{m=1}^N [E_{1x,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + c.c.] + \frac{1}{c} \upsilon_{qy} B_0 - \right. \\ & \left. - \frac{1}{c} \upsilon_{qz} \sum_{m=1}^N [B_{1y,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + B_{2y,m} \exp(ip_{2,m}) + c.c.] - \right. \\ & \left. - \frac{\upsilon_{qx}}{c^2} \left( \upsilon_{qx} \cdot \sum_{m=1}^N [E_{1x,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + c.c.] + \upsilon_{qy} \cdot \sum_{m=1}^N [E_{1y,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + c.c.] + \right. \right. \\ & \left. \left. + \upsilon_{qz} \cdot \sum_{m=1}^N [E_{3z,m}(\zeta) \exp(ip_{3,m}) + c.c.] \right) \right]; \quad (4.12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\xi} X_{\nu_{qy}} &= \frac{e}{m_e \gamma_q \nu_{qz}} \left[ \sum_{m=1}^N [E_{1y,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + c.c.] - \frac{1}{c} \nu_{qx} B_0 + \right. \\
&+ \frac{1}{c} \nu_{qz} \sum_{m=1}^N [B_{1x,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + B_{2x,m} \exp(ip_{2,m}) + c.c.] - \\
&- \frac{\nu_{qy}}{c^2} \left( \nu_{qx} \cdot \sum_{m=1}^N [E_{1x,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + c.c.] + \nu_{qy} \cdot \sum_{m=1}^N [E_{1y,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + c.c.] + \right. \\
&\quad \left. + \nu_{qz} \cdot \sum_{m=1}^N [E_{3z,m}(\zeta) \exp(ip_{3,m}) + c.c.] \right) \Bigg]; \tag{4.13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\xi} X_{\nu_{qz}} &= \frac{e}{m_e \gamma_q \nu_{qz}} \left[ \sum_{m=1}^N [E_{3z,m}(\zeta) \exp(ip_{3,m}) + c.c.] + \right. \\
&+ \frac{1}{c} \nu_{qx} \sum_{m=1}^N [B_{1y,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + B_{2y,m} \exp(ip_{2,m}) + c.c.] - \\
&- \frac{1}{c} \nu_{qy} \sum_{m=1}^N [B_{1x,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + B_{2x,m} \exp(ip_{2,m}) + c.c.] - \\
&- \frac{\nu_{qz}}{c^2} \left( \nu_{qx} \cdot \sum_{m=1}^N [E_{1x,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + c.c.] + \nu_{qy} \cdot \sum_{m=1}^N [E_{1y,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + c.c.] + \right. \\
&\quad \left. + \nu_{qz} \cdot \sum_{m=1}^N [E_{3z,m}(\zeta) \exp(ip_{3,m}) + c.c.] \right) \Bigg]; \tag{4.14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\xi} X_{\gamma_q} &= \frac{e}{m_e c^2 \nu_{qz}} \left( \nu_{qx} \cdot \sum_{m=1}^N [E_{1x,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + c.c.] + \right. \\
&+ \nu_{qy} \cdot \sum_{m=1}^N [E_{1y,m}(\zeta) \exp(ip_{1,m}) + c.c.] + \nu_{qz} \cdot \sum_{m=1}^N [E_{3z,m}(\zeta) \exp(ip_{3,m}) + c.c.] \Bigg); \tag{4.15}
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{\xi} X_{\xi} = \frac{1}{\xi}. \tag{4.16}$$

Для отримання рівнянь (4.12)–(4.16) використали співвідношення (4.4)–(4.7) та (4.1). Вектор швидких фаз має вигляд

$$\Psi = \{p_{1,1}, \dots, p_{1,N}, p_{2,1}, \dots, p_{2,N}, p_{3,1}, \dots, p_{3,N}\} \quad (4.17)$$

та вектор фазових швидкостей

$$\Omega = \{\Omega_{q,1,1}, \dots, \Omega_{q,1,N}, \Omega_{2,1}, \dots, \Omega_{2,N}, \Omega_{q,3,1}, \dots, \Omega_{q,3,N}\}. \quad (4.18)$$

Нагадуємо, що у співвідношеннях (4.17) та (4.18)  $N$  – кількість гармонік, які враховуємо при розв'язуванні задачі. Вирази для компонент цих векторів подані у співвідношеннях (4.8)–(4.9).

Далі використовуємо алгоритм модернізованого методу усереднених характеристик для випадку декількох швидких фаз (див. підрозділ 2.3). Згідно до цього алгоритму переходимо від неусереднених  $\mathbf{x}$  до усереднених  $\bar{\mathbf{x}}$  повільних змінних. Він враховує те, що у незбуреному електромагнітними полями стані у гвинтовому РЕП електрони рухаються по гвинтовим лініям. Тому перехід від неусереднених  $\mathbf{x}$  до усереднених  $\bar{\mathbf{x}}$  повільних змінних описується наступними співвідношенням [49–51]

$$\begin{aligned} v_{qx} &= \bar{v}_{q\perp} \cos p_{q0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{qx}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad v_{qy} = \bar{v}_{q\perp} \sin p_{q0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{qy}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \\ v_{qz} &= \bar{v}_{qz} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{qz}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad \gamma_q = \bar{\gamma}_q + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\gamma_q}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \\ \zeta &= \bar{\zeta} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\zeta}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \end{aligned} \quad (4.19)$$

У цих співвідношеннях фаза  $p_{q0}$  обертового руху електронів  $q$ -го електронного пучка у повздовжньому магнітному полі визначається співвідношенням (2.26):

$$p_{q0} = -\int_0^z \frac{eB_0}{m_e \bar{\gamma}_q c \bar{v}_{qz}} dz'$$

$\bar{v}_{q\perp}$  та  $\bar{v}_{qz}$  – усереднені поперечна та повздовжня складові вектора швидкості електронів  $q$ -го електронного пучка відповідно,  $\bar{\gamma}_q$  – усереднений релятивістський фактор  $q$ -го електронного пучка.

У рівняннях (4.19) усереднені змінні  $\bar{v}_{q\perp}$ ,  $\bar{v}_{qz}$ ,  $\bar{\gamma}_q$ ,  $\bar{\zeta}$  визначаються згідно до схеми асимптотичного інтегрування рівняннями типу (2.24), а саме

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{qz}}{dz} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_{qz}}^{(n)}(\bar{v}_{q\perp}, \bar{v}_{qz}, \bar{\gamma}_q, \bar{\zeta}), \quad \frac{d\bar{v}_{q\perp}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_{q\perp}}^{(n)}(\bar{v}_{q\perp}, \bar{v}_{qz}, \bar{\gamma}_q, \bar{\zeta}), \\ \frac{d\bar{\gamma}_q}{dz} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\gamma_q}^{(n)}(\bar{v}_{q\perp}, \bar{v}_{qz}, \bar{\gamma}_q, \bar{\zeta}), \quad \frac{d\bar{\zeta}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\zeta}^{(n)}(\bar{v}_{q\perp}, \bar{v}_{qz}, \bar{\gamma}_q, \bar{\zeta}) \quad (4.20) \end{aligned}$$

У співвідношеннях (4.19) функції  $\mathbf{u}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \psi)$  та  $\mathbf{A}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}})$  знаходяться за допомогою співвідношень (2.28), (2.29). Із цих формул, зокрема, випливає:  $u_{\zeta}^{(n)} = 0$  для будь-яких  $n$ ;  $A_{\zeta}^{(1)} = 1$ ,  $A_{\zeta}^{(n)} = 0$  для  $n > 1$ ;  $A_{v_z}^{(1)} = A_{v_z}^{(2)} = 0$ ,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} u_{\gamma_q}^{(1)} &= \frac{e}{m_e c^2 \bar{v}_{qz}} \left( \frac{\bar{v}_{q\perp}}{2} \sum_{m=1}^N \left[ E_{1x,m}(\zeta) \left( \frac{\exp(i(p_{1,m} + p_{q0}))}{i(\Omega_{q,1,m} + \Omega_{q0})} + \frac{\exp(i(p_{1,m} - p_{q0}))}{i(\Omega_{q,1,m} - \Omega_{q0})} \right) + c.c. \right] + \right. \\ &+ \frac{\bar{v}_{q\perp}}{2} \sum_{m=1}^N \left[ -E_{1y,m}(\zeta) \left( \frac{\exp(i(p_{1,m} + p_{q0}))}{(\Omega_{q,1,m} + \Omega_{q0})} - \frac{\exp(i(p_{1,m} - p_{q0}))}{(\Omega_{q,1,m} - \Omega_{q0})} \right) + c.c. \right] + \\ &\left. + \bar{v}_{qz} \cdot \sum_{m=1}^N \left[ \frac{E_{3z,m}(\zeta) \exp(ip_{3,m})}{i\Omega_{q,3,m}} + c.c. \right] \right); \quad (4.21) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\frac{1}{\xi} u_{v_{qz}}^{(1)} = & \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_q \bar{v}_{qz}} \left\{ \sum_{m=1}^N \left[ \frac{E_{3z,m}(\zeta) \exp(ip_{3,m})}{i\Omega_{q,3,m}} + c.c. \right] + \right. \\
& + \frac{\bar{v}_{q\perp}}{2c} \sum_{m=1}^N \left[ B_{1y,m}(\zeta) \left( \frac{\exp(i(p_{1,m} + p_{q0}))}{i(\Omega_{q,1,m} + \Omega_{q0})} + \frac{\exp(i(p_{1,m} - p_{q0}))}{i(\Omega_{q,1,m} - \Omega_{q0})} \right) + \right. \\
& + B_{2y,m} \left( \frac{\exp(i(p_{2,m} + p_{q0}))}{i(\Omega_{q,2,m} + \Omega_{q0})} + \frac{\exp(i(p_{2,m} - p_{q0}))}{i(\Omega_{q,2,m} - \Omega_{q0})} \right) + c.c. \left. \right] - \\
& - \frac{\bar{v}_{q\perp}}{2c} \sum_{m=1}^N \left[ -B_{1x,m}(\zeta) \left( \frac{\exp(i(p_{1,m} + p_{q0}))}{(\Omega_{q,1,m} + \Omega_{q0})} - \frac{\exp(i(p_{1,m} - p_{q0}))}{(\Omega_{q,1,m} - \Omega_{q0})} \right) - \right. \\
& - B_{2y,m} \left( \frac{\exp(i(p_{2,m} + p_{q0}))}{(\Omega_{q,2,m} + \Omega_{q0})} - \frac{\exp(i(p_{2,m} - p_{q0}))}{(\Omega_{q,2,m} - \Omega_{q0})} \right) + c.c. \left. \right] - \\
& - \frac{\bar{v}_{qz}}{c^2} \left( \frac{\bar{v}_{q\perp}}{2} \sum_{m=1}^N \left[ E_{1x,m}(\zeta) \left( \frac{\exp(i(p_{1,m} + p_{q0}))}{i(\Omega_{q,1,m} + \Omega_{q0})} + \frac{\exp(i(p_{1,m} - p_{q0}))}{i(\Omega_{q,1,m} - \Omega_{q0})} \right) + c.c. \right] + \right. \\
& + \frac{\bar{v}_{q\perp}}{2} \sum_{m=1}^N \left[ -E_{1y,m}(\zeta) \left( \frac{\exp(i(p_{1,m} + p_{q0}))}{(\Omega_{q,1,m} + \Omega_{q0})} - \frac{\exp(i(p_{1,m} - p_{q0}))}{(\Omega_{q,1,m} - \Omega_{q0})} \right) + c.c. \right] + \\
& \left. + \bar{v}_{qz} \cdot \sum_{m=1}^N \left[ \frac{E_{3z,m}(\zeta) \exp(ip_{3,m})}{i\Omega_{q,3,m}} + c.c. \right] \right\}; \tag{4.22}
\end{aligned}$$

і так далі. Використовуючи співвідношення (2.28)–(2.34) знаходимо функції  $\mathbf{u}^{(n)}$  та  $\mathbf{A}^{(n)}$  для компонент швидкості, релятивістського фактора з точністю до  $1/\xi^3$  ( $n=3$ ). В результаті отримуємо рішення як для осциляторної так і для постійної складової швидкості.

Аналізуючи, наприклад співвідношення (4.21)–(4.22), бачимо, що наявність обертового руху електронів у поздовжньому магнітному полі приводить до виникнення додаткових трихвильових параметричних резонансних взаємодій:

$$\begin{aligned}
p_{3,m1} &= p_{3,m2} \pm p_{q0} + p_{3,m3} \mp p_{q0}, \\
p_{3,m1} &= p_{3,m2} \pm 2p_{q0} + p_{3,m3} \mp 2p_{q0}, \\
p_{3,m} &= p_{1,m} \pm p_{q0} + p_{2,m} \mp p_{q0}, \\
p_{3,m} &= p_{1,m} \pm 2p_{q0} + p_{2,m} \mp 2p_{q0}, \\
p_{1,m1} &= p_{1,m2} \pm p_{q0} + p_{1,m3} \mp p_{q0}, \\
p_{1,m1} &= p_{1,m2} \pm 2p_{q0} + p_{1,m3} \mp 2p_{q0}.
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Таким чином, у досліджуваній системі реалізуються множинні трихвильові параметричні резонансні взаємодії, які визначені співвідношеннями (2.9), (2.13), (2.14), (4.23). Загальна картина взаємодій виявляється досить складною.

