

УДК 621.67: 621.512, 621.515
УККП
№ держреєстрації 0117U004922
Інв. №

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
(СумДУ)
40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2,
тел./факс (0542) 33-41-08

ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з наукової роботи
д-р фіз.-мат. наук, професор

_____ А.М. Черноус
2018.12.26

З В І Т
ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ
«ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ РОТОРІВ ТУРБОНАСОСНИХ АГРЕГАТІВ
ТА ПОРШНЕВИХ КОМПРЕСОРНИХ УСТАНОВОК»

(заключний)

Начальник науково-дослідної частини
канд. фіз.-мат. наук, старш. наук. співроб.

Д.І. Курбатов

Керівник НДР
д-р техн. наук, професор

В.І. Симоновський

2018

Рукопис закінчений 01 грудня 2018 р.
Результати роботи розглянуті науковою радою університету,
протокол від 27.12.2018 р. № 6

СПИСОК АВТОРІВ

Керівник НДР		В. І. Симоновський
Професор кафедри		
д-р техн. наук, професор	26.12.2018	(розд. 1–5, висновки)
Відповідальний виконавець		І. В. Павленко
Доцент кафедри		
канд. техн. наук, доцент	26.12.2018	(розд. 1–3, висновки)
Старший науковий співробітник		П. М. Калініченко
Доцент кафедри		
канд. техн. наук, доцент	26.12.2018	(розд. 4–5, висновки)
Науковий співробітник		М. М. Дем'яненко
	26.12.2018	(розд. 2–3)
Молодший науковий співробітник		Б. В. Вашист
	26.12.2018	(розд. 2–3)
Лаборант		А. Є. Вербовий
	26.12.2018	(розд. 2)

РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 127 с., 56 рис., 19 табл., 44 джерела.

ВІДЦЕНТРОВИЙ КОМПРЕССОР, ДИНАМІКА РОТОРА, ВЛАСНІ ЧАСТОТИ, ВИМУЩЕНІ КОЛИВАННЯ, ВІРТУАЛЬНЕ БАЛАНСУВАННЯ, МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ, ТОРЦЕВИЙ ЗАЗОР, ОСЬОВА СИЛА, ВТРАТА ПОТУЖНОСТІ.

Об'єкт дослідження – динаміка роторів багатоступінчастих відцентрових машин і поршневих компресорних установок.

Предмет дослідження – вібраційний стан роторів відцентрових машин.

Мета роботи – покращення вібраційного стану роторної системи шляхом створення достовірної моделі оцінювання динамічного стану та проведення процедури віртуального балансування.

Методи дослідження: моделювання динаміки ротора відцентрового компресора з використанням комбінації методу скінченних дво- і тривимірних елементів; задача розв'язувалась в межах одновимірної моделі течії рідини в рухомій системі відліку; застосовувались елементи гідромеханіки, такі як: відносний спокій рідини, сила тиску на плоску стінку та інші; використовувались отримані залежності для визначення втрат потужності в циліндричному і торцевому дроселях.

Робота присвячена методам дослідження скінченноелементної моделі динаміки ротора із використанням скінченних елементів балкового типу з числовою реалізацією із використанням файлів «Critical frequencies of the rotor» комп'ютерної програми MathCAD і програмного комплексу ANSYS. Також розроблена методика розрахунку автоматичних урівноважуючи пристроїв на базі замкнутої системи рівнянь по геометричним параметрам за умови мінімальних втрат потужності при врахуванні втрат в обвідній трубі. Наведено результати апробації методики розрахунку для конструкцій відцентрових машин. Підтверджено, що втрати потужності в обвідній трубі, для прийнятої жорсткості статичної характеристики, майже не впливають на величину оптимуму втрат.

ЗМІСТ

1 ВІБРАЦІЙНА НАДІЙНІСТЬ РОТОРІВ ВІДЦЕНТРОВИХ МАШИН.....	7
1.1 Вступ.....	7
1.2 Загальні зауваження.....	9
1.3 Математична модель вільних коливань ротора	14
1.3.1 Опис програми.....	14
1.3.2 Розрахунок власних і критичних частот.....	16
1.3.3 Виведення результатів.....	18
1.4 Чисельне моделювання в багатоцільовому комплексі ANSYS.....	20
1.4.1 Підготовка вихідних даних	20
1.4.2 Розрахунок власних частот	21
1.4.3 Розрахунок критичних частот методом Кемпбелла	25
1.5 Порівняння результатів	28
1.6 Математична модель вимушених коливань ротора.....	28
1.6.1 Підготовка вихідних даних	28
1.6.2 Результати розрахунку	32
2 ЧИСЛОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ РОТОРІВ ТУРБОКОМПРЕСОРІВ І ПОРШНЕВИХ КОМПРЕСОРНИХ УСТАНОВОК.....	35
2.1 Теоретичні основи.....	35
2.2 Підготовка вихідних даних	36
2.3 Результати розрахунку.....	38
3 ВІРТУАЛЬНЕ БАЛАНСУВАННЯ РОТОРІВ ВІДЦЕНТРОВИХ МАШИН....	41
3.1 Оцінка якості балансування	41
3.2 Оцінювання залишкових дисбалансів.....	48
3.3 Висновки	50
4 МЕТОДИКИ ДОСЛІДЖЕННЯ АВТОМАТИЧНИХ УРІВНОВАЖУЮЧИХ ПРИСТРОЇВ.....	51
4.1 Вступ.....	51
4.2 Вихідні дані для створення методики розрахунку гідроп'яти	54

4.3 Рівняння Бернуллі в рухомій системі відліку	55
4.4 Визначення осьової сили, що діє на робоче колесо ступені	57
4.5 Існуючі методики статичного розрахунку гідроп'яти	60
4.5.1 Методика Ломакіна	60
4.5.2 Методика розрахунку гідроп'яти, запропонована Марцинковським ...	62
4.6 Висновки	69
5 СТАТИЧНИЙ РОЗРАХУНОК АВТОМАТИЧНОГО РОЗВАНТАЖУВАЛЬ-	
НОГО ПРИСТРОЮ	70
5.1 Загальний огляд способів статичного розрахунку системи	
зрівноваження	70
5.2 Методика статичного розрахунку гідроп'яти на базі одновимірної моделі	
течії рідини	74
5.2.1 Витрата рідини через циліндричний дросель гідроп'яти	74
5.2.2 Витрати рідини через торцевий дросель гідроп'яти	76
5.2.3 Визначення витрат рідини через вузол гідроп'яти	78
5.2.4 Витрата рідини через обвідну трубу	80
5.2.5 Витрата рідини через гідроп'яту з урахуванням обвідної труби	81
5.2.6 Рівняння осьової рівноваги ротора	82
5.2.7 Потужність механічних втрат в циліндричному дроселі	85
5.2.8 Потужність механічних втрат в торцевому дроселі	86
5.2.9 Визначення потужності механічних втрат на вузлі гідроп'яти	87
5.2.10 Визначення потужності об'ємних втрат на вузлі гідроп'яти	89
5.2.11 Визначення втрат енергії на вузлі гідроп'яти	89
5.2.12 Послідовність розв'язку задачі	89
5.3 Система рівнянь методики розрахунку гідроп'яти.	91
5.3.1 Гідравлічний розрахунок обвідної труби	91
5.3.2 Система рівнянь методики статичного розрахунку гідроп'яти з	
урахуванням опору в обвідній трубі.	92
5.4 Дослідження впливу опору обвідної труби на характеристики гідроп'яти	94

5.5 Вихідні дані для проведення досліджень по методиці розрахунку гідроп'яти при врахуванні опору обвідної труби	97
5.6 Результати досліджень впливу опору обвідної труби на характеристики гідроп'яти	99
5.7 Висновки	111
ВИСНОВКИ	112
Перелік посилань.....	113
Додаток А.....	118
Додаток Б	122
Додаток В	124

1 ВІБРАЦІЙНА НАДІЙНІСТЬ РОТОРІВ ВІДЦЕНТРОВИХ МАШИН

1.1 Вступ

Роторні машини, основним вузлом яких є ротор – вал, що обертається разом із закріпленими на ньому робочими органами, – належать до найбільшого класу енергетичних машин. [1] У процесі роботи на ротор діють гармонічні збурення у вигляді сил і моментів інерції неврівноважених мас, що призводять до вимушених коливань ротора. У більшості випадків технічний рівень таких машин оцінюється їх віброакустичними характеристиками, які визначаються насамперед вібраційним станом ротора. Тому задачі динаміки роторів мають велике практичне значення, а коло цих завдань необмежений, як необмежена кількість конструктивних типів роторних машин, особливостей конструкцій роторів, умови їх роботи.

Серед роторних машин виділяють високонапірні багатоступінчасті відцентрові насоси і компресори, які широко використовуються в усіх галузях промисловості. Для них характерна стійка тенденція до підвищення робочих параметрів: подач, тисків і швидкостей, тобто до концентрації все більш високих потужностей в одиничних агрегатах. Тиск, що розвивається відцентровими машинами, пропорційно квадрату частоти обертання ротора, тому підвищення частоти обертання виявляється найбільш раціональним шляхом досягнення високих тисків. В результаті високонапірні відцентрові машини, як правило, є високооборотні. А для таких машин проблеми динаміки роторів особливо актуальні.

Основним джерелом вібрацій є ротор. Причинами незадовільного вібростану ротора можуть бути неврівноваженість і розцентрування, силові і температурні деформації корпусу і його окремих елементів, втрата динамічної стійкості, конструктивні і технологічні дефекти, знос ущільнень, опор, приводних муфт. Підвищеними вібраціями супроводжується робота поблизу критичних частот, розрахунок яких через відсутність достовірних даних про

жорсткість опор і з-за впливу багатьох випадкових факторів не може гарантувати надійної відбудови від резонансних режимів.

Сучасні методи дослідження динаміки роторних систем засновані на використанні комп'ютерних програм, які реалізують метод кінцевих елементів, які для подібного роду завдань, як правило, використовуються або тривимірного типу, або балочного типу з допущенням про недеформованності плоских поперечних перерізів.

Розрахунок динаміки ротора, наприклад, шляхом числового моделювання в універсальному комплексі ANSYS, використовуючи тривимірний тип кінцевого елемента, досить трудомісткий у плані підготовки вихідних даних, ітакож вимагає великого машинного часу рахунку (іноді до декількох годин) на відміну від розрахунку з використанням балкових моделей.

Тому метою данної роботи є моделювання динаміки ротора багатоступінчатого відцентрового компресора 259ГЦ2-190/44-100М за допомогою комбінації методу скінченних дво- та тривимірних елементів.

Задачі дослідження:

1) методами теорії ідентифікації параметрів визначені коефіцієнти функції залежності жорсткості опор від частоти обертання ротора;

2) шляхом реалізації методу скінченних елементів була запропонована математична модель коливань ротора;

3) у програмному комплексі ANSYS Workbench із застосуванням тривимірних скінченних елементів перевірена достовірність скінченно-елементної моделі.

4) був запропонований алгоритм процесу віртуального балансування гнучкого ротора за допомогою його розрахункової моделі.

Методи дослідження: числове моделювання вільних та вимушених коливань ротора методом скінченних елементів.

В першому розділі приводяться основні характеристики відцентрового компресора, його ротор та дві його розрахункові моделі.

Другий та третій розділи показують порядок виконання розрахунків в програмі «Critical frequencies of the rotor» та у багатоцільовому комплексі ANSYS задачі вільних та вимушених коливань ротора. Четвертий розділ присвячений процесу виконання віртуального балансування. А в п'ятому приведена перевірка якості віртуального балансування шляхом обчислення залишкових дисбалансів.

1.2 Загальні зауваження

Об'єктом дослідження є вільні коливання гнучкого ротора відцентрового компресора 225ГЦ2-135/12-50М1245 ДКС Навоїської ТЕС (рис. 1.1 – 1.3), технічні параметри якого вказані в табл. 1.1.

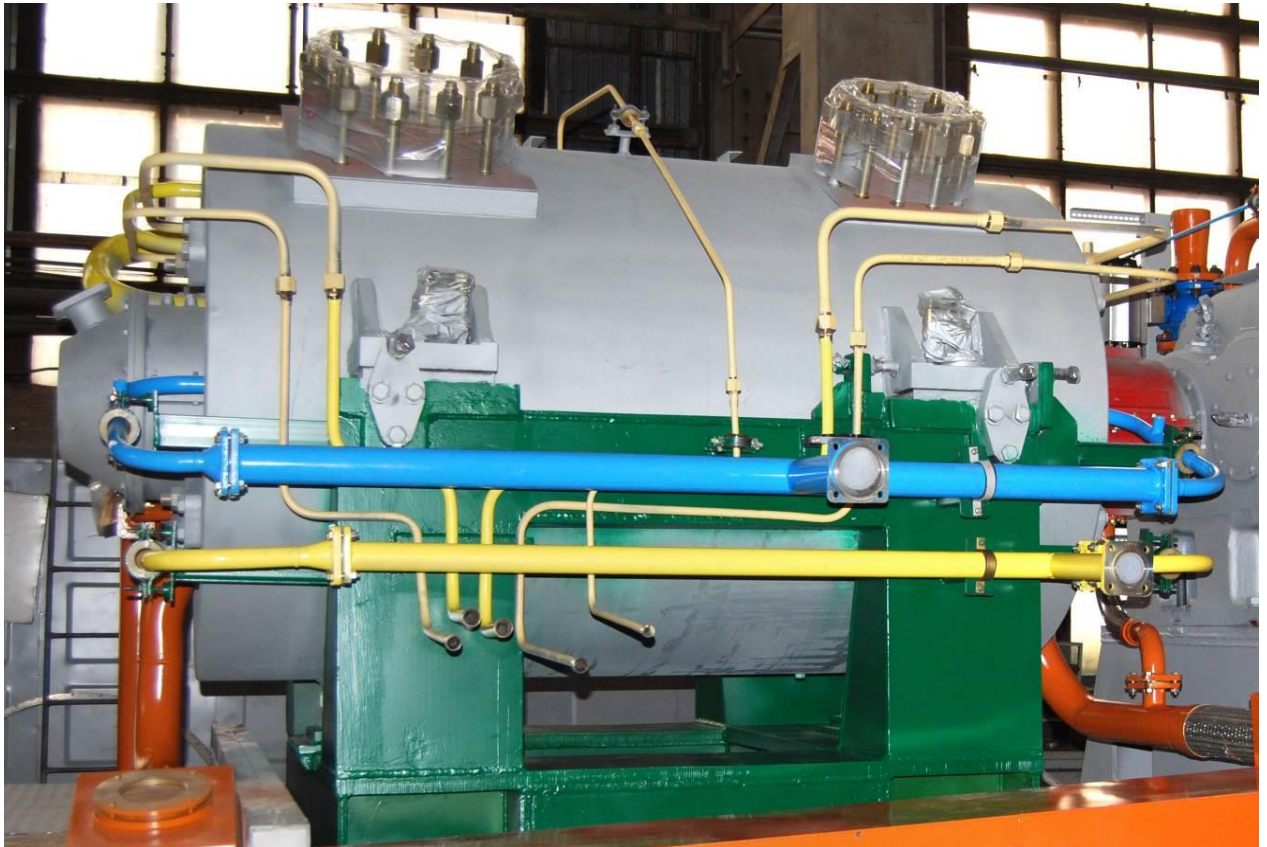


Рисунок 1.1—Загальний вид відцентрового компресора

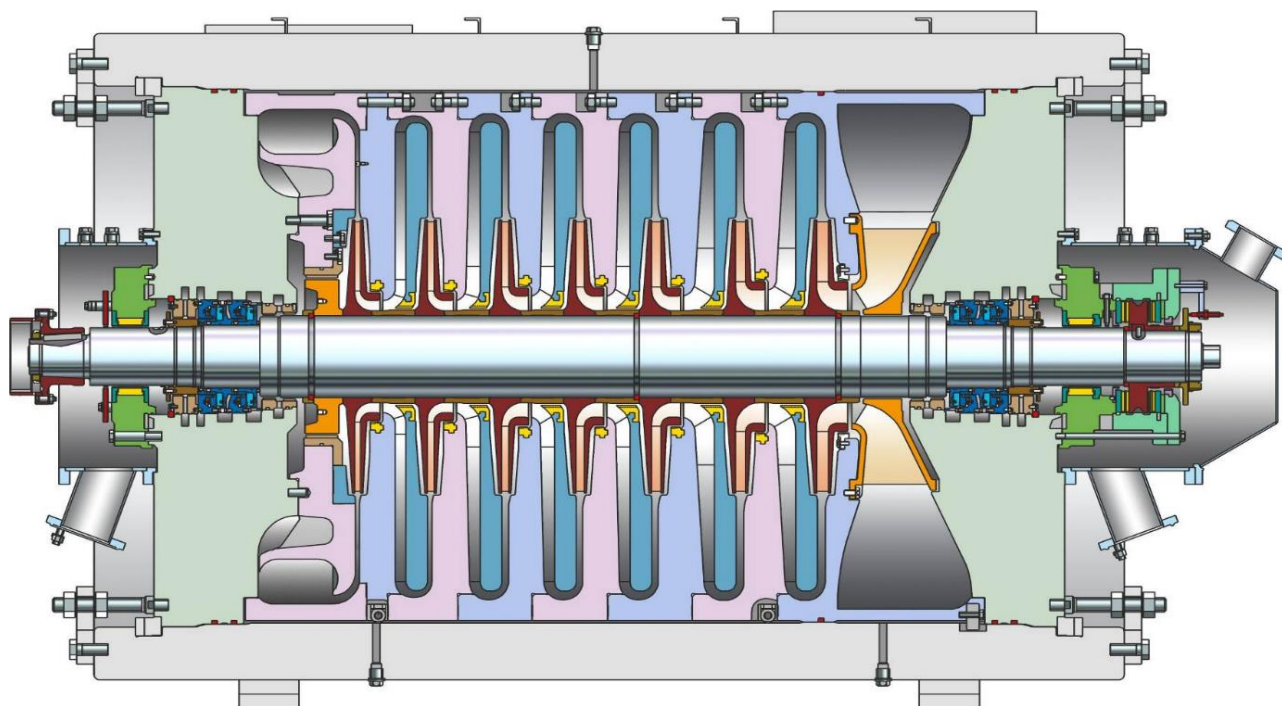


Рисунок 1.2 – Вид компрессора у розрізі

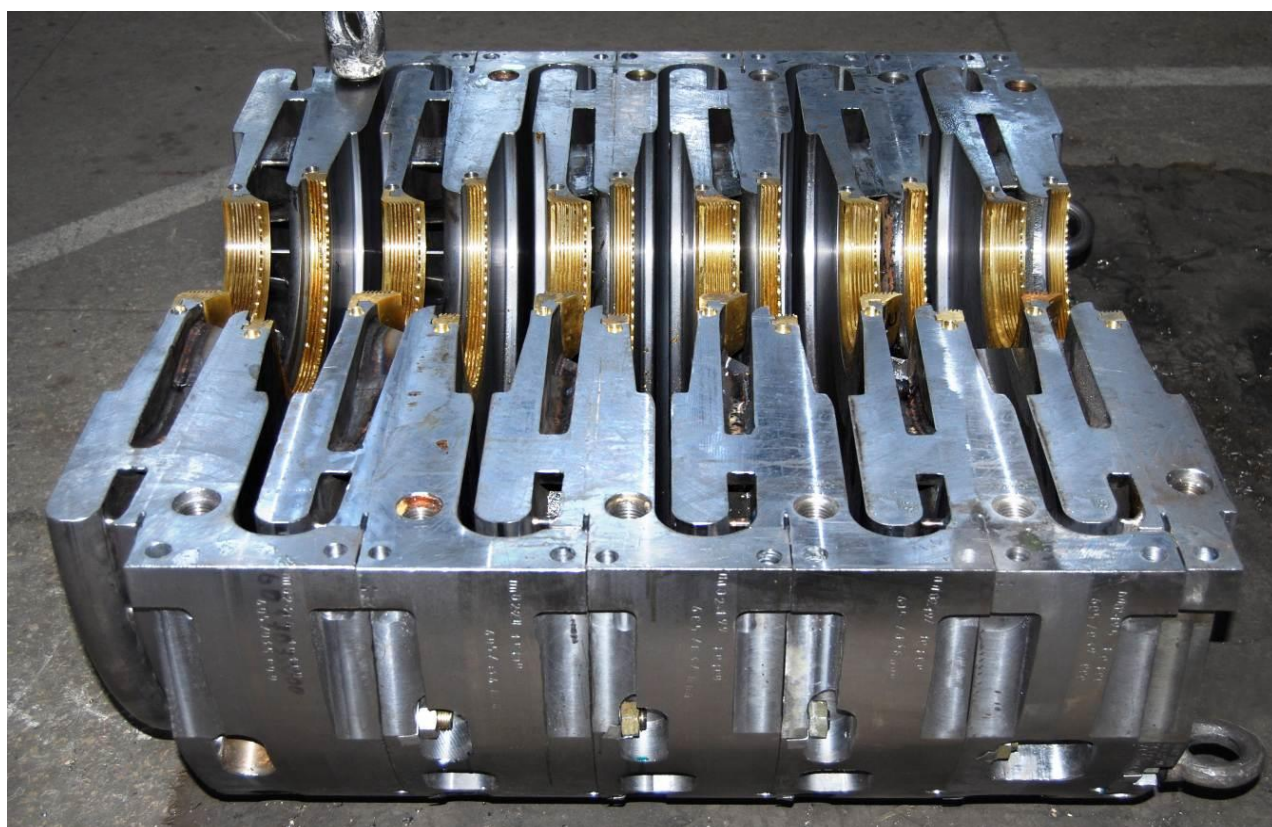


Рисунок 1.3 – Проточна частина компрессора



Рисунок 1.4 – Ротор компресора

Для подальшого дослідження динаміки ротора необхідно створити його розрахункову модель. У програмі «Critical frequencies of the rotor»[3] була складена балкова кінцево-елементна модель (рис. 1.5).

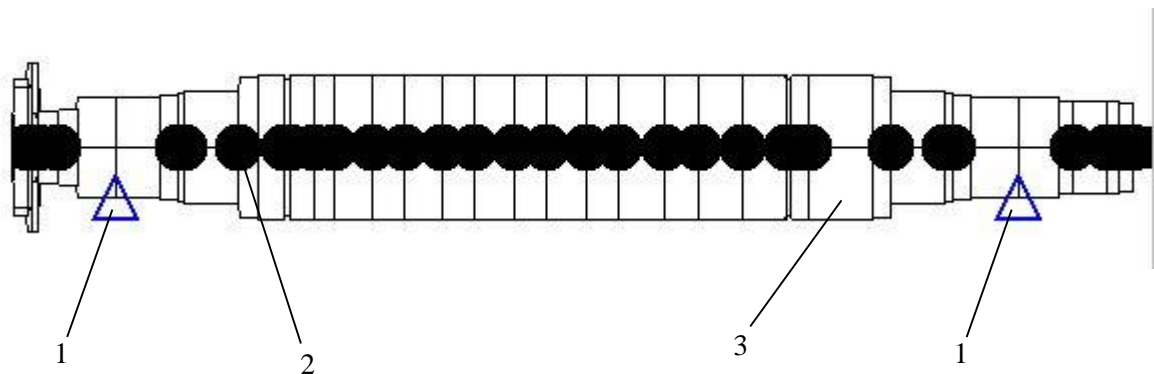


Рисунок 1.5 – Розрахункова модель з балочним типом кінцевого елемента:
1 – Радіальні опори з певною жорсткістю; 2 – Зосереджені маси; 3 – Кінцеві елементи певного діаметра і довжини.

На рисунку 1.6 представлена тривимірна кінцево-елементна модель, створена в комплексі ANSYS.

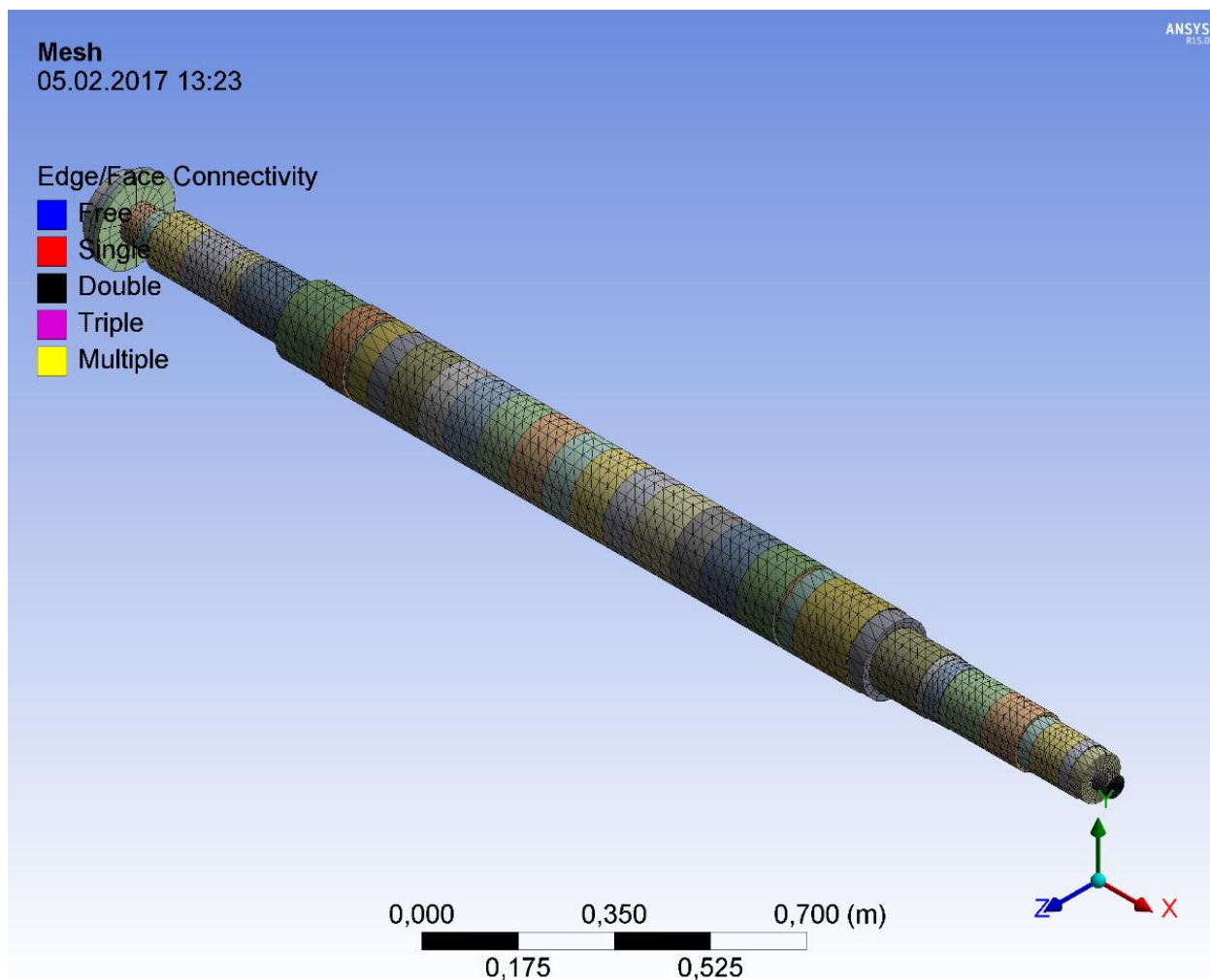


Рисунок 1.6 – Розрахункова модель з тривимірним типом кінцевого елемента

Таблиця 1.1 – Основні технічні характеристики компресора

Параметр	Числове значення
Продуктивність, приведена до температури 273К (0°C) і тиску 0,101МПа (1,033кгс/см ²), м ³ /с (млн.м ³ /добу), не менше	25 (2,16)
Продуктивність об'ємна, приведена до початкових умов, м ³ /с (м ³ /хв), не менше	2,279 (136,76)
Тиск початковий, абсолютний, МПа (кгс/см ²), номінальний	1,20 (12,23)
Тиск кінцевий, абсолютний, МПа (кгс/см ²), номінальний	4,95 (50,46)
Відношення тисків (розрахункове)	4,125
Політропний ККД компресора, %, не менше	70
Частота обертання ротора компресора (розрахункова), Гц (об/хв)	148,7 (8919)
Номінальна (розрахункова потужність), споживаюча компресором, МВт	7,325
Температура газу на вході в компресор, розрахункова, К, (°C)	301,1 (+28)
Приріст температури газу в компресорі на номінальному режимі, розрахункова, °C	155,7
Коефіцієнт стискання по умовам входу в компресор	0,977

1.3 Математична модель вільних коливань ротора

1.3.1 Опис програми

Програма «Criticalfrequenciesoftherotor» [3] заснована на методі скінченних елементів і призначена для розрахунку критичних і власних частот радіальних коливань роторів. Результат розрахунку є значення критичних частот і форм коливань. Дані розрахунку виводяться на екран у вигляді чисел і графіків. Програма була створена в системі комп'ютерної алгебри Mathcad, працюючої на операційній системі Windows. Вихідні дані, необхідні для введення, такі:

- 1) Щільність і модуль пружності матеріалу;
- 2) Довжини ділянок;
- 3) Зовнішній і внутрішній діаметри ділянок;
- 4) Маса насадних деталей;
- 5) Жорсткості опор.

Матричні рівняння власних коливань обертового ротора, розбитого на балкові кінцеві елементи мають вигляд

$$\bar{M}\ddot{U} + \bar{K}U = 0, \quad (1.1)$$

де

$$U = (x_1, \vartheta_1, x_2, \vartheta_2, \dots, x_{n+1}, \vartheta_{n+1}) \quad (1.2)$$

вектор-стовпець прогинів і кутів повороту перерізів на стиках елементів. Матриці \bar{K}_i і \bar{M}_i , розмірністю 4×4 , для кожної i -ділянки мають стандартний вигляд, що виходить на основу розгляду задачі про коливання ділянки постійного перерізу [4]. Формування матриць \bar{K} і \bar{M} по матрицям \bar{K}_i , \bar{M}_i , $i = (1; n+1)$ базується на алгоритмі, який використовує умови стиків ділянок [5].

У скалярній формі матричному рівнянню (1.1) відповідає система $2(n+1)$ дифференціальних рівнянь такого виду:

$$\begin{aligned} & (m_{11}\ddot{x}_1 + k_{11}x_1) + (m_{12}\ddot{\vartheta}_1 + k_{12}\vartheta_1) + \dots \\ & \dots + m_{1;(2n+1)}\ddot{x}_{n+1} + k_{1;(2n+1)}x_{n+1} + m_{1;(2n+2)}\ddot{\vartheta}_{n+1} + k_{1;(2n+2)}\vartheta_{n+1} = 0 \\ & \quad \vdots \\ & m_{(2n+2);1}\ddot{x}_1 + k_{(2n+2);1}x_1 \dots + m_{(2n+2);(2n+2)}\ddot{\vartheta}_{n+1} + k_{(2n+2);(2n+2)}\vartheta_{n+1} = 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

При вільних коливаннях з деякою власною частотою p , рішення шукається в такому вигляді:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_1 \sin(pt); \\ \mathcal{G}_1(t) &= \mathcal{G}_1 \sin(pt); \\ &\vdots \\ x_{n+1}(t) &= x_{n+1} \sin(pt); \\ \mathcal{G}_{n+1}(t) &= \mathcal{G}_{n+1} \sin(pt) . \end{aligned} \quad (1.4)$$

Роблячи підстановку (1.4) в (1.3), записуємо як умова нетривіальності рішення (1.4) частотне рівняння, вважаючи $\lambda = p^2$:

$$\begin{bmatrix} (k_{11} - m_{11}\lambda); k_{12} - m_{12}\lambda; \dots; k_{1;(2n+2)} - m_{1;(2n+2)}\lambda \\ \vdots \\ (k_{(2n+2);1} - m_{(2n+2);1}\lambda); \dots; k_{(2n+2);(2n+2)} - m_{(2n+2);(2n+2)}\lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (1.5)$$

або коротко у векторній формі:

$$\det[\bar{K} - \lambda\bar{M}] = 0 \quad (1.6)$$

Програма розрахунку власних коливань складається з наступних етапів:

- 1) Обчислення коефіцієнтів матриць \bar{K} і \bar{M} ;
- 2) Рішення частотного рівняння (1.6) $2(n+1)$ -го порядку і знаходження заданого числа власних частот;

3) Розрахунок форм коливань $U_k(z)$, відповідних своїм частотам.

Власнук-ю форму можна знайти, поклавши, що $X_1 = 1$, а інша частина амплітуд $\mathcal{G}_1; X_2; \mathcal{G}_2; \dots; X_{n+1}; \mathcal{G}_{n+1}$ знаходиться рішенням системи $2n+1$ лінійних рівнянь, яка виходить з підстановки рішень (1.4) у систему диференціальних рівнянь і подальшим скороченням на $\sin(pt)$. В отриманій таким чином системі потрібно відкинути, наприклад, останнє рівняння, припускаючи, що $p = p_k$.

1.3.2 Розрахунок власних і критичних частот

Таблиця 1.2 – Вихідні дані для розрахунку критичних частот

N уч.	L, м	D, м	d, м	m, кг	I, кг·м ²	k, Н/м	α , Н·с/м	β , Н·с ² /м
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	0,034	0,16	0,141	0	0	0	0	0
2	0,011	0,198	0,148	3,5	0	0	0	0
3	0,013	0,198	0,082	1,28	0	0	0	0
4	0,045	0,084	0	0,84	0	0	0	0
5	0,04	0,089	0	2,5	0	0	0	0
6	0,084	0,12	0	0	0	0	0	0
7	0,096	0,12	0	0	0	$1,771 \cdot 10^8$	$1,3 \cdot 10^5$	-4,97
8	0,039	0,123	0	0	0	0	0	0
9	0,016	0,126	0	4	0	0	0	0
10	0,118	0,13	0	6,4	0	0	0	0
11	0,042	0,165	0	6,4	0	0	0	0
12	0,058	0,17	0	0	0	0	0	0
13	0,012	0,159	0	0,62	0	0	0	0
14	0,05	0,17	0	0,8	0	0	0	0
15	0,045	0,17	0	25,2	0	0	0	0
16	0,085	0,17	0	39,2	0	0	0	0
17	0,067	0,17	0	4,6	0	0	0	0
18	0,083	0,17	0	39,5	0	0	0	0
19	0,072	0,17	0	4,8	0	0	0	0
20	0,086	0,17	0	40,9	0	0	0	0
21	0,071	0,17	0	4,6	0	0	0	0
22	0,086	0,17	0	41,2	0	0	0	0
23	0,073	0,17	0	4,5	0	0	0	0
24	0,1	0,17	0	41,3	0	0	0	0

Продовження таблиці 1.2

25	0,074	0,17	0	5,5	0	0	0	0
26	0,094	0,17	0	41,7	0	0	0	0
27	0,095	0,17	0	5,3	0	0	0	0
28	0,012	0,159	0	42,2	0	0	0	0
29	0,04	0,17	0	0,9	0	0	0	0
30	0,136	0,17	0	1,6	0	0	0	0
31	0,042	0,165	0	0	0	0	0	0
32	0,118	0,13	0	6,4	0	0	0	0
33	0,016	0,126	0	6,4	0	0	0	0
34	0,039	0,123	0	4	0	0	0	0
35	0,106	0,12	0	0	0	0	0	0
36	0,089	0,12	0	0	0	$1,771 \cdot 10^8$	$1,3 \cdot 10^5$	-4,97
37	0,03	0,107	0	0	0	0	0	0
38	0,075	0,107	0	9,36	0	0	0	0
39	0,026	0,107	0	1,6	0	0	0	0
40	0,031	0,102	0	2	0	0	0	0
41	0,038	0,046	0	1,3	0	0	0	0

Розрахунок власних частот передбачає розрахунок швидкостей, небезпечних при постійному обертанні ротора на його робочій частоті, яка для даного компресора дорівнює 934рад/с. Тому жорсткість підшипників також була прийнята постійною і дорівнювала жорсткості на робочій частоті обертання:

$$c_p = 2,94 \cdot 10^8 \frac{H}{m} . \quad (1.7)$$

При цьому у колонці 6 таблиці вихідних даних (табл. 1.2) для відповідних ділянок повинні стояти жорсткості з (1.7), а в колонках 7 і 8 – нулі.

Критичні частоти – це частоти, небезпечні для ротора під час його розгону до робочого режиму. Для їх розрахунку потрібно враховувати, що при різних частотах обертання підшипники мають різну жорсткість, від якої залежать значення власних частот ротора.

Програма «Critical frequencies of the rotor» дозволяє безпосередньо задавати залежність жорсткостей опор ротора від частоти його обертання у вигляді полінома другого порядку:

$$c(\omega) = c_0 + \alpha\omega + \beta\omega^2 \quad (1.8)$$

За даними Сумського машинобудівного науково-виробничого об'єднання були отримані значення c_0 , α і β за допомогою методів лінійної ідентифікації, а саме методом апроксимації кривої отриманої в ході експерименту в криву другого порядку, описувану в загальному вигляді рівняння, з мінімальним квадратичним відхиленням від експериментальної. В результаті отримані такі числа:

$$\begin{aligned} c_0 &= 1,77 \cdot 10^8 \left(\frac{H}{m} \right); \\ \alpha &= 1,3 \cdot 10^5 \left(\frac{H \cdot c}{m} \right); \\ \beta &= -4,97 \left(\frac{H \cdot c^2}{m} \right) \end{aligned} \quad (1.9)$$

При введенні (1.9) в таблицю вихідних даних (табл. 1.2) c_0 вводиться в стовпець 6, а α і β відповідно в стовпці 7 і 8.

1.3.3 Виведення результатів

Програма «Critical frequencies of the rotor» виводить результат у вигляді значень власних частот та відповідних їм форм.

Нижче представлені знімки екрану з результатами обчислень для ротора.

