

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Кафедра прикладної математики та моделювання складних систем

Допущено до захисту  
Завідувач кафедри ПМ та МСС

\_\_\_\_\_ проф. Лисенко О.В.

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**

на здобуття освітнього ступеня «магістр»

спеціальність 113 «Прикладна математика»

освітньо-професійна програма «Прикладна математика»

тема роботи **«МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ЗАХИСНИХ  
ПОКРИТТІВ НА ТЕПЛОПЕРЕНЕСЕННЯ В СИСТЕМІ З  
УЗАГАЛЬНЕНИМИ ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ»**

**Виконавець**

студент факультету ЕлІТ

Білоус Дмитро Олександрович \_\_\_\_\_

**Науковий керівник**

д.ф.-м.н., професор

Гончаров Олександр Андрійович \_\_\_\_\_

**Суми – 2019**

## Зміст

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД	5
РОЗДІЛ 2 МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ	22
2.1 Моделювання задачі дослідження	22
2.1.1 Теплові явища при різанні металів. Джерела і розподіл теплоти в зоні різання	
2.1.2 Температурне поле навколо різця	
2.2 Практична частина реалізації дослідження	26
РОЗДІЛ 3 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ТЕПЛОПЕРЕНОСЕННЯ	32
3.1 Побудова математичної моделі	32
3.2 Результати апробації математичної моделі	37
ВИСНОВКИ	46
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	47
ДОДАТОК А	51

## ВСТУП

Розвиток машинобудівної галузі на даний час робить актуальним підвищення якості зносостійких та термостабільних характеристик різального інструменту. Розробка та моделювання покриттів, які можуть витримати теплові навантаження та механічні деформації, постійно знаходяться в полі зору науковців [1, 2]. Одним із способів покращення фізико-механічних характеристик різального інструменту є нанесення на його різальну поверхню шарів матеріалів із заданими експлуатаційними показниками.

Одним з сучасних способів покращення експлуатаційних характеристик ріжучого інструменту є нанесення багатошарових покриттів на ріжучу поверхню [3, 4]. Покриття достатньо сильно впливають не тільки на контактні процеси, а й на поверхневі характеристики інструментального матеріалу, такі як фрикційні властивості, теплопровідність, схильність інструментального матеріалу до взаємодії з матеріалом що обробляється, та ін. [5].

Під час різання практично вся механічна енергія перетворюється в теплову, яка і формує температурні умови системи різання. Ефективне керування температурою різання та підтримка її на заданому оптимальному значенні виключає її негативний вплив на робочі характеристики інструменту. Нанесення багатошарового покриття здатне значно знизити коефіцієнт тертя в системі «заготівля-інструмент» та зменшити потужність фрикційних джерел тепла. Одночасно, за рахунок екрануючої функції багатошарова структура здатна значно знизити інтенсивність теплових потоків в ріжучій клин інструменту та підвищити поріг адгезійної взаємодії в системі «заготівля-інструмент». Таким чином, покриття, в залежності від свого складу, стають багатофункціональною проміжною технологічною середою що дозволяє прогнозувати можливість направленою керування температурним режимом різання.

Моделювання поширення теплових потоків, що супроводжують процес різання в системі «інструмент-багатошарове покриття-заготівля», дозволяє

ефективно прогнозувати зносостійкість інструменту вже на етапі технологічної підготовки.

Відомим є той факт, що нанесення покриттів із якісними характеристиками зносостійкості що включають нітриди та карбіди тугоплавких з'єднань часто застосовуються для підвищення зносостійкості ріжучого інструменту. Такі покриття здатні забезпечити термічну стабільність та зносостійкість інструменту під час проведення металообробки на високих швидкостях різання, що дає можливість підвищити експлуатаційний ресурс ріжучої насадки [6, 7]. Відомо, що механічні характеристики таких багат шарових структур демонструють значну залежність від температури. Математичні методи опису нестационарного процесу явища теплопровідності в структурах із багат шаровими покриттями враховують розподіл температур. Це дозволяє дослідити процес теплоперенесення, надати прогноз про теплофізичний характер змін відповідних термо-механічних характеристик.

**Мета роботи:** підвищення стійкості і міцності металорізального інструменту з нанесеним на ріжучу пластину багат шаровим покриттям при заданих умовах обробки.

**Об'єкт дослідження:** процес зміни теплового стану поверхні металевої пластини з нанесеним на неї багат шаровим покриттям під впливом теплового навантаження на встановлену частину різальної кромки пластини із заданою постійною інтенсивністю.

**Предмет дослідження:** вплив захисних покриттів на інтенсивність поширення температурного поля в глиб інструментальної основи.

При виконанні роботи використовувався теоретичний аналіз, метод скінченних елементів (МСЕ), метод мінімізації функціоналу по вузловим значенням, метод найменших квадратів.

## РОЗДІЛ 1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД

Зниження інтенсивності зносу ріжучого інструменту забезпечується нанесенням відповідних покриттів, в основі яких присутні нітриди та карбіди тугоплавких елементів [6-8]. Так, завдяки теплозахисній функції покриттів значно подовжується строк використання різців. Дослідження поширення теплових потоків в зоні контакту різця і заготовки є актуальним питанням сучасної металообробки. Науковці пропонують поряд з експериментальними методами дослідження математичне моделювання відповідних процесів засобами комп'ютерних інформаційних технологій.

Так, а роботі [9], за допомогою комп'ютерної програми Thirdwave AdvantEdge було проведено моделювання процесу ортогонального різання інструментом, який виконано із карбідної сталі ISO P20 з нанесеними тонкими шарами TiC, TiN і Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Дослідження проводились для інструмента з покриттям та без нього. Комп'ютерна програма базувалась на математичному методі кінцевих елементів (МКЕ), який став основним інструментом для сучасного моделювання та прогнозування процесів обробки металів. Відзначимо, що особливістю метода МКЕ є те, що він дозволяє дослідити деякі термодинамічні ефекти, що відбуваються в зоні різання, які неможна вимірювати безпосередньо або експериментально. Так, достатньо ефективно метод дозволяє встановити розподіл температури контактної площадки при нагріві в результаті теплопередачі і тертя в ріжучому інструменті та поверхневих шарах матеріалу що обробляється. Більш того, за допомогою цього метода достатньо легко пояснюється термоізоляційний ефект, що виникає в багатошарових покриттях із керамічним шаром Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> що має надзвичайно низьку теплову провідність при температурі контакту більше ніж 1000 К.

Автори роботи, за результатами свого дослідження, показали вплив матеріалу покриття ріжучого інструменту на розподіл теплового поля пластини.

При моделюванні процесу (дивись рисунок 1.1) враховували сили тертя та товщину шару покриття. Сформована комбінована термомеханічна модель плоскопаралельного ортогонального різання металу, яка дозволяє прогнозувати розподіл температури в первинній та вторинній зонах різання, товщину стружки та величину сили різання. Встановлено, що наявність покриття на ріжучому інструменті призводить до того, що частина теплоти, що переходить в інструмент зменшується. Цей ефект особливо чітко відстежувався науковцями для трьохшарового покриття  $TiN / Al_2O_3 / TiC$ .

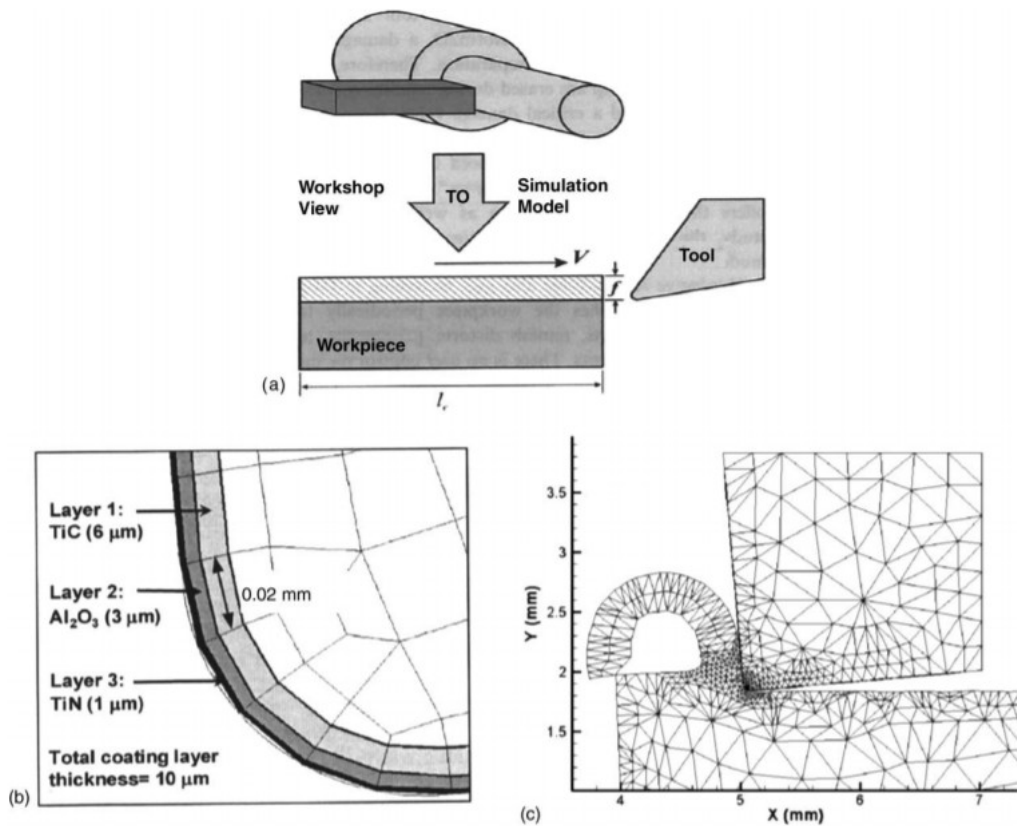


Рис. 1.1 – Моделювання теплового навантаження на різальну пластину з врахуванням тертя [9].

Науковці показали, що значне зниження температури спостерігається в інструменті із багатошаровим покриттям. Так, різниця температури в зоні різання між інструментом із покриттям та без нього склала більш ніж  $100C^\circ$ . Одночасно автори відзначають, що коефіцієнт тертя при дослідженні процесу різання для інструментів з багатошаровим покриттям та без нього не

змінювався продовж досліджень і був сталою величиною, що дещо негативно впливає на якість отриманих результатів дослідження.

За результатами роботи встановлено, що інструмент без покриття з матеріалу P20 під час обробки має температуру  $635,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ , в той час як із покриттям TiC / TiN - P20 вже  $565,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а з тришаровим покриттям TiC / Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> / TiN - P20 температура склала  $524,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Такий ефект можна пояснити з точки зору різниці теплових властивостей компонентів покриттів. Відзначено, що теплопровідність керамічного шару Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> в покритті TiC / Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> / TiN - P20 значно зменшує теплове навантаження на матеріал інструменту, тому тепловий потік в підкладку для цього тришарового покриття поширюється дещо обмежено в порівнянні із відповідною дво- та одношаровою структурою.

Автори роботи [9] показали вплив матеріалу покриття та вплив тертя при моделюванні температурного поля інструменту з покриттям та без нього. Спостерігалась узгодженість теоретичних розрахунків моделі та практичних результатів щодо поширення теплового поля в зоні різання для інструменту із покриттям та без нього. Але, для отримання більш точних результатів в рамках даної моделі необхідно налаштувати параметр тертя і врахувати розподіл тепла в інструменті із покриттям з врахуванням товщини шарів відповідних матеріалів.

В роботі [10] вивчається температурне поле ріжучого інструменту, з врахуванням зміни товщини покриття і теплового потоку. Розглядалися різці з покриттями із TiN та Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> в 3D форматі (дивись рисунок 1.2). Представлена теплова модель теплопровідності та сформовані відповідні граничні умови в тривимірному просторі із врахуванням геометрії покриттів. Рівняння теплової дифузії відповідає умові накладеного теплового потоку та постійній конвекції тепла в інші частини ріжучого інструменту.

Для реалізації чисельного метода автори прийняли наступні гіпотези: тривимірна геометрична область поширення тепла; перехідний режим обробки; постійні термічні властивості матеріалів; хороший термічний контакт та

відсутність термічного спротиву між шарами покриттів та корпусом підкладки; рівномірний за часом потік тепла.

Чисельними методами, з використанням програмного забезпечення ANSYS®CFX був прогнозований розподіл температури при відповідних встановлених граничних умовах. Так, для розв'язку рівняння неперервності, імпульсу та енергії з використанням метода кінцевих об'ємів була застосована схема Ейлера, яка дозволила реалізувати відповідні чисельні розрахунки.

З метою підтвердження теоретичних розрахунків, автори провели експериментальні дослідження. Результати дослідження показали, що покриття TiN та Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> не дали задовільних результатів при безперервній обробці різцями поверхонь деталей. Показано невелике зменшення теплового навантаження на ріжучий інструмент покриттями товщиною 10 (мкм).

Дослідження [10], проведені в ході виконання роботи, показали, що для рівномірного джерела тепла, що змінюється в часі, з огляду на постійний контакт поверхні з різцем, температура на інструменті може злегка залежати від матеріалу покриттів, коли теплові властивості покриття дуже відрізняються від таких на підкладці, навіть для тонкого 1 (мкм) покриття.

В роботі встановлено, що при збільшенні в десять разів теплового потоку, що впливає на різець, різниця температур, виміряних в точках контролю, показала пропорційне збільшення приблизно в сімнадцять разів. Покриття, нанесене на аналізований інструмент з цементованого карбіду, не показало задовільних результатів в процесі безперервного різання.

Справжній аналіз теплопередачі в ріжучих інструментах з покриттям з цементованого карбіду з використанням комерційних обчислювальних інструментів виявив багатообіцяючі особливості у вивченні терміну служби інструменту, зниження витрат в процесах обробки, скорочення часу, що витрачається на дослідження термічного впливу покриттів, і скорочення кількості експериментів.



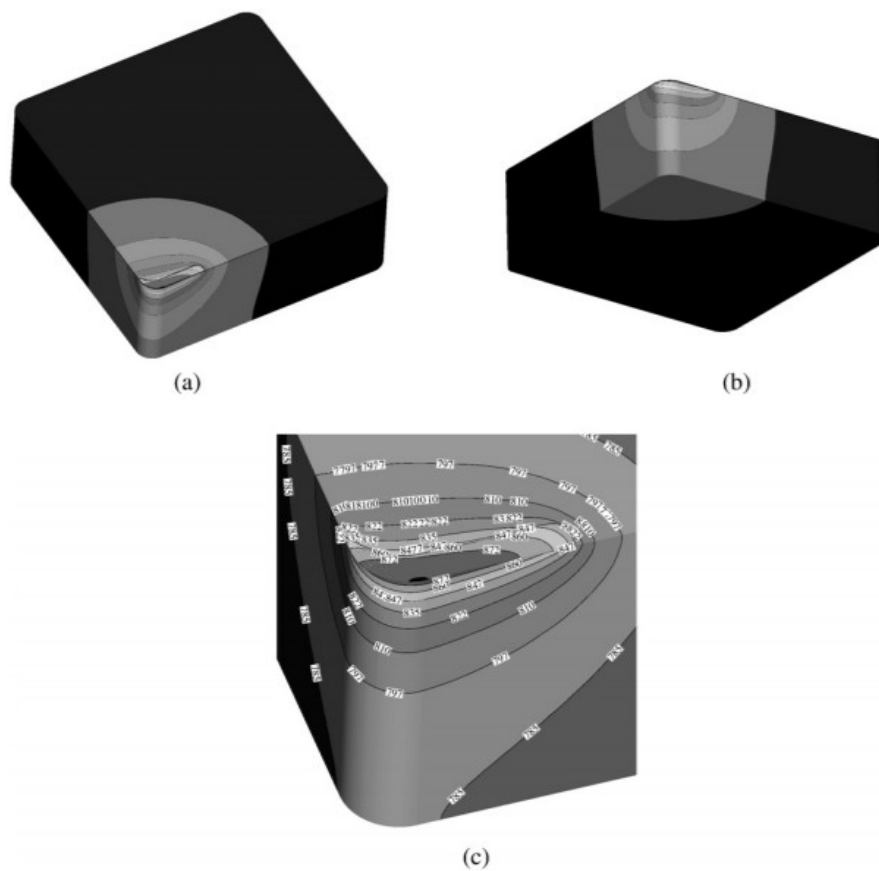


Рис. 1.2 – Верхня (а), нижня (б) частини різця та поверхні (с) розподілу температурного 3D поля в ріжучому інструменті с із покриттям TiN при  $t = 63$  с від початку обробки [10].

