

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет

І. В. Павленко, В. І. Симоновський

**МЕТОДИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ
ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНИХ
МОДЕЛЕЙ КОЛИВАЛЬНИХ
ПРОЦЕСІВ**

Монографія

Рекомендовано вченою радою Сумського державного університету



Суми
Сумський державний університет
2020

УДК 681.5.015:[539.3+66.074.1]

П12

Рецензенти:

О. О. Ляпоценко – доктор технічних наук, професор, Сумський державний університет, Україна;

Я. Пітель – доктор технічних наук, професор, Технічний університет м. Кошице, Словаччина;

В. Б. Тарельник – доктор технічних наук, професор, Сумський національний аграрний університет, Україна

*Рекомендовано до видання
вченою радою Сумського державного університету
(протокол № 5 від 12 грудня 2019 року)*

Павленко І. В.

П12 Методи ідентифікації параметрів математичних моделей коливальних процесів : монографія / І. В. Павленко, В. І. Симоновський. – Суми : Сумський державний університет, 2020. – 145 с.

ISBN 978-966-657-800-9

Монографія присвячена розвитку методів ідентифікації параметрів математичних моделей фізичних процесів, зокрема механічних і гідромеханічних. Особливу увагу приділено проблемам забезпечення вібраційної надійності насосного й компресорного обладнання хімічної та нафтогазової галузей промисловості. Монографія буде корисною для студентів інженерних спеціальностей, здобувачів наукових ступенів закладів вищої освіти, а також для наукових співробітників науково-дослідних інститутів і підприємств.

УДК 681.5.015:[539.3+66.074.1]

ISBN 978-966-657-800-9

© Павленко І. В., Симоновський В. І., 2020
© Сумський державний університет, 2020

ЗМІСТ

	С.
Вступ	5
Перелік умовних позначень	9
Розділ 1 Оцінювання коефіцієнтів математичних моделей механічних коливань динамічних систем	17
1.1 Лінійне оцінювання параметрів	18
1.1.1 Оцінювання параметрів за експериментальними вимірюваннями амплітуд і фаз вимушених гармонічних коливань	18
1.1.2 Оцінювання параметрів за експериментально одержаними власними частотами й формами	23
1.1.3 Оцінювання на основі дійсних і комплексних матриць коефіцієнтів впливу	25
1.1.4 Зведення певних нелінійних завдань оцінювання до лінійних	31
1.2 Нелінійне оцінювання параметрів	35
1.2.1 Алгоритми нелінійного оцінювання	35
1.2.2 Шляхи розв'язування проблем збіжності ітераційного процесу під час нелінійного оцінювання параметрів	45
1.2.3 Задачі нелінійного оцінювання коефіцієнтів математичних моделей роторних систем	47
Розділ 2 Комплексне застосування числового моделювання й регресійного аналізу	57
2.1 Методи ідентифікації параметрів для створення дискретних моделей роторних систем на основі скінченноелементних моделей	58

2.2	Динамічне балансування гнучких роторів як завдання лінійного оцінювання	63
2.3	Практичне балансування гнучкого ротора	68
Розділ 3	Застосування засобів штучного інтелекту до ідентифікації параметрів математичних моделей динамічних систем	71
3.1	Основи ідентифікації параметрів математичних моделей механічних систем із застосуванням засобів штучного інтелекту	72
	3.1.1 Основи застосування штучних нейронних мереж	72
	3.1.2 Оцінювання критичних частот	75
	3.1.3 Балансування роторних систем	77
	3.1.4 Динамічний аналіз елементів пристроїв розділення гетерогенних систем	79
3.2	Комплексне застосування чисельного моделювання й штучних нейронних мереж для забезпечення вібраційної надійності роторів	81
	3.2.1 Ідентифікація жорсткісних характеристик підшипникових опор	81
	3.2.2 Коливання роторів багатоступінчастих відцентрових компресорів	95
	3.2.3 Коливання роторних систем турбонасосних агрегатів рідинних ракетних двигунів	113
	Список літератури	126
	Додатки	139

ВСТУП

Створення достовірних математичних моделей робочих процесів на стадії проектування машин, апаратів та інших технічних пристроїв здебільшого визначають вібронадійність та ефективність роботи останніх. Водночас фізичні параметри систем, зокрема коефіцієнти жорсткості та опору реакцій рідинного шару в сегментних підшипниках, у стільникових і лабіринтових ущільненнях роторів, а також структура й коефіцієнти моделей тертя тощо складно оцінити з необхідною точністю. Проте, ефективним способом створення достовірних математичних моделей процесів є застосування методів ідентифікації параметрів, які ґрунтуються на уточненні коефіцієнтів системи рівнянь, що описують механічні, гідромеханічні, тепломасообмінні та інші фізичні процеси за даними експериментальних досліджень.

Досвід дослідження динамічних моделей вільних і вимушених коливань роторів відцентрових машин [1–5] свідчить про те, що відповідне завдання ідентифікації є складною проблемою обчислювальної математики. Так, у разі дослідження нелінійних математичних моделей фізичних процесів параметри оцінюють за допомогою пошуку мінімуму функції цілі, зокрема на основі методу найменших квадратів. Водночас процес розв'язання задачі пошуку мінімуму потребує обмеження кількості оцінюваних параметрів, а отже, ретельного вибору режимів, за яких розглядають винятково коефіцієнти з визначальною питомою вагою. Реалізація такого підходу супроводжується ретельним дослідженням як реального об'єкта дослідження, так і його математичної моделі.

За певних умов традиційно вважають, що методи ідентифікації параметрів математичних моделей мають

обмежене застосування, тому що кожного разу оцінюють параметри конкретного об'єкта. Проте методи ідентифікації дозволяють, по-перше, оцінити точність теорій і відповідних методик інженерного розрахунку й виділити найбільш вагомі чинники, що визначають параметри робочого процесу. По-друге, багато машин подібні за своїми параметрами, а робочі процеси в них можна описати математичними моделями, що базуються на подібних диференціальних рівняннях. Зокрема, це стосується дослідження динаміки вузлів гідродинамічної взаємодії між рухомими металевими елементами машин та апаратів, а також інших динамічних процесів, типових для обладнання енергоємних виробництв.

Розвиток методів ефективного застосування методів ідентифікації параметрів математичних моделей коливальних системи у різних галузях промисловості зумовив актуальність написання цієї монографії. Увесь поданий матеріал базується на науковому досвіді авторів. Запропоновані методи, підходи й алгоритми були впровадженими в практику проектування технологічного обладнання під час експериментальних досліджень, проведених на ПАТ «Сумське НВО», а також під час виконання держбюджетних науково-дослідних робіт СумДУ на замовлення ДП «КБ «Південне») та реалізовані під час виконання держбюджетних науково-дослідних робіт «Розробка та впровадження енергоефективних модульних сепараційних пристроїв для нафтогазового та очисного обладнання» (ДР № 0117U003931); «Створення нових гранульованих матеріалів для ядерного палива та каталізаторів в активному гідродинамічному середовищі».

Числові методи розрахунку із застосуванням сучасних програмних комплексів були реалізованими в рамках співробітництва із закладами вищої освіти Європейського

Союзу під час виконання міжнародних грантових проєктів «Interdisciplinary Research in the Field of Dynamics and Strength of Mechanical Systems», «Identification of Parameters for Technological Equipment using Artificial Neural Networks» (2017 р., 2019 р., Національна програма Словацької Республіки, Технічний університет м. Кошице, Словаччина); «Mathematical Modelling of Mechanical Systems» (2018 р., проєкт ЄС Erasmus+, Познанський технологічний університет, Польща); «Ensuring Vibration Reliability and Numerical Simulation Methods for Dynamic Analysis of Centrifugal Machines' Rotors» (Технічний університет м. Клуж-Напоки, Румунія); «Identification of Parameters for Manufacturing Systems» (2018 р., проєкт Європейського структурного фонду, Західночеський університет, м. Пльзень, Чехія).

Перший розділ монографії містить фундаментальні аспекти створення достовірних математичних моделей коливальних фізичних процесів із застосуванням методів теорії ідентифікації параметрів. Особлива увага приділена методам оцінювання параметрів механічних процесів, описуваних математичними моделями, за даними експериментальних досліджень із прикладами практичної реалізації. Другий розділ присвячено комплексному застосуванню числового моделювання й багатопараметричного квазілінійного регресійного аналізу, заснованого на авторських методах та алгоритмах, для створення спрощених, дискретних математичних моделей. Наведено приклади числової реалізації запропонованих підходів до розв'язання науково-прикладних задач із галузевого машинобудування й хімічної технології та інженерії. У третьому розділі висвітлено сучасні наукові підходи до застосування засобів штучного інтелекту для ідентифікації параметрів математичних моделей динамічних систем. Запропоновано новий підхід до послідовного навчання

штучних нейронних мереж за даними фізичного й числового експериментальних досліджень та подальшої ідентифікації параметрів гідромеханічних процесів із застосуванням сучасних комп'ютерних засобів моделювання процесів у машинах та апаратах хімічної й нафтогазової промисловостей. Окремі наукові результати одержано в рамках виконання дисертаційного дослідження на здобуття наукового-ступеня доктора технічних наук на тему «Науково-теоретичні основи вібраційних процесів у гетерогенних системах».

Автори щиро дякують рецензентам – професорові кафедри процесів та обладнання хімічних і нафтопереробних виробництв Сумського державного університету, доктору технічних наук, професорові О. О. Ляпощенку; заступникові декана факультету виробничих систем Технічного університету м. Кошице (м. Прешов, Словаччина), докторові технічних наук, професору Я. Пітелю; завідувачу кафедри технічного сервісу Сумського національного аграрного університету, доктору технічних наук, професорові В. Б. Тарельнику – за надання важливих рекомендацій під час підготовки рукопису. Автори також висловлюють вдячність декану факультету технічних систем та енергоефективних технологій Сумського державного університету, професорові О. Г. Гусаку за допомогу в підготовці та виданні монографії.

Монографія буде корисною для широкого кола науковців і спеціалістів з інженерних спеціальностей та сприятиме імплементації у виробництво нових технічних рішень та реалізації актуальних науково-дослідних проектів.

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

$[A]$ – прямокутна матриця вагових коефіцієнтів;
 A_1, A_2 – амплітуди власної форми коливань;
 A_{ij}^* – експериментально визначений динамічний прогин ротора;

A_i – амплітуди періодичних складових окремих розв'язків системи диференціальних рівнянь вільних коливань;

$\{A\}_i = \{a_i, b_i, c_i\}^T$ – вектор-стовпець вагових коефіцієнтів;

$A(z, \omega)$ – форма динамічного прогину осі ротора;

a – номер оцінюваного параметра;

a_i, b_i, c_i – невідомі вагові коефіцієнти;

b – ваговий коефіцієнт;

$[C], [C(\omega)]$ – глобальна матриця жорсткості;

$[C(\omega)]_e$ – локальна матриця жорсткості;

c – радіальна жорсткість;

\bar{c} – матриця жорсткості;

c_0 – «нульова» жорсткість підшипника;

\bar{c}_0 – безрозмірна жорсткість;

c_0^{max} – максимальне значення жорсткості;

c_1, c_2 – коефіцієнти пружності;

c_{1j}, c_{2j} – коефіцієнти жорсткості на критичній частоті;

$c_{ij}^{<0>}$ – елементи матриці лінійної жорсткості;

c_j – коефіцієнти жорсткості підшипникових опор;

c_k – експериментальне значення жорсткості опори;

D – дисбаланс;

\bar{D} – подовжений вектор дисбалансів;

$\bar{D} = (\bar{D}_1, \bar{D}_2, \dots, \bar{D}_l)^T$ – вектор-стовпець комплексних дисбалансів;

\hat{D} – вектор-стовпець дисбалансів, визначених за формулою лінійної регресії;

$\{D\}$ – вектор-стовпець оцінюваних дисбалансів;

\bar{D}_j – комплексний дисбаланс;

$|\hat{D}_j|$ – модуль дисбалансу;

\bar{D}_{jnp} – вектор-стовпець пробних дисбалансів;

\bar{D}_{δ_j} – зрівноважувальний дисбаланс;

$\{\Delta D\}$ – вектор-стовпець пробних дисбалансів;

d – коефіцієнт опору;

E – модуль пружності першого роду;

$e = (i, j)$ – скінченний елемент;

e_a – різниця між вимірюваною і розрахунковою величинами;

$\bar{F} = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}^T$ – вектор-стовпець амплітуд вимушених узагальнених сил;

$\bar{F} = (F_1^{(r)}, F_1^{(i)}, \dots, F_l^{(r)}, F_l^{(i)})^T$ – подовжений вектор зовнішніх періодичних сил;

$\bar{\bar{F}} = (\bar{F}_1, \dots, \bar{F}_l)^T$ – вектор-стовпець комплексних амплітуд зовнішніх сил;

$\{F\}$ – вектор-стовпець амплітуд зовнішніх сил;

F_1 – амплітуда зовнішньої сили;

F_j – амплітуда періодичної сили;

\bar{F}_j – комплексна амплітуда періодичної сили;

F_k – амплітуда зовнішньої моногармонічної сили;

f – зовнішня дія; нелінійна функція коефіцієнтів часу;

$\bar{f} = (f_1, f_2, \dots, f_k)^T$ – вектор-стовпець нелінійних функцій;

f_1 – параметр, що підлягає оцінюванню;

$f_a(\bar{\beta})$ – нелінійні функції;

-
- H – амплітуда гармонічного сигналу;
 \bar{H}_i – матриця Гессе;
 $H_{\alpha\beta}$ – елементи матриці Гессе;
 I – осьовий момент інерції перерізу;
 I_g – гіроскопічний момент інерції;
 i – уявна одиниця; номери стовпця матриці коефіцієнтів впливу, точки, ітераційного кроку, критичної частоти, пуску ротора, площини вимірювання;
 J – матриця Якобі;
 j – номери експерименту, критичної частоти обертання ротора, пуску ротора;
 K – коефіцієнт посилення системи автоматичного регулювання;
 \bar{K} – матриця коефіцієнтів впливу;
 $\bar{\bar{K}}$ – матриця комплексних коефіцієнтів впливу;
 $[\bar{K}]$ – прямокутна матриця коефіцієнтів жорсткості;
 $\{\bar{K}\}$ – вектор-стовпець параметрів жорсткості підшипникових опор;
 \bar{K}_Σ – зведена матриця коефіцієнтів впливу за всіма експериментами;
 k – номер вузла скінченноелементної моделі; загальна кількість площин корекції; номер частоти обертання ротора; кількість стовпців матриці коефіцієнтів впливу;
 $k_{a,i}$ – коефіцієнти впливу;
 \bar{k}_{aj} – комплексні коефіцієнти впливу;
 $k_{aj}^{(i)}$ – уявні коефіцієнти комплексної матриці коефіцієнтів впливу;
 $k_{aj}^{(r)}$ – дійсні коефіцієнти комплексної матриці коефіцієнтів впливу;
 l – кількість оцінюваних параметрів; довжина скінченного елемента; кількість площин корекції;

- $[M]$ – глобальна матриця інерції;
 M_1 – інтегральний параметр при визначенні форми динамічного прогину осі ротора;
 $[M]_e$ – локальна матриця інерції;
 m – кількість додаткових оцінюваних параметрів нелінійної функції; маса скінченного елемента;
 \bar{m} – матриця мас;
 \hat{m} – вектор-стовпець мас, визначений за формулою лінійної регресії;
 m_1, m_2 – зосереджені маси;
 N – загальна кількість скінченних елементів;
 N_1 – допоміжний параметр при визначенні форми динамічного прогину осі ротора;
 n – кількість частот обертання ротора; кількість експериментів; кількість ступенів вільності математичної моделі;
 p – оператор диференціювання за часом; кількість частот обертання ротора;
 \bar{q}_i – градієнт цільової функції;
 R – функція цілі;
 r – радіус перерізу; номер нульового прогину;
 S – амплітуда регульованої величини;
 \bar{S} – комплексна амплітуда;
 S_i – уявна частина комплексної амплітуди;
 S_r – дійсна частина комплексної амплітуди;
 $s(t)$ – закон зміни регульованої величини;
 T_0 – сталі часу об'єкта;
 T_1 – стала часу вимірювального пристрою;
 T_2 – стала часу серводвигуна;
 t – час;
 $U_1(z)$ – перша власна форма коливань ротора;
 U_{ij} – відносні амплітуди власних форм;

- \bar{W} – матриця дійсних компонентів коефіцієнтів впливу;
- $\bar{\bar{W}}$ – матриця комплексних коефіцієнтів впливу;
- $[W]$ – матриця вагових коефіцієнтів;
- \bar{W}_{aj} – елементи матриці дійсних компонентів коефіцієнтів впливу;
- $\bar{\bar{W}}_{aj}$ – комплексні коефіцієнти впливу;
- \hat{W}_{aj} – експериментально визначені коефіцієнти впливу;
- $\bar{X} = \{\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n\}^T$ – вектор-стовпець шуканих комплексних амплітуд;
- $\{X\}$ – допоміжний вектор-стовпець;
- X_1, X_2 – експериментально одержані амплітуди;
- $X_{im1,2}^{(a)}$ – уявні параметри;
- X_m – амплітуда періодичної складової функції часу;
- $X_{re1,2}^{(a)}$ – дійсні параметри;
- $\bar{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ – вектор-стовпець узагальнених координат системи;
- $x_1(t)$ – функція часу;
- x_i – окремі розв’язки системи диференціальних рівнянь вільних коливань;
- \bar{Y} – подовжений вектор-стовпець прогинів;
- $\bar{\bar{Y}} = \{\bar{Y}_1, \dots, \bar{Y}_k\}^T$ – вектор-стовпець комплексних амплітуд коливань;
- \bar{Y}^* – вектор-стовпець виміряних прогинів;
- $\{Y\}, \{Y_0\}, \{Y\}_0$ – вектор-стовпець амплітуд переміщень;
- $Y_{1a}^*, Y_{2a}^*, Y_{3a}^*, Y_{4a}^*$ – праві частини системи рівнянь вимушених коливань двомасової системи;
- Y_a – амплітуда прогину;

- $\bar{Y}_a, \bar{Y}_a^*, \bar{Y}_a^{*(v)}$ – комплексна амплітуда;
 $Y_a^{(l)}$ – уявна частина комплексних амплітуд;
 $Y_a^{(r)}$ – дійсна частина комплексних амплітуд;
 \bar{Y}_Σ^* – подовжений вектор вимірюваних величин;
 $\bar{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_k\}^T$ – вектор-стовпець вимірюваних величин;
 $\bar{y}^* = \{y_1^*, y_2^*, \dots, y_k^*\}^T$ – вектор-стовпець експериментально визначених величин;
 y_a – вимірювана величина;
 y_a^* – експериментальне значення вимірюваної величини;
 $y_a(\bar{\theta})$ – розрахункова величина математичної моделі;
 \bar{y}_{aj}^* – експериментальні відносні прогини ротора;
 $\bar{y}_{aj}(\bar{\theta})$ – обчислені відносні прогини ротора;
 \bar{y}_i – вектор вимірюваних величин;
 y_k – амплітуди вузлових переміщень;
 z – квадрат частот коливань;
 z_1, z_2 – квадрати власних частот коливань; координати опорних точок;
 z_D – координата дисбалансу;
 α – тангенс початкового кута нахилу кривої «жорсткість – частота обертання»; коефіцієнт опору;
 $\bar{\alpha}$ – матриця коефіцієнтів опору; безрозмірний кут нахилу дотичної до кривої «жорсткість – частота»;
 $\hat{\alpha}, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$ – оцінювані параметри;
 α_1, α_2 – коефіцієнти опору;
 α_{ij} – оцінювані коефіцієнти математичної моделі; коефіцієнти податливості; параметр цільової функції;
 $\alpha_{max}, \beta_{max}$ – максимальні значення параметрів жорсткісної характеристики;

$\overline{\alpha}_\mu$ – вектор достовірно відомих параметрів експерименту;

β – початкова кривизна кривої «жорсткість – частота обертання»;

$\bar{\beta}$ – група параметрів нелінійної функції; безрозмірний нормалізований параметр жорсткості;

β_{ij} – оцінювані коефіцієнти математичної моделі;

$\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$ – коефіцієнти податливості балкової моделі;

$\bar{\theta} = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_l\}^T$ – вектор-стовпець оцінюваних параметрів;

$\bar{\hat{\theta}}$ – вектор-стовпець оцінюваних величин, визначених за допомогою формули лінійної регресії;

$\bar{\theta}_0 = (\theta_{01}, \theta_{02}, \dots, \theta_{0l})^T$ – початкове значення вектора оцінюваних параметрів;

θ_i – оцінюваний параметр;

$\Delta\bar{\theta}_i$ – вектор компонентів додатків;

$\Delta\theta_{mi}$ – приріст оцінюваних параметрів;

λ – скалярний параметр;

μ – номер експерименту;

$\mu(z)$ – функція розподілу дисбалансу;

ν – номер частоти обертання ротора;

$\bar{\nu}_i$ – вектор напрямку кроку;

ρ_i – вектор розміру кроку;

σ_ω^2 – дисперсія похибки вимірювання власних частот;

σ_y^2 – дисперсія похибки вимірювання динамічних прогинів;

Φ_0, Φ_1, Φ_2 – цільові функції;

$\Phi(\bar{\theta})$ – цільова функція;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_a$ – фази коливань;

ϕ_a – фаза гармонічних коливань;

ϕ_j – фаза дисбалансу;

$\{\Omega\} = \{\Omega_1, \Omega_2, \dots\}^T$ – вектор-стовпець критичних частот;

$\{\tilde{\Omega}\} = \{\tilde{\Omega}_1, \tilde{\Omega}_2, \tilde{\Omega}_3\}$ – вектор-стовпець експериментально визначених значень критичних частот;

$\bar{\Omega}_i$ – безрозмірні нормалізовані параметри;

$\{\bar{\Omega}\}_i$ – вектор-стовпець нормалізованих критичних частот;

ω, ω_i – частота коливань; частота вимушеної сили;

ω_j – критичні частоти ротора;

$\bar{\omega}_j^*$ – експериментальні відносні критичні частоти;

$\bar{\omega}_j(\bar{\theta})$ – обчислені відносні критичні частоти ротора;

ω_k – експериментальне значення критичної частоти;

ω_v – частота обертання ротора.

РОЗДІЛ 1
Оцінювання коефіцієнтів
математичних моделей
механічних коливань
динамічних систем

Для оцінювання коефіцієнтів θ_i за експериментально одержаними даними y_a^* застосовується метод найменших квадратів [1–3, 6–8] із функцією цілі

$$\Phi(\bar{\theta}) = \sum_{a=1}^k [y_a^* - y_a(\bar{\theta})]^2 \rightarrow \min, \quad (1.3)$$

де $\bar{y}^* = \{y_1^*, y_2^*, \dots, y_k^*\}^T$ – вектор-стовпець експериментально визначених величин; $y_a(\bar{\theta})$ – розрахункова величина математичної моделі, обчислена за вектором-стовпцем оцінюваних параметрів $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_l$.

За такого підходу вектор оцінюваних параметрів визначається за формулою лінійної регресії [6]

$$\hat{\bar{\theta}} = \left[\begin{array}{c} \bar{y}^T \\ K^T K \end{array} \right]^{-1} \frac{\bar{y}^T}{K} y^*. \quad (1.4)$$

Розглядаючи лінійну дискретну модель механічної системи з n ступенями вільності, математична модель її вимушених гармонічних коливань описується системою диференціальних рівнянь у матричній формі

$$\bar{m} \cdot \bar{\ddot{x}} + \bar{\alpha} \cdot \bar{\dot{x}} + \bar{c} \cdot \bar{x} = \bar{F} \cdot \sin \omega t, \quad (1.5)$$

де $\bar{m}, \bar{\alpha}, \bar{c}$ – матриці мас і коефіцієнтів опору та жорсткості розмірністю $n \times n$; $\bar{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ – вектор-стовпець узагальнених координат системи; $\bar{F} = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}^T$ – вектор-стовпець амплітуд вимушених узагальнених сил.