Власні частоти, рад/с:

$$\omega^T = (318 \quad 1.148 \times 10^3 \quad 1.906 \times 10^3)$$

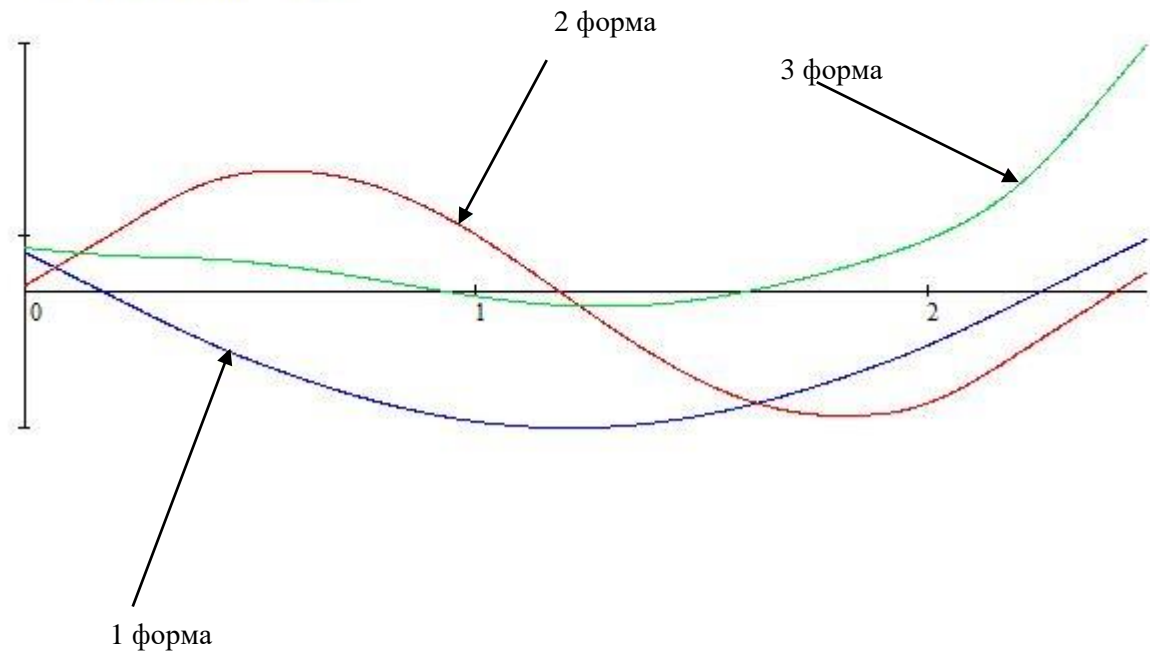


Рисунок 1.7 – Власні частоти і форми

Власні частоти, рад/с:

$$\omega^T = (312 \quad 1.164 \times 10^3 \quad 2.21 \times 10^3)$$

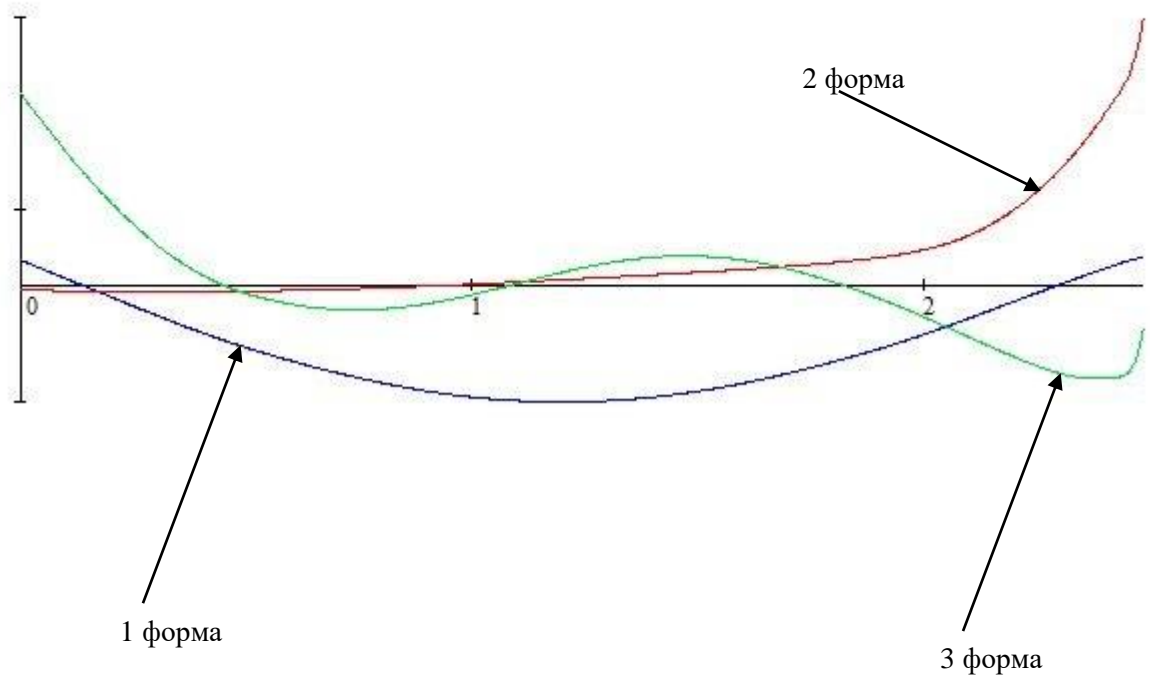


Рисунок 1.8 – Критичні частоти і форми ротора

1.4 Чисельне моделювання в багатоцільовому комплексі ANSYS

1.4.1 Підготовка вихідних даних

Комплекс ANSYS дозволяє проводити розрахунки на основі методу кінцевих елементів як об'ємних, так і балкових моделей ротора. Останні, в рамках використання комплексу, інтересу не представляють в силу того, що отримані результати принципово ніяк не будуть відрізнятися від тих, що були отримані раніше у програмі «Critical frequencies of the rotor».

До складу комплексу ANSYS входить програма з редагування геометричних моделей досліджуваних об'єктів– «DesignModeler». За допомогою нього була створена тривимірна модель ротора (рис. 1.10) шляхом послідовного «видавлювання» на певну довжину вздовж осі ротора ділянок з постійним поперечним перерізом.

Основою створення тривимірної моделі послужила таблиця 1.2, в якій містяться дані про кожному ділянці постійного поперечного перерізу.

Крім створення геометрії важливо встановити фізико-механічні властивості матеріалу ротора. Для поставленої задачі досить задатися щільністю матеріалу ρ і модулем пружності першого роду E (модуль Юнга), які дорівнюють

$$\rho = 7850 \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right);$$

$$E = 2 \cdot 10^{11} (\text{Па})$$
(1.10)

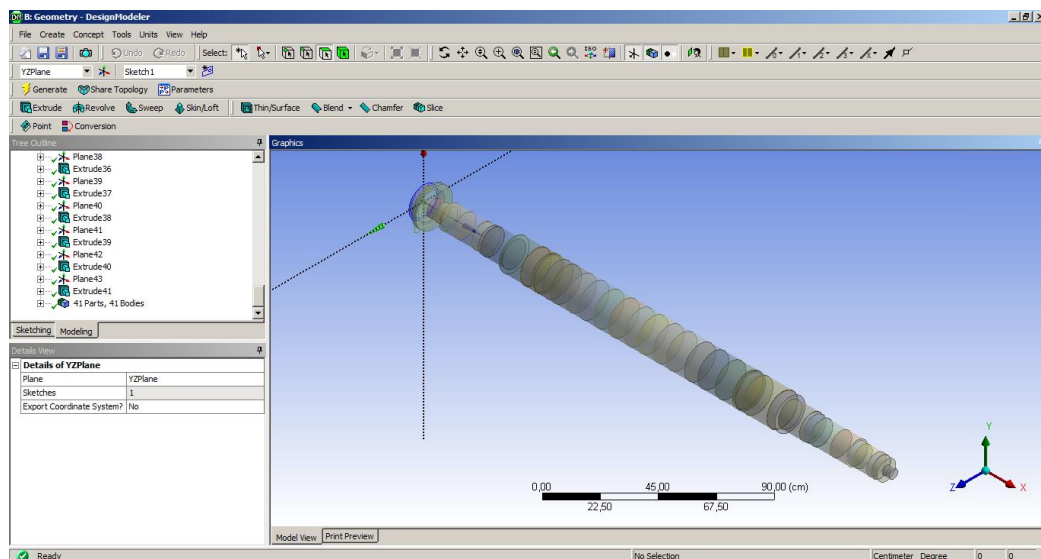


Рисунок 1.9– Геометрична модель ротора в редакторі «DesignModeler»

Користуючись середовищем «ANSYSWorkbench» необхідно у схемі проекту модулі з геометрією і фізико-механічними даними підключити до модуля модального аналізу, як на рисунку 1.10.

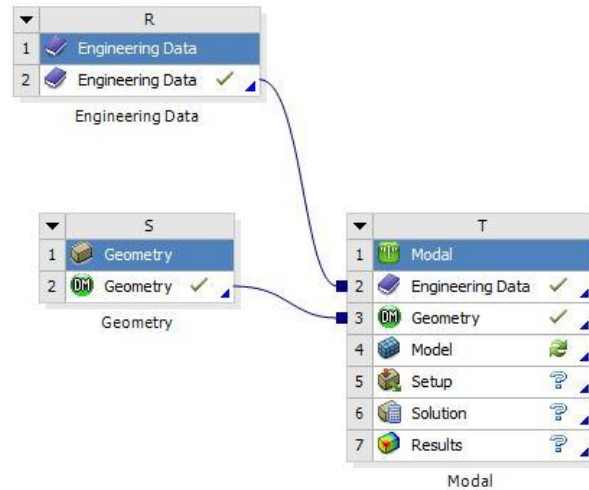


Рисунок 1.10– Вид схеми проекту

1.4.2 Розрахунок власних частот

Клацнувши двічі на «Model» відкриває середовище «ANSYSMechanical», яка призначена для створення скінченно-елементної моделі досліджуваного об'єкта (рис. 1.6), для накладення граничних умов інших дій з моделлю.

Спочатку необхідно проставити в певних перетинах, згідно таблиці 1.2, точкові маси. Це потрібно робити наступним чином:

1) Здійснити правий клік миші на елемент «Geometry» в дереві моделі (рис.1.11);

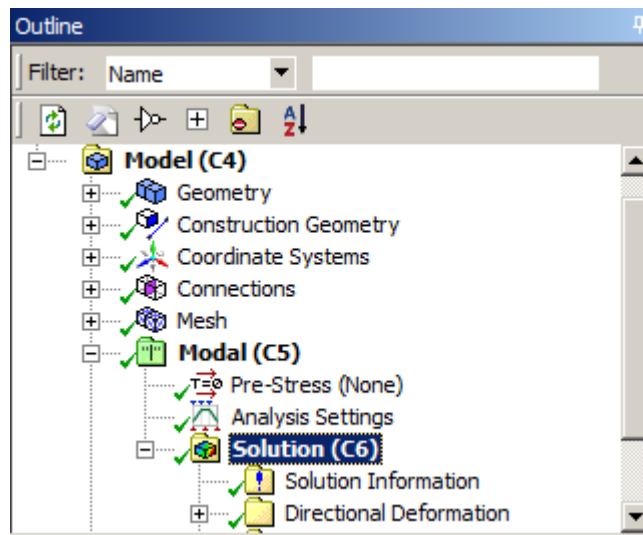


Рисунок 1.11– Дерево моделі

2) У контекстному меню вибрати «Insert»→«Pointmass»;

3) У вікні властивостей, що нижче дерева моделі, необхідно задати положення точкової маси та її величину в кілограмах.

Для налаштування контактів між ділянками однакового поперечного перерізу, що знаходяться в безпосередній близькості один від одного, потрібно правою кнопкою миші клікнути на «Connections» в дереві моделі і вибрати «Create automatic connections», після чого ANSYS за замовчуванням встановить зв'язок між кожними сусідніми ділянками ротора у вигляді лінійного контакту типу «Bonded».

Суть такого контакту полягає в тому, що контактні поверхні стають абсолютно нерухомими відносно один одного, що являє собою деякого роду склейку. У зв'язку з цим можна зробити висновок, що для даної постановки задачі цей тип контакту підходить і змінювати його немає необхідності.

Для забезпечення опор ротора в ANSYS Mechanical існує елемент типу «Bearing» (підшипник), який представляє з себе спрощену аналогію радіального підшипника обертання.

Елемент «Bearing» має наступні параметри:

- Тип з'єднання («Body-Body» (тіло з тілом), «Body-Ground» (тіло з обраної нерухомої інерціальною системою координат або, простіше кажучи, з землею));

- Площина обертання (X-Y, Y-Z, X-Z);
- Поперечні жорсткості (K11, K22);
- Окружні жорсткості (K12, K21);
- Поперечне демпфірування (C11, C22);
- Окружне демпфірування (C12, C21).

Геометричне розташування підшипників відносно ротора визначається згідно таблиці 1.2.

Для знаходження власних частот задається поперечна жорсткість підшипників згідно з (1.6):

$$K_{11} = K_{22} = c_0 = 2,942 \cdot 10^8 \left(\frac{H}{M} \right) \quad (1.11)$$

Інші чисельні параметри підшипників покладаються рівними нулю.

На рисунку 1.12 показано як розташовуються підшипники і точкові маси відносно ротора, де

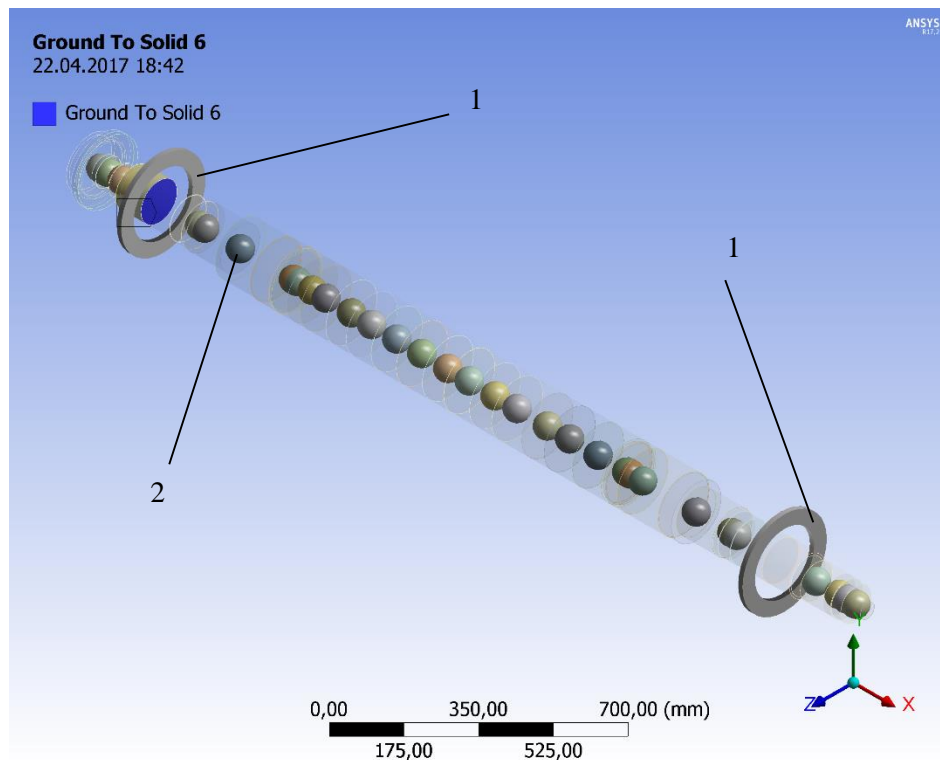


Рисунок 1.12 – Розташування підшипників і точкових мас

- 1) Підшипник;
- 2) Точкова маса.

Власні частоти ротора, отримані дані чисельного моделювання, представлені таблицею 1.3.

Таблиця 1.2 – Значення власних частот в ANSYS

N п.п.	Власні частоти	
	[Гц]	[Рад/с]
1	50,7	318,8
2	179,1	1125
3	297,2	1867

На рисунках 1.13– 1.15 представлені форми власних коливань ротора на відповідних частотах.

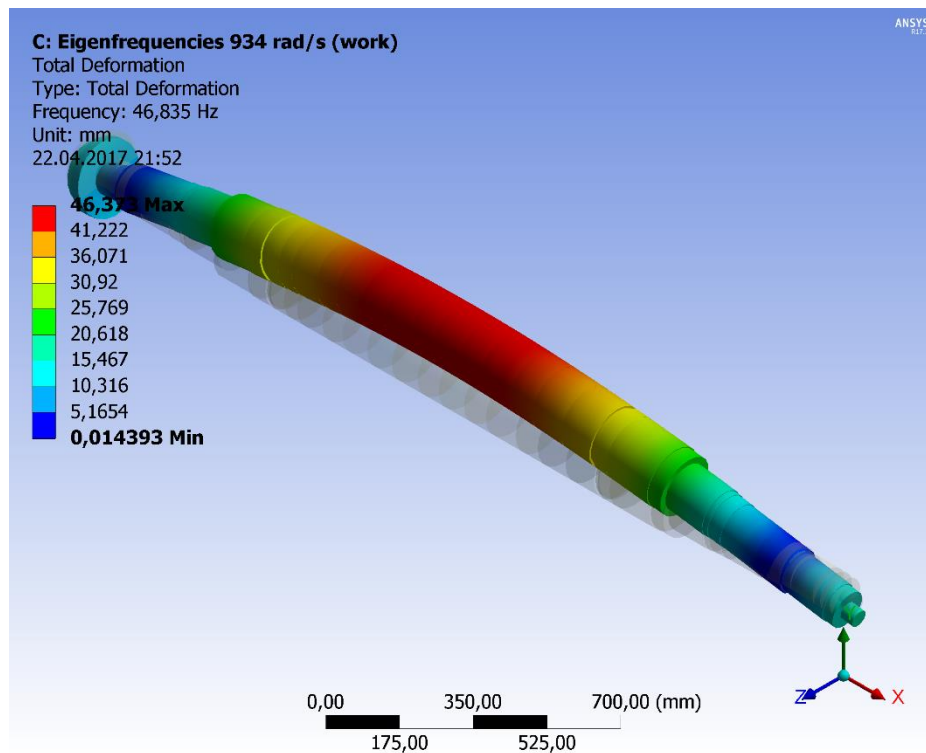


Рисунок 1.13– Перша власна форма

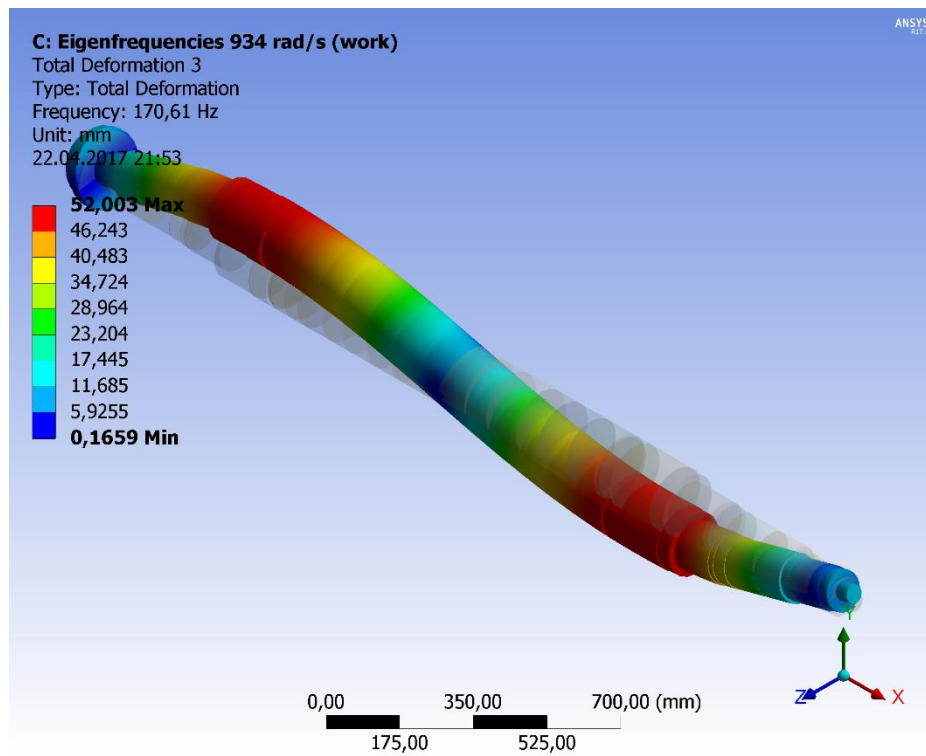


Рисунок 1.14– Друга власна форма

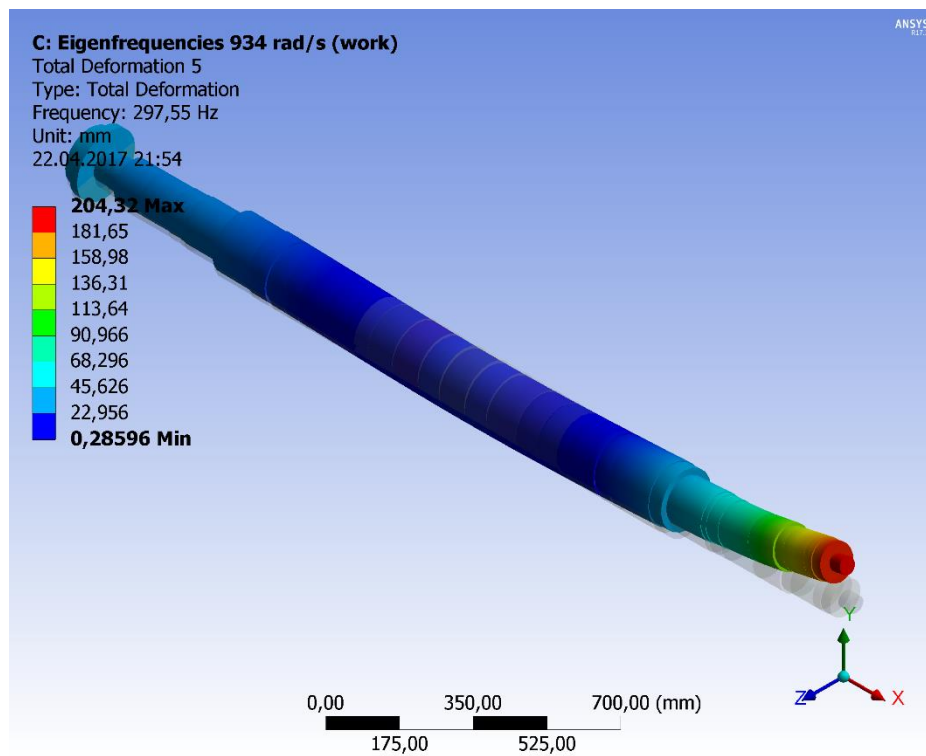


Рисунок 1.15– Третя власна форма

1.4.3 Розрахунок критичних частот методом Кемпбелла

Можливості комплексу ANSYS, закладені розробниками, не дозволяють безпосередньо обчислити критичні частоти так, як це можливо у програмі «Critical frequencies of the rotor», тому цей підрозділ присвячено, по суті, методиці їх розрахунку.

В цілому розрахунок критичних частот в ANSYS аналогічний розрахунку власних частот. Різниця полягає лише в тому, що необхідно врахувати властивість підшипників нелінійно змінювати свою жорсткість залежно від частоти обертання, але раніше йшлося про те, що модальний аналіз в принципі ігнорує всі нелінійності моделі. З цього положення був знайдений вихід виходячи з теореми про вплив на власні частоти зміни жорсткостей [8].

Згідно з (1.8) і (1.9) було обчислено жорсткості підшипників при діапазоні частот обертання від 0 до 3000рад/с з кроком в 250рад/с. Потім, змінюючи жорсткості підшипників в ANSYS були знайдені власні частоти ротора при відповідних частотах його обертання (табл. 1.4).

Таблиця 1.4 – Значення власних частот при різних жорсткостях підшипника (вставка результатів із ANSYS)

Name	P1 - Ground To Multiple (left) Stiffness K11	P2 - Ground To Multiple (left) Stiffness K22	P3 - Ground To Multiple (right) Stiffness K11	P4 - Ground To Multiple (right) Stiffness K22	P5 - Total Deformation Reported Frequency	P6 - Total Deformation 2 Reported Frequency	P7 - Total Deformation 3 Reported Frequency
Units	N mm ⁻¹	N mm ⁻¹	N mm ⁻¹	N mm ⁻¹	Hz	Hz	Hz
DP 0 (Current)	294200	294200	294200	294200	50,73825	179,1169	297,1714

t)							
DP 1	177100	177100	177100	177100	49,07588	161,6231	246,9819
DP 2	209300	209300	209300	209300	49,70395	168,1872	262,3996
DP 3	240900	240900	240900	240900	50,16833	173,1077	276,2209
DP 4	271800	271800	271800	271800	50,52433	176,873	288,6912
DP 5	302100	302100	302100	302100	50,80653	179,8286	300,06
DP 6	331900	331900	331900	331900	51,03629	182,2023	310,5134
DP 7	360900	360900	360900	360900	51,22508	184,1235	320,0671
DP 8	389400	389400	389400	389400	51,38436	185,7196	328,9156
DP 9	417200	417200	417200	417200	51,51958	187,0544	337,0711
DP 10	444500	444500	444500	444500	51,63649	188,1922	344,653
DP 11	471100	471100	471100	471100	51,73782	189,1652	351,6547
DP 12	497000	497000	497000	497000	51,82639	190,0051	358,1202
DP 13	522400	522400	522400	522400	51,90499	190,7419	364,1302

Після даних обчислень була побудована діаграма Кемпбелла, на якій в горизонтальній осі відкладалася частота обертання ротора, а у вертикальній – його власна частота.

Користуючись даними таблиці 1.4 були нанесені на діаграму точки з координатами $(\omega_{ep}; \omega_{cob})$, де ω_{ep} - це кутова швидкість обертання ротора (абсциса), а ω_{cob} - власна частота ротора (ордината). По нанесеним точках були побудовані криві власних частот, які показують характер зміни власної частоти ротора від частоти його обертання.

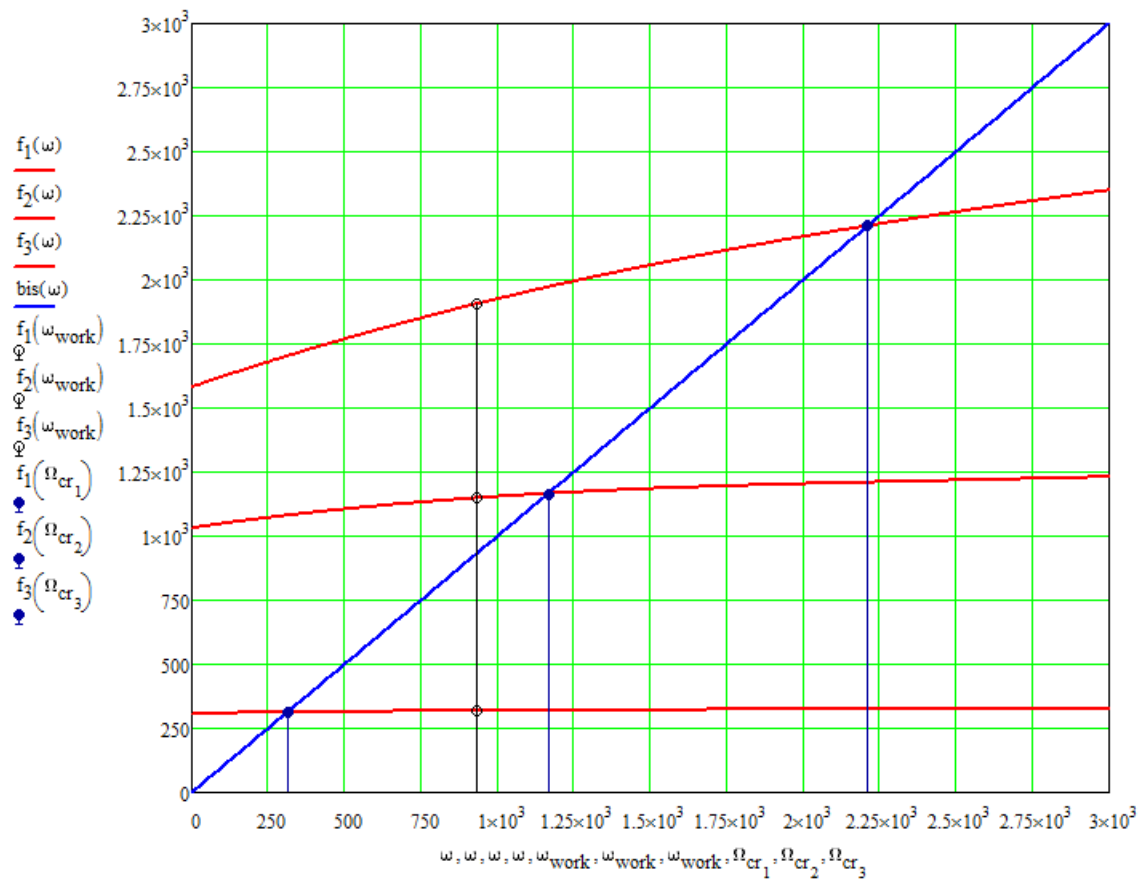


Рисунок 1.16– Діаграма Кемпбелла (знімок екрану)

Отримані дані про критичні частоти зведені нижче (1.5).

Таблиця 1.5 – Критичні частоти ротора

Порядковий номер	Критична частота рад/с
1	312,9
2	1140
3	2150

1.5 Порівняння результатів

Для підтвердження достовірності математичної моделі динаміки ротора, створеної в програмі «Criticalfrequenciesoftherotor», необхідно порівняти отримані в ній результати з даними чисельного моделювання в комплексі ANSYS.

Це порівняння представлено у вигляді таблиці 1.6, в якій показані величини власних і критичних частот, знайдених у програмі «Critical» і в комплексі ANSYS, а також процентна відмінність між аналогічними результатами.

Таблиця 1.6 – Порівняння результатів розрахунку

Порядковий номер	Власні частоти, рад/с		Різниця, %	Критичні частоти, рад/с		Різниця, %
	Комплекс ANSYS	Програма «Critical»		Комплекс ANSYS	Програма «Critical»	
1	318,8	318	0,25	312,9	312	0,28
2	1125	1148	1,97	1140	1164	2,06
3	1867	1906	2,04	2150	2210	2,72

1.6 Розрахунок математичної моделі вимушених коливань ротора

1.6.1 Підготовка вихідних даних

Для вирішення задачі вимушених коливань потребуються наступні дані:

- 1) Щільність і модуль пружності матеріалу;
- 2) Довжини ділянок;
- 3) Зовнішній і внутрішній діаметри ділянок;
- 4) Маса насадних деталей;
- 5) Жорсткості опор;
- 6) Робоча швидкість ротора;
- 7) Модуль та фаза точкових дисбалансів.

Як і для моделюванні вільних, так і для вимушених коливань використовується таблиця вихідних даних, аналогічна таблиці 1.2 з декотрими змінами.

- Довжина ділянки L ;
- Зовнішній D і внутрішній d діаметри;
- Зосереджена маса m ;
- Полярний момент інерції зосередженої маси I відносно осі ротора, який важливий при врахуванні впливу гіроскопічного моменту на динаміку ротора;
- Радіальна жорсткість пружної опори k ;
- Модуль точкового дисбалансу D ;

- Фазовий кут точкового дисбалансу φ .

При описі параметрів ділянки слід мати на увазі, що, зосереджені маси, моменти інерції, жорсткості опор та точкові дисбаланси знаходяться на лівому кінці елемента (рис. 1.17).

Теоретично неврівноваженість гнучкого ротора характеризується певною просторовою суцільною кривою [4], яка являє собою годограф безперервної сукупності векторів дисбалансу, нормальних до осі ротора. Тому, оскільки такий спосіб задання є досить трудомісткий, то в подальших розрахунках достатньо обмежитися заданням кінцевою кількістю точкових дисбалансів, розташованих в площинах робочих коліс та в площині приводу, так як ці елементи є найбільш впливові на загальний дисбаланс.

Нижче представлена таблиця вихідних даних для моделювання вимушених коливань обертового ротора.

Таблиця 1.7 – Вихідні дані для моделювання вимушених коливань

№ уч.	L, м	D, м	d, м	m, кг	I, кг·м ²	k, Н/м	D, кг·м	φ , °
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	0,034	0,16	0,141	0	0	0	0	0
2	0,011	0,198	0,148	3,5	0	0	0	0
3	0,013	0,198	0,082	1,28	0	0	0	0

4	0,045	0,084	0	0,84	0	0	0,04	180
5	0,04	0,089	0	2,5	0	0	0	0
6	0,084	0,12	0	0	0	0	0	0
7	0,096	0,12	0	0	0	$2,94 \cdot 10^8$	0	0
8	0,039	0,123	0	0	0	0	0	0
9	0,016	0,126	0	4	0	0	0	0
10	0,118	0,13	0	6,4	0	0	0	0
11	0,042	0,165	0	6,4	0	0	0	0
12	0,058	0,17	0	0	0	0	0	0
13	0,012	0,159	0	0,62	0	0	0	0
14	0,05	0,17	0	0,8	0	0	0	0
15	0,045	0,17	0	25,2	0	0	0	0
16	0,085	0,17	0	39,2	0	0	0,03	0
17	0,067	0,17	0	4,6	0	0	0	0
18	0,083	0,17	0	39,5	0	0	0,035	0
19	0,072	0,17	0	4,8	0	0	0	0
20	0,086	0,17	0	40,9	0	0	0,05	180
21	0,071	0,17	0	4,6	0	0	0	0
22	0,086	0,17	0	41,2	0	0	0,02	180
23	0,073	0,17	0	4,5	0	0	0	0
24	0,1	0,17	0	41,3	0	0	0,01	0

Продовження таблиці 1.7

25	0,074	0,17	0	5,5	0	0	0	0
26	0,094	0,17	0	41,7	0	0	0,05	0
27	0,095	0,17	0	5,3	0	0	0	0
28	0,012	0,159	0	42,2	0	0	0,04	0
29	0,04	0,17	0	0,9	0	0	0	0
30	0,136	0,17	0	1,6	0	0	0	0

31	0,042	0,165	0	0	0	0	0	0
32	0,118	0,13	0	6,4	0	0	0	0
33	0,016	0,126	0	6,4	0	0	0	0
34	0,039	0,123	0	4	0	0	0	0
35	0,106	0,12	0	0	0	0	0	0
36	0,089	0,12	0	0	0	$2,94 \cdot 10^8$	0	0
37	0,03	0,107	0	0	0	0	0	0
38	0,075	0,107	0	9,36	0	0	0	0
39	0,026	0,107	0	1,6	0	0	0	0
40	0,031	0,102	0	2	0	0	0	0
41	0,038	0,046	0	1,3	0	0	0	0

Розрахункова модель з балочним типом кінцевого елемента для розрахунку вимушених коливань представлена на рисунку 1.17.

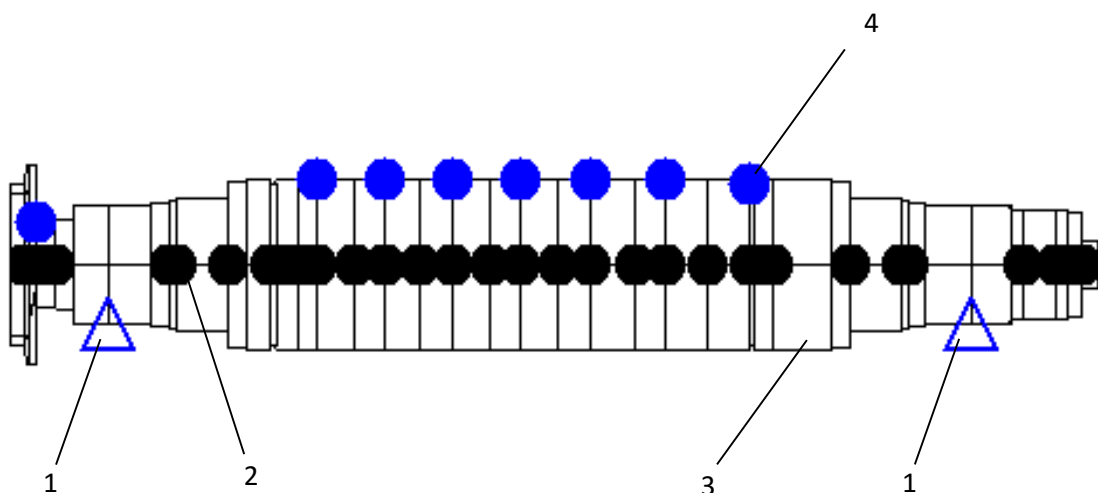


Рисунок 1.17 – Розрахункова модель для випочту вимушених коливань
 1 – Радіальні опори з певною жорсткістю; 2 – Зосереджені маси; 3 – Кінцеві елементи певного діаметра і довжини; 4 – Точкові дисбаланси.

1.6.2 Результати розрахунку

Програма «Critical» показує результати обчислення вимушених коливань у вигляді форми прогину ротора (рис. 1.18) та амплітуд його коливань в точках стику двох сусідніх кінцевих елементів (табл. 1.8).

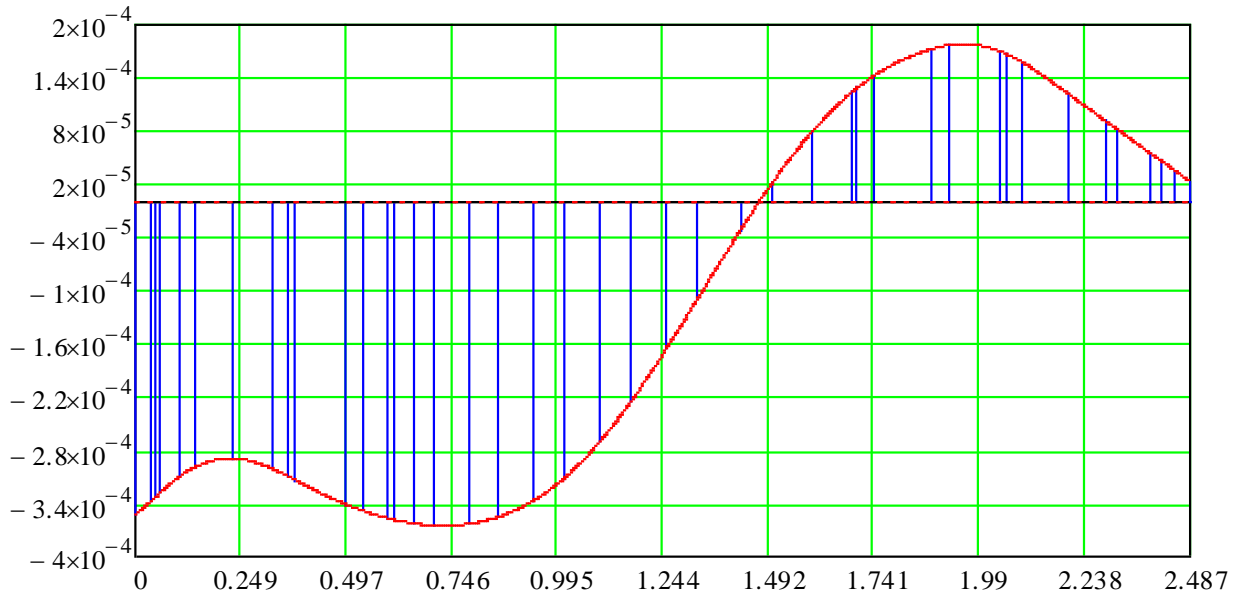


Рисунок 1.18 – Форма прогину неврівноваженого ротора на робочій частоті в 934рад/с

Таблиця 1.8 – Амплітуди коливань в точках стику кінцевих елементів (дані з Mathcad)

Номер точки	Амплітуда прогину, м
1	$-3.531e-4$
2	$-3.383e-4$
3	$-3.335e-4$
4	$-3.279e-4$
5	$-3.096e-4$
6	$-2.983e-4$
7	$-2.892e-4$
8	$-3.011e-4$
9	$-3.101e-4$
10	$-3.141e-4$

11	-3.414e-4
12	-3.487e-4
13	-3.57e-4
14	-3.584e-4
15	-3.629e-4
16	-3.649e-4
17	-3.629e-4
18	-3.552e-4
19	-3.368e-4
20	-3.117e-4
21	-2.693e-4
22	-2.254e-4
23	-1.64e-4
24	-1.081e-4
25	-3.149e-5
26	2.129e-5

Продовження таблиці 1.8

27	7.898e-5
28	1.243e-4
29	1.29e-4
30	1.428e-4
31	1.728e-4
32	1.774e-4
33	1.702e-4
34	1.67e-4
35	1.573e-4
36	1.224e-4
37	9.133e-5
38	8.1e-5

39	5.528e-5
40	4.638e-5
41	3.577e-5
42	2.277e-5

2 ЧИСЛОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ РОТОРІВ ТУРБОКОМПРЕСОРІВ І ПОРШНЕВИХ КОМПРЕСОРНИХ УСТАНОВОК

2.1 Теоретичні основи

Гармонічний аналіз призначений для вирішення рівнянь руху в разі сталих коливальних процесів (вимушених коливань) [7]. Розглядається загальне рівняння руху

$$\bar{M}\ddot{\bar{U}} + \bar{C}\dot{\bar{U}} + \bar{K}\bar{U} = \bar{F}^a, \quad (2.1)$$

де $\ddot{\bar{U}}$, $\dot{\bar{U}}$ і \bar{U} - вектори узагальнених прискорень, швидкостей та переміщень точок тіла; \bar{M} , \bar{C} , \bar{K} - глобальні матриці мас, демпфірувань і жорсткостей для всього тіла; \bar{F}^a - вектор прикладених зовнішніх сил.