Тому потрібно врахувати, що за наявності електромагнітних полів електрони пучка в поздовжньому магнітному полі рухаються також і з комбінаційними частотами й фазами:

$$\begin{aligned}
\Psi_2 &= \{p_{q,1,1} \pm p_{q0}, \dots, p_{q,1,N} \pm p_{q0}, p_{2,1} \pm p_{q0}, \dots, \\
&\quad p_{2,N} \pm p_{q0}, p_{q,3,1} \pm p_{q0}, \dots, p_{q,3,N} \pm p_{q0}\}, \\
\Omega_2 &= \{\Omega_{q,1,1} \pm \Omega_{q0}, \dots, \Omega_{q,1,N} \pm \Omega_{q0}, \Omega_{2,1} \pm \Omega_{q0}, \dots, \\
&\quad \Omega_{2,N} \pm \Omega_{q0}, \Omega_{q,3,1} \pm \Omega_{q0}, \dots, \Omega_{q,3,N} \pm \Omega_{q0}\}, \\
\Psi_3 &= \{p_{1,1} \pm 2p_{q0}, \dots, p_{1,N} \pm 2p_{q0}, p_{2,1} \pm 2p_{q0}, \dots, \\
&\quad p_{2,N} \pm 2p_{q0}, p_{3,1} \pm 2p_{q0}, \dots, p_{3,N} \pm 2p_{q0}\}, \\
\Omega_3 &= \{\Omega_{q,1,1} \pm 2\Omega_{q0}, \dots, \Omega_{q,1,N} \pm 2\Omega_{q0}, \Omega_{2,1} \pm 2\Omega_{q0}, \dots, \\
&\quad \Omega_{2,N} \pm 2\Omega_{q0}, \Omega_{q,3,1} \pm 2\Omega_{q0}, \dots, \Omega_{q,3,N} \pm 2\Omega_{q0}\}.
\end{aligned} \tag{4.24}$$

**Розв'язки рівняння неперервності** знаходимо аналогічно, як і у випадку задачі руху. Перетворюємо рівняння (2.2) до стандартного вигляду (див. підрозділ 2.3). Швидкість вважаємо відомою функцією від швидких

фаз, постійної складової швидкості і повільно змінних амплітуд електричних і магнітних полів. Включимо в таку систему рівняння для швидких фаз. У підсумку одержимо систему у стандартному вигляді

$$\frac{dn_q}{dz} = -\frac{n_q}{v_{qz}} \frac{\partial v_{qz}}{\partial z},$$

$$\frac{dp_{1,q,m}}{dz} = \frac{m\omega_1}{v_{qz}} - k_{1,m} \equiv \Omega_{1,q,m}, \quad \frac{dp_{2,q,m}}{dz} = -mk_2 \equiv \Omega_{2,q,m}, \quad (4.25)$$

$$\frac{dp_{3,q,m}}{dz} = m \frac{\omega_{3,1}}{v_{\alpha z}} - k_{3,m} \equiv \Omega_{3,q,m}.$$

Порівняємо систему (4.25) зі стандартною і запишемо вектор повільних змінних  $\mathbf{x}$ , вектор-функцію  $\mathbf{X}$ , вектор швидких фаз  $\Psi$  у явному вигляді

$$\mathbf{x} = \{x_{n_q}\} = \{n_q\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_{n_q}\} = \left\{ -\frac{n_q}{v_{qz}} \frac{\partial v_{qz}}{\partial z} \right\},$$

$$\Psi = \{p_{1,1}, \dots, p_{1,N}, p_{2,1}, \dots, p_{2,q}, p_{3,1}, \dots, p_{3,N}\}, \quad (4.26)$$

$$\Omega = \{\Omega_{1,q,1}, \dots, \Omega_{1,q,N}, \Omega_{2,q,1}, \dots, \Omega_{2,q,N}, \Omega_{3,q,1}, \dots, \Omega_{3,q,N}\}.$$

Нагадаємо, що швидкість вважається відомою. Далі використовуємо описаний у підрозділі 2.3 алгоритм модернізованого методу усереднених характеристик і переходимо до усереднених змінних

$$n_q = \bar{n}_q + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{n_q}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad (4.27)$$

Рівняння для усередненої концентрації мають вигляд

$$\frac{d\bar{n}_q}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{n_q}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}) \quad (4.28)$$

Обмежуємося третім наближенням по  $1/\xi$ . Алгоритм знаходження  $\mathbf{u}^{(n)}$  і  $\mathbf{A}^{(n)}$  описано в підрозділі 2.3.. В результаті знаходимо функції  $u_n^{(1)}/\xi$ ,  $u_n^{(2)}/\xi^2$ ,  $u_n^{(3)}/\xi^3$ ,  $A_n^{(1)}/\xi$ ,  $A_n^{(2)}/\xi^2$ ,  $A_n^{(3)}/\xi^3$ , котрі визначають розв'язки для концентрації (4.27), (4.28) з точністю до кубічних складових по  $1/\xi$ .

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} u_{n_q}^{(1)} = & \frac{e\bar{n}_q^2}{m_e \bar{\gamma}_q \bar{v}_{qz}^2} \left\{ \sum_{m=1}^N \left[ \frac{k_{3,m} E_{3z,m}(\zeta) \exp(ip_{3,m})}{i\Omega_{q,3,m}^2} + c.c. \right] + \right. \\ & + \frac{\bar{v}_{q\perp}}{2c} \sum_{m=1}^N \left[ k_{1,m} B_{1y,m}(\zeta) \left( \frac{\exp(i(p_{1,m} + p_{q0}))}{i(\Omega_{q,1,m} + \Omega_{q0})^2} + \frac{\exp(i(p_{1,m} - p_{q0}))}{i(\Omega_{q,1,m} - \Omega_{q0})^2} \right) + \right. \\ & + k_{2,m} B_{2y,m} \left( \frac{\exp(i(p_{2,m} + p_{q0}))}{i(\Omega_{q,2,m} + \Omega_{q0})^2} + \frac{\exp(i(p_{2,m} - p_{q0}))}{i(\Omega_{q,2,m} - \Omega_{q0})^2} \right) + c.c. \left. \right] - \\ & - \frac{\bar{v}_{q\perp}}{2c} \sum_{m=1}^N \left[ -k_{1,m} B_{1x,m}(\zeta) \left( \frac{\exp(i(p_{1,m} + p_{q0}))}{(\Omega_{q,1,m} + \Omega_{q0})^2} - \frac{\exp(i(p_{1,m} - p_{q0}))}{(\Omega_{q,1,m} - \Omega_{q0})^2} \right) - \right. \\ & - k_{2,m} B_{2y,m} \left( \frac{\exp(i(p_{2,m} + p_{q0}))}{(\Omega_{q,2,m} + \Omega_{q0})^2} - \frac{\exp(i(p_{2,m} - p_{q0}))}{(\Omega_{q,2,m} - \Omega_{q0})^2} \right) + c.c. \left. \right] - \\ & - \frac{v_{qz}}{c^2} \left( \frac{\bar{v}_{q\perp}}{2} \sum_{m=1}^N \left[ k_{1,m} E_{1x,m}(\zeta) \left( \frac{\exp(i(p_{1,m} + p_{q0}))}{i(\Omega_{q,1,m} + \Omega_{q0})^2} + \frac{\exp(i(p_{1,m} - p_{q0}))}{i(\Omega_{q,1,m} - \Omega_{q0})^2} \right) + c.c. \right] + \right. \\ & + \frac{\bar{v}_{q\perp}}{2} \sum_{m=1}^N \left[ -k_{1,m} E_{1y,m}(\zeta) \left( \frac{\exp(i(p_{1,m} + p_{q0}))}{(\Omega_{q,1,m} + \Omega_{q0})^2} - \frac{\exp(i(p_{1,m} - p_{q0}))}{(\Omega_{q,1,m} - \Omega_{q0})^2} \right) + c.c. \right] + \\ & \left. \left. + \bar{v}_{qz} \cdot \sum_{m=1}^N \left[ \frac{k_{3,m} E_{3z,m}(\zeta) \exp(ip_{3,m})}{i\Omega_{q,3,m}^2} + c.c. \right] \right] \right\}; \quad (4.29) \end{aligned}$$

і так далі. Використовуючи співвідношення (2.28)–(2.34) знаходимо функції  $\mathbf{u}^{(n)}$  та  $\mathbf{A}^{(n)}$  для концентрації з точністю до  $1/\xi^3$  ( $n=3$ ). В результаті отримуємо рішення як для осциляторної так і для постійної складової концентрації.

Для розв'язання задачі збудження електромагнітних полів отримані розв'язки для швидкості і концентрації пучків підставляємо в рівняння Максвелла (2.3). Ураховуємо, що отримані вирази для швидкості і концентрації пучків, отримані методом усереднених характеристик, мають вигляд рядів за малим параметром  $1/\xi$ . Розкладаємо їх також у ряди за гармоніками швидких фаз і отримуємо систему диференціальних рівнянь для амплітуд напруженості електричного поля електромагнітної хвилі сигналу і хвилі просторового заряду у кубічному нелінійному наближенні

$$\begin{aligned}
 K_{2,1,m} \frac{d^2 E_{1x,m}}{dz^2} + K_{1,1,m} \frac{dE_{1x,m}}{dz} + D_{1,m} E_{1x,m} &= K_{3,1,m} E_{3z,m} B_{2y,m} + F_{1x,m}, \\
 K_{2,1,m} \frac{d^2 E_{1y,m}}{dz^2} + K_{1,1,m} \frac{dE_{1y,m}}{dz} + D_{1,m} E_{1y,m} &= K_{3,1,m} E_{3z,m} B_{2x,m} + F_{1y,m}, \\
 C_{2,3,m} \frac{d^2 E_{3z,m}}{dz^2} + C_{1,3,m} \frac{dE_{3z,m}}{dz} + D_{3,m} E_{3z,m} &= \\
 = C_{3,3,m} E_{1x,m} B_{2y,m}^* + C_{4,m} \left\langle \int \mathbf{E}_3 \left( \int \mathbf{E}_3 dp_{3,1} \right) dp_{3,1} \right\rangle_{p_{3,m}} &+ F_{3,m}. \quad (4.30)
 \end{aligned}$$

У цих рівняннях:

$$\begin{aligned}
 D_{1,m}(\omega_{1,m}, k_{1,m}) &= k_{1,m}^2 - \frac{\omega_{1,m}^2}{c^2} + \sum_{q=1}^2 \left[ \frac{\omega_p^2}{\bar{\gamma}_q (\Omega_{1,q,m} - \eta_{1,m} \Omega_{q0})^2 c^2} \times \right. \\
 &\times \left. \left( \Omega_{1,q,m} (\Omega_{1,q,m} - \eta_{1,m} \Omega_{q0,m}) - \frac{\bar{v}_{q\perp}^2}{2c^2} (\omega_{1,m}^2 - k_{1,m}^2 c^2) \right) \right],
 \end{aligned}$$

$$D_{3,m}(\omega_{3,m}, k_{3,m}) = -ik_{3,m} \left( 1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_p^2 (1 - (\bar{v}_{qz}/c)^2)}{\Omega_{3,m}^2 \bar{\gamma}_q} \right) \quad (4.31)$$

– дисперсійні функції відповідно електромагнітної хвилі сигналу й хвилі

ХПЗ для  $m$ -ї гармоніки;  $F_{1,m} = \frac{4\pi e}{c} \langle \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} (\bar{n}_q u_{v_x,q}^{(3)} + u_{n,q}^{(1)} u_{v_x,q}^{(2)} + u_{n,q}^{(2)} u_{v_x,q}^{(1)}) \rangle_{p_{1,m}}$ ,

$F_{3,m} = 4\pi e \langle \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} u_{n,q}^{(3)} \rangle_{p_{3,m}}$  – функції, що враховують кубічні нелінійні доданки.

$$K_{1,1,m} = \frac{\partial D_{1,m}}{\partial(-ik_{1,m})}, \quad K_{2,1,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{1,m}}{\partial(-ik_{1,m})^2}, \quad K_{3,m}, \quad C_{1,3,m} = \frac{\partial D_{3,m}}{\partial(-ik_{3,m})},$$

$$C_{2,3,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{3,m}}{\partial(-ik_{3,m})^2}, \quad C_{3,m}, \quad C_{4,m} \text{ є коефіцієнтами відповідних диференціальних}$$

рівнянь, які залежать від частот, хвильових чисел і параметрів системи.

Коефіцієнти системи рівнянь (4.30) також залежать від постійних складових

швидкостей  $\bar{v}_q$  і концентрацій  $\bar{n}_q$  парціальних пучків. Тому систему рівнянь

(4.30) доповнимо рівняннями для постійних складових

$$\frac{d\bar{v}_{qz}}{dz} = V_{qz}(\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_q, \bar{n}_q), \quad (4.32)$$

$$\frac{d\bar{v}_{q\perp}}{dz} = V_{q\perp}(\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_q, \bar{n}_q), \quad (4.33)$$

$$\frac{d\bar{n}_q}{dz} = N_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_q, \bar{n}_q). \quad (4.34)$$

Функції  $V_{qz} = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{qv_z}^{(3)}$ ,  $V_{q\perp} = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{qv_\perp}^{(3)}$ ,  $N_q = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{qn}^{(3)}$  ураховують

кубічні нелінійні доданки.

Отриману систему кубічно-нелінійних рівнянь (4.30)-(4.34) аналізуємо чисельно. Ця система рівнянь описує нелінійні процеси в I і III секціях

двопотокового супергетеродинного лазера на вільних електронах клістронного типу з гвинтовими електронними пучками.

### 4.3. Слабосигнальне наближення

Проведемо аналіз динаміки хвиль у ДСЛВЕ із гвинтовими двопотоковими пучками у слабосигнальному наближенні. Досліджуємо пристрій з наступними параметрами:  $\gamma_1 = 4.8$ ,  $\gamma_2 = 4.2$ ; плазмова частота кожного з електронних пучків  $\omega_p = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ ; період ондуляції магнітного поля накачування для першої гармоніки 5 см, індукція фокусувального поздовжнього магнітного поля  $B_0 = 2.8 \cdot 10^2 \text{ Гс}$ .