Відповідно до методу комплексних амплітуд права частина рівняння (1.5) може бути поданою у формі

$$\bar{F} \exp(i\omega t), \quad (1.6)$$

а розв'язок системи (5) має вигляд

$$\bar{x}(t) = \bar{X} \exp(i\omega t), \quad (1.7)$$

де i – уявна одиниця ($i^2 = -1$); $\bar{X} = \{\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n\}^T$ – вектор-стовпець шуканих комплексних амплітуд.

Підстановка виразу (1.7) до диференціального рівняння (1.5) після тотожних перетворень дозволяє одержати систему n лінійних рівнянь для визначення n невідомих комплексних амплітуд. Ця система в матричній формі має вигляд

$$(-\omega^2 \bar{m} + i\bar{\alpha}\omega + \bar{c}) \cdot \bar{X} = \bar{F}. \quad (1.8)$$

Якщо за експериментальними даними потрібно оцінити l параметрів системи (1.5), а решта коефіцієнтів вважається достовірно відомими, то, розкладаючи рівняння (1.8) у в скалярній формі, можна одержати лінійну систему алгебраїчних рівнянь

$$\bar{Y}_\Sigma^* = \bar{K}_\Sigma \cdot \bar{\theta}, \quad (1.9)$$

де \bar{Y}_Σ^* – подовжений вектор вимірюваних величин, що визначається за експериментальними даними; \bar{K}_Σ – матриця коефіцієнтів впливу, що визначається за експериментальними даними й відомими параметрами

моделі; $\bar{\theta} = \{\theta_1, \dots, \theta_l\}^T$ – вектор-стовпець оцінюваних параметрів.

У результаті оцінювання зводиться до застосування формули лінійної регресії

$$\bar{\theta} = [\bar{K}_\Sigma^T \cdot \bar{K}_\Sigma]^{-1} \cdot \bar{K}_\Sigma^T \cdot \bar{Y}_\Sigma^*. \quad (1.10)$$

Для n ступенів вільності й m експериментів розмірність вектора-стовпця \bar{Y}_Σ^* становить $2nm$, а розмірність матриці $\bar{K}_\Sigma - 2nm \times l$.

Як приклад розглянемо аналітичну підготовку для реалізації оцінювання (1.10) на прикладі двомасової системи, описаної рівнянням (1.5), для якої, зокрема,

$$\bar{m} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha \\ \alpha & \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{c} = \begin{bmatrix} c_1 & c \\ c & c_2 \end{bmatrix},$$

матричне співвідношення (1.8) у скалярній комплексній формі набирає такого вигляду:

$$\begin{aligned} (-m_1\omega^2 + \alpha_1\omega i + c_1)\bar{X}_1 + (\alpha\omega i + c)\bar{X}_2 &= F_1, \\ (\alpha\omega i + c)\bar{X}_1 + (-m_2\omega^2 + \alpha_2\omega i + c_2)\bar{X}_2 &= 0. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Практичний інтерес становить оцінювання коефіцієнтів опору $\alpha_1, \alpha_2, \alpha$ за умови, що значення інших параметрів є достовірно відомими. Зокрема, якщо певній частоті зовнішньої сили амплітудою F_1 відповідають експериментально одержані амплітуди X_1, X_2 і фази φ_1, φ_2 коливань зосереджених мас m_1, m_2 , матимемо:

$$\begin{aligned} X_{re1} &= X_1 \cos \phi_1; X_{im1} = X_1 \sin \phi_1, \\ X_{re2} &= X_2 \cos \phi_2; X_{im2} = X_2 \sin \phi_2. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Способом тотожних перетворень формули (1.11) із застосуванням виразів (1.12) визначаються такі дійсні співвідношення:

$$\begin{aligned} -\omega X_{im1} \alpha_1 + 0 \cdot \alpha_2 - \omega X_{im2} \alpha &= F_1 + (m_1 \omega^2 - c_1) X_{re1} - c_2 X_{re2}, \\ \omega X_{re1} \alpha_1 + 0 \cdot \alpha_2 + \omega X_{re2} \alpha &= (m_1 \omega^2 - c_1) X_{im1} - c_2 X_{im2}, \\ 0 \cdot \alpha_1 - \omega X_{im2} \alpha_2 - \omega X_{im1} \alpha &= -c_1 X_{re1} + (m_2 \omega^2 - c_2) X_{re2}, \\ 0 \cdot \alpha_1 + \omega X_{re2} \alpha_2 + \omega X_{re1} \alpha &= (m_2 \omega^2 - c_2) X_{im2} - c_1 X_{im1}. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Праві частини системи (1.13), позначені як Y_{1a}^* , Y_{2a}^* , Y_{3a}^* , Y_{4a}^* , визначаються для кожного a -го експерименту при $\omega = \omega_a$, $F_1 = F_{1a}$ за відомих мас, жорсткостей і параметрів $X_{re1,2}^{(a)}$, $X_{im1,2}^{(a)}$. У результаті співвідношення (1.13) для всієї сукупності результатів m експериментів подаються як

$$\bar{Y}_\Sigma = \bar{K}_\Sigma \cdot \bar{\theta}, \quad (1.14)$$

де $\bar{Y}_\Sigma = (Y_{11}^*, Y_{21}^*, \dots, Y_{1m}^*, Y_{2m}^*, Y_{3m}^*, Y_{4m}^*)^T$ – вектор-стовпець розмірністю $4m$; $\bar{\theta} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha)^T$ – вектор оцінюваних параметрів; \bar{K}_Σ – зведена матриця коефіцієнтів впливу за всіма експериментами розмірністю $4m \times 3$:

$$\bar{K}_\Sigma = \begin{bmatrix} -\omega_1 X_{im1}^{(1)}; 0; -\omega_1 X_{im2}^{(1)} \\ \omega_1 X_{re1}^{(1)}; 0; \omega_1 X_{re2}^{(1)} \\ 0; -\omega_1 X_{im2}^{(1)}; X_{im1}^{(1)} \\ 0; \omega_1 X_{re2}^{(1)}; \omega_1 X_{re1}^{(1)} \\ \dots\dots\dots \\ -\omega_m X_{im1}^{(m)}; 0; -\omega_m X_{im2}^{(m)} \\ \omega_m X_{re1}^{(m)}; 0; \omega_m X_{re2}^{(m)} \\ 0; -\omega_m X_{im2}^{(m)}; -\omega_m X_{im1}^{(m)} \\ 0; \omega_m X_{re2}^{(m)}; \omega_m X_{re1}^{(m)} \end{bmatrix}. \quad (1.15)$$

За комп'ютерною програмою, що реалізовує формулу лінійної регресії (1.10), знаходяться оцінки $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}$.

1.1.2 Оцінювання параметрів за експериментально одержаними власними частотами й формами

Вище було розглянуто задачі оцінювання на основі замірювання амплітуд і фаз вимушених коливань у разі дії зовнішньої гармонічної сили. Проте експериментальним способом також можна одержувати власні частоти за резонансними піками відповідних спектрів, а також власні форми за амплітудами вимушених коливань із частотами, що збігаються з власними. Водночас використовується той факт, що на резонансній частоті коливальна система набирає власної форми незалежно від місць прикладання зовнішніх періодичних сил і співвідношень амплітуд останніх.

Розглядаючи як приклад задачу оцінювання коефіцієнтів жорсткості c_1, c_2 балкової системи, поданої двомасовою моделлю (рис. 1.1), диференціальні рівняння

1.1.2 Оцінювання параметрів за експериментально одержаними власними частотами й формами

вільних коливань у оберненій формі одержимо в такому вигляді:

$$\begin{aligned} x_1 &= \delta_{11}(-m_1\ddot{x}_1 - c_1x_1) + \delta_{12}(-m_2\ddot{x}_2 - c_2x_2), \\ x_2 &= \delta_{21}(-m_1\ddot{x}_1 - c_1x_1) + \delta_{22}(-m_2\ddot{x}_2 - c_2x_2). \end{aligned} \quad (1.16)$$

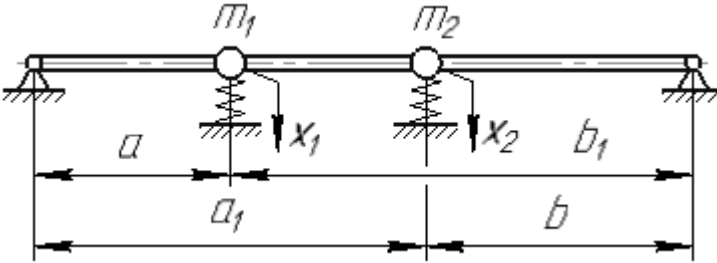


Рисунок 1.1 – Двомасова балкова модель

Підставляючи до системи диференціальних рівнянь (1.16) розв’язки для вільних коливань у вигляді

$$x_i = A_i \cdot \sin \omega_i t, \quad (i = 1, 2),$$

можна одержати таку систему алгебраїчних рівнянь для форм коливань:

$$\begin{aligned} [\delta_{11}(c_1 - m_1z) + 1]A_1 + \delta_{12}(c_2 - m_2z)A_2 &= 0, \\ \delta_{21}(c_1 - m_1z)A_1 + \delta_{22}(c_2 - m_2z)A_2 &= 0, \end{aligned} \quad (1.17)$$

де $z = \omega^2$ – квадрат власної частоти вільних коливань; A_1, A_2 – амплітуди власної форми коливань.

Ставлячи завдання оцінювання двох коефіцієнтів пружності c_1, c_2 за умови, що інші коефіцієнти моделі (1.16) достовірно відомі, способом тотожних перетворень рівнянь (1.17) можна одержати матричне співвідношення, аналогічне (1.9):

$$\bar{Y}_\Sigma^* = \bar{K}_\Sigma \cdot \bar{\theta}; \quad \bar{\theta} = (c_1, c_2)^T;$$

$$\bar{K}_\Sigma = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12}A_{21} \\ \delta_{21} & \delta_{22}A_{21} \\ \delta_{11} & \delta_{12}A_{22} \\ \delta_{21} & \delta_{22}A_{22} \end{bmatrix}; \quad \bar{Y}_\Sigma^* = \begin{bmatrix} -1 + \delta_{11}z_1m_1 + \delta_{12}z_1A_{21}m_2 \\ -A_{21} + \delta_{21}z_1m_1 + \delta_{22}z_1A_{21}m_2 \\ -1 + \delta_{11}z_2m_1 + \delta_{12}z_2A_{22}m_2 \\ -A_{22} + \delta_{21}z_2m_1 + \delta_{22}A_{22}m_2 \end{bmatrix},$$

де z_1, z_2 – квадрати відповідно першої та другої власних частот, одержаних експериментально; A_{21}, A_{22} – заміряні відносні амплітуди другої маси першої і другої власних форм.

У додатку А наведено приклад розрахунку для задачі ідентифікації під час оцінювання жорсткостей двомасової моделі за допомогою системи розрахункової алгебри «Mathcad». Результати розрахунку прямої задачі, округлені до чотирьох значущих цифр, під час оцінювання вибирались як одержані експериментальним способом.

1.1.3 Оцінювання на основі дійсних і комплексних матриць коефіцієнтів впливу

Для складних математичних моделей, у яких елементи вектора \bar{y} визначаються не прямими співвідношеннями вигляду (1.1), а в результаті відповідних числових розрахунків за структурою, наведеною на рис. 1.2, кожен коефіцієнт k_{aj} обчислюється як для прямої задачі через вихідну величину y_a при $\theta_j = 1$, а для всіх інших умов – $\theta_r = 0, r \neq j$.

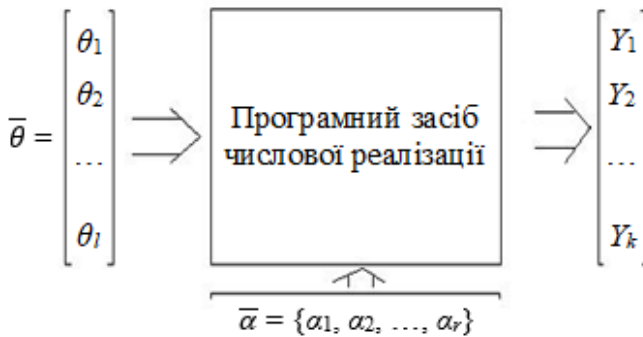


Рисунок 1.2 – Структура числового розрахунку параметрів

Такий підхід є обґрунтованим для лінійної залежності параметрів \bar{y} від $\bar{\theta}$, наприклад під час розрахунку прогинів Y_a ($a = 1, k$) ротора методом початкових параметрів або скінченних елементів [9] під час його вимушених коливань.

Отже, лінійне оцінювання складних динамічних об'єктів, описуваних блок-схемами алгоритмів, можна реалізувати з використанням таких програмних блоків:

1) блоку розрахунку коефіцієнтів k_{ai} способом одноразового розв'язання прямої задачі для $\theta_j = 1$; $\theta_r = 0$ ($r \neq j$);

2) оцінювання коефіцієнтів за формулою лінійної регресії (1.4).

Для розрахунку вимушених коливань дисипативних лінійних систем під впливом гармонічних сил застосовується метод комплексних амплітуд. Згідно з ним вимушена складова коливань в a -й точці системи визначається комплексною амплітудою

$$\bar{Y}_a = Y_a \cdot \exp(i\phi_a) = Y_a \cdot \cos \phi_a + i \cdot Y_a \cdot \sin \phi_a, \quad (1.18)$$

де Y_a – амплітуда; ϕ_a – фаза гармонічних коливань.

амплітуд зовнішніх сил; \bar{K} – матриця $k \times l$ комплексних коефіцієнтів впливу.

Для використання формули (1.4) з метою оцінювання комплексних амплітуд сил за вимірними комплексними амплітудами коливань необхідно скласти співвідношення щодо подовжених векторів із дійсними компонентами. Так, вектору комплексних амплітуд \bar{Y} ставиться у відповідність вектор дійсних складових \bar{Y} розмірністю $2k$:

$$\bar{Y} = (Y_1^{(r)}, Y_1^{(i)}, \dots, Y_k^{(r)}, Y_k^{(i)})^T,$$

де $Y_a^{(r)}$, $Y_a^{(i)}$ – відповідно дійсна й уявна частини a -ї комплексної амплітуди

$$Y_a^{(r)} = Y_a \cos \phi_a; Y_a^{(i)} = Y_a \sin \phi_a.$$

Вектору комплексних амплітуд сил розмірністю l відповідатиме подовжений вектор \bar{F} розмірністю $2l$:

$$\bar{F} = (F_1^{(r)}, F_1^{(i)}, \dots, F_l^{(r)}, F_l^{(i)})^T.$$

Можна пересвідчитися, що матричному комплексному співвідношенню (1.20) відповідає матричне дійсне співвідношення для подовжених векторів такого вигляду:

$$\bar{Y} = \bar{K} \cdot \bar{F}, \quad (1.21)$$

де дійсна матриця \bar{K} розмірністю $2k \times 2l$ має таку структуру:

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} k_{11}^{(r)}; -k_{11}^{(i)}; \dots; k_{1l}^{(r)}; -k_{1l}^{(i)} \\ k_{11}^{(i)}; k_{11}^{(r)}; \dots; k_{1l}^{(i)}; k_{1l}^{(r)} \\ \dots \\ k_{k1}^{(r)}; -k_{k1}^{(i)}; \dots; k_{kl}^{(r)}; -k_{kl}^{(i)} \\ k_{k1}^{(i)}; k_{k1}^{(r)}; \dots; k_{kl}^{(i)}; k_{kl}^{(r)} \end{bmatrix}. \quad (1.22)$$

У цій матриці дійсні коефіцієнти $k_{aj}^{(r)}, k_{aj}^{(i)}$ відповідають комплексним елементам матриці \bar{K} :

$$\bar{k}_{aj} = k_{aj}^{(r)} + i \cdot k_{aj}^{(i)}.$$

Амплітуди зовнішніх періодичних сил за вимірними амплітудами коливань можна оцінити способом застосування формули лінійної регресії (1.4) до дійсного матричного співвідношення (1.21).

Сучасні засоби вимірювання здебільшого дають величини амплітуд Y_a і фаз ϕ_a у точках вимірювання. Водночас значення, необхідні для оцінювання, розраховуються за такими формулами:

$$Y_a^{(r)} = Y_a \cos \phi_a; Y_a^{(i)} = Y_a \sin \phi_a. \quad (1.23)$$

У такому разі відповідно до співвідношення (1.4) значення комплексних амплітуд зовнішніх сил \bar{F} оцінюються за формулою

$$\bar{F} = \left[\bar{K}^T \cdot \bar{K} \right]^{-1} \cdot \bar{K}^T \cdot \bar{Y}. \quad (1.24)$$

Динамічні коефіцієнти впливу \bar{k}_{aj} визначаються як за допомогою математичної моделі об'єкта, так і

експериментальним способом. Наприклад, якщо є комп'ютерна програма числового розрахунку комплексних амплітуд $\overline{Y}_a(a = \overline{1, k})$ за заданими комплексними амплітудами $\overline{F}_j(j = \overline{1, l})$ сил (пряма задача), то коефіцієнт \overline{k}_{aj} дорівнюватиме значенню комплексної амплітуди $\overline{Y}_a(a = \overline{1, k})$ для значень $\overline{F}_j = 1, \overline{F}_r = 0$ ($r = \overline{1, l}$, крім $r = j$).

Більш достовірно коефіцієнти впливу визначаються експериментально. Так, якщо в j -й точці прикласти гармонічну силу $f_j(t) = F_j \sin(\omega t)$ із відомими амплітудою F_j і виміряти в усіх розрахункових точках комплексні амплітуди $\overline{Y}_a^*(a = \overline{1, k})$, то можна одержати такий вираз:

$$\overline{k}_{aj} = \frac{\overline{Y}_a^*}{F_n}(a = \overline{1, k}; j = \overline{1, l}).$$

Такий спосіб використовують, зокрема, для балансування роторів за допомогою установалення пробних дисбалансів. Достовірність цього способу порівняно з вищезазначеним обґрунтована тим, що замість математичної моделі ротора коефіцієнти впливу визначаються в результаті вимірювань безпосередньо на діючому агрегаті.

Отже, лінійне оцінювання амплітуд зовнішніх періодичних сил за допомогою програми розв'язання прямої задачі реалізується способом послідовного виконання таких етапів:

1) розрахунку комплексних коефіцієнтів впливу \overline{k}_{aj} у результаті одноразового розв'язання прямої задачі або способом одержання відповідних експериментальних даних);

- 2) формування елементів матриці \bar{K} (1.22);
- 3) розрахунку амплітуд зовнішніх періодичних сил за формулою (1.24).

1.1.4 Зведення певних нелінійних завдань оцінювання до лінійних

У разі лінійного оцінювання параметрів математичної моделі, якщо вимірювані величини лінійно залежать від оцінюваних параметрів, завдання ідентифікації позбавлене обчислювальних проблем, а оцінювані параметри знаходяться за формулою лінійної регресії (1.4). На відміну від неї нелінійне завдання здебільшого призводить до розв'язання важко й неоднозначно вирішуваних обчислювальних проблем [6]. Нижче запропоновано підхід, що за певних умов дозволяє звести завдання нелінійного оцінювання до лінійного.

Розглядаючи нелінійну модель, зведену до вигляду

$$y_j = \phi_j(\bar{\vartheta}), j = 1, 2, \dots, k$$

зі структурою нелінійної функції ϕ_j у вигляді

$$\phi_j(\bar{\alpha}; \bar{\theta}) = k_{j1}\theta_1 + \dots + k_{jl}\theta_l + k_{j(l+1)}f_1(\bar{\beta}) + \dots + k_{j(l+m)}f_m(\bar{\beta}); (j = 1, k),$$

де $f_a(\bar{\beta})$ ($a = \overline{1, m}$) – нелінійні функції заданої групи $\bar{\beta}$ параметрів, узятих зі всієї множини оцінюваних параметрів $\theta_1, \dots, \theta_l$ із можливим додаванням нових m параметрів $\theta_{l+1}, \dots, \theta_{l+m}$:

$$\bar{\beta} = (\theta_1, \dots, \theta_l; \theta_{l+1}, \dots, \theta_{l+m})^T,$$

Як приклад розглядається математична модель системи автоматичного регулювання, диференціальне рівняння якої в символній формі має вигляд

$$(T_0 T_1 T_2 p^3 + T_2 (T_0 + T_1) p^2 + T_2 p + K) S = (T_1 T_2 p^2 + T_2 p) f,$$

де $p = \frac{d}{dt}$ – оператор диференціювання; S – регульована величина; f – зовнішня дія; K – коефіцієнт посилення системи; T_0, T_1, T_2 – сталі часу відповідно об'єкта, вимірального пристрою й серводвигуна.

За припущення, що проведено експеримент із відтворення зовнішньої дії як гармонічного сигналу

$$f(t) = H \sin(\omega t)$$

і вимірювання амплітуди S та фази ϕ регульованої величини

$$s(t) = S \sin(\omega t + \phi),$$

згідно з методом комплексних амплітуд матимемо

$$\bar{f}(t) = H \exp(i\omega t); \bar{s}(t) = \bar{S} \exp(i\omega t),$$

де $\bar{S} = S_r + iS_i$ – шукана комплексна амплітуда, дійсна й уявна частини якої обчислюються за експериментальними даними:

$$S_r = S \cos \phi; S_i = S \sin \phi.$$

Способом підстановки комплексних правих частин та одержаних розв'язків у початкове рівняння й беручи до уваги формальне співвідношення $p = i\omega$, після тотожних

перетворень розрахункові співвідношення для визначення S_r , S_i такі:

$$\begin{aligned}(K - \omega^2 T_2 (T_0 + T_1)) S_r + (\omega^3 T_0 T_1 T_2 - \omega T_2) S_i &= -\omega^2 T_1 T_2 H, \\ (\omega T_2 - \omega^3 T_0 T_1 T_2) S_r + (K - \omega^2 T_2 (T_0 + T_1)) S_i &= \omega T_2 H.\end{aligned}$$

Ставлячи завдання оцінювання сталих часу T_1 , T_2 за експериментально вимірними параметрами H , ω , S_r , S_i та вважаючи параметри K , T_0 достовірно відомими, одержані рівняння наберуть такого вигляду:

$$\begin{aligned}-\omega (S_i + \omega T_0 S_r) T_2 + \omega^2 (H - S_r + \omega T_0 S_i) T_1 T_2 &= -K S_r, \\ -\omega (H - S_r + \omega T_0 S_i) T_2 - \omega^2 (S_i + \omega T_0 S_r) T_1 T_2 &= -K S_i.\end{aligned}$$

Ця модель щодо оцінюваних параметрів T_1 , T_2 є нелінійною. Проте, якщо нелінійна функція $f(T_1, T_2)$ тотожна певному параметру f_1 , що потрібно оцінити, система стає лінійною щодо параметрів T_2 , f_1 .

За припущення, що проведено n експериментів, у кожному j -му з яких виміряно параметри ω_j , H_j , S_{rj} , S_{ij} , можна одержати матричне співвідношення

$$\bar{y} = \bar{K} \bar{\theta},$$

де $\bar{\theta} = (T_2, f_1)^T$ – вектор оцінюваних параметрів; $\bar{y} = -(K S_{r1}, K S_{i1}, \dots, K S_{rn}, K S_{in})^T$ – вектор вимірюваних величин розмірністю $2n$; \bar{K} – матриця розмірністю $2n \times 2$, кожен коефіцієнт якої обчислюється відповідно до рівнянь моделі.

Практична реалізація вищезазначеного підходу наведена в додатку Б.

Отже, запропонований спосіб оцінювання параметрів нелінійних моделей за допомогою їх подання у квазілінійній формі дозволяє за певних умов усунути обчислювальні проблеми, пов'язані із завданнями нелінійного оцінювання.

1.2. Нелінійне оцінювання параметрів

1.2.1 Алгоритми нелінійного оцінювання

Розглядається зведена модель системи

$$\begin{aligned} y_1 &= f_1(\theta_1, \dots, \theta_l), \\ &\dots\dots\dots \\ y_k &= f_k(\theta_1, \dots, \theta_l) \end{aligned} \quad (1.25)$$

У векторному вигляді матимемо

$$\bar{y} = \bar{f}(\bar{\theta}), \quad (1.26)$$

де $\bar{f} = (f_1, f_2, \dots, f_k)^T$ – вектор-стовпець функцій розмірністю k .