Передбачається, що при сталому процесі всі точки конструкції рухаються з однією і тією ж заданою частотою, але, можливо, з різними зрушеннями по фазі. Причиною виникнення зсуву по фазі може з'явитися наявність демпфування. Отже, переміщення можна уявити у вигляді:

$$\bar{U} = \overline{U_{\max}} e^{i\varphi} \cdot e^{i\Omega t}, \quad (2.2)$$

де U_{\max} - амплітуда переміщень, i - уявна одиниця, $\Omega = 2\pi f$ - зовнішня кругова частота, f - частота зовнішніх сил, t - час, φ - зсув фаз для переміщень (в радіанах). Зауважимо, що U_{\max} і φ можуть бути різні для різних ступенів свободи.

Для формулювання проблеми вимушених коливань використовуються комплексні позначення. Попереднє рівняння можна представити у вигляді:

$$\bar{U} = U_{\max} (\cos \varphi + i \sin \varphi) e^{i\Omega t}, \quad (2.3)$$

або

$$\bar{U} = (\bar{U}_1 + i\bar{U}_2) e^{i\Omega t}, \quad (2.4)$$

де $\bar{U}_1 = \overline{U_{\max}} \cos \varphi$ - дійсна частина і $\bar{U}_2 = \overline{U_{\max}} \sin \varphi$ - уявна частина вектора переміщень.

Вектор сил може бути визначений аналогічно вектору переміщень:

$$\bar{F} = \overline{F_{\max} e^{i\varphi}} \cdot e^{i\Omega t} , \quad (2.5)$$

або

$$\bar{F} = F_{\max} (\cos \psi + i \sin \psi) e^{i\Omega t} , \quad (2.6)$$

або

$$\bar{F} = (\bar{F}_1 + i\bar{F}_2) e^{i\Omega t} , \quad (2.7)$$

де F_{\max} – амплітуда сил, ψ – зсув фаз для сил (в радіанах), $\bar{F}_1 = \overline{F_{\max} \cos \psi}$ – дійсна частина вектора сил, $\bar{F}_2 = \overline{F_{\max} \sin \psi}$ – уявна частина вектора сил.

Роблячи підстановку (2.7), (2.4) в (2.1), отримаємо наступне:

$$(-\Omega^2 \bar{M} + i\Omega \bar{C} + \bar{K})(\bar{U}_1 + i\bar{U}_2) e^{i\Omega t} = (\bar{F}_1 + i\bar{F}_2) e^{i\Omega t} . \quad (2.8)$$

Так як залежність від часу $e^{i\Omega t}$ однакова для обох частин рівняння, то вона може бути опущена:

$$(-\Omega^2 \bar{M} + i\Omega \bar{C} + \bar{K})(\bar{U}_1 + i\bar{U}_2) = \bar{F}_1 + i\bar{F}_2 . \quad (2.9)$$

Існують три методи вирішення рівняння (2.9): повний, скорочений і метод суперпозиції мод [7]. Для проведення гармонічного аналізу з поуживанням зовнішніх зусиль у вигляді невінноважених мас, використовується повний метод вирішення, при якому (2.9) вирішується безпосередньо за допомогою комплексної арифметики.

2.2 Підготовка вихідних даних

Оскільки ми уже маємо готову розрахункову тривимірну кінцево-елементну модель, яка була використана в модальному аналізі, то з нею ж будемо працювати і при гармонічному аналізі. Для цього треба, щоб схема проекту в ANSYSWorkbench виглядала подібним чином як на рисунку 2.1.

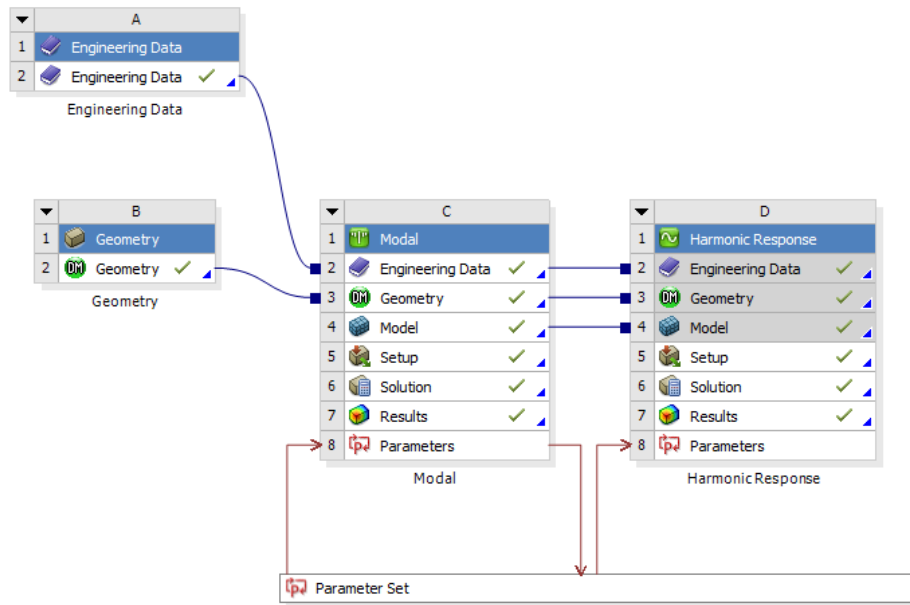


Рисунок 2.1 – Схема проекту

Таким чином геометрія, кінцево-елементна сітка, розташування точкових мас, підшипників та їх числових параметрів (рис. 2.2) передається до гармонічного аналізу, з чого відпадає необхідність задавати їх знову. Але залишається потреба, згідно таблиці 1.7, задати параметри розподілу неврівноважених мас, розташування яких показано на рисунку нижче.

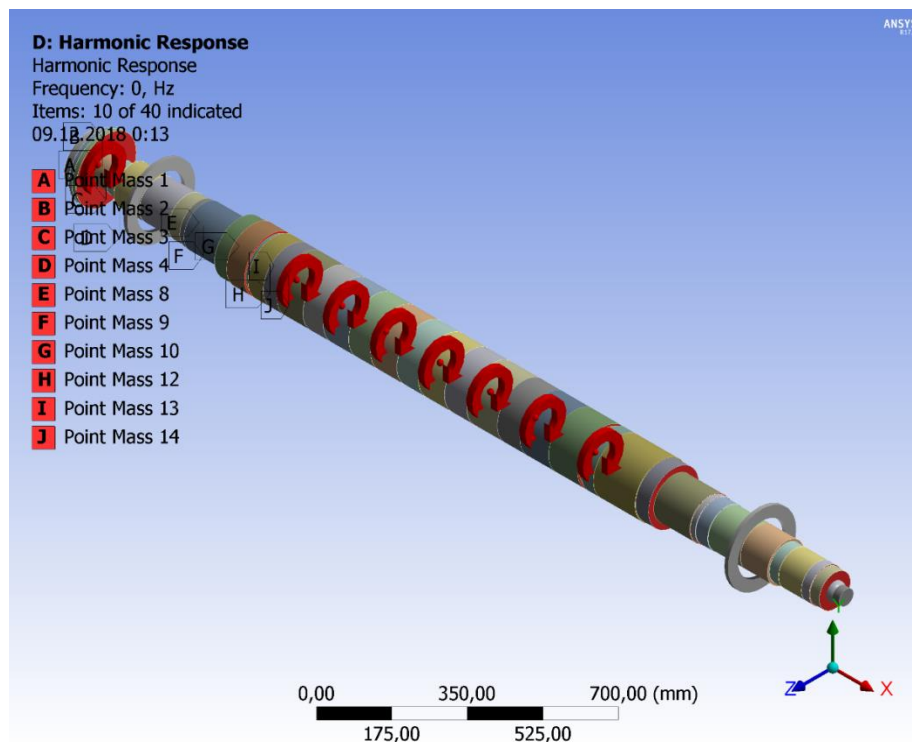


Рисунок 2.2 – Розташування неврівноважених мас на тривимірній моделі

2.3 Результати розрахунку

Результати які нас цікавлять – це форма та амплітуда коливань ротора на його робочій швидкості (148,7Гц або 934рад/с), які представлені рисунками нижче.

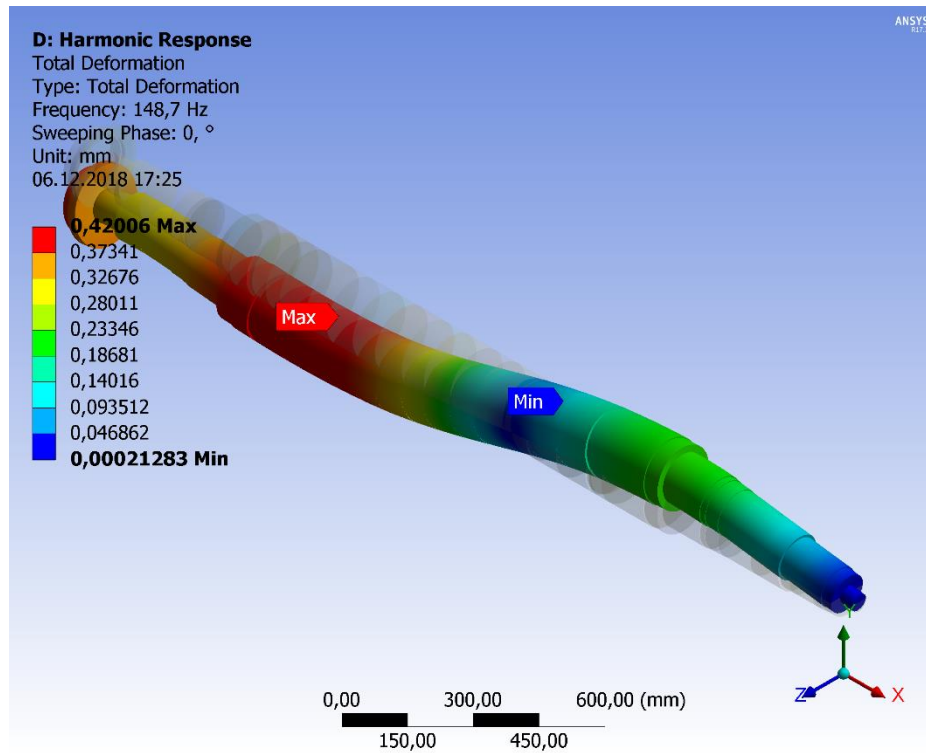


Рисунок 2.3а – Форма прогину ротора (ізометрія)

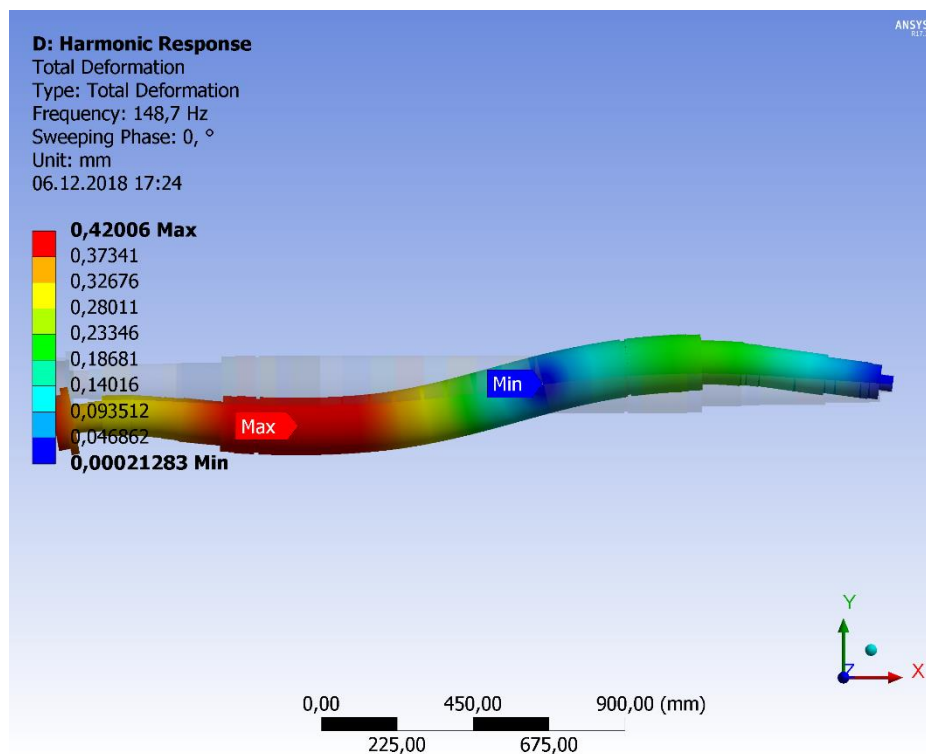


Рисунок 2.3б – Форма прогину ротора (площина ХУ)

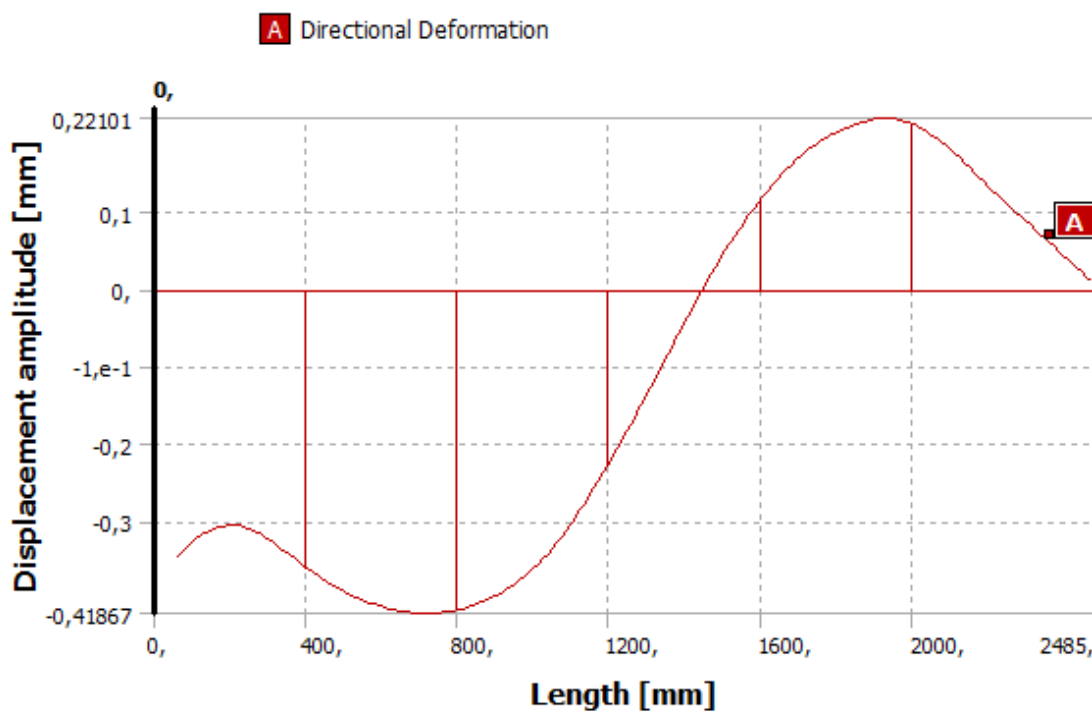


Рисунок 2.3в – Форма прогину ротора (плоский графік)

Таблиця 2.1 – Амплітуди коливань в точках стику кінцевих елементів (дані з ANSYS)

Номер точки	Довжина, мм	Поперечний прогин, мм
1	0,	н/д
2	57,791	-0,34605
3	115,58	-0,3205
4	173,37	-0,30727
5	231,16	-0,30568
6	288,95	-0,31924
7	346,74	-0,33901
8	404,53	-0,36039
9	462,33	-0,38017
10	520,12	-0,39545
11	577,91	-0,40664

12	635,7	-0,41451
----	-------	----------

Продовження таблиці 2.1

13	693,49	-0,41825
14	751,28	-0,41809
15	809,07	-0,41339
16	866,86	-0,40384
17	924,65	-0,38949
18	982,44	-0,36887
19	1040,2	-0,34031
20	1098,	-0,30406
21	1155,8	-0,26181
22	1213,6	-0,21385
23	1271,4	-0,16217
24	1329,2	-0,10862
25	1387,	-5,5046e-002
26	1444,8	-2,9227e-003
27	1502,6	4,5987e-002
28	1560,3	8,8919e-002
29	1618,1	0,12663
30	1675,9	0,15866
31	1733,7	0,18269
32	1791,5	0,20015
33	1849,3	0,21244
34	1907,1	0,22009
35	1964,9	0,21889
36	2022,7	0,2077
37	2080,5	0,18876
38	2138,3	0,16342
39	2196,	0,13483
40	2253,8	0,10875
41	2311,6	8,2873e-002

42	2369,4	5,7019e-002
----	--------	-------------

3 ВІРТУАЛЬНЕ БАЛАНСУВАННЯ РОТОРІВ ВІДЦЕНТРОВИХ МАШИН

3.1 Оцінка якості балансування

Спочатку за результатами обчислень, виконаних в розділі 2, були виміряні амплітуди коливань ротора у восьми площинах корекції (7 площин робочих коліс та площина приводу), в яких намічено було встановити врівноважувальні дисбаланси.

Таблиця 3.1 – Прогини у вузлах приналежних до площин корекції в початковому стані ротора (дані з Mathcad)

Порядковий номер	Номер вузла	Прогин, м
1	3	$-3.335 \cdot 10^{-4}$
2	15	$-3.629 \cdot 10^{-4}$
3	17	$-3.629 \cdot 10^{-4}$
4	19	$-3.368 \cdot 10^{-4}$
5	21	$-2.693 \cdot 10^{-4}$
6	23	$-1.64 \cdot 10^{-4}$
7	25	$-3.149 \cdot 10^{-5}$
8	27	$7.898 \cdot 10^{-5}$

$$Y := \begin{pmatrix} -2.375 \times 10^{-4} & -3.219 \times 10^{-4} & -3.252 \times 10^{-4} & -3.278 \times 10^{-4} & -3.298 \times 10^{-4} & -3.312 \times 10^{-4} & -3.323 \times 10^{-4} & -3.33 \times 10^{-4} \\ -3.512 \times 10^{-4} & -3.281 \times 10^{-4} & -3.375 \times 10^{-4} & -3.532 \times 10^{-4} & -3.723 \times 10^{-4} & -3.909 \times 10^{-4} & -4.073 \times 10^{-4} & -4.165 \times 10^{-4} \\ -3.545 \times 10^{-4} & -3.376 \times 10^{-4} & -3.447 \times 10^{-4} & -3.578 \times 10^{-4} & -3.749 \times 10^{-4} & -3.918 \times 10^{-4} & -4.069 \times 10^{-4} & -4.152 \times 10^{-4} \\ -3.311 \times 10^{-4} & -3.272 \times 10^{-4} & -3.317 \times 10^{-4} & -3.399 \times 10^{-4} & -3.518 \times 10^{-4} & -3.643 \times 10^{-4} & -3.757 \times 10^{-4} & -3.818 \times 10^{-4} \\ -2.655 \times 10^{-4} & -2.788 \times 10^{-4} & -2.812 \times 10^{-4} & -2.842 \times 10^{-4} & -2.881 \times 10^{-4} & -2.932 \times 10^{-4} & -2.983 \times 10^{-4} & -3.006 \times 10^{-4} \\ -1.617 \times 10^{-4} & -1.921 \times 10^{-4} & -1.929 \times 10^{-4} & -1.915 \times 10^{-4} & -1.88 \times 10^{-4} & -1.84 \times 10^{-4} & -1.808 \times 10^{-4} & -1.782 \times 10^{-4} \\ -3.023 \times 10^{-5} & -7.598 \times 10^{-5} & -7.545 \times 10^{-5} & -7.031 \times 10^{-5} & -6.05 \times 10^{-5} & -4.823 \times 10^{-5} & -3.513 \times 10^{-5} & -2.606 \times 10^{-5} \\ 7.951 \times 10^{-5} & 2.53 \times 10^{-5} & 2.668 \times 10^{-5} & 3.405 \times 10^{-5} & 4.761 \times 10^{-5} & 6.482 \times 10^{-5} & 8.441 \times 10^{-5} & 9.983 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

Рисунок 3.1 – Матриця прогинів у вузлах приналежних до площин корекції при запусках з пробним дисбалансом (знімок екрану)

Дисбаланси, які в припущенні розташовані в площинах корекції та викликають прогинання, оцінюються шляхом експериментального випочту так званих коефіцієнтів впливу $\overline{W}_{a,i}$ [4]. Для цього було виконано 9 вимірювань амплітуд коливань в площинах корекції: перше вимірювання – в початковому стані (табл. 3.1), а інші – при встановленні пробного дисбалансу рівного $D_{np} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}$ у кожному з восьми площин корекції (рис. 3.1). Дані таблиці 3.1 – дані с нульового запуску ротора на робочій частоті обертання, тобто без всякого встановлення пробного дисбалансу в площинах корекції.

Рівняння залежності амплітуд прогинів від дисбалансів виглядає таким чином:

$$\overline{Y}_0 = \overline{W} \overline{D}, \quad (3.1)$$

де \overline{Y}_0 - вектор-стовпець амплітуд прогинів; \overline{W} - матриця коефіцієнтів впливу; \overline{D} - вектор-стовпець оцінюваних дисбалансів.

Якщо ввести поняття i -го вектора пробних дисбалансів, як певної сукупності дисбалансів, що складається з пробного дисбалансу D_{np} встановленого в i -й площині корекції, то для i -го запуску ротора ($i=1..8$) можна записати рівняння

$$\overline{Y}_i = \overline{W} (\overline{D} + \overline{D}_{i,np}), \quad (3.2)$$

$i = 1..8$

або

$$\overline{Y}_i = \overline{W} (\overline{D} + D_{np} \cdot \overline{E}), \quad (3.2')$$

$i = 1..8$

де $D_{np} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}$ - скалярна величина пробного дисбалансу; \overline{E} - одинична матриця.

Віднімаючи (3.1) із (3.2), можна визначити матрицю коефіцієнтів впливу, кожен елемент якої дорівнює

$$\overline{W}_{a,i} = \frac{\overline{Y}_{a,i} - \overline{Y}_{0a}}{D_{np}},$$

$$a = 1..k, \quad (3.3)$$

$$i = 1..l$$

де $k=8$ – число вузлів з оцінюваними дисбалансами; $l=8$ – кількість запусків без урахування нульового.

$$W = \begin{pmatrix} 9.6 \times 10^{-3} & 1.16 \times 10^{-3} & 8.3 \times 10^{-4} & 5.7 \times 10^{-4} & 3.7 \times 10^{-4} & 2.3 \times 10^{-4} & 1.2 \times 10^{-4} & 5 \times 10^{-5} \\ 1.17 \times 10^{-3} & 3.48 \times 10^{-3} & 2.54 \times 10^{-3} & 9.7 \times 10^{-4} & -9.4 \times 10^{-4} & -2.8 \times 10^{-3} & -4.44 \times 10^{-3} & -5.36 \times 10^{-3} \\ 8.4 \times 10^{-4} & 2.53 \times 10^{-3} & 1.82 \times 10^{-3} & 5.1 \times 10^{-4} & -1.2 \times 10^{-3} & -2.89 \times 10^{-3} & -4.4 \times 10^{-3} & -5.23 \times 10^{-3} \\ 5.7 \times 10^{-4} & 9.6 \times 10^{-4} & 5.1 \times 10^{-4} & -3.1 \times 10^{-4} & -1.5 \times 10^{-3} & -2.75 \times 10^{-3} & -3.89 \times 10^{-3} & -4.5 \times 10^{-3} \\ 3.8 \times 10^{-4} & -9.5 \times 10^{-4} & -1.19 \times 10^{-3} & -1.49 \times 10^{-3} & -1.88 \times 10^{-3} & -2.39 \times 10^{-3} & -2.9 \times 10^{-3} & -3.13 \times 10^{-3} \\ 2.3 \times 10^{-4} & -2.81 \times 10^{-3} & -2.89 \times 10^{-3} & -2.75 \times 10^{-3} & -2.4 \times 10^{-3} & -2 \times 10^{-3} & -1.68 \times 10^{-3} & -1.42 \times 10^{-3} \\ 1.26 \times 10^{-4} & -4.449 \times 10^{-3} & -4.396 \times 10^{-3} & -3.882 \times 10^{-3} & -2.901 \times 10^{-3} & -1.674 \times 10^{-3} & -3.64 \times 10^{-4} & 5.43 \times 10^{-4} \\ 5.3 \times 10^{-5} & -5.368 \times 10^{-3} & -5.23 \times 10^{-3} & -4.493 \times 10^{-3} & -3.137 \times 10^{-3} & -1.416 \times 10^{-3} & 5.43 \times 10^{-4} & 2.085 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Рисунок 3.2 – Матриця коефіцієнтів впливу (знімок екрану)

Тепер, маючи відому матрицю коефіцієнтів впливу, а також матрицю амплітуд, можна безпосередньо оцінити дисбаланси у площинах корекції, підставляючи (3.3) в (3.1):

$$\overline{D} = \overline{W}^{-1} \overline{Y}_0. \quad (3.4)$$

Дисбаланси, які потрібно встановити в кожен площину корекції для урівноваження ротора, представлені нижче таблицею 3.2.

Таблиця 3.2 – Дисбаланси, встановлювані до площин корекції

Порядковий номер	Номер вузла	Урівноважуючий дисбаланс, кг·м
1	3	0,038
2	15	-0,01
3	17	-0,038
4	19	-0,007
5	21	0,069

6	23	-0,018
7	25	-0,009
8	27	-0,08

Для оцінки якості балансування ротора необхідно за алгоритмами, описаними в розділі 3.1 провести оцінювання залишкових дисбалансів, для чого спочатку потрібно обчислити амплітуди коливань ротора в тих площинах корекції, де раніше були установлені врівноважуючі дисбаланси.

Таблиця 3.3 – Вихідні дані моделювання вимушених коливань після балансування для програми «Critical frequencies of the rotor»

N уч.	L, м	D, м	d, м	m, кг	I, кг·м ²	k, Н/м	D, кг·м	φ, °
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	0,034	0,16	0,141	0	0	0	0	0
2	0,011	0,198	0,148	3,5	0	0	0	0
3	0,013	0,198	0,082	1,28	0	0	0,038	0
4	0,045	0,084	0	0,84	0	0	0,04	180
5	0,04	0,089	0	2,5	0	0	0	0
6	0,084	0,12	0	0	0	0	0	0
7	0,096	0,12	0	0	0	2,94·10 ⁸	0	0
8	0,039	0,123	0	0	0	0	0	0
9	0,016	0,126	0	4	0	0	0	0
10	0,118	0,13	0	6,4	0	0	0	0
11	0,042	0,165	0	6,4	0	0	0	0
12	0,058	0,17	0	0	0	0	0	0
13	0,012	0,159	0	0,62	0	0	0	0
14	0,05	0,17	0	0,8	0	0	0	0
15	0,045	0,17	0	25,2	0	0	0,01	180

16	0,085	0,17	0	39,2	0	0	0,03	0
17	0,067	0,17	0	4,6	0	0	0,038	180
18	0,083	0,17	0	39,5	0	0	0,035	0
19	0,072	0,17	0	4,8	0	0	0,007	180

Продовження таблиці 3.3

20	0,086	0,17	0	40,9	0	0	0,05	180
21	0,071	0,17	0	4,6	0	0	0,069	0
22	0,086	0,17	0	41,2	0	0	0,02	180
23	0,073	0,17	0	4,5	0	0	0,018	180
24	0,1	0,17	0	41,3	0	0	0,01	180
25	0,074	0,17	0	5,5	0	0	0,009	0
26	0,094	0,17	0	41,7	0	0	0,05	0
27	0,095	0,17	0	5,3	0	0	0,08	180
28	0,012	0,159	0	42,2	0	0	0,04	0
29	0,04	0,17	0	0,9	0	0	0	0
30	0,136	0,17	0	1,6	0	0	0	0
31	0,042	0,165	0	0	0	0	0	0
32	0,118	0,13	0	6,4	0	0	0	0
33	0,016	0,126	0	6,4	0	0	0	0
34	0,039	0,123	0	4	0	0	0	0
35	0,106	0,12	0	0	0	0	0	0
36	0,089	0,12	0	0	0	$2,94 \cdot 10^8$	0	0
37	0,03	0,107	0	0	0	0	0	0
38	0,075	0,107	0	9,36	0	0	0	0
39	0,026	0,107	0	1,6	0	0	0	0
40	0,031	0,102	0	2	0	0	0	0
41	0,038	0,046	0	1,3	0	0	0	0

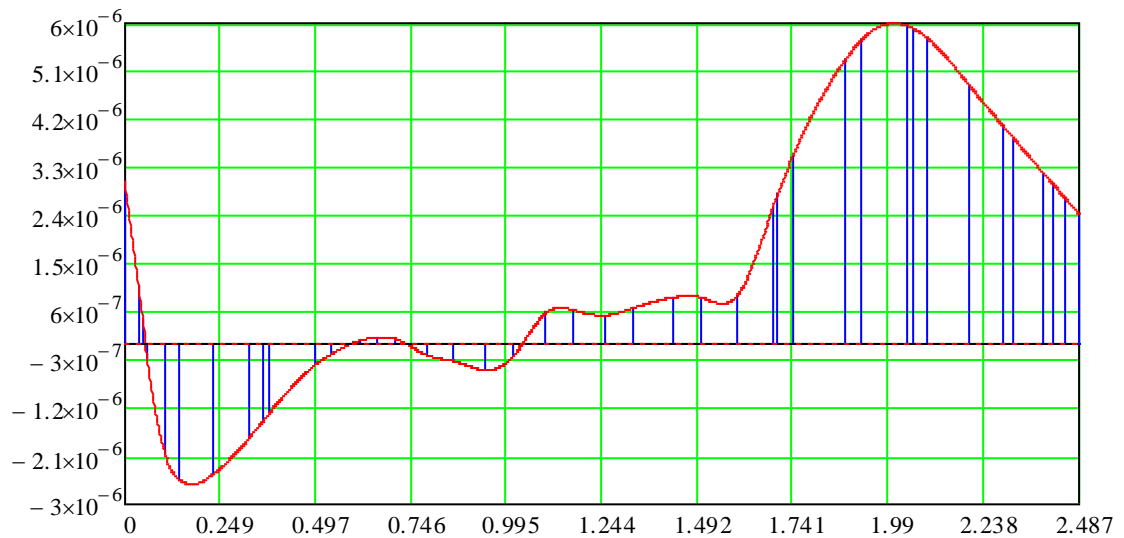


Рисунок 3.3 – Форма прогину ротора після балансування

Таблиця 3.4 – Амплітуди коливань в точках стику сусідніх кінцевих елементів (дані з Mathcad)

Номер точки	Амплітуда прогину, м
1	3.046e-6
2	1.097e-6
3	4.659e-7
4	-2.786e-7
5	-2.053e-6
6	-2.561e-6
7	-2.449e-6
8	-1.757e-6
9	-1.41e-6
10	-1.268e-6
11	-3.85e-7
12	-1.824e-7
13	2.541e-8
14	5.577e-8
15	1.275e-7

Продовження таблиці 3.4

16	9.6e-8
17	-2.171e-7
18	-3.214e-7
19	-4.891e-7
20	-2.359e-7
21	5.819e-7
22	6.348e-7
23	5.364e-7
24	6.792e-7
25	8.669e-7
26	8.703e-7
27	8.986e-7
28	2.566e-6
29	2.804e-6
30	3.528e-6
31	5.32e-6
32	5.691e-6
33	5.951e-6
34	5.901e-6
35	5.706e-6
36	4.85e-6
37	4.079e-6
38	3.826e-6
39	3.201e-6
40	2.986e-6
41	2.729e-6
42	2.414e-6

3.2 Оцінювання залишкових дисбалансів

Залишкові дисбаланси в цьому розділі оцінюються за алгоритмами, описаними в розділі, а саме за формулами (3.1) – (3.4).

Значення пробного дисбалансу прийmemo $D_{np} = 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}$.

Амплітуди прогинів в площинах корекції 3; 15; 17; 19; 21; 23; 25; 27, як складові вектора стовпця \bar{Y}_0 , показані в таблиці 3.4.

Матриця амплітуд \bar{Y} та матриця коефіцієнтів впливу \bar{W} представлені нижче рисунками 3.4 та 3.5 відповідно

$$Y := \begin{pmatrix} 1.007e-5 & 1.632e-6 & 1.305e-6 & 1.036e-6 & 8.387e-7 & 7e-7 & 5.923e-7 & 5.193e-7 \\ 1.294e-6 & 3.601e-6 & 2.659e-6 & 1.096e-6 & -8.219e-7 & -2.682e-6 & -4.321e-6 & -5.24e-6 \\ 6.22e-7 & 2.314e-6 & 1.609e-6 & 2.969e-7 & -1.412e-6 & -3.107e-6 & -4.613e-6 & -5.447e-6 \\ 8.136e-8 & 4.798e-7 & 2.494e-8 & -7.936e-7 & -1.982e-6 & -3.237e-6 & -4.37e-6 & -4.981e-6 \\ 9.547e-7 & -3.675e-7 & -6.125e-7 & -9.113e-7 & -1.304e-6 & -1.815e-6 & -2.318e-6 & -2.554e-6 \\ 7.706e-7 & -2.273e-6 & -2.354e-6 & -2.211e-6 & -1.861e-6 & -1.46e-6 & -1.137e-6 & -8.794e-7 \\ 9.932e-7 & -3.582e-6 & -3.529e-6 & -3.015e-6 & -2.034e-6 & -8.065e-7 & 5.029e-7 & 1.41e-6 \\ 9.521e-7 & -4.469e-6 & -4.331e-6 & -3.594e-6 & -2.238e-6 & -5.172e-7 & 1.442e-6 & 2.984e-6 \end{pmatrix}$$

Рисунок 3.4 – Матриця прогинів у вузлах приналежних до площин корекції при запусках з пробним дисбалансом (знімок екрану)

$$W = \begin{pmatrix} 9.604 \times 10^{-3} & 1.166 \times 10^{-3} & 8.391 \times 10^{-4} & 5.701 \times 10^{-4} & 3.728 \times 10^{-4} & 2.341 \times 10^{-4} & 1.264 \times 10^{-4} & 5.34 \times 10^{-5} \\ 1.166 \times 10^{-3} & 3.473 \times 10^{-3} & 2.531 \times 10^{-3} & 9.685 \times 10^{-4} & -9.494 \times 10^{-4} & -2.809 \times 10^{-3} & -4.448 \times 10^{-3} & -5.367 \times 10^{-3} \\ 8.391 \times 10^{-4} & 2.531 \times 10^{-3} & 1.826 \times 10^{-3} & 5.14 \times 10^{-4} & -1.195 \times 10^{-3} & -2.89 \times 10^{-3} & -4.396 \times 10^{-3} & -5.23 \times 10^{-3} \\ 5.705 \times 10^{-4} & 9.689 \times 10^{-4} & 5.14 \times 10^{-4} & -3.045 \times 10^{-4} & -1.493 \times 10^{-3} & -2.748 \times 10^{-3} & -3.881 \times 10^{-3} & -4.492 \times 10^{-3} \\ 3.728 \times 10^{-4} & -9.494 \times 10^{-4} & -1.194 \times 10^{-3} & -1.493 \times 10^{-3} & -1.886 \times 10^{-3} & -2.397 \times 10^{-3} & -2.9 \times 10^{-3} & -3.136 \times 10^{-3} \\ 2.342 \times 10^{-4} & -2.809 \times 10^{-3} & -2.89 \times 10^{-3} & -2.747 \times 10^{-3} & -2.397 \times 10^{-3} & -1.996 \times 10^{-3} & -1.673 \times 10^{-3} & -1.416 \times 10^{-3} \\ 1.263 \times 10^{-4} & -4.449 \times 10^{-3} & -4.396 \times 10^{-3} & -3.882 \times 10^{-3} & -2.901 \times 10^{-3} & -1.673 \times 10^{-3} & -3.64 \times 10^{-4} & 5.431 \times 10^{-4} \\ 5.35 \times 10^{-5} & -5.368 \times 10^{-3} & -5.23 \times 10^{-3} & -4.493 \times 10^{-3} & -3.137 \times 10^{-3} & -1.416 \times 10^{-3} & 5.434 \times 10^{-4} & 2.085 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Рисунок 3.5 – Матриця коефіцієнтів впливу (знімок екрану)

Таблиця 3.5 – Залишкові дисбаланси в площинах корекції

Порядковий номер	Номер вузла	Залишковий дисбаланс, кг·м
1	3	$1.226 \cdot 10^{-5}$
2	15	$-1.585 \cdot 10^{-3}$
3	17	0.011
4	19	-0.024
5	21	0.024
6	23	-0.015
7	25	$5.873 \cdot 10^{-3}$
8	27	$-1.583 \cdot 10^{-3}$

3.3 Висновки

У результаті роботи була створена математична модель динаміки ротора з балочними скінченними елементами. Ця модель ураховує залежність жорсткостей радіальних опор ротора від частоти його обертання. Достовірність математичної моделі підтверджує мізерна розбіжність отриманих результатів (табл. 1.6), а також дотримання теореми про взаємне розташування спектрів власних і критичних частот. Це говорить про те, що використання програми «Criticalfrequencies oftherotor» більш доцільно для вирішення подібного роду задач, оскільки в ній присутня можливість безпосередньо задавати залежність жорсткостей підшипників від частоти обертання ротора у довільному аналітичному вигляді, і до того ж, розрахунок вимагає на порядок менше підготовчого і машинного часу порівняно з чисельним моделюванням в комплексі ANSYS.