Визначимо інкременти зростання хвиль у досліджуваній системі. Для цього використовуємо систему рівнянь (4.30), у якій знехтуємо множинними резонансними взаємодіями як між гармоніками електромагнітної хвилі, так і між гармоніками хвилі просторового заряду. Тоді система (4.30) набуде вигляду

$$K_1 \frac{dE_{1x}}{dz} = K_3 E_{3z} B_{2x}^*,$$

$$C_2 \frac{d^2 E_{3z}}{dz^2} + C_1 \frac{dE_{3z}}{dz} + DE_{3z} = C_3 (1 + \eta_1 \eta_2) E_{1x} B_{2y}. \quad (4.35)$$

У системі (4.35) індекс  $m$  опущений. Шукаємо розв'язки цієї системи рівнянь у вигляді  $E_1, E_3 \sim \exp(\Gamma z)$ , де  $\Gamma$  – інкремент зростання хвиль у ДСЛВЕ. Підстановка такого рішення в (4.30) дозволяє отримати алгебраїчне рівняння третього ступеня відносно  $\Gamma$ :

$$K_1 \Gamma (C_2 \Gamma^2 + C_1 \Gamma + D) = C_3 K_3 (1 + \eta_1 \eta_2) |B_{2y}|^2. \quad (4.36)$$

Вирішуючи це рівняння чисельно, визначимо залежність інкремента зростання хвиль  $\text{Re}(\Gamma)$  у досліджуваному пристрої як функцію частоти сигналу  $\omega_1$  для гвинтових електронних пучків з різними кутами вльоту пучка  $\alpha$ .

На рис. 4.2 подані залежності інкрементів зростання в досліджуваному ДСЛВЕ від частоти хвилі сигналу  $\omega_1$  при різних кутах вльоту  $\alpha$ . Криві 1 – 4 відповідають залежностям інкрементів зростання електромагнітних хвиль, які певні зі співвідношення (4.36): крива 1 відповідає куту вльоту  $\alpha = 0^\circ$ , крива 2 – куту  $\alpha = 10^\circ$ , крива 3 –  $\alpha = 20^\circ$ , крива 4 –  $\alpha = 30^\circ$ . Крива 5 описує залежність інкремента зростання двопотокової нестійкості від частоти, що визначена з дисперсійного співвідношення (4.31) для кута вльоту  $\alpha = 0^\circ$ . Амплітуда поля накачування  $\sqrt{B_{2y}^2 + B_{2x}^2} = 565$  Гс.

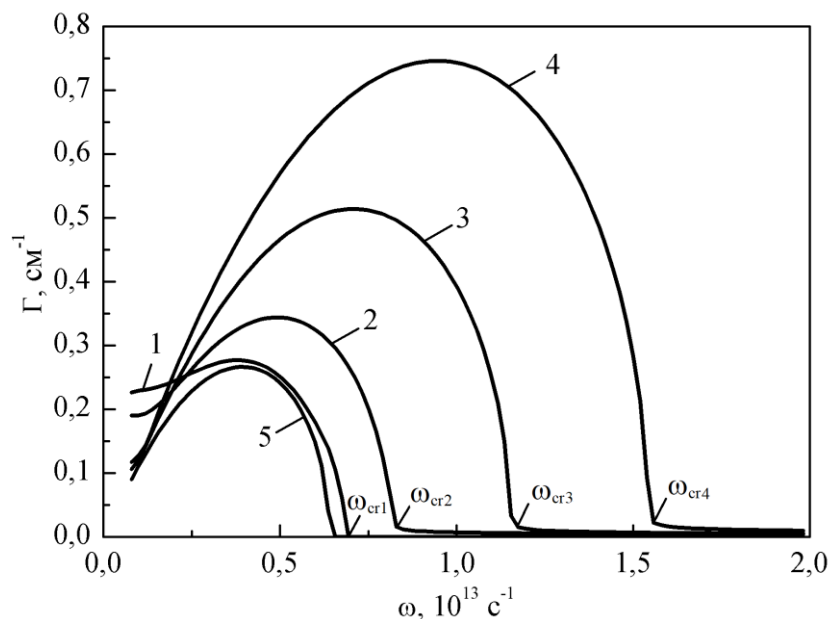


Рисунок 4.2 – Залежності інкрементів зростання від частоти хвилі сигналу  $\omega_1$  при різних кутах вльоту  $\alpha$ . Крива 1 відповідає куту вльоту  $\alpha = 0^\circ$ , крива 2 – куту  $\alpha = 10^\circ$ , крива 3 –  $\alpha = 20^\circ$ , крива 4 –  $\alpha = 30^\circ$ . Крива 5 описує залежність інкремента зростання двопотокової нестійкості від частоти, що визначена з дисперсійного співвідношення (4.31) для кута вльоту  $\alpha = 0^\circ$



Порівняємо залежності інкремента зростання електромагнітної хвилі сигналу (крива 1, рис. 4.2) і інкремента зростання двопотокової нестійкості (крива 5, рис. 4.2) від частоти при куті вльоту  $\alpha = 0^\circ$ . Бачимо, що, у цілому, криві 1 і 5 близькі. Це свідчить про те, що саме двопотокова нестійкість визначає динаміку електромагнітної хвилі в досліджуваному лазері на вільних електронах. Однак, при низьких частотах ( $\omega_1 \sim 1 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ) розходження між цими кривими стає істотним. Це пов'язано з тим, що темп зростання електромагнітної хвилі сигналу в ДСЛВЕ визначається не тільки двопотоковою, але й параметричною нестійкістю. Відомо, що при зменшенні частоти інкремент двопотокової нестійкості зменшується, тоді як інкремент параметричної нестійкості збільшується [1, 57]. Із цієї причини при низьких частотах результуючий інкремент зростання електромагнітної хвилі сигналу (крива 1, рис. 4.2) стає істотно вище двопотокового інкремента зростання (крива 5, рис. 4.2). Таким чином, при досить низьких частотах результуючий інкремент зростання електромагнітної хвилі сигналу визначається параметричною нестійкістю.

Зі збільшенням кута вльоту пучка  $\alpha$  розходження між інкрементами зростання електромагнітної хвилі сигналу й інкрементом зростання двопотокової нестійкості при низьких частотах зменшується. Причина цього полягає в тому, що при збільшенні кута вльоту  $\alpha$ , з одного боку, інкремент двопотокової нестійкості збільшується, а з іншого боку, параметричний інкремент зростання зменшується.

Проведемо аналіз залежностей інкрементів зростання електромагнітної хвилі сигналу (криві 1–4, рис. 4.2) для кутів вльоту  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  і  $30^\circ$ . Як уже згадувалося вище, ці залежності, у цілому, визначаються інкрементами двопотокової нестійкості, а виходить, і мають їх властивості. Бачимо, що зі збільшенням кута вльоту пучка  $\alpha$  збільшуються як максимальні значення інкрементів зростання електромагнітної хвилі сигналу  $\text{Re}(\Gamma)$ , так і критичні частоти  $\omega_{\text{cr}}$ , при яких інкремент зростання стає близьким до нуля. Такими ж

властивостями характеризується двопотокова нестійкість у гвинтових двопотокових релятивістських пучках [31, 33]. Таким чином, у мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ, які використовують гвинтові двопотокові релятивістські електронні пучки, темпи зростання електромагнітних хвиль будуть набагато вище, ніж у ДСЛВЕ із прямолінійними електронними пучками. Ширина спектра мультигармонічного сигналу визначається різницею між критичною частотою й частотою першої гармоніки. Так як критична частота з підвищенням кута вльоту зростає ( $\omega_{cr1} < \omega_{cr2} < \omega_{cr3} < \omega_{cr4}$ , див. рис. 4.2), то й ширина частотного спектра буде зростати. Тому можемо зробити висновок, що в мультигармонічних ДСЛВЕ із гвинтовими електронними пучками буде формуватися потужна мультигармонічна електромагнітна хвиля з більш широким частотним спектром.

На рис. 4.3 подані залежності амплітуд напруженості електричного поля п'ятнадцяти гармонік електромагнітної хвилі сигналу від поздовжньої координати  $z$  для кута вльоту електронного пучка  $\alpha = 0^\circ$  (криві 1) і  $\alpha = 30^\circ$  (криві 2). Параметри, при яких проводився розрахунок, такі ж, як і для рис. 4.2, за винятком напруженості магнітного поля накачування, що дорівнює  $\sqrt{B_{2y}^2 + B_{2x}^2} = 141$  Гс. На вхід досліджуваного ДСЛВЕ подається монохроматичний сигнал із частотою  $\omega_1 = 1,3 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ . Розрахунок залежностей проводився за допомогою системи рівнянь для амплітуд гармонік напруженостей електричного поля (4.30).

Розглянемо формування мультигармонічної електромагнітної хвилі в ДСЛВЕ із прямолінійними пучками ( $\alpha = 0^\circ$ ). Як уже було сказано раніше, з рис. 4.2 випливає, що інкремент зростання *першої гармоніки* електромагнітної хвилі сигналу для пучка із  $\alpha = 0^\circ$  при низьких частотах ( $\omega_1 = 1,3 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ ) є більше високим у порівнянні з інкрементами зростання сигналу в ДСЛВЕ із гвинтовими електронними пучками (порівняйте криву 1 і криві 2 – 4 на рис. 4.2). Це обумовлено, з одного боку, збільшенням впливу

параметричного механізму підсилення при зниженні частоти, а з іншого боку, при низьких частотах відбувається зменшення інкремента зростання двопотокової нестійкості. У результаті перша гармоніка сигналу для ДСЛВЕ із прямолінійним пучком ( $\alpha = 0^\circ$ ) одержує істотне посилення, як це впливає з рис. 4.3, крива 3. У підсумку, перша гармоніка домінує над вищими гармоніками й формування електромагнітного сигналу із широким спектром у ДСЛВЕ із прямолінійним РЕП ( $\alpha = 0^\circ$ ), у якому гармоніки будуть мати порівнянні амплітуди, стає утрудненим.

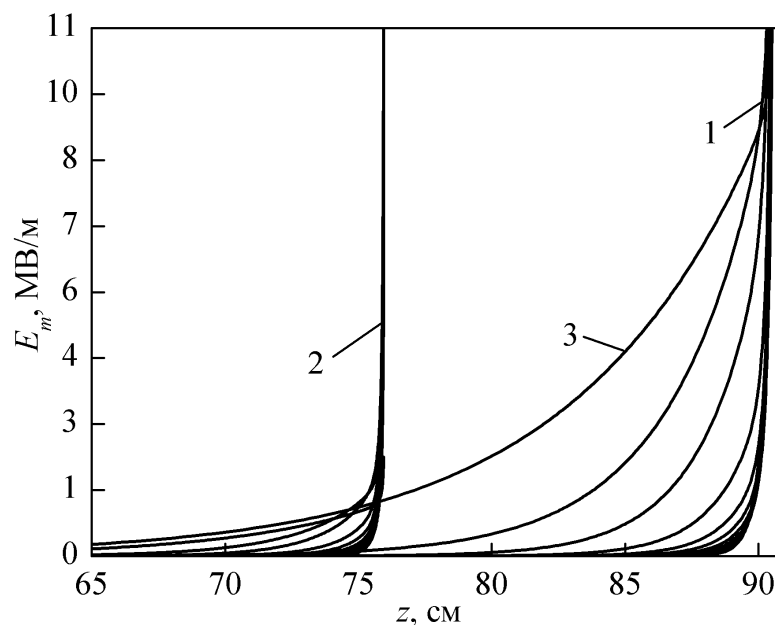


Рисунок 4.3 – Залежності амплітуд напруженості електричного поля гармонік електромагнітної хвилі сигналу від поздовжньої координати  $z$  для кута вльоту електронного пучка  $\alpha = 0^\circ$  (криві 1) і  $\alpha = 30^\circ$  (криві 2) у випадку монохроматичного вхідного сигналу. Крива 3 відповідає залежності амплітуди 1-й гармоніки напруженості електричного поля від поздовжньої координати  $z$  для кута вльоту пучка  $\alpha = 0^\circ$ . Частота першої гармоніки  $\omega_1 = 1,3 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$

Тому, для формування сигналів із широким частотним спектром краще використовувати саме гвинтові електронні пучки. Також, як впливає з рис. 4.3, у двопотокових ДСЛВЕ, які використовують гвинтові електронні

пучки, через більш високі темпи підсилення, насичення буде відбуватися раніше, а виходить, такі пристрої будуть мати менші поздовжні розміри в порівнянні із ДСЛВЕ, що використовують прямолінійні пучки.

У результаті таких процесів формуються мультигармонічні електромагнітні хвилі. На рис. 4.4 поданий спектр такої електромагнітної хвилі сигналу в точці з координатою  $z = 75,2$  см, кут вльоту електронного пучка  $\alpha = 30^\circ$ . Бачимо, що в досліджуваному пристрої відбувається формування мультигармонічної електромагнітної хвилі, у якій амплітуди гармонік мають порівнянні амплітуди в широкому частотному спектрі. Це є необхідною умовою для формування ультракоротких електромагнітних кластерів електромагнітного поля [1, 17, 18]. Відзначимо, що завдяки трихвильовим параметричним резонансам також збуджуються хвилі із частотами, які перевищують критичну частоту  $\omega_{cr4} = 1.6 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ .

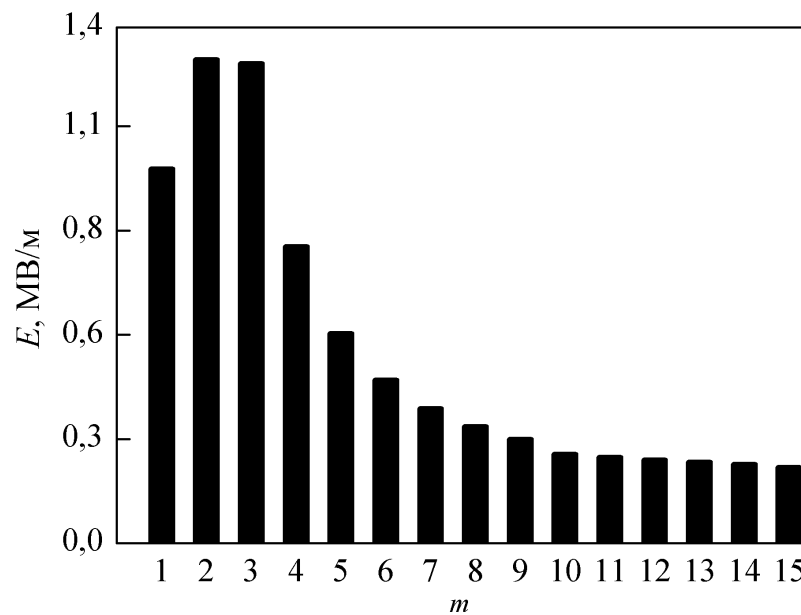


Рисунок 4.4 – Залежність амплітуд напруженості електричного поля гармонік електромагнітної хвилі сигналу від номера гармоніки в точці з координатою  $z = 75,2$  см, кут вльоту електронного пучка  $\alpha = 30^\circ$ , випадок монохроматичного вхідного сигналу. Частота першої гармоніки  $\omega_1 = 1,3 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$

Проведемо аналіз ситуації, коли на вхід досліджуваної системи подається *мультигармонічний* вхідний сигнал, що складається із трьох ненульових перших гармонік електромагнітної хвилі. Для цього випадку залежності амплітуд напруженості електричного поля п'ятнадцяти гармонік електромагнітної хвилі сигналу від поздовжньої координати  $z$  для кута вльоту електронного пучка  $\alpha = 0^\circ$  (криві 1) і  $\alpha = 30^\circ$  (криві 2) подані на рис. 4.5. Параметри, при яких проводився розрахунок, такі ж, як і для рис. 4.3. Розрахунок залежностей проводився за допомогою системи рівнянь

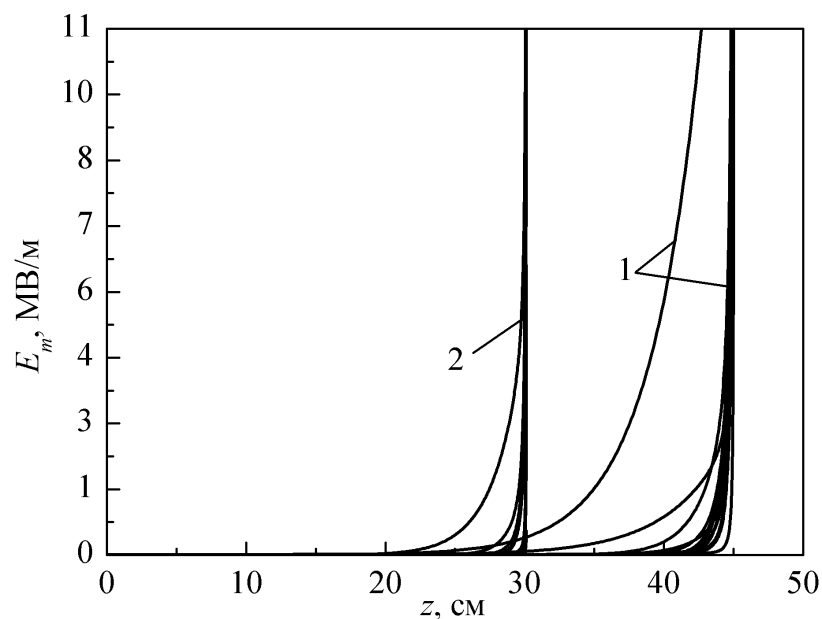


Рисунок 4.5 – Залежності амплітуд напруженості електричного поля гармонік електромагнітної хвилі сигналу від поздовжньої координати  $z$  для кута вльоту електронного пучка  $\alpha = 0^\circ$  (криві 1) і  $\alpha = 30^\circ$  (криві 2) у випадку мультигармонічного вхідного сигналу. Частота першої гармоніки  $\omega_1 = 1,3 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$

для амплітуд гармонік напруженостей електричного поля (4.30). З рис. 4.5 випливає, що у випадку мультигармонічного вхідного сигналу насичення відбувається при куті вльоту  $\alpha = 0^\circ$  на довжині  $z \sim 45 \text{ см}$  (для монохроматичного вхідного сигналу  $z \sim 90 \text{ см}$ , рис. 4.3), при куті вльоту  $\alpha = 30^\circ$  на довжині  $z \sim 30 \text{ см}$  (для монохроматичного вхідного сигналу

$z \sim 75$  см, рис. 4.3). Таким чином, наявність вхідного мультигармонічного сигналу, що складається з незначної кількості гармонік (три гармоніки) призводить до істотного зниження довжин насичення (у два рази і більше), як для прямолінійного, так і для гвинтового релятивістського електронного пучка. Такий вплив мультигармонічного вхідного сигналу на довжини насичення пояснюється наступними обставинами. По-перше, завдяки використанню мультигармонічного вхідного сигналу відбувається більш швидке збудження вищих гармонік ХПЗ, які, фактично, визначають формування вихідної мультигармонічної електромагнітної хвилі.

По-друге, збудження вищих гармонік ХПЗ відбувається на більш високих частотах, які характеризуються більш високими інкрементами зростання. Таким чином, використання мультигармонічних вхідних сигналів призводить до більш інтенсивного формування потужної електромагнітної хвилі із широким частотним спектром.

#### **4.4. Формування мультигармонічної електромагнітної хвилі з широким частотним спектром**

Проведемо дослідження динаміки формування потужної мультигармонічної електромагнітної хвилі з використанням рівнянь (4.30)—(4.31) у ДСЛВЕ з наступними параметрами: середнє значення релятивістського фактора двопотокового гвинтового РЕП  $\gamma_0 = 5,0$ , різниця релятивістських факторів парціальних пучків  $\Delta\gamma = 0,2$ , плазмова частота парціальних пучків  $\omega_p = 1,0 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ , швидкості електронів у гвинтовому пучку спрямовані під кутом  $\alpha = 15^\circ$  відносно осі системи, частота першої гармоніки електромагнітного сигналу  $\omega_{1,1} = 7 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ , період ондулятора  $\lambda_{2,1} = 4,5$  см.

Порівнюючи частоту першої гармоніки електромагнітного сигналу  $\omega_{1,1} = 7 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$  з плазмовою частотою двопотокових пучків  $\omega_p = 1,0 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ ,

бачимо, що умова  $\omega_{1,1} \gg \omega_p$  виконується. Це означає, що для всіх гармонік хвилі сигналу залежність хвильового числа від частоти є квазілінійною. Тому умови реалізації множинних резонансних взаємодій є виконаними.

Відомо, що всі гармоніки хвилі просторового заряду, частота яких менше за критичну частоту двопотокової нестійкості ( $\omega_{cr} = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$  для моделі, що розглядається), будуть підсилюватися внаслідок двопотокової нестійкості. Для досліджуваної моделі із гвинтовим електронним пучком у цю область підсилення попадає  $\omega_{cr} / \omega_{1,1} \approx 35$  гармонік. Причому, частина з них, частоти яких менше за оптимальну частоту двопотокової нестійкості ( $\omega_{opt} = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ), зі збільшенням частоти будуть мати більші інкременти зростання й будуть утворювати аномальний спектр, у якому більш високочастотні гармоніки ХПЗ будуть мати більшу амплітуду. У область аномального спектра в цій моделі попадає  $\omega_{opt} / \omega_{1,1} \approx 21$  гармоніка.

Відзначимо, що у випадку використання в ДСЛВЕ замість гвинтового прямолінійного пучка кількість гармонік, які формують мультигармонічний електромагнітний сигнал, зменшується. У цьому випадку критична частота двопотокової нестійкості стає в  $\sim 2$  рази меншою. Відповідно в  $\sim 2$  рази зменшується й кількість гармонік, які збуджуються в такому ДСЛВЕ. Тому в ДСЛВЕ, які призначені для формування потужних мультигармонічних електромагнітних хвиль потрібно використовувати саме гвинтові двопотокові РЕП.

Розглядаємо модель мультигармонічного двопотокового супергетеродинного ЛВЕ, що подана на рис. 2.1, у якій на вхід секції модуляції I подається монохроматичний сигнал із частотою  $\omega_{1,1}$ . Тут внаслідок трихвильового параметричного резонансу між електромагнітним сигналом і Н-убітронним полем модулятора у двопотоковому електронному пучку збуджується хвиля просторового заряду. Через те, що на вхід модулятора подається монохроматична хвиля сигналу, то і Н-убітронне магнітне поле модулятора вибираємо також монохроматичним. На вхід

модулятора подаємо сигнал з амплітудою 100 В/см, інші гармоніки дорівнюють нулю. Індукцію магнітного поля Н-убітронної накачки вибираємо такою, що дорівнює  $B_{2,1} = 800$  Гс, період модулятора, як зазначалось вище,  $\lambda_{2,1} = 4,5$  см. Тоді на виході із секції модуляції одержуємо ХПЗ, спектр якої подано на рис. 4.6. Як бачимо, на виході з модулятора формується ХПЗ, у якій амплітуда першої гармоніки істотно перевищує амплітуди інших гармонік.

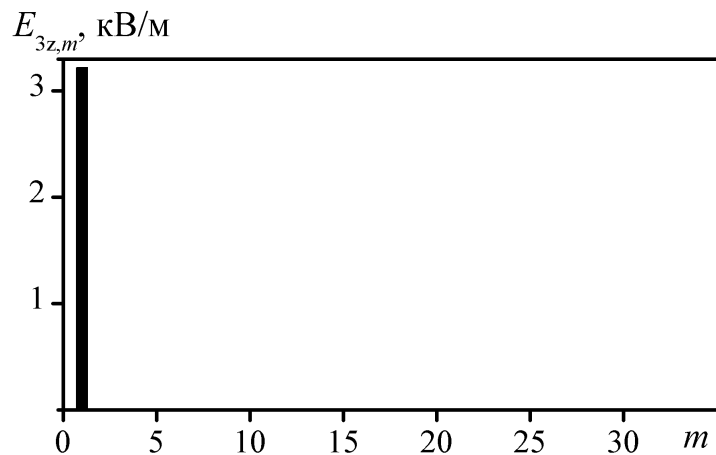


Рисунок 4.6 – Спектр ХПЗ на виході модулятора ( $z = 50$  см)

Далі збуджена у двопотоковому електронному пучку хвиля просторового заряду зростає внаслідок двопотокової нестійкості. Через те, що частота першої гармоніки ХПЗ в 35 разів менша за критичну (і в 21 раз меншою за оптимальну), то інкременти зростання перших 21 гармонік зі збільшенням частоти збільшуються, і всі 35 гармонік підсилюються внаслідок двопотокової нестійкості.

У підсумку, на виході із пролітної секції (координата системи  $z = 125$  см) починає формуватися аномальний спектр, який подано на рис. 4.7. При цьому максимальною є вже не перша гармоніка, як у випадку рис. 4.6, а дев'ята.

Слід зазначити, що на виході із пролітної секції хвиля просторового заряду з необхідним спектром ще остаточно не сформована. Її формування



триває й у прикінцевій секції. Одночасно із цим, у прикінцевій секції відбувається збудження мультигармонічної електромагнітної хвилі завдяки

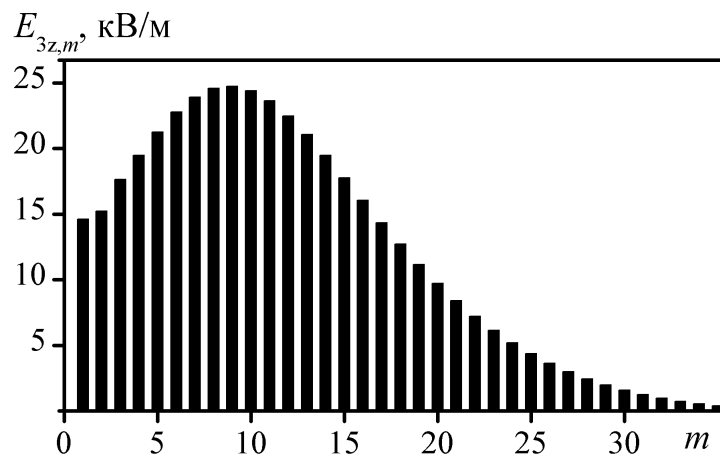


Рисунок 4.7 – Спектр ХПЗ на виході пролітної секції ( $z = 125$  см)

множинним трихвильовим параметричним резонансам між мультигармонічною хвилею ХПЗ, мультигармонічним Н-убітронним полем накачування та електромагнітною хвилею сигналу. Параметри гармонік мультигармонічного магнітного поля накачування вибираємо таким чином, щоб у прикінцевій секції сформувати потужну мультигармонічну електромагнітну хвилю. Спектр такого магнітного поля подано на рис. 4.8, а спектр електромагнітної хвилі в точці  $z = 165$  см подано на рис. 4.9.