Якщо функції $f_i(\bar{\theta})$ моделі (1.25) нелінійні щодо оцінюваних параметрів $\theta_1, \dots, \theta_l$, пошук мінімуму цільової функції $\Phi(\bar{\theta})$ вигляду (1.3) реалізується за допомогою ітераційного обчислювального процесу [6]. Водночас задається початкове значення вектора $\bar{\theta}_0 = (\theta_{01}, \dots, \theta_{0l})^T$ і виконується послідовний перехід від попереднього значення вектора $\bar{\theta}_i$ до наступного ($\bar{\theta}_{i+1} = \bar{\theta}_i + \Delta\bar{\theta}_i$), на кожному кроці якого виконується умова

$$\Phi(\bar{\theta}_{i+1}) \leq \Phi(\bar{\theta}_i). \quad (1.27)$$

Вектор компонентів додатків можна записати так

$$\Delta\bar{\theta}_i = \rho_i \bar{v}_i, \quad (1.28)$$

де вектор \bar{v}_i визначає напрям кроку, а скаляр ρ_i – його розмір.

За цією схемою реалізується будь-який ітераційний пошук мінімуму функції декількох змінних [6]. Відмінність між тим або іншим методом нелінійного оцінювання полягає в способі знаходження вектора \bar{v}_i й вибору розміру кроку ρ_i на кожній ітерації.

Одним із методів пошуку екстремуму функції декількох змінних є метод Ньютонa. Він базується на розкладанні функції $\Phi(\bar{\theta})$ у ряд Тейлора біля точки $\bar{\theta} = \bar{\theta}_i$ за ступенями приростів

$$\Delta\theta_{mi} = \theta_m - \theta_{mi}; \quad (m = \overline{1, l})$$

з точністю до членів другого порядку малості. У матричній формі відповідний ряд записується так:

$$\Phi(\bar{\theta}) \approx \Phi(\bar{\theta}_i) + \bar{q}_i^T \cdot (\bar{\theta} - \bar{\theta}_i) + 0.5(\bar{\theta} - \bar{\theta}_i)^T \cdot \bar{H}_i \cdot (\bar{\theta} - \bar{\theta}_i), \quad (1.29)$$

де \bar{q}_i – вектор-стовпець перших частинних похідних як градієнт цільової функції $\Phi(\bar{\theta})$ при $\bar{\theta} = \bar{\theta}_i$:

$$\bar{q}_i = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\theta}} \right)_i = \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta_1} \right)_i, \dots, \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta_l} \right)_i \right]^T; \quad (1.30)$$

$\bar{H}_i = \bar{H}(\bar{\theta}_i)$ – матриця Гессе розмірністю $l \times l$ других частинних похідних, довільний елемент якої дорівнює

$$H_{\alpha\beta}(\bar{\theta}_i) = \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_\alpha \partial \theta_\beta} \right)_i,$$

а індекс i означає, що він обчислюється в точці $\bar{\theta}_i = (\theta_{1i}, \dots, \theta_{li})^T$.

Поточне значення $\bar{\theta}$ можна розглядати як уточнене значення $\bar{\theta}_{i+1}$ чергового кроку. Тому

$$\bar{\theta}_{i+1} = \bar{\theta}_i - \bar{H}_i^{-1} \cdot \bar{q}_i. \quad (1.31)$$

Останнє співвідношення визначає ітераційний процес знаходження екстремуму методом Ньютона. На кожному кроці обчислюються компоненти градієнта \bar{q}_i функції $\Phi(\bar{\theta})$, обчислити елементи матриці Гессе \bar{H}_i частинних похідних другого порядку, визначаються елементи оберненої матриці \bar{H}_i^{-1} , а також чергові уточнення вектора оцінюваних параметрів $\bar{\theta}_{i+1}$ згідно з матричним співвідношенням (1.31).

Метод Ньютона ефективний, поки матриця Гессе \bar{H}_i додатньо-визначена. Лише в такому разі перехід до $(i+1)$ -го значення вектора $\bar{\theta}$ за формулою (1.31) забезпечить виконання умови (1.27).

Умова додатної визначеності матриці Гессе виконується поблизу точки мінімуму. Тому разом із побудовою алгоритму пошуку екстремуму цільової функції й складанням відповідної програми виникає проблема визначення початкового значення вектора $\bar{\theta}_0$, достатньо близького від шуканого. Іншими словами, початкова точка

l -вимірному простору оцінюваних параметрів повинна знаходитися в області тяжіння до локального екстремуму цільової функції, що відповідає фізичному значенню завдання. В іншому разі ітераційний процес може бути розбіжним або давати значення екстремуму, що для такої математичної моделі не має жодного практичного сенсу.

Іншим недоліком методу Ньютона є необхідність обчислення частинних похідних другого порядку. Якщо розрахунок вектора вимірюваних величин $\bar{y}(\bar{\theta})$ реалізується за структурою, наведеною на рис. 1.2, частинні похідні першого й другого порядків визначають числовим способом. Це може призводити до зростання похибки розрахунку та розбіжності ітераційного процесу.

Іншим способом реалізації процедури нелінійного оцінювання параметрів є метод Гауса, в якому використовуються частинні похідні винятково першого порядку.

Позначаючи різницю між вимірюваною a -ю величиною y_a^* і відповідною розрахунковою величиною $y_a(\bar{\theta})$, знайденою запевним деяким алгоритмом (рис. 1.2) для $\bar{\theta}$ як залишок

$$e_a = y_a^* - y_a(\bar{\theta}),$$

можна записати вираз для перших частинних похідних функції $\Phi(\bar{\theta})$ (1.3) як

$$q_a = \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_a} = -2 \sum_{\mu=1}^n \sum_{a=1}^k e_{\mu a} \frac{\partial y_{\mu a}(\bar{\theta})}{\partial \theta_a}; \quad a = \overline{1, l}, \quad (1.32)$$

де μ – номер експерименту; n – кількість експериментів.

Частинні похідні другого порядку (елементи матриці Гессе) запишуться так:

$$\begin{aligned}
 H_{\alpha\beta} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_\alpha \partial \theta_\beta} = \\
 &= -2 \sum_{\mu=1}^n \sum_{a=1}^k e_{\mu a} \frac{\partial y_a(\bar{\alpha}_\mu; \bar{\theta})}{\partial \theta_\alpha \partial \theta_\beta} + \\
 &+ 2 \sum_{\mu=1}^n \sum_{a=1}^k \frac{\partial y_a(\bar{\alpha}_\mu; \bar{\theta})}{\partial \theta_\alpha} \cdot \frac{\partial y_a(\bar{\alpha}_\mu; \bar{\theta})}{\partial \theta_\beta},
 \end{aligned}$$

де $\bar{\alpha}_\mu$ – вектор достовірно відомих параметрів μ -го експерименту.

Вважаючи, що поблизу точки мінімуму залишки $e_{\mu a}$ є достатньо малими, можна наближено записати

$$H_{\alpha\beta} \approx N_{\alpha\beta} = 2 \sum_{\mu=1}^n \sum_{a=1}^k \frac{\partial y_a(\bar{\alpha}_\mu; \bar{\theta})}{\partial \theta_\alpha} \cdot \frac{\partial y_a(\bar{\alpha}_\mu; \bar{\theta})}{\partial \theta_\beta}. \quad (1.33)$$

Якщо у виразі (1.31) замінити \bar{H}_i на \bar{N}_i , можна одержати вираз для $(i+1)$ -го кроку ітерації:

$$\bar{\theta}_{i+1} = \bar{\theta}_i - \bar{N}_i^{-1} \cdot \bar{q}_i. \quad (1.34)$$

У виразі для вектора приросту $\Delta \bar{\theta}_i$ (1.28) як напрям кроку вибирається

$$v_i = -\bar{N}_i^{-1} \cdot \bar{q}_i$$

із розміром кроку $\rho = 1$.

У алгоритмах, що реалізують метод Гауса, можна передбачити варіювання розміру кроку й перехід до нового значення

$$\bar{\theta}_{i+1} = \bar{\theta}_i - \rho_i \bar{N}_i^{-1} \cdot \bar{q}_i. \quad (1.35)$$

Оскільки у разі оцінювання параметрів методом Гауса необхідно обчислювати лише частинні похідні першого порядку, то в разі числового розрахунку прямої задачі ці похідні можна визначати за такою формулою:

$$\left(\frac{\partial y_a(\bar{\alpha}_\mu; \bar{\theta})}{\partial \theta_\alpha} \right)_i \approx \frac{1}{\Delta \theta_\alpha} [y_a(\theta_{1i}, \dots, \theta_{\alpha i} + \Delta \theta_\alpha, \dots, \theta_{li}; \bar{\alpha}_\mu) - y_a(\bar{\theta}_i; \bar{\alpha}_\mu)]. \quad (1.36)$$

Водночас на кожному кроці ітерації необхідно $(l+1) \cdot n$ раз розв'язувати пряму задачу обчислення $y_a(\bar{\theta}; \bar{\alpha})$ ($a = 1, k$) сукупності вимірюваних параметрів при $l+1$ сукупностях оцінюваних параметрів $(\theta_1, \dots, \theta_l)$ і n сукупностях відомих параметрів $(\alpha_{\mu 1}, \dots, \alpha_{\mu r})$.

Отже, задачі оцінювання потребують значно більшого часу розрахунку та є складнішими, ніж прямі задачі знаходження динамічних показників за відомими параметрами математичної моделі.

Ітераційний процес (1.35) збігається й відповідно задача оцінювання успішно розв'язується лише за таких умов [6].

По-перше, початкове значення вектора $\bar{\theta}_0$ повинне бути достатньо близьким до шуканого $\bar{\theta}^*$, інакше матриця Гессе та її наближення – матриця \bar{N} – не будуть додатньо-визначеними, що призведе до розходження ітераційного процесу або його збіжності до фізично необґрунтованої

точки екстремуму. Тому першим етапом задачі оцінювання може бути, наприклад, розгляд простішої, зокрема лінеаризованої, моделі з метою знаходження достатньо близького першого наближення $\bar{\theta}_0$.

По-друге, обчислення матриці \bar{N} реалізується шляхом наближеного числового визначення частинних похідних за формулою (1.36), реалізація якої залежить від вдалого вибору кроку $\Delta\theta_\alpha$ для кожного оцінюваного параметра $\theta_1, \dots, \theta_\alpha$. Водночас похибка розрахунку зростає як за відносно малих значень $\Delta\theta_\alpha$ (через помилки округлення), так і за відносно великих значень (унаслідок неточності формули (1.36), яка теоретично є точною лише за $\Delta\theta_\alpha \rightarrow 0$). Більше того, точність обчислення величин $y_\alpha(\bar{\alpha}_\mu, \bar{\vartheta})$, наприклад, при знаходженні критичних частот ротора методом скінченних елементів, має свої практичні обмеження.

По-третє, на кожному ітераційному кроці необхідно розв'язувати задачу вибору кращого або принаймні допустимого розміру кроку ρ_i .

Вирішення вищезазначених проблем є змістом розроблення належного методу оцінювання для тих чи інших типів динамічних об'єктів. Так, задача нелінійного оцінювання не завжди приводять до бажаних результатів, вимагаючи кожного разу застосування нових підходів і алгоритмів з урахуванням специфіки прямої задачі. Розв'язання цих обчислювально-математичних проблем становить наукову новизну і практичну значущість нових підходів у теорії оцінювання параметрів математичних моделей динамічних систем. Так, зокрема, складно переоцінити важливість створення нових, достовірних методів оцінювання параметрів моделей динаміки роторів енергетичних машин (турбокомпресорів, відцентрових насосів і турбінних двигунів).

Поряд із методами Ньютона і Гауса та їх модифікаціями для задач оцінювання також застосовується метод найшвидшого спуску [10]. Як і метод Гауса, він вимагає розрахунку лише перших частинних похідних, проте крок ітерації в ньому обчислюється іншим способом. У праці [6] наголошується, що метод найшвидшого спуску є недостатньо надійним, проте досвід створення алгоритмів і програм оцінювання у галузі динаміки роторів засвідчує, що цей метод може успішно застосовуватися під час реалізації ідеї паралельного використання двох методів (наприклад, Гауса і найшвидшого спуску) на кожній ітерації. Згідно з цією ідеєю перехід до нового набору оцінюваних параметрів $\bar{\theta}_{i+1}$ реалізується за тим методом, який на даному кроці забезпечує умову (1.31) або, якщо ця умова виконується за обома методами, дає менше з двох значень функції цілі $\Phi(\bar{\theta}_{i+1})$.

За найшвидшого спуску напрям кроку беруть уздовж градієнта цільової функції \bar{q}_i , а розмір кроку обчислюють як функцію частинних похідних $\frac{\partial y_a}{\partial \theta_\alpha}$. Водночас ітераційний перехід виконують згідно із співвідношенням

$$\bar{\theta}_{i+1} = \bar{\theta}_i - \lambda \bar{q}_i. \quad (1.37)$$

Якщо подати функцію цілі $\Phi(\bar{\theta})$ як функцію скалярного параметра λ :

$$\Phi(\bar{\theta}) = \Phi(\bar{\theta}_i - \lambda \bar{q}_i),$$

то розмір кроку можна обчислити з умови мінімуму $\Phi(\lambda)$:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = 0. \quad (1.38)$$

Корінь $\lambda = \lambda_i$ останнього рівняння визначає розмір кроку $(i + 1)$ -ї ітерації (1.37).

Рівняння (1.38) є нелінійним. Воно може бути розв'язане наближено, якщо всі функції $y_a(\lambda)$ ($a = \overline{1, k}$) розкласти в ряд Тейлора за ступенями λ , обмежуючись лінійними членами:

$$y_a(\lambda) = y_a(\bar{\theta}_i - \lambda \bar{q}_i) \approx y_a(\bar{\theta}_i) - \left(\frac{\partial y_a}{\partial \theta}\right)_i \bar{q}_i \lambda. \quad (1.39)$$

де $\left(\frac{\partial y_a}{\partial \theta}\right)_i$ – наступний вектор-рядок:

$$\left(\frac{\partial y_a}{\partial \theta}\right)_i = \left(\frac{\partial y_a}{\partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial y_a}{\partial \theta_{l_1}}\right)_i.$$

Вираз для функції $\Phi(\bar{\theta})$ (1.3) набирає вигляду

$$\Phi(\lambda) = \sum_{a=1}^k [(y_a^* - y_a(\bar{\theta}_i) + \lambda \left(\frac{\partial y_a}{\partial \theta}\right)_i \bar{q}_i)]^2.$$

Також з умови

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = -2 \sum_{a=1}^k \left[(y_a^* - y_a(\bar{\theta}_i) + \lambda \left(\frac{\partial y_a}{\partial \theta}\right)_i \bar{q}_i) \cdot \frac{\partial y_a}{\partial \theta} \cdot \bar{q}_i \right] = 0$$

можна отримати такий крок:

$$\lambda = \lambda_i = \frac{\sum_{a=1}^k (y_a(\bar{\theta}_i) - y_a^*) \cdot \left(\frac{\partial y_a}{\partial \theta}\right)_i \cdot \bar{q}_i}{\sum_{a=1}^k \left(\left(\frac{\partial y_a}{\partial \theta}\right)_i \cdot \bar{q}_i\right)^2}. \quad (1.40)$$

Таким чином, на кожній ітерації розмір кроку λ_i обчислюється за формулою (1.40). Потім за формулою (1.37) визначається уточнене значення вектора оцінюваних параметрів $\bar{\theta}_{i+1}$.

Паралельне використання методів Гауса і найшвидшого спуску ненабагато ускладнює розрахунок, оскільки ці методи мають подібні алгоритми. Зокрема, на кожному ітераційному кроці повинні бути обчислені:

1) вектор вимірюваних величин

$$\bar{y}_i = (y_1(\bar{\theta}_i), \dots, y_l(\bar{\theta}_i))^T;$$

2) матриця Якобі перших частинних похідних розмірністю $k \times l$:

$$J = \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \theta}\right)_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial y_1}{\partial \theta_l} \\ \dots \dots \dots \dots \\ \frac{\partial y_k}{\partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial y_k}{\partial \theta_l} \end{bmatrix};$$

3) градієнт функції $\Phi(\bar{\theta})$:

$$\bar{q}_i = \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta_1}\right)_i, \dots, \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta_l}\right)_i\right)^T,$$

де перші частинні похідні визначаються за формулою

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta_m}\right)_i = -2 \sum_{a=1}^k [y_a^* - y_a(\bar{\theta}_i)] \left(\frac{\partial y_a}{\partial \theta_m}\right)_i; \quad (m = \overline{1, l}).$$

1.2.2 Шляхи розв’язування проблем збіжності ітераційного процесу під час нелінійного оцінювання параметрів

За вимірювані величини коливальних систем переважно застосовують комплексні амплітуди вимушених коливань унаслідок дії гармонічних зовнішніх сил у результаті дії системи незрівноважених дисбалансів. Більше того, для роторних систем [2, 5] достатньо ефективним способом оцінювання параметрів є використання експериментально одержаних власних частот і форм, а також граничних за стійкістю частот обертання [1, 2, 4]. Залежно від використання тих чи інших вимірюваних величин алгоритми оцінювання параметрів містять відповідну підпрограму прямої задачі – розрахунку цих величин за даними, що відповідають умовам експерименту. З іншого боку, структура алгоритму нелінійного оцінювання, розроблена в процесі реалізації методів ідентифікації математичних моделей динаміки роторних систем [2, 5, 11–13], характеризується декількома особливостями. По-перше, кожний крок ітерації виконується двома методами – Гауса і найшвидшого спуску. У цьому разі обирають той приріст параметрів, який дає на цьому кроці менше значення цільової функції.

Практика налагодження програм оцінювання показала, що трапляються випадки, коли $\Phi(\bar{\theta}_{i+1}) \geq \Phi(\bar{\theta}_i)$ для кожного з методів. Тоді процес оцінювання не може

бути реалізований без застосування спеціальних прийомів. Зокрема, ефективною є зміна знака кроку ітерації ρ у разі зменшення його модуля. Цей прийом разом із паралельним використанням двох вищезазначених методів є вагомим у розроблених схемах нелінійного оцінювання.

В інших випадках, якщо значення вектора $\bar{\theta}$ є далекими від шуканих точок екстремуму, вектор напрямку кроку \bar{v}_i , обчислений як за методом Гауса, так і за методом найшвидшого спуску, може виявитися невдало обчисленим. У результаті, як зазначалося вище, функція цілі збільшується, а ітераційний процес зациклюється. У цьому разі зміна знака ρ також є надійним виходом із цієї ситуації, оскільки така зміна прямо призводить до зменшення цільової функції.

Необхідно зазначити, що в разі наближення $\Phi(\bar{\theta})$ до мінімуму, початкова точка $\bar{\theta}_0$ розміщена ще ближче, а ітераційний процес завершується більш успішно. Найкращим випадком є той, коли відразу вдається потрапити до зони мінімуму.

Більше того, в багатьох задачах оцінювання доцільною є побудова допоміжних підпрограм оцінювання першого наближення $\bar{\theta}_0$.

Таким чином, при ідентифікації параметрів математичних моделей динамічних об'єктів задачі нелінійного оцінювання вимагають розв'язання різних обчислювальних проблем. Практика реалізації задач оцінювання параметрів динамічних моделей таких складних систем, якими є, зокрема, моделі коливальних роторних систем, свідчить, що такі задачі ефективно розв'язуються за наявності таких програмних елементів:

- 1) програми попереднього оцінювання першого наближення;
- 2) алгоритму паралельного використання методів Гауса і найшвидшого спуску;
- 3) алгоритму варіювання величини і знака розміру кроку ρ , якщо ітераційний процес зациклюється.

1.2.3 Задачі нелінійного оцінювання коефіцієнтів математичних моделей роторних систем

Алгоритми нелінійного оцінювання було успішно апробовано під час дослідження динаміки роторів газоперекачувальних агрегатів (ГПА) виробництва ПАТ «Сумське НВО» [2]. На спеціально створеному експериментальному стенді з модельним ротором масою 170 кг було оцінено реальні значення жорсткостей сегментних підшипників для основних типів роторів турбокомпресорів. Загальний вигляд стенда показано на рис. 1.3.

Експериментальний стенд дозволяє вимірювати дві перші критичні частоти. У цьому разі оцінюваних параметрів повинно бути принаймні чотири, оскільки за припущення лінійної залежності жорсткостей підшипників від частоти обертання ω їх обертання

$$c_1 = c_{10} + \alpha_1 \omega, c_2 = c_{20} + \alpha_2 \omega \quad (1.41)$$

підлягають оцінюванню коефіцієнта $c_{10}, c_{20}, \alpha_1, \alpha_2$. Тому разом із критичними частотами необхідно використовувати додаткові експериментальні дані. Такими даними можуть бути власні форми, оцінювані за динамічними прогинами декількох точок ротора на критичних частотах обертання.

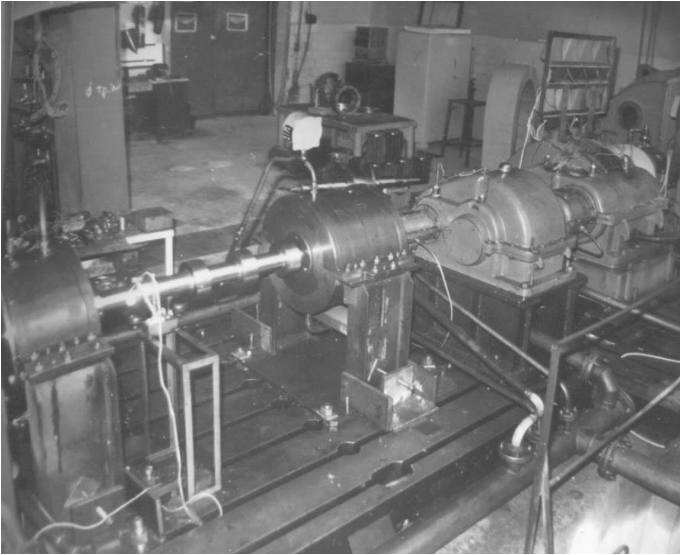


Рисунок 1.3 – Експериментальний стенд для дослідження динаміки роторів турбокомпресорів

З теорії коливань відомо, що в разі збігу частоти зовнішніх періодичних сил із k -ю власною частотою форма вимушених коливань не відрізняється від k -ї власної форми незалежно від закону розподілу гармонічних зовнішніх сил та кількості останніх. У цьому разі цільова функція може бути записана у вигляді [2, 3]:

$$\begin{aligned} \Phi(\bar{\theta}) = & \sum_{j=1}^n [(\bar{\omega}_j^* - \bar{\omega}_j(\bar{\theta}))^2 + \\ & + b \sum_{a=1}^m [\bar{y}_{aj}^* - \bar{y}_{aj}(\bar{\theta})]^2, \end{aligned} \quad (1.42)$$

де n – кількість вимірних власних частот і форм;
 m – кількість точок (перерізів) ротора, в яких вимірюються

амплітуди динамічних прогинів; $\bar{\omega}_j^*$, $\bar{\omega}_j(\bar{\theta})$ – відносні критичні частоти, відповідно експериментальні та обчислені числовими методами за заданим вектором оцінюваних параметрів $\bar{\theta}$; \bar{y}_{aj}^* , $\bar{y}_{aj}(\bar{\theta})$ – відносні прогини ротора в a -й точці ротора, відповідно експериментальні та обчислені; b – ваговий коефіцієнт.

Для правильного зіставлення експериментальних і розрахункових даних використовують відносні прогини:

$$\bar{y}_{aj}^* = y_{aj}^* / y_{ab}^*, \bar{y}_{aj}(\bar{\theta}) = y_{aj}(\bar{\theta}) / y_{ab},$$

де y_{ab}^* , y_{ab} – відповідно експериментально вимірний та обчислений за даного набору параметрів $\bar{\theta}$ прогини в обраній точці ротора.

Оскільки цільова функція (1.41) містить два типи вимірюваних величин – власні частоти і динамічні прогини, що мають різну точність вимірювання, – вводиться ваговий коефіцієнт $b = \sigma_{\omega}^2 / \sigma_y^2$ як відношення дисперсій $\sigma_{\omega}^2, \sigma_y^2$ похибок вимірювання власних частот і динамічних прогинів.