Також, окрім математичної моделі вільних коливань ротора, була розроблена модель його вимушених коливань під дією певної сукупності неврівноважених мас, після чого був реалізований алгоритм розрахунку вібраційного стану ротора з наступним його покращенням шляхом віртуального балансування, результати якого, згідно стандарту ДСТУ ІСО 1940-1-2007, можна вважати благоприємними.

4 МЕТОДИКИ ДОСЛІДЖЕННЯ АВТОМАТИЧНИХ УРІВНОВАЖУЮЧИХ ПРИСТРОЇВ

4.1 Вступ

Рівень розвитку вітчизняного насособудування в порівнянні зі світовими аналогами є достатньо високим. Він, в основному, базується на розробках доперебудовного періоду.

З урахуванням того, що у світі енергетична криза, то в умовах існуючих ринкових відносин необхідно підтримувати високий рівень конкурентоспроможності як на внутрішньому, так і на зовнішньому ринках. Для цього необхідно вдосконалювати насосне обладнання, як при розробці нових, так і при модернізації існуючих аналогів. Шляхів удосконалення насосів багато. Тут ми зупинимося на двох основних. Найважливішим показником є підвищення економічності машини. Під економічністю будемо розуміти питання зменшення втрат енергії в результаті передавання її приводом потоку рідини, що оцінюється ККД машини.

Розв'язуючи першу і основну задачу вдосконалення машини, слід пам'ятати і про підвищення її надійності, що є другим шляхом. Зниження втрат енергії, як правило, пов'язане з удосконаленням проточної частини машини.

Враховуючи те, що втрати, згідно балансу енергії, складаються з гідравлічних, об'ємних та механічних і те, що для зменшення гідравлічних втрат досягнуто максимально допустимого рівня, резерви зниження втрат знаходяться у зменшенні об'ємних та механічних втрат енергії.

Осьова сила багатоступеневого відцентрового насоса врівноважується автоматичним зрівноважуючим пристроєм (гідроп'ятою) і розвантажувальним барабаном. Барабан є надійним розвантажувальним пристроєм, але ефективний лише на одному режимі роботи насоса і з великими втратами енергії. Гідроп'ята врівноважує осьову силу на всіх режимах роботи насоса, включаючи і урівноваження на певному режимі при зміні величини осьової сили.

Для нормальної роботи гідроп'яти необхідно, щоб ротор мав свободу осьових переміщень, принаймні, в межах можливих змін торцевого зазору, тому на кінцях валу необхідно встановлювати лише радіальні підшипники. Функції упорного підшипника виконує сама гідроп'ята.

Принцип роботи гідроп'яти базується на тому, що збільшення осьової сили T , що діє на ротор, викликає відповідне осьове зміщення ротора, і торцевий зазор зменшується, що призводить до збільшення зрівноважуючої сили F . Зменшення торцевого зазору триває до тих пір, поки сила F не досягне значення T , при цьому ротор буде статично зрівноважений в осьовому напрямку. Випадкове ж зменшення осьової сили T призводить до такого збільшення зазору, при якому сила F знижується до значення T . Таким чином, кожному значенню осьової сили в стані, що встановився, відповідає певний торцевий зазор, при якому виконується рівність $F=T$.

Задири по торцевим контактним поверхням відбуваються найчастіше на нерозрахункових режимах і в тих випадках, коли осьова сила зростає до такого рівня, що зазор стає занадто малим, щоб забезпечувати нормальну роботу гідроп'яти. До того ж, досліді показують, що, в середньому, фактична осьова сила в 1,4...1,7 рази перевищує розрахункову [28,30] і це також може вплинути на появу задирів. Тому, знаходження таких параметрів гідроп'яти, при яких вплив зміни осьової сили на величину торцевого зазору буде мінімальним, є актуальною задачею.

При цьому слід враховувати величину втрат потужності на гідроп'яті, які для багатоступеневих відцентрових насосів досить суттєві, що складає не менш актуальну задачу в порівнянні з забезпеченням жорсткості статичної характеристики.

Досвід досліджень в області зрівноважування осьової сили, що діє на ротор відцентрового насоса, дозволив виділити основні параметри, які визначають надійність і економічність роботи вузла розвантаження. Надійність вузла розвантаження (гідроп'яти) оцінюється коефіцієнтом жорсткості, економічність визначається величиною втрат потужності на гідроп'яті.

У зв'язку з цим метою роботи є знаходження оптимальних геометричних параметрів автоматичного зрівноважувального пристрою за умови найменших втрат і максимально допустимої жорсткості виходячи з рішення статичної задачі.

Для досягнення даної мети були поставлені наступні задачі:

1. Дослідити умови мінімуму втрат енергії на гідроп'яті з урахуванням втрат в обвідній трубі при прийнятій жорсткості статичної характеристики.

2. Розробити методику розрахунку гідроп'яти із умови мінімуму втрат енергії з урахуванням опору обвідної труби.

3. Провести апробацію отриманих результатів досліджень на базі живильного насосу ПЕ 600-300.

4. Дослідити вплив величини опору в обвідній трубі на величину і розташування оптимуму загальних втрат потужності на гідроп'яті.

Об'єкт дослідження – зрівноважувальний пристрій відцентрового насоса.

Предмет дослідження – гідроп'ята.

Мета дослідження – розробка і аналіз методики розрахунку гідроп'яти за умови мінімуму втрат потужності при врахуванні втрат в обвідній трубі.

Методи дослідження – задача розв'язувалась в межах одновимірної моделі течії рідини в рухомій системі відліку; застосовувались елементи гідромеханіки, такі як: відносний спокій рідини, сила тиску на плоску стінку та інші; використовувались отримані залежності для визначення втрат потужності в циліндричному і торцевому дроселях; використовувались стандартні пакети програмного забезпечення на ПЕОМ.

У шостому розділі розглядаються існуючі способи розвантаження осьової сили. У сьомому розділі розглянутий новий спосіб статичного розрахунку гідроп'яти з урахуванням втрат потужності в обвідній трубі. Восьмий розділ присвячений проведенню досліджень запропонованої методики розрахунку гідроп'яти.

4.2 Вихідні дані для створення методики розрахунку гідроп'яти

При роботі лопатевого насоса на його ротор діє складна система сил, серед яких найбільшою по абсолютній величині являється осьова сила. Відцентрове колесо одностороннього входу не володіє симетрією відносно площини, перпендикулярної осі. Епюра тиску по боковим поверхням колеса розподіляється по-різному, це призводить до появи неврівноваженої осрової сили, направленої в бік всмоктування.

Для розкриття природи виникнення осрової сили розглянемо робоче колесо ступені з прохідним валом.

Стан рідини, що знаходиться в обох пазухах ступені робочого колеса, можна вважати відносним спокоєм.

Якщо посудина обертається навколо вертикальної осі, має кришку і заповнена рідиною доверху, то її форма змінитися не може, але зміниться тиск, закон зміни якого і визначимо.

Розглянемо випадок, подібний обертанню рідини в пазухах робочого колеса ступені насоса, коли посудина з рідиною обертається з кутовою швидкістю настільки великою, що силою тяжіння можна знехтувати в порівнянні з відцентровими силами. Тоді основне диференціальне рівняння гідростатики

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz), \quad (4.1)$$

з урахуванням значень масових сил $X = \omega^2 x$; $Y = \omega^2 y$; $Z = 0$, матиме вигляд:

$$dp = \rho(\omega^2 x dx + \omega^2 y dy). \quad (4.2)$$

Інтегруючи вираз (4.2), отримаємо:

$$p = \frac{\rho\omega^2}{2}(x^2 + y^2) + C = \frac{\rho\omega^2}{2}r^2 + C. \quad (4.3)$$

Так як $p|_{r=r_0} = p_0$, то $C = p_0 - \frac{\rho\omega^2}{2}r_0^2$, а значить

$$p = p_0 + \frac{\rho\omega^2}{2}(r^2 - r_0^2). \quad (4.4)$$

Таким чином, тиск вздовж радіуса змінюється по параболічному закону, як показано на рисунку 4.1 [32].

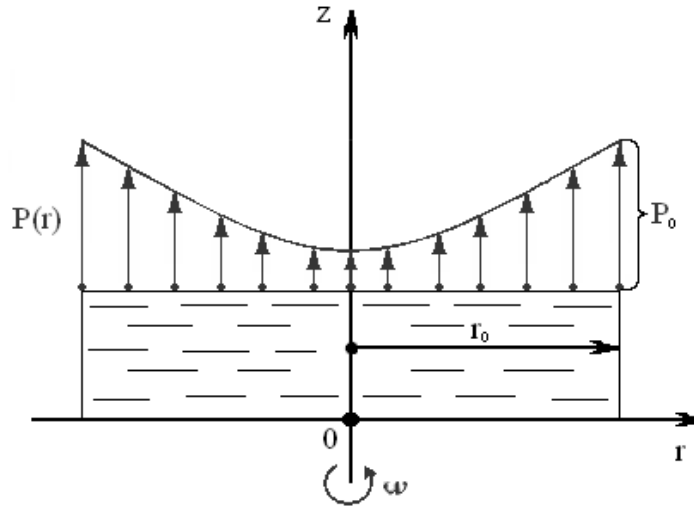


Рисунок 4.1 – Закон зміни тиску в посудині з кришкою, що обертається

Поверхні рівного тиску $p = const$

$$r = \sqrt{r_0^2 + \frac{2(p - p_0)}{\rho\omega^2}} = const, \quad (4.5)$$

являють собою циліндричні поверхні.

4.3 Рівняння Бернуллі в рухомій системі відліку

Розглянемо рух рідини в каналі, який переміщується з прискоренням відносно Землі. У цьому випадку рух рідини відносно стінок каналу будемо називати відносним.

Якщо цей рух розглядати в системі координат, що жорстко пов'язана зі стінками каналу, то при постійній у часі відносній швидкості рух буде усталеним. Вважаючи рідину ідеальною, його можна описати рівняннями Ейлера. Однак, на відміну від абсолютного руху, відповідно до відомого

принципу механіки, необхідно до числа діючих на систему масових сил додати сили інерції. [31]

Нехай рух відбувається вздовж трубки струму, що обертається як одне ціле з постійною кутовою швидкістю ω (рис. 4.2). До числа масових сил потрібно додати наступні сили:

$$\overline{F}_g = \overline{g} \text{ – питома сила тяжіння,}$$

$$\overline{F}_y = \frac{v^2}{r} \cdot \overline{r}^0 = \omega^2 \cdot r \cdot \overline{r}^0 \text{ – відцентрова сила інерції,}$$

$$\overline{F}_\kappa = -2 \cdot \overline{\omega} \times \overline{u} \text{ – коріолісова сила інерції,}$$

де $v = \omega \cdot r$ – колова переносна швидкість на колі радіуса r ,

\overline{r}^0 – орт радіального напрямку,

\overline{u} – відносна швидкість вздовж цівки.

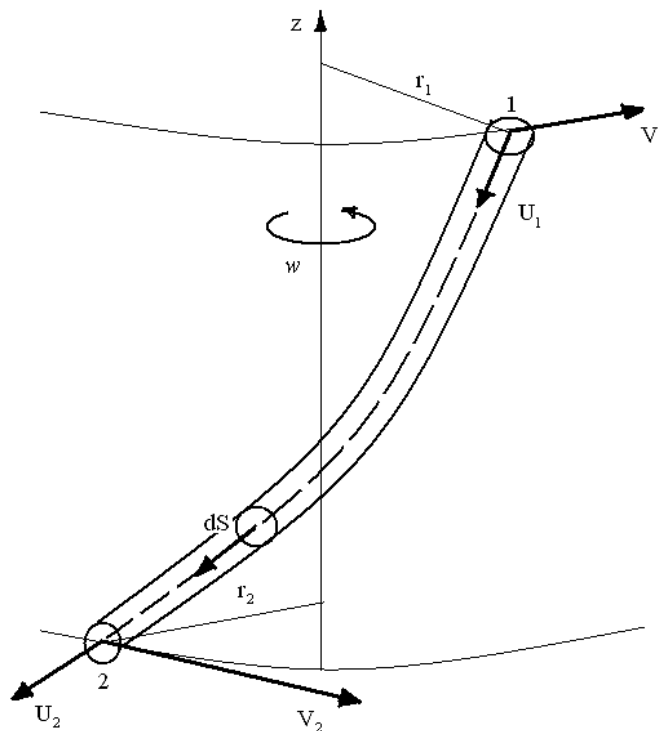


Рисунок 4.2 – Схема до виводу рівняння Бернуллі для відносного руху в елементарній трубці

Рівняння руху в рухомій (неінерційній) системі координат запишемо у

вигляді:

$$\overline{F}_g + \overline{F}_u + \overline{F}_k - \frac{1}{\rho} \text{grad} p - \text{grad} \frac{u^2}{2} = \frac{\partial \overline{u}}{\partial t} - \overline{u} \times \overline{\Omega}. \quad (4.6)$$

Припускаючи рух сталим $\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} = 0\right)$ и безвихоривим $(\overline{\Omega} = 0)$, а також враховуючи, що $\overline{F}_g = -\text{grad}(gz)$, $\overline{F}_u = \text{grad}\left(\frac{\omega^2 r^2}{2}\right)$ і $\frac{1}{\rho} \text{grad} p = \text{grad} P$,

отримуємо:

$$\text{grad}\left(gz - \frac{\omega^2 r^2}{2} + P + \frac{u^2}{2}\right) = 2\overline{\omega} \times \overline{u} - \overline{u} \times \overline{\Omega}. \quad (4.7)$$

Помножимо обидві частини цього рівняння скалярно на елементарний вектор $d\overline{s}$ переміщення вздовж осі цівки і врахуємо, що вектор коріолісової сили являє собою нормаль до вектора відносної швидкості \overline{u} , тобто є нормальним і до вектора $d\overline{s}$, а значить $\overline{F}_k \times d\overline{s} = 0$. Тоді отримаємо інтеграл Бернуллі для відносного руху рідини (4.19)

$$gz - \frac{\omega^2 r^2}{2} + P + \frac{u^2}{2} = \text{const}. \quad (4.8)$$

Застосовуючи інтеграл до двох перерізів 1 і 2 елементарної цівки, враховуючи що $\omega \cdot r = v$ є переносною швидкістю, отримаємо рівняння відносного руху ідеальної рідини (4.9):

$$gz_1 + \frac{u_1^2 - v_1^2}{2} + P_1 = gz_2 + \frac{u_2^2 - v_2^2}{2} + P_2. \quad (4.9)$$

Для нестисливої рідини $P = p/\rho$ і останнє рівняння (4.9) набуває виду

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}. \quad (4.10)$$

4.4 Визначення осьової сили, що діє на робоче колесо ступені

Обертання рідини в пазухах робочого колеса ступені подібно обертанню рідини в наведеній закритій посудині. Це дозволяє розглядати обертання рідини в пазухах як обертання твердого тіла з кутовою швидкістю рівною кутовій швидкості ядра потоку. Слідуючи загальноприйнятому підходу, кутова швидкість ядра потоку приблизно дорівнює половині кутової швидкості рухомої стінки $\omega_p = \frac{\omega}{2}$ [28].

Таким чином, розподіл тиску в пазухах робочого колеса (рис. 4.3) підпорядковується отриманому закону (4.4).

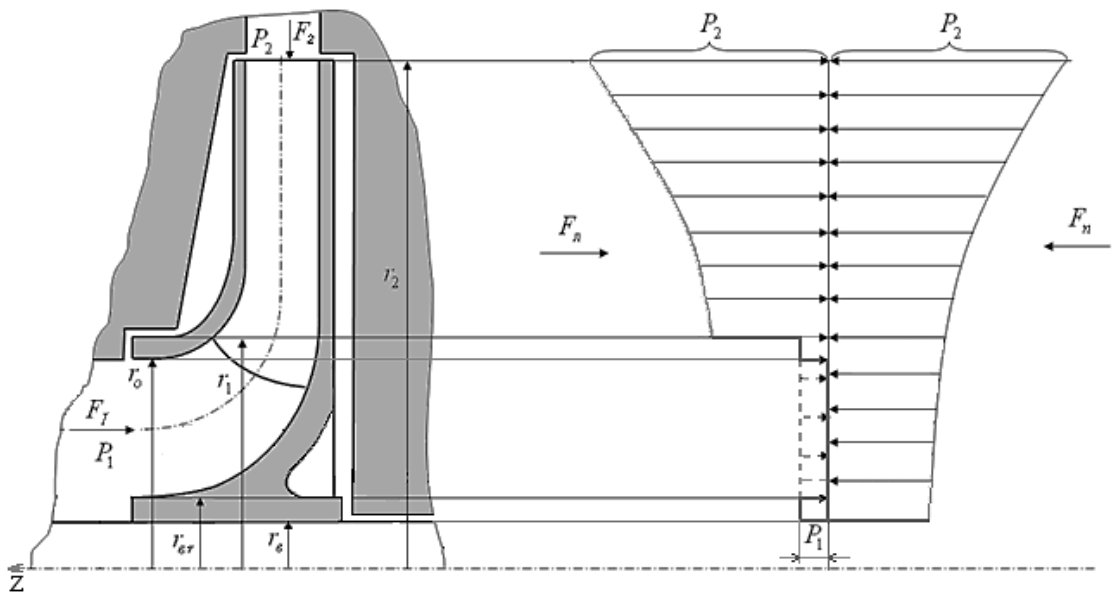


Рисунок 4.3 – Розрахункова схема для визначення осьової сили

Визначимо рівнодійну розподіленого навантаження (епюру тиску) по поверхні робочого колеса. Її проекція на вісь OZ запишеться наступним чином:

$$\begin{aligned}
 F_{zp} &= \int_f p df \cos(\widehat{n, z}) = - \int_{f_l} p df_z + \int_{f_{II}} p df_z = \\
 &= - \int_{r_1}^{r_2} P_{(r)} 2\pi r dr - \int_{r_0}^{r_1} P_1 2\pi r dr - \int_{r_B}^{r_{BT}} P_1 2\pi r dr + \int_{r_B}^{r_2} P_{(r)} 2\pi r dr.
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Відповідно до формули (4.4)

$$P_{(r)} = P_2 + \frac{\rho\omega_{\text{ж}}^2}{2}(r^2 - r_2^2) = P_2 + \frac{\rho\omega^2}{8}(r^2 - r_2^2). \quad (4.12)$$

Вираз (4.11) з урахуванням (4.12) переписеться у вигляді:

$$F_{zp} = - \int_{r_1}^{r_2} \left[P_2 + \frac{\rho\omega^2}{8}(r^2 - r_2^2) \right] 2\pi r dr - 2\pi P_1 \cdot \frac{1}{2}(r_1^2 - r_0^2) - \quad (4.13)$$

$$- 2\pi P_1 \cdot \frac{1}{2}(r_{\text{вТ}}^2 - r_{\text{в}}^2) + \int_{r_{\text{в}}}^{r_2} \left[P_2 + \frac{\rho\omega^2}{8}(r^2 - r_2^2) \right] 2\pi r dr.$$

Попереднє рівняння перетворимо наступним чином:

$$F_{zp} = - \int_{r_1}^{r_2} \left[P_2 + \frac{\rho\omega^2}{8}(r^2 - r_2^2) \right] 2\pi r dr - \pi P_1(r_1^2 - r_0^2) -$$

$$- \pi P_1(r_{\text{вТ}}^2 - r_{\text{в}}^2) + \int_{r_{\text{в}}}^{r_1} \left[P_2 + \frac{\rho\omega^2}{8}(r^2 - r_2^2) \right] 2\pi r dr + \quad (4.14)$$

$$+ \int_{r_1}^{r_2} \left[P_2 + \frac{\rho\omega^2}{8}(r^2 - r_2^2) \right] 2\pi r dr = -\pi P_1(r_1^2 - r_0^2 + r_{\text{вТ}}^2 - r_{\text{в}}^2) +$$

$$+ 2\pi P_2 \frac{1}{2}(r_1^2 - r_{\text{в}}^2) + \frac{2\pi\rho\omega^2}{8} \frac{1}{4}(r_1^4 - r_{\text{в}}^4) - \frac{2\pi\rho\omega^2}{8} r_2 \frac{1}{2}(r_1^2 - r_{\text{в}}^2).$$

Остаточно отримаємо:

$$F_{zp} = -\pi P_1(r_1^2 - r_0^2 + r_{\text{вТ}}^2 - r_{\text{в}}^2) + \pi P_2(r_1^2 - r_{\text{в}}^2) + \quad (4.15)$$

$$+ \frac{\pi\rho\omega^2}{16}(r_1^4 - r_{\text{в}}^4) - \frac{\pi\rho\omega^2}{8} r_2^2(r_1^2 - r_{\text{в}}^2).$$

У результаті руху рідини по проточній частині робочого колеса, через криволінійності контурів обводів каналу і його дифузорності виникає додаткова осьова сила. Її величина визначається за теоремою про зміну кількості руху

рідини, згідно з якою

$$\vec{N} = \rho Q \vec{V}_2 + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{G}, \quad (4.16)$$

В проекції на вісь OZ матимемо:

$$N_z = -\rho Q V_1 - F_1 = -\rho Q V_1 - p_1 S_1 = -\rho Q V_1 - p_1 \pi (r_0^2 - r_{\text{BT}}^2). \quad (4.17)$$

Сумарна осьова сила, що сприймається колесом, являє собою суму цих двох сил:

$$F = F_{zp} + N_z. \quad (4.18)$$

Або:

$$F = \pi (r_1^2 - r_B^2) \left[p_2 - p_1 - \frac{\rho \omega^2}{8} \left(r_2^2 - \frac{r_1^2 + r_B^2}{2} \right) \right] - \rho Q V_1 \quad (4.19)$$

Так як $\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = H_p$, то $p_2 - p_1 = \gamma \cdot H_p$,

де $H_p = (0,6 \div 0,8)H$ – статичний напір робочого колеса.

$$\begin{aligned} F &= \pi (r_1^2 - r_B^2) \left[\gamma H_p - \frac{\rho \omega^2}{8} \left(r_2^2 - \frac{r_1^2 + r_B^2}{2} \right) \right] - \rho Q V_1 = \\ &= \gamma \pi (r_1^2 - r_B^2) \left[H_p - \frac{\omega^2}{8g} \left(r_2^2 - \frac{r_1^2 + r_B^2}{2} \right) \right] - \rho Q V_1, \end{aligned} \quad (4.20)$$

де $F_p = \gamma \pi (r_1^2 - r_B^2) \left[H_p - \frac{\omega^2}{8g} \left(r_2^2 - \frac{r_1^2 + r_B^2}{2} \right) \right]$ – статична складова осьової сили;

$F_d = \rho Q V_1$ – динамічна сила (знехтуємо).

4.5 Існуючі методики статичного розрахунку гідроп'яти

4.5.1 Методика Ломакіна

Осьова сила в насосах має велике значення, що робить нераціональним урівноваження її упорним підшипником. Тому використовують гідравлічні способи урівноваження осьової сили, що досягається: 1) на основі принципу симетрії розподілу тиску по поверхні колеса чи ротора; 2) спеціальними

диска, рідина втрачає на опір у шпарині частину напору та надходить в камеру за диском з тиском p_y , звідки по спеціальній трубці йде на усмоктування насоса. У цих умовах розвантажувальний диск підлягає дії осьової сили.

$$F_d = \psi f_d(p_x - p_y) = \psi \pi (R_a^2 - r_{BT}^2) \Delta p, \quad (4.21)$$

де ψ - коефіцієнт, що враховує закон розподілу тиску по поверхні диска.

Для урівноваження ротора необхідна умова, що визначає перепад тиску Δp до і після диска.

$$F_d = \sum F_{zk} + \psi \pi (R_a^2 - r_{BT}^2) \Delta p. \quad (4.22)$$

Розрахунок системи урівноваження осьової сили розвантажувальним диском зводиться до визначення:

- 1) Робочого перепаду тиску Δp ;
- 2) Витрати Q на розвантаження осьової сили по заданому значенню зазора;
- 3) Розмірів ущільнення перед диском і трубки, що відводить витрати Q із камери за диском з умови роботи сальникового ущільнення зі сторони нагнітання.

4.5.2 Методика розрахунку гідроп'яти, запропонована Марцинковським

Метою статичного розрахунку за методикою Марцинковського [36] є вибір основних геометричних параметрів такими, щоб в заданому діапазоні зміни урівноважуючої сили T торцеві зазори x і витрати Q не виходили за допустимі межі [33]. За оцінкою значущості тих або інших чинників потрібно мати на увазі, що похибка обчислення урівноважуючої осьової сили навіть у номінальному режимі може досягти 50%, не говорячи вже про зміну цієї сили в процесі експлуатації насоса. Для ілюстрації наведено розрахунок гідроп'яти (рис. 4.5) з додатковим циліндровим дроселем і віджимним пристроєм.

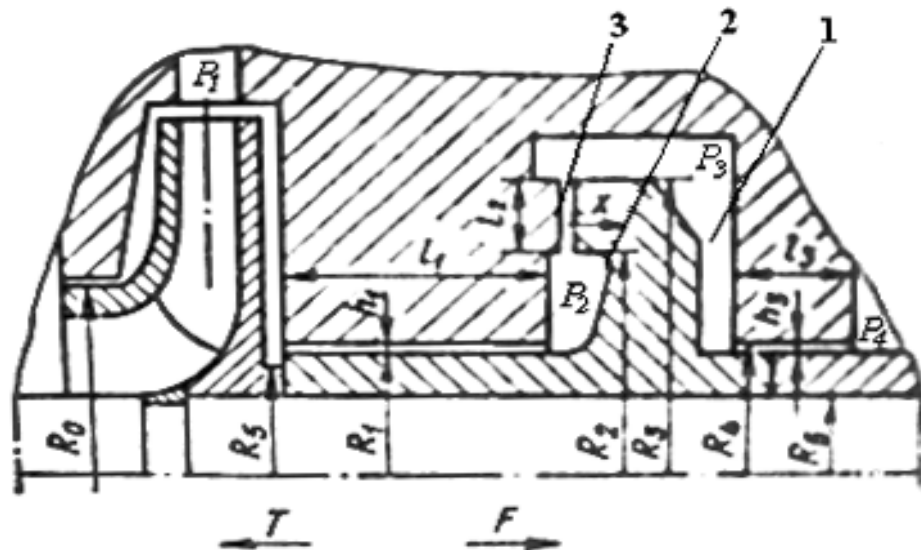


Рис. 4.5 – Розрахункова схема системи зрівноважування

Залежність встановленого значення торцевого зазору x_0 від зрівноважувальної сили T , діючої на ротор, становить статичну характеристику, яка знаходиться з умови осьової рівноваги ротора:

$$T = F + F_{\Pi}, \quad F_{\Pi} = k(\Delta - x_0),$$

де F – результуюча осьова сила тиску, що діє на розвантажувальний диск;

k – приведена жорсткість пружин віджимного пристрою;

Δ – їх попереднє стиснення.

При обчисленні сили необхідно знати розподіл тиску на торцеві поверхні диска. Для спрощення викладок будемо приймати тиск в камерах 1 і 2 (рис. 4.5) постійними по радіусу, а в торцевому зазорі 3 – змінюються лінійно від p_2 на радіусі R_2 до p_3 на радіусі R_3 . Аналіз більш точної моделі, що враховує деформації урівноважувального диска і нелінійність епюр тиску, показав, що похибки, обумовлені введеними спрощеннями, цілком припустимі для інженерних розрахунків.

З урахуванням прийнятих припущень, урівноважувальна сила дорівнює:

$$F = p_2 S_2 + 0,5(p_2 + p_3) S_c - p_3 S_3,$$

де $S_2 = \pi(R_2^2 - R_1^2)$, $S_c = \pi(R_3^2 - R_2^2)$, $S_3 = \pi(R_3^2 - R_4^2)$.

Тиски p_2 і p_3 залежать від провідності g_2 торцевого дроселя 3 і в сталому стані визначаються з рівняння балансу витрат $Q_1 = Q_2 = Q_3$. Виразивши витрати через провідності і перепади тиску для турбулентної течії:

$$\begin{aligned} Q_1 &= g_1 \sqrt{p_1 - p_{20}}, \\ Q_2 &= g_2(x_0) \sqrt{p_{20} - p_{30}}, \\ Q_3 &= g_3 \sqrt{p_{30} - p_4}, \end{aligned} \tag{4.23}$$

отримаємо:

$$\begin{aligned} p_{20} &= p_1 \frac{g_1^2 (g_{20}^2 + g_3^2)}{g_1^2 g_{20}^2 + g_{20}^2 g_3^2 + g_3^2 g_1^2} + p_4 \frac{g_{20}^2 g_3^2}{g_1^2 g_{20}^2 + g_{20}^2 g_3^2 + g_3^2 g_1^2}, \\ p_{30} &= p_1 \frac{g_1^2 g_{20}^2}{g_1^2 g_{20}^2 + g_{20}^2 g_3^2 + g_3^2 g_1^2} + p_4 \frac{g_3^2 (g_1^2 + g_{20}^2)}{g_1^2 g_{20}^2 + g_{20}^2 g_3^2 + g_3^2 g_1^2}, \end{aligned}$$

де провідності визначаються наступними формулами:

$$\begin{aligned} g_1 &= 2\pi R_1 h_1 \left[0,5\rho \left(1,5 + \frac{\lambda l_1}{2h_1} \right) \right]^{-0,5}, \\ g_3 &= 2\pi R_4 h_3 \left[0,5\rho \left(1,5 + \frac{\lambda l_3}{2h_3} \right) \right]^{-0,5}, \\ g_{20} &= \pi (R_2 + R_3) x_0^{1,5} (0,25\rho \lambda_2 l_2)^{-0,5}, \end{aligned} \tag{4.24}$$

$\lambda = 0,04$, $\lambda_2 = 0,06$ – коефіцієнти опору тертя для автотельної області турбулентної течії для кільцевих і торцевих зазорів відповідно; індексом «0» позначені встановлені значення змінних величин.

Провідності циліндричних дроселів постійні (не залежать від осьового положення ротора), а провідність торцевого дроселя зручно представити у вигляді:

$$g_2 = g_{26} u^{1,5}; \quad g_{26} = g_2(x = x_6), \tag{4.25}$$

де $u = \frac{x}{x_6}$ – безрозмірний торцевий зазор; в якості базового (x_6) приймають

оптимальну з конструктивних та технологічних міркувань ширину торцевого зазору.

Якщо ввести безрозмірні тиски $\psi_i = p_i/p_6$,

де $p_6 = (p_1 - p_4)_{\text{НОМ}} = \Delta p_{\text{НОМ}}$, з урахуванням формул (4.25) проміжні тиску в сталому стані можна представити у вигляді

$$\psi_{20} = \frac{(1 + \alpha_{23}u_0^3)\psi_1 + \alpha_{21}u_0^3\psi_4}{1 + (\alpha_{21} + \alpha_{23})u_0^3}, \quad (4.26)$$

$$\psi_{20} = \frac{\alpha_{23}u_0^3\psi_1 + (1 + \alpha_{21}u_0^3)\psi_4}{1 + (\alpha_{21} + \alpha_{23})u_0^3},$$

де $u_0 = \frac{x}{x_6}$; $\alpha_{ij} = \frac{g_{i6}^2}{g_{j6}^2}$ ($i, j = 1, 2, 3$).

Користуючись виразом (4.26) можна знайти безрозмірну врівноважуючу силу тиску як функцію торцевого зазору:

$$\varphi = \frac{F}{S_{\text{ВХ}}p_6} = \sigma_2\psi_2 - \sigma_3\psi_3 = \frac{(\sigma_2 + \Delta\sigma\alpha_{23}u_0^3)\psi_1 - (\sigma_3 - \Delta\sigma\alpha_{21}u_0^3)\psi_4}{1 + (\alpha_{21} + \alpha_{23})u_0^3}, \quad (4.27)$$

$$\sigma_2 = \frac{S_2 + 0,5S_c}{S_{\text{ВХ}}};$$

$$\sigma_3 = \frac{S_3 - 0,5S_c}{S_{\text{ВХ}}},$$

$$\Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_3; \quad S_{\text{ВХ}} = \pi(R_0^2 - R_6^2).$$

З умови осьової рівноваги ротора $T = F + k(\Delta - x)$ і, беручи до уваги, що в нормальному робочому стані $x \ll \Delta$, знаходять безрозмірну статичну характеристику гідроп'яти:

$$u_0 = \left[\frac{\sigma_2\psi_1 - \sigma_3\psi_4 + \chi - \tau}{(\alpha_{21} + \alpha_{23})(\tau - \chi) - \Delta\sigma(\alpha_{23}\psi_1 + \alpha_{21}\psi_4)} \right]^{1/3}, \quad (4.28)$$

$$\tau = \frac{T}{p_6 S_{\text{ВХ}}}; \quad \chi = \frac{k\Delta}{p_6 S_{\text{ВХ}}}.$$

Якщо $R_1 = R_4$, то $S_3 = S_2 + S_c$; $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$; $\Delta\sigma = 0$. При цьому:

$$\varphi = \frac{\sigma\Delta\psi}{1 + (\alpha_{21} + \alpha_{23})u_0^3};$$

$$u_0 = \left[\frac{\sigma\Delta\psi + \chi - \tau}{(\alpha_{21} + \alpha_{23})(\tau - \chi)} \right]^{1/3}.$$

В реальних конструкціях $\chi \ll \tau$, а радіуси R_1 і R_4 мало відрізняються один від одного ($\sigma_2 \approx \sigma_3$, $\Delta\sigma \approx 0$). Тому другий доданок у знаменнику формули (4.28) завжди менше першого і позитивні значення торцевого зазору, тобто відсутність контакту між диском і подушкою, можливі за умови $\sigma_2\psi_1 - \sigma_3\psi_4 + \chi > \tau$ або з деяким запасом $\sigma\Delta\psi > \tau$. Останню нерівність можна використовувати для попереднього вибору ефективної площі ($S_2 + 0,5S_c$) розвантажувального диска.

Якщо на основі формули:

$$T_k = S_{\text{вх}} \left[p - \rho \frac{\Omega^2 R_2^2}{8} \left(1 - \frac{R_0^2 + R_1^2}{2R_2^2} \right) \right],$$

прийняти $T_{k \max} = z p_k S_{\text{вх}}$, причому $z p_k = p_1 - p_4 = \Delta p$, дорівнює повному тиску, що розвивається насосом. Таким чином, $\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{p_6 S_{\text{вх}}} = \frac{\Delta p}{p_6} = \Delta\psi$, а умова, при якій торцевий зазор зберігає позитивні значення і гарантує відсутність металевих контактів ущільнюючих торцевих поверхонь, приймає вигляд $\sigma > 1$ або

$$S_2 + 0,5S_c > S_{\text{вх}}. \quad (4.29)$$

Вираз для безрозмірної рівноважуючої сили тиску (4.27) можна розглядати як регулюючий вплив, при цьому безрозмірний коефіцієнт статичної жорсткості системи автоматичного регулювання торцевого зазору дорівнює:

$$\kappa_s = \frac{\partial \varphi}{\partial u_0} = -\Delta\psi \frac{3(\sigma_2\alpha_{21} + \sigma_3\alpha_{23})u_0^3}{u_0 [1 + (\alpha_{21} + \alpha_{23})u_0^3]^2}, \quad (4.30)$$

причому $\kappa_s > 0$, що свідчить про статичну стійкість гідроп'яти. Максимальне за модулем значення жорсткості досягається при:

$$u_{0*} = [2(\alpha_{21} + \alpha_{23})]^{-\frac{1}{3}}.$$

Щоб цей максимум відповідав оптимальному торцевому зазору $x_0 = x_6$ ($u_{0*} = 1$), необхідно забезпечити рівність $\alpha_{21} + \alpha_{23} = 0,5$, яку можна використовувати для вибору геометричних розмірів дроселів. З рівнянь балансу витрат і рівностей (4.23) випливає, що при базовому торцевому зазорі сумарне падіння тиску на циліндричних дроселях повинно бути в два рази менше падіння тиску на торцевому дроселі:

$$\Delta p_1 + \Delta p_3 = 0,5\Delta p_2.$$

Витрату через систему автоматичного зрівноваження можна обчислити за однією з формул (4.23), використовуючи вирази для проміжних тисків (4.26) і безрозмірного зазору (4.28):

$$q = \frac{Q}{Q_6} = \left[\frac{(1 + \alpha_{21} + \alpha_{23})(\sigma_2\psi_1 - \sigma_3\psi_4 + \chi - \tau)}{\sigma_2\alpha_{21} + \sigma_3\alpha_{23}} \right]^{0,5}, \quad (4.31)$$

де $Q_6 = g_{36}\sqrt{p_6}$,

$$g_{36} = \frac{g_1 g_{26} g_3}{\sqrt{g_1^2 g_{26}^2 + g_{26}^2 g_3^2 + g_3^2 g_1^2}},$$

де g_{36} – еквівалентна провідність гідравлічного тракту (трьох з'єднаних дроселів) при базовому значенні торцевого зазору ($x_0 = x_6$, $u_0 = 1$).

Коли $R_1 = R_4$; $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$, формула (4.31) трішки спрощується:

$$q = \left[\frac{1 + \alpha_{21} + \alpha_{23}}{\alpha_{21} + \alpha_{23}} \left(\Delta\psi - \frac{\tau - \chi}{\sigma} \right) \right]^{0,5}.$$

Формули (4.28) і (4.31) легко перетворюються для випадків гідроп'ят без

додаткового дроселя ($g_3 \rightarrow \infty$, $\alpha_{23} = 0$, $g_{36} = \frac{g_{26}g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_{26}^2}}$) і зі зміненою послідовністю торцевого і циліндричного дроселів ($g_1 \rightarrow \infty$, $\alpha_{21} = 0$, $g_{36} = \frac{g_{26}g_3}{\sqrt{g_{26}^2 + g_3^2}}$).

Самостійний інтерес представляє аналіз залежності статичних характеристик від частоти обертання ротора насоса. На підставі співвідношень:

$$p_k = B\Omega^2; \quad T = A\Omega^2,$$

де B – коефіцієнт пропорційності, який визначається гідравлічним розрахунком або експериментально,

$$A = zS_{\text{BX}} \left[B - \rho \frac{R_2^2}{8} \left(1 - \frac{R_0^2 + R_1^2}{2R_2^2} \right) \right],$$

можна отримати:

$$p_1 = zB\Omega^2, \quad \psi_1 = b\Omega^2, \quad \tau = a\Omega^2, \quad (4.32)$$

$$b = \frac{zB}{p_6}, \quad a = \frac{A}{p_6 S_{\text{BX}}}.$$

Тоді вирази для статичної характеристики (4.28) і витрат (4.31) зводяться до виду:

$$u_0^3 = \frac{(b\sigma_2 - a)\Omega^2 - \sigma_3\psi_4 + \chi}{[(\alpha_{21} + \alpha_{23})a - \alpha_{23}b\Delta\sigma]\Omega^2 - (\alpha_{21} + \alpha_{23})\chi - \alpha_{21}\Delta\sigma\psi_4}; \quad (4.33)$$

$$q = \left\{ \frac{1 + \alpha_{21} + \alpha_{23}}{\sigma_2\alpha_{21} + \sigma_3\alpha_{23}} [(b\sigma_2 - a)\Omega^2 - \sigma_3\psi_4 + \chi] \right\}^{0.5}. \quad (4.34)$$

Отримані формули при $\chi \neq 0$ не підходять для випадку $\Omega = 0$, так як при цьому $\tau = 0$ и торцевий зазор зросте настільки, що може бути зрівняним з попереднім стисненням пружин Δ . Між тим при запису умови осьової рівноваги, використаної для виведення статичної та витратної характеристик, у виразі для зусилля пружини $F_{\text{п}} = k(\Delta - x_0)$ передбачалося $x_0 \ll \Delta$.