Як впливає з рис. 4.9, на виході мультигармонічного двопотокового супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу із гвинтовим електронним пучком ми отримуємо потужну мультигармонічну електромагнітну хвилю із широким частотним спектром, у якому приблизно тридцять гармонік мають практично однакову амплітуду. Використання гвинтових двопотокових РЕП і наявність пролітної секції в клістронній моделі дозволило істотно розширити спектр сформованої хвилі. У випадку використання у приладі струмів  $\sim 6$  кА, потужність мультигармонічних електромагнітних хвиль з широким частотним спектром, у якому гармоніки мають співставні амплітуди, складає  $\sim 0,5$  МВт у діапазоні частот від 3 мм до 0,1 мм. Також слід зазначити, що

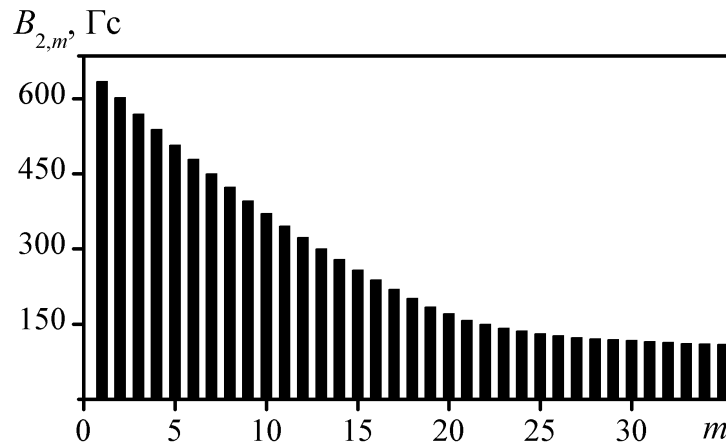


Рисунок 4.8 – Залежність амплітуд гармонік індукції магнітного поля  $B_{1,m} = (B_{1x,m}^2 + B_{1y,m}^2)^{1/2}$  ондулятора прикінцевої секції від номера гармоніки

інкременти зростання двопотокової нестійкості у гвинтових двопотокових РЕП істотно вище, ніж у прямолінійних двопотокових РЕП. Це призводить до того, що мультигармонічні ДСЛВЕ із гвинтовими пучками мають менші поздовжні габарити. Так, у досліджуваній системі формування мультигармонічної електромагнітної хвилі відбувається в точці з координатою  $z = 165$  см, а в аналогічній системі із прямолінійним двопотоковим РЕП це має місце в точці з координатою  $z = 257$  см [107].

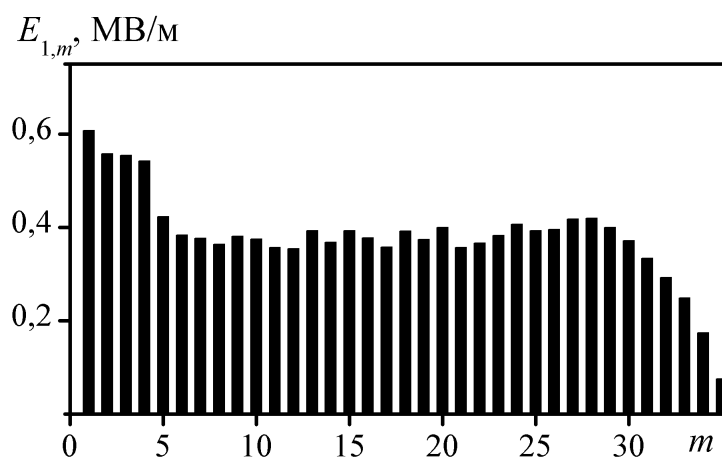


Рисунок 4.9 – Залежність модулів амплітуд гармонік електромагнітного сигналу  $E_{1,m} = (E_{1x,m}^2 + E_{1y,m}^2)^{1/2}$  від номера гармоніки для поздовжньої координати системи  $z = 165$  см

#### 4.5. Висновки до розділу 4

1. Отримано самоузгоджену систему диференціальних рівнянь для амплітуд гармонік напруженостей електричних полів хвиль сигналу і ХПЗ в рамках кубічного наближення, здатну описати нелінійну динаміку хвиль мультигармонічного ДСЛВЕ з гвинтовими РЕП з урахуванням мультигармонічних взаємодій.

2. Продемонстровано, що у режимі, коли частота першої гармоніки електромагнітного сигналу набагато менша за критичну частоту двопотокової нестійкості, має місце інтенсивна генерація вищих гармонік з сумірними амплітудами. Показано, що використання гвинтових пучків у ДСЛВЕ клістронного типу дозволяє одержати потужний мультигармонічний електромагнітний сигнал з більш широким спектром порівняно із ДСЛВЕ, який використовує прямолінійні пучки.

3. Показано, що темпи зростання електромагнітних хвиль у ДСЛВЕ із гвинтовими РЕП істотно вищі, а довжини насичення набагато менше, що дозволяє зменшити поздовжні габарити ДСЛВЕ.

4. Виявлено, що у випадку використання мультигармонічного вхідного сигналу, що складається із невеликої кількості гармонік (три гармоніки), довжини насичення зменшуються більш, ніж у два рази, порівняно з ситуацією, коли на вхід системи подається монохроматична електромагнітна хвиля.

5. Встановлено, що за умови використання у ДСЛВЕ струмів  $\sim 6$  кА, потужність мультигармонічних електромагнітних хвиль з широким частотним спектром, у якому гармоніки мають співставні амплітуди, складає  $\sim 0,5$  МВт у діапазоні частот від 2,7 мм до 0,8 мм.

## ОСНОВНІ ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі проведено теоретичне дослідження динаміки електромагнітних хвиль у мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими релятивістськими електронними пучками. Найбільш важливі результати полягають у наступному.

1. Запропоновано використовувати в мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ гвинтові електронні пучки. Показано, що завдяки цьому такі пристрої мають менші поздовжні габарити та здатні формувати потужні мультигармонічні електромагнітні хвилі з більш широким частотним спектром порівняно з двопотоковими супергетеродинними ЛВЕ, які використовують прямолінійні електронні пучки.

2. У кубічно-нелінійному наближенні одержано самоузгоджену систему диференціальних рівнянь для амплітуд гармонік хвиль мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ Н-убітронного типу з гвинтовими РЕП. Виявлені та враховані трихвильові резонансні взаємодії різного типу, зокрема й пов'язані з обертальним рухом електронів у магнітному полі. Показано, що множинні взаємодії хвиль у таких системах є визначальними для формування електромагнітного сигналу з широким частотним спектром. Визначені умови, за яких має місце формування потужного електромагнітного сигналу з широким частотним спектром.

3. З'ясовано, що інкременти зростання хвиль просторового заряду у двопотокових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими РЕП зростають за умови збільшення кута вльоту електронного пучка відносно фокусувального магнітного поля. Завдяки цьому в двопотоковому супергетеродинному ЛВЕ має місце збільшення темпів підсилення електромагнітної хвилі сигналу на  $\sim 15\%$  при збільшенні кута вльоту електронного пучка відносно поздовжнього фокусувального магнітного поля з  $0$  до  $30^\circ$ .

4. Показано, що критична частота двопотокової нестійкості у гвинтових двопотокових РЕП зростає зі збільшенням цього кута вльоту. За умови збільшення кута вльоту пучка з 0 до 20° ширина спектра мультигармонічної хвилі в ДСЛВЕ з гвинтовим РЕП збільшується в  $\sim 1,5$  рази.

5. Продемонстровано, що в разі використання мультигармонічного вхідного сигналу з вузьким частотним спектром (три гармоніки) у мультигармонічних ДСЛВЕ-підсилювачах з гвинтовими РЕП формування потужної мультигармонічної електромагнітної хвилі відбувається на довжинах, у два і більше разів менших порівняно із системами, на вхід яких подається монохроматичний вхідний сигнал.

6. Установлено, що в разі використання в приладі струмів  $\sim 6$  кА, потужність мультигармонічних електромагнітних хвиль з широким частотним спектром, в якому гармоніки мають зіставні амплітуди, становить  $\sim 0,5$  МВт у діапазоні довжин хвиль від 2,7 мм до 0,08 мм.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Kulish V. V. Hierarchic electrodynamics and free electron lasers: concepts, calculations, and practical applications / V. V. Kulish. — CRC Press, 2011. — 700 p.
2. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Стрелков П. С. Плазменная релятивистская свч-электроника / М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, П. С. Стрелков // М.: изд-во МГТУ им. НЭ Баумана. — 2002. — Vol. 544. — P. 6.
3. Benford J., Swegle J. A., Schamiloglu E. High power microwaves / J. Benford, J. A. Swegle, E. Schamiloglu. — New York : Taylor & Francis, 2016.
4. Kulish V. V. Hierarchical methods. vol i. hierarchy and hierarchical asymptotic methods in electrodynamics / V. V. Kulish. — Dordrecht : Springer Netherlands, 2004.
5. Kulish V. V. Hierarchical methods. vol. ii. undulative electrodynamic systems / V. V. Kulish. — Dordrecht : Springer, 2004.
6. Kulish V. V. Methods of averaging in non-linear problems of relativistic electrodynamics / V. V. Kulish. — World Federation Publishers, 1998.
7. Коцаренко Н. Я., Кулиш В. В. О возможности супергетеродинного усиления электромагнитных волн в электронных потоках / Н. Я. Коцаренко, В. В. Кулиш // Журн. техн. физики. — 1980. — Vol. 50. — P. 220–222.
8. Коцаренко Н. Я., Кулиш В. В. Об эффекте супергетеродинного усиления электромагнитных волн в системе плазма-пучок / Н. Я. Коцаренко, В. В. Кулиш // Радиотехника и электроника. — 1980. — Vol. 25, No. 11. — P. 2470–2471.
9. Bekefi G., Jacobs K. D. Two-stream, free-electron lasers / G. Bekefi, K. D. Jacobs // Journal of Applied Physics. — 1982. — Vol. 53, No. 6. — P. 4113–4121.
10. Болонин О. Н. Супергетеродинное усиления электромагнитных волн в системе двух релятивистских электронных потоков / О. Н. Болонин. — УФЖ, 1988.

11. Botton M., Ron A. Two-stream instability in free electron lasers / M. Botton, A. Ron // IEEE Transactions on Plasma Science. — 1990. — Vol. 18, No. 3. — P. 416–423.

12. Botton M., Ron A. Gain enhancement in a free electron laser by two-stream instability / M. Botton, A. Ron // Journal of Applied Physics. — 1990. — Vol. 67, No. 10. — P. 6583–6585.

13. Кулиш В. В. К теории супергетеродинных лазеров на свободных электронах клистронного типа / В. В. Кулиш // Укр. физ. журн.—1991.—36. — 1991. — No. 1. — P. 28–33.

14. Кулиш В. В., Пугачев В. П. К теории эффекта супергетеродинного усиления электромагнитных волн в плазме двухпучковой релятивистской электронной системы / В. В. Кулиш, В. П. Пугачев // Физика плазмы. — 1991. — Vol. 17, No. 6. — P. 696–705.

15. Wilhelmsson H. Double beam free electron laser / H. Wilhelmsson // Physica Scripta. — 1991. — Vol. 44, No. 6. — P. 603.

16. Kulish V. V., Lysenko A. V., Savchenko V. I. Two-stream free electron lasers: physical and project analysis of the multiharmonical models / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, V. I. Savchenko // International Journal of Infrared and Millimeter Waves. — 2003. — Vol. 24, No. 4. — P. 501–524.

17. Kulish V. V., Lysenko O. V., Savchenko V. I., Majornikov I. G. The two-stream free-electron laser as a source of electromagnetic femtosecond wave packages / V. V. Kulish, O. V. Lysenko, V. I. Savchenko, I. G. Majornikov // Laser Physics. — 2005. — Vol. 15, No. 12. — P. 1629–1633.

18. Kulish V. V., Lysenko A. V., Brusnik A. J. Hierarchical asymptotic methods in the theory of cluster free electron lasers / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, A. J. Brusnik // Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. — 2012. — Vol. 33, No. 2. — P. 149–173.

19. Крюков П. Г. Лазеры ультракоротких импульсов и их применения / П. Г. Крюков. — Долгопрудный : Интеллект, 2012. — 248 p.

20. Diels J.-C., Rudolph W. Ultrashort laser pulse phenomena / J.-C. Diels, W. Rudolph. — Academic press, 2006.
21. Chin S. L. Femtosecond laser filamentation / S. L. Chin. — Springer, 2010.
22. Sprangle P., Vlahos L. Nonlinear analysis of a relativistic beam-plasma cyclotron instability / P. Sprangle, L. Vlahos // *Physical Review A*. — 1986. — Vol. 33, No. 2. — P. 1261–1269.
23. Bekefi G. Double-stream cyclotron maser / G. Bekefi // *Journal of applied physics*. — 1992. — Vol. 71, No. 9. — P. 4128–4131.
24. Mohsenpour T., Mehrabi N. Instability of wave modes in a two-stream free-electron laser with a helical wiggler and an axial magnetic field / T. Mohsenpour, N. Mehrabi // *Physics of Plasmas (1994-present)*. — 2013. — Vol. 20, No. 8. — P. 82133.
25. Liu W., Yang Z., Liang Z. Instability of two-stream free-electron laser with an axial guiding magnetic field / W. Liu, Z. Yang, Z. Liang // *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*. — 2007. — Vol. 27, No. 8. — P. 1073–1085.
26. Shokri B., Khorashadizadeh S. M. The excitation of extraordinary and ordinary waves in a magnetized plasma medium by a rotating electron beam / B. Shokri, S. M. Khorashadizadeh // *Physics of plasmas*. — 2006. — Vol. 13, No. 5. — P. 52116.
27. Saviz S., Rezaei Z., Aghamir F. M. Gain enhancement in two-stream free electron laser with a planar wiggler and an axial guide magnetic field / S. Saviz, Z. Rezaei, F. M. Aghamir // *Chinese Physics B*. — 2012. — Vol. 21, No. 9. — P. 94103.
28. Mohsenpour T., Amri H. E. The gain equation of a helical wiggler free electron laser with ion-channel guiding and/or an axial magnetic field / T. Mohsenpour, H. E. Amri // *Chinese Physics Letters*. — 2013. — Vol. 30, No. 3. — P. 34102.