Частково знизити витрати на проведення експериментальних досліджень дозволили результати, які представлені в роботі [11]. В статті надана інформація про реалізацію чисельного розрахунку температурного поля пластини. Моделювався процес виділення теплової енергії під час механічної

обробки деталі. Автори для свого моделювання застосували одновимірну схему А. А. Самарського.

Автори роботи [12] провели моделювання теплових ефектів в зоні різання при механічній обробці різцями із покриттям та без нього методами кінцевих різниць та кінцевих елементів. Досліджувався процес обробки металів різальними інструментами з вуглецевої сталі AISI 1045 з різними покриттями на основі карбідів.

Для багатошарових покриттів встановлювався відповідний еквівалентний шар з відповідними теплофізичними навантаженнями та проводилось чисельне моделювання на базі алгоритму FEM и FDM (дивись рисунки 1.3, 1.4).

Розподіл температур в зоні покриття TiC / Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> / TiN при різних швидкостях різання представлений на рисунку 1.5. Автори відзначають, що збільшення швидкості різання від 72 до 145 м/хв. призводить до того, що максимальна температура збільшується від 810 до 9100 °С для карбіду без покриття і від 970 до 1050 °С для кераміки TiC / Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> / TiN . Імовірно науковці вважають, що більш висока температура контакту 1095 °С, що спостерігалась для тришарового покриття, залежить від низької теплопровідності матеріалу покриття інструмента, особливо проміжного шару Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

На думку авторів, розбіжність між розрахованими та вимірними значеннями температури інструмента можуть залежати від відображення теплового потоку від поверхні наконечника ріжучого інструменту, від температурної залежності фізичних властивостей матеріалу інструменту та заготовки у зв'язку зі збільшенням температури.

Моделювання інструментальних матеріалів з покриттям вимагає належного визначення термофізичних властивостей за допомогою експериментальних чи аналітичних методів, включаючи концепцію композитного (еквівалентного) шару. Аналітична модель роботи [12] дозволяє передбачити середні та максимальні значення температурних змін як функції

швидкості різання для твердосплавного інструменту з різним інструментальним покриттям.

Було встановлено, що математична модель, яка сформована на основі FDM з врахуванням нестационарного теплового потоку, дозволила якісно врахувати розподіл температури в зоні різання. В роботі розглянутий вплив форми теплового джерела на розподіл температурних показників в інструменті.

В роботі зроблені висновки про те, що моделювання матеріалів різців із покриттями потребує вірного визначення теплофізичних властивостей із використанням експериментальних або аналітичних методів з врахуванням складу багат шарового покриття.

На думку авторів, імітаційна модель на основі FEM та FDM дозволяє ефективно спрогнозувати розподіл температури в зоні різання. Слід відзначити, що поряд з перевагами представленої авторами моделі існують недоліки у формі усередненого багат шарового покриття. Так внесок кожного покриття в зміну нестационарного теплового поля ріжучого інструменту неможливо окремо виділити, що призводить до значних труднощів при проектуванні складу захисного покриття при виборі режимів різання.

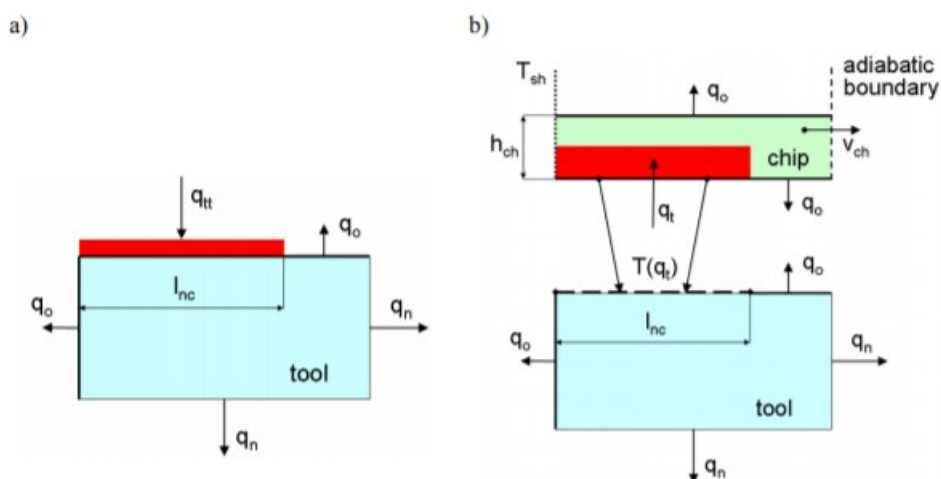


Рис. 1.3 – Граничні умови для температурного поля в зоні різання для сталого стану (a) та нестационарного стану (b) моделі теплопередачі FDM [12].

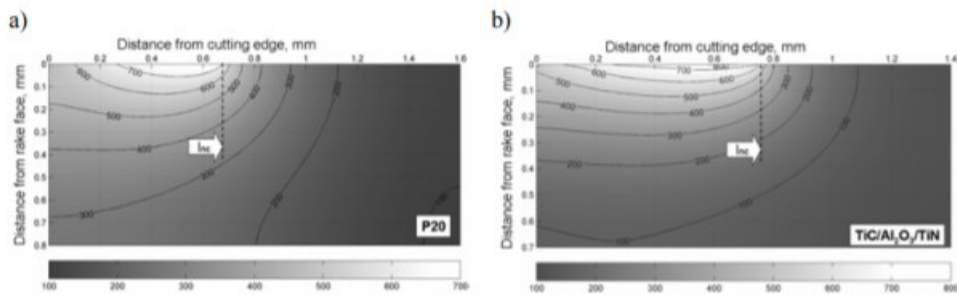


Рис. 1.4 – Температурні поля для інструменту зі сталі AISI 1045 у сполученні із домішкою карбиду P20 (а) та інструменту с покриттям 3L (усереднене значення) (b). Швидкість різання = 100 м / хв. [12].

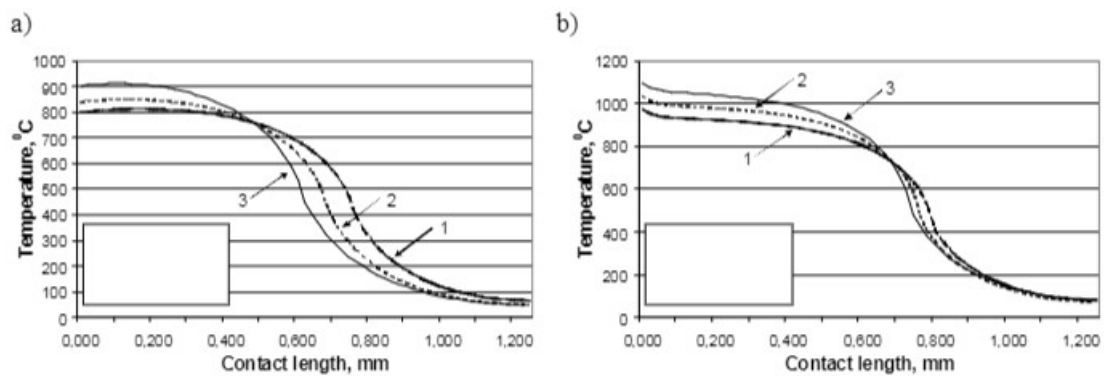


Рис. 1.5 – Вплив швидкості різання на розподіл температури. Матеріал ріжучого інструменту: а) карбід P20; б) карбід з покриттям TiC/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/TiN [12].

Головною метою дослідження [13] стала оцінка умов впливу покриття на розподіл температурних полів в ріжучому клині інструмента, а також встановлення властивостей шарів покриття, які здатні перерозподіляти теплові потоки в системі різання. Для моделювання Р. І. Ахметшин та ін. використали стандартний програмний пакет DEFORM3D, в якому розглядалось переміщення інструменту відносно заготовки.

Із застосуванням комп'ютерного моделювання автори варіювали теплофізичними параметрами та триботехнічними властивостями. На рисунку 1.6 показані результати розрахунків із застосуванням програмного пакету DEFORM3D із використанням різних покриттів як по хімічному складу, так і по товщині.

Дослідники встановили роль розташування різних шарів багатошарової архітектури, яка синтезується із використанням термохімічних процесів CVD. Зроблений висновок про те, що максимальне покращення теплового стану ріжучого стану твердосплавного інструменту забезпечує тришарова система «твердосплавний субстрат - шар  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (5 мкм) -  $\text{TiCN}$  (5 мкм) -  $\text{TiN}$  (5 мкм)», що обумовлено сприятливим сполученням шарів багатошарової конструкції покриття.

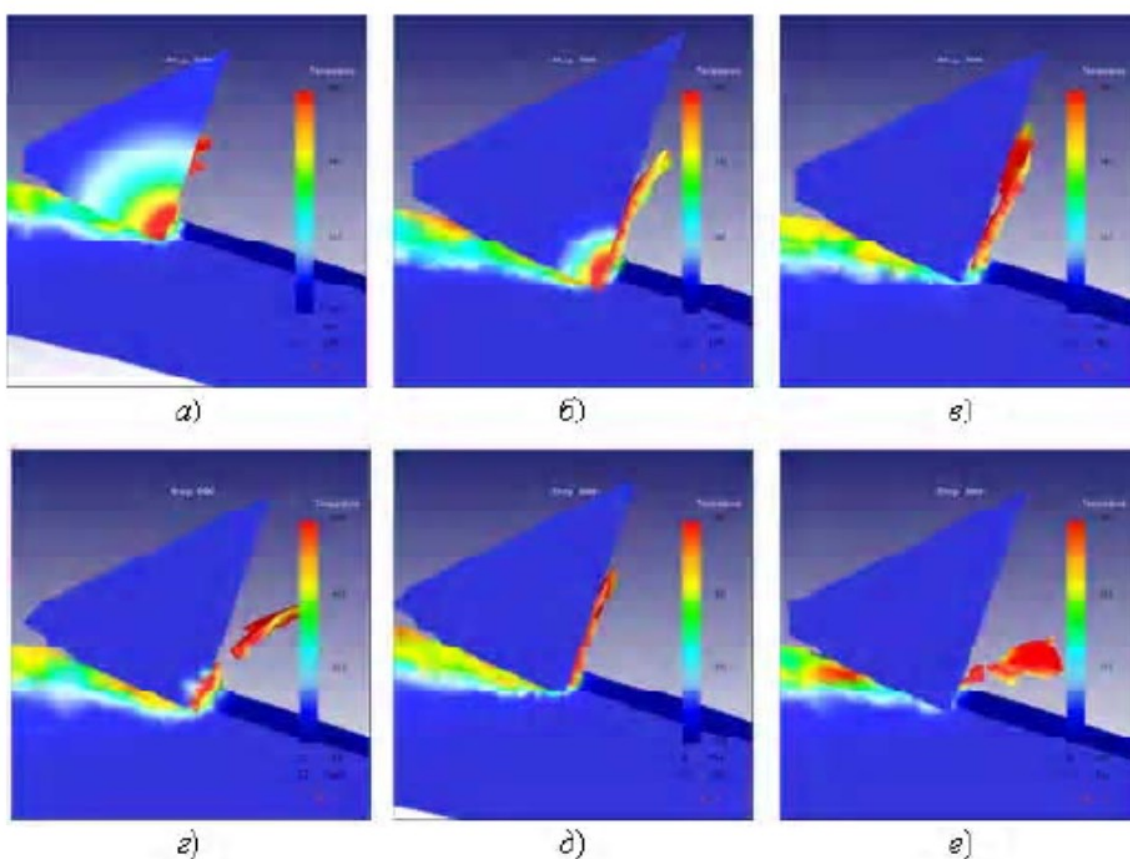


Рис. 1.6 – Розрахунок температурних полів в середовище DEFORM3D. а) – без покриття; б) – твердосплавний субстрат -  $\text{TiN}$  товщиною 5 мкм; в) – твердосплавний субстрат -  $\text{TiCN}$  (5 мкм); г) – твердосплавний субстрат - шар  $\text{TiN}$  (5 мкм) та шар  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (5 мкм); д) твердосплавний субстрат - шар  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (5 мкм), шар  $\text{TiCN}$  товщиною 5 мкм та шар  $\text{TiN}$  (5 мкм); е) твердосплавний субстрат - шар  $\text{Al}_2\text{O}_3$  товщиною 5 мкм та шар  $\text{TiN}$  товщиною 5 мкм [13].

Комплексне дослідження розподілу температури, деформації та сили різання в зоні утворення стружки було проведено дослідниками в роботі [14]. З використанням метода кінцевих елементів за схемою, яка представлена на рисунку 1.7, для обробки сталі AISI 4340 було проведено моделювання процесу теплопередачі із використанням інструменту із покриттям TiN. Результати моделювання графічно представлені на рисунку 1.8.

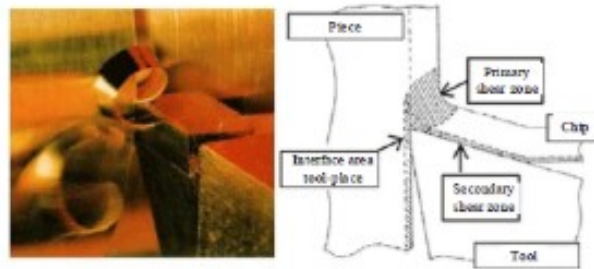


Рис. 1.7 – Схема розподілу теплового навантаження в зоні різання [14].

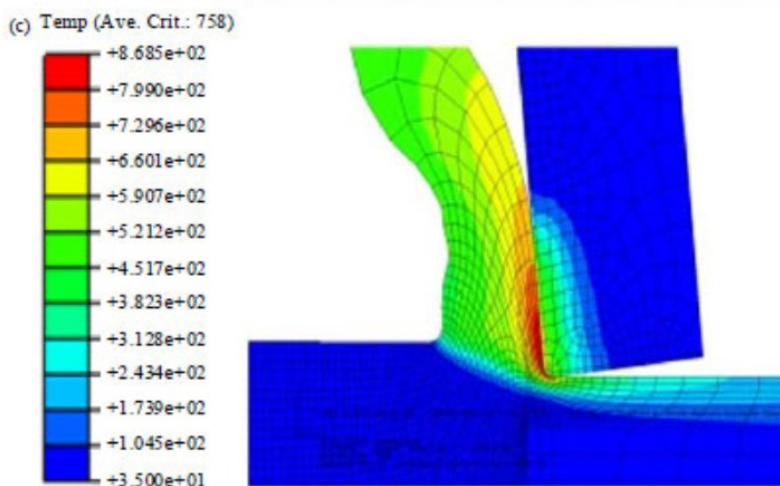


Рис. 1.8 — Розподіл температури в зоні різання при  $t = 0,8$  мс,  $V_c = 150$  м хв<sup>-1</sup>,  $f = 0,17$  мм обертів<sup>-1</sup>,  $b = 0,2$  мм, WC з покриттям із TiN с AISI 4340 [14].

Авторами зроблено висновок про те, що глибина та швидкість різання впливають на поширення теплового процесу. Моделювання було виконано в двох вимірному просторі, тому уявлення про розподіл температур в напрямку, перпендикулярному до вказаної площини залишається не дослідженим.

Поряд із дослідженням процесу поширення теплоти методами комп'ютерного моделювання науковці застосовують математичні методи з

отриманням співвідношень, що описують процеси поширення теплових потоків. Так, в роботі [15] Петрова Л.С. запропонувала математичну модель на основі системи нелінійних гіперболічних рівнянь теплопровідності для розрахунку температурного поля тіла із покриттям при нагріванні із врахуванням релаксації теплового потоку та температурної залежності властивостей матеріалів. Розглянута реалізація метода сіток із використанням тришарової неявної різницевої схеми при розв'язку нелінійної гіперболічної задачі теплопровідності для випадку, коли поглинання енергії випромінювача моделювалося поверхневим джерелом тепла. В роботі одержаний числовий розв'язок нелінійної задачі теплопровідності в двошаровому тілі з врахуванням кінцевої швидкості поширення тепла та граничних умов, у випадку ідеального контакту між шарами матеріалів, що базується на методі кінцевих різниць з використанням метода прогонки та ітераційного уточнення коефіцієнтів.

В роботах [16-18] температурне поле ріжучого інструменту досліджували за допомогою методів математичного моделювання. Так результати дослідження [18] представлені на рисунку 1.9. Встановлено, що нанесення шарів покриттів дозволяє знизити температуру на контактних ділянках інструменту. Найбільше зниження температури спостерігається при нанесенні покриття із TiN на 15%. Збільшення потужності теплових потоків при нанесенні багатоелементних покриттів із TiZnN, TiAlN та TiAlCrN збільшує температуру в зоні контакту на передній поверхні у порівнянні із аналогічним показником для покриття TiN, зниження температури різання для ріжучого інструменту із такими покриттями склало 11-12%.