Якщо обрати залежність жорсткостей підшипників c_1, c_2 від частоти обертання ротора ω лінійною (1.41), то вектор оцінюваних параметрів матиме чотири складові:

$$\bar{\theta} = (c_{10}, \alpha_1, c_{20}, \alpha_2)^T.$$

Оцінювання за цими чотирма параметрами не завжди приводить до задовільних результатів з огляду на так зване «прокляття розмірності» [6]. Тому в ряді випадків ефективнішим є використання процедури оцінювання за двома параметрами c_{1j}, c_{2j} окремо для кожної j -ї критичної

частоти. Так, для випадку, коли можливий розгін ротора до другої критичної частоти включно [2], оцінювання проводять за двома функціями:

$$\begin{aligned} \Phi_j(\bar{\theta}) = & [\bar{\omega}_j^* - \bar{\omega}_j(c_{1j}, c_{2j})]^2 - \\ & - b[\bar{y}_{aj}^* - \bar{y}_{aj}(c_{1j}, c_{2j})]^2; \quad (j = \overline{1, 2}). \end{aligned} \quad (1.43)$$

За одержаними оцінками c_{11}, c_{21} на першій критичній частоті та c_{12}, c_{22} – на другій – шукані коефіцієнти перераховуються за формулами, що є наслідком рівнянь (1.41):

$$\begin{aligned} c_{i0} = & (c_{i1}\omega_2^* - c_{i2}\omega_1^*)/(\omega_2^* - \omega_1^*), \\ \alpha_i = & (c_{i2} - c_{i1})/(\omega_2^* - \omega_1^*), \quad (i = 1, 2). \end{aligned} \quad (1.44)$$

Основною складністю реалізації нелінійного оцінювання на основі пошуку мінімуму цільових функцій вигляду (1.42) за вищеписаним є забезпечення достатньо близьких до істинних початкових значень жорсткостей, які вводяться до ітераційного циклу. Числові експерименти свідчать, що якщо ця близькість не буде забезпечена, то ітераційний процес не дасть задовільних результатів. Тому розрахунок за двома параметрами на основі цільової функції (1.42) повинен передувати оцінний розрахунок за одним параметром за допущення рівності жорсткостей підшипників: $c_1 = c_2 = c$. Таке оцінювання може бути без зусиль реалізоване на основі програми визначення критичних частот методом початкових параметрів або методом скінченних елементів [14], де поточним параметром розрахунку буде жорсткість c_j , а частота обертання є незмінною і дорівнює j -й критичній частоті ω_j^* , виміряній експериментально.

Розрахункова схема скінченноелементної моделі ротора, наведена на рис. 1.4, містить експериментально отримані прогини на п'яти дисках модельного ротора на першій критичній частоті та двох частотах, близьких до неї.

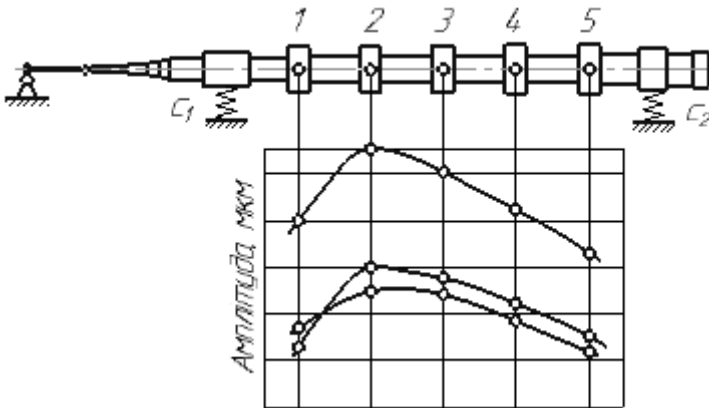


Рисунок 1.4 – Розрахункова схема скінченноелементної моделі ротора

У результаті проведених експериментальних досліджень і застосування вищезазначеного способу оцінювання було одержано такі числові дані.

Для відносно легких роторів швидкообертових турбокомпресорів жорсткість сегментного підшипника характеризується величинами порядку $0,2-0,5 \cdot 10^8$ Н/м у діапазоні частот 3 000–5 000 об/хв і $0,5-2,0 \cdot 10^8$ Н/м – у діапазоні частот 10 000–12 000 об/хв.

Для порівняно важких роторів ГПА, що працюють на частотах, близьких до 4 000 об/хв, оцінювана жорсткість підшипників має діапазон $1,2-1,8 \cdot 10^8$ Н/м.

Дані експериментальних досліджень, одержані на вищезазначеному стенді, також використовують для оцінювання коефіцієнтів опору за амплітудами коливань ротора в області першої критичної частоти.

Так, було розроблено метод, який полягає в тому, що дисбаланс є оцінюваним параметром разом із коефіцієнтом опору [15]. Водночас вимірювання амплітуд коливань ротора повинне відбуватися не лише безпосередньо на критичній частоті, а й на декількох інших частотах поблизу критичної.

Закон коливань ротора подають у вигляді

$$x_1(z, t) = U_1(z) \cdot x_1(t), \quad (1.45)$$

де $x_1(t) = X_m \sin(\omega t + \phi)$ – функція часу; $U_1(z)$ – перша власна форма коливань ротора.

Для деякої частоти ω , достатньо близької до першої критичної ω_1 , форма динамічного прогину [3] має такий вигляд:

$$A(z, \omega) = \frac{D\omega^2 U_1(z_D) U_1(z)}{\sqrt{M_1^2 (\omega_1^2 - \omega^2) + \omega^2 N_1^2}}, \quad (1.46)$$

де введено параметр

$$M_1 = \int_0^l \mu(z) U_1^2(z) dz; N_1 = d(U_1^2(z_1) + U_1^2(z_2)),$$

що містить функцію $\mu(z)$ розподілу питомої маси, а також координати опорних точок z_1, z_2 та дисбалансу z_D .

Дисбаланс D і коефіцієнт опору d оцінюються з умови мінімуму цільової функції

$$\Phi_0 = \sum_{i,j} (A_{ij}^* - D\omega_i^2 U_1(z_D) U_1(z_j)) / \sqrt{M_1^2(\omega_1^2 - \omega_i^2)^2 + \omega_i^2 N_1^2}, \quad (1.47)$$

де A_{ij}^* – експериментально визначений динамічний прогин ротора в точці $z = z_j$ за частоти обертання ω_i .

Цільова функція (1.47) є сумою квадратів різниць експериментальних і розрахункових амплітуд, а ідентифікація параметрів D та d на основі пошуку мінімуму цієї функції є задачею нелінійного оцінювання, що може бути реалізована вищеописаними числовими методами. Проте, враховуючи ту обставину, що розглядаються коливання поблизу першої критичної частоти, і відповідно значення $(\omega_1^2 - \omega_i^2)^2$ є відносно малими, задачу оцінювання можна звести до лінійної в такий спосіб. На основі розкладання в ряд Тейлора з утриманням члена першого порядку малості можна записати

$$\sqrt{M_1^2(\omega_1^2 - \omega_i^2)^2 + \omega_i^2 N_1^2} \approx \omega_1 N_1 [1 + 0,5 M_1^2(\omega_1^2 - \omega_i^2)^2 / \omega_i^2 N_1^2]. \quad (1.48)$$

Уведення позначень $\theta_1 = N_1^2$, $\theta_2 = N_1 D$ дозволяє подати формулу (1.48) для цільової функції Φ_0 у вигляді:

$$\Phi_0 \approx \Phi_1 = \sum_{i,j} (A_{i,j}^* - \theta_2 \alpha_{ij} / (\theta_1 + \beta_i))^2, \quad (1.49)$$

де введено параметр

$$\begin{aligned} \alpha_{ij} &= \omega_i U_1(z_D) U_1(z_j); \\ \beta_i &= 0,5 M_1^2 (\omega_1^2 - \omega_i^2) / \omega_i. \end{aligned} \quad (1.50)$$

Ідентифікація параметрів θ_1, θ_2 за цільовою функцією Φ_1 є задачею нелінійного оцінювання. Замість цієї функції необхідно розглядати суму квадратів чисельників у доданках (1.49), після зведення кожного з яких до спільного знаменника можна звести цільову функцію до вигляду

$$\Phi_2 = \sum_{i,j} (A_{ij}^* (\theta_1 + \beta_i) - \theta_2 \alpha_{ij})^2. \quad (1.51)$$

Мінімум функції Φ_2 досягається за умови рівності нулю градієнта цільової функції:

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta_1} = 0, \quad \frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta_2} = 0.$$

Ця умова з урахуванням виразу (1.51) дає систему двох лінійних рівнянь для знаходження оцінюваних параметрів θ_1, θ_2 :

$$\begin{aligned} a_{11} \theta_1 + a_{12} \theta_2 &= b_1, \\ a_{21} \theta_1 + a_{22} \theta_2 &= b_2, \end{aligned} \quad (1.52)$$

де введені такі позначення:

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \sum_{i,j} (A_{ij}^*)^2, \quad a_{12} = - \sum_{i,j} \alpha_{ij} A_{ij}^*, \\
 a_{21} &= -a_{12}, \quad a_{22} = - \sum_{ij} \alpha_{ij}^2.
 \end{aligned}
 \tag{1.53}$$

Шукані параметри знаходяться після визначення θ_1, θ_2 за такими формулами:

$$D = \theta_2 / \sqrt{\theta_1}, \quad d = \sqrt{\theta_1} / \alpha.
 \tag{1.54}$$

Таким чином, оцінювання коефіцієнта опору підшипника d і дисбалансу D згідно з цим методом містить такі складові:

- 1) експериментальне визначення амплітуд коливань A_{ij}^* у декількох точках ротора при декількох частотах обертання, близьких до критичної;
- 2) числовий розрахунок першої власної форми $U_1(z)$;
- 3) розрахунок параметрів d, D .

Цей метод було використано для оцінювання коефіцієнтів опору п'яти сегментних підшипників діаметром 140 мм на основі вимірювання амплітуд коливань на п'яти дисках модельного ротора (рис. 1.4). На рисунку показані експериментально виміряні форми прогинів синхронної прецесії для трьох частот обертання: $\omega_1 = 3781 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, $\omega_2 = \omega_{kr1} = 398 \text{ рад/с}$, $\omega_3 = 418 \text{ рад/с}$.

У результаті описаної вище процедури оброблення експериментальних даних було одержано значення $d = 13\,840$ кг/с, $D = 0,0016$ кг · м.

Для цих підшипників з установленим у них ротором ГПА масою 640 кг було одержано значення оцінюваного параметра $d = 37\,160$ кг/с.

Зіставлення одержаного значення з оцінюваним коефіцієнтом опору для модельного ротора масою 170 кг узгоджується відомою залежністю збільшення коефіцієнта опору від зростання статичного навантаження.

РОЗДІЛ 2
Комплексне застосування
числового моделювання
й регресійного аналізу

2.1 Методи ідентифікації параметрів для створення спрощених дискретних моделей роторних систем на основі скінченноелементних моделей

Існуючі методи і програми розрахунку динаміки роторів, наприклад метод скінченних елементів (МСЕ) дозволяють визначити власні частоти та форми вимушених коливань синхронної прецесії. Проте дослідження більш складних явищ, таких як втрата стійкості та поява несинхронних автоколивальних складових залишаються поза межами розрахунку за існуючими комп'ютерними програмами. Ці явища можуть бути досліджені лише за допомогою чисельного інтегрування нелінійних рівнянь дискретної моделі руху ротора.

Розгляд традиційних одно- і двомасових дискретних моделей дозволяє виявити деякі загальні закономірності. Проте як для якісного, так і для достатньо достовірного оцінювання параметрів нелінійних математичних моделей коливань реальних роторів таких спрощених моделей не достатньо. У цьому разі необхідне розглядання дискретних багатомасових моделей, що на задовільному рівні дозволяють урахувувати вплив нелінійних реакцій підшипників і ущільнень та ефекти, пов'язані з внутрішнім тертям. Ці моделі є ефективним інструментом досліджень нелінійних коливань роторів відцентрових машин.

Для розв'язання вищезазначеної проблеми розроблений метод розрахування параметрів дискретних моделей динаміки ротора на основі розрахунку власних частот і форм вільних коливань за допомогою програм, що реалізують метод скінченних елементів [16–18].

Розглядаючи варіант методу, запропонованого в праці [18], необхідно враховувати той факт, що розміщення мас

на опорах є неприпустимим. Цей спосіб реалізується для випадку достатньо великої жорсткості підшипникових опор, що підтверджується розрахунками реальних моделей роторів турбокомпресорів ГПА. Розрахункова схема дискретної моделі ротора має вигляд, наведений на рис. 2.1.

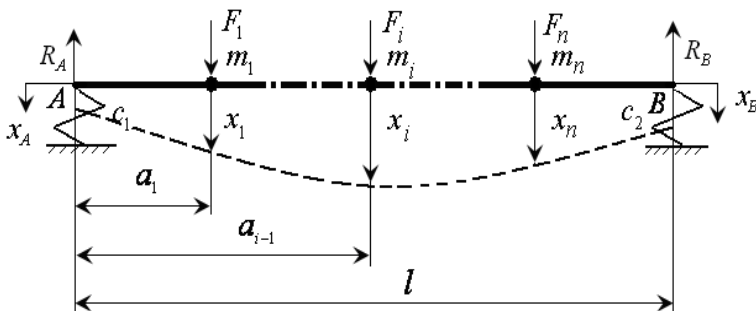


Рисунок 2.1 – Розрахункова схема дискретної моделі ротора

Рівняння вільних коливань цієї дискретної моделі записуються виходячи з принципу д'Аламбера. Так, припустивши, що

$$F_i = -m_i \cdot \ddot{x}_i, \quad (2.1)$$

можна одержати класичне рівняння динаміки дискретної моделі ротора у зворотній формі:

$$x_i + \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \cdot m_j \cdot \ddot{x}_j = 0, \quad (2.2)$$

де коефіцієнти податливості α_{ij} визначаються як прогин у точці i в разі прикладання одиничного дисбалансу в точці j

за програмою розрахунку вимушених коливань МСЕ-моделі реального ротора [19].

Для прикладу реалізації вищезазначеного підходу розглядається дискретна тримасова лінійна консервативна модель ротора (рис. 2.2).

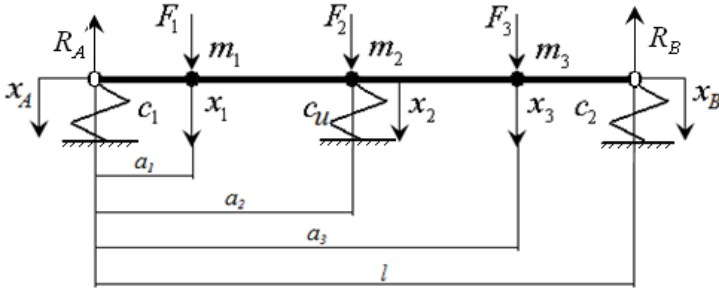


Рисунок 2.2 – Розрахункова схема тривимірної моделі ротора

Розв'язуючи задачу визначення власних частот і форм, маси дискретної моделі вибирають як параметри оцінювання. Тоді після відомих алгебраїчних перетворень, пов'язаних з задачею знаходження власних частот і форм, значення цих мас можна обчислити за допомогою матричної формули лінійної регресії:

$$\hat{m} = [\bar{B}^T \cdot \bar{B}]^{-1} \bar{B}^T \cdot \bar{D}. \quad (2.3)$$

Під час оцінювання за двома першими частотами і формами вирази для матриці B і стовпця D мають вигляд:

$$B = \begin{bmatrix} \alpha_{11}; \alpha_{12} \cdot U_{21}; \alpha_{13} \cdot U_{31} \\ \alpha_{21}; \alpha_{22} \cdot U_{21}; \alpha_{23} \cdot U_{31} \\ \alpha_{31}; \alpha_{32} \cdot U_{21}; \alpha_{33} \cdot U_{31} \\ \alpha_{11}; \alpha_{12} \cdot U_{22}; \alpha_{13} \cdot U_{32} \\ \alpha_{21}; \alpha_{22} \cdot U_{22}; \alpha_{23} \cdot U_{32} \\ \alpha_{31}; \alpha_{32} \cdot U_{22}; \alpha_{33} \cdot U_{32} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_1 \cdot U_{21} \\ \lambda_1 \cdot U_{31} \\ \lambda_2 \\ \lambda_2 \cdot U_{22} \\ \lambda_2 \cdot U_{32} \end{bmatrix},$$

де U_{ij} – відносні амплітуди першої та другої власних форм;
 i – номер маси; j – номер власної частоти;

$$U_{1j} = 1; \lambda_1 = \frac{1}{\omega_1^2}; \lambda_2 = \frac{1}{\omega_2^2},$$

де ω_1, ω_2 – відповідно перша і друга власні частоти ротора.

Амплітуди власних форм і власні частоти беруть із розрахунку МСЕ-моделі ротора.

Як приклад розв'язується задача визначення еквівалентних мас тримасової дискретної моделі ротора, розрахункова схема якого, що складається з 23 ділянок, наведена на рис. 2.3. У додатку В наведено вхідні дані для програм розрахунку вільних коливань і результатів розрахунку перших трьох власних частот та форм вільних коливань.

2.1 Методи ідентифікації параметрів для створення дискретних моделей на основі методу скінченних елементів

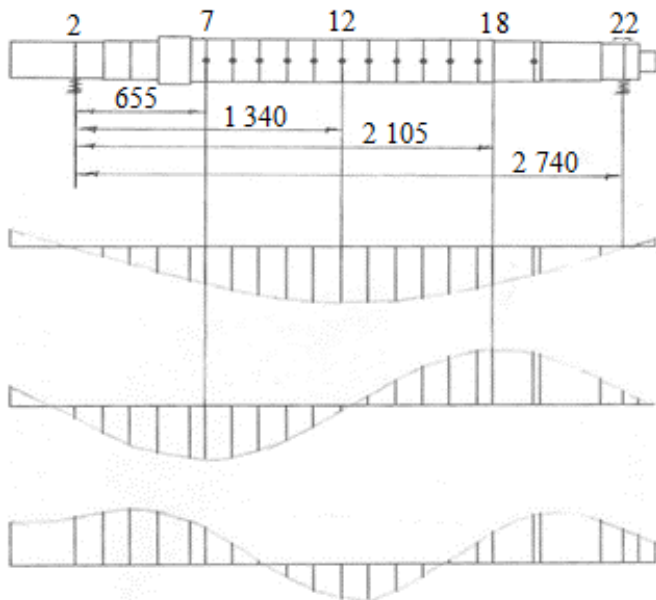


Рисунок 2.3 – Розрахункова схема ротора і його перші три власні форми

Місця розміщення мас обирають у точках максимумів другої форми (перша й третя маси) і в точці максимуму першої форми (друга маса). Далі за програмою розрахунку вимушених коливань для одиничних дисбалансу $D = 1$ і частоти обертання ротора $\omega = 1$ та для заданої жорсткості підшипників $c = 1 \cdot 10^{12}$ Н/м визначають коефіцієнти податливості як статичні переміщення ротора від дії одиничних дисбалансів: $\alpha_{11} = 8,92 \cdot 10^{-8}$ м/Н, $\alpha_{12} = 11,20 \cdot 10^{-9}$ м/Н, $\alpha_{13} = 6,80 \cdot 10^{-8}$ м/Н, $\alpha_{22} = 9,35 \cdot 10^{-8}$ м/Н, $\alpha_{23} = 11,07 \cdot 10^{-8}$ м/Н, $\alpha_{33} = 9,35 \cdot 10^{-8}$ м/Н.

Оцінювання мас згідно з формулою (2.3) за першою власною формою виконують за допомогою робочих файлів [19, 20] системи комп'ютерної алгебри «MathCAD». Результати оцінювання наведені в додатку Г.

У результаті розрахунку можна зробити висновок, що перша власна частота тримасової моделі з точністю до третього знака після коми збігається з першою власною частотою МСК-моделі.

Необхідно зазначити, що незважаючи на те, що оцінювання здійснювалося за першою власною частотою і формою, друга власна частота дискретної моделі несуттєво, на 9,7 %, перевищує другу власну частоту МСК-моделі.

2.2 Динамічне балансування гнучких роторів як завдання лінійного оцінювання

Для розрахунку вимушених коливань неконсервативних моделей роторів із довільним просторовим розподілом дисбалансів використовують вищеописаний метод комплексних амплітуд. Оскільки у відповідній програмі, що реалізує МСЕ, застосовують лінійну модель вимушених коливань ротора, то за певної частоти обертання ротора залежність між комплексними амплітудами

$$\bar{Y}_a = Y_a^{(r)} + iY_a^{(i)}, (a = \overline{1, k})$$

і дисбалансами

$$\bar{D}_j = D_j^{(r)} + iD_j^{(i)}, (j = \overline{1, l})$$

зводиться до лінійних комплексних виразів:

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} W_{11}^{(r)}, -W_{11}^{(i)}, W_{12}^{(r)}, -W_{12}^{(i)}, \dots, W_{1l}^{(r)}, -W_{1l}^{(i)} \\ W_{11}^{(i)}, W_{11}^{(r)}, W_{12}^{(i)}, W_{12}^{(r)}, \dots, W_{1l}^{(i)}, W_{1l}^{(r)} \\ \dots \\ W_{k1}^{(r)}, -W_{k1}^{(i)}, W_{k2}^{(r)}, -W_{k2}^{(i)}, \dots, W_{kl}^{(r)}, -W_{kl}^{(i)} \\ W_{k1}^{(i)}, W_{k1}^{(r)}, W_{k2}^{(i)}, W_{k2}^{(r)}, \dots, W_{kl}^{(i)}, W_{kl}^{(r)} \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

коефіцієнти якої обчислюються за співвідношенням

$$\bar{W}_{aj} = W_{aj}^{(r)} + iW_{aj}^{(i)} \quad (a = \overline{1, k}; j = \overline{1, l}),$$

можна визначити, що комплексно-матричному співвідношенню (2.5) відповідає дійсне матричне співвідношення:

$$\bar{Y} = \bar{W} \cdot \bar{D}, \quad (2.9)$$

в якому вектор-стовпці \bar{Y} і \bar{D} мають вигляд (2.6) та (2.7) відповідно.

До співвідношення (2.9) може бути застосована формула лінійної регресії, що дозволяє оцінити систему дисбалансів \bar{D} за вектором виміряних прогинів \bar{Y}^* :

$$\hat{\bar{D}} = \left[\bar{W}^T \bar{W} \right]^{-1} \bar{W}^T \bar{Y}^*. \quad (2.10)$$

У разі якщо балансування виконується за цими вимірюваннями на декількох частотах ω_ν ($\nu = \overline{1, n}$), вектор \bar{Y} матиме розмірність nk :

$$\bar{Y} = (\bar{Y}_1^{(1)}, \dots, \bar{Y}_k^{(1)}; \dots; \bar{Y}_1^{(n)}, \dots; \bar{Y}_k^{(n)})^T,$$

а подовжений вектор \bar{Y} – розмірність $2nk$:

$$\bar{Y} = (Y_{11}^{(r)}, Y_{11}^{(i)}, \dots, Y_{k1}^{(r)}, Y_{k1}^{(i)}; \dots; Y_{1n}^{(r)}, Y_{1n}^{(i)}, \dots, Y_{kn}^{(r)}, Y_{kn}^{(i)})^T.$$

У результаті матриця \bar{W} розширюється у n разів по вертикалі та має розмірність $2nk \times l$:

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} \bar{W}_1 \\ \cdot \\ \bar{W}_v \\ \cdot \\ \bar{W}_n \end{bmatrix},$$

де кожна матриця \bar{W}_v ($v = \overline{1, n}$) має структуру (2.8).