29. Ginzburg N. S., Peskov N. Y. Nonlinear theory of a free electron laser with a helical wiggler and an axial guide magnetic field / N. S. Ginzburg, N. Y. Peskov // *Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*. — 2013. — Vol. 16, No. 9.

30. Кулиш В., Лысенко А., Ромбовский М., Коваль В., Волк Ю. К теории формирования широкого мультигармонического спектра в двухпотоковом релятивистском электронном пучке / В. Кулиш, А. Лысенко, М. Ромбовский, В. Коваль, Ю. Волк // *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика*. — 2013. — No. 34. — P. 182–188.

31. Kulish V., Lysenko A., Rombovsky M., others Forming of space charge wave with broad frequency spectrum in helical relativistic two-stream electron beams / V. Kulish, A. Lysenko, M. Rombovsky, others // *Chinese Phys. Lett.* — 2017. — Vol. 34. — P. 75202.

32. Kulish V. V., Lysenko A. V., Rombovsky M. Y., Koval V. V., Volk I. I. Plural interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V. V. Koval, I. I. Volk // *Chinese Physics B*. — 2015. — Vol. 24, No. 9. — P. 95201.

33. Lysenko A., Volk I. Influence of two-stream relativistic electron beam parameters on the space-charge wave with broad frequency spectrum formation / A. Lysenko, I. Volk // *Plasma Science and Technology*. — 2018. — Vol. 20, No. 3. — P. 35002.

34. Kulish V. V., Lysenko A. V., M.Yu. Rombovsky M., Koval V. V., Volk I. I. Forming of ultrashort electromagnetic clusters by two-stream superheterodyne free electron lasers. / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. M.Yu. Rombovsky, V. V. Koval, I. I. Volk // *Acta Physica Polonica, A*. — 2017. — Vol. 131, No. 2. — P. 213—221.

35. Лысенко А. В., Волк Ю. Ю., Алексеенко Г. А. Множественные взаимодействия волн в мультигармонических двухпотоковых супергетеродинных лазерах на свободных электронах с винтовыми электронными

пучками / А. В. Лысенко, Ю. Ю. Волк, Г. А. Алексеенко // *Journal of Nano-& Electronic Physics*. — 2018. — Vol. 10, No. 2.

36. Кулиш В. В. К. А. В.Лысенко, М. Ю.Ромбовский В. В. К теории формирования широкого мультигармонического спектра в двухпоточковом релятивистском электронном пучке / В. В. К. Кулиш А. В.Лысенко, М. Ю.Ромбовский В. В. — ПП «Аутдор-Шарк», 2013.

37. Kulish V. V., Lysenko A. V., Rombovsky M. Y., Koval V. V., Volk I. I. The influence of parameters of a two-speed relativistic electron beam on the spectral shape of the growing waves of space charge / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V. V. Koval, I. I. Volk. — Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2013.

38. Lysenko A., Volk I., Serozhko A., Rybalko O. Plural three-wave resonances of space charge wave harmonics in transit section of klystron-type two-stream fel with helical electron beam / A. Lysenko, I. Volk, A. Serozhko, O. Rybalko. — IEEE, 2017.

39. Lysenko A. V., Rombovsky M. Y., Koval V. V., Volk I. I. Multiharmonic interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V. V. Koval, I. I. Volk. — Київ : КНУ ім. Тараса Шевченка, Факультет радіофізики, електроніки та комп'ютерних систем, 2014.

40. Lysenko A. V., Volk I. I. Multiharmonic spectrum forming in transit section of two-stream superheterodyne fel with non-axial beam injection / A. V. Lysenko, I. I. Volk. — Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2016.

41. Lysenko A. V., Serozhko A. S., Volk I. I. Modelling of space charge wave with broad frequency spectrum forming in helical relativistic two-stream electron beam / A. V. Lysenko, A. S. Serozhko, I. I. Volk. — Lviv, Ukraine : 2017.

42. Lysenko A. V., Volk I. I. Helical two-stream relativistic electron beam parameters influence on space charge wave with broad frequency spectrum

forming / A. V. Lysenko, I. I. Volk. — Київ : КНУ ім. Тараса Шевченка, Факультет радіофізики, електроніки та комп'ютерних систем, 2017.

43. Lysenko A. V., Rombovsky M. Y., Koval V. V., Volk I. I. Ultrashort electromagnetic clusters formation in two-stream superheterodyne free electron lasers / A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V. V. Koval, I. I. Volk. — Uzhgorod : International Conference of young scientists and post-graduates IEP-2015 : proceedings, 2015.

44. Kulish V., Lysenko A., Volk I. Two-stream superheterodyne free electron lasers as formers of ultrashort electromagnetic clusters / V. Kulish, A. Lysenko, I. Volk. — 9th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW), 2016, 2016.

45. Kulish V. V., Lysenko A. V., Volk I. I., Rybalko O. Ultrashort electromagnetic clusters formation by two-stream superheterodyne free electron lasers / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, I. I. Volk, O. Rybalko. — IEEE, 2016.

46. Лисенко О. В., Волк Ю. Ю., Серьожко А. С., Рибалко О. О. Множинні резонансні взаємодії в двопотоковому лазері на вільних електронах клістронного типу із гвинтовим електронним пучком / О. В. Лисенко, Ю. Ю. Волк, А. С. Серьожко, О. О. Рибалко. — Odessa, Ukraine : 2017.

47. Lysenko A. V., Volk I. I. On multiharmonic signal amplification in two-stream superheterodyne fels with helical electron beams / A. V. Lysenko, I. I. Volk. — Lviv, Ukraine : 2018.

48. Lysenko A., Volk I., Rybalko O. On theory of multiharmonic two-stream superheterodyne fels with helical electron beams / A. Lysenko, I. Volk, O. Rybalko. — Odessa : IEEE International Conference On Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals UWBUSIS 2018.

49. Kulish V., Lysenko A., Oleksienko G., Volk I. Modification of the method of averaged characteristics for multiharmonic problems in high-current

electronics devices / V. Kulish, A. Lysenko, G. Oleksiienko, I. Volk. — IEEE, 2016.

50. Lysenko A. V., Volk I. I., Oleksiienko G. A. Modified scheme of asymptotic integration in theory of multiharmonic devices of high-current electronics using helical relativistic electron beams / A. V. Lysenko, I. I. Volk, G. A. Oleksiienko. — Kiev : IEEE, 2018.

51. Lysenko A. V., Volk I. I., Oleksiienko G. A. Application of modified asymptotic integration scheme in theory of multiharmonic two-stream fels with helical electron beams / A. V. Lysenko, I. I. Volk, G. A. Oleksiienko. — Kiev : IEEE, 2018.

52. Lysenko A., Volk I., Serozhko A., Rybalko O. Multiple three-wave resonances in two-stream free-electron laser with a helical electron beam / A. Lysenko, I. Volk, A. Serozhko, O. Rybalko // Information and Telecommunication Sciences. — 2018. — Vol. 0, No. 1. — P. 58–64.

53. Kulish V. V., Kuleshov S. A., Lysenko A. V. Nonlinear self-consistent theory of superheterodyne and parametric free electron lasers / V. V. Kulish, S. A. Kuleshov, A. V. Lysenko // International journal of infrared and millimeter waves. — 1993. — Vol. 14, No. 3. — P. 451–567.

54. Marshall T. C. Free-electron lasers / T. C. Marshall. — Columbia Univ., 1985.

55. Freund H. P., Douglas D., O'Shea P. G. Multiple-beam free-electron lasers / H. P. Freund, D. Douglas, P. G. O'Shea // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2003. — Vol. 507, No. 1–2. — P. 373–377.

56. Freund H. P., O'Shea P. G. Electron beam matching and its influence on the performance of high-gain free-electron lasers / H. P. Freund, P. G. O'Shea // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 1999. — Vol. 429, No. 1–3. — P. 219–224.

57. Saldin E. L., Schneidmiller E. V., Yurkov M. V. The physics of free electron lasers / E. L. Saldin, E. V. Schneidmiller, M. V. Yurkov. — Springer Science & Business Media, 2013. — 470 p.

58. Гуляев Ю. В., Зильберман П. Е. Супергетеродинное усиление электромагнитных волн / Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман // ФТТ. — 1971. — Vol. 13, No. 4. — P. 955–957.

59. Девидсон Р., Агафонова А. В. Теория заряженной плазмы: пер. с англ / Р. Девидсон, А. В. Агафонова. — Мир, 1978.

60. Ахиезер А. И. Электродинамика плазмы / А. И. Ахиезер. — Наука, 1974.

61. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме / М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе. — Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.

62. Александров А. Ф., Кузелев М. В. Радиофизика. физика электронных пучков и основы высокочастотной электроники / А. Ф. Александров, М. В. Кузелев. — КДУ, 2007. — 300 p.

63. Александров А. Ф. Основы электродинамики плазмы / А. Ф. Александров. — Рипол Классик, 1988.

64. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме / Б. Б. Кадомцев. — Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. — 303 p.

65. Кондратенко А. Н., Куклин В. М. Основы плазменной электроники / А. Н. Кондратенко, В. М. Куклин. — Энергоатомиздат, 1988.

66. Михайловский А. Б. Теория плазменных неустойчивостей: неустойчивости однородной плазмы / А. Б. Михайловский. — Москва : Атомиздат, 1975. — 272 p.

67. Михайловский А. Б. Теория плазменных неустойчивостей: неустойчивости неоднородной плазмы / А. Б. Михайловский. — Москва : Атомиздат, 1977. — 360 p.

68. Ng K.-Y. Physics of intensity dependent beam instabilities / K.-Y. Ng. — World Scientific, 2006.

69. Krasovitskiĭ V. B. Instabilities of relativistic electron beam in plasma / V. B. Krasovitskiĭ. — New York : Nova Science Publishers, 2008. — 219 p.
70. Luchini P., Motz H. Undulators and free-electron lasers / P. Luchini, H. Motz. — Clarendon Press, 1990.
71. Трубецков Д. И., Храмов А. Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков:[в 2 т.]. т. 2 / Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов // 2004.
72. Железовский Б. Е. Электроннолучевые параметрические свч-усилители / Б. Е. Железовский. — Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1971.
73. Лопухин В. М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками / В. М. Лопухин. — Гос. изд-во технико-теорет. лит-ры, 1953.
74. Ахиезер А. И., Файнберг Я. Б. О взаимодействии пучков заряженных частиц с электронной плазмой / А. И. Ахиезер, Я. Б. Файнберг // ДАН СССР. — 1949. — Vol. 69, No. 4. — P. 555–556.
75. Kulish V. V., Lysenko A. V., Savchenko V. I. Two-stream free electron lasers: physical analysis of the systems with monochromatic pumping / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, V. I. Savchenko // International Journal of Infrared and Millimeter Waves. — 2003. — Vol. 24, No. 3. — P. 285–309.
76. Kulish V. V., Lysenko A. V., Majornikov I. G. The two-stream multi-harmonic fel as a powerful source of femto-second wave packages / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, I. G. Majornikov // Вісник Національного авіаційного університету. — 2005. — No. 2. — P. 131–134.
77. Kulish V. V., Lysenko O. V., Majornikov I. G. Two-stream free electron laser as a source of electromagnetic femto-second wave packages / V. V. Kulish, O. V. Lysenko, I. G. Majornikov. — IEEE, 2005.
78. Mehdian H., Hasanbeigi A., Jafari S. Free-electron laser harmonic generation in an electromagnetic-wave wiggler and ion channel guiding / H. Mehdian, A. Hasanbeigi, S. Jafari // Physics of Plasmas. — 2010. — Vol. 17, No. 2. — P. 23112.

79. Mahdizadeh N. Saturation mechanism in a two-stream free-electron laser / N. Mahdizadeh // *Journal of Plasma Physics*. — 2015. — Vol. 81, No. 6.

80. Кулиш В. В. К теории релятивистских параметрических электронно-волновых лазеров на свободных электронах / В. В. Кулиш // *Укр. физ. журнал*. — 1991. — Vol. 36, No. 5. — P. 686–693.

81. Kulish V. V., Kuleshov S. A., Lysenko A. V. Nonlinear self-consistent theory of two-stream superheterodyne free electron lasers / V. V. Kulish, S. A. Kuleshov, A. V. Lysenko // *International journal of infrared and millimeter waves*. — 1994. — Vol. 15, No. 1. — P. 77–120.

82. Mahdizadeh N., Aghamir F. M. Effect of two-stream instability on the saturation mechanism of a two-stream free-electron laser with a helical wiggler pump / N. Mahdizadeh, F. M. Aghamir // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 2012. — Vol. 688. — P. 51–54.

83. Ziqiang Y., Jiayi L., Shenggang L. Investigation of a gas-filled free-electron laser pumped by a relativistic backward-wave oscillator without magnetic field / Y. Ziqiang, L. Jiayi, L. Shenggang // *Free Electron Lasers 1997*. — Elsevier, 1998. — P. II–139.

84. Mehdian H., AbasiRostami S., Hasanbeigi A. Kinetic description of a free electron laser with an electromagnetic-wave wiggler and ion-channel guiding by using the einstein coefficient technique / H. Mehdian, S. AbasiRostami, A. Hasanbeigi // *Laser Physics*. — 2016. — Vol. 26, No. 4. — P. 45003.