В рамках роботи [19] представлена лагранжево-ейлерова модель кінцевих елементів операції фрезерування з використанням ріжучих пластин з твердого метала з покриттям. Проведено дослідження з трьома покриттями, які представляли собою одношарове з TiAlN, двошарові TiCN /  $\alpha$ -Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> та TiAlN /  $\alpha$ -Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. В якості еталона для порівняння результатів була використана модель інструмента без покриття. Досліджено теплове навантаження

інструмента при виконанні операції фрезерування. Вчені провели моделювання впливу покриттів на температуру, напругу Мізеса та накопичену еквівалентну пластичну деформацію для покриття та підкладки.

Реальний процес фрезерування моделюється двовимірною моделлю ортогонального різання з використанням формули ALE. Схема процесу обробки деталі представлена на рисунку 1.10.

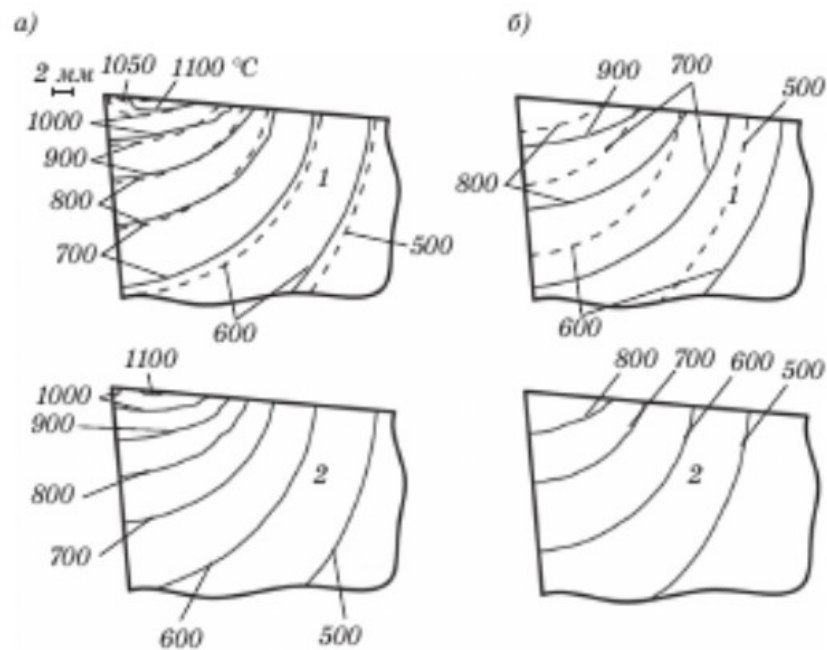


Рис. 1.9 – Розподіл температур в ріжучому клині інструменту [18]: а – в перерізі ріжучого клину у кутку; б – в середині ріжучої кромки: 1– без покриття (суцільна лінія) та із покриттям TiN (пунктир); 2 – із покриттям TiAlCrN.



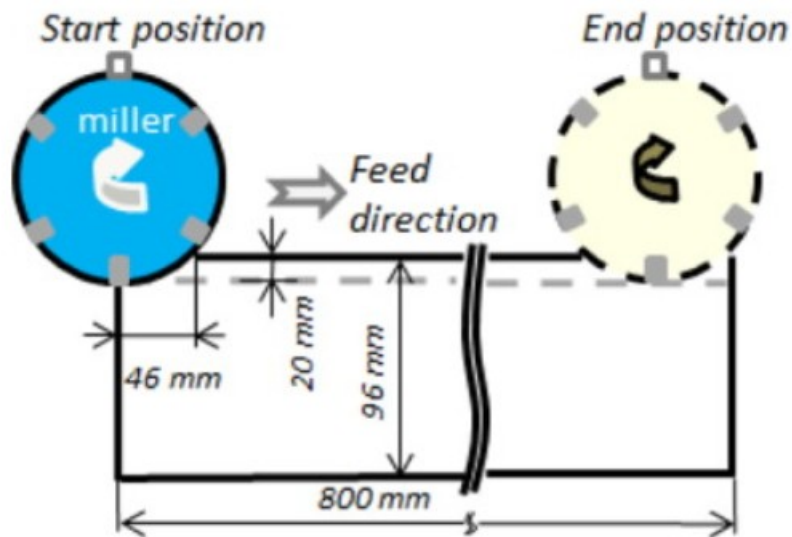


Рис. 1.10 – Схема обробки деталі [19].

Ріжучий інструмент був покритий шаром TiAlN товщиною 7 мкм або двома шарами TiCN і  $\alpha$ -Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, кожен з яких мав товщину 3,5 мкм.

Моделювання розподілу температур в процесі механічної обробки деталі проведено засобами інформаційних технологій з використанням структурованої та вільної сітки сформованою програмою *Abaqus/CAE 6.13-3*. Температурні поля в інструменті після 8,5 мс процесу фрезерування представлені для всіх досліджених моделей на рисунках 1.11 та 1.12. У точках А і В отримуються пікові температури. Чорні лінії на рисунку 1.12а представляють шляхи *a* і *b*, уздовж яких тепловий потік потрапляє в інструмент. Найвищі температури обчислюються в першому та другому ряду елементів. Температури знижуються з просуванням до внутрішньої частини інструменту.

Порівняння непокритого та трьох інструментів з різним покриттям показує, що розрахункові температури на контактній поверхні є найнижчими для інструменту без покриттів. Причиною цього є те, що підкладка є більш теплопровідна, ніж покриття. Як результат цього явища, сформована область температур в глибині інструменту яка є більшою для інструменту без покриття.

Проводячи порівняння інструментів з покриттям, встановлено що найбільша область високої температури, близька до поверхні інструменту та

отримується для  $\text{TiCN} / \alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ , (дивись рисунок 1.12d). Таке очікується, оскільки  $\text{TiCN}$  виявляє найвище показник теплопровідності серед досліджуваних покриттів.

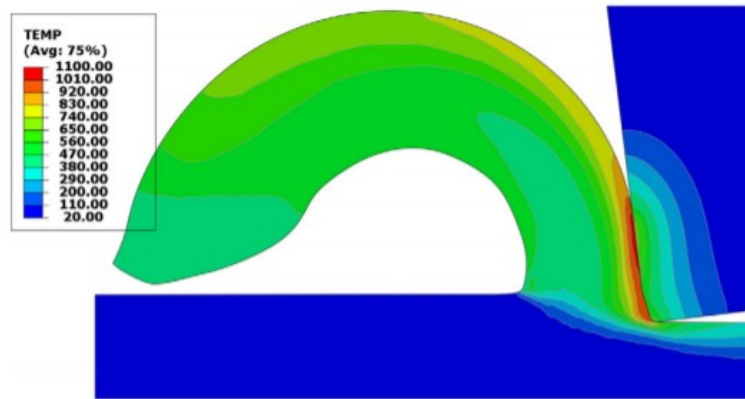


Рис. 1.11 – Розподіл температури в заготовці та інструменті після 6 с проведеного фрезерування. Інструмент покритий  $\text{TiAlN}$  [19].

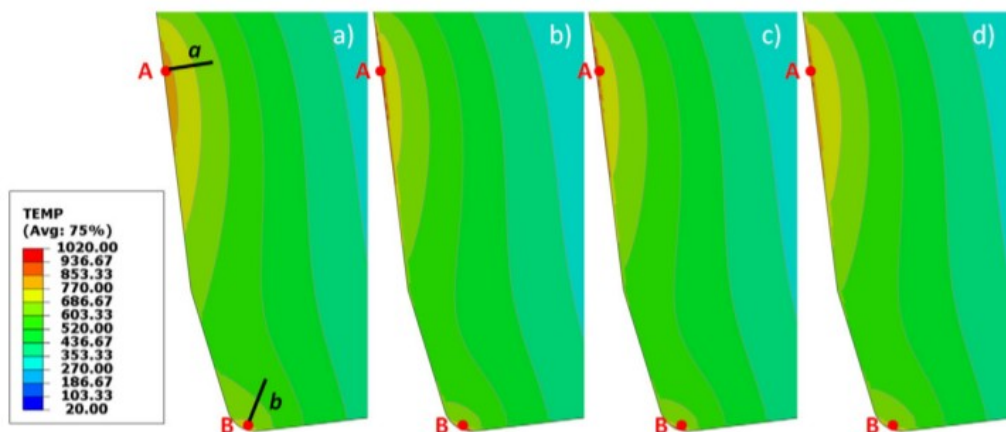


Рис. 1.12 – Температурне поле в інструменті після 8,5 мс часу подрібнення: а) без покриття, б) з покриттям  $\text{TiAlN}$ , с) з покриттям  $\text{TiAlN} / \alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ - і d) з покриттям  $\text{TiCN} / \alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ . Точками А і В позначені точки максимального теплового навантаження [19].

Покриття з  $\text{TiAlN}$  і  $\text{TiAlN} / \alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$  дають нижчі розрахункові температури в середині елемента для інструментів з покриттям та не відрізняються значно в розрахованих температурних полях. Обидва покриттєві матеріали характеризуються однаковими значеннями теплопровідності, (дивись рисунки 1.12b – c).

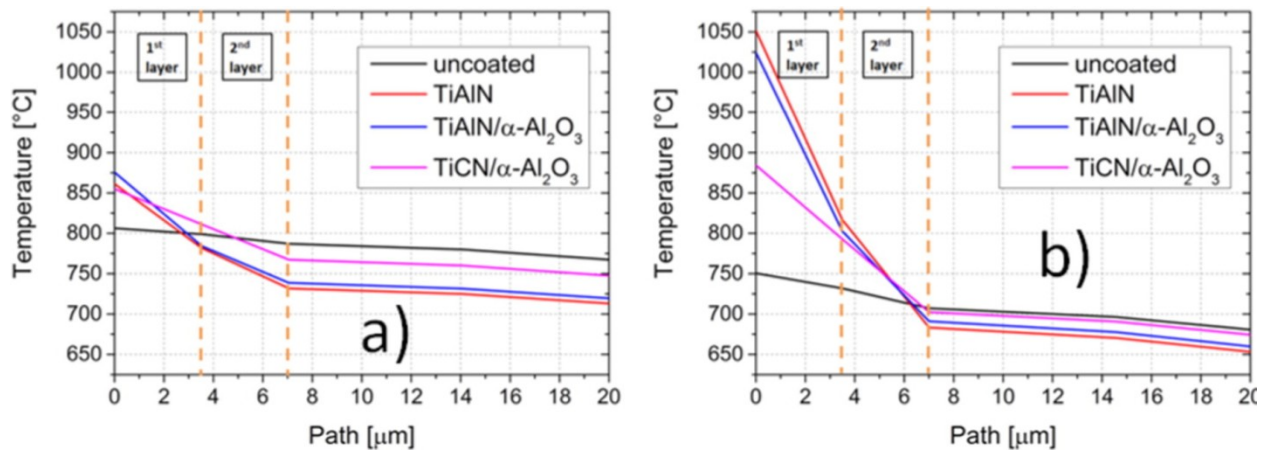


Рис. 1.13 – Розподіл температури після 8,5 мс часу фрезерування у внутрішній частині інструменту вздовж: а) шляху *a* і б) шляху *b*. Штрихові лінії позначають товщину 1-го та 2-го шару покриття [19].

На рисунках 1.13а та 1.13б представлені температури у внутрішній частині інструменту, починаючи з точок А і В, слідуючи доріжкам *a* і *b*. Температура в цілому знижується у напрямку до внутрішньої частини інструменту.

Результати дослідження показали, що покриття з низькою теплопровідністю можуть бути використані в якості теплового захисного екрану. Це може призвести до того, що в зоні різання на поверхні інструмента будуть виникати більш високі температури, в той час як вплив температури в середині деталі різця буде дещо обмежений.

Автори роботи [19] вказують на те, що покриття TiAlN та TiAlN /  $\alpha$ -Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> поведуться як найкращі теплові екрани серед покриттів порівняно в рамках цього дослідження, найбільше знижуючи температуру в підкладці.

Дослідження розподілу температури в зоні різання представлені в роботі [20]. У цьому дослідженні розподіл температури визначали шляхом інтеграції термічно-аналітичних та імітаційних моделей ортогонального процесу різання з непокритим та покритим твердосплавним інструментом.

Слід зазначити, що з метою дослідження, була сформована 2D-модель методом кінцевих елементів для встановлення чисельних значень температур, що виникають у різних точках областях контакту заготовка / інструмент та

покриття / підкладка при визначених умовах різання. Всі виконані моделювання показали, що покриття на ріжучому інструменті помітно впливали на продуктивність та інтенсивність теплових взаємодій при обробці вуглецевої сталі С45. Так, покриття впливають на теплопередачу та розподіл температури у зоні обробки (дивись, рис. 1.14). В порівнянні з непокритим твердосплавним інструментом виконаним з сталі Р20 (рисунок 1.15) нанесене покриття призвело до того, що частка теплоти, яка переходить в інструмент зменшується.

Автори роботи [20] зробили висновок про термозахисні властивості покриття  $\text{TiC} / \text{Al}_2\text{O}_3 / \text{TiN}$ .

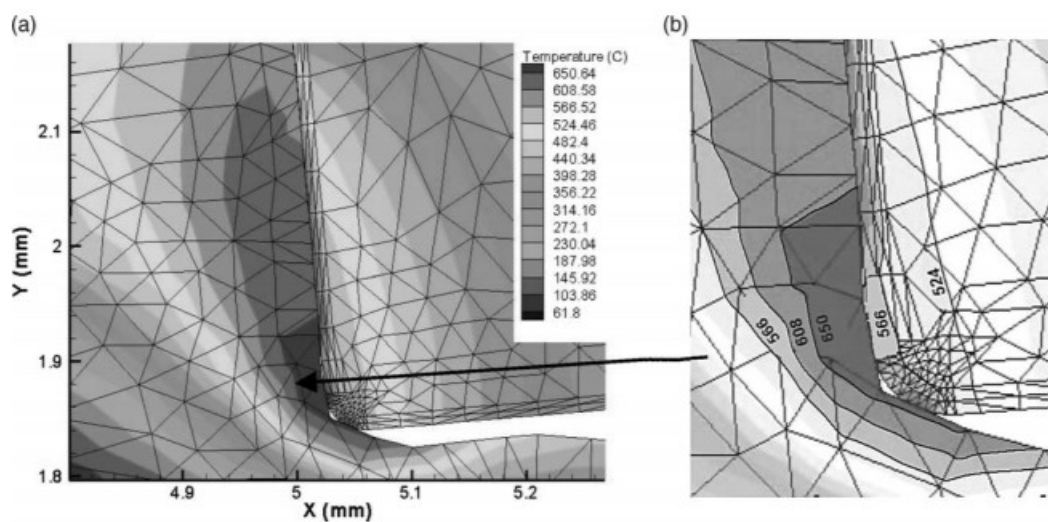


Рис. 1.14 – Ізотермічні ілюстрації в твердосплавних інструментах з багат шаровою структурою  $\text{TiC} / \text{Al}_2\text{O}_3 / \text{TiN}$  (a) та збільшення розподілу температури в районі ріжучої кромки (b) [20].

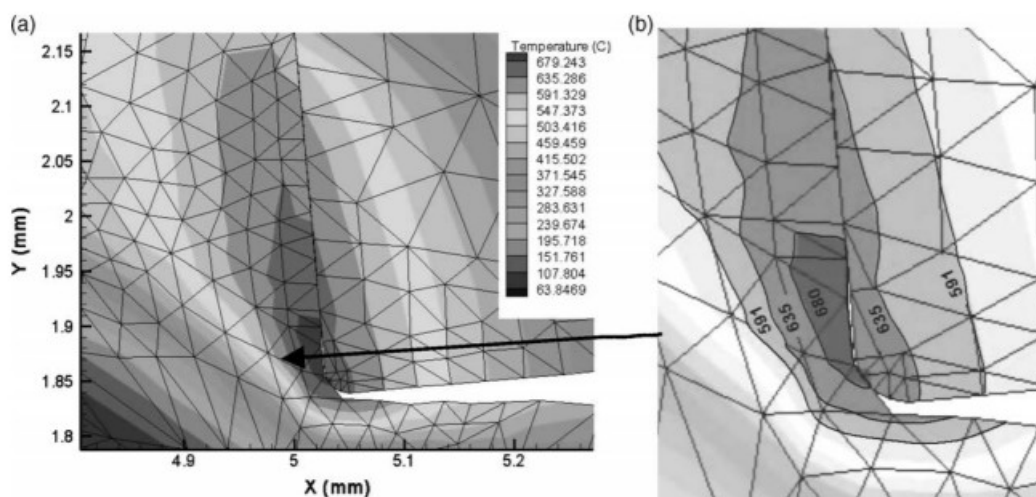


Рис. 1.15 – Ізотермічні ілюстрації в твердосплавних інструментах (а) без покриття ISO P20 та збільшення розподілу температури в районі ріжучої кромки (b) [20].