Якщо в k точках ротора за частот обертання ω_v ($v = \overline{1, n}$) виміряно комплексні амплітуди $\bar{Y}_a^{*(v)}$ ($a = \overline{1, k}$, $v = \overline{1, n}$), а потім у l площинах корекції встановити зрівноважувальні дисбаланси \bar{D}_{δ_j} ($j = \overline{1, l}$), то задача балансування полягає в оцінюванні групи комплексних дисбалансів \bar{D}_j ($j = \overline{1, l}$) за припущення, що вони розміщені в площинах корекції і спричиняють ті самі прогини \bar{Y}_a у вимірюваних перерізах, що й істинна сукупність дисбалансів. Ці дисбаланси визначають за формулою (2.10):

$$\overset{\wedge}{\bar{D}}_j = D_j^{(r)} + iD_j^{(i)}.$$

Модуль і фаза дисбалансів:

$$|\hat{\bar{D}}_j| = \sqrt{(D_j^{(r)})^2 + (D_j^{(i)})^2}, \phi_j = \arg \hat{\bar{D}}_j \quad (j = \overline{1, l}),$$

а процес балансування зводиться до встановлення в площинах корекції зрівноважувальних дисбалансів (рис. 2.1), що дорівнюють

$$D_{\delta j} = |\bar{D}_j|,$$

під кутами $\phi_{\delta j}$, що визначаються за обертанням від мітки на 180° :

$$\phi_{\delta j} = \phi_j + 180^\circ \quad (j = \overline{1, l}).$$

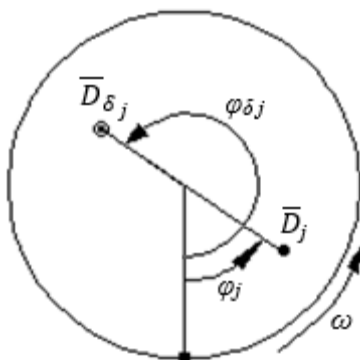


Рисунок 2.4 – Встановлення зрівноважувальних дисбалансів

Оцінювання дисбалансів за вищезазначеною методикою містить такі основні етапи:

1) формування комплексної матриці коефіцієнтів впливу \overline{W} розмірністю $nk \times l$ і дійсної матриці \overline{W} розмірністю $2nk \times 2l$, кожен комплексний коефіцієнт впливу якої $\overline{W}_{aj}^{(v)}$ визначається за підпрограмою розрахунку вимушених коливань як комплексний прогин \overline{Y}_a від одиничного дисбалансу $D = 1$ у точці j за частоти ω_v ;

2) розрахунок еквівалентних дисбалансів за формулою лінійної регресії (2.10).

Таким чином, методика оцінювання дисбалансів вимагає вимірювання комплексних прогинів $\overline{Y}_a^{*(v)}$ ($a = \overline{1, k}$) для k точок вимірювання та n частот обертання. Вона дає задовільний результат за достатнього рівня достовірності розрахункової схеми реального ротора.

2.3 Практичне балансування гнучкого ротора

На практиці комплексні коефіцієнти впливу \overline{W}_{aj} визначаються експериментально. Для цього на кожній із частот вимірювання ω_v ($v = \overline{1, n}$) виконується $(l + 1)$ вимірювання комплексних амплітуд шляхом установаження пробного дисбалансу в кожній із l площин корекції з подальшим вимірюванням комплексних прогинів у k точках ротора в такій послідовності:

1) нульовий запуск

$$\overline{Y}_0^* = (\overline{Y}_{10}^*, \overline{Y}_{20}^*, \dots, \overline{Y}_{k0}^*)^T;$$

2) перший запуск

$$\overline{Y}_1^* = (\overline{Y}_{11}^*, \overline{Y}_{21}^*, \dots, \overline{Y}_{k1}^*)^T;$$

3) l -й запуск

$$\bar{Y}_l^* = (\bar{Y}_{1l}^*, \bar{Y}_{2l}^*, \dots, \bar{Y}_{kl}^*)^T.$$

Нульовий запуск здійснюється в початковому стані ротора. У першому запуску встановлюється пробний дисбаланс у площині мітки в першій площині корекції. У l -му запуску встановлюється пробний дисбаланс у площині мітки в l -й площині корекції.

Застосовуючи лінійне матричне співвідношення

$$\bar{Y}_0^* = \bar{W} \cdot \bar{D}, \quad (2.11)$$

де $\bar{D} = (\hat{D}_1, \hat{D}_2, \dots, \hat{D}_l)$ – вектор оцінюваних дисбалансів, а також уводячи поняття j -го вектора пробних дисбалансів

$$\bar{D}_{jnp} = (0; \dots; D_{np}; \dots 0), \quad (j = \overline{1, l})$$

як сукупності дисбалансів, що складаються з одного пробного дисбалансу D_{np} , встановленого в j -й площині корекції:

$$\begin{aligned} \bar{D}_{1np} &= (D_{np}; 0; \dots; 0), \\ \bar{D}_{2np} &= (0; D_{np}; 0; \dots; 0), \\ &\dots\dots\dots \\ \bar{D}_{lnp} &= (0; \dots; 0; D_{np}), \end{aligned}$$

для j -го пуску має місце таке співвідношення:

$$\bar{Y}_j^* = \bar{W}(\bar{D} + \bar{D}_{jnp}). \quad (2.12)$$

Шляхом віднімання виразу (2.11) від формули (2.12) для кожного j ($j = \overline{1, l}$) визначається матриця $k \times l$ комплексних коефіцієнтів впливу, кожний елемент якої дорівнює

$$\hat{W}_{aj} = \frac{\overline{Y}_{aj}^* - \overline{Y}_{a0}^*}{D_{np}} \quad (a = \overline{1, k}; j = \overline{1, l}). \quad (2.13)$$

Подальше застосування експериментально визначених коефіцієнтів впливу \hat{W}_{aj} згідно з методикою (2.10) дозволяє оцінити шукану сукупність дисбалансів \hat{D} та реалізувати розрахунок зрівноважувальних дисбалансів (рис. 2.4).

РОЗДІЛ 3

**Застосування засобів штучного
інтелекту до ідентифікації
параметрів математичних
моделей динамічних систем**

3.1 Основи ідентифікації параметрів математичних моделей механічних систем із застосуванням засобів штучного інтелекту

3.1.1 Основи застосування штучних нейронних мереж

Штучні нейронні мережі (ШНМ) виникли як спроба моделювання можливостей оброблення інформації нервовою системою. На цей час їх можна розглядати як ефективний засіб розв'язання прикладних обчислювальних задач, таких як електронний пошук потенційних постачальників продукції [21], забезпечення надійного функціонування систем керування [22], оптимізація виробничих процесів [23–25] тощо. Вичерпний опис моделей ШНМ та підходів до їх створення докладно описано у працях [26–28]. Ці системи успішно застосовують для вирішення проблем розпізнавання зображень, зниження шуму, прогнозування або екстраполяції завдяки таким перевагам порівняно з традиційним регресійним аналізом:

- самостійне визначення регресійної залежності;
- визначення параметрів на основі лише введених параметрів вибірки;
- здатність до узагальнення, тобто одержання достовірних результатів для заданої системи вхідних параметрів.

Однак ШНМ залишаються практично невивченими з точки зору можливості розв'язання прикладних задач у галузях механічної інженерії, хімічних технологій та в інших суміжних галузях через відсутність єдиного науково-методичного підходу до їх упровадження. У результаті цього багато авторів розробили ШНМ складнішими, ніж того потребує практична задача.

У зв'язку з вищезазначеним є необхідність в узагальненні процедури розв'язання широкого спектра прикладних дослідницьких проблем, пов'язаних з ідентифікацією параметрів математичних моделей динамічних систем, зокрема:

- оцінювання власних частот коливальних систем;
- розв'язання нелінійної задачі оцінювання параметрів математичних моделей динамічних систем;
- аналіз вимушених коливань роторів;
- оцінювання параметрів математичних моделей у міждисциплінарних задачах гідромеханіки.

Необхідно зазначити, що всі дослідницькі проблеми, пов'язані із застосуванням ШНМ до розв'язання задач ідентифікації параметрів математичних моделей динаміки механічних і гідромеханічних систем можна поділити на дві категорії:

1) розв'язання прямої задачі із застосуванням ШНМ як узагальненої регресійної процедури;

2) розв'язання оберненої задачі для ідентифікації невідомих параметрів достовірних математичних моделей.

Ці два типи задач можна розв'язати за припущення, що ШНМ здатна до навчання та/або самонавчання за початковими (емпіричними або аналітичними) даними [29–31].

ШНМ можуть бути ефективними для виконання надскладних науково-технічних (експериментальних) досліджень завдяки їх здатності точно наближати одержані експериментальні результати. Перші істотні спроби впровадження ШНМ у галузі машинобудування були опубліковані в праці [32] для випадку континуальних механічних систем.

Інший приклад ефективного застосування ШНМ у будівництві продемонстровано в праці [33] для розв'язання складних інженерних задач проектування конструкцій. ШНМ також можуть бути успішно використані для оптимізаційного моделювання машин і апаратів у різних галузях промисловості.

Розрахункові схеми застосування ШНМ для розв'язання прямої та оберненої задач наукового дослідження, вперше запропоновані в праці [34], наведено на рис. 3.1, 3.2.

Пряме дослідження (рис. 3.1) застосовують для чисельного моделювання механічних систем. Однак невідомі параметри комплексної міждисциплінарної задачі можуть бути оцінені лише із застосуванням оберненої задачі (рис. 3.2).

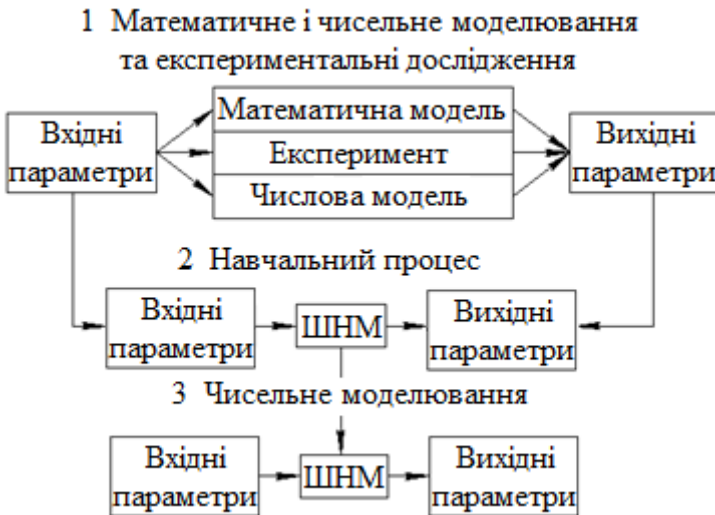


Рисунок 3.1 – Розрахункова схема застосування ШНМ для розв'язання прямої задачі наукового дослідження

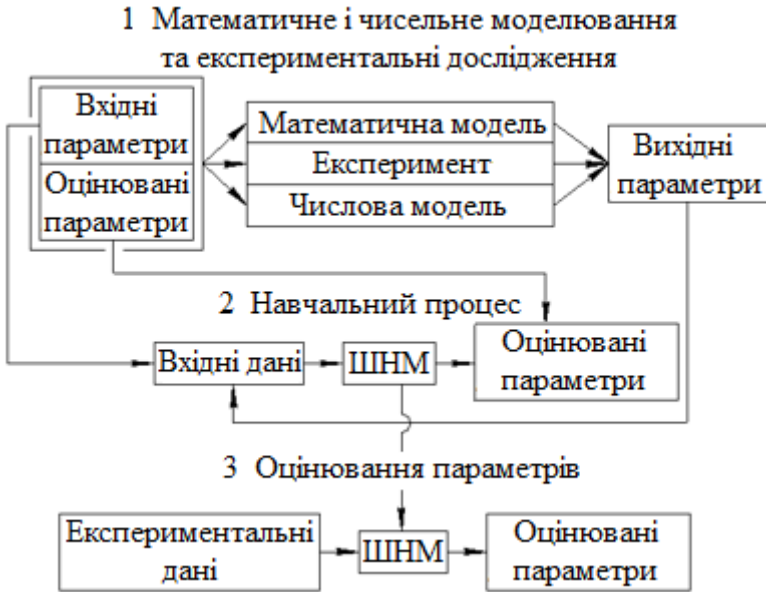


Рисунок 3.2 – Розрахункова схема застосування ШММ для розв’язання оберненої задачі наукового дослідження

3.1.2 Оцінювання критичних частот

Спосіб математичного моделювання динаміки ротора відцентрових машин наведено в наукових працях [35, 36]. Відповідна нелінійна математична модель реалізується для визначення критичних частот ротора.

Розрахункові схеми застосування ШММ для оцінювання критичних частот ротора і параметрів жорсткості підшипникових опор наведені відповідно на рис. 3.3, 3.4.



Рисунок 3.3 – Розрахункова схема задачі оцінювання критичних частот ротора

Запропонований метод успішно реалізовано для ротора багатоступінчастого відцентрового компресора 295ГЦ2-190/44-100М із застосуванням ШНН для таких параметрів: вхідних даних – коефіцієнтів нелінійної жорсткості; вихідних даних – критичні швидкості; кількості прихованих шарів – 3; загальної кількості нейронів – 31; точності навчання – 0,001; перехідної функції – гіперболічний тангенс; загальної кількості циклів навчання – $1 \cdot 10^6$; допустимої похибки цілі – $1 \cdot 10^{-5}$; методу ініціалізації порогового значення – випадковий; методу ініціалізації вагових коефіцієнтів – випадковий; інтервалу оновлення розрахункових значень – 500 циклів. У результаті відносна похибка оцінюваних параметрів не перевищує 0,9 %.



Рисунок 3.4 – Оцінювання жорсткості опор ротора

3.1.3 Балансування роторних систем

Математична модель процедури балансування ротора в підшипникових опорах запропонована в науковій праці [37]. Вона ґрунтується на комплексному застосуванні МСЕ із системою комп'ютерної алгебри «MathCAD» [20]. Ця модель може бути реалізована із застосуванням ШНМ для оцінювання системи залишкових дисбалансів за експериментально одержаними значеннями переміщень ротора. Відповідні розрахункові схеми для аналізу вимушених коливань ротора та його подальшого балансування наведені на рис. 3.5, 3.6 відповідно.

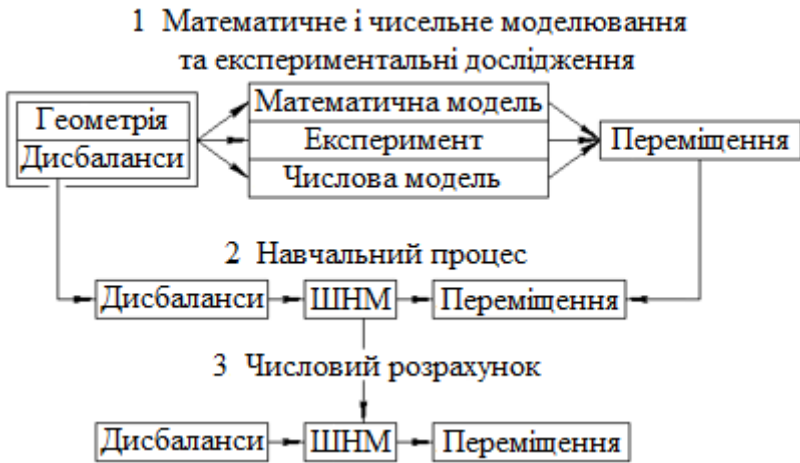


Рисунок 3.5 – Розрахункова схема дослідження вимушених коливань роторних систем



Рисунок 3.6 – Розрахункова схема проведення процедури балансування ротора

3.1.4 Динамічний аналіз елементів пристроїв розділення гетерогенних систем

Засоби штучного інтелекту можуть бути успішно реалізовані для створення достовірних математичних моделей гідромеханічних і тепломасообмінних процесів, що мають місце в машинах та апаратах хімічної і нафтогазової галузей промисловості, та подальшого уточнення їх конструктивних і робочих параметрів.

Наприклад, математична модель перехресного руху та взаємодії газорідного потоку з плівкою вловленої рідини в каналі інерційно-фільтрувального сепараційного пристрою наведена в науковій праці [38].

У праці [39] наведено способи застосування інерційної газодинамічної сепарації газодисперсних потоків у криволінійних конфузorno-дифузornoх криволінійних каналах. Для цих моделей можуть бути застосовані ШНМ з метою оцінювання параметрів математичних моделей робочих процесів, що мають періодичний характер. Відповідні розрахункові схеми імплементації авторських методів застосування ШНМ у галузі хімічної технології та інженерії наведено на рис. 3.7, 3.8. Зокрема, на рис. 3.7 подано розрахункову схему застосування ШНМ для дослідження динаміки гідромеханічної системи «багатофазний потік – деформівний елемент» динамічного сепараційного пристрою; на рис. 3.8 – розрахункову схему для оцінювання приєднаної маси як коефіцієнта математичної моделі гідроаеропружної взаємодії багатофазного потоку з динамічними функціональними елементами [40].

3.1.4 Динамічний аналіз елементів пристроїв
розділення гетерогенних систем



Рисунок 3.7 – Розрахункова схема дослідження динаміки гідромеханічної системи

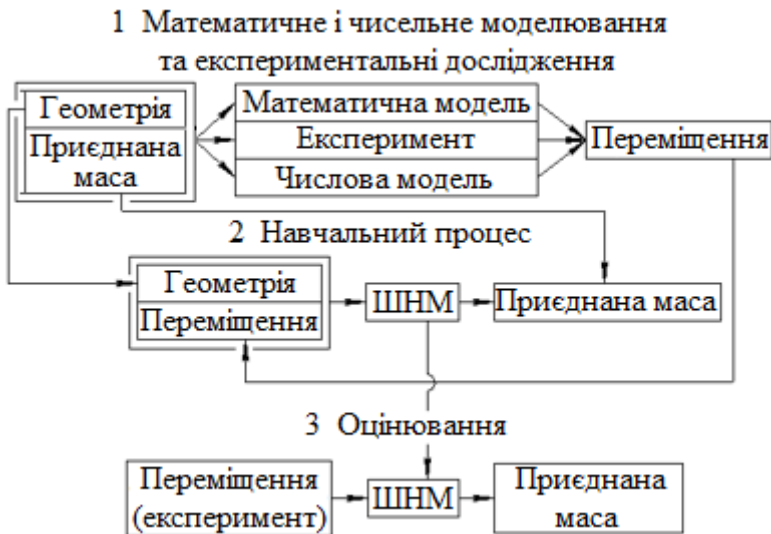


Рисунок 3.8 – Розрахункова схема оцінювання приєднаної маси із застосуванням ШНМ

Таким чином, запропоновано новий науково-методологічний підхід до використання засобів штучного інтелекту, зокрема ШНМ, для розв'язання прикладних наукових проблем у галузі інженерної механіки, галузевого машинобудування, хімічної технології та інженерії, інших суміжних галузях. У результаті наведено відповідні розрахункові схеми для ідентифікації параметрів математичних моделей таких механічних і гідромеханічних систем, як «ротор – підшипникові опори», «багатофазний потік – деформівні елементи». Цей підхід дозволяє розв'язувати прямі та обернені міждисциплінарні задачі на основі комплексного застосування ШНМ, числового моделювання та аналітичних методів дослідження. Основна перевага запропонованого підходу порівняно з лінійними і квазілінійними регресійними процедурами полягає в можливості розв'язання нелінійних задач оцінювання в умовах апріорної невизначеності та недостатньої кількості початкових даних.

3.2 Комплексне застосування чисельного моделювання й штучних нейронних мереж для забезпечення вібраційної надійності роторів

3.2.1 Ідентифікація жорсткісних характеристик підшипникових опор

Інтенсифікація процесів у машинах та апаратах енергетичної галузі приводить до застосування сучасного енергоємного обладнання, зокрема швидкооберткових роторних машин. Невпинне зростання робочих параметрів останніх обумовлює необхідність вирішення на новому науково-методологічному рівні проблеми забезпечення вібраційної надійності роторних систем.

Крім того, проблема дослідження динаміки та динамічного балансування гнучких роторів у підшипникових опорах є актуальною. Відповідні методи дослідження супроводжуються задачами оцінювання жорсткісних, демпфувальних та інших характеристик [41]. Водночас сучасні методи моделювання динаміки роторних систем переважно базуються на використанні комп'ютерних програм, що реалізують МСЕ [42, 43]. На відміну від балкових МСЕ-моделей застосування тривимірних моделей, зокрема в програмному комплексі «ANSYS», вимагає значного машинного часу. Більше того, доступне програмне забезпечення за замовчуванням не може забезпечити врахування нелінійностей, властивих роторним системам. Таким чином, увага науковців приділяється забезпеченню нових можливостей існуючих програмних продуктів та створенню нових [44–47].

Зокрема, можна відзначити такі досягнення в галузі динаміки роторних систем. Наукова робота [45] присвячена розвитку числових методів дослідження динаміки роторів із застосуванням МСЕ. Комплексне застосування програмних комплексів «MatLAB» і «SolidWorks» для вдосконалення моделей вільних коливань гнучкого ротора на основі двовимірних балкових моделей наведено в праці [48]. Задача оцінювання власних частот роторних систем на основі лінійних і нелінійних математичних моделей досліджена в праці [49]. Вплив частоти обертання ротора на жорсткісні характеристики ротора із застосуванням програмного комплексу «ANSYS» досліджений у праці [50]. Підхід до оцінювання системи дисбалансів з урахуванням гіроскопічного моменту інерції насадних деталей запропоновано в працях [51–53].

Наукова праця [54] спрямована на розвиток способів дослідження динаміки роторів у підшипникових опорах із

застосуванням моделей із 6 ступенями вільності з урахуванням нелінійностей, сил тертя і початкових зазорів у підшипниках. У праці [55] ураховано вплив випадкових зовнішніх збуджень на вимушені коливання ротора турбокомпресора. У статтях [56, 57] викладено підходи до експериментальних і числових методів дослідження нестационарних явищ у роторних системах, а також наведено методологію оцінювання дисбалансів для випадку асиметричного ротора. Праця [58] містить нову методологію дослідження стохастичних явищ у задачах динаміки.

Необхідно зазначити, що розв'язання задачі оцінювання жорсткісних характеристик підшипникових опор з урахуванням їх залежності від частоти обертання ротора є актуальною. Нижче наведено підхід, що ґрунтується на застосуванні ШНМ для оцінювання параметрів апроксимаційної кривої «жорсткість підшипників – частота обертання ротора» за масивом даних числового моделювання. У результаті дані чисельних досліджень критичних частот ротора дозволяють одержати достовірні значення жорсткісних характеристик підшипникових опор.

Для апробації методики оцінювання власних частот вільних коливань ротора на основі аналізу апроксимаційної кривої «частота обертання ротора – жорсткість підшипників» застосовується досвід проектування компресорного обладнання. Так, у праці [37] показано, що з достатньої для практичних цілей відповідна залежність жорсткості підшипникової опори c від частоти обертання ротора ω може бути подана як поліном другого степеня:

$$c(\omega) = c_0 + \alpha\omega + \beta\omega^2, \quad (3.1)$$

де c_0 – «нульова» жорсткість підшипника, Н/м; α – параметр, що геометрично відображає тангенс початкового кута нахилу кривої «жорсткість – частота обертання», Н·с/м; β – початкова кривизна кривої, Н·с²/м.

Нижченаведене дослідження спрямоване на оцінювання параметрів c_0 , α , β із застосуванням ШНМ.

Математична модель коливань ротора, що ґрунтується на МСЕ і дозволяє враховувати гіроскопічний момент інерції робочих коліс і насадних деталей, а також нелінійну залежність жорсткості підшипникових опор від частоти обертання ротора (3.1), реалізується із застосуванням робочих файлів [14, 19] системи комп'ютерної алгебри «MathCAD». Аналітично вона записується лінійним матричним рівнянням [60]:

$$([C(\omega)] - \omega^2[M])\{Y\} = \{F\}, \quad (3.2)$$

де $\{F\}$, $\{Y\}$ – вектор-стовпці амплітуд F_k , y_k зовнішніх моногармонічних сил $F_k \sin \omega t$ і вузлових переміщень $y_k \sin \omega t$ відповідно; k – номер вузла ($k = 1, 2, \dots, 2N - 1$); N – загальна кількість скінченних елементів; $[C(\omega)]$, $[M]$ – глобальні матриці жорсткості та інерції, що формуються з локальних матриць шляхом додавання відповідних параметрів за однойменними вузлами:

$$[C(\omega)]_{i,j} = \sum_{k=1}^n ([C(\omega)]_e)_{i,j}^{(k)}, \quad (3.3)$$

$$[M]_{i,j} = \sum_{k=1}^n ([M]_e)_{i,j}^{(k)}; \quad (i, j = 1, 2, \dots, 2N - 1).$$

У разі двовузлових балкових скінченних елементів із чотирма ступенями вільності локальні матриці жорсткості

$[C(\omega)]_e$ та інерції $[M]_e$ для скінченного елемента $e = (i, j)$ мають такий вигляд [9, 61]:

$$C_e = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 + \frac{cl^3}{EI} & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix},$$

$$M_e = \frac{m}{420} \begin{bmatrix} 136 & 22l & 54 & -13l \\ -136l^2 - & & & \\ 22l & -105r^2/4 + & 13l & -3l^2 \\ +420I_g/m & & & \\ 54 & 13l & 136 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

де m – маса скінченного елемента, кг; l – довжина скінченного елемента, м; E – модуль пружності першого роду, Н/м²; I – осьовий момент інерції перерізу, кг·м²; r – радіус перерізу, м; I_g – гіроскопічний момент інерції робочих коліс і насадних деталей, кг·м².