При відсутності протитиску ($\psi_4 = 0$) і віджимного пристрою ($\chi = 0$) торцевий зазор гідроп'яти не залежить від частоти обертання ротора і зберігає постійне значення:

$$u_\infty = \left[\frac{b\sigma_2 - a}{(\alpha_{21} + \alpha_{23})a - \alpha_{23}b\Delta\sigma} \right]^{\frac{1}{3}}, \quad (4.35)$$

яке в той же час є граничним значенням при $\Omega \rightarrow \infty$. Витрата через п'яту монотонно зростає із збільшенням Ω .

В конструкціях без віджимного пристрою ($\chi = 0$), але з протитиском ($\psi_4 \neq 0$) при малих частотах обертання торцевий зазор може повністю видалятися, що створює небезпеку задирів. Саме тому в процесі експлуатації насосів задири в п'яті, як правило, виникають при малих частотах в процесі розгону або вибігу ротора. Особливу небезпеку в цих випадках являє повільне обертання ротора від валоповоротного механізму приводної турбіни.

Гранична мінімальна швидкість, при якій зазор відмінний від нуля, визначається виразом

$$\Omega > [\sigma_3\psi_4 / (b\sigma_2 - a)]^{0,5}.$$

Для розширення діапазону допустимих частот обертання необхідно встановлювати віджимні пристрої з усиленням попереднього стиснення

$$\chi > \sigma_3\psi_4 \text{ или } k\Delta > S_3p_4. \quad (4.36)$$

4.6 Висновки

На вузлі гідроп'яти відбуваються великі втрати енергії, величина яких доходить до 10% потужності насоса. Існуючі методики розрахунку гідроп'яти не розв'язують задачі їх розрахунку за умови зниження втрат енергії на гідроп'яті. Тому основною задачею даної роботи являється отримання оптимальної геометрії гідроп'яти із умови мінімуму втрат енергії, враховуючи втрати в обвідній трубі, для прийнятої жорсткості статичної характеристики.

5 СТАТИЧНИЙ РОЗРАХУНОК АВТОМАТИЧНОГО РОЗВАНТАЖУВАЛЬНОГО ПРИСТРОЮ

5.1 Загальний огляд способів статичного розрахунку системи зрівноваження

Метою статичного розрахунку є вибір основних геометричних параметрів таких, щоб в заданому діапазоні зміни зрівноважувальної сили T торцевий зазор h_2 і витрати q не виходили за допустимі межі. Необхідно, щоб величина торцевого зазору не переходила деякого мінімального значення, яке визначається точністю зборки, можливою величиною пружних деформацій елементів статора та ротора насоса при робочих навантаженнях i , нарешті, величиною температурних перекосів при переході від кімнатної температури при зборці до робочої температури. Збільшення прийнятого при розрахунку робочого значення торцевого зазору призводить до збільшення витрат та зниження об'ємного ККД [37]. Розрахункова схема системи автоматичного зрівноваження повинна враховувати усі чинники, що істотно впливають на роботу системи зрівноваження.

Розрахунок системи зрівноваження осьової сили, представлений у різних джерелах, має відмінності.

Наприклад, у праці Чегурко [28], зазначається, що розрахунок гідроп'яти в основному базується на досвіді проектування. Основні розміри гідроп'яти (до них відносяться радіуси диска, торцевий зазор, довжина циліндричного дроселя та його зазор) приймаються по досвіду виконаних конструкцій. В цій же праці в таблиці наводяться дані зазначених розмірів. За вибраними параметрами проводиться перевірочний розрахунок гідроп'яти. Під час розрахунку визначаються перепади тиску в торцевому та циліндричному зазорах та витрата рідини. Вибрані розміри вважаються допустимими, якщо відносна витрата $q_v = q/q_{ном}$, наприклад, не перевищує 5%, а мінімально допустима величина торцевого зазору знаходиться в межах $h_2 = (1..1,2) \cdot 10^3 R_2$.

Пфлейдерер у джерелі [38] вважає, що величина зовнішнього радіуса диска гідроп'яти та надлишковий тиск не впливають на втрати рідини, проте ці втрати пропорційні ширині торцевого зазору та коефіцієнту витрат. Тому, якщо знехтувати роботою тертя води по диску, то у відношенні втрат величина радіуса диска R_2 стає зовсім байдужою. У значно більшій мірі для зменшення втрат рідини доцільно намагатися робити зазор як можна більш вузьким, що робиться автоматично, при наявності сильного дроселювання в постійному циліндричному зазорі. Хоча, насправді, найменша можлива ширина торцевого зазору повинна бути тим більшою, чим більший діаметр диска, оскільки зі збільшенням диска збільшується загроза задирів при прогині валу чи неточностях при обробці та зборці насоса. Кінцева величина діаметра втулки також викликає те, що зі збільшенням діаметра диска виникає, хоча і незначне, збільшення втрат. Тому доцільно діаметр диска не робити занадто великим. Більш суттєвим є зроблений висновок, що на втрати впливають тільки розмір додаткового циліндричного дроселя, особливо його ширина.

Для того щоб втрата рідини була по можливості малою, величину торцевого зазору доцільно вибирати настільки малою наскільки це допускається надійністю роботи насоса. Тому при розрахунку зрівноважувального пристрою необхідно

задатися величиною зовнішнього радіуса диска, довжиною торцевого дроселя та шириною торцевого зазору і визначити розрахунком відповідні розміри циліндричного дроселя. До того ж, не потрібно приймати у розрахунках осьову силу занадто великою, оскільки зменшення осьового зусилля призводить до розширення зазору і тим самим до занадто великих втрат рідини.

У статичному розрахунку розглянутому у праці Каревої [31] значна увага приділяється температурі рідини, яка збільшується під час проходження рідини через насос і саму гідроп'яту. Щоб уникнути кавітації при русі рідини з камери за гідроп'ятою по відвідному трубопроводу у всмоктуючий патрубок насоса необхідно, щоб статичний тиск на цьому шляху перевищував тиск насиченої пари. Зі збільшенням споживаної насосом потужності підігрів рідини в насосі збільшується. Оскільки при зменшенні подачі насоса ККД зменшується, а напір міняється мало (низькі n_s) або збільшується (середні і високі n_s), то підігрів рідини посилюється.

Відвідний трубопровід гідроп'яти подає витік рідини $q_{гп}$ у всмоктуючий патрубок насоса. Спрямований упоперек основного потоку струмінь рідини з відвідного трубопроводу може викликати нерівномірний розподіл швидкостей на вході у відцентрове робоче колесо першого ступеня. Це приведе до зменшення ККД насоса і погіршенню кавітаційних властивостей відцентрового робочого колеса. Секундна кінетична енергія потоку витіку рівна $\frac{\rho q_{гп} V_2^2}{2}$. Секундна кінетична енергія потоку рідини, насоса, що поступає у всмоктуючий патрубок, складає $\frac{\rho q_{гп} V_{вх}^2}{2}$. Очевидно, що відносна кінетична енергія $\varepsilon = q_{гп} \left(\frac{V_2}{V_{вх}}\right)^2$.

Так як $V_2 = \frac{4q_{гп}}{\pi d_2^2}$, $V_{вх} = \frac{4Q_H}{\pi D_{вх}^2}$, то $\varepsilon = q_{гп}^3 \left(\frac{D_{вх}}{d_2}\right)^4$. Необхідно прагнути до зменшення ε .

У роботах [37, 39, 40] розрахунок системи зрівноваження осьової сили розвантажувальним диском полягає у виборі розмірів диску, встановленні перепаду тиску на диску та витрат рідини через систему розвантаження,

визначенні розмірів ущільнень перед диском та розміру трубки відведення рідини з камери за диском.

Для цього спочатку визначається осьова сила діюча на диск гідроп'яти, а потім перепад тиску на торцевому зазорі. Допустимість отриманого значення перепаду тиску при вибраних розмірах розвантажувального диска визначається величиною витрат на розвантаження осьової сили при значенні торцевого зазору вибраного з міркування надійності. Виходячи з величини торцевого зазору та витрат тиску в зазорі розвантажувального диска, що рівна різниці тисків по обидві сторони диска, визначаються витрати.

Розміри ущільнюючого зазору по втулці диска та розміри трубки, що відводить потік з камери за диском, визначаються з умови забезпечення певної величини тиску перед сальниковим ущільненням зі сторони нагнітання. Для надійної роботи сальникового ущільнення тиск перед ним p_y не повинен перевищувати 5-8 атм. Більш високий тиск потребує підвищеного експлуатаційного нагляду і спеціальних набивочних матеріалів. Взнявши за основу тиск при виході з останнього колеса можна визначити тиск p_y .

Прийнявши величину зазора в ущільненні втулки вала можна визначити довжину ущільнення або навпаки (чисельне значення зазора зазвичай вибирають рівним зазору в ущільненні робочих колес). Довжину та діаметр трубки, що відводить потік з області за диском вибирають так, щоб зберегти прийняте значення p_y .

У процесі конструктивної розробки системи розвантаження осьової сили зазвичай допускають деякі відхилення від розмірів, отриманих розрахунком. Ці відхилення обумовлюються необхідністю застосування нормальних у машинобудуванні розмірів, а також відхиленнями в межах допуску на неточність виготовлення. У зв'язку з великим впливом правильності дії системи розвантаження осьової сили на надійність роботи насоса зазвичай проводять перевірочний розрахунок по кінцево прийнятним значенням розмірів. Визначають кінцеву величину перепаду тиску, торцевий зазор, відповідний умові рівноваги ротора, і витрати. Таким чином здійснюється кінцева перевірка надійності та

економічності системи зрівноваження осьової сили.

Найбільш повною є методика розроблена та удосконалена Марцинковським В.А. [36, 41-44]. Ця методика включає два етапи: сам статичний розрахунок та перевірку динамічної стійкості системи.

При експлуатації відцентрового насоса з автоматичним зрівноваженням можливі підвищені осьові вібрації ротора, які можна пояснити резонансами в системі ротор-авторозвантаження або коливаннями, що самозбуджуються, із-за втрати системою динамічної стійкості. Як і всяка система автоматичного регулювання, система зрівноваження осьової сили повинна мати певні динамічні якості. Тому разом із статичним розрахунком необхідно виконувати оцінку динамічної стійкості системи ротор-развантажувальний пристрій. Це має велике значення для забезпечення надійної роботи особливо високооборотних високонапірних насосів. Перевірка стійкості проводиться, наприклад, за допомогою умови стійкості Гурвіца. Це накладає додаткові умови на геометрію гідроп'яти.

Виходячи з розглянутих видів статичного розрахунку можна зробити висновок, що існуючі методики розрахунку гідроп'яти базуються на рівнянні осьової рівноваги ротора та рівнянні витрат рідини через вузол розвантаження. Головна відмінність у всіх розрахунках полягає в тому, які геометричні параметри гідроп'яти приймаються початково, а які розраховуються виходячи з умови рівноваги, а також, які параметри вважають більш впливовими на якість роботи розвантажувального пристрою. Розглянемо основні рівняння необхідні для розрахунку гідроп'яти по одновимірній моделі течії рідини в рухомій системі відліку.

5.2 Методика статичного розрахунку гідроп'яти на базі одновимірної моделі течії рідини

5.2.1 Витрата рідини через циліндричний дросель гідроп'яти

Циліндричний дросель представляє циліндричну шпарину, зовнішня обойма якої, нерухома, а внутрішня має можливість обертатися з кутовою

швидкістю ω .

Розглянемо випадок, коли $\omega=0$. Нехай параметри потоку в перерізі 1 P_1, v_1 , в перерізі 2 P_2, v_2 , и $P_1 > P_2$, тобто течія проходить від перерізу 1 до перерізу 2 (рис 5.1).

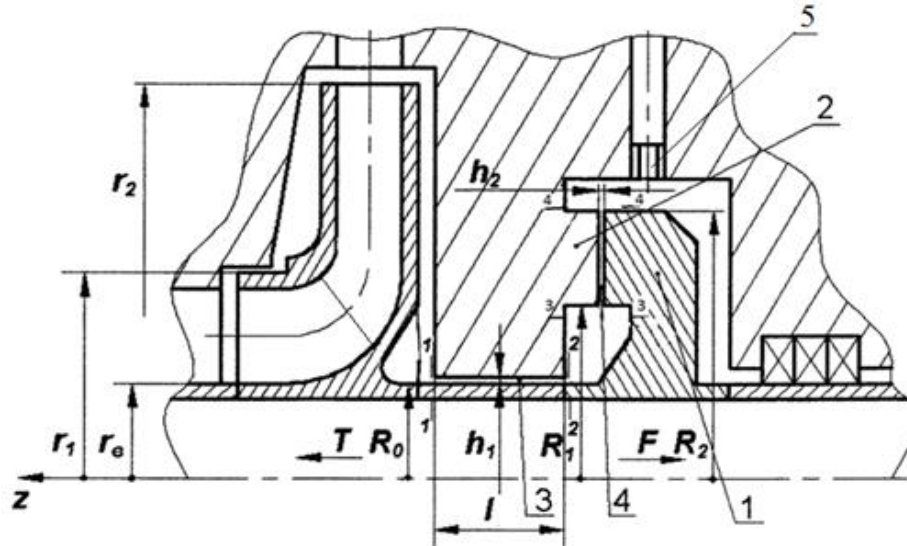


Рисунок 5.1 – Розрахункова схема автоматичного зрівноважувального пристрою

1 – розвантажувальний диск; 2 – опірне кільце (підп’ятник); 3 і 4 – циліндричний та торцевий дроселі відповідно; 5 – дросель обвідної труби

Виберемо два перерізи, переріз 1-1 на вході і переріз 2-2 на виході з циліндричного дроселя з параметрами потоку P_1, v_1 и P_2, v_2 відповідно і запишемо рівняння Бернуллі :

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} - \frac{\omega^2 R_0^2}{8g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} - \frac{\omega^2 R_0^2}{8g} + \sum h_{1-2};$$

Нехтуючи швидкісними напорами в перерізах 1-1 і 2-2, отримаємо

$$P_1 = P_2 + \gamma \sum h_{1-2}.$$

Тут:

$$\begin{aligned} \Sigma h_{1-2} &= h_{ex} + h_{\partial} + h_{вих} = \zeta_{ex} \frac{\tilde{V}_1^2}{2g} + \lambda_1 \frac{l_1}{2h_1} \frac{\tilde{V}_1^2}{2g} + \zeta_{вих} \frac{\tilde{V}_1^2}{2g} = \\ &= \left(\zeta_{ex} + \lambda_1 \frac{l_1}{2h_1} + \zeta_{вих} \right) \frac{\tilde{V}_1^2}{2g} = \left| \zeta_{ex}=0,5; \zeta_{вих}=1,0; \lambda_1=0,04 \right| = \\ &= \left(1,5 + \lambda_1 \frac{l_1}{2h_1} \right) \frac{\tilde{V}_1^2}{2g} = \zeta_1 \frac{\tilde{V}_1^2}{2g}, \end{aligned}$$

де $\zeta_1 = \left(1,5 + \lambda_1 \frac{l_1}{2h_1} \right)$ - коефіцієнт опору циліндричного дроселю.

З урахуванням цього:

$$\begin{aligned} P_1 - P_2 &= \zeta_1 \frac{\rho \tilde{V}_1^2}{2} \Rightarrow \\ \tilde{V}_1 &= \left(0,5 \rho \zeta_1 \right)^{-0,5} \sqrt{P_1 - P_2}. \end{aligned}$$

Так як:

$$q_1 = \tilde{V}_1 \cdot S_1 = \tilde{V}_1 \cdot 2\pi R_0 h_1,$$

то витрати рідини через циліндричний дросель будуть дорівнювати:

$$q_1 = 2\pi R_0 h_1 \left(0,5 \rho \zeta_1 \right)^{-0,5} \cdot \sqrt{P_1 - P_2} = g_1 \sqrt{P_1 - P_2}, \quad (5.1)$$

де $g_1 = 2\pi R_0 h_1 \left(0,5 \rho \zeta_1 \right)^{-0,5}$ – провідність циліндричного дроселя.

Виразимо тиск P_1 на вході в циліндричний дросель через тиск P_H на виході із робочого колеса останньої ступені насоса. Враховуючи, що кутова швидкість рідини в пазусі дорівнює $\omega_p = \frac{\omega}{2}$, запишемо:

$$P_1 = P_H + \frac{\rho \omega^2}{8} \left(R_0^2 - r_2^2 \right).$$

З врахуванням цього (5.1) приймає вигляд:

$$q_1 = g_1 \sqrt{P_H - P_2 + \frac{\rho \omega^2}{8} (R_0^2 - r_2^2)} \quad (5.2)$$

5.2.2 Витрати рідини через торцевий дросель гідроп'яти

Торцевий дросель гідроп'яти представляє торцеву шпарину, одна із стінок якої (підп'ятник), нерухома, а, інша (диск гідроп'яти), обертається з кутовою швидкістю ω , рівною кутовій швидкості обертання ротора (рис. 5.1).

Нехай параметри потоку в перерізі 3 P_3 , v_3 , в перерізі 4 P_4 , v_4 и $P_3 > P_4$, тобто течія походить від перерізу 3 до перерізу 4. Для вибраних перерізів 3-3 на вході і 4-4 на виході з параметрами P_3 , v_3 та P_4 , v_4 , відповідно запишемо рівняння Бернуллі в рухомій системі відліку:

$$\frac{P_3}{\gamma} + \frac{\alpha_3 V_3^2}{2g} - \frac{\omega^2 R_1^2}{8g} = \frac{P_4}{\gamma} + \frac{\alpha_4 V_4^2}{2g} - \frac{\omega^2 R_2^2}{8g} + \Sigma h_{3-4}$$

$$\frac{\alpha_3 V_3^2}{2g} - \frac{\alpha_4 V_4^2}{2g} \approx 0 \text{ - нехтуємо, тоді:}$$

$$P_3 - P_4 + \frac{\rho \omega^2}{8} (R_2^2 - R_1^2) = \gamma \Sigma h_{3-4}.$$

Де:

$$\Sigma h_{3-4} = h_{\text{вх}} + h_{\text{д}} + h_{\text{вих}};$$

$$h_{\text{вх}} = \zeta_{\text{вх}} \frac{\tilde{V}_3^2}{2g} = |\zeta_{\text{вх}} = 0,2| = 0,2 \frac{\tilde{V}_3^2}{2g};$$

$$h_{\text{вих}} = \zeta_{\text{вих}} \frac{\tilde{V}_4^2}{2g} = \left| \zeta_{\text{вих}} = 1,0; \tilde{V}_3 2\pi R_1 h_2 = \tilde{V}_4 2\pi R_2 h_2 \Rightarrow \tilde{V}_4 = \tilde{V}_3 \frac{R_1}{R_2} \right| = \frac{R_1^2}{R_2^2} \frac{\tilde{V}_3^2}{2g}$$

На підставі експериментів коефіцієнт місцевого опору на вході в торцевий дросель $\zeta_{\text{вх}} = 0,15 \div 0,25$. Зазвичай приймають $\zeta_{\text{вх}} = 0,2$. Коефіцієнт місцевого опору на виході $\zeta_{\text{вих}} = 1$.

Втрати на елементі довжини торцевої шпарини dr визначаються за формулою Дарсі-Вейсбаха :

$$h_{\partial} = \int_{R_1}^{R_2} dh_{\partial} = \int_{R_1}^{R_2} \lambda_2 \frac{dr}{2h_2} \frac{\tilde{V}_3^2}{2g} = \left| 2\pi R_1 h_2 \tilde{V}_3 = 2\pi R h_2 \tilde{V} \Rightarrow \tilde{V} = \tilde{V}_3 \frac{R_1}{R} \right| =$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \lambda_2 \frac{dr}{2h_2} \frac{\tilde{V}_3^2 R_1^2}{2g R^2} = \frac{\lambda_2}{2h_2} \frac{\tilde{V}_3^2}{2g} R_1^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{R^2} = \frac{\lambda_2}{2h_2} \frac{\tilde{V}_3^2}{2g} R_1^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Гідравлічний коефіцієнт тертя λ_2 для торцевої щілини, для турбулентного режиму течії, вважатимемо постійним і рівним $\lambda_2 = 0,06$.

Таким чином отримаємо:

$$\Sigma h_{3-4} = \frac{\tilde{V}_3^2}{2g} \left[0,2 + \lambda_2 \frac{R_1^2}{2h_2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{R_1^2}{R_2^2} \right].$$

З урахуванням цього:

$$P_3 - P_4 + \frac{\rho \omega^2}{8} (R_2^2 - R_1^2) = \frac{\rho \tilde{V}_3^2}{2} \left[0,2 + \lambda_2 \frac{R_1^2}{2h_2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{R_1^2}{R_2^2} \right]$$

Позначимо $\zeta_2 = \left[0,2 + \lambda_2 \frac{R_1^2}{2h_2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{R_1^2}{R_2^2} \right]$ - коефіцієнт опору торцевого

дроселя.

Тоді:

$$\tilde{V}_3 = (0,5 \rho \zeta_2)^{-0,5} \sqrt{P_3 - P_4 + \frac{\rho \omega^2}{8} (R_2^2 - R_1^2)}.$$

Звідси:

$$q_2 = 2\pi R_1 h_2 (0.5\rho\zeta_2)^{-0.5} \sqrt{P_3 - P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8} (R_2^2 - R_1^2)}.$$

Так як $P_3 = P_2 + \frac{\rho\omega^2}{8} (R_2^2 - R_1^2)$,

то:

$$\begin{aligned} q_2 &= 2\pi R_1 h_2 (0.5\rho\zeta_2)^{-0.5} \sqrt{P_2 + \frac{\rho\omega^2}{8} (R_1^2 - R_0^2) - P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8} (R_2^2 - R_1^2)} = \\ &= 2\pi R_1 h_2 (0.5\rho\zeta_2)^{-0.5} \sqrt{P_2 - P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8} (R_2^2 - R_0^2)} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Позначимо $g_2 = 2\pi R_1 h_2 (0.5\rho\zeta_2)^{-0.5}$ - провідність торцевого дроселю.

Тоді:

$$q_2 = g_2 \sqrt{P_2 - P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8} (R_2^2 - R_0^2)} \quad (5.4)$$

5.2.3 Визначення витрат рідини через вузол гідроп'яти

Вузол гідроп'яти включає послідовно розміщені циліндричний та торцевий дроселі.

Витрати рідини через гідроп'яту знаходяться з рівняння балансу витрат.

Витрата рідини через циліндричний дросель знаходиться з формули (5.2)

$$q_1 = g_1 \sqrt{P_H - P_2 + \frac{\rho\omega^2}{8} (R_0^2 - r_2^2)}.$$

Витрати рідини через торцевий дросель знаходиться за формулою (5.4)

$$q_2 = g_2 \sqrt{P_2 - P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8} (R_2^2 - R_0^2)}.$$

З рівняння балансу витрат маємо:

$$q = q_1 = q_2.$$

Звідки:

$$g_1 \sqrt{P_H - P_2 + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_0^2 - r_2^2)} = g_2 \sqrt{P_2 - P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - R_0^2)}.$$

Звідси:

$$g_1^2 \left[P_H - P_2 + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_0^2 - r_2^2) \right] = g_2^2 \left[P_2 - P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - R_0^2) \right].$$

Визначимо тиск P_2 :

$$P_2 = \frac{g_1^2 \left[P_H + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_0^2 - r_2^2) \right] + g_2^2 \left[P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - R_0^2) \right]}{g_1^2 + g_2^2}.$$

Витрати рідини через гідропр'яту будуть дорівнювати:

$$q = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \sqrt{P_H - P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2)} = g_e \sqrt{P_H - P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2)}, \quad (5.5)$$

де $g_e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}$ - еквівалентна провідність послідовно розташованих

циліндричного і торцевого дроселів.

5.2.4 Витрата рідини через обвідну трубу

Визначимо витрати рідини через обвідну трубу з регульованим дроселем.

Для перерізів 4-4, на вході в обвідну трубу, де тиск P_4 і переріз 5-5, на виході з обвідної труби, де тиск $P_{вх}$, запишемо рівняння Бернуллі:

$$\frac{P_4}{\gamma} + \frac{\alpha_4 V_4^2}{2g} = \frac{P_5}{\gamma} + \frac{\alpha_5 V_5^2}{2g} + \sum h_{4-5};$$

$$\frac{\alpha_4 V_4^2}{2g} - \frac{\alpha_5 V_5^2}{2g} \approx 0 \text{ - нехтуємо.}$$

Тоді

$$P_4 - P_5 = \gamma \Sigma h_{4-5}.$$

Тут:

$$\begin{aligned} \Sigma h_{4-5} &= h_{\text{вх}} + h_{\text{рег}} + h_{\text{д}} + h_{\text{вих}} = \zeta_{\text{вх}} \frac{\tilde{V}_5^2}{2g} + \zeta_{\text{рег}} \frac{\tilde{V}_5^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{\tilde{V}_5^2}{2g} + \zeta_{\text{вих}} \frac{\tilde{V}_5^2}{2g} = \\ &= \frac{\tilde{V}_5^2}{2g} \left[\zeta_{\text{вх}} + \lambda \frac{l}{d} + \zeta_{\text{вих}} + \zeta_{\text{рег}} \right] = \left| \zeta_{\text{вх}} = 0,5; \zeta_{\text{вих}} = 1,0 \right| = \frac{\tilde{V}_5^2}{2g} \left[1,5 + \lambda \frac{l}{d} + \zeta_{\text{рег}} \right] = \\ &= \zeta_3 \frac{\tilde{V}_5^2}{2g}, \end{aligned}$$

де $\zeta_3 = 1,5 + \lambda \frac{l}{d} + \zeta_{\text{рег}}$ - коефіцієнт опору обвідної труби.

Тоді:

$$\begin{aligned} P_4 - P_5 &= \zeta_3 \frac{\rho \tilde{V}_5^2}{2} = 0,5 \rho \zeta_3 \tilde{V}_5^2 \Rightarrow \tilde{V}_5 = (0,5 \rho \zeta_3)^{-0,5} \sqrt{P_4 - P_5} \Rightarrow \\ &\Rightarrow q_3 = \tilde{V}_5 S_{mp} = S_{mp} (0,5 \rho \zeta_3)^{-0,5} \sqrt{P_4 - P_5} = g_3 \sqrt{P_4 - P_5} \end{aligned}$$

де $g_3 = S_{mp} (0,5 \rho \zeta_3)^{-0,5}$ - провідність обвідної труби.

$$\text{Так як } P_5 = P_{\text{вх}}, \text{ то } q_3 = g_3 \sqrt{P_4 - P_{\text{вх}}}.$$

5.2.5 Витрата рідини через гідроп'яту з урахуванням обвідної труби.

Розглянемо вузол гідроп'яти, що включає послідовно розташовані циліндричний, торцевий дроселі і обвідну трубу (рис. 5.1).

Так як $q_3 = q$, то

$$\begin{aligned}
& g_e \sqrt{P_H - P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2)} = g_3 \sqrt{P_4 - P_{6x}} \Rightarrow \\
& \Rightarrow g_e^2 P_H - g_e^2 P_4 + g_e^2 \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2) = g_3^2 P_4 - g_3^2 P_{6x} \Rightarrow \\
& \Rightarrow g_e^2 \left[P_H + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2) \right] + g_3^2 P_{6x} = (g_e^2 + g_3^2) P_4 \Rightarrow \\
& \Rightarrow P_4 = \frac{1}{g_e^2 + g_3^2} \left\{ g_e^2 \left[P_H + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2) \right] + g_3^2 P_{6x} \right\}.
\end{aligned}$$

З урахуванням цього маємо:

$$\begin{aligned}
q &= g_3 \left\langle \frac{1}{g_e^2 + g_3^2} \left\{ g_e^2 \left[P_H + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2) \right] + g_3^2 P_{6x} \right\} - P_{6x} \right\rangle^{0,5} = \\
&= \frac{g_3}{\sqrt{g_e^2 + g_3^2}} \left\{ g_e^2 \left[P_H + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2) \right] + g_3^2 P_{6x} - g_e^2 P_{6x} - g_3^2 P_{6x} \right\}^{0,5} = \\
&= \frac{g_e g_3}{\sqrt{g_e^2 + g_3^2}} \sqrt{P_H - P_{6x} + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2)} \left| g_e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \right| = \\
&= \frac{g_1 g_2 g_3}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2} \sqrt{\left(\frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \right)^2 + g_3^2}} \sqrt{P_H - P_{6x} + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2)} = \\
&= \frac{g_1 g_2 g_3}{\sqrt{\frac{(g_1^2 + g_2^2)(g_1^2 g_2^2 + g_1^2 g_3^2 + g_2^2 g_3^2)}{g_1^2 + g_2^2}}} \sqrt{P_H - P_{6x} + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2)} = \\
&= \frac{g_1 g_2 g_3}{\sqrt{g_1^2 g_2^2 + g_1^2 g_3^2 + g_2^2 g_3^2}} \sqrt{P_H - P_{6x} + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2)} = \\
&= g_{e_{1-3}} \sqrt{P_H - P_{6x} + \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r_2^2)},
\end{aligned}$$

де $g_{e_{1-3}} = \frac{g_1 g_2 g_3}{\sqrt{g_1^2 g_2^2 + g_1^2 g_3^2 + g_2^2 g_3^2}}$ - еквівалентна провідність гідроп'яти з

врахуванням обвідної труби.

Так як:

$$P_H - P_{вх} = \gamma(H - H_1^{\text{дин}}),$$

де H – напір насоса; $H_1^{\text{дин}}$ – динамічна складова напору робочого колеса насоса, то:

$$q = g e_{1-3} \sqrt{\gamma \left[H - H_1^{\text{дин}} \right] + \frac{\rho \omega^2}{8} (R_2^2 - r_2^2)} \quad (5.6)$$

5.2.6 Рівняння осьової рівноваги ротора

Основним рівнянням статичного розрахунку є рівняння осьової рівноваги ротора:

$$T_z \cdot i + F_z = 0, \quad (5.7)$$

де T_z - проекція осьової сили, що діє на ступінь насоса;

i - кількість ступенів;

F_z - проекція зрівноважуючої сили розвантажувального диска на вісь OZ .

Осьова сила визначається інтегруванням незрівноваженої частини епюри тиску по робочому колесі:

$$T_z = \gamma \pi (r_1^2 - r_6^2) \left(H_{1p} - \frac{\omega^2}{8g} \left[r_2^2 - \frac{r_1^2 + r_6^2}{2} \right] \right) \quad (5.8)$$

Розподіл тисків по диску виразимо через тиск P_4 :

$$\begin{aligned} q_2^2 &= g_2^2 \left[P_3 - P_4 + \frac{\rho \omega^2}{8} (R_2^2 - R_1^2) \right] \\ P_3 &= P_4 - \frac{\rho \omega^2}{8} (R_2^2 - R_1^2) + \frac{q^2}{g_2^2} = \\ &= P_4 - \frac{\rho \omega^2}{8} (R_2^2 - R_1^2) + \frac{\rho q^2 \xi_2}{8 \pi^2 R_2^2 h_2^2} \end{aligned}$$

Для 3-3 і r-r запишемо:

$$\begin{aligned}
 \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} - \frac{\omega^2 R_1^2}{8g} &= \frac{P_2(r)}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} - \frac{\omega^2 r^2}{8g} + \sum h_{3-r} \\
 \sum h_{3-r} &= \xi_{\text{вк}} \frac{\bar{V}_3^2}{2g} + h\bar{\partial}_{3-r} \\
 h\bar{\partial}_{3-r} &= \int_{R_1}^r dh_{\bar{\partial}} = \int_{R_1}^r \lambda_2 \frac{dr}{2h_2} \frac{\bar{V}^2}{2g} = \left| \frac{2\pi r h_2 \bar{V} = 2\pi R_1 h_2 \bar{V}_3;}{\bar{V} = \bar{V}_3 \frac{R_1}{r}} \right| = \\
 &= \int_{R_1}^r \lambda_2 \frac{dr}{2h_2} \frac{R_1^2 \bar{V}_3^2}{r^2 2g} = \frac{\lambda_2}{2h_2} R_1^2 \frac{\bar{V}_3^2}{2g} \int_{R_1}^r \frac{dr}{r^2} = \\
 &= \frac{\lambda_2}{2h_2} R_1^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{r} \right) \frac{\bar{V}_3^2}{2g}; \\
 P_2(r) &= P_3 - \frac{\rho V^2}{2} + \frac{\rho \omega^2}{8} (r^2 - R_1^2) - \gamma \sum h_{3-r} = \\
 &= P_3 - \frac{R_1^2}{r^2} \frac{\rho V_3^2}{2} - 0.2 \frac{\rho V_3^2}{2} - \frac{\lambda_2}{2h_2} R_1^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{r} \right) \frac{\rho V_3^2}{2} + \frac{\rho \omega^2}{8} (r^2 - R_1^2) = \\
 &= \left| q = \bar{V}_3 2\pi R_1 h_2 \right| = \\
 &= P_3 - \frac{\rho q^2}{8\pi^2 R_1^2 h_2^2} - \left[\frac{R_1^2}{r^2} + 0.2 + \frac{\lambda_2}{2h_2} R_1^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{r} \right) \right] + \frac{\rho \omega^2}{8} (r^2 - R_1^2) = \\
 &= P_4 - \frac{\rho \omega^2}{8} (R_2^2 - R_1^2) + \frac{\rho q^2 \xi_2}{8\pi^2 R_2^2 h_2^2} - \frac{\rho q^2}{8\pi^2 R_1^2 h_2^2} \left[\frac{R_1^2}{r^2} + 0.2 + \frac{\lambda_2}{2h_2} R_1^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{r} \right) \right] +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\rho\omega^2}{8}(r^2 - R_1^2) = P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8}(r^2 - R_2^2) + \\
& + \frac{\rho q^2}{8\pi^2 R_2^2 h_2^2} \left\{ \zeta_2 - \frac{R_2^2}{R_1^2} \left[\frac{R_1^2}{r^2} + 0.2 + \frac{\lambda_2}{2h_2} R_1^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{r} \right) \right] \right\} = \\
& = P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8}(r^2 - R_2^2) + \frac{\rho q^2}{8\pi^2 R_1^2 h_2^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r^2} + \lambda_2 \frac{R_2^2}{2h_2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right) \right].
\end{aligned}$$

Залежності розподілу тиску по торцевим поверхням диска гідроп'яти
мають вигляд:

$$\begin{aligned}
P_1(r) &= P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8}(r^2 - R_2^2) + \frac{\rho q^2}{8\pi^2 R_2^2 h_2^2} \zeta_2; \\
P_2(r) &= P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8}(r^2 - R_2^2) + \frac{\rho q^2}{8\pi^2 R_2^2 h_2^2} - \frac{\rho q^2}{8\pi^2 R_1^2 h_2^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r^2} + \lambda_2 \frac{R_2^2}{2h_2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right) \right]; \\
P_3(r) &= P_4 + \frac{\rho\omega^2}{8}(r^2 - R_2^2).
\end{aligned}$$

Проінтегрувавши вирази для розподілу тисків по торцевим поверхням
диску гідроп'яти, отримаємо формулу зрівноважуючої сили розвантажувального
диска:

$$F_z = - \int_{R_0}^{R_1} P_1(r) \cdot 2\pi r dr - \int_{R_1}^{R_2} P_2(r) \cdot 2\pi r dr + \int_{R_0}^{R_2} P_3(r) \cdot 2\pi r dr =$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{\rho q^2}{8\pi R_2^2 h_2^2} \left(R_2^2 - R_1^2 - 2R_2^2 \ln \frac{R_2}{R_1} + \lambda_2 \frac{R_2^2 [R_2 - R_1]^2}{2h_2 R_2} + \zeta_2 [R_1^2 - R_0^2] \right) = \\
&= -\frac{\rho q^2}{8\pi h_2^2} \left(1 - \frac{R_1^2}{R_2^2} - 2 \ln \frac{R_2}{R_1} + \lambda_2 \frac{[R_2 - R_1]^2}{2h_2 R_2} + \zeta_2 \frac{[R_1^2 - R_0^2]}{R_2^2} \right) \quad (5.9)
\end{aligned}$$

Прийнята при розрахунку розвантаження осьової сили диском схема конструкції може бути видозмінена. У відповідності до цього повинні змінюватись і розрахункові формули.

5.2.7 Потужність механічних втрат в циліндричному дроселі

Від обертання втулки з кутовою швидкістю ω дотичні напруження по циліндричним поверхням знаходяться за формулою:

$$\tau = c_f \frac{\rho V_{ucp}}{2} = c_f \frac{\rho \omega^2 R_0^2}{8}, \quad (5.10)$$

де c_f – місцевий коефіцієнт тертя.

Так як гідравлічний коефіцієнт тертя $\lambda = 4c_f$, то $c_f = \frac{\lambda}{4}$. Тому:

$$\tau = \frac{\lambda}{4} \frac{\rho \omega^2 R_0^2}{8}. \quad (5.11)$$

Для турбулентної течії λ визначається за формулою Альтшуля, яка для циліндричного дроселя запишеться у вигляді:

$$\lambda = 0.11 \left(\frac{\Delta}{D_r} + \frac{68}{Re} \right)^{0.25}, \quad (5.12)$$

де Δ – еквівалентна шорсткість;

D_r – гідравлічний діаметр;

$Re = \frac{\omega R_0 D_r}{\nu}$ - число Рейнольдса.

Момент сил тертя в циліндричному зазорі від обертання втулки запишеться у вигляді:

$$M_z = \int_S R_0 \tau dS = R_0 \tau \int_S dS = |S = 2\pi R_0^2 l| = \tau 2\pi R_0 l = \frac{\lambda}{16} \rho \pi \omega^2 R_0^4 l.$$

Тоді потужність механічних втрат в циліндричному дроселі буде дорівнювати:

$$N_{\text{мех}}^{\text{цпл}} = M_z \omega = \frac{\lambda}{16} \rho \pi \omega^3 R_0^4 l. \quad (5.13)$$

5.2.8 Потужність механічних втрат в торцевому дроселі

Дотичні напруження по поверхні торцевого зазора від обертання диска п'яти з кутовою швидкістю ω визначаються наступним чином::

$$\tau = c_f \frac{\rho V_{\text{уср}}^2}{2} = c_f \frac{\rho \omega^2 r^2}{8}, \quad (5.14)$$

де c_f – місцевий коефіцієнт тертя.