В роботі [21] розподіл температури в зоні різання було досліджено для структур в поєднанні з одношаровими (TiC), двошаровими (TiC / TiN), тришаровими (TiC / Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> / TiN) і чотиришаровими (TiC / Ti (C, N) / Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> / TiN) покриттями з плоскою поверхнею що складається з цементованої твердосплавної підкладки. В дослідженні розглядалися теплові характеристики відповідних шарів. На рисунку 1.16а видно, що при температурі 770° С теплова електропровідність шару TiC підвищується до 41,1 Вт / (мК).

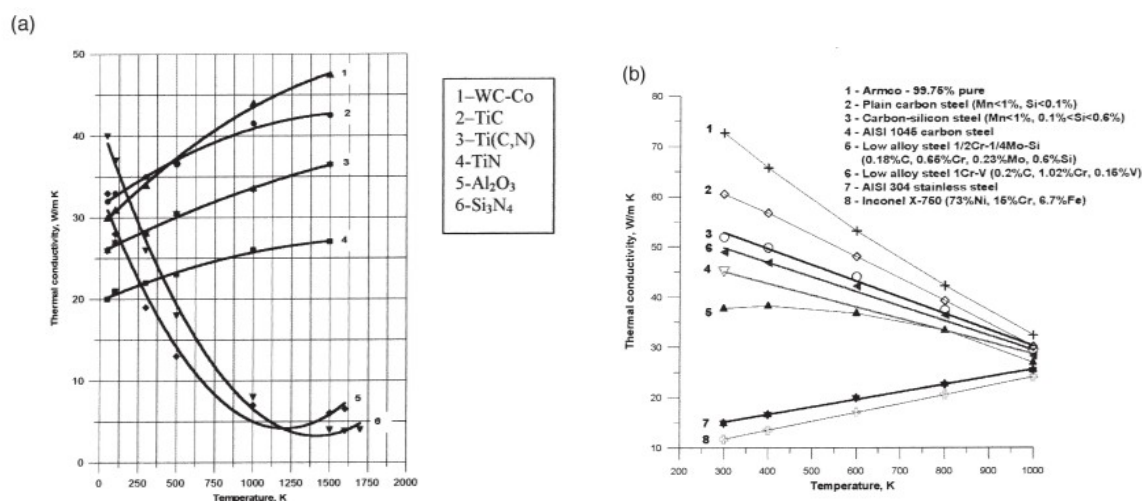


Рис. 1.16 – Деякі фізичні властивості покритивних матеріалів (а) та матеріалів заготовки (б) [21].

При цій контактній температурі теплопровідність шару  $Al_2O_3$  дорівнює  $5,8 \text{ Вт / (мК)}$ , тоді як для покриття  $TiN$  вона зменшується повільно (крива 4 на рисунку 1.16 б) до  $30,4 \text{ Вт / (мК)}$ . Це означає, що багато тепла передається матеріалу з більшою теплопровідністю, тобто до рухомого елемента.

Проведений літературний огляд вказує на те, що моделювання температурних полів у різних системах обробки деталей залишається актуальним питанням для науковців. Але результати дослідження термозахисних функцій багат шарових покриттів у різних авторів дещо різняться. Так, поряд з інформацією про відчутне зменшення теплового навантаження на ріжучій інструмент під дією покриття, наявні дослідження, які вказують про те, що покриття зовсім не впливають на поширення температурного поля вглиб інструменту. Метою даного дослідження є проведення моделювання динаміки теплового поля в ріжучому інструменті із багат шаровим покриттям та без такого за для усунення існуючих протиріч між результатами подібних досліджень інших авторів.

## РОЗДІЛ 2 МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ

### 2.1 Теоретична основа моделювання задачі дослідження

#### 2.1.1 Теплові явища при різанні металів.

При різанні металів спостерігається виділення теплової енергії в результаті того, що механічна робота різання перетворюється в теплову енергію. Джерелами теплової енергії в зоні обробки різанням є [22]:

1. Тертя мікрочастинок у зрізаному шарі під дією пластичної деформації при формуванні стружки ( $Q_1$ );
2. Результат взаємодії стружки та передньої поверхні різального інструменту ( $Q_2$ );
3. Взаємодія поверхні різання та поверхні що обробляється зі сторони заднього елемента різального інструменту ( $Q_3$ ).

Ілюстрація розташування теплових джерел в зоні різання наведена на рисунку 2.1 [22].

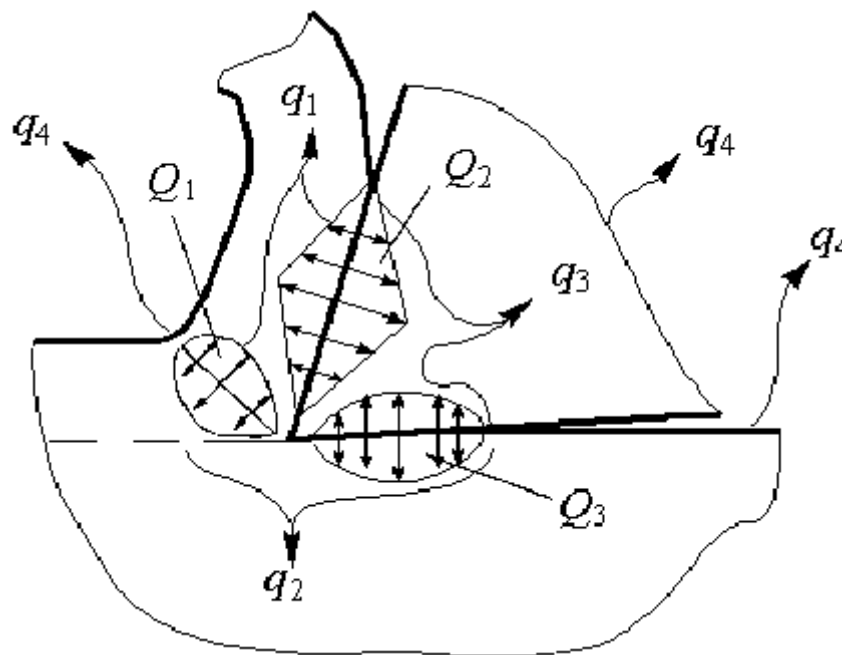


Рис. 2.1 – Теплові джерела [22].

Найінтенсивніше виділення теплоти спостерігається в області інструменту, прилеглої до площини сколювання. На цій ділянці теплота

формується в результаті двох процесів: по-перше, під дією пластичної деформації зсуву мікрочастинок та формування стружки; по-друге, в результаті механічної деформації шару металу, який примикає до поверхні сколювання зі сторони припускового шару. Цей шар показаний на рисунку 2.2 та виділений штрихуванням.

Відомо, що пружна деформація завжди відбувається перед пластичною деформацією, і тому завжди спостерігається при пластичній деформації. Шляхом вимірювання мікротвердості можна визначити пластичну деформацію у шарі металу.

В процесі різання утворюється теплова енергія, яка ні накопичується, а поширюється в напрямку від областей з більш високою температурою до елементів з меншою температурою. З місця різання тепловий потік напрямляється з металевими елементами ( $q_1$ ) (дивись рис.2.1), передається в блок, що обробляється ( $q_2$ ) та інструментальну основу ( $q_3$ ), та переходить у простір навколо процесу ( $q_4$ ). Теплове рівняння можна записати у вигляді:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 \quad (2.1)$$

Загальна кількість тепла що з'являється при обробці різанням є сумою теплової енергії, яке з'явилась у всіх джерелах, що наведені вище (дивись формулу (2.1)).

Співвідношення кількості теплової енергії, що ухоче зі стружкою, за допомогою інструменту і навколишнього середовища, залежить від фізичних показників матеріалу що оброблюється, параметрів різання, геометрії ріжучого інструменту та умов зовнішнього середовища, в яких проводиться різання (дивись рисунок 2.3).



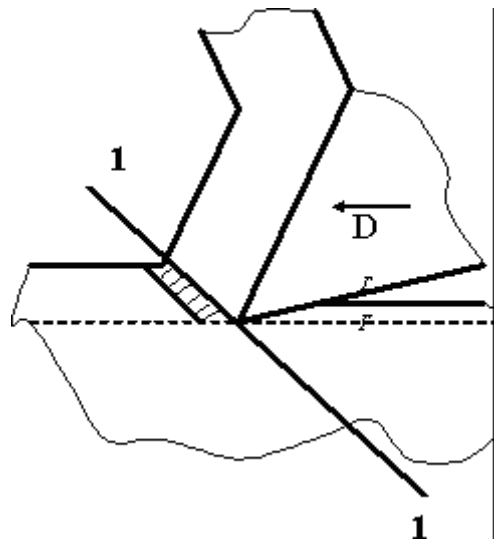


Рис. 2.2 – Зона обробки деталі з площиною сколювання 1-1 [22].

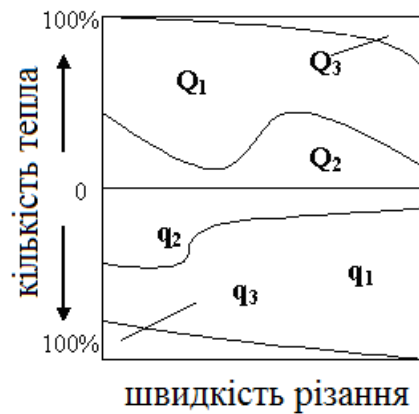


Рис. 2.3 – Залежність утворення і розподіл кількості теплової енергії, від величини швидкості різання [22].

З початком режиму обробки, температура в зоні різання збільшується до якогось відповідного значення і стає постійною та відповідною тепловому режиму зі стаціонарною складовою. Причому, кількість виділеної теплової енергії рівна відведеної енергії. З практичної точки зору, інтерес представляють температурні показники робочої частини інструменту та заготовки що оброблюється. Тепло, при переході в заготовку, підвищує її температуру і призводить до температурних змін її геометричних показників, що часом є причинами браку деталей.

Теплота, при переході в інструментальну основу, незважаючи на невеликі значення, зосереджується в малих об'ємах матеріалу різця, призводить до сильного розігріву цього об'єму. Цей процес веде до погіршення ріжучих властивостей і механічних характеристик інструменту. Зростання швидкості процесу різання призводить до того, що частина теплової енергії, яка направляється в інструментальну основу, зменшується. Притому, абсолютна кількість теплоти збільшується і, як наслідок, температурні показники різання підвищуються до критичних значень.

### **2.1.2 Температурне поле навколо різця**

Дослідниками [22-24] визнано той факт, що тепла енергія в зоні різання має нерівномірний розподіл. Більш висока температура спостерігається на передній поверхні при віддаленні від різальної крайки на третину довжини контакту між стружкою та поверхнею з переду. Температурне поле – множина всіх миттєвих значень температури в усіх точках різальної зони. Температурне поле надає уявлення про розподіл температури і формує якісну картину температурного навантаження зони різання.

Багато досліджень температурної залежності від різних фізико-механічних та термічних факторів показують [22, 24], що температура в зоні різання залежить від багатьох параметрів. А саме: фізико-механічних властивостей матеріалу, що оброблюється, параметрів режиму різання, геометричних особливостей ріжучого інструменту та ін. Найбільший вплив температура в зоні різання відчуває від величини швидкості різання, меншій вплив – від величини подачі. Слід відзначити, вплив параметрів глибини різання є невідчутним. Серед геометричних параметрів ріжучої частини інструмента більш за все на температуру різання оказують вплив передній , головний кути та радіус округлення вершини різального інструменту [23].

Автори різних наукових досліджень пропонують аналітичні та емпіричні співвідношення для проведення розрахунку температурного навантаження в

зоні різання. Як правило, аналітичні формули включають в собі значну кількість не завжди відомих величин та є достатньо складними на реалізації числових розрахунків. Емпіричні формули є простими на перший погляд, але мають застосування лише у відповідних обставинах проведення експериментальних досліджень. Як правило, структурна складова емпіричних залежностей залежить від факторів, що мають будь-який вплив на величину температури в зоні різання.

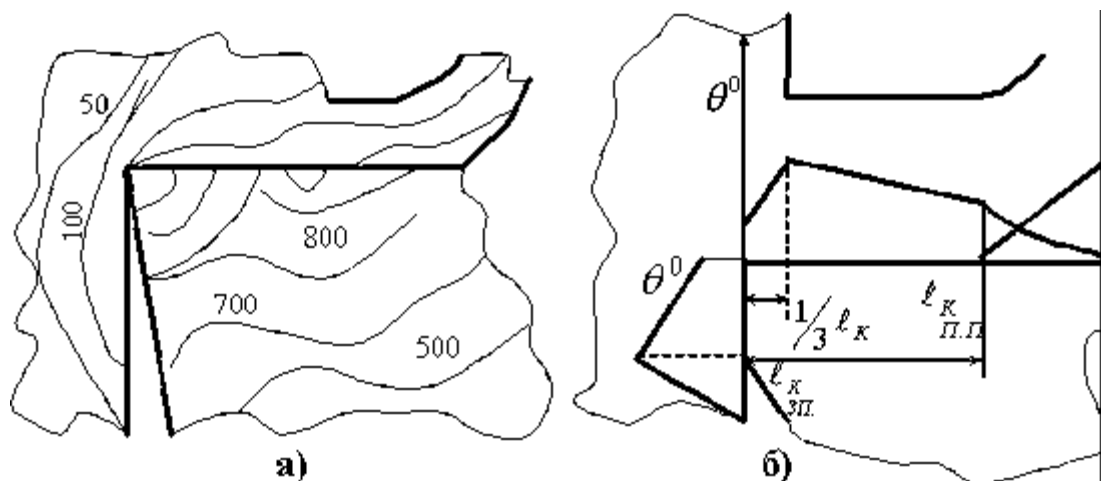


Рис. 2.3 – Лінії рівня температурного поля (а) і температурний розподіл в області обробки деталі (б) [23].

Можна зробити висновок, що на температуру в області процесу обробки найбільш сильно впливає швидкість різання, слабкіше відчувається вплив подачі інструменту. В той же час, величина глибини різання істотно не впливає на температуру. Цей факт можна пояснити тим, що збільшення глибини різання призводить до пропорційного збільшення довжини робочої ділянки різальної частини.

## 2.2 Практична частина реалізації дослідження

Джерелом теплоти при різанні металів є робота, що витрачається: на пластичні та пружні деформації в тонкому матеріалі, який зрізується і в шарах, прилеглих поверхні, що обробляється та до поверхні різання; на подолання

тертя по відповідних поверхнях різального інструменту. Теплова енергія, що утворюється під час різання не акумулюється, а проходить процес поширення від місць з більш високою температурою до областей з меншою температурою. Із зони різання тепловий фронт переноситься зі стружкою, передається в деталь яка обробляється та ріжучий інструмент, крім того напрямляється в навколишнє середовище. Теплові процеси під час різання мають важливу функцію. Вони задають температурні умови в області різання, що мають вплив на характер утворення стружки, на сили різання та мікроструктуру поверхневого шару. Крім того, температурне поле впливає на інтенсивність зношування інструменту та на період його зносостійкості.

В рамках цієї роботи були проведені стійкісні випробування токарних різців (дивись рисунок 2.4) з твердосплавними пластинами ромбовидної форми CNMG 190616 марки T15K6 із захисним тришаровим (TiCN/ $\alpha$ -Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/TiN) покриттям та без покриття при повздовжньому точінні валків, які є елементами металообробного обладнання в діапазоні діаметрів 500-800 мм (матеріал деталей – легована сталь 90ХФ).

Режими різання відповідали напівчистовій обробці валків заданого розмірного діапазону: глибина різання  $t=2,0-6,0$  мм, подача різця  $s=0,2-0,4$  мм/об, швидкість різання  $v=120-160$  м/хвил.

Параметри прохідного токарного різця РСВNP-4040S-19: головний кут в плані  $\varphi=75^\circ$ , передній кут  $\gamma=10^\circ$ , задній кут  $\alpha=6^\circ$ . Переріз державки зі сталі 40Х становить  $B \times H=40 \times 40$  мм. Виліт різця при встановленні в тримач різця – 40 мм. Товщина ромбічної твердосплавної пластини 7 мм. Довжина ріжучої кромки  $l=20$  мм.

Із застосуванням традиційної методики проведення експериментальних досліджень, випробування проводились після 15 хвилин роботи різця, або при встановленні критичного зношення різальної пластини величиною 0,8 мм.