У випадку вільних коливань ($F_k = 0$) умовою існування нетривіальних розв'язків системи рівнянь (3.2) є рівність нулю визначника:

$$\det([C(\Omega)] - \Omega^2[M]) = 0, \quad (3.5)$$

що призводить до нелінійного алгебраїчного рівняння вищого порядку відносно критичної частоти Ω .

У результаті моделювання динаміки ротора для різних значень параметрів c_0, α, β можна отримати масив даних, що описує залежність між жорсткісними характеристиками $\{K\} = \{c_0, \alpha, \beta\}^T$ і спектром критичних частот $\{\Omega\} = \{\Omega_1, \Omega_2, \dots\}^T$.

Ефективність вищезазначеного підходу підтверджено на прикладі ротора багатоступінчастого відцентрового компресора 295ГЦ2-190/44-10М на магнітних підшипниках, виготовленого ВАТ «Сумське НВО» як елемент ГПА Ц-16/102-3,32М потужністю 16,85 МВт. Робоча частота обертання ротора перебуває в діапазоні 3 710–5 565 об/хв.

Для подальшої нормалізації масиву даних, як того вимагає метод застосування ШНМ, вводяться максимальні параметри: $c_0^{max} = 2,5 \cdot 10^7$ Н/м, $\alpha_{max} = 3 \cdot 10^4$ Н·с/м, $\beta_{max} = 3 \cdot 10^7$ Н·с²/м, $\Omega_{max} = 536$ рад/с.

Масив даних, одержаних у результаті проведення чисельного моделювання динаміки ротора із застосуванням комп'ютерної програми «Critical frequencies of the rotor», може бути застосовано для реалізації регресійної процедури [37, 59] для визначення лінійної залежності між жорсткістю підшипникових опор і критичними частотами:

$$\bar{\Omega}_i = a_i \bar{c}_0 + b_i \bar{\alpha} + c_i \bar{\beta}, \quad (3.6)$$

де i – номер критичної частоти ($i = \{1, 2, 3\}$); a_i, b_i, c_i – невідомі вагові коефіцієнти; $\bar{\Omega}_i, \bar{c}_0, \bar{\alpha}, \bar{\beta}$ – безрозмірні нормалізовані параметри у діапазоні 0–1, визначені за наступними залежностями:

$$\bar{\Omega}_i = \Omega_i / \Omega^{max}, \quad \bar{c}_0 = c_0 / c^{max}, \quad \bar{\alpha} = \alpha / \alpha^{max}, \quad \bar{\beta} = \beta / \beta^{max}. \quad (3.7)$$

Вираз (3.6) після нормування (3.7) тотожний до поверхні в одиничному чотиривимірному гіперпросторі параметрів « $\bar{c}_0 - \bar{\alpha} - \bar{\beta} - \bar{\Omega}_i$ ».

Невідомі параметри a_i, b_i, c_i як компоненти вектор-стовпця вагових коефіцієнтів $\{A\}_i = \{a_i, b_i, c_i\}^T$ можуть бути оцінені в результаті розв'язання системи неоднорідних лінійних рівнянь:

$$[\bar{K}]\{A\}_i = \{\bar{\Omega}\}_i, \quad (3.8)$$

де $[\bar{K}]$ – прямокутна матриця коефіцієнтів жорсткості розмірністю $n \times 3$ (n – кількість рядків масиву результатів чисельного моделювання); $\{\bar{\Omega}\}_i$ – вектор-стовпець нормалізованих критичних частот розмірністю n :

$$[\bar{K}] = \begin{bmatrix} c_0^{(1)} & \alpha^{(1)} & \beta^{(1)} \\ c_0^{(2)} & \alpha^{(2)} & \beta^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_0^{(n)} & \alpha^{(n)} & \beta^{(n)} \end{bmatrix}, \quad \{\bar{\Omega}\}_i = \begin{Bmatrix} \bar{\Omega}_i^{(1)} \\ \bar{\Omega}_i^{(2)} \\ \dots \\ \bar{\Omega}_i^{(n)} \end{Bmatrix}. \quad (3.9)$$

У разі якщо $n > 3$, вектор-стовпець $\{A\}_i$ визначається за формулою лінійної регресії:

$$\{A\}_i = \underbrace{([\bar{K}]^T [\bar{K}])^{-1}}_{n \times n} \underbrace{[\bar{K}]^T}_{n \times 1} \underbrace{\{\bar{\Omega}\}_i}_{n \times 1}, \quad (3.10)$$

Критичні частоти визначаються за лінійною регресійною моделлю із застосуванням такої формули:

$$\{\tilde{\Omega}\} = [A]\{\bar{K}\}, \quad (3.11)$$

де $\{\tilde{\Omega}\}$ – вектор-стовпець експериментально визначених значень критичних частот $\tilde{\Omega}_1, \tilde{\Omega}_2, \tilde{\Omega}_3$; $\{\bar{K}\}$ – вектор-стовпець параметрів жорсткості підшипникових опор; $[A]$ – прямокутна матриця вагових коефіцієнтів, що визначається за формулою (3.10):

$$[A] = \begin{bmatrix} \{A\}_1 \\ \{A\}_2 \\ \{A\}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}, \quad \{\tilde{\Omega}\} = \begin{Bmatrix} \tilde{\Omega}_1 \\ \tilde{\Omega}_2 \\ \tilde{\Omega}_3 \end{Bmatrix}, \quad \{\bar{K}\} = \begin{Bmatrix} \bar{c}_0 \\ \bar{\alpha} \\ \bar{\beta} \end{Bmatrix}. \quad (3.12)$$

Невідомі вагові коефіцієнти $\{\bar{K}\}$ визначаються з рівняння (3.11) за формулою оберненої матриці:

$$\{\bar{K}\} = [A]^{-1}\{\tilde{\Omega}\}. \quad (3.13)$$

Застосування континуальних аналітичних моделей для дослідження динаміки ротора є неможливим у загальній постановці, тому переважно застосовують МСЕ. Однак з огляду на нелінійність математичної моделі обернена задача, пов'язана з оцінюванням жорсткісних характеристик підшипникових опор із забезпеченням дійсних значень робочих параметрів і критичних частот та форм коливань, не може бути розв'язана із застосуванням традиційного МСЕ. У цьому разі ефективним є застосування ШНМ як універсальної апроксимаційної процедури з огляду на її здатність забезпечувати загальний механізм створення достовірних нелінійних математичних моделей [60].

Різноманітність ШНМ як результат особливих вимог до різного роду науково-практичних задач проявляється різними ступенями складності цих мереж, типів їх внутрішніх взаємозв'язків, перехідних функцій, методів навчання тощо.

Під час оцінювання математичної моделі динаміки ротора застосовують входні й вихідні параметри та систему прихованих шарів, що дозволяє створювати взаємозв'язки між критичними частотами і жорсткісними характеристиками підшипникових опор. Процедуру

3.2.1 Ідентифікація жорсткісних характеристик підшипникових опор

ідентифікації останніх шляхом комплексного застосування МСЕ-моделі динаміки ротора і ШНМ схематично наведено на рис. 3.9.

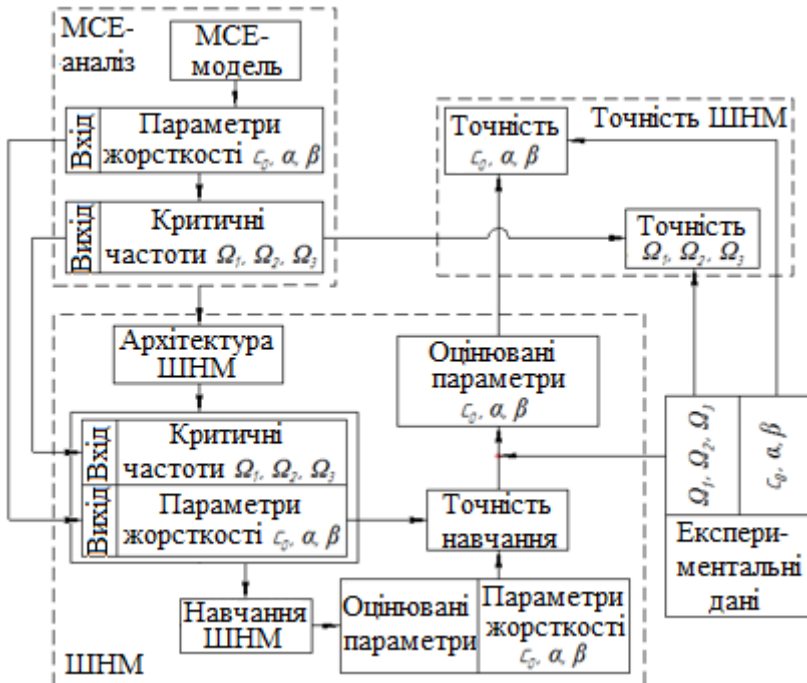


Рисунок 3.9 – Процедура застосування ШНМ

Необхідно зазначити, що вихідні параметри (критичні частоти $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$) чисельного моделювання із застосуванням робочих файлів комп'ютерної програми «Critical frequencies of the rotor» у подальшому є вхідними параметрами для навчання ШНМ. Також вихідні параметри ШНМ (коефіцієнти жорсткості c_0, α, β) повинні бути порівняні з відповідними їх дійсними значеннями, що визначаються в результаті експериментальних досліджень.

Архітектура ШНМ подана на рис. 3.10. Кількість шарів і розподіл нейронів у них визначають з умови перманентного функціонування міжнейронних зв'язків. Так, зменшення кількості прихованих шарів і відповідно кількості нейронів у них призводить до зниження точності одержуваних результатів оцінювання жорсткісних параметрів. З іншого боку, необґрунтоване збільшення кількості нейронів призводить до зростання часу навчання мережі і збільшення кількості незадіяних нейронних зв'язків.

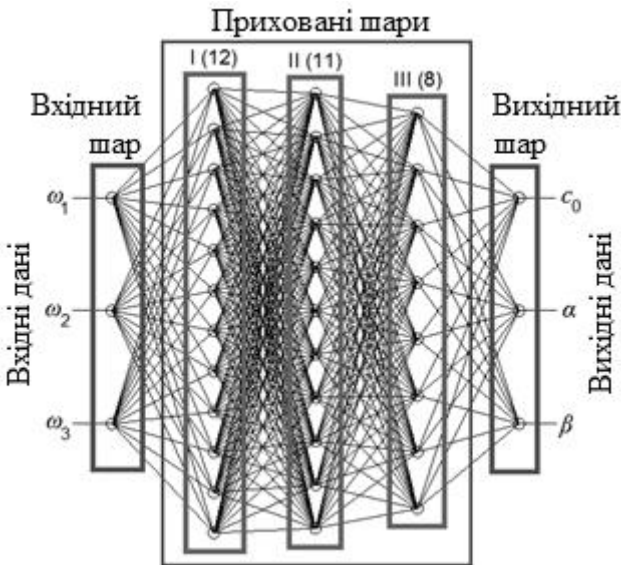


Рисунок 3.10 – Архітектура ШНМ

Як приклад практичної реалізації вищезазначеної процедури оцінювання жорсткісних параметрів математичної моделі динаміки ротора із застосуванням ШНМ проведено експериментальне дослідження динаміки ротора багатоступінчастого відцентрового компресора

295ГЦ2-190/44-100М у вакуумній камері розгінно-балансувального стенда «Schenck» (ПАТ «Сумське НВО», м. Суми, Україна). Маса ротора – 2 500 кг. У результаті дослідження виявлено такі критичні частоти: $\Omega_1 = 117$ рад/с, $\Omega_2 = 256$ рад/с, $\Omega_3 = 511$ рад/с. Відповідні нормалізовані значення становлять $\bar{\Omega}_1 = 0,218$, $\bar{\Omega}_2 = 0,478$, $\bar{\Omega}_3 = 0,953$.

Таким чином, за формулою (3.13), вектор-стовпець $\{\bar{K}\} = \{0,817; 0,204; 0,891\}^T$, а значення оцінюваних параметрів $c_0 = 0,817 \cdot 2,5 \cdot 10^7 = 2,179 \cdot 10^7$ (Н/м); $\alpha = 0,204 \cdot (-3 \cdot 10^4) = -0,613 \cdot 10^4$ (Н·с/м); $\beta = 0,891 \cdot 2 \cdot 10^2 = 1,782 \cdot 10^2$ (Н·с²/м). Ці результати докладно наведено у таблиці 3.1.

Верифікацію одержаних результатів проводять шляхом визначення критичних частот ротора у результаті чисельного моделювання в робочому файлі комп'ютерної програми «Critical frequencies of the rotor». Зокрема, для параметрів $c_0 = 2,179 \cdot 10^7$ Н/м; $\alpha = -0,613 \cdot 10^4$ Н·с/м; $\beta = 1,782 \cdot 10^2$ Н·с²/м одержано критичні частоти $\Omega_1 = 117$ рад/с, $\Omega_2 = 264$ рад/с, $\Omega_3 = 513$ рад/с, числові значення яких узгоджуються з відповідними дійсними значеннями.

Проте внаслідок одержаних відносних похибок 11 %, 79 % і 15 % визначення значень оцінюваних параметрів (дійсні значення становлять $c_0 = 2,45 \cdot 10^7$ Н/м; $\alpha = -2,9 \cdot 10^4$ Н·с/м; $\beta = 2,086 \cdot 10^2$ Н·с²/м) можна зробити висновок про недостатню точність процедури лінійної регресії. Тому є необхідність застосування іншого, більш точного засобу реалізації процедури оцінювання, зокрема ШНМ.

Для забезпечення останньої застосовують програмний продукт «Visual Gene Developer», що забезпечує візуалізацію процедури навчання ШНМ (рис. 3.9).

3.2.1 Ідентифікація жорсткісних характеристик підшипникових опор

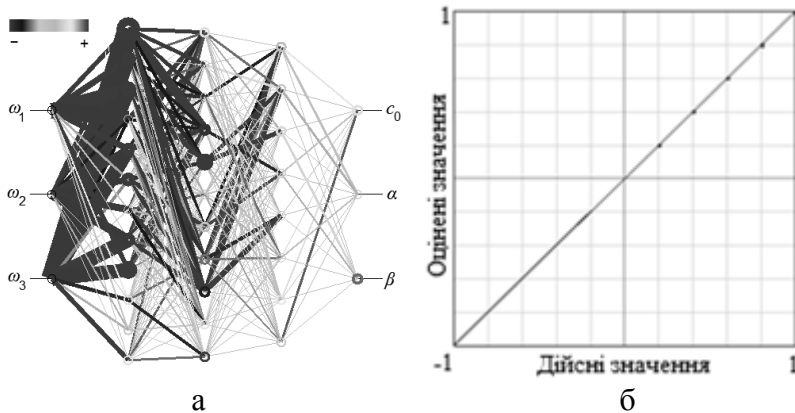


Рисунок 3.11 – Карта навчання ШНМ (а)
і аналіз збіжності (б)

Товщина ліній є пропорційною значенням відповідних вагових коефіцієнтів. Водночас обрано такі налаштування програми: точність навчання – 0,001; перехідну функцію – гіперболічний тангенс; загальну кількість циклів навчання – $1 \cdot 10^6$; допустиму похибку цілі – $1 \cdot 10^{-5}$; метод ініціалізації порогового значення – випадковий; метод ініціалізації вагових коефіцієнтів – випадковий; інтервал оновлення розрахункових значень – 500 циклів.

Процедура навчання ШНМ містить параметри жорсткості c_0 , α , β , результуючі критичні швидкості Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 та оцінювані критичні швидкості ω_1 , ω_2 , ω_3 .

Порівняння оцінюваних значень критичних частот із відповідними результуючими їх значеннями дозволяє зробити висновок про високу точність (до третього знака після коми) процесу навчання ШНМ. Крім того, в результаті навчання одержано такі результати: сумарну похибку – $3,5 \cdot 10^{-4}$; середню відносну похибку – $3,6 \cdot 10^{-6}$; регресійний коефіцієнт Пірсона – 0,99996.

3.2.1 Ідентифікація жорсткісних характеристик підшипникових опор

Оцінювані параметри жорсткості підшипникових опор $\bar{c}_0 = 0,982$ ($c_0 = 2,455 \cdot 10^7$ Н/м); $\bar{\alpha} = 0,894$ ($\alpha = -2,681 \cdot 10^4$ Н·с/м); $\bar{\beta} = 0,998$ ($\beta = 1,996 \cdot 10^2$ Н·с²/м) докладно наведені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Порівняння одержаних результатів

Параметр	Коефіцієнт жорсткості			Критична частота		
	$c_0 \cdot 10^7$	$\alpha \cdot 10^4$	$\beta \cdot 10^2$	ω_1	ω_2	ω_3
Метод	Н/м	Н·с/м	Н·с ² /м	рад/с		
Регресійний аналіз	2,179	-0,613	1,782	117	264	513
ШНМ	2,455	-2,682	1,996	118	256	511
Дійсне значення	2,450	-2,900	2,086	117	256	511
Відносна похибка						
Регресійний аналіз	11,1	78,9	14,6	0,0	3,1	0,4
ШНМ	0,2	7,6	4,4	0,9	0,0	0,0

Верифікація одержаних результатів здійснюється шляхом визначення критичних частот ротора методом числового моделювання в програмі «Critical frequencies of the rotor». Зокрема, для значень оцінюваних параметрів $c_0 = 2,455 \cdot 10^7$ Н/м; $\alpha = -2,681 \cdot 10^4$ Н·с/м; $\beta = 1,996 \cdot 10^2$ Н·с²/м одержані критичні частоти $\Omega_1 = 118$ рад/с, $\Omega_2 = 256$ рад/с, $\Omega_3 = 511$ рад/с добре узгоджуються з відповідними дійсними значеннями.

Таким чином, відносна похибка одержаних значень оцінюваних параметрів $c_0 = 2,45 \cdot 10^7$ Н/м, $\alpha = -2,9 \cdot 10^4$ Н·с/м, $\beta = 2,086 \cdot 10^2$ Н·с²/м, що не перевищує 1 %, свідчить про високу ефективність застосування ШНМ для оцінювання параметрів математичної моделі динаміки ротора.

Розрахункова схема ротора і відповідні власні форми вільних коливань наведені на рис. 3.12.

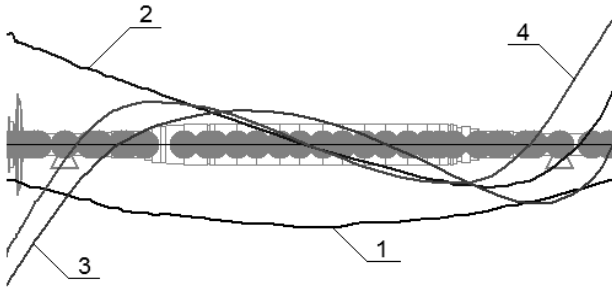


Рисунок 3.12 – Розрахункова схема і форми вільних коливань ротора

Отже, запропоновано регресійні залежності для ідентифікації параметрів жорсткості підшипникових опор гнучких роторів багатоступінчастих відцентрових машин із застосуванням даних фізичного експерименту і засобів чисельного моделювання. Комп'ютерна програма «Critical oscillations of the rotor» реалізує математичну модель динаміки ротора з урахуванням гіроскопічних моментів інерції робочих коліс і насадних деталей та нелінійних залежностей жорсткості підшипникових опор від частоти обертання ротора.

Верифікацію результатів реалізовано на прикладі дослідження динаміки ротора компресора 295ГЦ2-190/44-10М на магнітних підшипниках. Порівняння жорсткості підшипників і критичних частот, одержаних із застосуванням фізичного експерименту на розгінно-балансувальному стенді та засобів штучного інтелекту, підтверджує надійність запропонованого підходу з достатньою для практичних цілей точністю.

Установлено, що достатня точність обчислення критичних частот не забезпечує достатньої точності регресійної процедури через лінійність останньої. Проте ця проблема повністю усувається із застосуванням ШНМ, основними перевагами застосування якої є відносно висока точність порівняно з іншими, традиційними методами регресійного аналізу, а також відсутність необхідності щодо зміни регресійної моделі в разі зміни масиву експериментальних даних. Зокрема, використання ШНМ значно підвищує точність процедури оцінювання параметрів для математичної моделі жорсткості підшипникових опор.

Досягнуті результати дозволяють установлювати перспективні напрямки подальших досліджень із застосуванням засобів штучного інтелекту для ідентифікації параметрів математичних моделей динамічних систем, що описують робочі процеси у машинах й апаратах хімічної, нафтогазової та інших, суміжних галузях промисловості.

3.2.2 Коливання роторів багатоступінчастих відцентрових компресорів

Перманентне прискорення розвитку технологій в енергетичній галузі обумовлене використанням сучасного енергоємного обладнання, зокрема багатоступінчастих відцентрових насосів і компресорів. Подальше збільшення технічних характеристик останніх призводить до загострення проблеми їх вібраційної надійності. Водночас особливості проектування насосного і компресорного обладнання потребують більш детального аналізу динамічного стану роторних систем. У зв'язку з вищезазначеним є необхідність у створенні вдосконалених,

надійних математичних моделей динаміки ротора, які дозволяють досліджувати його вільні й вимушені коливання та оцінювати вплив робочих параметрів на жорсткісні характеристики підшипникових опор для підвищення якості процедури балансування гнучкого ротора.

Цю проблему вирішують шляхом визначення критичних частот і пов'язаних із ними форм вільних коливань та шляхом попередньої реалізації процедури віртуального балансування. Це зі свого боку потребує розроблення обчислювально-аналітичних підходів для забезпечення вібраційної надійності роторних систем, оцінювання параметрів їх динамічного стану і реалізації процедури віртуального балансування.

Для досягнення поставленої мети успішно застосовують програмний комплекс «ANSYS», а також робочі файли «Critical frequencies of the rotor» та «Forced oscillations of the rotor» системи комп'ютерної алгебри «MathCAD».

Вищезазначене поставлення завдання може бути успішно вирішене після аналізу останніх досліджень у галузі комп'ютерного моделювання динаміки роторів. Зокрема, у дослідній праці [62] розглянуто оцінювання надійності автоматичних пристроїв, що зрівноважують ротори в багатоступеневих відцентрових насосах. У результаті запропоновано методіку відповідного числового розрахунку. У науково-дослідній праці [36] наведено методи статичного і динамічного аналізу зрівноважувальних пристроїв багатоступінчастих відцентрових машин. Проте запропоновані підходи базуються лише на критерії допустимих амплітуд осьових коливань.

У роботі [63] описано явище втрати стійкості ротора у підшипниках. У результаті чисельного моделювання динаміки ротора з урахуванням жорсткості підшипникових опор проведено спектральний аналіз і наведено фазові портрети руху. Також проаналізовано особливості динаміки ротора в діапазоні нестійких частот. У статті [64] запропоновано способи проектування радіальних колодкових підшипників ковзання із забезпеченням динамічної стійкості ротора. Відповідна технологія покращання якості контактних поверхонь для оптимізації робочих характеристик підшипникових опор наведена у дослідній праці [65]. Проте вищезазначені підходи не дозволяють оцінити параметри жорсткості підшипникових опор.

У статті [66] запропоновано комплексну методологію ідентифікації навантажень на роторні системи на основі вібраційного аналізу, яку можна успішно застосовувати для діагностування несправностей насосів і компресорів. У статті докладно описано способи виявлення несправностей роторів газових турбін із використанням вібраційного аналізу [67]. У роботі [68] реалізовано способи підвищення продуктивності парових турбін за допомогою систем штучного інтелекту. У результаті було досягнуто узгодження між результатами чисельного моделювання і фізичного експерименту, що дозволяє оцінювати робочі параметри з відносно малою похибкою.