Так як гідравлічний коефіцієнт тертя $\lambda = 4c_f$, то $c_f = \frac{\lambda}{4}$. Тому:

$$\tau = \frac{\lambda}{4} \frac{\rho \omega^2 r^2}{8}. \quad (5.15)$$

Для турбулентної течії λ визначається за формулою Альтшуля, яка для торцевого дроселя запишеться у вигляді:

$$\lambda = 0.11 \left(\frac{\Delta}{D_r} + \frac{68}{Re} \right)^{0.25}, \quad (5.16)$$

де Δ – еквівалентна шорсткість торцевої поверхні;

$D_r = 2h_2$ – гідравлічний діаметр;

$Re = \frac{\omega R_0 D_r}{\nu}$ - число Рейнольдса.

Момент сил тертя по поверхні диска п'яти в торцевому зазорі від обертання диска запишеться у вигляді:

$$M_z = \int_S r\tau dS = \frac{\lambda}{16} \rho\pi\omega^2 \int_{R_1}^{R_2} r^4 dr = \frac{\lambda}{80} \rho\pi\omega^2 (R_2^5 - R_1^5).$$

Тоді потужність механічних втрат в торцевому дроселі буде дорівнювати:

$$N_{\text{мех}}^{\text{торц}} = M_z \omega = \frac{\lambda}{80} \rho\pi\omega^3 (R_2^5 - R_1^5). \quad (5.17)$$

5.2.9 Визначення потужності механічних втрат на вузлі гідроп'яти

Потужність механічних втрат на вузлі гідроп'яти представлено у вигляді суми потужностей по поверхням у вигляді:

$$N_{\text{мех}} = N_{\text{ц1}} \Big|_{R_0} + N_{\text{ц2}} \Big|_{R_2} + N_{\text{Т1}} \Big|_{R_0-R_1} + N_{\text{Т2}} \Big|_{R_1-R_2} + N_{\text{Т3}} \Big|_{R_0-R_2} \quad (5.18)$$

Згідно (5.12) і (5.16) маємо:

$$N_{\text{ц1}} \Big|_{R_0} = \frac{\lambda_1}{16} \rho\pi\omega^3 R_0^4 l,$$

де $\lambda_1 = 0.11 \left(\frac{\Delta_1}{D_{\Gamma_1}} + \frac{68}{\text{Re}_1} \right)^{0.25}$; $\text{Re}_1 = \frac{\omega R_0 D_{\Gamma_1}}{\nu}$; $\Delta_1 = 0.01 \text{ мм}$; $\nu = 1.6 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$; $D_{\Gamma_1} = 2h_1$.

$$N_{\text{ц2}} \Big|_{R_2} = \frac{\lambda_2}{16} \rho\pi\omega^3 R_2^4 l,$$

де $\lambda_2 = 0.11 \left(\frac{\Delta_2}{D_{\Gamma_2}} + \frac{68}{\text{Re}_2} \right)^{0.25}$; $\text{Re}_2 = \frac{\omega R_2 2h_3}{\nu}$; $\Delta_2 = 0.01 \text{ мм}$;

$$\nu = 1.6 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}; h_3 = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}; D_{\Gamma_2} = 2h_3.$$

$$N_{\text{Т1}} \Big|_{R_0-R_1} = \frac{\lambda_{\text{Т1}}}{80} \rho\pi\omega^3 (R_1^5 - R_0^5),$$

$$\text{де } \lambda_{T1} = 0.11 \left(\frac{\Delta_{T1}}{D_{\Gamma_{T1}}} + \frac{68}{\text{Re}_{T1}} \right)^{0.25}; \text{Re}_{T1} = \frac{\omega R_1 2h_k}{\nu}; \Delta_{T1} = 0.01 \text{ мм};$$

$$\nu = 1.6 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}; h_k = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}; D_{\Gamma_{T1}} = 2h_k.$$

$$N_{T2} \Big|_{R_1-R_2} = \frac{\lambda_{T2}}{80} \rho \pi \omega^3 (R_2^5 - R_1^5),$$

$$\text{де } \lambda_{T2} = 0.11 \left(\frac{\Delta_{T2}}{D_{\Gamma_{T2}}} + \frac{68}{\text{Re}_{T2}} \right)^{0.25}; \text{Re}_{T2} = \frac{\omega R_2 2h_2}{\nu}; \Delta_{T2} = 0.01 \text{ мм};$$

$$\nu = 1.6 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}; h_2 = 10^{-3} R_2 \text{ м}; D_{\Gamma_{T2}} = 2h_2.$$

$$N_{T3} \Big|_{R_0-R_2} = \frac{\lambda_{T3}}{80} \rho \pi \omega^3 (R_2^5 - R_0^5),$$

$$\text{де } \lambda_{T3} = 0.11 \left(\frac{\Delta_{T3}}{D_{\Gamma_{T3}}} + \frac{68}{\text{Re}_{T3}} \right)^{0.25}; \text{Re}_{T3} = \frac{\omega R_2 2h_n}{\nu}; \Delta_{T3} = 0.01 \text{ мм};$$

$$\nu = 1.6 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}; h_n = 15 \cdot 10^{-3} \text{ м}; D_{\Gamma_{T3}} = 2h_n.$$

З урахуванням цього рівняння (5.18) набуде вигляду:

$$\begin{aligned} N_{\text{мех}} &= \frac{1}{16} \rho \pi \omega^3 (\lambda_1 R_0^4 l + \lambda_2 R_2^4 l_\delta) + \\ &+ \frac{1}{80} \rho \pi \omega^3 [\lambda_{T1} (R_1^5 - R_0^5) + \lambda_{T2} (R_2^5 - R_1^5) + \lambda_{T3} (R_2^5 - R_0^5)] = \\ &= \rho \pi \omega^3 \left\{ \frac{1}{16} (\lambda_1 R_0^4 l + \lambda_2 R_2^4 l_\delta) + \right. \\ &\left. + \frac{1}{80} [\lambda_{T1} (R_1^5 - R_0^5) + \lambda_{T2} (R_2^5 - R_1^5) + \lambda_{T3} (R_2^5 - R_0^5)] \right\} \end{aligned} \quad (5.19)$$

5.2.10 Визначення потужності об'ємних втрат на вузлі гідроп'яти

Потужність об'ємних втрат на вузлі гідроп'яти визначаються за загальноприйнятим підходом наступним чином.

Кожна одиниця маси рідини, що пройшла через гідроп'яту, забирає енергію у кількості $(H_1 i - H_1^{\text{дин}})$. За одиницю часу через п'яту проходить вага рідини в кількості $\rho g q$, де q - витрата рідини через п'яту. Тоді рідина, що проходить через п'яту, забирає енергію, яка дорівнює потужності об'ємних втрат на вузлі гідроп'яти.

$$N_{об} = \rho g q (H_1 i - H_1^{\text{дин}}). \quad (5.20)$$

5.2.11 Визначення втрат енергії на вузлі гідроп'яти

Втрати на вузлі гідроп'яти дорівнюють сумі механічних та об'ємних втрат.

$$N_n = N_{мех} + N_{об}. \quad (5.21)$$

Враховуючи (5.19) та (5.20), запишемо:

$$N_n = \rho \pi \omega^3 \left\{ \frac{1}{16} (\lambda_1 R_0^4 l + \lambda_2 R_2^4 l_0) + \right. \\ \left. + \frac{1}{80} [\lambda_{T1} (R_1^5 - R_0^5) + \lambda_{T2} (R_2^5 - R_1^5) + \lambda_{T3} (R_2^5 - R_0^5)] \right\} + \rho g q (H_1 i - H_1^{\text{дин}}). \quad (5.22)$$

5.2.12 Послідовність розв'язку задачі

В основі запропонованої методики статичного розрахунку гідроп'яти покладена система із трьох рівнянь:

$$T_{z1} i + F_{z1} = 0$$

$$m T_{z1} i + F_{z2} = 0;$$

$$\Phi(N_{няте}^{\min}, l, R_1, R_2) = 0.$$

Де:

$$T_{z1} = \pi(r_1^2 - r_{sm}^2) \left[\gamma(H_1 - H_1^{\partial un}) - \frac{\rho\omega^2}{8} \left(r_2^2 - \frac{r_1^2 + r_{sm}^2}{2} \right) \right];$$

$$F_{z1} = F_z \Big|_{h_2=R_2 10^{-3}};$$

$$F_{z2} = F_z \Big|_{h_2 \approx 0};$$

$$F_z = -\frac{\rho q^2}{8\pi h_2^2} \left[1 - \frac{R_1^2}{R_2^2} - 2 \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right) + \frac{\lambda_{T2}}{2h_2} \frac{(R_2 - R_1)^2}{R_2} + \xi_2 \frac{R_1^2 - R_0^2}{R_2^2} \right];$$

$$q = g e_{1-3} \sqrt{\gamma \left[H - H_1^{\partial un} \right] + \frac{\rho\omega^2}{8} (R_2^2 - r_2^2)}; g e_{1-3} = \frac{g_1 g_2 g_3}{\sqrt{g_1^2 g_2^2 + g_2^2 g_3^2 + g_1^2 g_3^2}}$$

$$g_1 = 2\pi R_0 h_1 (0,5 \rho \zeta_1)^{-0,5}; g_2 = 2\pi R_2 h_2 (0,5 \rho \zeta_2)^{-0,5}; g_3 = S_{mp} (0,5 \rho \zeta_3)^{-0,5},$$

де: g_1, g_2 - провідності циліндричного та торцевого дроселів відповідно; g_3 - провідність обвідної труби.

Послідовність розв'язку задачі:

1. Відповідно до умов роботи машини, задається коефіцієнт m , який визначає жорсткість статичної характеристики
2. Задаються рядом значення R_2 , і відповідно до них, для прийнятого m , S_{mp} і ζ_3 розв'язують систему рівнянь, з якої знаходяться відповідні значення l та R_1 .
3. По значенням R_2 , R_1 , l та q з рівняння (5.22) знаходяться відповідні їм втрати енергії на гідроп'яті N_{Π} .
4. Будується графік залежності $N_{\Pi}(R_2)$.
5. Із залежності $N_{\Pi}(R_2)$ знаходиться $R_{2 \text{ опт}}$, за якому отримуємо параметри гідроп'яти (l і R_1).
6. Для отриманої оптимальної, по прийнятим m , S_{mp} , ζ_3 геометрії гідроп'яти, будується статична і витратна характеристики.

5.3 Система рівнянь методики розрахунку гідроп'яти.

5.3.1 Гідравлічний розрахунок обвідної труби

Задача гідравлічного розрахунку обвідної труби полягає в знаходженні діаметра дроселя $d_{др}$ для прийнятої геометрії обвідної труби (рис. 5.2)

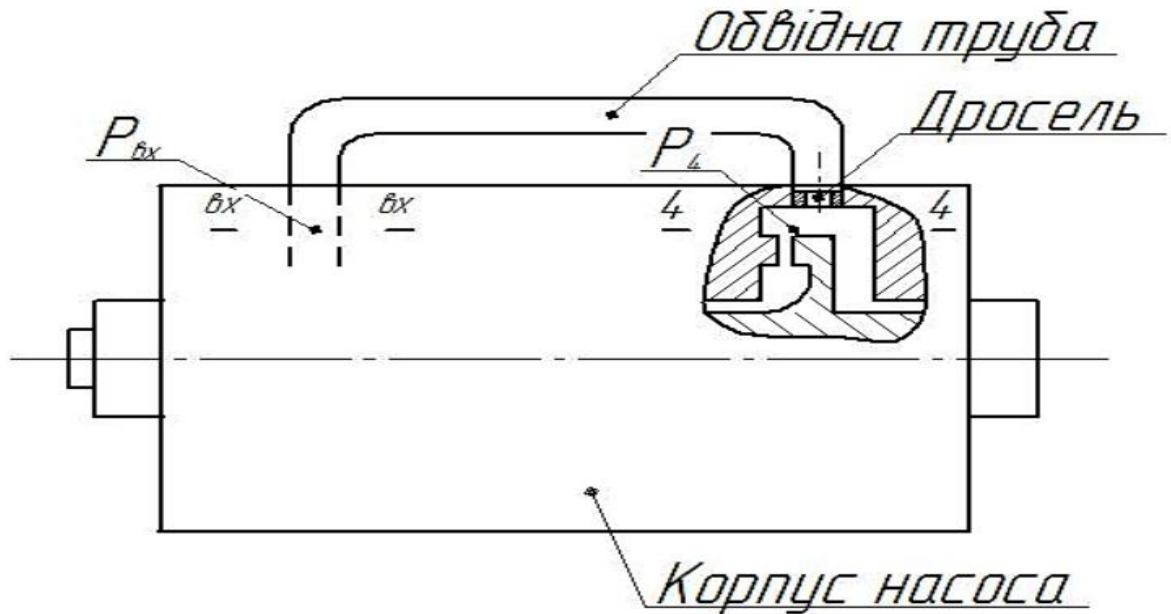


Рисунок 5.2 – Розрахункова схема обвідної труби

Для перетинів 4 – 4 і vx – vx запишемо рівняння Бернуллі:

$$\frac{P_4}{\gamma} + \frac{\alpha_4 V_4^2}{2g} = \frac{P_{vx}}{\gamma} + \frac{\alpha_{vx} V_{vx}^2}{2g} + \sum h_{4-vx}$$

Звідси:

$$P_4 - P_{vx} = \gamma \sum h_{4-vx}.$$

(5.23)

Де:

$$\zeta_{vx} = 0,5; \zeta_{vix} = 1,0;$$

$$\zeta_{p.p.} = \left(1 - \frac{d_{др}^2}{d_{тр}^2}\right)^2; \zeta_{кол} = \zeta_{кол}(r;d).$$

По рівнянню витрат $V_{ex.\partial p} S_{\partial p} = V_{mp} S_{mi} \Rightarrow V_{ex.\partial p} = V_{mp} \frac{S_{mp}}{S_{\partial p}}$.

Тоді:

$$\Sigma h_{4-ex} = \frac{V_{mp}^2}{2g} \left[\zeta_{ex} \left(\frac{S_{mp}}{S_{\partial p}} \right)^2 + \zeta_{p.p.} \left(\frac{S_{mp}}{S_{\partial p}} \right)^2 + 2\zeta_{кол} + \lambda \frac{l}{d_{mp}} + \zeta_{вих} \right]$$

Позначимо:

$$\zeta_{mp} = \left[\zeta_{ex} \left(\frac{S_{mp}}{S_{\partial p}} \right)^2 + \zeta_{p.p.} \left(\frac{S_{mp}}{S_{\partial p}} \right)^2 + 2\zeta_{кол} + \lambda \frac{l}{d_{mp}} + \zeta_{вих} \right] - \text{коефіцієнт опору}$$

обвідної труби.

Тоді:

$$\gamma \Sigma h_{4-ex} = \frac{\rho V_{mp}^2}{2} \zeta_{mp}.$$

Враховуючи (2.23), будемо мати:

$$V_{mp}^2 = (0,5 \rho \zeta_{mp})^{-0,5} \sqrt{P_4 - P_{ex}}.$$

З врахуванням цього:

$$q = V_{mp} S_{mp} = S_{mp} \left[(0,5 \rho \zeta_{mp})^{-0,5} \right] \sqrt{P_4 - P_{ex}} = g_3 \sqrt{P_4 - P_{ex}} \quad (5.24)$$

5.3.2 Система рівнянь методики статичного розрахунку гідроп'яти з урахуванням опору в обвідній трубі.

Запропонована методика статичного розрахунку гідроп'яти на базі одновимірної моделі руху рідини в рухомій системі відліку за умови мінімальних втрат енергії базується на системі рівнянь:

$$T_{z1} i + F_{z1} = 0;$$

$$m T_{z1} i + F_{z2} = 0; \quad (5.25)$$

$$\Phi(N_{пята}^{\min}, l, R_1, R_2) = 0.$$

Система рівнянь (5.25) замкнута відносно параметрів гідроп'яти R_1, R_2, l .

Врахування опору в обвідній трубі призводить до появи додаткового геометричного параметру яким є діаметр d_{op} додаткового дроселя труби.

Для побудови системи рівнянь з урахуванням опору обвідної труби, рівняння (5.24) представлено у вигляді:

$$\Phi_2(N_{п'яти}^{\min}, l, R_1, R_2, d_{op}) = 0.$$

З урахуванням цього маємо замкнуту систему рівнянь для статичного розрахунку гідроп'яти з урахуванням опору обвідної труби у вигляді:

$$\begin{aligned} T_{z1}i + F_{z1} &= 0; \\ mT_{z1}i + F_{z2} &= 0; \\ \Phi_1(N_{п'яти}^{\min}, l, R_1, R_2, d_{op}) &= 0; \\ \Phi_2(N_{п'яти}^{\min}, l, R_1, R_2, d_{op}) &= 0. \end{aligned} \quad (5.26)$$

Система рівнянь (5.26) замкнута відносно параметрів l, R_1, R_2, d_{op} .

Метою статичного розрахунку є вибір основних геометричних параметрів, що забезпечують економічну і надійну роботу системи зрівноваження осьових сил багатоступеневого насоса. Економічність і надійність роботи пристрою в першу чергу залежать від величини торцевого зазору між розвантажувальним диском і подушкою п'яти. Зі зменшенням торцевого зазору зменшується витік через систему розвантаження осьового тиску і підвищується економічність, проте при цьому швидше зношуються кільця гідроп'яти. Тобто, параметри гідроп'яти мають бути такими, щоб в заданому діапазоні зміни зрівноважуваної сили, торцевий зазор і витрати не виходили за допустимі межі.

Розглянуті методики розрахунку гідроп'яти базуються на рівнянні осьової рівноваги ротора і рівнянні витрати рідини через вузол розвантаження.

Основна відмінність в усіх розглянутих методиках розрахунку полягає в тому, які геометричні параметри гідроп'яти приймаються спочатку, а які розраховуються виходячи з умови рівноваги.

Надійність роботи вузла гідроп'яти в першу чергу визначається розміром торцевого зазору між розвантажувальним диском і подушкою п'яти. У одних методах розрахунку цей зазор приймається спочатку і, виходячи з нього і деяких інших параметрів гідроп'яти, визначаються інші параметри, що цікавлять. У інших, торцевий зазор визначається за іншими відомими розмірами і якщо він не задовольняє набутих значень, то розрахунок перераховується зі зміненими параметрами.

Розроблена нова методика статичного розрахунку гідроп'яти, в основі якої покладена замкнута система рівнянь за параметрами гідроп'яти за умови найменших втрат енергії для прийнятої жорсткості m статичної характеристики і геометрії обвідної труби. В роботі отримані розрахункові залежності запропонованої методики статичного розрахунку і приведений алгоритм її реалізації.

Крім того, по аналогії з рухом рідини в трубі круглого перетину, приведені розрахункові залежності для визначення втрат потужності при русі рідини в циліндричному і торцевому дроселях.

Для статичного розрахунку гідроп'яти з урахуванням втрат енергії в обвідній трубі отримана замкнута система рівнянь відносно параметрів R_1 , R_2 , l , $d_{др}$.

5.4 Дослідження впливу опору обвідної труби на характеристики гідроп'яти

Дослідження впливу опору обвідної труби на характеристики гідроп'яти виконується на живильному насосі ПЕ 600 – 300.

Насос ПЕ 600-300 – пускорезервний, живильний, входить до складу групи живильних насосів парових котлів з тиском 25 МПа, призначений для подавання живильної води в котел (рис. 5.3).

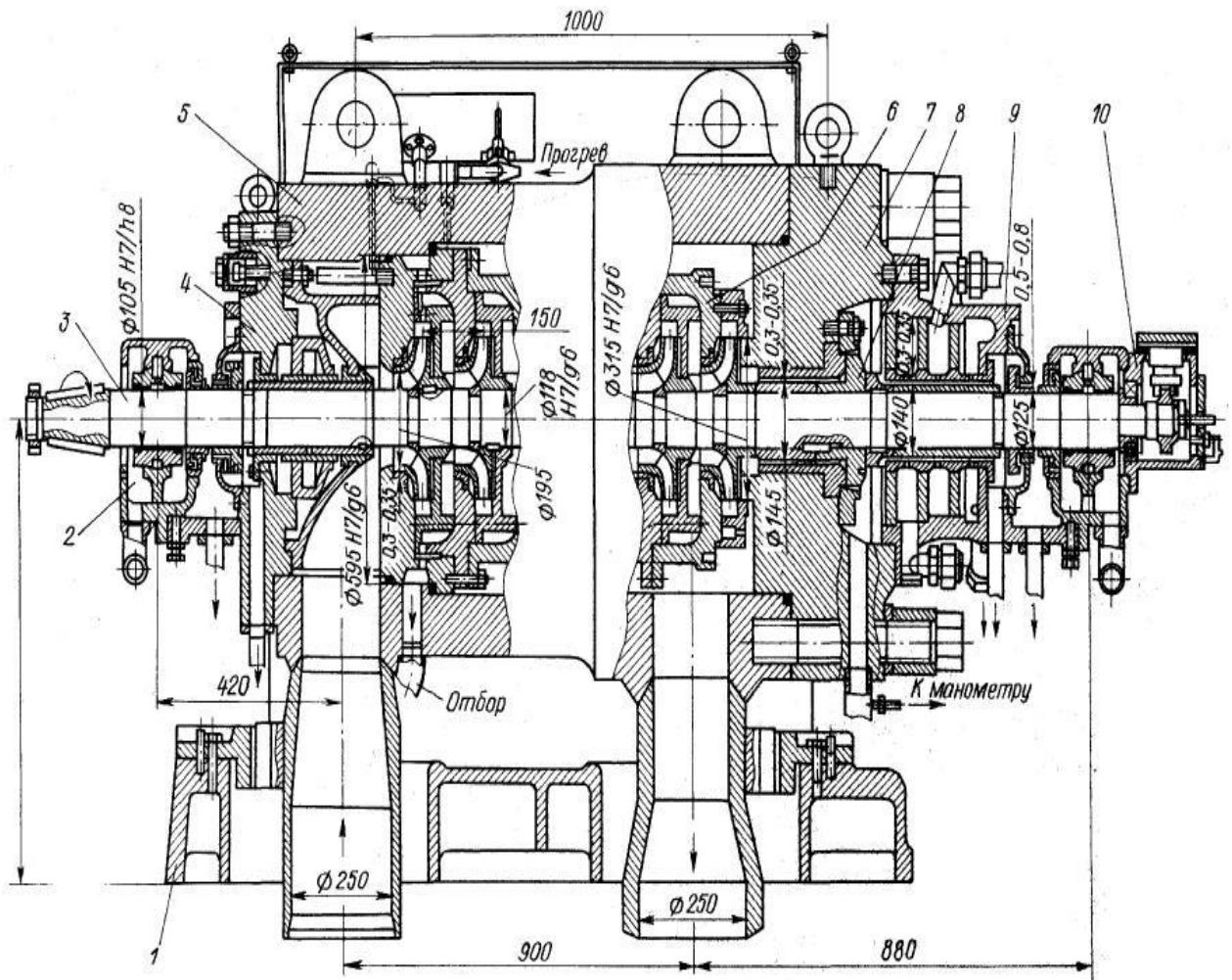


Рисунок 5.3 - Насос живильний ПЕ 600-300

На рисунку 5.3 зображено: 1 – фундаментна плита; 2 - опора; 3 - вал; 4 - кришка вхідна; 5 - зовнішній корпус; 6 - внутрішній корпус; 7 - кришка нагнітання; 8 - гідроп'ята; 9 – корпус ущільнення; 10 - упор ротора

Насос складається з корпусу 5, ротора насоса 3, на якому посаджені шість робочих колес, гідроп'яти 8, опорно-упорного вузла ротора 10 і так далі.

Характеристика насоса ПЕ 600-300 приведена на рис. 5.4.

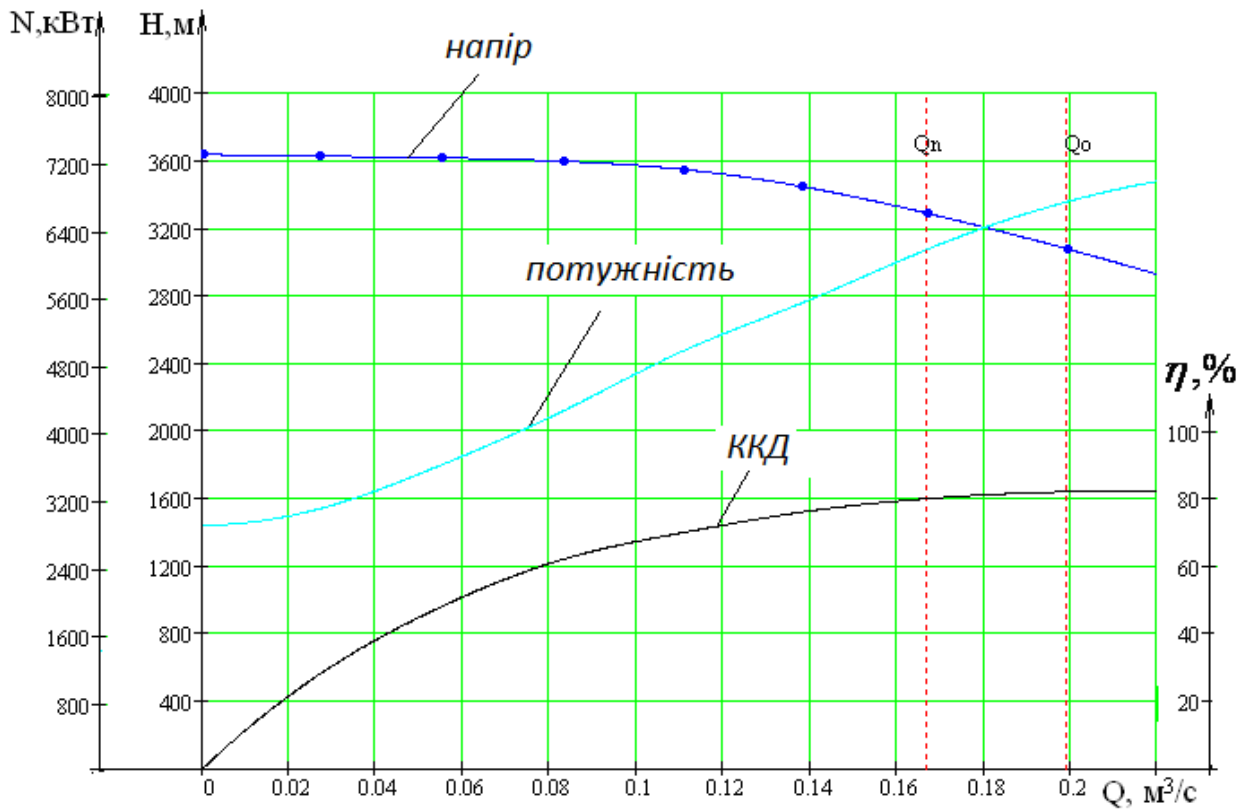


Рисунок 5.4 - Характеристика насоса ПЕ 600-300

На ротор насоса діє осьова сила $T_{oc} = T_{z1}i$, де T_{z1} - осьова сила, що діє на робоче колесо ступені; i - число ступенів насоса.

Осьова сила, що діє на робоче колесо ступені насоса, визначається за формулою:

$$T_{z1} = \gamma \pi (r_1^2 - r_2^2) \left(H_{1p} - \frac{\omega^2}{8g} \left[r_2^2 - \frac{r_1^2 + r_2^2}{2} \right] \right),$$

де $H_{1p} = H - H_1^{\text{дин}}$ - статичний напір робочого колеса ступені.

Графічна залежність осьової сили, що діє на робоче колесо ступені від подачі насоса $T_{z1}(Q)$ наведена на рисунку 5.5:

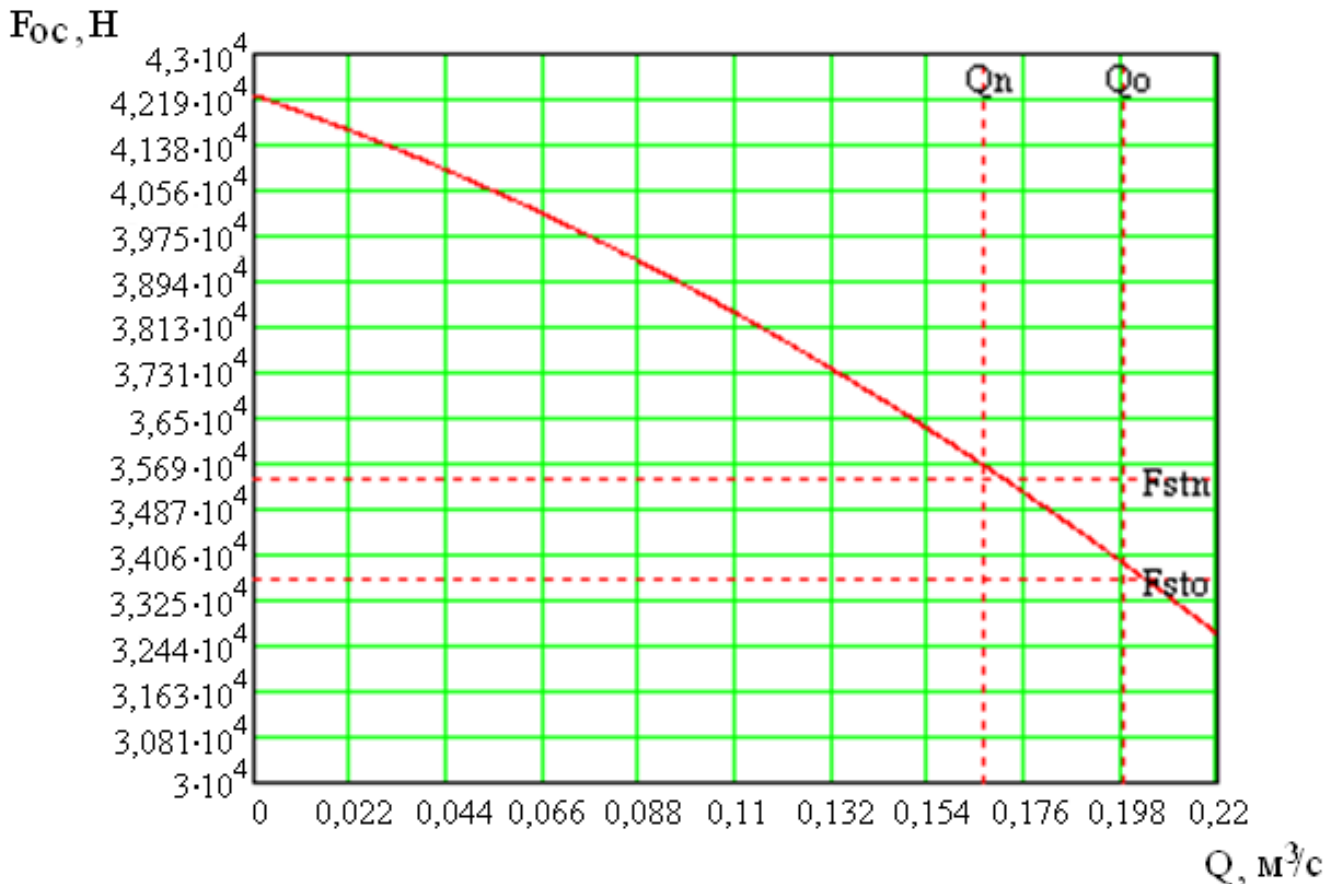


Рисунок 5.5 - Осьова сила, що діє на робоче колесо ступені насоса ПЕ 600-300

Із рис. 5.5 осьова сила, що діє на ротор насоса на номінальному режимі складає $T_{oc}^n = 2,14 \cdot 10^5 H$. На нульовому режимі осьова сила складає $T_{oc}^0 = 2,53 \cdot 10^5 H$, що перевищує осьову силу на номінальному режимі приблизно в 1,2 рази.

5.5 Вихідні дані для проведення досліджень по методиці розрахунку гідроп'яти при врахуванні опору обвідної труби

Основу методики розрахунку, відмінну від попередніх, складає замкнута система рівнянь за параметрами, які визначають геометрію гідроп'яти. Величини зазорів циліндричного і торцевого дроселів вважаються заданими із умови їх мінімально-допустимого значення. Так радіальний зазор циліндричного дроселя для насоса ПЭ 600-300 складає $h_1 = 0,25 \cdot 10^{-3}$ м, а торцевого дроселя із умови технологічності при відсутності торкання робочих поверхонь торцевої пари

приймається рівним $h_2 = 0,001 \cdot 10^{-3} \cdot R_2$ м. Для прийнятої геометрії обвідної труби S_{mp} , ζ_3 , геометрія гідроп'яти визначається трьома параметрами – довжиною циліндричного дроселя l , внутрішнім R_1 , та зовнішнім R_2 радіусами диска п'яти. Для їх знаходження вводиться замкнута система рівнянь.

$$\begin{aligned} T_{z1}i + F_{z1} &= 0 \\ mT_{z1}i + F_{z2} &= 0; \\ \Phi(N_{п'яти}^{\min}, l, R_1, R_2) &= 0. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Де

$$F_{z1} = F_z \Big|_{h_2=h_{2н}=0,001 \cdot R_2 \cdot 10^{-3}};$$

$$F_{z2} = F_z \Big|_{h_2 \approx 0},$$

Коефіцієнт $m = \frac{T_{z2}}{T_{z1}}$ враховує перевищення осьової сили

$F_{z2} = F_z \Big|_{h_2 \approx 0}$ над осьовою силою на номінальному режимі T_{z1} і може слугувати характеристикою жорсткості гідроп'яти.

Із характеристики зміни осьової сили від режиму роботи насоса (див. рис. 5.5) найбільше значення осьової сили припадає на нульовий режим роботи і перевищує для насоса ПЕ 600-300 осьову силу на номінальному режимі приблизно в 1,2 рази.

По результатам досліджень інших джерел, осьова сила за термін експлуатації від зносу переднього ущільнення робочого колеса і т.п., може вирости в $2 \div 2,5$ рази.

Враховуючи це, для широкого класу насосів, які не підпадають під особливі вимоги по надійності гідроп'яти, можна при розрахунку гідроп'яти прийняти величину m рівну $m = 3$.

Проведені раніше дослідження показали, що для прийнятого значення m

залежність втрат енергії на п'яті N_n має оптимальне значення, яке по величині втрат відповідає відповідній геометрії гідроп'яти. Дослідження проводились при невраховуванні опору обвідної труби.

Запропоновані дослідження спрямовані на визначенні впливу опору обвідної труби ζ_3 на величину і розташування оптимуму втрат енергії N_{Π}^{opt} , а також на зміну геометричних параметрів вузла гідроп'яти.

5.6 Результати досліджень впливу опору обвідної труби на характеристики гідроп'яти

Для прийнятих значення жорсткості гідроп'яти $m=3$, задавались значення опору обвідної труби ($\zeta_3=0, 10^1, 10^2, 5 \cdot 10^2, 10^3$) розв'язуючи замкнуту систему рівнянь відповідно до параметрів l, R_1 , будувались залежності l, R_1 , від R_2 за якими знаходились залежності змін втрат потужності і її складових (об'ємні і механічні) від радіуса R_2 . За даними залежностями знаходились величина і розташування N_{Π}^{opt} , для кожного із прийнятих значень опору обвідної труби ζ_3

Результати досліджень наведені нижче.

Таблиця 5.1 – Результати обчислень при $\zeta_3 = 0$

$R_2, \text{ м}$	0,115	0,12	0,13	0,14	0,15
$R_1, \text{ м}$	0,1056	0,1011	0,0930	0,0862	0,0802
$l, \text{ м}$	0,1575	0,2489	0,3515	0,3877	0,3868
$q, \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$	6,092 $\cdot 10^{-3}$	4,966 $\cdot 10^{-3}$	4,224 $\cdot 10^{-3}$	4,018 $\cdot 10^{-3}$	4,002 $\cdot 10^{-3}$
$N_{\text{мех}}, \text{ Вт}$	$3,143 \cdot 10^4$	$4,405 \cdot 10^4$	$6,665 \cdot 10^4$	$8,945 \cdot 10^4$	$1,157 \cdot 10^5$
$N_{\text{об}}, \text{ Вт}$	$1,661 \cdot 10^5$	$1,354 \cdot 10^5$	$1,152 \cdot 10^5$	$1,096 \cdot 10^5$	$1,091 \cdot 10^5$
$N_{\Pi}, \text{ Вт}$	$1,975 \cdot 10^5$	$1,794 \cdot 10^5$	$1,818 \cdot 10^5$	$1,99 \cdot 10^5$	$2,248 \cdot 10^5$

За даними таблиці 5.1 побудовані графіки залежності радіуса диска R_1 , довжини циліндричного дроселя l , витрат потужностей $N_{\text{мех}}, N_{\text{об}}, N_{\text{п}}$ від радіуса диска R_2 .