Аналіз результатів стійкісних випробувань пластин з покриттям показав найменшу інтенсивність зношування у порівнянні з пластиною без покриття. У

першому випадку знос пластини CNMG 190616 з покриттям за 15 хвилин склав 0,22 мм, а без покриття 0,7 мм.

Вимірювання температури  $\theta$  в зоні контакту стружки із передньою поверхнею ріжучої пластини проводилося методом природної термопари (дивись рисунок 2.5).

Спаєм природної термопари є поверхня природного контакту між оброблюваним матеріалом та ріжучою пластиною. При цьому оброблюваний матеріал та інструментальний матеріал виконують роль термоелектродів. Термо-ЕРС на кожній елементарній ділянці контакту, однозначно пов'язана з температурою на цій ділянці. Для тарування термопари використовувалась хімічно чиста сурма (температура кипіння 1440°C).

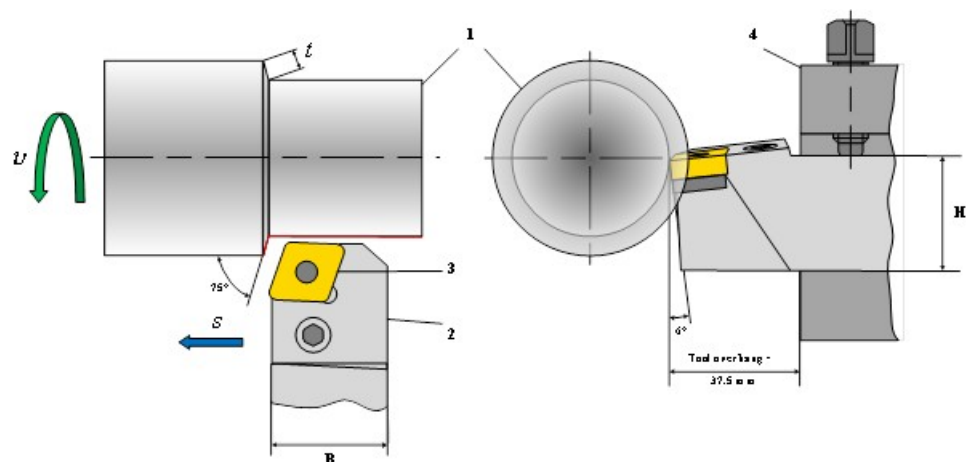


Рис. 2.4 – Схема обробки деталі: 1 – Деталь, яка обробляється; 2 – різальний інструмент (PCBNR-4040S-19), 3 – ріжуча вставка (CNMG 190616); 4 – тримач інструменту.

У кожному експерименті знімалися чотири показання мілівольтметра. За допомогою тарованого графіка визначалась середня температура для кожної точки експерименту.

На початковому етапі обробки деталі температурний показник збільшується, потім досягає якогось постійного значення, після чого

формується сталі умови режиму обробки. Такий режим відповідає стаціонарному тепловому режиму.

Температура в зоні різання  $\theta$  визначається за емпіричною формулою:

$$\theta = C_{\theta} v^x s^y t^z, (2.2)$$

де  $C_{\theta}$  – константа, що дозволяє врахувати умови різання,  $x, y, z$  – показники степені, що характеризують вплив кожного елемента на температуру.

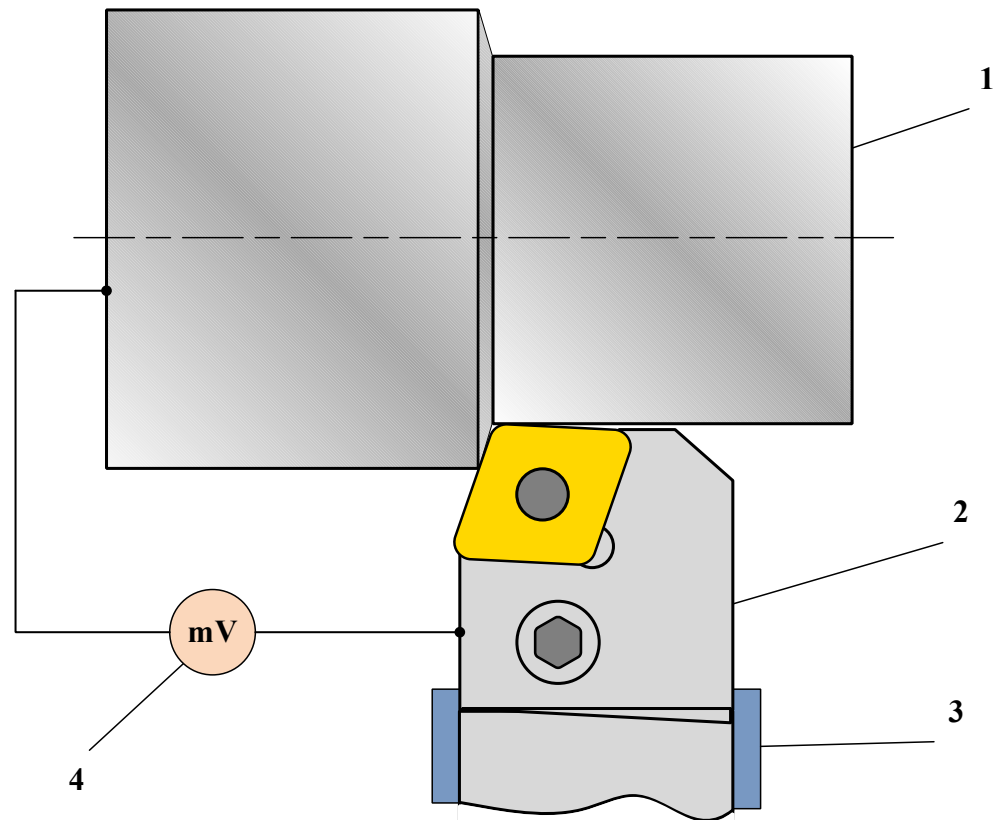


Рис. 2.5 – Встановлення температури в зоні різання : де 1 – заготовка яка оброблюється; 2 – різальний інструмент; 3 – ізоляційна підкладка, 4 – вимірювач електричної напруги.

За допомогою отриманих експериментальних даних (див. таблицю 2.1) методом найменших квадратів були отримані наступні значення коефіцієнтів  $C_\theta$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ : для випадку пластини без покриття –  $C_\theta=189,388$ ,  $x=-0.133$ ,  $y=-0.127$ ,  $z=0.3327$ ; у випадку пластини з покриттям –  $C_\theta=110,3429$ ,  $x=-0.17416$ ,  $y=-0.16733$ ,  $z=0.42788$ .

У процесі різання загальний тепловий потік в ріжучий інструмент визначається сумою двох доданків: тепловий потік який виникає внаслідок тертя між поверхнями різця, стружкою і оброблюваною деталлю та тепловий потік, що генерується за рахунок різниці температур між стружкою та інструментом [25].

Таблиця 2.1

Результати вимірювання температури в зоні контакту між оброблюваним матеріалом та ріжучою пластиною

$t$ , мм	$s$ , мм/об.	$v$ , м/хвил	$\theta$ , °С
Пластина Т15К6 без покриття			
2	0,4	160	1050
4	0,2	140	1000
4	0,2	120	950
6	0,2	120	900
Пластина Т15К6 з покриттям			
2	0,4	160	1000
4	0,2	140	940
4	0,2	120	880
6	0,2	120	820

Дослідження показують [26], що коефіцієнт тертя між ріжучою пластиною без покриття і оброблюваною поверхнею значно вищий ніж коефіцієнт тертя у випадку пластини з покриттям. Як наслідок, складова теплового потоку в інструмент за рахунок тертя збільшується, що відповідно, призводить до збільшення температури в зоні різання. Цей факт підтверджується і результатами наших вимірювань (див. таблицю 2.1).





## РОЗДІЛ 3 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ТЕПЛОПЕРЕНОСЕННЯ

### 3.1 Побудова математичної моделі

При моделюванні розповсюдження теплового поля, як правило, розв'язують диференціальне рівняння теплопровідності при встановлених граничних умовах. При розгляді однорідного ізотропного середовища при умові, що внутрішні джерела тепла відсутні, рівняння теплопровідності при  $T=T(x, y, t)$  у двовимірному випадку має вигляд:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T, x, y \in D, t > 0, (3.1)$$

де  $c$  – теплоємність середовища;  $\rho$  – густина середовища;  $\lambda$  – теплопровідність середовища.

Причому оператор Лапласа має вигляд:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (3.2)$$

Відомо, що диференціальне рівняння теплопровідності має багато розв'язків. Єдиний розв'язок рівняння задають граничні умови, що описують перебіг теплових процесів на поверхні об'єкта різання.

Початкова і гранична умови разом мають назву крайових умов протікання процесу; початкова умова називається крайовою умовою по часу, а гранична умова має назву просторової крайової умови. Початкову умову можна задати виходячи із умов закону розподілу температурного поля всередині об'єкта на початку дослідження, тобто

$$t=0: T=f(x, y), (3.3)$$

де  $f(x, y)$  – відома залежність.

Під час рівномірної дії температури початкова умова спрощується:

$$t=0: T=T_0=const.$$

Під час формування граничних умов першого роду прийнято задавати температурний розподіл на поверхні тіла протягом визначеного часу:

$$T=U(x, y, t). \quad (3.4)$$

Граничні умови другого роду описують показники теплового поля для кожної точки поверхні (або границі) в довільний момент часу:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = q(x, y, t), \quad (3.5)$$

де  $n$  – зовнішня нормаль до поверхні (або границі) тіла.

Особливості формування граничних умов третього роду містяться у врахуванні взаємозв'язку між тепловим потоком від поверхні і тепловим потоком з навколишнього середовища (закон Ньютона-Рихмана):

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_e), \quad (3.6)$$

де  $h$  – коефіцієнт теплообміну,  $T_e$  – температура зовнішнього середовища.

Розглянемо двовимірну область рішення представлену на рис. 3.1. Область рішення була обрана прямокутною без дотримання точної геометрії різця, для спрощення подальших аналітичних та чисельних розрахунків.

Зовнішня границя  $\Gamma$  області рішення (рисунок 3.1), розділена на три ділянки  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_3$ . На проміжку  $\Gamma_1$  спостерігається теплообмін із нагрітою стружкою, в області  $\Gamma_2$  враховуються теплообмін із зовнішнім середовищем (повітрям). Частина площини, яка позначена  $\Gamma_3$  враховує граничні умови 1-го

роду. В області  $\Gamma_3$  елемент різця закріплений у масивному тримачі, тому можна вважати температуру постійною і такою, що дорівнює температурі навколишнього середовища.

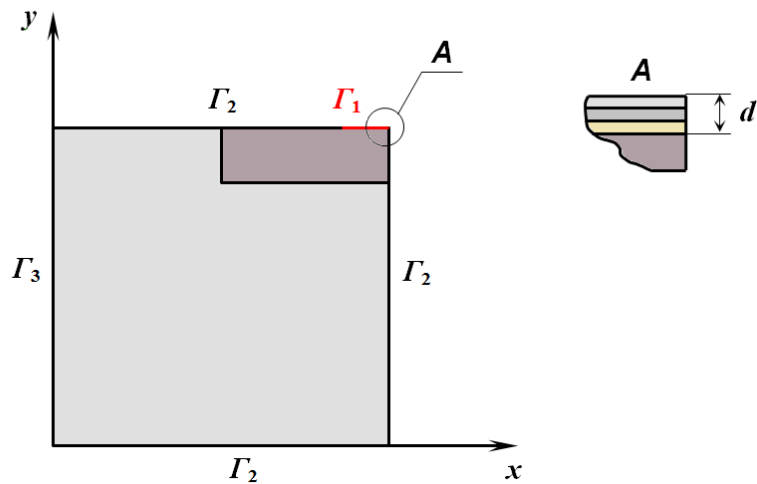


Рис. 3.1 – Схема різальної пластини із нанесеним покриттям.

На початок проведення процесу обробки, температура у всіх точках різучої пластини дорівнює  $T_0=20^\circ\text{C}$ , що задає відповідні початкові умови.

У даній роботі розподіл температурного поля в інструменті моделюється із застосуванням методу скінченних елементів (МСЕ). Основою методу є ідея апроксимації безперервної функції відповідною моделлю дискретного характеру. Вона сформована із застосуванням безлічі кусково-неперервних функцій, визначених на скінченному числі елементів. Функцією елемента найчастіше буває поліном. Порядок такого полінома має залежність від числа використовуваних в кожному вузлі елемента даних про безперервну функцію. МСЕ враховує властивості матеріалу для багато структурних об'єктів.

Алгоритм формування моделі дискретного характеру складається з кількох етапів:

1. Зробити розподіл кінцевого числа точок (вузлів) в області, яка досліджується.

2. Встановити, що безперервна величина для кожного вузла (точки) є невідомою величиною, яку необхідно визначити.
3. Розбити область на кінцеве число елементів, які повинні мати спільні точки (вузли).
4. Апроксимувати математичним поліномом безперервну величину для кожного елемента. Коефіцієнти поліному підбираються таким чином, щоб зберігалася умова безперервності встановленої величини на кожній границі елемента.

У випадку стаціонарного теплового режиму (в цьому режимі температура в зоні різання набуває максимального значення) диференціальне рівняння теплопровідності (3.1) має вигляд:

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0. \quad (3.7)$$

А відповідні до нього граничні умови

$$T = T_0 \text{ на } \Gamma_3 \quad (3.8)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} l_x + \lambda \frac{\partial T}{\partial y} l_y + h_{1,2} (T - T_{e_{1,2}}) = 0 \quad (3.9)$$

на  $\Gamma_1$  та  $\Gamma_2$ . Значення  $l_x$  і  $l_y$  у формулі (3.9) – є напрямними косинусами вектора нормалі  $n$  до відповідної поверхні.  $h_1$  – коефіцієнт теплообміну між нагрітою стружкою та ріжучою пластиною на границі  $\Gamma_1$ , а  $h_2$  – коефіцієнт теплообміну між навколишнім середовищем (повітрям) і ріжучим інструментом на границі  $\Gamma_2$ .  $T_{e_1} = \theta$  – температура в зоні різання, яка розраховується за формулою (2.2), а  $T_{e_2} = T_0$  – температура навколишнього середовища.

З точки зору варіаційного числення рішення рівняння (3.7) з встановленими відповідними умовами (3.8) і (3.9) можна вважати еквівалентними визначенню мінімуму функціоналу

$$\chi = \frac{1}{2} \int_V \lambda \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] dV + \frac{1}{2} \int_S h(T - T_e)^2 dS. \quad (3.10)$$

Функціонал (3.10) можна мінімізувати з використанням множини функцій відповідних елементів. Відзначимо, що кожна з таких функцій визначена для окремого елемента та представлено вираз за допомогою вузлових значень. Враховуючи той факт, що залежності від температури  $T$  не є неперервними об'єктами на всій області дослідження, замість них вводяться до розгляду функції  $T^{(e)}$ . Вони є визначеними на окремих елементах. Інтегральні вирази в (3.10) повинні бути представлені у вигляді інтегралів за окремими елементами. Це дає співвідношення

$$\chi = \chi^{(1)} + \chi^{(2)} + \dots + \chi^{(E)} = \sum_{e=1}^E \chi^{(e)}, \quad (3.11)$$

де  $\chi^{(e)}$  – внесок окремого елемента в  $\chi$ ,  $E$  – загальне число елементів.

З метою мінімізації функціоналу  $\chi$  по відповідним вузловим значенням  $[T]$  необхідне виконання співвідношення:

$$\frac{\partial \chi}{\partial [T]} = \frac{\partial}{\partial [T]} \sum_{e=1}^E \chi^{(e)} = \sum_{e=1}^E \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial [T]} = 0. \quad (3.12)$$

Прямокутну форму області що досліджувалась розбито на відповідні елементи прямокутної форми. Витримувалась умова формування кожного елемента з чотирма вузловими точками.

Температурний поліном для двовимірному елемента прямокутної форми має вигляд:

$$T^{(e)}(x, y) = \alpha_1^{(e)} + \alpha_2^{(e)} x + \alpha_3^{(e)} y + \alpha_4^{(e)} xy, \quad (3.13)$$

де  $\alpha_i^{(e)}$  ( $i=1,2,3,4$ ) – коефіцієнти, які визначаються через вузлові значеннями температури для даного елемента.

На основі отриманих математичних співвідношень та відповідних схеми реалізації розроблена оригінальна комп'ютерна програма (дивись додаток А).