У дослідних працях [69, 70] було досліджено явище резонансу лопаток робочого колеса компресора. Крім того, у працях [71–73] було використано ШНМ до моделювання вібраційної поведінки газової турбіни та виявлення поширюваних тріщин, а в статті [74] наведені способи використання ШНМ і генетичних алгоритмів для виявлення несправностей роторів, пов'язаних із вібраціями. Проте

3.2.2 Коливання роторів багатоступінчастих відцентрових компресорів

вищезазначені підходи не дозволяють оцінювати параметри характеристик підшипникових опор.

У зв'язку з вищезазначеним є необхідність у розробленні комплексного підходу, який би поєднав числові методи моделювання і ШНМ для ідентифікації параметрів створених достовірних математичних моделей роторних систем для забезпечення їх вібраційної надійності.

Об'єктами досліджень є вільні та вимушені коливання гнучкого ротора (рис. 3.13) відцентрового компресора 225ГЦ2-135/12-50М1245 Навойської ТЕС (м. Янгі Арик, Узбекистан) потужністю 1 643 МВт із такими технічними параметрами: витрати – 25 м³/с; тиск на вході – 1,20 МПа; тиск на виході – 4,95 МПа; коефіцієнт стиснення – 4,13; політропний коефіцієнт корисної дії – 70 %; робоча частота – 934 рад/с; номінальна потужність – 7,33 МВт; температура на вході – 28 °С; перепад температури – 156 °С.

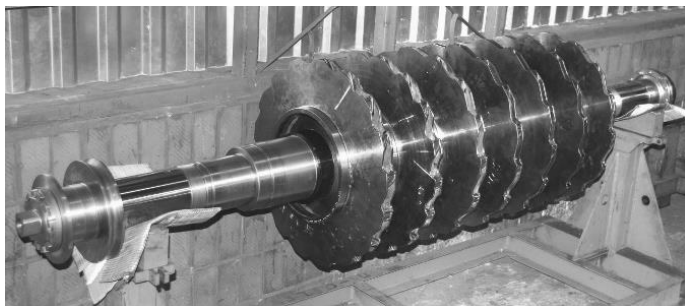


Рисунок 3.13 – Ротор багатоступінчастого відцентрового компресора 225ГЦ2-135/12-50М1245

Розрахунок власних частот ротора забезпечує визначення потенційно небезпечних частот обертання, які можуть бути наближеними до робочої частоти 934 рад/с.

Жорсткість підшипникових опор обирається постійною і визначається на робочій частоті обертання ротора становить. Зокрема, для заданої конструкції ротора жорсткість становить $2,94 \cdot 10^8$ Н/м.

Для розрахунку критичних частот необхідно враховувати, що підшипникові опори мають різну жорсткість на різних частотах обертання ротора. Робочий файл «Critical frequencies of the rotor» системи комп'ютерної алгебри «MathCAD» дозволяє безпосередньо визначати нелінійну залежність жорсткісних характеристик підшипникових опор ротора від швидкості обертання. Так, із достатньої для практичних цілей точністю достатнім є застосування полінома другого степеня (3.1) [37]:

$$c(\omega) = c_0 + \alpha\omega + \beta\omega^2,$$

з невідомими коефіцієнтами c_0 , α , β , значення яких підлягає оцінюванню на основі лінійної регресійної процедури шляхом мінімізації такої функції цілі:

$$R(c_0, \alpha, \beta) = \sum_{k=1}^n (c_0 + \alpha\omega_k + \beta\omega_k^2 - c_k)^2 \rightarrow \min, \quad (3.14)$$

де c_k , ω_k – експериментальні значення жорсткості і частоти відповідно ($k = 1, 2, \dots, n$); n – загальна кількість експериментальних даних.

У цьому разі система рівнянь для визначення невідомих параметрів набирає вигляду:

$$\begin{cases} \frac{\partial R}{\partial c_0} = 2 \sum_{k=1}^n (c_0 + \alpha \omega_k + \beta \omega_k^2 - c_k) = 0; \\ \frac{\partial R}{\partial \alpha} = 2 \sum_{k=1}^n (c_0 + \alpha \omega_k + \beta \omega_k^2 - c_k) \omega_k = 0; \\ \frac{\partial R}{\partial \beta} = 2 \sum_{k=1}^n (c_0 + \alpha \omega_k + \beta \omega_k^2 - c_k) \omega_k^2 = 0, \end{cases} \quad (3.15)$$

яка може бути переписана в такому вигляді:

$$[\Omega]\{X\} = \{C\}, \quad (3.16)$$

де $[\Omega]$, $\{C\}$, $\{X\}$ – матриці розмірністю 3×3 і вектор-стовпець розмірністю 3×1 :

$$\Omega_{i,j} = \sum_{k=1}^n \omega_k^{i+j-2}; \quad C_i = \sum_{k=1}^n c_k \omega_k^{i-1}; \quad (3.17)$$

$$\{X\} = \{c_0, \alpha, \beta\}^T.$$

$$\{X\} = [\Omega]^{-1}\{C\}. \quad (3.18)$$

Для ротора компресора 225ГЦ2-135/12-50М1245 оцінювані значення коефіцієнтів становлять $c_0 = 1,77 \cdot 10^8$ Н/м, $\alpha = 1,30 \cdot 10^5$ Н·с/м, $\beta = -4,97$ Н·с²/м.

Алгоритм, закладений у робочий файл «Critical frequencies of the rotor», ґрунтується на двовимірній балковій моделі динаміки ротора (рис. 3.14 а). Вхідні дані для опису скінченних елементів містять такі параметри: густина ρ_i , кг/м³; модуль пружності першого роду E , Па; довжина L_i , м; зовнішній і внутрішній діаметри D_i та d_i , м; точкова маса m_i , кг; полярний момент інерції I_i , кг·м²;

радіальна жорсткість підшипникових опор $c_i(\omega)$, Н/м, відповідно до виразу (3.1).

Програмний комплекс «ANSYS» дозволяє моделювати динаміку ротора на основі як дво-, так і тривимірних скінченних елементів (рис. 3.14). Застосування двовимірних елементів у «ANSYS» не становлять особливого наукового інтересу, оскільки одержані результати не відрізнятимуться від обчислених раніше за допомогою робочого файла «Critical frequencies of the rotor» системи комп'ютерної алгебри «MathCAD».

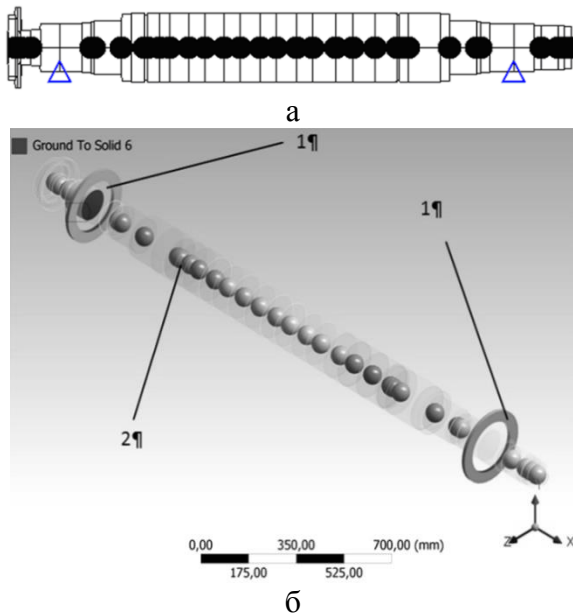


Рисунок 3.14 – Скінченноелементні моделі чисельного дослідження вільних коливань ротора із застосуванням робочого файлу «Critical frequencies of the rotor» системи комп'ютерної алгебри «MathCAD» (а) і програмного комплексу «ANSYS» (б): 1 – підшипникові опори; 2 – точкові маси

Необхідно зазначити, що можливості програмного забезпечення «ANSYS» не дозволяють розраховувати критичні частоти напряму, як це можливо із застосуванням файла «Critical frequencies of the rotor», оскільки дослідження в програмі «ANSYS» ґрунтуються на побудові графічної діаграми Кемпбела з подальшим її аналізом.

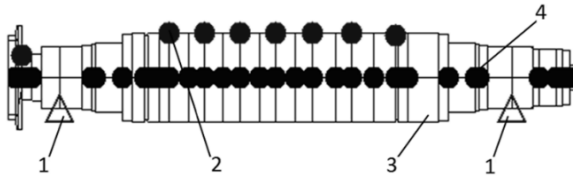
Робочий файл “Forced oscillations of the rotor” дозволяє розраховувати вимушені коливання ротора на заданій частоті обертання від дії заданої системи дисбалансів. У результаті одержують амплітуди переміщень точок осі ротора і будуються відповідні форми вимушених коливань.

Наступні вхідні дані дозволяють здійснювати розрахунок вимушених коливань: густина ρ_i , кг/м³; модуль пружності першого роду E , Па; довжина L_i , м; зовнішній і внутрішній діаметри D_i та d_i , м; точкова маса m_i , кг; полярний момент інерції I_i , кг·м²; робоча частота $\omega_w = 934$ рад/с; радіальна жорсткість підшипникових опор на робочій частоті $c_i(\omega_w)$, Н/м, визначена за формулою (3.1); система дисбалансів D_i , кг·м.

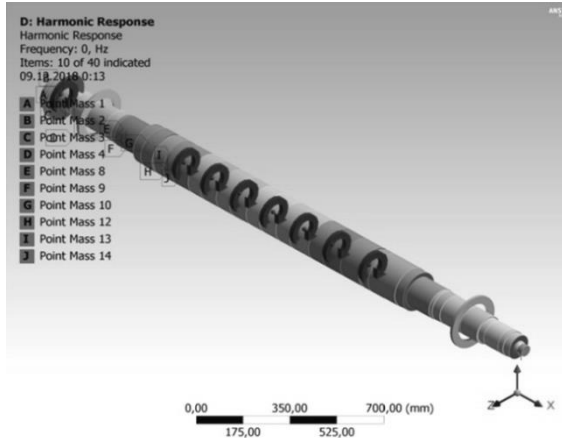
Теоретично система дисбалансів гнучкого ротора характеризується просторовою кривою як годограф безперервної системи векторів, перпендикулярних до осі ротора. Оскільки такий загальний підхід до виявлення системи дисбалансів практично не реалізується, то відповідні алгоритми оцінювання системи дисбалансів можуть бути обмежені скінченною кількістю точкових дисбалансів, розміщених у перерізах робочих коліс та інших масивних деталей.

Аналіз вимушених коливань ротора із застосуванням комп'ютерної програми «ANSYS» також реалізується із застосуванням дво- і тривимірних МСЕ-моделей. На рис. 3.15 наведені відповідні розрахункові моделі.

3.2.2 Коливання роторів багатоступінчастих відцентрових компресорів



а



б

Рисунок 3.15 – Скінченноелементні моделі чисельного дослідження вимушених коливань ротора із застосуванням робочого файлу «Critical frequencies of the rotor» системи комп'ютерної алгебри «MathCAD» (а) і програмного комплексу «ANSYS» (б): 1 – підшипникові опори; 2 – точкові маси

На початковій стадії реалізації процедури віртуального балансування амплітуди коливань ротора визначаються у результаті чисельного моделювання у 8 площинах корекцій (7 робочих коліс і 1 приводний блок), у яких будуть встановлені зрівноважувальні маси.

Традиційно процедура балансування, що ґрунтується на розрахунковій моделі динаміки ротора, передбачає лінійну залежність між системою дисбалансів і формою

коливань, яка визначається матрицею вагових коефіцієнтів $W_{a,i}$.

Для заданої конструкції роторної системи достатньо провести 9 етапів вимірювань амплітуд вимушених коливань у площинах корекції. Перший етап вимірювання стосується коливань ротора у своєму початковому стані. На усіх подальших етапах застосовується пробний дисбаланс $\Delta D = 0,01$ кг·м у кожній з 8 площин корекції. Залежність амплітуд коливань ротора від системи оцінюваних дисбалансів має такий вигляд [75]:

$$\{Y\}_0 = [W]\{D\}, \quad (3.19)$$

де $\{Y\}_0$ – вектор-стовпець амплітуд, м; $[W]$ – матриця вагових коефіцієнтів $W_{a,i}$, кг; $\{D\}$ – вектор-стовпець оцінюваних дисбалансів, кг·м.

Після введення пробного дисбалансу для кожного i -го пуску ($i = 1, 2, \dots, 8$) справедливе співвідношення

$$\{Y\}_i = [W](\{D\} + \{\Delta D\}), \quad (3.20)$$

де $\{\Delta D\}$ – вектор-стовпець пробних дисбалансів.

Підставлення виразу (3.19) до формули (3.20) дозволяє визначити коефіцієнти матриці коефіцієнтів впливу:

$$W_{a,i} = \frac{Y_{a,i} - Y_{0a}}{\Delta D}, \quad (3.21)$$

де $a = \{1, 2, \dots, k\}$ – номер рядка матриці $[W]$; $k = 8$ – загальна кількість площин корекції.

Одержана матриця $[W]$ коефіцієнтів впливу і вектор-стовпець амплітуд $\{Y\}_0$ дозволяють прямо оцінювати

систему дисбалансів у площинах корекції. Так, із формули (3.19) можна одержати:

$$\{D\} = [W]^{-1}\{Y\}_0. \quad (3.22)$$

У загальному випадку прямокутної матриці вагових коефіцієнтів $[W]$ довільної розмірності, але за обов'язкової умови, що кількість рядків не менша за кількість стовпців останній вираз застосовується у вигляді формули лінійної регресії:

$$\{D\} = ([W]^T [W])^{-1} [W]^T \{Y\}_0. \quad (3.23)$$

Для жорсткості підшипникових опор, яка визначається виразом (3.1), можна оцінити перші три критичні частоти ротора в діапазоні до 3 000 рад/с із кроком 250 рад/с, включаючи робочу частоту 934 рад/с. У результаті побудовано діаграму Кемпбела (рис. 3.16), вісь абсцис якої відповідає за частоту обертання ротора, а вісь ординат – за власну частоту.

Результати розрахунку наведено на рис. 3.17 у вигляді критичних частот ротора і форм вільних коливань. Відповідні числові значення зведено до таблиці 3.2.

Результати розрахунку вимушених коливань у формі амплітуд переміщень осі ротора від дії системи дисбалансів показано на рис. 3.18.

Результати реалізації процедури віртуального балансування подано в таблиці 3.3. Відповідні форми вимушених коливань ротора під дією системи залишкових дисбалансів наведено на рис. 3.19. Одержані результати свідчать про те, що максимальна амплітуда вимушених коливань ротора від дії системи залишкових дисбалансів (після процедури балансування) відповідають вимогам міжнародних стандартів із вібраційної надійності роторних машин [76].

3.2.2 Коливання роторів багатоступінчастих відцентрових компресорів

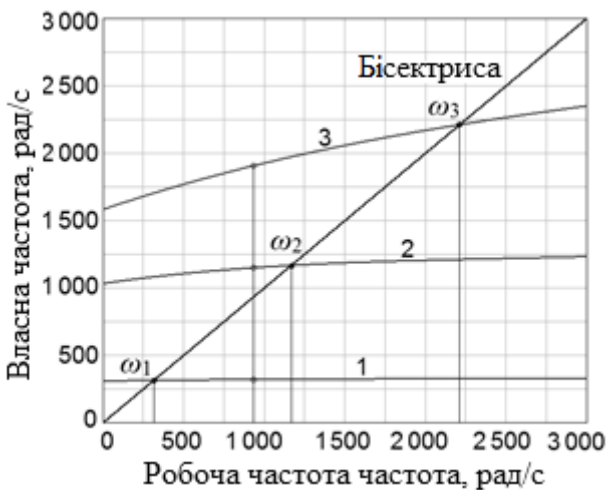


Рисунок 3.16 – Діаграма Кемпбела

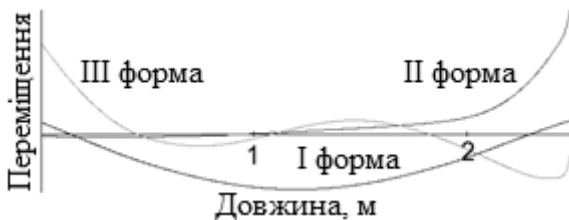


Рисунок 3.17 – Власні форми коливань ротора

Таблиця 3.2 – Власні та критичні частоти, рад/с

Номер форми	«MathCAD»	«ANSYS»	Відносна похибка, %
Власні частоти			
1	318	319	0,3
2	1 148	1 125	2,0
3	1 906	1 867	2,0
Критичні частоти			
1	312	313	0,3
2	1 164	1 140	2,1
3	2 210	2 150	2,7

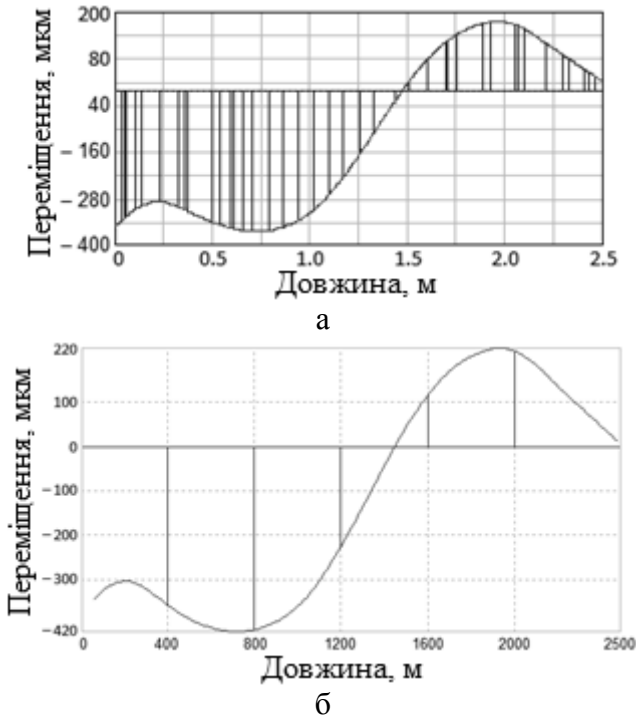


Рисунок 3.18 – Форми вимушених коливань незбалансованого ротора на робочій частоті із застосуванням робочого файлу «Critical frequencies of the rotor» системи комп'ютерної алгебри «MathCAD» (а) і програмного комплексу «ANSYS» (б)

Лінійність традиційних математичних моделей є однією з найважливіших переваг запропонованої процедури оцінювання жорсткості підшипникових опор, критичних частот ротора й амплітуд динамічних прогинів його осі. Також запропонована узагальнена методика не накладає обмежень на числові значення пробного дисбалансу.

3.2.2 Коливання роторів багатоступінчастих відцентрових компресорів

Таблиця 3.3 – Результати балансування

Номер площини корекції	Початкове переміщення, мкм	Зрівноважувальний дисбаланс, кг·м
1	-336	0,038
2	-363	0,010
3	-363	0,038
4	-337	0,007
5	-269	0,069
6	-164	0,018
7	-32	0,009
8	79	0,080

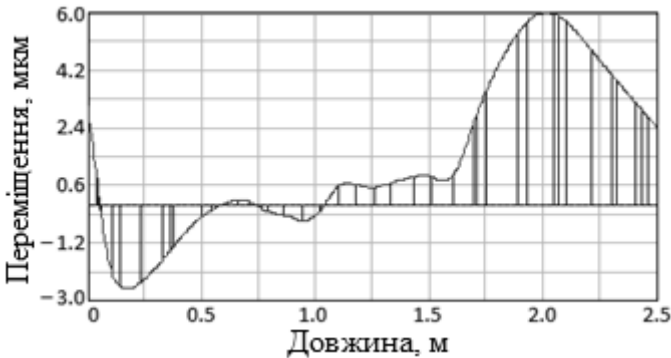


Рисунок 3.19 – Форма вимушених коливань ротора після процедури балансування

Проте необхідно зазначити, що проведення серії розрахунків загальною кількістю не більше ніж $(k + 1)$ є обов'язковою умовою одержання значень дисбалансів.

Урахування нелінійних залежностей між радіальною жорсткістю підшипникових опор і частотою обертання ротора, а також між амплітудами переміщення осі вала і величинами дисбалансів є достатньо складною науковою

задачею, розв'язання якої без застосування засобів штучного інтелекту є практично неможливим.

У разі істотної нелінійності математичної моделі застосування систем розрахункового інтелекту було успішно реалізовано у ряді досліджень. Зокрема, у статті [77] запропоновано метод вейвлет-аналізу в комбінації з ШНМ для підвищення точності процедури вібраційного діагностування технічного стану машин. Системи моніторингу на основі ШНМ було застосовано у дослідженні [78] для оцінювання власних частот коливань елементів газової турбіни. Стаття [79] присвячена відносно швидкій ідентифікації пошкоджень підшипників кочення асинхронних двигунів. У результаті було запропоновано процедуру їх вібраційного діагностування із застосуванням ШНМ. А в статті [80] було запропоновано процедуру реалізації оцінювання параметрів вібраційного стану роторних машин із застосуванням системи конволюційних нейронних мереж.

Таким чином, застосування ШНМ під час оцінювання параметрів математичних моделей коливальних систем, зокрема роторних машин, є перспективним напрямом наукового дослідження. За умови достатньої для практичних цілей достовірності математичної моделі вимушених коливань ротора запропоновано процедуру оцінювання системи дисбалансів без попереднього встановлення елементів матриці коефіцієнтів впливу. Науково-методологічні засади реалізації процедури ідентифікації математичних моделей механічних і гідромеханічних систем було розроблено в працях [34].

Фундаментальний підхід до застосування ШНМ для ідентифікації параметрів жорсткісних характеристик опор роторів було попередньо описано для випадку розв'язання прямої та оберненої задач динаміки ротора [81].

Розрахункова схема комплексного застосування систем числового моделювання і ШНМ для аналізу динаміки роторних систем наведена на рис. 3.20.

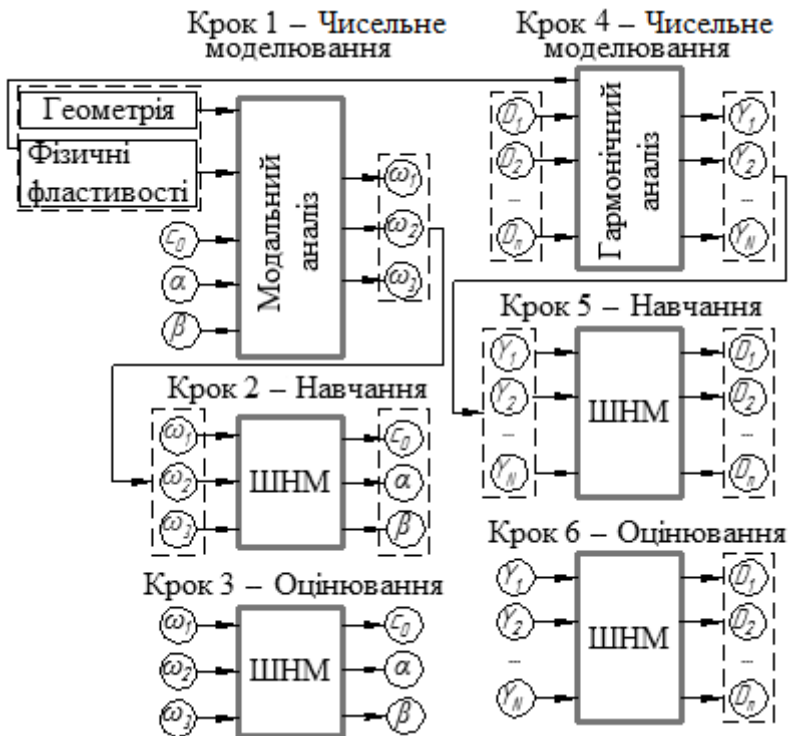


Рисунок 3.20 – Розрахункова схема комплексного застосування чисельного моделювання, системи комп’ютерної алгебри і ШНМ для аналізу динаміки ротора

Поетапний, шестикроковий план реалізації підходу полягає в такому. На першому етапі здійснюється аналіз вільних коливань із застосуванням робочого файлу «Critical frequencies of the rotor» системи комп’ютерної алгебри «MathCAD». Варіювання параметрами ϵ_0 , α , β жорсткісної характеристики підшипникових опор у заданому діапазоні

з необхідним кроком дозволяє одержати, наприклад, перші три критичні частоти $\omega_1, \omega_2, \omega_3$.