85. Mehdian H., Hasanbeigi A., Jafari S. Self-fields in a free-electron laser with electromagnetic-wave wiggler and ion-channel guiding / H. Mehdian, A. Hasanbeigi, S. Jafari // *Physics of Plasmas*. — 2008. — Vol. 15, No. 12. — P. 123101.

86. Weng Z., Shi Y. Short pulse and three-dimensional effects in a fel oscillator / Z. Weng, Y. Shi // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 1995. — Vol. 359, No. 3. — P. 610–617.

87. Tecimer M. Numerical studies of (partial-) waveguide fels / M. Tecimer // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2002. — Vol. 483, No. 1–2. — P. 521–526.

88. Robertson C. W., Sprangle P. A review of free-electron lasers / C. W. Robertson, P. Sprangle. — AIP, 1992.

89. Li D., Liang Z. Study on wave beam splitting in stepped rectangular waveguide / D. Li, Z. Liang // Free Electron Lasers 1997. — Elsevier, 1998. — P. II–141.

90. Kulish V. V., Lysenko A. V., Savchenko V. I. Two-stream free electron lasers: general properties / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, V. I. Savchenko // International Journal of Infrared and Millimeter Waves. — 2003. — Vol. 24, No. 2. — P. 129–172.

91. McNeil B. W. J., Robb G. R. M., Poole M. W. Two-beam free-electron laser / B. W. J. McNeil, G. R. M. Robb, M. W. Poole // Physical Review E. — 2004. — Vol. 70, No. 3. — P. 35501.

92. Svimonishvili T., Bishofberger K., Faehl R. J., Carlsten B. E. Thz radiation source based on two-stream instability / T. Svimonishvili, K. Bishofberger, R. J. Faehl, B. E. Carlsten. — San Diego, CA, USA : IEEE, 2009.

93. Bishofberger K., Carlsten B. E., Faehl R. Generation of millimeter and sub-millimeter radiation in a compact oscillator utilizing the two-stream instability / K. Bishofberger, B. E. Carlsten, R. Faehl. — Monterey, CA, USA : IEEE, 2008.

94. Svimonishvili T. Modeling of a compact terahertz source based on the two-stream instability / T. Svimonishvili. — 2016.

95. Дубинов А. Е. Особенности развития двухпотоковой неустойчивости электронных пучков при пространственно-локализованных возмущениях / А. Е. Дубинов // Журнал технической физики. — 2001. — Vol. 71, No. 10. — P. 128–130.



96. Startsev E. A., Davidson R. C. Two-stream instability for a longitudinally compressing charged particle beam / E. A. Startsev, R. C. Davidson // *Physics of Plasmas*. — 2006. — Vol. 13, No. 6. — P. 62108.

97. Lashmore-Davies C. N. Two-stream instability, wave energy, and the energy principle / C. N. Lashmore-Davies // *Physics of Plasmas*. — 2007. — Vol. 14, No. 9. — P. 92101.

98. Startsev E. A., Davidson R. C. Dynamic stabilization of the two-stream instability during longitudinal compression of intense charged particle beam propagation through background plasma / E. A. Startsev, R. C. Davidson // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 2007. — Vol. 577, No. 1–2. — P. 79–85.

99. Sydorenko D., Smolyakov A., Kaganovich I., Raitses Y. Effects of non-maxwellian electron velocity distribution function on two-stream instability in low-pressure discharges / D. Sydorenko, A. Smolyakov, I. Kaganovich, Y. Raitses // *Physics of Plasmas*. — 2007. — Vol. 14, No. 1. — P. 13508.

100. Marinelli A., Hemsing E., Rosenzweig J. B. Using the relativistic two-stream instability for the generation of soft-x-ray attosecond radiation pulses / A. Marinelli, E. Hemsing, J. B. Rosenzweig // *Physical Review Letters*. — 2013. — Vol. 110, No. 6. — P. 64804.

101. Wang G., Litvinenko V. N., Jing Y. Broad-band amplifier based on two-stream instability / G. Wang, V. N. Litvinenko, Y. Jing. — New York : 2013.

102. Umeda T. Study on nonlinear processes of electron beam instabilities via computer simulations / T. Umeda. — Kyoto, Japan : Kyoto University, 2004.

103. Umeda T., Omura Y., Miyake T., Matsumoto H., Ashour-Abdalla M. Nonlinear evolution of the electron two-stream instability: two-dimensional particle simulations / T. Umeda, Y. Omura, T. Miyake, H. Matsumoto, M. Ashour-Abdalla // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. — 2006. — Vol. 111, No. A10.

104. Aghamir F. M., Mahdizadeh N. Effects of beam temperature and density variation on the growth rate of a two-stream free electron laser / F. M. Aghamir, N. Mahdizadeh // *Physics of Plasmas* (1994-present). — 2012. — Vol. 19, No. 3. — P. 32114.

105. Gao D.-N. Effects of the relative motion of different particles on the wave instability in dusty plasmas / D.-N. Gao, X.-R. Hong, M. Lin, J. Han, W. Duan, L. Yang // *Physics of Plasmas*. — 2014. — Vol. 21, No. 6. — P. 62110.

106. Amri H. E., Mohsenpour T. Effects of electromagnetic wiggler and ion channel guiding on equilibrium orbits and waves propagation in a free electron laser / H. E. Amri, T. Mohsenpour // *Physics of Plasmas*. — 2016. — Vol. 23, No. 2. — P. 22101.

107. Mohsenpour T., Rezaee Rami O. K. Self-field effects on instability of wave modes in a two-stream free-electron laser with an axial magnetic field / T. Mohsenpour, O. K. Rezaee Rami // *Physics of Plasmas*. — 2014. — Vol. 21, No. 7. — P. 72113.

108. Mahdizadeh N. Thermal effect on electron trajectory and growth rate in a two-stream free electron laser with a guide field / N. Mahdizadeh // *AIP Advances*. — 2018. — Vol. 8, No. 7. — P. 75220.

109. Mishra P. K. A comparative study of the full dispersion relation, compton dispersion relation, and raman dispersion relation of a free-electron laser in helical wiggler and guiding magnetic fields / P. K. Mishra // *Laser Physics*. — 2006. — Vol. 16, No. 7. — P. 1050–1053.

110. Кулиш В. В., Лысенко А. В., Брусник А. Ю. Активные лэ-клистроны как формирователи фемтосекундных кластеров электромагнитного поля. общее описание / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, А. Ю. Брусник // *Журнал нано- та електронної фізики*. — 2010. — Vol. 2, No. 2. — P. 50—78.

111. Кулиш В. В., Лысенко А. В., Брусник А. Ю. Активные лэ-клистроны как формирователи фемтосекундных кластеров электромагнитного поля. описание моделей на базе секций «обыкновенного»

лсэ / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, А. Ю. Брусник // Журнал нано- та електронної фізики. — 2010. — Vol. 2, No. 3. — P. 54—70.

112. Кулиш В. В., Лысенко А. В., Брусник А. Ю. Активные лсэ-клистроны как формирователи фемтосекундных кластеров электромагнитного поля. системы на базе двухпоточковой неустойчивости / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, А. Ю. Брусник // Журнал нано- та електронної фізики. — 2012. — Vol. 4, No. 2. — P. 02015(7).

113. Кулиш В. В., Лысенко А. В., Брусник А. Ю. Активные лсэ-клистроны как формирователи фемтосекундных кластеров электромагнитного поля. нелинейная физика пролетной секции / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, А. Ю. Брусник // Журнал нано- та електронної фізики. — 2012. — Vol. 4, No. 2, ч. II. — P. 02037(7).

114. Кулиш В. В., Лысенко А. В., Брусник А. Ю. Мультигармонические формирователи фемтосекундных электромагнитных кластеров на базе «обыкновенных» лсэ. анализ / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, А. Ю. Брусник // Журнал нано- та електронної фізики. — 2011. — Vol. 3, No. 3. — P. 100–113.

115. Kulish V. V., Lysenko A. V., Rombovsky M. Y. Effect of parametric resonance on the formation of waves with a broad multiharmonic spectrum during the development of two-stream instability / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky // Plasma physics reports. — 2010. — Vol. 36, No. 7. — P. 594–600.

116. Boutet S., Yabashi M. X-ray free electron lasers and their applications / S. Boutet, M. Yabashi // X-ray Free Electron Lasers / S. Boutet, P. Fromme, M. S. Hunter. — Cham : Springer International Publishing, 2018. — P. 1–21.

117. Chapman H. N. X-ray free-electron lasers for the structure and dynamics of macromolecules / H. N. Chapman // Annual Review of Biochemistry. — 2019. — Vol. 88, No. 1.

118. Dunning D., Campbell L., McNeil B., Smith J., Thompson N. Isolated few-cycle pulse generation in x-ray free-electron lasers / D. Dunning, L. Campbell, B. McNeil, J. Smith, N. Thompson // Proceedings of the 9th Int. Particle Accelerator Conf. — 2018. — Vol. IPAC2018. — P. Canada-.

119. Helml W. Ultrashort free-electron laser x-ray pulses / W. Helml, I. Grguraš, P. Juranić, S. Düsterer, T. Mazza, A. Maier, N. Hartmann, M. Ilchen, G. Hartmann, L. Patthey, C. Callegari, J. Costello, M. Meyer, R. Coffee, A. Cavalieri, R. Kienberger // *Applied Sciences*. — 2017. — Vol. 7, No. 9. — P. 915.

120. Lutman A. A. Fresh-slice multicolour x-ray free-electron lasers / A. A. Lutman, T. J. Maxwell, J. P. MacArthur, M. W. Guetg, N. Berrah, R. N. Coffee, Y. Ding, Z. Huang, A. Marinelli, S. Moeller, J. C. U. Zemella // *Nature Photonics*. — 2016. — Vol. 10, No. 11. — P. 745–750.

121. Pellegrini C., Marinelli A., Reiche S. The physics of x-ray free-electron lasers / C. Pellegrini, A. Marinelli, S. Reiche // *Reviews of Modern Physics*. — 2016. — Vol. 88, No. 1.

122. Andruszkow J. First observation of self-amplified spontaneous emission in a free-electron laser at 109 nm wavelength / J. Andruszkow, B. Aune, V. Ayvazyan, N. Baboi, R. Bakker, V. Balakin, D. Barni, A. Bazhan, M. Bernard, A. Bosotti // *Physical Review Letters*. — 2000. — Vol. 85, No. 18. — P. 3825.

123. Schneidmiller E. First operation of a harmonic lasing self-seeded fel / E. Schneidmiller, B. Faatz, M. Kuhlmann, J. Rönsch-Schulenburg, S. Schreiber, M. Tischer, M. Yurkov // *Proceedings of the 8th Int. Particle Accelerator Conf.* — 2017. — Vol. IPAC2017. — P. Denmark-.

124. Schneidmiller E. A., Yurkov M. V. Harmonic lasing in x-ray fels: theory and experiment / E. A. Schneidmiller, M. V. Yurkov. — Arcidosso, Italy : WORLD SCIENTIFIC, 2019.

125. Schneidmiller E., Yurkov M. Transverse coherence and fundamental limitation on the pointing stability of x-ray fels / E. Schneidmiller, M. Yurkov // *Proceedings of the 7th Int. Particle Accelerator Conf.* — 2016. — Vol. IPAC2016. — P. Korea-.

126. Dattoli G. Pathway to a compact sase fel device / G. Dattoli, E. Di Palma, V. Petrillo, J. V. Rau, E. Sabia, I. Spassovsky, S. G. Biedron, J. Einstein, S. V. Milton // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*:

Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2015. — Vol. 798. — P. 144–151.

127. Grattoni V. Control of seeded fel pulse duration using laser heater pulse shaping / V. Grattoni, E. Allaria, L. Badano, M. Danailov, A. Demidovich, S. Di Mitri, E. Ferrari, L. Giannessi, G. Penco, E. Roussel, P. Sigalotti, S. Spampinati, M. Trovò, M. Veronese // Proceedings of the 8th Int. Particle Accelerator Conf. — 2017. — Vol. IPAC2017. — P. Denmark-.

128. Zhukovsky K. Two-frequency undulator in a short sase fel for angstrom wavelengths / K. Zhukovsky // Journal of Optics. — 2018. — Vol. 20, No. 9. — P. 95003.

129. Zhukovsky K. Soft x-ray generation in cascade sase fel with two-frequency undulator / K. Zhukovsky // EPL (Europhysics Letters). — 2017. — Vol. 119, No. 3. — P. 34002.

130. Куліш В. В., Брусник А. Ю., Лисенко О. В. Підсилення мультигармонічних хвиль просторового заряду в системах з повздовжнім електростатичним ондулятором / В. В. Куліш, А. Ю. Брусник, О. В. Лисенко // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: Фізика. — 2011. — No. 30. — P. 326–330.

131. Кулиш В. В., Лысенко А. В., Брусник А. Ю. Кубически-нелинейная теория мультигармонических взаимодействий в секции усиления продольных волн супергетеродинного лсэ / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, А. Ю. Брусник // ВАНТ. Серия: Ядерно-физические исследования. — 2014. — No. 3 (91). — P. 49—53.

132. Madey J. M. J. Stimulated emission of bremsstrahlung in a periodic magnetic field / J. M. J. Madey // Journal of Applied Physics. — 1971. — Vol. 42, No. 5. — P. 1906–1913.

133. Hopf F. A., Meystre P., Scully M. O., Louisell W. H. Strong-signal theory of a free-electron laser / F. A. Hopf, P. Meystre, M. O. Scully, W. H. Louisell // Physical Review Letters. — 1976. — Vol. 37, No. 20. — P. 1342–1345.