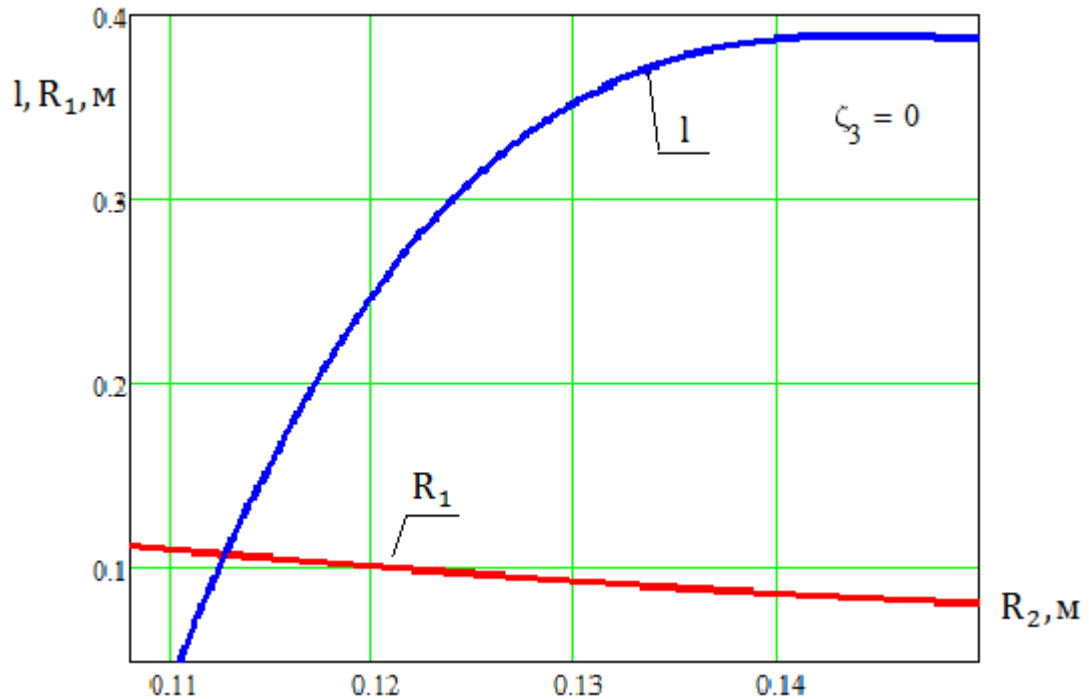


Рисунок 5.6 – Залежність радіуса R_1 і довжини l від радіуса R_2

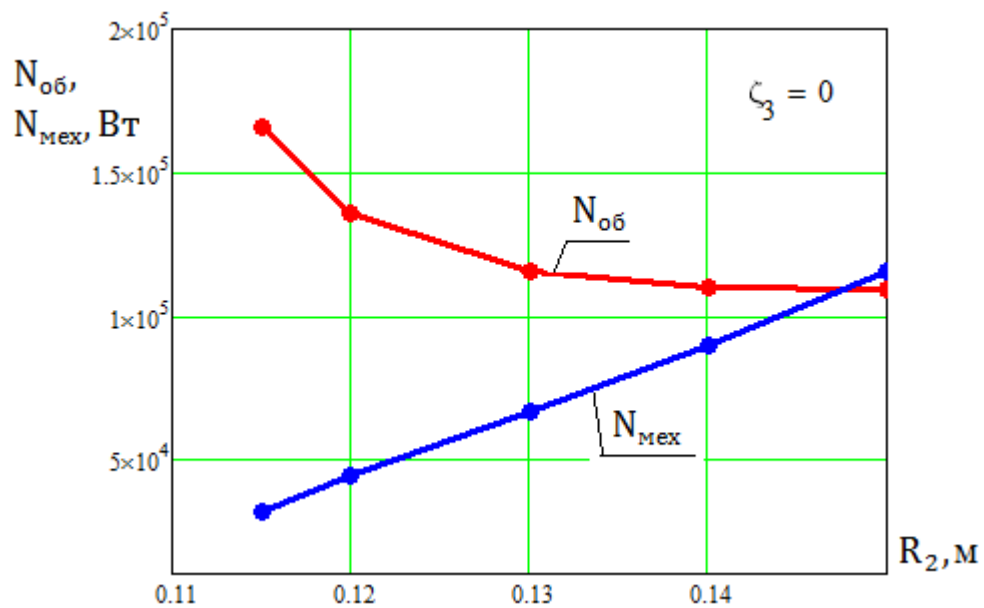


Рисунок 5.7 – Залежність об'ємних $N_{\text{об}}$ та механічних $N_{\text{мех}}$ витрат потужностей від радіуса R_2 диска гідропр'яти

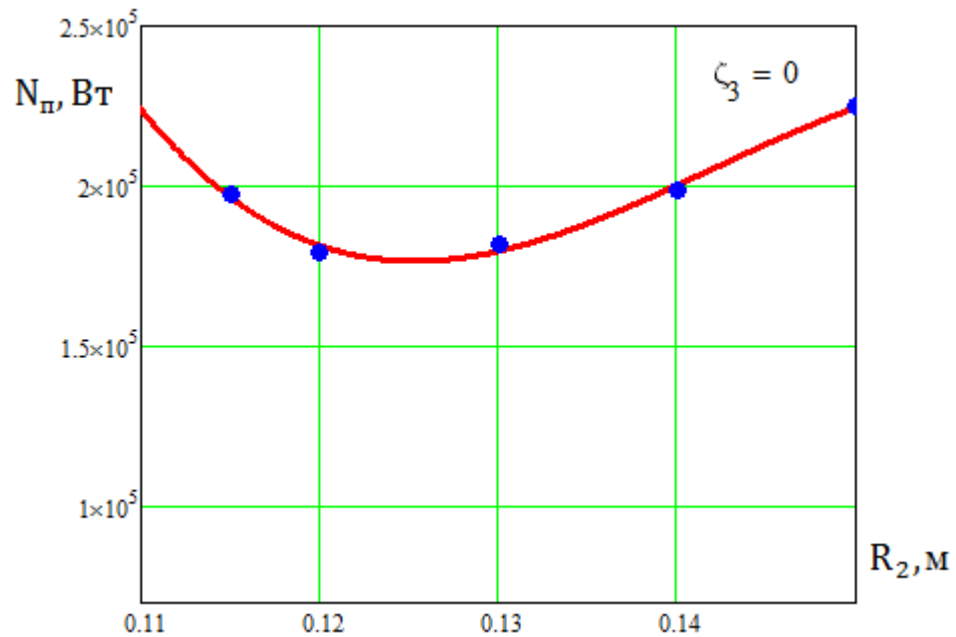


Рисунок 5.8 – Залежність втрат потужності на гідроп’яті при зміні радіуса диска R_2

Результати обчислень при $\zeta_3 = 10$ представлені в таблиці 5.2.

Таблиця 5.2 – Результати обчислень при $\zeta_3 = 10$

$R_2, \text{м}$	0,115	0,12	0,13	0,14	0,15
$R_1, \text{м}$	0,1056	0,1011	0,0930	0,0862	0,0802
$l, \text{м}$	0,1571	0,2485	0,3510	0,3873	0,3864
$q, \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$	6,092 $\cdot 10^{-3}$	4,966 $\cdot 10^{-3}$	4,224 $\cdot 10^{-3}$	4,018 $\cdot 10^{-3}$	4,002 $\cdot 10^{-3}$
$N_{\text{мех}}, \text{Вт}$	$3,14 \cdot 10^4$	$4,402 \cdot 10^4$	$6,662 \cdot 10^4$	$8,943 \cdot 10^4$	$1,156 \cdot 10^5$
$N_{\text{об}}, \text{Вт}$	$1,661 \cdot 10^5$	$1,354 \cdot 10^5$	$1,152 \cdot 10^5$	$1,096 \cdot 10^5$	$1,091 \cdot 10^5$
$N_{\text{п}}, \text{Вт}$	$1,972 \cdot 10^5$	$1,792 \cdot 10^5$	$1,815 \cdot 10^5$	$1,987 \cdot 10^5$	$2,245 \cdot 10^5$

За даними таблиці 5.2 побудовані графіки залежності радіуса диска R_1 , довжини циліндричного дроселя l , витрат потужностей $N_{\text{мех}}, N_{\text{об}}, N_{\text{п}}$ від радіуса диска R_2 .

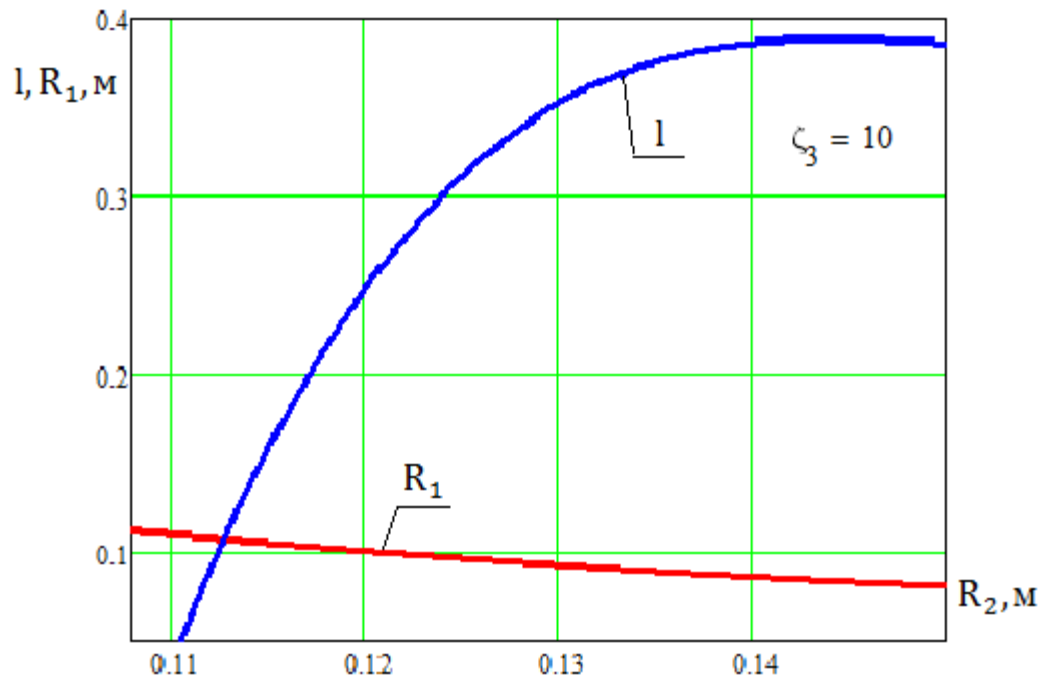


Рисунок 5.9 – Залежність радіуса R_1 і довжини l від радіуса R_2

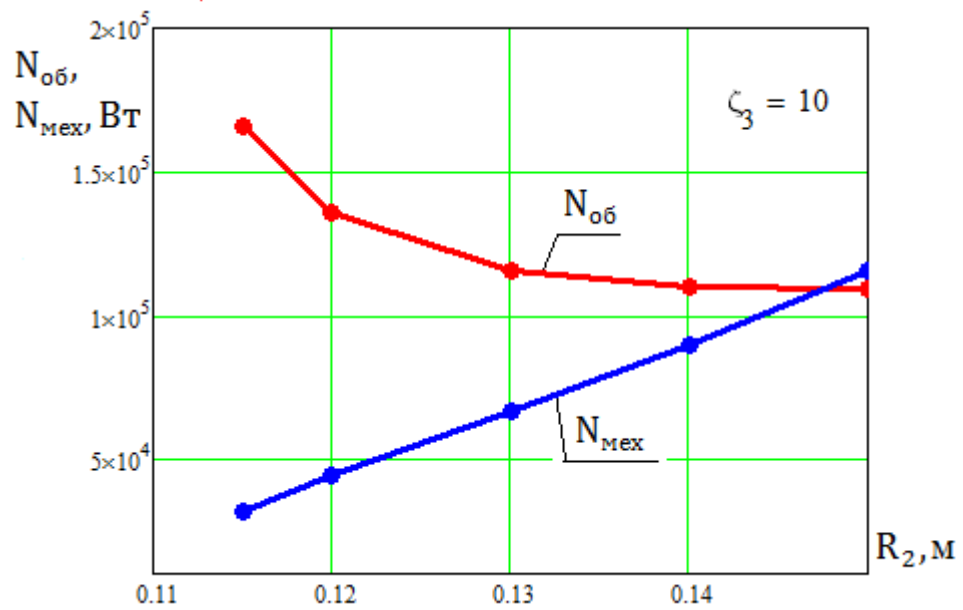


Рисунок 5.10 – Залежність об'ємних $N_{об}$ та механічних $N_{мех}$ втрат потужностей від радіуса R_2 диска гідроп'яти

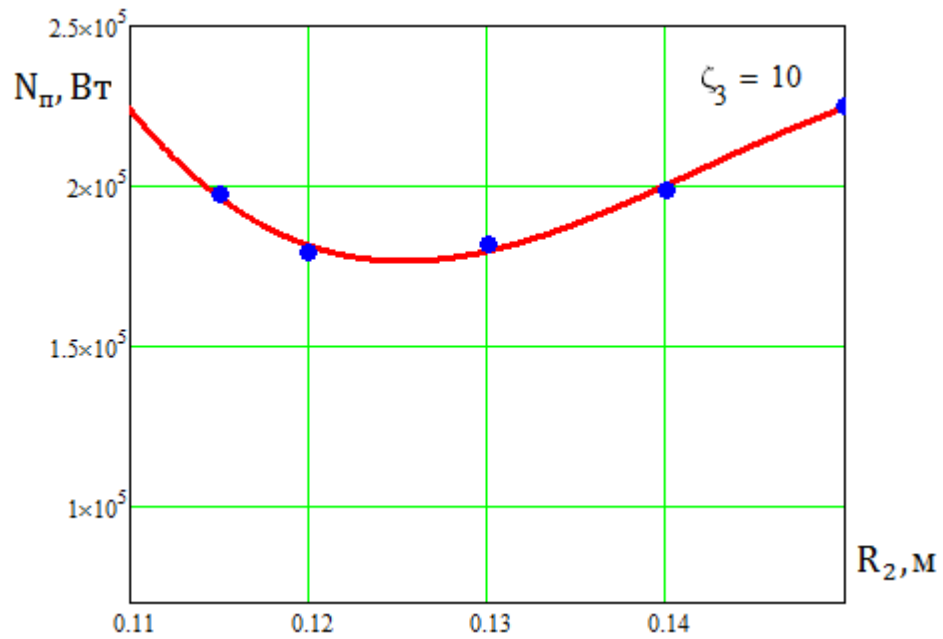


Рисунок 5.11 – Залежність втрат потужності на гідроп’яті при зміні радіуса диска R_2

Результати обчислень при $\zeta_3=10^2$ представлені в таблиці 5.3.

Таблиця 5.3 – Результати обчислень при $\zeta_3=10^2$

$R_2, \text{м}$	0,115	0,12	0,13	0,14	0,15
$R_1, \text{м}$	0,1056	0,1011	0,0930	0,0862	0,0802
$l, \text{м}$	0,1530	0,2444	0,3470	0,3832	0,3823
$q, \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$	6,092 $\cdot 10^{-3}$	4,966 $\cdot 10^{-3}$	4,224 $\cdot 10^{-3}$	4,018 $\cdot 10^{-3}$	4,002 $\cdot 10^{-3}$
$N_{\text{мех}}, \text{Вт}$	$3.114 \cdot 10^4$	$4.376 \cdot 10^4$	$6.635 \cdot 10^4$	$8.916 \cdot 10^4$	$1.154 \cdot 10^5$
$N_{\text{об}}, \text{Вт}$	$1.661 \cdot 10^5$	$1.354 \cdot 10^5$	$1.152 \cdot 10^5$	$1.096 \cdot 10^5$	$1.091 \cdot 10^5$
$N_{\text{п}}, \text{Вт}$	$1.972 \cdot 10^5$	$1.792 \cdot 10^5$	$1.815 \cdot 10^5$	$1.987 \cdot 10^5$	$2.245 \cdot 10^5$

За даними таблиці 5.3 побудовані графіки залежності радіуса диска R_1 , довжини циліндричного дроселя l , витрат потужностей $N_{\text{мех}}, N_{\text{об}}, N_{\text{п}}$ від радіуса диска R_2 .

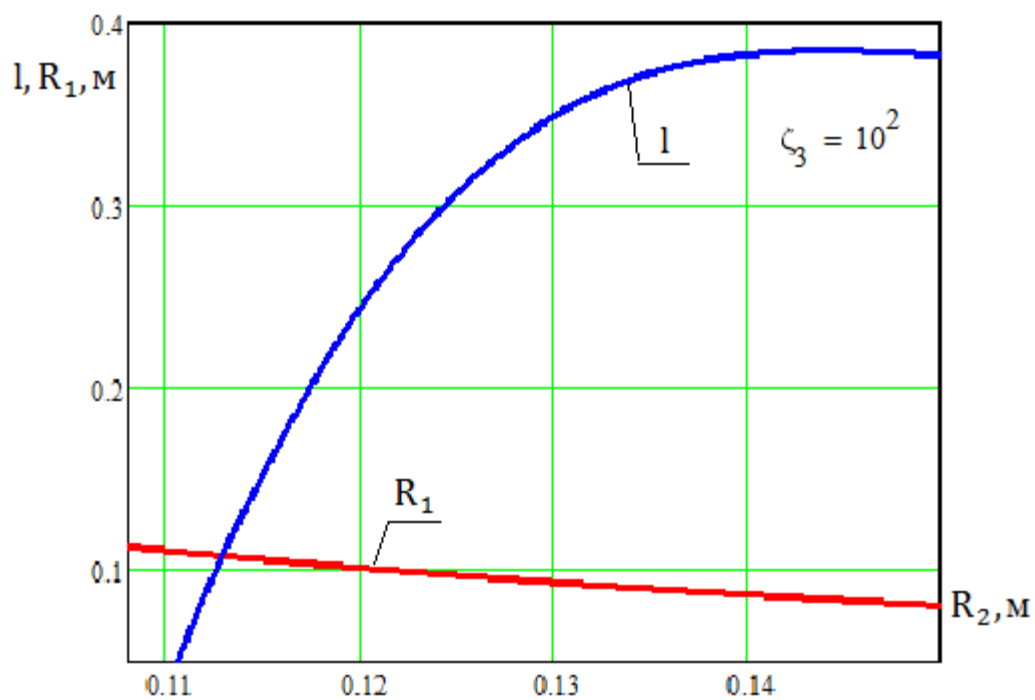


Рисунок 5.12 – Залежність радіуса R_1 і довжини l від радіуса R_2

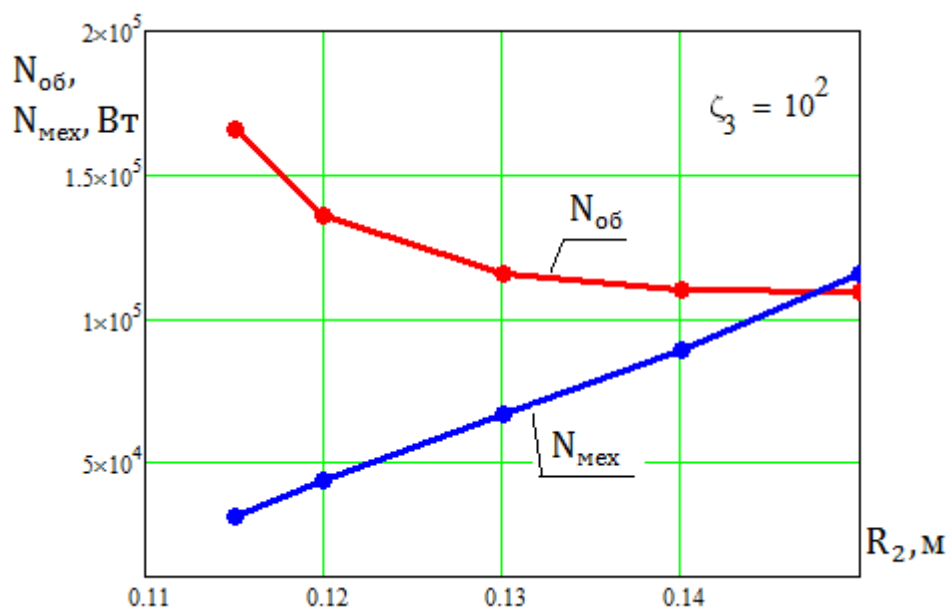


Рисунок 5.13 – Залежність об'ємних $N_{об}$ та механічних $N_{мех}$ втрат потужностей від радіуса R_2 диска гідроп'яти

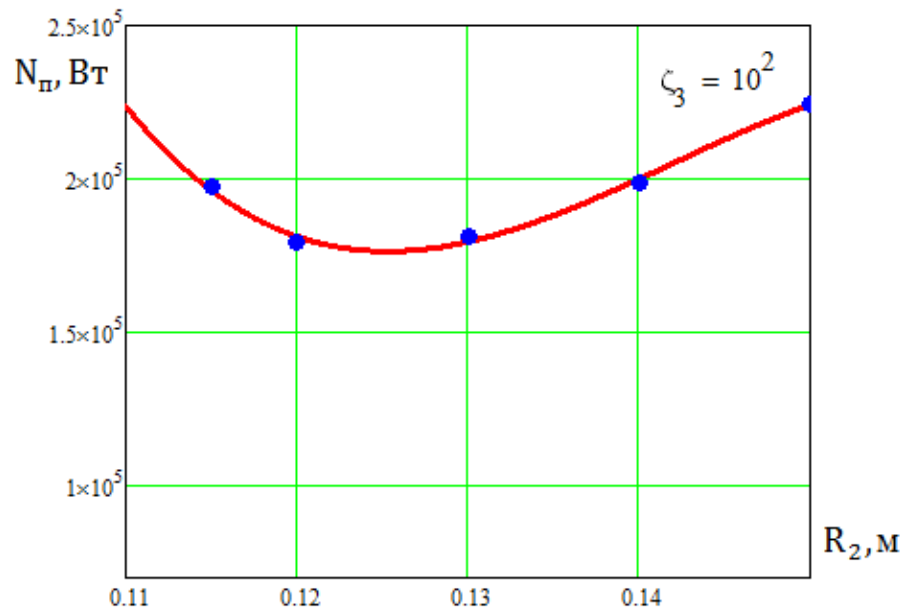


Рисунок 5.14 – Залежність втрат потужності на гідроп’яті при зміні радіуса диска R_2

Результати обчислень при $\zeta_3=5 \cdot 10^2$ представлені в таблиці 5.4.

Таблиця 5.4 – Результати обчислень при $\zeta_3=5 \cdot 10^2$

$R_2, \text{ м}$	0,115	0,12	0,13	0,14	0,15
$R_1, \text{ м}$	0,1056	0,1011	0,0930	0,0862	0,0802
$l, \text{ м}$	0,1350	0,2264	0,3290	0,3652	0,3643
$q, \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$	6,092 $\cdot 10^{-3}$	4,966 $\cdot 10^{-3}$	4,224 $\cdot 10^{-3}$	4,018 $\cdot 10^{-3}$	4,002 $\cdot 10^{-3}$
$N_{\text{мех}}, \text{ Вт}$	$2,997 \cdot 10^4$	$4,259 \cdot 10^4$	$6,519 \cdot 10^4$	$8,799 \cdot 10^4$	$1,142 \cdot 10^5$
$N_{\text{об}}, \text{ Вт}$	$1,661 \cdot 10^5$	$1,354 \cdot 10^5$	$1,152 \cdot 10^5$	$1,096 \cdot 10^5$	$1,091 \cdot 10^5$
$N_{\text{п}}, \text{ Вт}$	$1,961 \cdot 10^5$	$1,78 \cdot 10^5$	$1,803 \cdot 10^5$	$1,975 \cdot 10^5$	$2,233 \cdot 10^5$

За даними таблиці 5.4 побудовані графіки залежності радіуса диска R_1 , довжини циліндричного дроселя l , витрат потужностей $N_{\text{мех}}, N_{\text{об}}, N_{\text{п}}$ від радіуса диска R_2 .

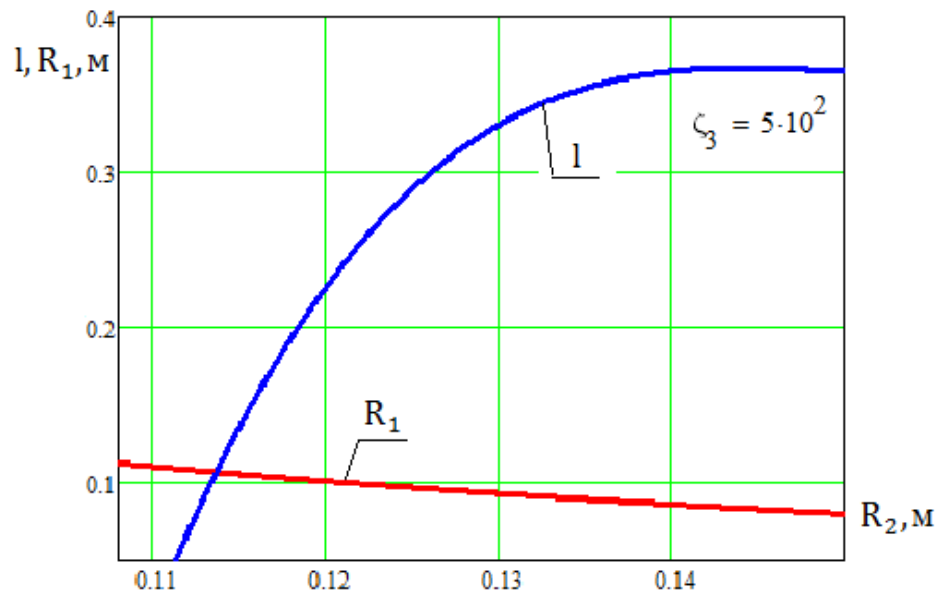


Рисунок 5.15 – Залежність радіуса R_1 і довжини l від радіуса R_2

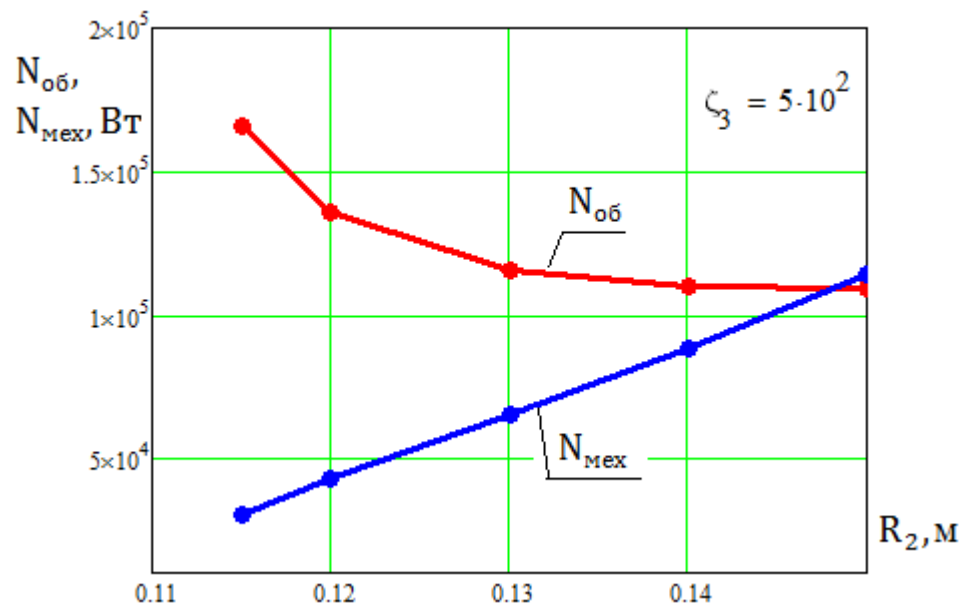


Рисунок 5.16 – Сумарна залежність об'ємних $N_{об}$ та механічних $N_{мех}$ втрат потужностей від радіуса R_2 диска гідроп'яти

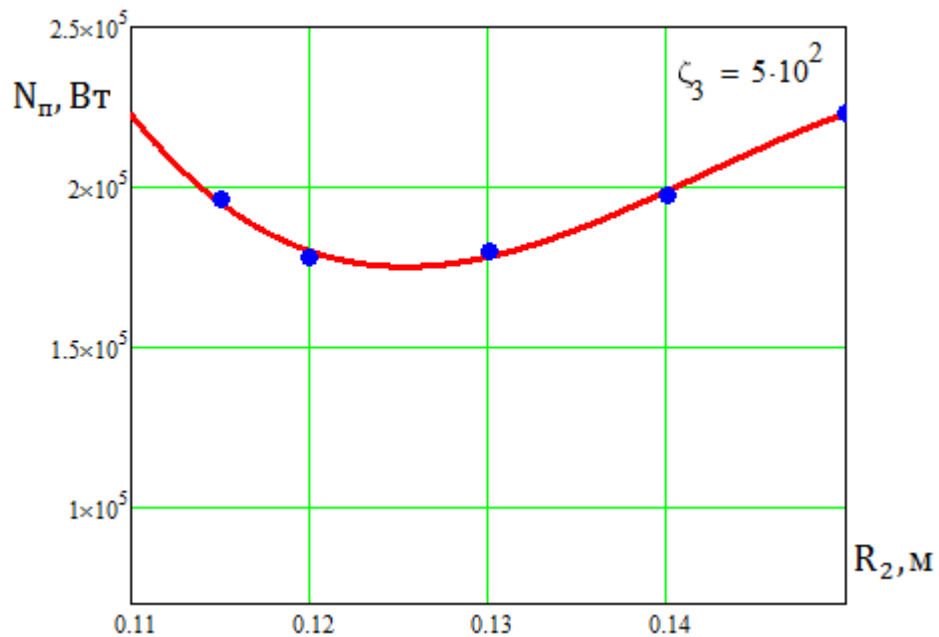


Рисунок 5.17 – Залежність втрат потужності на гідроп’яті при зміні радіуса диска R_2

Результати обчислень при $\zeta_3=10^3$ представлені в таблиці 5.5.

Таблиця 5.5 – Результати обчислень при $\zeta_3=10^3$

$R_2, \text{м}$	0,115	0,12	0,13	0,14	0,15
$R_1, \text{м}$	0,1056	0,1011	0,0930	0,0862	0,0802
$l, \text{м}$	0,1125	0,2039	0,3065	0,3427	0,3418
$q, \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$	6,092 $\cdot 10^{-3}$	4,966 $\cdot 10^{-3}$	4,224 $\cdot 10^{-3}$	4,018 $\cdot 10^{-3}$	4,002 $\cdot 10^{-3}$
$N_{\text{мех}}, \text{Вт}$	$2,851 \cdot 10^4$	$4,113 \cdot 10^4$	$6,373 \cdot 10^4$	$8,653 \cdot 10^4$	$1,128 \cdot 10^5$
$N_{\text{об}}, \text{Вт}$	$1,661 \cdot 10^5$	$1,354 \cdot 10^5$	$1,152 \cdot 10^5$	$1,096 \cdot 10^5$	$1,091 \cdot 10^5$
$N_{\text{п}}, \text{Вт}$	$1,946 \cdot 10^5$	$1,765 \cdot 10^5$	$1,789 \cdot 10^5$	$1,961 \cdot 10^5$	$2,219 \cdot 10^5$

За даними таблиці 5.5 побудовані графіки залежності радіуса диска R_1 , довжини циліндричного дроселя l , витрат потужностей $N_{\text{мех}}, N_{\text{об}}, N_{\text{п}}$ від радіуса диска R_2 .

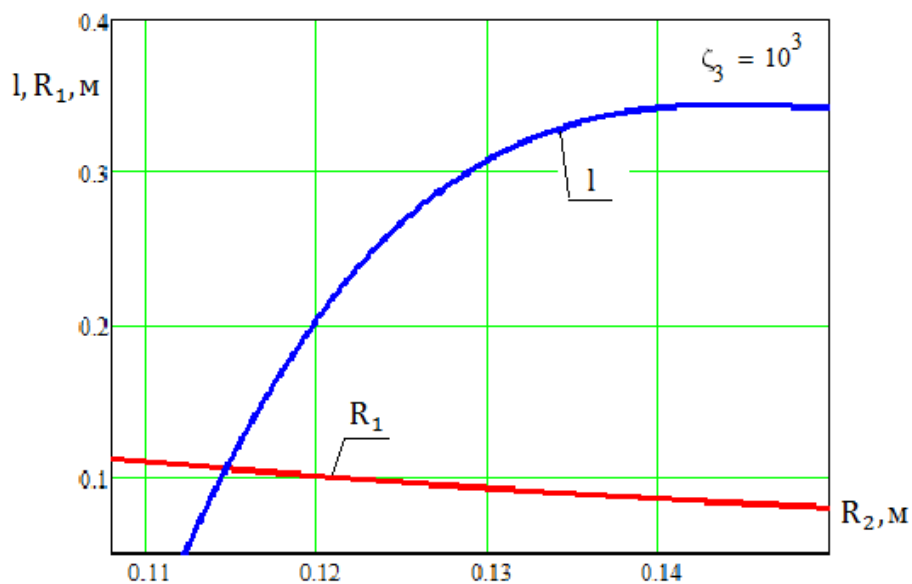


Рисунок 5.18 – Залежність радіуса R_1 і довжини l від радіуса R_2

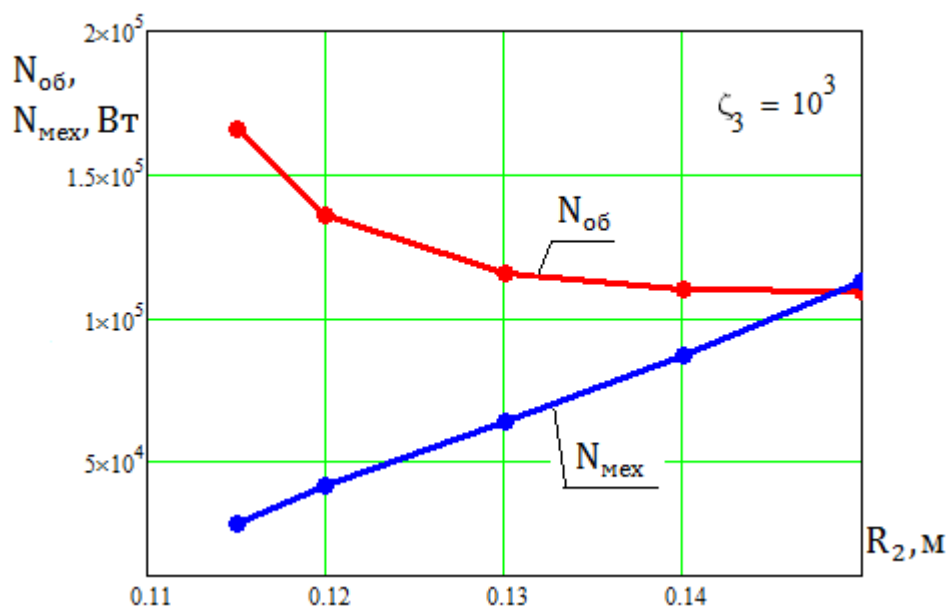


Рисунок 5.19 – Сумарна залежність об'ємних $N_{об}$ та механічних $N_{мех}$ втрат потужностей від радіуса R_2 диска гідроп'яти

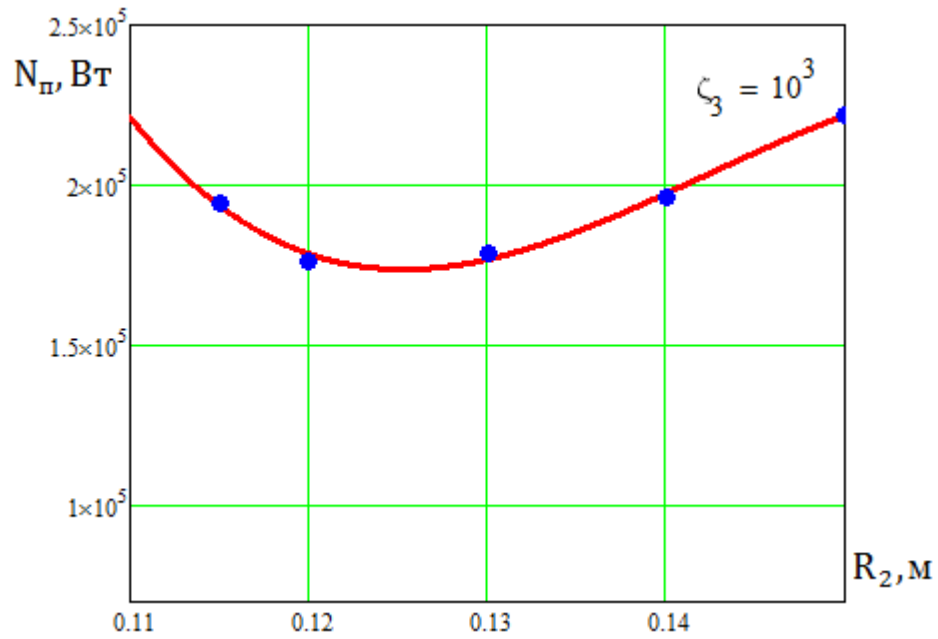
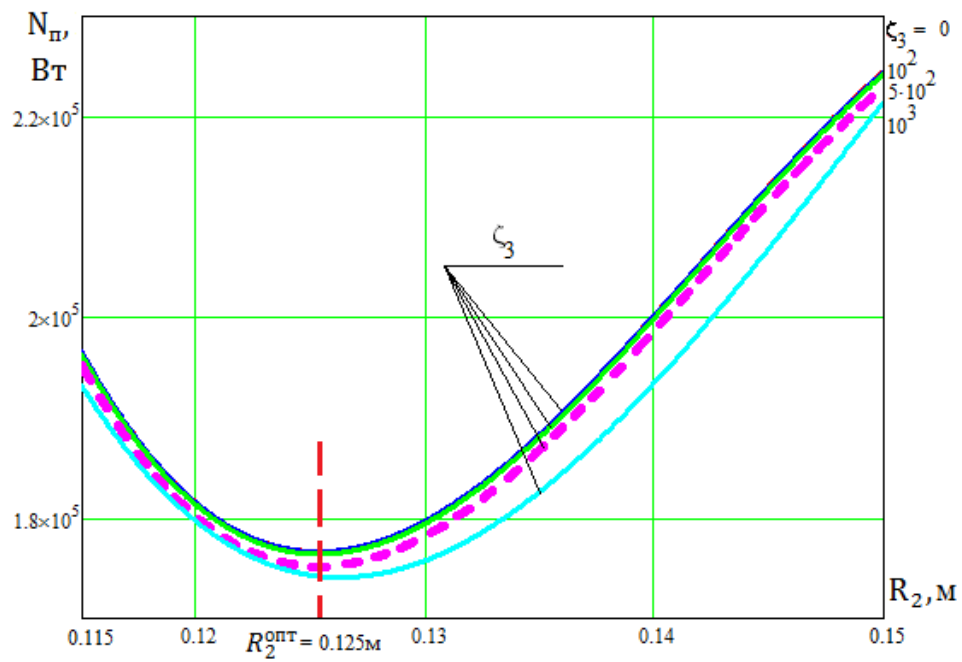
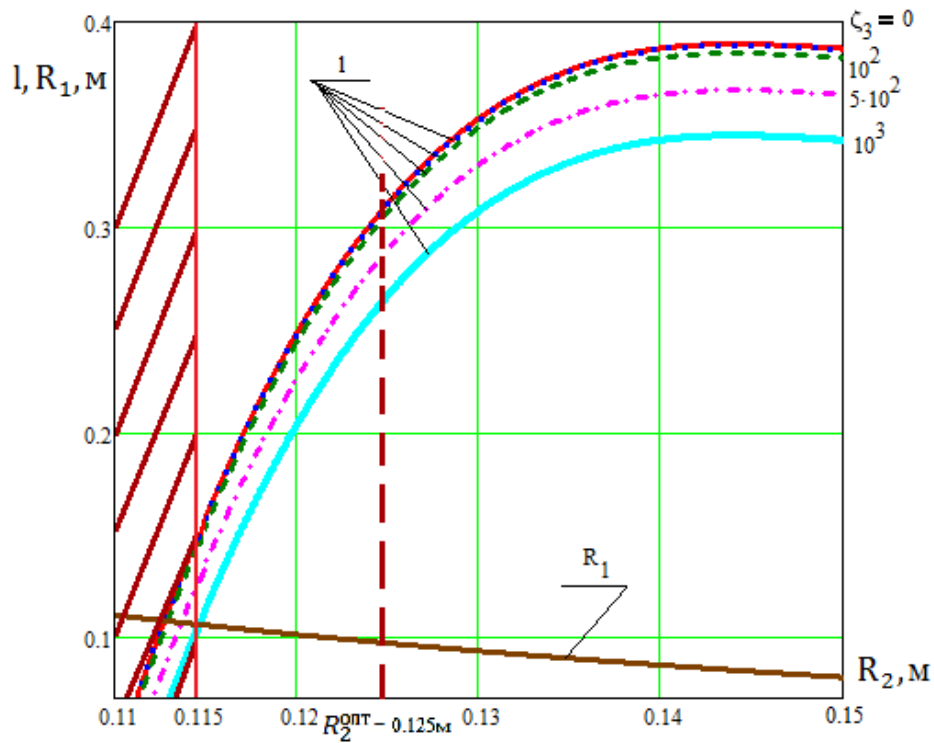


Рисунок 5.20 – Залежність втрат потужності на гідроп’яті при зміні радіуса диска R_2

Узагальнення приведених результатів досліджень рис. 5.16 – 5.20, по зміні параметрів п’яти і втратам енергії на п’яті, для значень опору обвідної труби $\zeta_3 = 0, 10^1, 10^2, 5 \cdot 10^2, 10^3$, приведено на рис.5.21 – 5.22



a)



б)

Рисунок 5.21 – Узагальнена характеристика за параметрами (б) і втратами (а) енергії на п'яті від опору обвідної труби

За узагальненою характеристикою для умов мінімальних втрат енергії на п'яті найбільш підверженою зміні, при зміні опору обвідної труби, є довжина циліндричного дроселя. Дана залежність по зрізу по N_{II}^{opt} для $l_{opt}(\zeta_3)$ наведена на рис.5.22

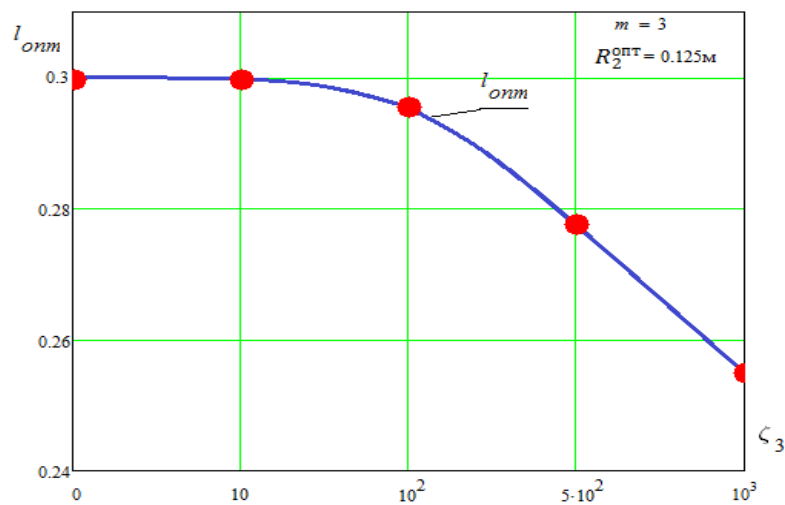


Рисунок 5.22 – Залежність зміни довжини циліндричного дроселя від опору обвідної труби

Згідно з результатами досліджень з впливу опору обвідної труби на характеристики гідроп'яти, наглядно визначається оптимум по втратах енергії на п'яті. Розташування оптимумів при зміні втрат енергії на п'яті практично не змінюється. Незначне зниження втрат енергії проглядається при збільшенні опору обвідної труби. Найбільш впливовою до зміни опору обвідної труби являється довжина циліндричного дроселя. Згідно з цим неврахування опору обвідної труби призведе до роботи вузла розвантаження осьової сили поза розрахунковим режимом. Робота п'яти може бути зміщена від оптимальних втрат енергії в сторону більших втрат, що суттєво призведе до зміни торцевого зазору від прийнятого при розрахунку оптимального значення.