### 3.2 Результати апробації математичної моделі

З метою реалізації розробленої комп'ютерної програми (дивись додаток А), для проведення розрахунків були вибрані наступні режими різання: глибина різання  $t=6,0$  мм, подача різця  $s=0,4$  мм/об, швидкість різання  $v=140$ м/хвил. При даних режимах температура в зоні різання  $\theta$ , розрахована за формулою (3.1), становить  $868^\circ\text{C}$  та  $780^\circ\text{C}$  для ріжучої пластини без покриття та пластини з покриттям, відповідно. Тришарове (TiCN/ $\alpha$ -Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/TiN) покриття мало загальну товщину  $d=7,5$  мкм при товщині кожного шару 2,5 мкм. Термофізичні властивості матеріалів на які спирались при проведенні розрахунків наведені в таблиці 3.2.

Таблиця 3.1

Термофізичні властивості матеріалів [27]

	Сталь 40X	T15K6	TiCN	$\alpha$ -Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	TiN
Теплопровідність $\lambda$ , Вт/(кг·°C)	41,9	27,2	30	7,5	11,3

Загальна кількість елементів, на які була розбита область рішення, становила 8800 елементів. Цей показник був врахований при складанні комп'ютерної програми для теоретичної реалізації поставленої задачі.

Отримані графічні результати моделювання температурного поля пластини представлено на рисунку 3.2. Аналіз температурного поля деталі із покриттям, у порівнянні з розподілом температур в різці без покриття, показує дещо зменшену глибину проникнення теплоти в середину деталі. Порівняльний

аналіз зміни температури в залежності від відстані від поверхні інструмента дозволяють зробити відповідні теплові профілі в різці з ріжучою пластиною без покриття та з покриттям вздовж лінії  $x=0,037$  м, що зображено на рисунку 3.3.

Аналіз графіків показує, що різниця температур в зоні різання зумовлена тепловим потоком і зберігається майже не змінною вздовж напрямку  $x=0,037$  м, і за рівних температур графіки співпадуть.

Але, за збільшеного масштабу (рис. 3.4) видно, що за рахунок малої товщини захисного покриття воно не відіграє роль теплового бар'єру, який забезпечує суттєве зменшення теплового потоку в ріжучу пластину. Головне зменшення температури різання відбувається за рахунок зменшення теплового потоку від тертя в зоні різання, що спричиняється меншим коефіцієнтом тертя пари деталь-різець у випадку ріжучої пластини з покриттям.

Меньший коефіцієнт тертя зумовлює менший знос різця, а отже збільшує його стійкість.

Результати дослідження представлені в роботах [28, 29].

При моделюванні вважалось, що захисне покриття не змінює коефіцієнт тертя в трибопарі заготовка-різець. Тобто тепловий потік, що генерується за рахунок тертя є сталим в обох випадках: ріжуча пластина без покриття та з покриттям. Наступне припущення було те, що температура в зоні різання була також однаковою и становила  $800^{\circ}\text{C}$ . Тришарове покриття мало загальну товщину  $d=7,5$  мкм при товщині кожного шару  $2,5$  мкм. Термофізичні властивості матеріалів на які спирались при проведенні розрахунків наведені в таблиці 3.2 [30].

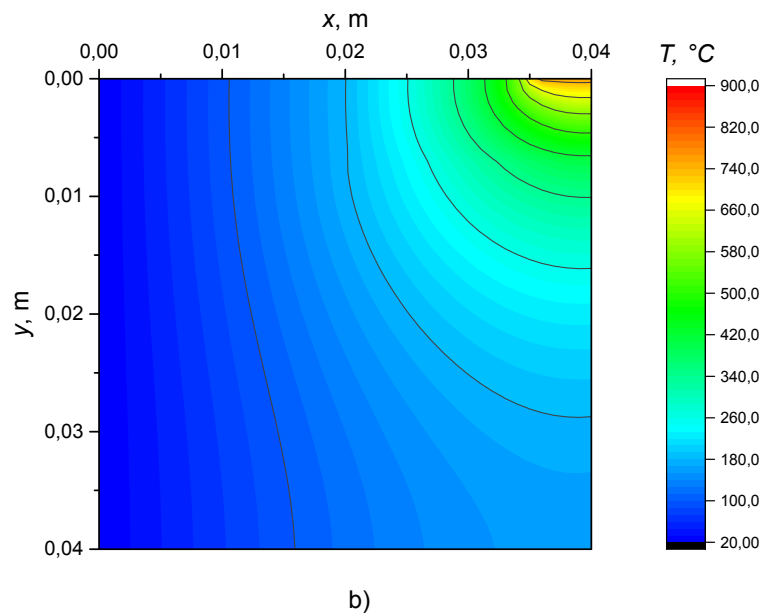
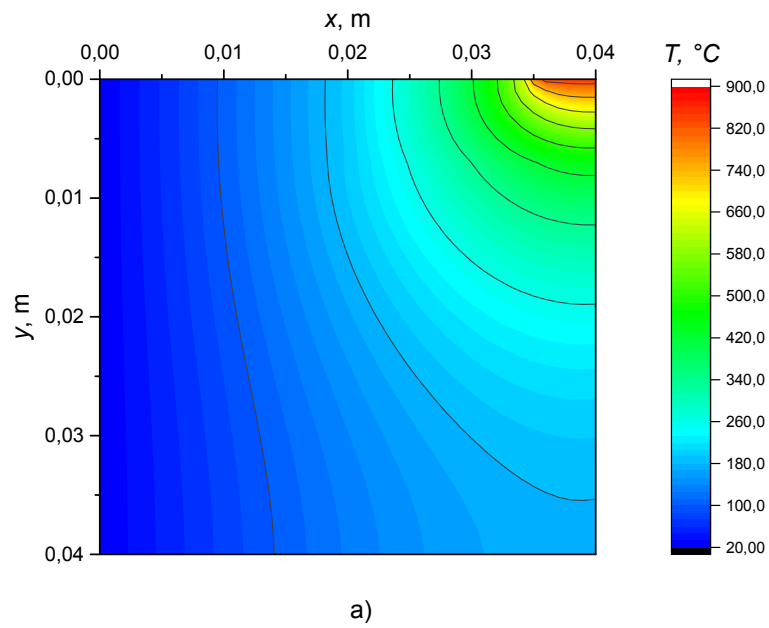


Рис. 3.2 – Графічне представлення температурного поля: а) ріжуча поверхня без покриття; б) ріжуча частина з тришаровим покриттям.



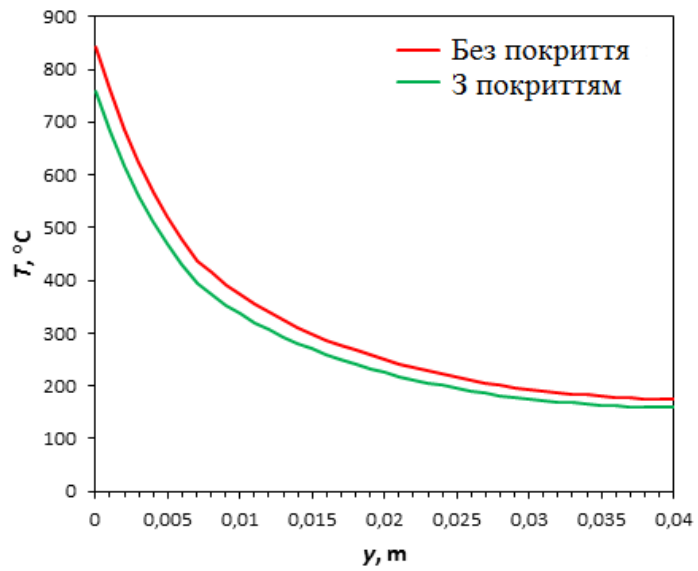


Рис. 3.3 – Теплові профілі в різці з ріжучою пластиною без покриття та з покриттям, в перерізі, що відповідає  $x=0,037$  м.

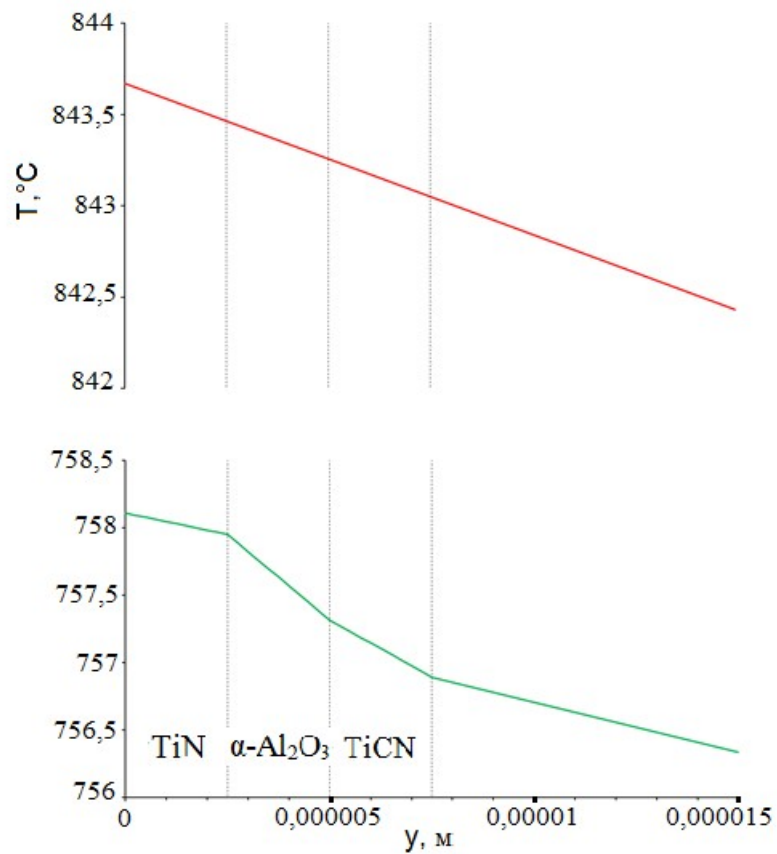


Рис. 3.4 – Теплові профілі в інструменті з ріжучою пластиною без покриття (—) та з покриттям (—) (збільшений масштаб).

Отримані графічні результати моделювання динаміки теплового поля в досліджуваній технологічній системі представлені на рисунках 3.5 – 3. 7.

Таблиця 3.2

Термофізичні властивості матеріалів

	Steel DIN 1.70 34	Carbide substrate	TiCN	$\alpha$ -Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	TiN
Thermal conductivity $\lambda$ , W/ (m $\cdot$ °C)	41.9	27.2	30	7.5	11.3
Density, kg/m <sup>3</sup>	7770	11400	5200	3990	5430
Specific heat capacity, J/(kg $\cdot$ °C)	529	251.4	440	1000	600
Thermal diffusivity, $\times 10^{-6}$ m <sup>2</sup> /s	10.19	9.49	13.11	1.88	3.47

З рисунків 3.5 та 3.6 видно, що температура на ріжучій поверхні збільшується з часом. З рисунку 3.7 видно, що наявність комбінованого покриття призводить до збільшення температури ріжучої поверхні в контактній зоні у порівнянні із ріжучою пластиною без покриття.

Отримані дані підтверджується результатами роботи [19]. В рамках роботи [19] представлена лагранжево-ейлерова модель скінченних елементів операції фрезерування з використанням ріжучих пластин з твердого металу з покриттям.

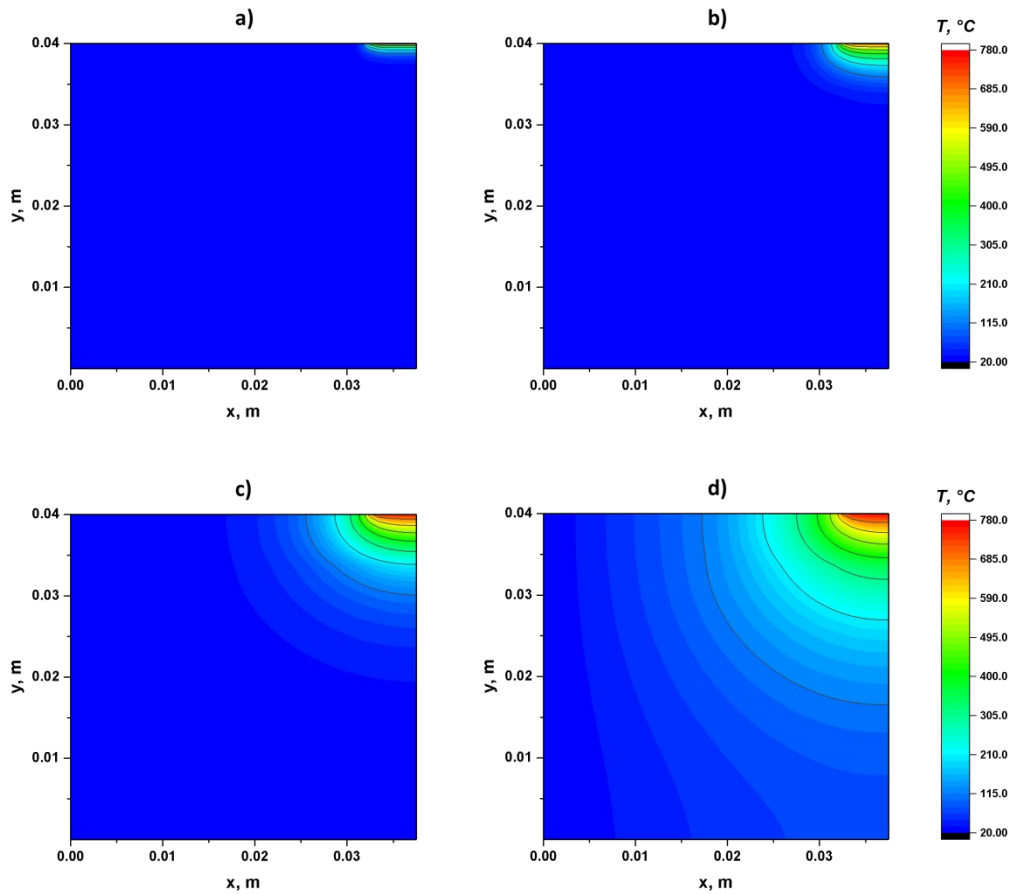


Рис. 3.5 – Динаміка теплового поля в різці з ріжучою пластиною із комбінованим покриттям: а)  $t=0.1$  s; б)  $t=1$  s; в)  $t=10$  s; д)  $t=100$  s від початку операції точіння.

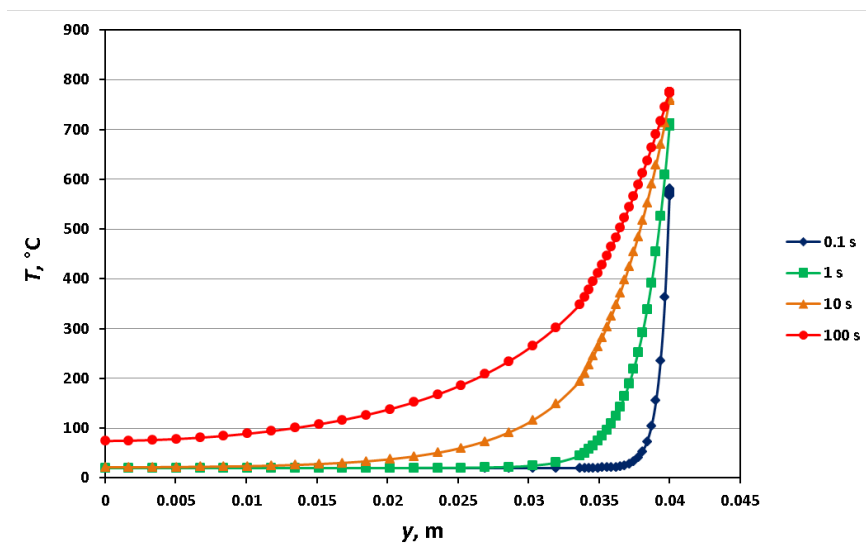


Рис. 3.6 – Теплові профілі в різці з ріжучою пластиною із комбінованим покриттям, в перерізі, що відповідає  $x=0,035$  м та різним моментам часу від початку точіння.