134. Dattoli G., Torre A. Free-electron laser theory / G. Dattoli, A. Torre. — European Organization for Nuclear Research, 1989.
135. Krall N. A., Trivelpiece A. W. Principles of plasma physics / N. A. Krall, A. W. Trivelpiece. — San Francisco Press, 1986.
136. Bellan P. M. Fundamentals of plasma physics / P. M. Bellan. — Cambridge : Cambridge Univ. Press, 2008. — 609 p.
137. Mishra P. K. Kinetic description of microwave raman regime free-electron laser in the presence of helical wiggler and guiding magnetic fields / P. K. Mishra // *Optica Applicata*. — 2007. — No. Vol. 37, nr 1-2. — P. 195–204.
138. Bahmani M., Hasanbeigi A., Hamzhepour H. Influence of finite radial geometry on the growth rate of ion-channel free electron laser / M. Bahmani, A. Hasanbeigi, H. Hamzhepour // *Physics of Plasmas*. — 2013. — Vol. 20, No. 11. — P. 113114.
139. Hopf F. A., Meystre P., Scully M. O., Louisell W. H. Classical theory of a free-electron laser / F. A. Hopf, P. Meystre, M. O. Scully, W. H. Louisell // *Physical Review Letters*. — 1976. — Vol. 37, No. 18. — P. 1215–1218.
140. Hopf F. A., Kuper T. G., Moore G. T., Scully M. O. The free-electron laser from a laser-physics perspective / F. A. Hopf, T. G. Kuper, G. T. Moore, M. O. Scully. — 1980.
141. Федоров М. В. Электрон в сильном световом поле / М. В. Федоров. — Москва : Наука, 1991. — 223 p.
142. Colson W. B. One-body analysis of free electron lasers / W. B. Colson // *Novel Sources of Coherent Radiation*. — 1978. — P. 157–196.
143. Colson W. B. Fundamental free electron laser theory and new principles for advanced devices / W. B. Colson. — Los Angeles, CA : 1988.
144. Colson W. B., Ride S. K. The free-electron laser - maxwell's equations driven by single-particle currents / W. B. Colson, S. K. Ride. — 1980.
145. Davidson R. C., McMullin W. A. Stochastic particle instability for electron motion in combined helical wiggler, radiation, and longitudinal wave

fields / R. C. Davidson, W. A. McMullin // *Physical Review A*. — 1982. — Vol. 26, No. 1. — P. 410–422.

146. Birdsall C. K., Langdon A. B., Institute of Physics (Great Britain) *Plasma physics via computer simulation* / C. K. Birdsall, A. B. Langdon, Institute of Physics (Great Britain). — New York : Taylor & Francis, 2005.

147. Samarskii A. A., Vabishchevich P. N. *Numerical methods for solving inverse problems of mathematical physics* / A. A. Samarskii, P. N. Vabishchevich. — Walter de Gruyter, 2008.

148. Куліш В. В. Ієрархічний метод та технічні особливості його застосування у нелінійних задачах електродинаміки. загальна теорія / В. В. Куліш // *Укр. фіз. журн.* — 1998. — Vol. 43, No. 4. — P. 483–499.

149. Куліш В. В. Ієрархічний підхід до нелінійно-резонансних проблем електродинаміки / В. В. Куліш // *Вісник Сумського державного університету.* — 1997. — No. 6. — P. 2–10.

150. Kulish V. V. *Hierarchic theory of oscillations and waves and its application to nonlinear problems of relativistic electrodynamics* / V. V. Kulish // *Causality and Locality in Modern Physics* / G. Hunter, S. Jeffers, J.-P. Vigièr. — Dordrecht : Springer Netherlands, 1998. — P. 97–103.

151. Kulish V. V. *Hierarchic oscillations and averaging methods in nonlinear problems of relativistic electronics* / V. V. Kulish // *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*. — 1997. — Vol. 18, No. 5. — P. 1053–1117.

152. Кулиш В. В., Лысенко А. В., Кулешов С. А. Применение метода усредненного кинетического уравнения в задачах теории трех волнового параметрического резонанса в плазме релятивистских электронных пучков / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, С. А. Кулешов // *Физика плазмы*. — 1993. — Vol. 19, No. 2. — P. 199–216.

153. Кулиш В. В., Лысенко А. В. Метод усредненного кинетического уравнения и его применение в нелинейных задачах электродинамики плазмы / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко // *Физика плазмы*. — 1993. — Vol. 19, No. 2. — P. 216–227.

154. Савченко В. І. Метод усереднених характеристик та його застосування у нелінійних задачах релятивістської електродинаміки: дис.... канд. фіз.-мат. наук: 01.04. 02/савченко валерій іванович / В. І. Савченко. — Київ, 2005.

155. Рухадзе А. А., Богданкевич Л. С., Росинский С. Е., Рухлин В. Г. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков / А. А. Рухадзе, Л. С. Богданкевич, С. Е. Росинский, В. Г. Рухлин. — Москва : Атомиздат, 1980. — 167 p.

156. Шматько А. А. Электронно-волновые системы миллиметрового диапазона / А. А. Шматько. — Харьков : Харьк. нац. ун-т им. В.Н. Каразина, 2008. — 464 p.

157. Шматько А. А. Электронные приборы сверхвысоких частот / А. А. Шматько. — Харьков : Харьк. нац. ун-т им. В.Н. Каразина, 2006. — 328 p.

158. Briggs R. J. Electron-stream interaction with plasmas / R. J. Briggs. — Cambridge, Mass : MIT-Press, 1964.

159. Kuzeev M. V., Rukhadze A. A. Methods of wave theory in dispersive media / M. V. Kuzeev, A. A. Rukhadze. — Hackensack, NJ ; London : World Scientific, 2010. — 258 p.

160. Kulish V. V., Lysenko A. V., Oleksiienko G. A., Bychenko G. V., Koloskova O. A. Modernized method of averaged characteristics for problem solving of multiharmonic resonant interactions in devices of high-current electronics / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, G. A. Oleksiienko, G. V. Bychenko, O. A. Koloskova // Journal of Nano-and Electronic Physics. — 2015. — Vol. 7, No. 2.



## Додаток А

### Список опублікованих праць за темою дисертації

#### 1. Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати

1. Kulish V. V. Plural interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V.V. Koval, **I.I. Volk** // Chinese Physics B. — 2015. — Vol. 24, No. 9. — P. 95201.

2. Kulish V. V. Forming of ultrashort electromagnetic clusters by two-stream superheterodyne free electron lasers / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V.V. Koval, **I.I. Volk** // Acta Physica Polonica A. — 2017. — Vol. 131, No. 1. — P. 213–221.

3. Lysenko A. Forming of space charge wave with broad frequency spectrum in helical relativistic two-stream electron beams / A. Lysenko, **I. Volk**, A. Serozhko, O. Rybalko // Chinese Physics Letters. — 2017. — Vol. 34, No. 7. — P. 75202.

4. Кулиш В. К теории формирования широкого мультигармонического спектра в двухпотоковом релятивистском электронном пучке / В. Кулиш, А. Лысенко, М. Ромбовский, В. Коваль, **Ю. Волк** // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика. — 2013. — No. 34. — P. 182–188.

5. Lysenko A. V. Plural interactions of waves in multiharmonic two-stream superheterodyne free-electron lasers with helical electron beams / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**, G. A. Oleksiienko // Journal of Nano- and Electronic Physics. — 2018. — Vol. 10, No. 2. — P. 2014-1-2014–9.

6. Lysenko A. Influence of two-stream relativistic electron beam parameters on the space-charge wave with broad frequency spectrum formation / A. Lysenko, **I. Volk** // Plasma Science and Technology. — 2018. — Vol. 20, No. 3. — P. 35002.

#### 2. Наукові праці апробаційного характеру

7. Кулиш В.В. К теории формирования широкого мультигармонического спектра в двухпотоковом релятивистском

електронном пучке / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, М.Ю. Ромбовский, В.В. Коваль, **Ю.Ю. Волк** // Програма і тези доповідей міжнародної конференції молодих учених і аспірантів ІЕФ-2013, (Ужгород, 20–23 травня 2013) – Ужгород, 2013. – С. 193 (очна, виступ з доповіддю).

8. Kulish V.V. The Influence Of Parameters Of A Two-Speed Relativistic Electron Beam On The Spectral Shape Of The Growing Waves Of Space Charge / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, M.Y. Rombovsky, V.V. Koval, **Y.Y. Volk** // Optics & High Technology Material Science (SPO 2013) : 14th International Young Scientist Conference, (Kyiv, 24–27 October 2013) – Kyiv, 2013. – P. 145 (очна, виступ з доповіддю).

9. Lysenko A. V. Multiharmonic interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V. V. Koval, **I. I. Volk**. // Праці Х міжнародної конференції «Електроніка та прикладна фізика», (Київ, 22–25 жовтня 2014) — Київ, 2014 — С.140—141 (очна, виступ з доповіддю).

10. Lysenko A. V. Ultrashort electromagnetic clusters formation in two-stream superheterodyne free electron lasers / A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V. V. Koval, **I. I. Volk**. // International Conference of young scientists and post-graduates IEP-2015 : proceedings, (Uzhgorod, 18–22 May 2015), — Uzhgorod, 2015 — P.117 (заочна, публікація тез).

11. Kulish V. Two-Stream Superheterodyne Free Electron Lasers as Formers of Ultrashort Electromagnetic Clusters / V. Kulish, A. Lysenko, **I. Volk**. // Proceedings of 9th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW-2016), (Kharkiv, 21-24 June 2016), Kharkiv 2016, 2016. C-8 (3 pp).

12. Kulish V. Modification of the method of averaged characteristics for multiharmonic problems in high-current electronics devices / V. Kulish, A. Lysenko, G. Oleksienko, **I. Volk**. // Proceedings of IEEE International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-2016), (Lviv, 05–07 July 2016) — Lviv 2016 — pp. 377–380.

13. Kulish V. V. Ultrashort electromagnetic clusters formation by two-stream superheterodyne free electron lasers / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, **I. I. Volk**, O. Rybalko. // Proceedings of 41st International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz waves (IRMMW-THz), (Copenhagen 25-30 Sept. 2016)— Copenhagen, 2016 — H4E.2 (2pp).

14. Lysenko A. V. Multiharmonic Spectrum Forming in Transit Section of Two-Stream Superheterodyne FEL with Non-Axial Beam Injection / A. V. Lysenko, **I. I. Volk** // Proceedings of International Young Scientists Conference Optics and High Technology Material Science SPO 2016, (Kyiv, 27–30 October 2016) — Kyiv, 2016 — P.139 (очна, виступ з доповіддю).

15. Lysenko A. V. Modelling of Space Charge Wave with Broad Frequency Spectrum Forming in Helical Relativistic Two-Stream Electron Beam / A. V. Lysenko, A. S. Serozhko, **I. I. Volk**. // Proceedings of International Conference of Students and Young Scientists in Theoretical and Experimental Physics Heureka-2017, (Lviv, 16–18 May 2017) — Lviv, 2017 — P.H2 (очна, виступ з доповіддю).

16. Lysenko A. Plural three-wave resonances of space charge wave harmonics in transit section of klystron-type two-stream FEL with helical electron beam / A. Lysenko, **I. Volk**, A. Serozhko, O. Rybalko // Proceedings of IEEE Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium (MRRS-2017), (Kyiv, 29-31 Aug. 2017) — Kyiv, 2017 — P.163-168.

17. Лисенко О. В.. Множинні резонансні взаємодії в двопотоковому лазері на вільних електронах клістронного типу із гвинтовим електронним пучком / О.В. Лисенко, **Ю.Ю. Волк**, А.С. Серьожко, О.О. Рибалко // Proceedings of International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics UkrMiCo-2017, (Одеса, 11-15 вересня 2017) — Одеса, 2017 — P. 170-174.

18. Lysenko A. V. Helical Two-Stream Relativistic Electron Beam Parameters Influence on Space Charge Wave with Broad Frequency Spectrum Forming / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**. // Праці XIII міжнародної конференції

«Електроніка та прикладна фізика», (Київ, 24–27 жовтня 2017) — Київ, 2017 — С.186—187 (очна, виступ з доповіддю).

19. Lysenko A. V. On Multiharmonic Signal Amplification in Two-Stream Superheterodyne FELs with Helical Electron Beams / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**. // Proceedings of International Conference of Students and Young Scientists in Theoretical and Experimental Physics Heureka-2018, (Lviv, 15–17 May 2018) — Lviv, 2018 — P.НЗ

20. Lysenko A. V. Modified Scheme of Asymptotic Integration in Theory of Multiharmonic Devices of High-Current Electronics Using Helical Relativistic Electron Beams / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**, G. A. Oleksiienko. // Proceedings of 2018 IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET\*2018), (Kiev, 02-05 July 2018) — Kiev, 2018 — P. 310-313.

21. Lysenko A. V. Application of Modified Asymptotic Integration Scheme in Theory of Multiharmonic Two-Stream FELs with Helical Electron Beams / A. V. Lysenko, **I. I. Volk**, G. A. Oleksiienko. // Proceedings of 2018 IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET\*2018), (Kiev, 02-05 July 2018) — Kiev, 2018 — P. 318-321.

22. Lysenko A. On Theory of Multiharmonic Two-Stream Superheterodyne FELs with Helical Electron Beams / A. Lyseko, **I. Volk**, O. Rybalko // Proceedings of 9th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS-2018), (Odessa, 4 – 7 September 2018) – Odessa, 2018 – P. 304–309.

### **3. Праці, які додатково відображають наукові результати**

23. Lysenko A. Multiple three-wave resonances in two-stream free-electron laser with a helical electron beam / A. Lysenko, **I. Volk**, A. Serozhko, O. Rybalko // Information and Telecommunication Sciences. — 2018. — No. 1. — P. 58–64.