Виявлено два граничних параметра при яких п'ята втрачає можливість зрівноважувати осьову силу. Цими параметрами є найменший зовнішній радіус диска п'яти і найбільший опір обвідної труби. Таким чином, за даними параметрами границя обмеження можливого зрівноваження осьової сили повинна задовольняти умові $R_2 > R_2^{\min}$ і $\zeta_3 < \zeta_3^{\max}$.

5.7 Висновки

Отримано, що умови $R_2 > R_2^{\min}$ і $\zeta_3 < \zeta_3^{\max}$ визначають межі можливого зрівноваження осьової сили гідроп'ятою.

Показано, що для $\zeta_3 < \zeta_3^{\max}$ характеристика $N_{II}(R_2)$ має оптимальне значення для кожного із значень ζ_3 .

Положення оптимуму N_{II}^{opt} майже не залежить від величини опору обвідної труби

Найбільш вразливим параметром до зміни опору обвідної труби є довжина циліндричного дроселя.

ВИСНОВКИ

Залежність втрат енергії на гідроп'яті від геометричних параметрів для кожного із значень опору обвідної труби має оптимальне значення.

Отримана замкнена система рівнянь за методикою розрахунку гідроп'яті з врахуванням опору обвідної труби за умови мінімуму втрат енергії. Наведені результати досліджень з впливу величини опору обвідної труби на геометричні параметри і на величину енергії на п'яті.

За результатами досліджень положення оптимуму з втрат енергії від величини опору обвідної труби майже не залежить, а величина втрат енергії дещо зменшується при збільшенні величини опору. Найбільш вразливим параметром до зміни опору обвідної труби є довжина циліндричного дроселя.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. В. А. Марцинковский – Динамика роторов центробежных машин. Монография. Сумы, Сумский государственный университет, 2012.
2. Павленко И.В. Метод конечных элементов в задачах сопротивления материалов и линейной теории упругости.– Сумы: Изд-во СумГУ, 2006.– 147с.
3. Комп'ютерна програма “Critical frequencies of the rotor” : авторське свідоцтво № 59855, Україна / І. В. Павленко, В. І. Симоновський. – Дата реєстрації 27.05.2015 р.
4. В. І. Симоновський – Динаміка роторних машин. Конспект лекцій. Суми, Сумський державний університет, 2011.
5. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний. – М.: Изд-во «Высшая школа», 1980.
6. Симоновський В.І. Коливання нелінійних систем. – Суми: Вид-во СумДУ, 1999.
7. Леонтьев Н. В. – Применение системы ANSYS к решению задач модального и гармонического анализа. Нижний Новгород, Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, 2006.
8. Симоновський В. І. – Теорія лінійних коливань. Навчальний посібник. Суми, Сумський державний університет, 2012.
9. Симоновский В. И. Устойчивость и нелинейные колебания роторов центробежных машин / В. И. Симоновский. – Х. :Вища школа, 1986.
10. Raj Subbiah, Jeremy Eli Littleton – Rotor and Structural Dynamics of Turbomachinery_ A Practical Guide for Engineers and Scientists (2018, Springer International Publishing).
11. Павленко І. В. Чисельне моделювання динаміки роторів відцентрових машин / І. В. Павленко, В. І. Симоновський, М. М. Дем'яненко, А. Є. Вербовий // Матеріали Всеукраїнської науково-технічної конференції «Механіка машин – основна складова прикладної механіки» (м. Дніпро, 11–13 квітня 2017 р.). – Дніпро : Національна металургійна академія України, 2017. – Ч. 2. – С. 215.

12. Вербовий А. Є. Комп'ютерне моделювання і числовий розрахунок динаміки ротора відцентрового компресора / А. Є. Вербовий, І. В. Павленко // Сучасні технології у промисловому виробництві : матеріали науково-технічної конференції (м. Суми, 18–21 квітня 2017 р.) : у двох частинах / редкол.: О. Г. Гусак, В. Г. Євтухов. – Суми : Сумський державний університет, 2017. – Ч. 1. – С. 146.

13. Павленко І. В. Аналіз динаміки ротора багатоступінчастого відцентрового насоса із застосуванням комп'ютерних програм “Critical frequencies of the rotor” і “Forced oscillations of the rotor” / І. В. Павленко, В. І. Симоновський, М. М. Дем'яненко, А. Є. Вербовий // Прикладні науково-технічні дослідження : Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції (Івано-Франківськ, 5–7 квітня 2017 р.). – Івано-Франківськ : Академія технічних наук України, 2017. – С. 63.

14. Pavlenko, I. V. Finite elements method for the problems of mechanical systems oscillations. Sumy, Sumy State University 2007.

15. Gadyaka, V. G., Simonovskiy, V. I. Evaluation of segment bearing stiffness while balancing flexible rotors for turbocharge units in the accelerating-balancing stand. Bulletin of Sumy National Agrarian University, Series “Mechanization and automation of industrial processes” 2005, 11(14), 145–150.

16. Simonovskiy, V. I. Refinement of the mathematical models for oscillatory systems by experimental data. Monograph. Sumy, Sumy State University 2010.

17. Simonovskiy, V. I. Evaluation of coefficients for mathematical models of the oscillatory systems. Saarbrücken, LAP LAMBERT Academic Publishing 2015.

18. Simonovskiy, V. I. Rotor dynamics for centrifugal machines. Sumy, Sumy State University 2006.

19. Pavlenko, I. V., Simonovskiy, V. I., Demianenko, M. M. Numerical simulation of the rotor dynamics for centrifugal machines. Mechanics of machines – the main component of applied mechanics, National Metallurgical Academy of Ukraine, Dnipro 2017, 2, 215.

20. Павленко И. В. Исследование критических частот ротора центробежного компрессора с учётом жёсткости опор и уплотнений / И. В. Павленко, В. И. Симоновский, Я. Питель, А. Е. Вербовой, М. Н. Демьяненко // Журнал інженерних наук : науковий журнал. – Суми : Сумський державний університет, 2017. – Т. 4, № 1. – С. С1–С6, http://jes.sumdu.edu.ua/wp-content/uploads/2017/11/JES_2017_01_C1-C6.pdf.

21. Pavlenko I. V. Investigation of non-linear reactions in rotors' bearing supports of turbo-pump units for liquid rocket engines / I. V. Pavlenko, V. Simonovskiy, J. Pitel', M. M. Demianenko, A. Ye. Verbovyi // Journal of Engineering Sciences. – Sumy : Sumy State University, 2018. – Volume 5, Issue 1. – P. D6–D14, DOI: 10.21272/jes.2018.5(1).d2.

22. Pavlenko I. Comprehensive approach for identification of nonlinear stiffness characteristics of bearing supports for the oxidizer turbopump of the liquid rocket engine / I. Pavlenko, M. Demyanenko, M. Edl, V. Simonovskiy, J. Pitel', V. Pavlenko, A. Verbovyi // Journal of Engineering Sciences. – Sumy : Sumy State University, 2018. – Volume 5, Issue 2. – P. D6-D14, doi: 10.21272/jes.2018.5(2).d2.

23. Павленко И. В. Аналіз динаміки ротора багатоступінчастого відцентрового насоса із застосуванням комп'ютерних програм “Critical frequencies of the rotor” і “Forced odcillations of the rotor” / И. В. Павленко, В. И. Симоновський, М. М. Дем'яненко, А. Є. Вербовий // Прикладні науково-технічні дослідження : Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції (м. Івано-Франківськ, 5–7 квітня 2017 р.). – Івано-Франківськ : Академія технічних наук України, 2017. – С. 63.

24. Павленко И. В. Применение компьютерной программы “Critical frequencies of the rotor” для расчёта собственных и критических частот роторов многоступенчатых центробежных компрессоров / И. В. Павленко, В. И. Симоновский, А. Е. Вербовой, М. Н. Демьяненко // Системи розроблення та постановлення продукції на виробництво. Індустрія 4.0. Сучасний напрямок автоматизації та обміну даними у виробничих технологіях : матеріали II

Міжнародної науково-практичної конференції (м. Суми, 22–26 травня 2017 р.). – Суми : Сумський державний університет, 2017. – С. 164–165.

25. Павленко І. В. Чисельне моделювання динаміки роторів відцентрових машин / І. В. Павленко, В. І. Симоновський, М. М. Дем'яненко, А. Є. Вербовий // Матеріали Всеукраїнської науково-технічної конференції «Механіка машин – основна складова прикладної механіки» (м. Дніпро, 11–13 квітня 2017 р.). – Дніпро : Національна металургійна академія України, 2017. – Ч. 2. – С. 215.

26. Вербовий А. Є. Дослідження динаміки ротора багатоступінчастого відцентрового компресора 295ГЦ2-190/44-100М / А. Є. Вербовий, І. В. Павленко // Сучасні технології у промисловому виробництві : матеріали V Всеукраїнської міжвузівської науково-технічної конференції (м. Суми, 17–20 квітня 2018 р.) / редкол.: О. Г. Гусак, І. В. Павленко. – Суми : Сумський державний університет, 2018. – С. 142.

27. Дослідження динаміки роторів турбонасосних агрегатів та поршневих компресорних установок: звіт про НДР № 0117U004922 (заключний) / Кер. : В. І. Симоновський. – Суми : СумДУ, 2018. – 200 с.

28. Чегурко Л.Е., Разгрузочные устройства питательных насосов тепловых электростанций. – М.: Энергия, 1978. – 160 с.

29. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика. М.: Машиностроение, 1987.- 440с.

30. Марцинковский В.А. Гидродинамика и прочность центробежных насосов. — М.: Машиностроение, 1970.— 272 с.

31. Карева Е.В., Панайотти С.С., Савельев А.И. Автоматизированное проектирование автоматических устройств для уравновешивания осевых сил в центробежных насосах / Руководство пользователя. — Калуга. — 2009. — 40 с.

32. Гидравлика гидромашини и гидроприводы: Учебник для машиностр. вузов / Т.М. Башта, С.С. Руднев, Б.Б. Некрасов и др. – М.: Машиностроение, 1982.-423с.

33. Лопастные насосы: Справочник / В.А Зиницкий, А.В. Каплум, А.Н. Папир, В.А. Умов. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1986. – 334с.

34. Малюшенко В.В., Михайлов А.К. Энергетические насосы: Справочное пособие. – М.: Энергоиздат. 1981 – 200с.
35. Михайлов А.К., Малюшенко В. В. Конструкции и расчет центробежных насосов высокого давления. М., «Машиностроение», 1971.
36. Марцинковский В. А., Ворона П. Н. Насосы атомных электростанций. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 256с.
37. Ломакин А.А. Центробежные и осевые насосы, - М: «Машиностроение», 1966г. – 364с.
38. Пфлейдерер К. Лопаточные машины для жидкостей и газов.- М.: Машгиз, 1960. - 683с.
39. Чиняев И.А. Судовые вспомогательные механизмы. Учебник для вузов, - М: Транспорт, 1989 – 295с.
40. Певзнер Б.М. Насосы судовых установок и систем. Л: Судостроение, 1971 – 383с.
41. Марцинковский В.А., Сериков С.С., Тартаковский И.И. Расчет гидравлических уравновешивающих устройств // Сб. «Энергетическое машиностроение».- М.: ЦИНТИАМ, 1964. -Вып.2
42. Методические указания. «Расчет и конструирование уравновешивающих устройств» / Составитель Марцинковский В.А.- Сумы, 1977. – 61с.
43. Ржебаева Н.К., Ржебаев Э.Е. Расчет и конструирование центробежных насосов: Учебное пособие. – Сумы: Изд-во СумГУ, 2009. -220с.
44. Корчак А. Использование гидропята в качестве затворно-уравновешивающе гоустройства ротора / А. Корчак, Г. Печкис, В.А. Марцинковский // ВісникСумДУ. – 2005. - №1 (73). – С. 68-76.

ДОДАТОК А

Модуль пружності, Па: $E := 2.0 \cdot 10^{11}$ Густина, кг/м³: $\rho := 7850$

L, м D, м d, м m, кг I, кг·м² k, Н/м α , Н·с/м β , Н·с²/м

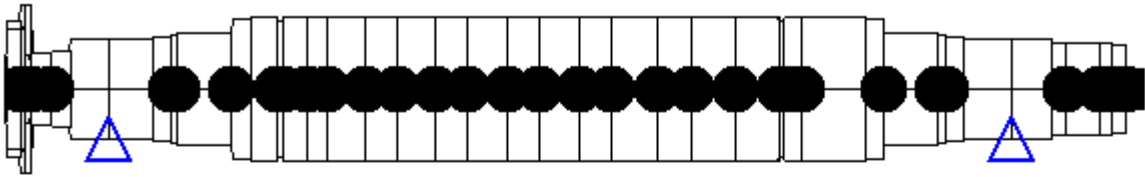
$\Delta :=$

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.034	0.16	0.141	0	0	0	0	0
2	0.011	0.198	0.148	3.5	0	0	0	0
3	0.013	0.198	0.082	1.28	0	0	0	0
4	0.045	0.084	0	0.84	0	0	0	0
5	0.04	0.089	0	2.5	0	0	0	0
6	0.084	0.12	0	0	0	0	0	0
7	0.096	0.12	0	0	0	$2.942 \cdot 10^8$	0	0
8	0.039	0.123	0	0	0	0	0	0
9	0.016	0.126	0	4	0	0	0	0
10	0.118	0.13	0	6.4	0	0	0	0
11	0.042	0.165	0	6.4	0	0	0	0
12	0.058	0.17	0	0	0	0	0	0
13	0.012	0.159	0	0.62	0	0	0	0
14	0.05	0.17	0	0.8	0	0	0	0
15	0.045	0.17	0	25.2	0	0	0	0
16	0.085	0.17	0	39.2	0	0	0	0
17	0.067	0.17	0	4.6	0	0	0	0
18	0.083	0.17	0	39.5	0	0	0	0
19	0.072	0.17	0	4.8	0	0	0	0
20	0.086	0.17	0	40.9	0	0	0	0
21	0.071	0.17	0	4.6	0	0	0	0
22	0.086	0.17	0	41.2	0	0	0	0
23	0.073	0.17	0	4.5	0	0	0	0
24	0.1	0.17	0	41.3	0	0	0	0
25	0.074	0.17	0	5.5	0	0	0	0
26	0.094	0.17	0	41.7	0	0	0	0
27	0.095	0.17	0	5.3	0	0	0	0
28	0.012	0.159	0	42.2	0	0	0	0
29	0.04	0.17	0	0.9	0	0	0	0
30	0.136	0.17	0	1.6	0	0	0	0
31	0.042	0.165	0	0	0	0	0	0
32	0.118	0.13	0	6.4	0	0	0	0
33	0.016	0.126	0	6.4	0	0	0	0
34	0.039	0.123	0	4	0	0	0	0
35	0.106	0.12	0	0	0	0	0	0
36	0.089	0.12	0	0	0	$2.942 \cdot 10^8$	0	0
37	0.03	0.107	0	0	0	0	0	0
38	0.075	0.107	0	9.36	0	0	0	0
39	0.026	0.107	0	1.6	0	0	0	0
40	0.031	0.102	0	2	0	0	0	0
41	0.038	0.046	0	1.3	0	0	0	0

Кількість власних або критичних частот для пошуку: $N := 3$

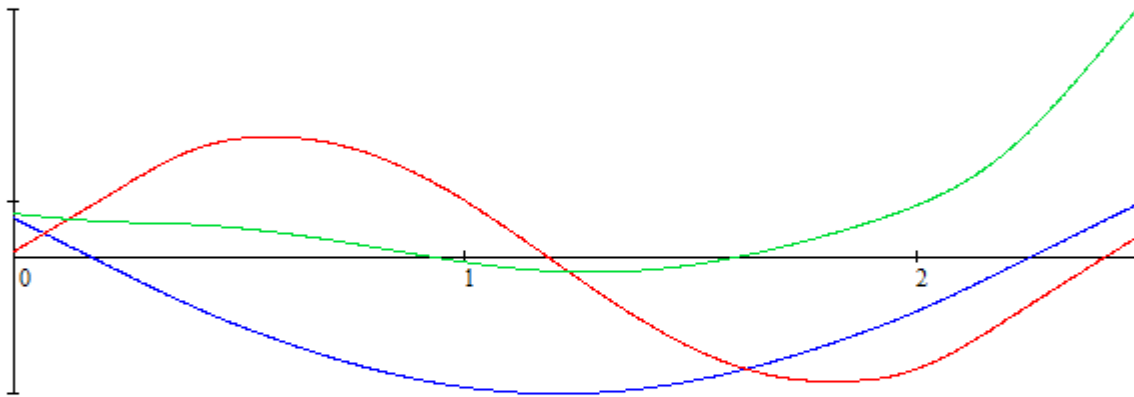
Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с: $\omega_{\max} := 3 \cdot 10^3$

Функції форми:



Власні частоти, рад/с:

$$\omega^T = (318 \quad 1.148 \times 10^3 \quad 1.906 \times 10^3)$$



	1	2	3
1	0.072	$9.61 \cdot 10^{-3}$	0.081
2	0.058	0.026	0.078
3	0.053	0.032	0.077
4	0.047	0.038	0.075
5	0.028	0.061	0.072
6	0.011	0.081	0.069
7	-0.024	0.124	0.065
8	-0.064	0.171	0.062
9	-0.08	0.187	0.061
10	-0.086	0.193	0.061
11	-0.128	0.22	0.054
12	-0.141	0.223	0.05
13	-0.159	0.223	0.044
14	-0.162	0.223	0.043
15	-0.176	0.219	0.037
16	-0.188	0.212	...

Y =

Модуль пружності, Па: $E := 2.0 \cdot 10^{11}$ Густина, кг/м³: $\rho := 7850$

L, м D, м d, м m, кг I, кг·м² k, Н/м α , Н·с/м β , Н·с²/м

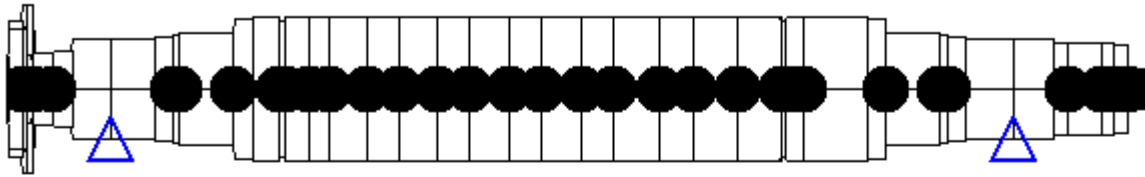
$A :=$

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.034	0.16	0.141	0	0	0	0	0
2	0.011	0.198	0.148	3.5	0	0	0	0
3	0.013	0.198	0.082	1.28	0	0	0	0
4	0.045	0.084	0	0.84	0	0	0	0
5	0.04	0.089	0	2.5	0	0	0	0
6	0.084	0.12	0	0	0	0	0	0
7	0.096	0.12	0	0	0	$1.771 \cdot 10^8$	$1.3 \cdot 10^5$	-4.97
8	0.039	0.123	0	0	0	0	0	0
9	0.016	0.126	0	4	0	0	0	0
10	0.118	0.13	0	6.4	0	0	0	0
11	0.042	0.165	0	6.4	0	0	0	0
12	0.058	0.17	0	0	0	0	0	0
13	0.012	0.159	0	0.62	0	0	0	0
14	0.05	0.17	0	0.8	0	0	0	0
15	0.045	0.17	0	25.2	0	0	0	0
16	0.085	0.17	0	39.2	0	0	0	0
17	0.067	0.17	0	4.6	0	0	0	0
18	0.083	0.17	0	39.5	0	0	0	0
19	0.072	0.17	0	4.8	0	0	0	0
20	0.086	0.17	0	40.9	0	0	0	0
21	0.071	0.17	0	4.6	0	0	0	0
22	0.086	0.17	0	41.2	0	0	0	0
23	0.073	0.17	0	4.5	0	0	0	0
24	0.1	0.17	0	41.3	0	0	0	0
25	0.074	0.17	0	5.5	0	0	0	0
26	0.094	0.17	0	41.7	0	0	0	0
27	0.095	0.17	0	5.3	0	0	0	0
28	0.012	0.159	0	42.2	0	0	0	0
29	0.04	0.17	0	0.9	0	0	0	0
30	0.136	0.17	0	1.6	0	0	0	0
31	0.042	0.165	0	0	0	0	0	0
32	0.118	0.13	0	6.4	0	0	0	0
33	0.016	0.126	0	6.4	0	0	0	0
34	0.039	0.123	0	4	0	0	0	0
35	0.106	0.12	0	0	0	0	0	0
36	0.089	0.12	0	0	0	$1.771 \cdot 10^8$	$1.3 \cdot 10^5$	-4.97
37	0.03	0.107	0	0	0	0	0	0
38	0.075	0.107	0	9.36	0	0	0	0
39	0.026	0.107	0	1.6	0	0	0	0
40	0.031	0.102	0	2	0	0	0	0
41	0.038	0.046	0	1.3	0	0	0	0

Кількість власних або критичних частот для пошуку: $N := 3$

Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с: $\omega_{\max} := 3 \cdot 10^3$

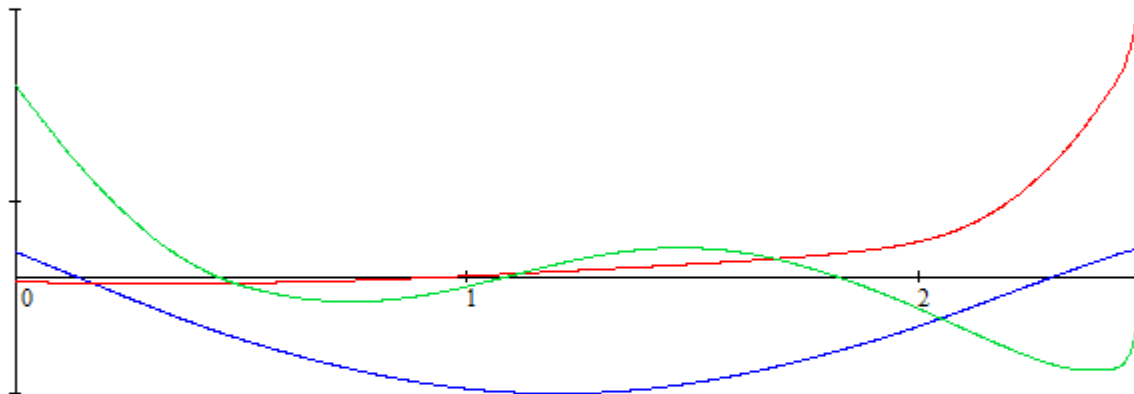
Функції форми:



Власні частоти, рад/с:

$$\omega^T = (312 \quad 1.164 \times 10^3 \quad 2.21 \times 10^3)$$

$$\frac{\omega^T}{2 \cdot \pi} = (49.656 \quad 185.256 \quad 351.732)$$



	1	2	3
1	0.051	-0.014	0.41
2	0.038	-0.014	0.368
3	0.034	-0.014	0.354
4	0.028	-0.014	0.338
5	0.011	-0.014	0.282
6	$-5.319 \cdot 10^{-3}$	-0.015	0.236
7	-0.039	-0.015	0.149
8	-0.076	-0.016	0.068
9	-0.091	-0.016	0.042
10	-0.097	-0.016	0.032
11	-0.136	-0.015	-0.02
12	-0.149	-0.015	-0.031
13	-0.165	-0.014	-0.043
14	-0.168	-0.014	-0.045
15	-0.181	-0.012	-0.052
16	-0.192	-0.011	...

Y =

ДОДАТОК Б

Амплитуды при нулевом запуске

ORIGIN := 1

$$Y_0 := (-3.335 \times 10^{-4} \quad -3.629 \times 10^{-4} \quad -3.629 \times 10^{-4} \quad -3.368 \times 10^{-4} \quad -2.693 \times 10^{-4} \quad -1.64 \times 10^{-4} \quad -3.149 \times 10^{-5} \quad 7.898 \times 10^{-5})^T$$

Матрица амплитуд

Номер столбца - порядковый номер запуска (1..8);

Номер строки - номер узла (3; 15; 17; 19; 21; 23; 25; 27 соответственно)

$$Y := \begin{pmatrix} -2.375 \times 10^{-4} & -3.219 \times 10^{-4} & -3.252 \times 10^{-4} & -3.278 \times 10^{-4} & -3.298 \times 10^{-4} & -3.312 \times 10^{-4} & -3.323 \times 10^{-4} & -3.33 \times 10^{-4} \\ -3.512 \times 10^{-4} & -3.281 \times 10^{-4} & -3.375 \times 10^{-4} & -3.532 \times 10^{-4} & -3.723 \times 10^{-4} & -3.909 \times 10^{-4} & -4.073 \times 10^{-4} & -4.165 \times 10^{-4} \\ -3.545 \times 10^{-4} & -3.376 \times 10^{-4} & -3.447 \times 10^{-4} & -3.578 \times 10^{-4} & -3.749 \times 10^{-4} & -3.918 \times 10^{-4} & -4.069 \times 10^{-4} & -4.152 \times 10^{-4} \\ -3.311 \times 10^{-4} & -3.272 \times 10^{-4} & -3.317 \times 10^{-4} & -3.399 \times 10^{-4} & -3.518 \times 10^{-4} & -3.643 \times 10^{-4} & -3.757 \times 10^{-4} & -3.818 \times 10^{-4} \\ -2.655 \times 10^{-4} & -2.788 \times 10^{-4} & -2.812 \times 10^{-4} & -2.842 \times 10^{-4} & -2.881 \times 10^{-4} & -2.932 \times 10^{-4} & -2.983 \times 10^{-4} & -3.006 \times 10^{-4} \\ -1.617 \times 10^{-4} & -1.921 \times 10^{-4} & -1.929 \times 10^{-4} & -1.915 \times 10^{-4} & -1.88 \times 10^{-4} & -1.84 \times 10^{-4} & -1.808 \times 10^{-4} & -1.782 \times 10^{-4} \\ -3.023 \times 10^{-5} & -7.598 \times 10^{-5} & -7.545 \times 10^{-5} & -7.031 \times 10^{-5} & -6.05 \times 10^{-5} & -4.823 \times 10^{-5} & -3.513 \times 10^{-5} & -2.606 \times 10^{-5} \\ 7.951 \times 10^{-5} & 2.53 \times 10^{-5} & 2.668 \times 10^{-5} & 3.405 \times 10^{-5} & 4.761 \times 10^{-5} & 6.482 \times 10^{-5} & 8.441 \times 10^{-5} & 9.983 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

Пробный дисбаланс

$$D_{\text{пр}} := 0.01$$

Определение матрицы коэффициентов влияния

$$W := \begin{cases} w \leftarrow \text{identity}(8) - \text{identity}(8) & i - \text{порядок запуска} \\ \text{for } i \in 1..8 & a - \text{порядковый номер узла с оцениваемым дисбалансом} \\ \quad \text{for } a \in 1..8 \\ \quad \quad w_{a,i} \leftarrow \frac{Y_{a,i} - Y_{0a}}{D_{\text{пр}}} \\ \text{return } w \end{cases}$$

$$W = \begin{pmatrix} 9.6 \times 10^{-3} & 1.16 \times 10^{-3} & 8.3 \times 10^{-4} & 5.7 \times 10^{-4} & 3.7 \times 10^{-4} & 2.3 \times 10^{-4} & 1.2 \times 10^{-4} & 5 \times 10^{-5} \\ 1.17 \times 10^{-3} & 3.48 \times 10^{-3} & 2.54 \times 10^{-3} & 9.7 \times 10^{-4} & -9.4 \times 10^{-4} & -2.8 \times 10^{-3} & -4.44 \times 10^{-3} & -5.36 \times 10^{-3} \\ 8.4 \times 10^{-4} & 2.53 \times 10^{-3} & 1.82 \times 10^{-3} & 5.1 \times 10^{-4} & -1.2 \times 10^{-3} & -2.89 \times 10^{-3} & -4.4 \times 10^{-3} & -5.23 \times 10^{-3} \\ 5.7 \times 10^{-4} & 9.6 \times 10^{-4} & 5.1 \times 10^{-4} & -3.1 \times 10^{-4} & -1.5 \times 10^{-3} & -2.75 \times 10^{-3} & -3.89 \times 10^{-3} & -4.5 \times 10^{-3} \\ 3.8 \times 10^{-4} & -9.5 \times 10^{-4} & -1.19 \times 10^{-3} & -1.49 \times 10^{-3} & -1.88 \times 10^{-3} & -2.39 \times 10^{-3} & -2.9 \times 10^{-3} & -3.13 \times 10^{-3} \\ 2.3 \times 10^{-4} & -2.81 \times 10^{-3} & -2.89 \times 10^{-3} & -2.75 \times 10^{-3} & -2.4 \times 10^{-3} & -2 \times 10^{-3} & -1.68 \times 10^{-3} & -1.42 \times 10^{-3} \\ 1.26 \times 10^{-4} & -4.449 \times 10^{-3} & -4.396 \times 10^{-3} & -3.882 \times 10^{-3} & -2.901 \times 10^{-3} & -1.674 \times 10^{-3} & -3.64 \times 10^{-4} & 5.43 \times 10^{-4} \\ 5.3 \times 10^{-5} & -5.368 \times 10^{-3} & -5.23 \times 10^{-3} & -4.493 \times 10^{-3} & -3.137 \times 10^{-3} & -1.416 \times 10^{-3} & 5.43 \times 10^{-4} & 2.085 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

ДОДАТОК В

Модуль пружності, Па: Густина, кг/м³: Робоча частота, рад/с:

$$E := 2.1 \cdot 10^{11}$$

$$\rho := 7850$$

$$\omega_p := 934$$

L, м

D, м

d, м

m, кг

I, кг·м²

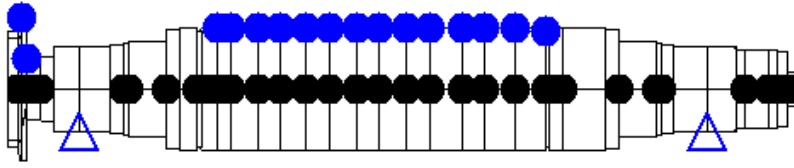
k, Н/м

D, кг·м

 φ°

$$A :=$$

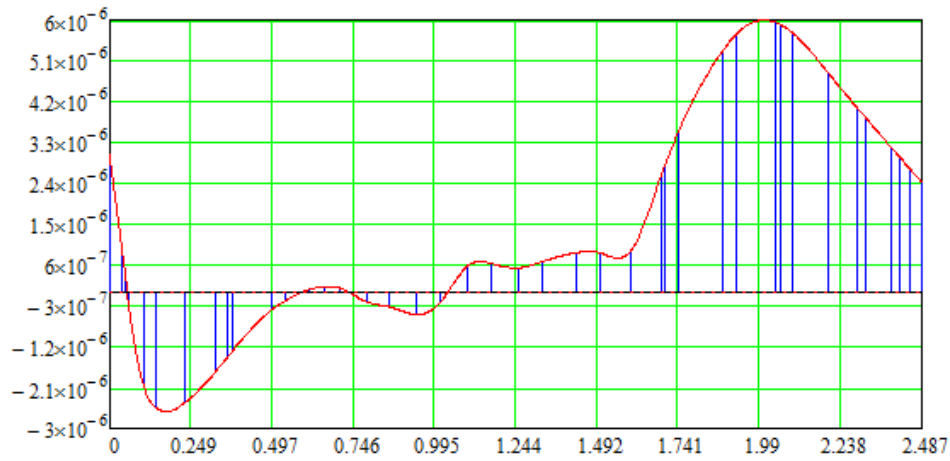
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.034	0.16	0.141	0	0	0	0	0
2	0.011	0.198	0.148	3.5	0	0	0	0
3	0.013	0.198	0.082	1.28	0	0	0.038	0
4	0.045	0.084	0	0.84	0	0	-0.04	0
5	0.04	0.089	0	2.5	0	0	0	0
6	0.084	0.12	0	0	0	0	0	0
7	0.096	0.12	0	0	0	2.942·10 ⁸	0	0
8	0.039	0.123	0	0	0	0	0	0
9	0.016	0.126	0	4	0	0	0	0
10	0.118	0.13	0	6.4	0	0	0	0
11	0.042	0.165	0	6.4	0	0	0	0
12	0.058	0.17	0	0	0	0	0	0
13	0.012	0.159	0	0.62	0	0	0	0
14	0.05	0.17	0	0.8	0	0	0	0
15	0.045	0.17	0	25.2	0	0	9.579·10 ⁻³	0
16	0.085	0.17	0	39.2	0	0	0.03	0
17	0.067	0.17	0	4.6	0	0	-0.038	0
18	0.083	0.17	0	39.5	0	0	0.035	0
19	0.072	0.17	0	4.8	0	0	7.227·10 ⁻³	0
20	0.086	0.17	0	40.9	0	0	-0.05	0
21	0.071	0.17	0	4.6	0	0	0.069	0
22	0.086	0.17	0	41.2	0	0	-0.02	0
23	0.073	0.17	0	4.5	0	0	-0.018	0
24	0.1	0.17	0	41.3	0	0	0.01	0
25	0.074	0.17	0	5.5	0	0	9.142·10 ⁻³	0
26	0.094	0.17	0	41.7	0	0	0.05	0
27	0.095	0.17	0	5.3	0	0	-0.08	0
28	0.012	0.159	0	42.2	0	0	0.04	0
29	0.04	0.17	0	0.9	0	0	0	0
30	0.136	0.17	0	1.6	0	0	0	0
31	0.042	0.165	0	0	0	0	0	0
32	0.118	0.13	0	6.4	0	0	0	0
33	0.016	0.126	0	6.4	0	0	0	0
34	0.039	0.123	0	4	0	0	0	0
35	0.106	0.12	0	0	0	0	0	0
36	0.089	0.12	0	0	0	2.942·10 ⁸	0	0
37	0.03	0.107	0	0	0	0	0	0
38	0.075	0.107	0	9.36	0	0	0	0
39	0.026	0.107	0	1.6	0	0	0	0
40	0.031	0.102	0	2	0	0	0	0
41	0.038	0.046	0	1.3	0	0	0	0



Функція прогину, м:

	1
1	$3.046 \cdot 10^{-6}$
2	$1.097 \cdot 10^{-6}$
3	$4.659 \cdot 10^{-7}$
4	$-2.786 \cdot 10^{-7}$
5	$-2.053 \cdot 10^{-6}$
6	$-2.561 \cdot 10^{-6}$
7	$-2.449 \cdot 10^{-6}$
8	$-1.757 \cdot 10^{-6}$
9	$-1.41 \cdot 10^{-6}$
10	$-1.268 \cdot 10^{-6}$
11	$-3.85 \cdot 10^{-7}$
12	$-1.824 \cdot 10^{-7}$
13	$2.541 \cdot 10^{-8}$
14	$5.577 \cdot 10^{-8}$
15	$1.275 \cdot 10^{-7}$
16	$9.6 \cdot 10^{-8}$
17	$-2.171 \cdot 10^{-7}$
18	$-3.214 \cdot 10^{-7}$
19	$-4.891 \cdot 10^{-7}$
20	$-2.359 \cdot 10^{-7}$
21	$5.819 \cdot 10^{-7}$
22	$6.348 \cdot 10^{-7}$
23	$5.364 \cdot 10^{-7}$
24	$6.792 \cdot 10^{-7}$
25	$8.669 \cdot 10^{-7}$
26	$8.703 \cdot 10^{-7}$
27	$8.986 \cdot 10^{-7}$
28	$2.566 \cdot 10^{-6}$
29	$2.804 \cdot 10^{-6}$
30	$3.528 \cdot 10^{-6}$
31	$5.32 \cdot 10^{-6}$
32	$5.691 \cdot 10^{-6}$
33	$5.951 \cdot 10^{-6}$
34	$5.901 \cdot 10^{-6}$
35	$5.706 \cdot 10^{-6}$
36	$4.85 \cdot 10^{-6}$
37	$4.079 \cdot 10^{-6}$
38	$3.826 \cdot 10^{-6}$
39	$3.201 \cdot 10^{-6}$
40	$2.986 \cdot 10^{-6}$
41	$2.729 \cdot 10^{-6}$
42	$2.414 \cdot 10^{-6}$

Форма вимушених коливань, м:



Y =