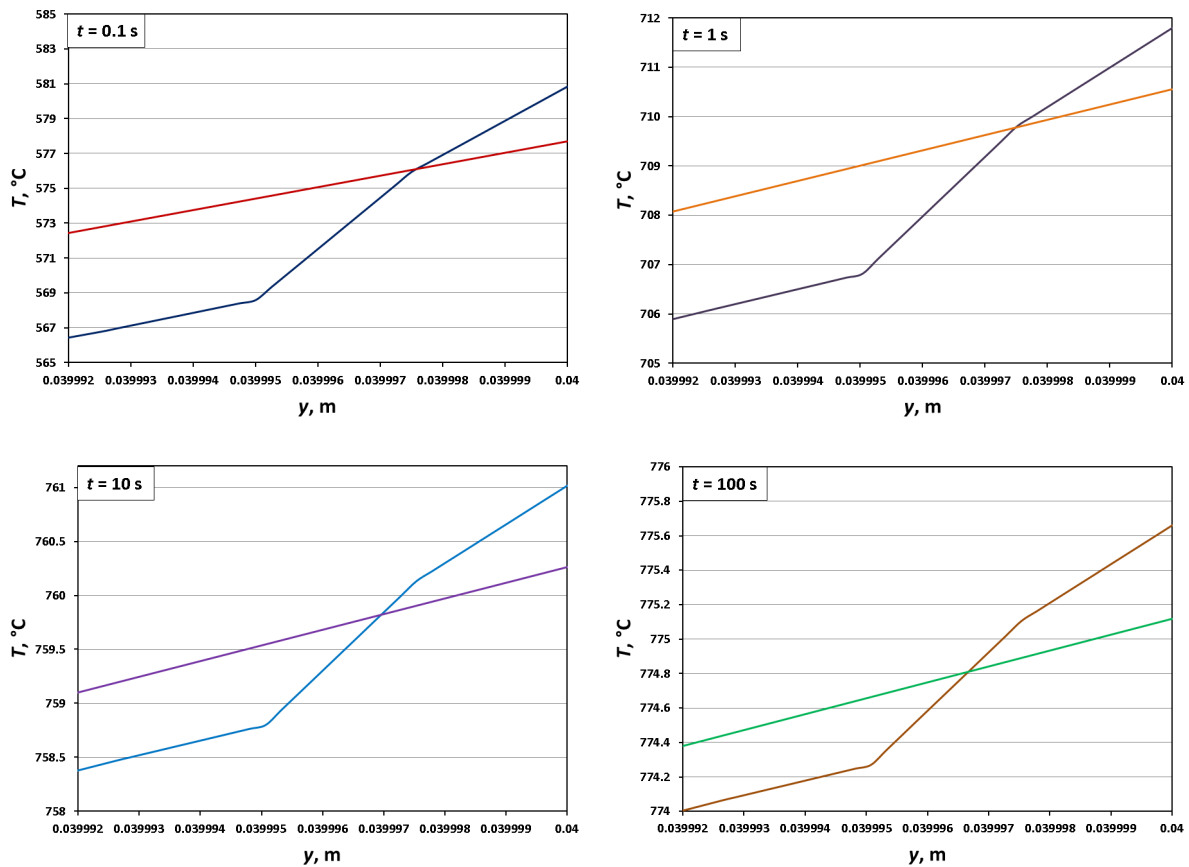


Рис. 3.7 – Теплові профілі в ріжучій пластині із комбінованим покриттям та без нього, в перерізі, що відповідає  $x=0,035$  м та різним моментам часу від початку точіння.

Проведено дослідження з трьома покриттями, які представляли собою одношарове з  $\text{TiAlN}$ , двошарові  $\text{TiCN} / \text{Al}_2\text{O}_3$  та  $\text{TiAlN} / \text{Al}_2\text{O}_3$ . В якості еталона для порівняння результатів була використана модель інструмента без покриття. Порівняння непокритого та трьох інструментів з різним покриттям показало, що розрахункові температури на контактній поверхні є найнижчими для інструменту без нанесення покриттів. Причиною цього явища, є те що підкладка більш теплопровідна по зрівнянню із покриттям. Наслідком цього явища є ефект, коли зона більш високих температур що розташована всередині інструменту більша для інструменту без покриття, ніж для інструментів з покриттям. Провівши порівняльний аналіз для інструментів з покриттям, встановлено, що найбільша зона високої температури, близька до

поверхні інструменту, отримується для TiCN / Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Це очікується, оскільки TiCN виявляє значення теплопровідності яке є найбільшим серед досліджуваних покриттів. TiAlN і двошаровий TiAlN / Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> дають найнижчі розрахункові температури в підкладці. Причому, ці температури не відрізняються особливо в розрахованих температурних полях, обидва покривні матеріали характеризуються однаковими значеннями теплопровідності. Встановлено, що температура в цілому знижується у напрямку до внутрішньої частини інструменту. Результати дослідження показали, що покриття з низькою теплопровідністю можуть бути використані в якості теплового захисного екрану. Це може призвести до того, що в зоні різання на поверхні інструмента будуть виникати більш високі температури, в той час як вплив температури в середині деталі різця буде дещо обмежений.

В нашому дослідженні, ми знехтували впливом захисного покриття на коефіцієнт тертя в трибопарі заготовка-різець. А тільки досліджували зміну теплового поля в ріжучій пластині за рахунок впливу теплофізичних характеристик матеріалу покриття. Так само було здійснено в роботі [9], де було проведено моделювання процесу ортогонального різання інструментом, який виконано із карбідної сталі ISO P20 з нанесеними тонкими шарами TiC, TiN і Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Дослідження проводились для інструмента з покриттям та без нього. Досліджувався термоізоляційний ефект, що виникає в багатошарових покриттях із керамічним шаром Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> що має надзвичайно низьку температуропровідність. Встановлено, що наявність покриття на ріжучому інструменту призводить до того, що частина теплоти, що переходить в інструмент зменшується. Цей ефект особливо чітко відстежувався для тришарового покриття TiN/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/TiC-підкладка. Так, різниця температури в зоні різання між інструментом із покриттям та без нього склала більш ніж 100°C. Такий ефект можна пояснити з точки зору різниці теплових властивостей компонентів покриттів. Відзначено, що теплопровідність керамічного шару Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> в покритті TiC/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/TiN-P20 значно зменшує теплове

навантаження на матеріал інструменту. Одночасно автори відзначали, що коефіцієнт тертя при дослідженні процесу різання для інструментів з багатошаровим покриттям та без нього не змінювався продовж досліджень.

В роботі [21] розподіл температури в зоні різання було досліджено для структур в поєднанні з одношаровими (TiC), двошаровими (TiC/TiN), тришаровими (TiC/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/TiN) і чотиришаровими (TiC/TiCN/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/TiN) з покриттям з плоскою поверхнею що складається з цементованої твёрдосплавної підкладки. Було випробувано вісім різних трибо-пар. Автори роблять висновок про те, що використання багатошарових покриттів поліпшують трибологічні властивості поверхонь при ковзанні в умовах різання. Зокрема, для різання з нержавіючої сталі зі швидкістю різання що дорівнює 160 м/хв за допомогою чотиришарової вставки, температура контакту знижується приблизно на 300°C порівняно з твёрдосплавним інструментом без покриття.

## ВИСНОВКИ

1. Проведений літературний огляд з питання моделювання впливу багат шарового покриття на теплове поле ріжучого інструменту показав, що питання є актуальним и постійно знаходиться в полі зору науковців.

2. Розглянута практична частина моделювання процесу металообробки з встановленням умов поширення теплового поля та особливостей протікання процесу різання. Визначені режими роботи обладнання з метою проведення подальших числових розрахунків та графічної реалізації результатів.

3. Сформована математична задача дослідження, визначені початкові та граничні умови поширення теплової енергії. Виконано моделювання теплового поля, що базувалось на рішенні диференціального рівняння теплопровідності при двовимірному характері однорідного ізотропного середовища.

4. Запропонований розв'язок диференціального рівняння теплопровідності який містився у знаходженні мінімального значення функціоналу з врахуванням граничних умов поставленої задачі дослідження.

5. Для чисельної реалізації задачі дослідження область рішення розбили на прямокутні елементи. Кожному елементу прямокутної форми відповідав інтерполяційний поліном. Методом скінченних елементів моделювався розподіл температури в інструменті. Розроблена комп'ютерна програма в середовищі Matlab.

6. Аналіз отриманих результатів показав, що зменшення температури різання відбувається за рахунок зменшення теплового потоку від тертя в зоні різання, яке спричиняється меншим коефіцієнтом тертя пари деталь-різець у випадку ріжучої пластини з покриттям.

7. Встановлена теплозахисна роль покриття на дуже малих проміжках часу, наприклад під час фрезерування складеною фрезою, коли одна ріжуча пластинка знаходиться в контактi із оброблюваною поверхнею декілька мікросекунд.

## ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Плахотник В. А. Определение температурного поля в поверхностном слое заготовки при термофрикционном резании / В. А. Плахотник, А. А. Конская // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля. – 2013. – №4(193). – С. 150–152.
2. Береснев В. М. Многокомпонентные и многослойные вакуумно-дуговые покрытия для режущего инструмента / В. М. Береснев, М. Ю. Копейкина, С. А. Клименко // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Вакуум, чистые материалы, сверхпроводники (17). – 2008. – № 1. – С. 152–158.
3. Турбін П. В. Ефективність захисних покриттів на основі систем CBN, Ti-B-C та  $AlN-(Ti-Cr(Si))V_2$  для різального інструменту / П. В. Турбін, О. Ю. Кропотов, В. Г. Удовицький, О. Л. Самсоник, П. А. Сребнюк, Д. В. Горох // Журнал фізики та інженерії поверхні. – 2017. – Т. 2, № 4. – С. 231 – 253.
4. M'Saoubi R. Wear and thermal behavior of CVD  $\alpha-Al_2O_3$  and MTCVD Ti(C,N) coatings during machining, CIRP Ann. / R. M'Saoubi, S. Ruppel // Manuf. Technol. – 2009. – №58. – P. 57–60.
5. Pogrebnjak A. D. Modification of single crystal stainless steel structure (Fe–Cr–Ni–Mn) by high-power ion beam / A. D. Pogrebnjak, A. G. Lebed, Yu. F. Ivanov // Vacuum. – 2001. – Vol. 63. – № 4. – P. 483–486.
6. Fahad M. A comparative study of multilayer and functionally graded coated tools in high-speed machining / M. Fahad, P. Mativenga, M. Sheikh // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2012. – Vol. 62. – №1-4. – P 43–57.
7. Goncharov A. A. Modelling of Thermal Processes in the Cutting Insert with a Protective Coating / A.A. Goncharov, A.N. Yunda, R.Yu. Bondarenko, S.A. Goncharova, L.V. Vasilyeva, A.V. Agulov // Proc. of NAP. – 2016. – Vol. 5. – № 1. – P. 02NEA06.



8. Верещака А. С., Верещака А. А. Повышение эффективности инструмента путем управления составом, структурой и свойствами покрытий / А. С. Верещака, А. А. Верещака // Упрочняющая технология и покрытия. – 2005. — № 9. — С. 9–18.
9. Grzesik W. Finite element modelling of temperature distribution in the cutting zone in turning processes with differently coated tools / W. Grzesik, M. Bartoszek, P. Nieslony // Journal of Materials Processing Technology. – 2005. – №. 164–165. – P. 1204–1211.
10. Brito R. Thermal analysis in coated cutting tools / R. Brito, S. Rodrigues de Carvalho, S. Marcondes de Lima, J. Ferreira // International Communications in Heat and Mass Transfer. –2009. –Vol. 39. – № 4. – P. 314 – 321. .
11. Агулов А. В. Моделирование тепловых процессов в режущей пластине / А. В. Агулов, Р. Ю. Бондаренко, Л. В. Васильева, А. А. Гончаров // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. – 2015. – Вип. 27. – С. 5 – 12.
- 12.. Grzesik W. Modelling of the cutting process analytical and simulation methods / W. Grzesik, P. Nieslony, M. Bartoszek // Advances in Manufacturing Science and Technology. – 2009 – Vol. 33. – P. 5 – 29.
13. Ахметшин Р. И. Моделирование тепловых процессов при резании инструментом с функциональными покрытиями / Р. И. Ахметшин, М. Ш. Мигранов, А. А. Верещака // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. – 2007. – №2. – С. 116 –120.
14. Guemmour M.B. Simulation of the Chip Formation and Temperature Distribution by the FEM / M.B. Guemmour, A. Sahli, S. Kebdani and Sara Sahli // Journal of Applied Sciences. – 2015. – №15. – P. 1138-1148.
15. Петрова Л. С. Математическое моделирование процессов нагрева многослойных тел при обработке потоками энергии высокой интенсивности на основе системы нелинейных гиперболических уравнений

- теплопроводности / Л. С. Петрова // Интернет-журнал «Науковедение». – 2017. – Т. 9, №4.
16. Ольхов В. Е. Моделирование температурных полей режущего инструмента при высокоскоростном резании // Известия вузов. Машиностроение. – 1990. – №3. – С. 140–142.
  17. Шило А. Е. Анализ теплового режима рабочей поверхности однослойного инструмента из СТМ методом конечных элементов // Сверхтвердые материалы. 1989. – №5. – С. 38 – 41.
  18. Табаков В.П. Влияние условий резания на тепловое состояние режущего инструмента / В. П. Табаков, М. Ю. Смирнов, А. В. Циркин и др. // Технология машиностроения. – 2010. – № 6. – С. 11 – 16.
  19. Krajinović I. Finite element study of the influence of hard coatings on hard metal tool loading during milling / I. Krajinović, W. Daves, M. Tkadletz, T. Tepperneegg, T. Klünsner, N. Schalk, Ch. Mitterer, Ch. Tritremmel, W. Ecker, Ch. Czettel // Surface & Coatings Technology. – 2016. – № 304. –P. 134 – 141.
  20. Grzesik W. Determination of temperature distribution in the cutting zone using hybrid analytical-FEM technique / W. Grzesik // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 46(6).– 2006. – p. 651– 658.
  21. Grzesik W. The influence of thin hard coatings on frictional behaviour in the orthogonal cutting process / W. Grzesik // Tribology International. – 2000. – № 33. – p. 131–140.
  22. Армарего И. Дж. А., Браун Р. Х. Обработка металлов резанием. Пер. с англ. В.А.Пастунова – М.: Машиностроение, 1977. – 325с.
  23. Грановский Г. И., Грановский В. Г. Резание металлов: Учебник для машиностр. и приборостр. спец. вузов. – М.: Высш. шк., 1985. – 304с.
  24. Шпеньков Г. П. Физикохимия трения. Минск: изд-во БГУ, 1991. – 395с.
  25. Umbrello D. On the evaluation of the global heat transfer coefficient in cutting, Int. / D. Umbrello, L. Filice, S. Rizzuti, and F. Micari, // J. Mach. Tools Manuf. – 2007. – № 47. – P. 1738 – 1743.

26. Talib R. J. Friction and Wear characteristics of WC and TiCN-coated Insert in Turning Carbon Steel Workpiece / R. J. Talib, A. M. Zaharah, M. A. Selamat, A. A. Mahaidin and M. Fazira // *Procedia Engineering*.– 2013. – №68. – P. 716 – 722.
27. Бовсуновський А. П. Електротехнічні матеріали: Корот. довідник – К.: НУХТ, 2012. – 36 с.
28. Goncharov A. A. Effect of a protective coating on the temperature distribution in a revolving cutting tool and the cutting tool lifetime / A. A. Goncharov, A.N. Yunda, D.A. Belous, L.V. Vasilyeva // *High Temperature Material Processes*. – 2018. – Vol. 22. – № 4. –P. 279-291.
29. Мироненко Є. В. Дослідження теплового поля твердосплавних пластин з багатошаровим покриттям / Є. В. Мироненко, О. А. Гончаров, А. М. Юнда, Л. В. Васильєва, С. В. Коваль, Д. О. Білоус // *Вісник Донбаської державної машинобудівної академії*. – 2018. – № 2 (44). – С.214-218.
30. Pierson Hugh O. *Handbook of Refractory Carbides and Nitrides: Properties, Characteristics, Processing and Applications*. Westwood: Noyes Publications, 1996. – 340 p.

## ДОДАТОК А

### Код програми

```
clear;clc;
%Создание сетки
X=0.01;Y=0.01; %длина
T=1;% время
h=0.0001; Tau=0.01; %шаг
Lx=X/h; Ly=Y/h;
x=0.0001:h:X;
y=0.0001:h:Y;
lamda=27.2; ro=14800; c=247; %основа T15K6
lamda2=30; ro2=5300; c2=868; % слой TiCN
lamda3=7.5; ro3=3980; c3=1252; % слой два Al2O3
lamda4=11.3; ro4=5420; c4=857.6; % слой три TiN
a=lamda/ro*c;
a2=lamda2/ro2*c2;
a3=lamda3/ro3*c3;
a4=lamda4/ro4*c4;
кара=100; % коеф. теплодачи (3 гран. услов)
кара2=100000;
t=0:Tau:T;
U=zeros(Lx,Ly);
U1=zeros(Lx,Ly);
U2=zeros(Lx,Ly);
U3=zeros(Lx,Ly);
T0=20; % начальна температура
Te=20; % температура воздухае
v=150;
S=0.4;
tt=3;
Tk=110.3429*v.^0.42788*S.^0.16733*tt.^0.17416;
% Tk=900;
U(:, :)=T0;
U1(:, :)=T0;
U2(:, :)=T0;
U3(:, :)=T0;
NN=12; % № слоя
zz=50; % заглубление пластины
N1=100-NN/3; % 4
N2=100-2*NN/3;% 8
N3=100-NN;% 12
N4=100-NN/2;% 6
zag=100-zz;
alf=zeros(1,Ly);
bet=zeros(1,Ly);
%
```

---



```

2)*U3(N2+1,j))/(2*a2*a3*Tau*(lamda3+lamda2*(1-alf(N2)))+h*h*(lamda2*a3+lamda3*a2));
    for i=N2+2:N1
        ai=lamda3/(h*h);
        bi=2*lamda3/(h*h)+ro3*c3/Tau;
        ci=lamda3/(h*h);
        fi=-ro3*c3*U3(i,j)/Tau;
        alf(i)=ai/(bi-ci*alf(i-1));
        bet(i)=(ci*bet(i-1)-fi)/(bi-ci*alf(i-1));
    end;

alf(N1+1)=2*a3*a4*Tau*lamda3/(2*a3*a4*Tau*(lamda3+lamda4*(1-alf(N1)))+h*h*(lamda4*a4+lamda3*a3));

bet(N1+1)=(2*a3*a4*Tau*lamda4*bet(N1)+h*h*(lamda2*a3+lamda4*a3)*U3(N1+1,j))/(2*a3*a4*Tau*(lamda3+lamda4*(1-alf(N1)))+h*h*(lamda4*a4+lamda3*a3));

    for i=N1+2:Lx-1
        ai=lamda4/(h*h);
        bi=2*lamda4/(h*h)+ro4*c4/Tau;
        ci=lamda4/(h*h);
        fi=-ro4*c4*U3(i,j)/Tau;
        alf(i)=ai/(bi-ci*alf(i-1));
        bet(i)=(ci*bet(i-1)-fi)/(bi-ci*alf(i-1));
    end;
%verh
    if j<zag
        U3(end,j)=(lamda4*h*h*U3(end,j)+2*a4*Tau*(lamda4*bet(Ly-1)+kapa*h*Tk))/(lamda4*h*h+2*a4*Tau*(lamda4*(1-alf(Ly-1))+kapa*h));
    else
        %U(end,j)=((2*a2*Tau*bet(end-1))-(2*a2*Tau*h*q)+(h*h*lamda2*U(end,j)))/((lamda2*h*h)+2*a2*Tau*lamda2*(1-alf(end-1)));
        U3(end,j)=(lamda4*h*h*U3(end,j)+2*a4*Tau*(lamda4*bet(Ly-1)+kapa2*h*Tk))/(lamda3*h*h+2*a4*Tau*(lamda4*(1-alf(Ly-1))+kapa2*h));
    end;

    for i=Lx-1:-1:1
        U3(i,j) = alf(i)*U3(i+1,j)+bet(i);
    end;
end;

%po osi OY
for i=2:Lx-1
%levoe

```

```

alf(1)=2*a*Tau*lamda/(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda+kapa*h));

bet(1)=(lamda*h*h*U3(i,1)+2*a*Tau*kapa*h*Te)/(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda+kapa*h));

    for j=2:Ly-1
        ai=lamda/(h*h);
        bi=2*lamda/(h*h)+ro*c/Tau;
        ci=lamda/(h*h);
        fi=-ro*c*U3(i,j)/Tau;
        alf(j)=ai/(bi-ci*alf(j-1));
        bet(j)=(ci*bet(j-1)-fi)/(bi-ci*alf(j-1));
    end;
%pravoe
        U3(i,end)=(lamda*h*h*U3(i,end)
+2*a*Tau*(lamda*bet(Ly-1)+kapa*h*Te))/
(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda*(1-alf(Ly-1))+kapa*h));
        for j=Ly-1:-1:1
            U3(i,j) = alf(j)*U3(i,j+1)+bet(j);
        end;
    end;
    time=time+Tau;

end;

%
%
% 2 слоя
% %%%%%%%%%%
% %%%%%%%%%%
% %%%%%%%%%%
%
time=0;
while time<T
    %прямой ход прогонки
    %по оси OX
    for j=1:Ly
        %низ
            alf(1)=0;
            bet(1)=Te;

%alf(1)=2*a*Tau*lamda/(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda+kapa*h));

%bet(1)=(lamda*h*h*U(1,j)+2*a*Tau*kapa*h*Te)/(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda+kapa*h));
        for i=2:N3
            ai=lamda/(h*h);

```

```

        bi=2*lamda/(h*h)+ro*c/Tau;
        ci=lamda/(h*h);
        fi=-ro*c*U2(i,j)/Tau;
        alf(i)=ai/(bi-ci*alf(i-1));
        bet(i)=(ci*bet(i-1)-fi)/(bi-ci*alf(i-1));
    end;

alf(N3+1)=2*a*a2*Tau*lamda2/(2*a*a2*Tau*(lamda2+lamda*(1-
alf(N3)))+h*h*(lamda*a2+lamda2*a));

bet(N3+1)=(2*a*a2*Tau*lamda*bet(N3)+h*h*(lamda*a2+lamda2*a)*U
2(N3+1,j))/(2*a*a2*Tau*(lamda2+lamda*(1-alf(N3))
+h*h*(lamda*a2+lamda2*a));
    for i=N3+2:N4
        ai=lamda2/(h*h);
        bi=2*lamda2/(h*h)+ro2*c2/Tau;
        ci=lamda2/(h*h);
        fi=-ro2*c2*U2(i,j)/Tau;
        alf(i)=ai/(bi-ci*alf(i-1));
        bet(i)=(ci*bet(i-1)-fi)/(bi-ci*alf(i-1));
    end;

alf(N4+1)=2*a2*a3*Tau*lamda3/(2*a2*a3*Tau*(lamda3+lamda2*(1-
alf(N4)))+h*h*(lamda2*a3+lamda3*a2));

bet(N4+1)=(2*a2*a3*Tau*lamda2*bet(N4)+h*h*(lamda2*a2+lamda3*a
2)*U2(N4+1,j))/(2*a2*a3*Tau*(lamda3+lamda2*(1-alf(N4))
+h*h*(lamda2*a3+lamda3*a2));
    for i=N4+2:Lx-1
        ai=lamda3/(h*h);
        bi=2*lamda3/(h*h)+ro3*c3/Tau;
        ci=lamda3/(h*h);
        fi=-ro3*c3*U2(i,j)/Tau;
        alf(i)=ai/(bi-ci*alf(i-1));
        bet(i)=(ci*bet(i-1)-fi)/(bi-ci*alf(i-1));
    end;
%verh
    if j<zag
        U2(end,j)=(lamda3*h*h*U2(end,j)
+2*a3*Tau*(lamda3*bet(Ly-1)+kapa*h*Tk))/
(lamda3*h*h+2*a3*Tau*(lamda3*(1-alf(Ly-1))+kapa*h));
    else
        %U(end,j)=((2*a2*Tau*bet(end-1))-(2*a2*Tau*h*q)+
(h*h*lamda2*U(end,j)))/((lamda2*h*h)+2*a2*Tau*lamda2*(1-
alf(end-1)));

```



```

        U2(end,j)=(lamda3*h*h*U2(end,j)
+2*a3*Tau*(lamda3*bet(Ly-1)+kapa2*h*Tk))/
(lamda3*h*h+2*a3*Tau*(lamda3*(1-alf(Ly-1))+kapa2*h));
        end;

        for i=Lx-1:-1:1
            U2(i,j) = alf(i)*U2(i+1,j)+bet(i);
        end;
    end;

    %po osi OY
    for i=2:Lx-1
    %levoe

alf(1)=2*a*Tau*lamda/(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda+kapa*h));

bet(1)=(lamda*h*h*U2(i,1)+2*a*Tau*kapa*h*Te)/(lamda*h*h+2*a*T
au*(lamda+kapa*h));

        for j=2:Ly-1
            ai=lamda/(h*h);
            bi=2*lamda/(h*h)+ro*c/Tau;
            ci=lamda/(h*h);
            fi=-ro*c*U2(i,j)/Tau;
            alf(j)=ai/(bi-ci*alf(j-1));
            bet(j)=(ci*bet(j-1)-fi)/(bi-ci*alf(j-1));
        end;

    %pravoe
        U2(i,end)=(lamda*h*h*U2(i,end)
+2*a*Tau*(lamda*bet(Ly-1)+kapa*h*Te))/
(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda*(1-alf(Ly-1))+kapa*h));
        for j=Ly-1:-1:1
            U2(i,j) = alf(j)*U2(i,j+1)+bet(j);
        end;
    end;
    time=time+Tau;

end;
%


---


% 1 слой
% %%%%%%%%%%
% %%%
%


---


time=0;
while time<T
    %прямой ход прогонки

```

```

%po osi OX
for j=1:Ly
%niz
    alf(1)=0;
    bet(1)=Te;

%alf(1)=2*a*Tau*lamda/(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda+kapa*h));

%bet(1)=(lamda*h*h*U(1,j)+2*a*Tau*kapa*h*Te)/(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda+kapa*h));
    for i=2:N3
        ai=lamda/(h*h);
        bi=2*lamda/(h*h)+ro*c/Tau;
        ci=lamda/(h*h);
        fi=-ro*c*U(i,j)/Tau;
        alf(i)=ai/(bi-ci*alf(i-1));
        bet(i)=(ci*bet(i-1)-fi)/(bi-ci*alf(i-1));
    end;

alf(N3+1)=2*a*a3*Tau*lamda3/(2*a*a3*Tau*(lamda3+lamda*(1-alf(N3)))+h*h*(lamda*a3+lamda3*a));

bet(N3+1)=(2*a*a3*Tau*lamda*bet(N3)+h*h*(lamda*a3+lamda3*a)*U(N3+1,j))/(2*a*a3*Tau*(lamda3+lamda*(1-alf(N3)))+h*h*(lamda*a3+lamda3*a));
    for i=N3+2:Lx-1
        ai=lamda3/(h*h);
        bi=2*lamda3/(h*h)+ro3*c3/Tau;
        ci=lamda3/(h*h);
        fi=-ro3*c3*U(i,j)/Tau;
        alf(i)=ai/(bi-ci*alf(i-1));
        bet(i)=(ci*bet(i-1)-fi)/(bi-ci*alf(i-1));
    end;

%verh
    if j<zag
        U(end,j)=(lamda3*h*h*U(end,j)+2*a3*Tau*(lamda3*bet(Ly-1)+kapa*h*Tk))/(lamda3*h*h+2*a3*Tau*(lamda3*(1-alf(Ly-1))+kapa*h));
    else
        %U(end,j)=((2*a2*Tau*bet(end-1))-(2*a2*Tau*h*q)+(h*h*lamda2*U(end,j)))/((lamda2*h*h)+2*a2*Tau*lamda2*(1-alf(end-1)));
        U(end,j)=(lamda3*h*h*U(end,j)+2*a3*Tau*(lamda3*bet(Ly-1)+kapa2*h*Tk))/(lamda3*h*h+2*a3*Tau*(lamda3*(1-alf(Ly-1))+kapa2*h));
    end;

    for i=Lx-1:-1:1

```

```

        U(i,j) = alf(i)*U(i+1,j)+bet(i);
    end;
end;

%по оси OY
for i=2:Lx-1
%levoe

alf(1)=2*a*Tau*lamda/(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda+kapa*h));

bet(1)=(lamda*h*h*U(i,1)+2*a*Tau*kapa*h*Te)/(lamda*h*h+2*a*Ta
u*(lamda+kapa*h));

    for j=2:Ly-1
        ai=lamda/(h*h);
        bi=2*lamda/(h*h)+ro*c/Tau;
        ci=lamda/(h*h);
        fi=-ro*c*U(i,j)/Tau;
        alf(j)=ai/(bi-ci*alf(j-1));
        bet(j)=(ci*bet(j-1)-fi)/(bi-ci*alf(j-1));
    end;
%pravoe
    U(i,end)=(lamda*h*h*U(i,end)+2*a*Tau*(lamda*bet(Ly-
1)+kapa*h*Te))/(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda*(1-alf(Ly-1)
+kapa*h));
    for j=Ly-1:-1:1
        U(i,j) = alf(j)*U(i,j+1)+bet(j);
    end;
end;
time=time+Tau;

end;
%


---


% Без сляя
% %%%%%%%%%%
% %%%%%%%%%%
% %%%%%%%%%%
% %%%%%%%%%%
% %%%%%%%%%%


---


time=0;
while time<T
    %прямой ход прогонки
    alf=zeros(1,Ly);
    bet=zeros(1,Ly);
    %по оси OX
    for j=1:Ly
%низ

```

```

%alf(1)=2*a*Tau*lamda/(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda+kapa*h));

%bet(1)=(lamda*h*h*U1(1,j)+2*a*Tau*kapa*h*Te)/(lamda*h*h+2*a*
Tau*(lamda+kapa*h));
    alf(1)=0;
    bet(1)=Te;
    for i=2:Lx-1
        ai=lamda/(h*h);
        bi=2*lamda/(h*h)+ro*c/Tau;
        ci=lamda/(h*h);
        fi=-ro*c*U1(i,j)/Tau;
        alf(i)=ai/(bi-ci*alf(i-1));
        bet(i)=(ci*bet(i-1)-fi)/(bi-ci*alf(i-1));
    end;

%verh
    if j<zag
        U1(end,j)=(lamda*h*h*U1(end,j)
+2*a*Tau*(lamda*bet(Ly-1)+kapa*h*Tk))/
(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda*(1-alf(Ly-1))+kapa*h));
    else
        %U1(end,j)=((2*a*Tau*bet(end-1))-(2*a*Tau*h*q)+
(h*h*lamda*U1(end,j)))/((lamda*h*h)+2*a*Tau*lamda*(1-alf(end-
1)));
        U1(end,j)=(lamda*h*h*U1(end,j)
+2*a*Tau*(lamda*bet(Ly-1)+kapa2*h*Tk))/
(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda*(1-alf(Ly-1))+kapa2*h));
    end;

    for i=Lx-1:-1:1
        U1(i,j) = alf(i)*U1(i+1,j)+bet(i);
    end;
end;

%po osi OY
    for i=2:Lx-1
%levoe

alf(1)=2*a*Tau*lamda/(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda+kapa*h));

bet(1)=(lamda*h*h*U1(i,1)+2*a*Tau*kapa*h*Te)/(lamda*h*h+2*a*T
au*(lamda+kapa*h));

    for j=2:Ly-1
        ai=lamda/(h*h);
        bi=2*lamda/(h*h)+ro*c/Tau;
        ci=lamda/(h*h);

```

```

        fi=-ro*c*U1(i,j)/Tau;
        alf(j)=ai/(bi-ci*alf(j-1));
        bet(j)=(ci*bet(j-1)-fi)/(bi-ci*alf(j-1));
    end;
    %pravoe
        U1(i,end)=(lamda*h*h*U1(i,end)
+2*a*Tau*(lamda*bet(Ly-1)+kapa*h*Te))/
(lamda*h*h+2*a*Tau*(lamda*(1-alf(Ly-1))+kapa*h));
        for j=Ly-1:-1:1
            U1(i,j) = alf(j)*U1(i,j+1)+bet(j);
        end;
    end;
    time=time+Tau;

end;

figure;
dd3=U3(:,:);
    plot(dd3(100:-1:1,100),'g');hold on;
%dd2=U2(:,:);
    % plot(dd2(100:-1:1,100),'b');hold on;
%dd=U(:,:);
    % plot(dd(100:-1:1,100),'k'); hold on;
dd1=U1(:,:);
    plot(dd1(100:-1:1,100),'r');

xlabel('Умов. одиниць')
ylabel('Температура *C')

% legend('TiAlN, при v=100','Без захисного шару, при
v=100','TiAlN, при v=222','Без захисного шару, при v=222');
figure;
% subplot(2,2,1);
contourf(x,y,U1(:,:));
grid on
xlabel('x (Без покриття)')
ylabel('y')
colorbar
figure;
%subplot(2,2,2);
contourf(x,y,U(:,:));
grid on
xlabel('x, (Al2O3)')
ylabel('y')
colorbar

figure;
% subplot(2,2,3);
contourf(x,y,U2(:,:));

```

```

        grid on
        xlabel('x (TiCN/Al2O3)')
        ylabel('y')
        colorbar
figure;
%     subplot(2,2,4);
        contourf(x,y,U3(:, :));
        grid on
        xlabel('x (TiCN/Al2O3/TiN)')
        ylabel('y')
        colorbar
Tmax4=max(U3(88, :));
Tmax3=max(U2(88, :));
Tmax1=max(U(88, :));
Tmax2=max(U1(88, :));

```