Одержані дані застосовуються на другому етапі як вхідні параметри для навчання першої ШНМ, зокрема, із застосуванням програмного продукту «Visual Gene Developer».

Процес оцінювання коефіцієнтів радіальної жорсткості реалізується на третьому етапі, який дозволяє оцінити вихідні параметри за експериментальними значеннями критичних частот, вимірених на розгінно-балансувальному стенді «Schенck» ПАТ «Сумське НВО» (м. Суми, Україна).

Четвертий етап полягає у дослідженні вимушених коливань із застосуванням робочого файлу «Forced oscillations of the rotor» системи комп'ютерної алгебри «MathCAD». Варіювання значеннями дисбалансів D_1, D_2, \dots, D_n (n – загальна кількість площин корекції) у заданому діапазоні з необхідним кроком дозволяє одержати амплітуди динамічних прогинів Y_1, Y_2, \dots, Y_N (N – загальна кількість площин вимірювання).

Одержані дані використовуються на п'ятому етапі як вхідні дані процедури тренування другої ШНМ.

Процес оцінювання дисбалансів реалізується на шостому, останньому етапі. Він ґрунтується на розрахунку вихідних параметрів ШНМ за експериментальними значеннями динамічних прогинів у площинах вимірювання.

Для дослідження застосовується уточнена двовимірна балкова МСЕ-модель динаміки ротора багатоступінчастого відцентрового компресора. Ця модель, яка враховує нелінійну залежність радіальної жорсткості підшипникових опор від частоти обертання ротора, була апробована на прикладі ротора компресора 225ГЦ2-135/12-50М1245. Достовірність запропонованої математичної моделі

підтверджується допустимою відносною похибкою одержаних результатів у діапазоні 0,3–2,7 %. Також запропонована модель відповідає теоремі про взаємне розміщення спектрів власних і критичних частот.

Таким чином, застосування робочого файла “Critical frequencies of the rotor” є більш доцільним для дослідження прикладних проблем динаміки роторів відцентрових машин, що обумовлено можливістю врахування довільної аналітичної залежності радіальної жорсткості підшипникових опор від частоти обертання ротора. Більше того, на відміну від традиційного модального аналізу у програмі «ANSYS» застосування вищезазначеного файлу системи комп’ютерної алгебри «MathCAD» дозволяє розраховувати критичні частоти ротора, уникаючи побудови діаграми Кемпбела, та істотно знизити підготовчий і машинний час числового розрахунку без втрати точності одержуваних результатів.

Також запропоновано уточнену математичну модель вимушених коливань ротора від дії системи дисбалансів. Відповідний алгоритм розрахунку вібраційного стану ротора закладено в програмний код робочого файла «Forced oscillations of the rotor» системи комп’ютерної алгебри «MathCAD» з подальшим удосконаленням процедури віртуального балансування із застосуванням програми «Dynamic balancing of the rotor» [20]. Надійність запропонованої моделі підтверджується шляхом верифікації отриманих даних числового експерименту.

Також запропоновано узагальнений підхід, який дозволяє комплексно застосовувати засоби чисельного моделювання і розрахункового інтелекту. Зокрема, розроблено алгоритм покрокового використання програмних продуктів «ANSYS», «MathCAD» та «Visual

Gene Developer» для ідентифікації параметрів радіальної жорсткості підшипникових опор за критичними частотами ротора. Цей алгоритм також дозволяє оцінити систему дисбалансів за експериментально встановленими амплітудами динамічних прогинів ротора.

Одержані наукові результати будуть корисними для дослідників у сфері застосування числових засобів дослідження динаміки ротора, а також для спеціалістів із практичного застосування систем розрахункового інтелекту для розв'язування складних прикладних задач нелінійного математичного моделювання механічних і гідромеханічних процесів.

3.2.3 Коливання роторних систем турбонасосних агрегатів рідинних ракетних двигунів

Роторні машини відіграють вагому роль у сучасному виробництві. Особливо це стосується турбонасосних агрегатів для аерокосмічної галузі. Підвищення надійності їх експлуатаційних показників із додержанням жорстких вимог до точності виготовлення є актуальною, особливо на нерозрахункових режимах роботи.

Останнім часом багато науково-дослідних робіт присвячено дослідженню проблеми забезпечення вібраційної надійності роторів. Зокрема, наукова робота [82] спрямована на розроблення інноваційних підходів до забезпечення належного рівня технічного обслуговування машин на основі даних моніторингу їх технічного стану. Відповідна методика містить декілька етапів, включаючи збирання і оброблення даних та прийняття рішень.

У статті [83] запропоновано підхід до діагностування несправностей швидкообертюваних машин із застосуванням нового методу аналізу нестационарних нелінійних сигналів.

Проте це дослідження свідчить, що в деяких випадках такий підхід не дозволяє виявити характеристики сигналу через значний вплив зовнішніх шумів. Для вирішення цієї проблеми запропоновано комбінований спосіб підвищення точності виявлення характеристик несправностей роторних машин.

Попереднє дослідження [37] було спрямоване на дослідження динаміки роторів багатоступінчастих відцентрих насосів на опорах із підшипниками кочення в запропонованих комп'ютерних програмах, які реалізують математичні моделі вільних і вимушених коливань ротора із застосуванням МСЕ з урахуванням експериментально визначеної залежності радіальної жорсткості опор від частоти обертання ротора. Також у статтях [36, 62] запропоновано теоретичні основи і практичні рекомендації для статичного і динамічного аналізу роторів багатоступінчастих відцентрових машин із пристроями автоматичного розвантаження сумарної осьової сили та регулятором перепаду тиску. Визначено відповідні статичні та динамічні характеристики, а також критичні частоти і умови динамічної стійкості комплексної системи «ротор – автоматичний зрівноважувальний пристрій – регулятор перепаду тиску».

Науково-дослідні праці [84, 85] спрямовані на реалізацію числових і експериментальних досліджень ступеня відцентрового компресора за допомогою аеродинамічного стенда та сучасного програмного забезпечення. У результаті оцінено розподіл швидкостей газового потоку для різних робочих параметрів і запропоновано відповідні рекомендації щодо підвищення коефіцієнта корисної дії. У статті [86] проведено дослідження торцевих імпульсних ущільнень, виготовлених зі зносостійких матеріалів. Було встановлено,

що поверхні кілець не контактують постійно. Як результат дослідження було узагальнено підходи до забезпечення вібраційної надійності роторів відцентрових машин залежно від параметрів торцевих імпульсних ущільнень. Також у наукових працях [87, 88] розглянуто підхід до розроблення високоефективних автоматизованих інтелектуальних систем промислового виробництва.

Проте, незважаючи на вищезазначені традиційні підходи до проведення досліджень у галузі діагностування технічного стану роторних машин і забезпечення їх вібраційної надійності, існує значна кількість науково-дослідних праць, які спираються на застосування ШНМ. Зокрема, статті [89–91] спрямовані на використання вейвлет-аналізу на основі ШНМ для діагностування несправностей підшипників кочення. Запропонована процедура супроводжується прикладами діагностування різних несправностей підшипників роторних машин за даними експериментальних досліджень. Одержані результати підтверджують ефективність запропонованих показників для виявлення умов забезпечення надійності підшипникових опор.

Також останнім часом для виявлення несправностей роторних машин застосовують як статистичні методи попереднього оброблення вібраційних сигналів, так і ШНМ. Проте, як показано в праці [92], використання останніх дає більш достовірний результат порівняно із загальними підходами.

Періодичні багатокomпонентні сигнали, одержані із застосуванням контактними датчиками віброприскорень (акселерометрами), дозволяють одержати розгорнуту інформацію для реалізації процедури вібраційного діагностування підшипникових опор. Проте існуючі підходи здебільшого ґрунтуються на достатньо тривалому

обробленні даних для одержання точних характеристик технічних несправностей. З огляду на цей факт статті [93, 94] спрямовані на розвиток ефективних методів перетворення вібраційного сигналу на плоске зображення із застосуванням конволюційних нейронних мереж. Результати експериментальних досліджень доводять, що точність запропонованого підходу перевищує традиційні методи вібраційного діагностування технічного стану машин.

У праці [34] запропонований фундаментальний науково-методологічний підхід до ідентифікації параметрів математичних моделей механічних і гідромеханічних систем із застосуванням ШНМ. Розроблені розрахункові схеми і відповідні алгоритми практичної реалізації дозволяють вирішувати складні міждисциплінарні проблеми в галузі інженерної механіки, енергетичного машинобудування, хімічної технології та інженерії. Запропонований підхід ґрунтується на комплексному застосуванні як аналітичних підходів, так і експериментальних методів дослідження та засобів числової реалізації відповідних математичних моделей із застосуванням ШНМ.

Необхідно зазначити, що ефективне прогнозування терміну напрацювання до відмови технічного обладнання відіграє надзвичайно важливу роль для підвищення його надійності та зниження витрат на обслуговування. Так, у працях [95, 96] розроблено підхід на основі ШНМ для оцінювання ресурсу машин із точки зору моніторингу умов їх експлуатації. Зокрема, ефективність запропонованої методики успішно апробовано для оцінювання надійності підшипникових опор насосів за даними моніторингу їх вібраційного стану, а також порівнянням результатів, одержаних із застосуванням як загального підходу, так і

підходу, що базується на використанні ШНМ. У результаті було доведено перевагу останнього.

У наукових працях [60, 97–102] запропоновано методи ідентифікації системи дисбалансів у роторних системах із використанням ШНМ. Відповідні методики містять два різних підходи.

Метод застосування ШНМ для ідентифікації жорсткісних характеристик підшипникових опор роторних систем запропоновано в праці [81]. Зокрема, розглядається удосконалена математична модель вільних коливань, реалізована із застосуванням МСЕ. Також розроблено відповідне програмне забезпечення, яке дозволяє оцінювати параметри радіальної жорсткості підшипників за критичними частотами ротора.

Попри наявність великої різноманітності методів підвищення вібраційної надійності роторних машин, зокрема турбонасосних агрегатів (ТНА) рідинних ракетних двигунів (РРД), і відповідного технологічного обладнання не існує уніфікованого підходу до ідентифікації параметрів математичних моделей робочих процесів за даними експериментальних досліджень, який би враховував податливість корпусних деталей, нелінійну залежність між жорсткістю опори і частотою обертання ротора, а також гіроскопічний момент інерції насадних деталей (робочих коліс, шнеків тощо). Більше того, існуючі методи потребують застосування даних дослідження вимушених коливань ротора під дією системи пробних дисбалансів і проведення додаткових пусків. З огляду на вищезазначене основною метою цього дослідження є імплементація методу ідентифікації нелінійних жорсткісних характеристик підшипникових опор для забезпечення вібраційної надійності ТНА РРД на основі математичних

моделей їх вільних і вимушених коливань та реалізації процедури віртуального балансування ротора.

Відповідно до МСЕ вимушені коливання ротора описуються аналітично матричним співвідношенням, яке є різновидом рівняння (3.2):

$$([C] - \omega^2[M])\{Y\} = \{D\}\omega^2,$$

з такими параметрами: $\{Y\}$ – вектор-стовпець радіальних переміщень точок осі ротора розмірністю m ; $\{D\}$ – вектор-стовпець системи дисбалансів розмірністю n ; m – номер площини вимірювання; n – номер площини колекції; $[C]$ – матриця жорсткості; $[M]$ – матриця інерції; ω – частота обертання ротора.

Зазначене рівняння може бути переписане у формі (3.19) [75]:

$$[W]\{D\} = \{Y\},$$

де $[W]$ – прямокутна матриця вагових коефіцієнтів:

$$[W] = \omega^2([C] - \omega^2[M])^{-1}. \quad (3.24)$$

Задачу оцінювання системи дисбалансів розв'язують аналітично з використанням формули лінійної регресії, аналогічної до рівняння (3.23):

$$\{D\} = (\{W\}^T\{W\})^{-1}\{W\}^T\{Y\}.$$

Проте ці рівняння не враховують залежність між матрицею коефіцієнтів жорсткості $[C]$ і вектором-стовпцем радіальних переміщень осі ротора $\{Y\}$ та частотою обертання ротора ω . Зокрема, з достатньою для практичних

цілей точністю можна розглядати таке співвідношення між вищезазначеними параметрами:

$$C_{ij}^{<k>} = c_{ij}^{<0>} + \alpha_{ij}\omega_k^2 + \beta_{ij}|Y_j^{<k>}|, \quad (3.25)$$

де $i = 1, 2, \dots, m$ – номер площини вимірювання; $j = 1, 2, \dots, n$ – номер площини корекції; $k = 1, 2, \dots, p$ – номер частоти обертання ротора; p – кількість частот; $c_{ij}^{<0>}$ – елементи матриці лінійної жорсткості; α_{ij}, β_{ij} – оцінювані коефіцієнти математичної моделі.

У випадку $m < n$ загальна кількість частот повинна задовольняти нерівності $m \cdot p \geq n$.

Запропонована процедура віртуального балансування ротора дозволяє оцінювати систему дисбалансів лише за умови достатньої надійності запропонованої математичної моделі динаміки ротора. У цьому разі може бути використана процедура, що ґрунтується на комбінованому застосуванні МСЕ, ШНМ та експериментальних досліджень. Відповідна процедура схематично наведена на рис. 3.21.

На першому етапі застосовують МСЕ для розрахунку вектора-стовпця переміщень $\{Y\}$ у результаті дії системи дисбалансів $\{D\}$ на різних частотах обертання ротора ω . Потім одержані в результаті чисельного моделювання вхідні і вихідні параметри переносять на вихідні та вхідні дані архітектури ШНМ відповідно. Після навчання ШНМ оцінюють систему дисбалансів $\{D\}$ і визначають точність процесу навчання. Масив експериментально одержаних даних також дозволяє оцінити систему дисбалансів. На останньому етапі порівнюють результати застосування ШНМ і експериментально одержані дані для визначення точності процесу оцінювання.

3.2.3 Коливання роторних систем турбонасосних агрегатів рідинних ракетних двигунів

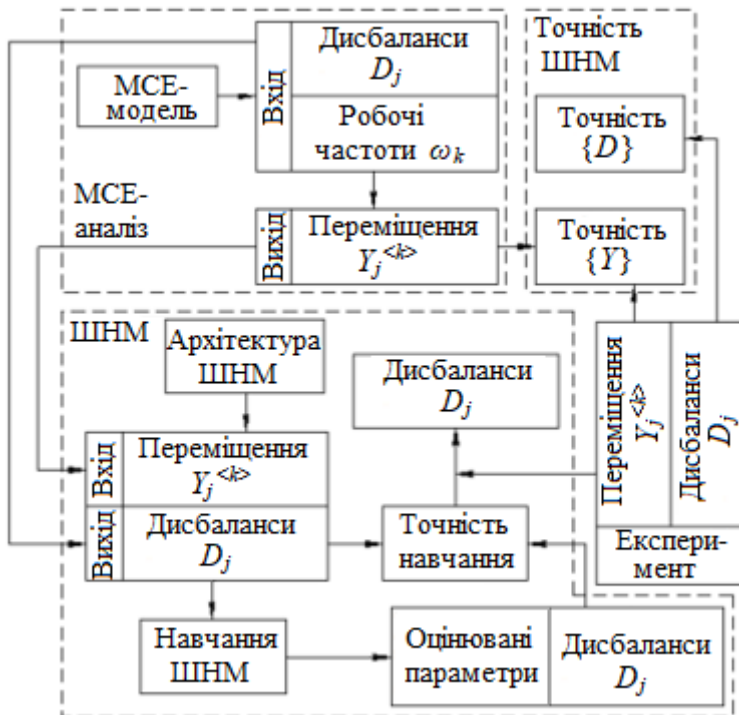


Рисунок 3.21 – Розрахункова схема ідентифікації параметрів жорсткісних характеристик підшипникових опор шляхом комплексного застосування МСЕ-аналізу, ШНМ і експериментальних досліджень

Як приклад числової реалізації вищезазначеної процедури оцінювання розглядається вібраційний стан модельного валопроводу ТНА РРД Державного підприємства «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля». Відповідна розрахункова схема наведена на рис. 3.22. Агрегат працює на трьох робочих частотах ($p = 3$): $\omega_1 = 1\ 100$ рад/с, $\omega_2 = 1\ 963$ рад/с, $\omega_3 = 2\ 215$ рад/с. Попереднє оцінювання жорсткості підшипників [81] за критичними частотами ротора дозволяє встановити такі

параметри формули (2.25): $c_1^{<0>} = 1,88 \cdot 10^8$ Н/м;
 $c_2^{<0>} = 2,10 \cdot 10^8$ Н/м; $\alpha_1 = 1,223$ Н·с²/м; $\alpha_2 = 0,408$ Н·с²/м;
 $\beta_1 = 0,18 \cdot 10^{12}$ Н/м²; $\beta_2 = 2,24 \cdot 10^{12}$ Н/м².

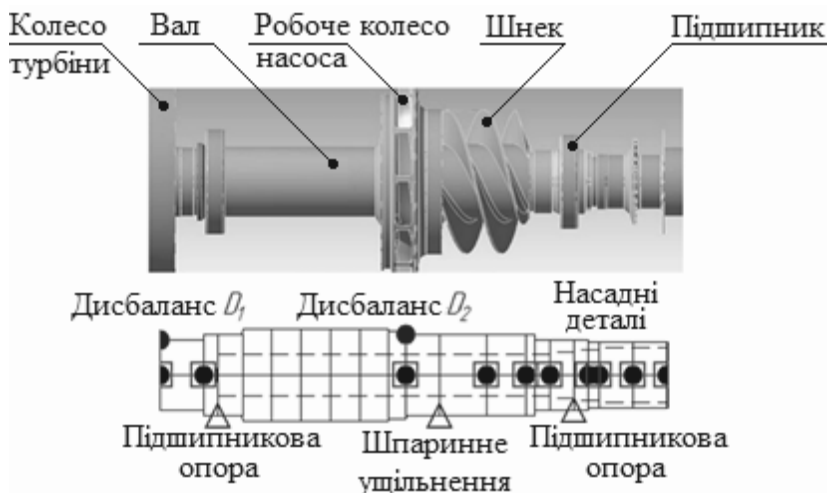


Рисунок 3.22 – Тривимірна модель і розрахункова схема ротора

З огляду на розрахункову схему достатньо ввести три площини ($m = 3$) для вимірювання деформацій: $Y_{1,3}$ – на підшипникових опорах; Y_2 – у місцях розміщення шпаринних ущільнень. Також достатньо ввести дві площини корекції ($n = 2$) для оцінювання дисбалансів у таких місцях: D_1 – на колесі турбонасоса окислювача; D_2 – на робочому колесі насоса пального.

Результати чисельного моделювання із застосуванням робочого файла «Forced oscillations of the rotor» системи комп'ютерної алгебри «MathCAD» зведені в таблиці 3.4.

Застосування ШНМ реалізується в програмному комплексі «Visual Gene Developer» для таких налаштувань: кількість вхідних параметрів – 9; кількість вихідних параметрів – 2; кількість прихованих шарів – 2; кількість

3.2.3 Коливання роторних систем турбонасосних агрегатів
рідинних ракетних двигунів

вузлів другого і третього (прихованих) шарів – 18 і 6 відповідно; точність навчання – 0.01; перехідна функція – гіперболічний тангенс; загальна кількість циклів навчання – $1 \cdot 10^5$; допустима похибка цілі – $1 \cdot 10^{-5}$; метод ініціалізації порогового значення – випадковий; метод ініціалізації вагових коефіцієнтів – випадковий; інтервал оновлення розрахункових значень – 500 циклів. Відповідна архітектура ШНМ наведена на рис. 3.23.

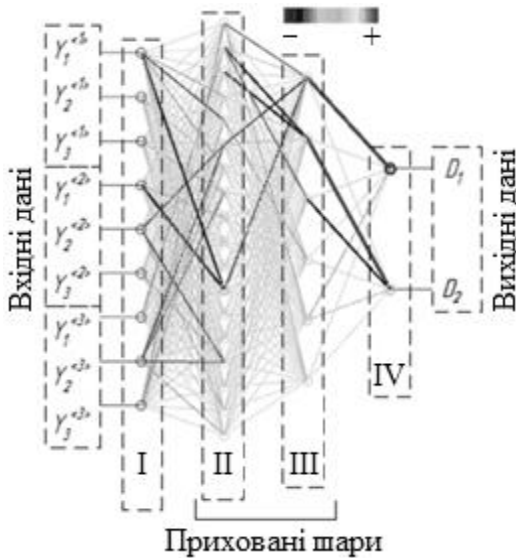


Рисунок 3.23 – Архітектура ШНМ

Застосування вищезазначеного програмного продукту вимагає перетворення усіх параметрів моделі на їх безрозмірні аналоги в діапазоні $[-1, 1]$. Відповідні значення безрозмірних параметрів визначаються за формулами:

$$\bar{D}_j = \frac{D_j}{\max\{D_j^{ISO}\}}; \quad \bar{Y}_i = \frac{Y_i}{\max\{Y_j; -Y_j\}}, \quad (3.26)$$

де D_j^{ISO} – допустимі залишкові дисбаланси за нормами Міжнародного стандарту ISO 1940-1 «Mechanical vibration – Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state». У цьому разі $\max\{D_j^{ISO}\} = 3,0$ кг·мм, а також $\max\{Y_j, -Y_j\} = 276$ мкм.

Результати навчання ШНМ і оцінені вихідні безрозмірні параметри наведені в таблицях 3.5, 3.6. У результаті навчального процесу і подальшого регресійного аналізу одержано такі параметри: сумарна похибка – $2,4 \cdot 10^{-5}$; середня відносна похибка – $1,3 \cdot 10^{-6}$; регресійний коефіцієнт Пірсона – 0,999996.

У результаті застосування формули лінійної регресії (3.23) було одержано такі значення безрозмірних дисбалансів: $\bar{D}_1 = 0,361$, $\bar{D}_2 = 0,235$, що відповідає наступним розмірним значенням: $D_1 = 1,1$ кг·мм, $D_2 = 0,7$ кг·мм. Уведення пробного дисбалансу $\Delta D = 0,1$ кг·мм дозволяє оцінити такі значення дисбалансів за традиційним, регресійним підходом: $D_1 = 1,27$ кг·мм, $D_2 = 0,78$ кг·мм. Точність цих даних є недостатньою з огляду на відносні похибки процедури оцінювання, що становлять 15 % та 11 % відповідно для кожного з оцінюваних дисбалансів.

Проте результати оцінювання дисбалансів із використанням запропонованого підходу, що ґрунтується на застосуванні ШНМ, дозволяють одержати такі значення дисбалансів: $D_1 = 1,08$ кг·мм, $D_2 = 0,71$ кг·мм. У цьому разі відносні похибки оцінювання I_n становлять 1,6 % та 0,9 % відповідно.

Таким чином, запропоновано новий науковий підхід до забезпечення вібраційної надійності роторних систем із застосуванням засобів штучного інтелекту, що дозволяє уточнювати параметри нелінійних математичних моделей вимушених коливань роторів відцентрових машин.

3.2.3 Коливання роторних систем турбонасосних агрегатів
рідинних ракетних двигунів

Таблиця 3.4 – Результати чисельного моделювання

Дисбаланс, кг·мм		Частота, рад/с	Переміщення, мкм		
D_1	D_2		ω	Y_1	Y_2
1	0	1 100	13,2	1,1	-1,3
2	0	1 100	26,1	2,1	-2,5
3	0	1 100	38,9	3,1	-3,7
0	1	1 100	1,1	4,7	0,7
0	2	1 100	2,2	9,4	1,4
0	3	1 100	3,3	14,1	2,1
1	0	1 963	64,2	8,8	-6,1
2	0	1 963	121,3	15,8	-11,1
3	0	1 963	173,4	21,6	-15,4
0	1	1 963	9,6	19,8	2,9
0	2	1 963	18,8	39,2	5,2
0	3	2 215	27,4	58,3	7,0
1	0	2 215	102,4	16,7	-9,3
2	0	2 215	184,6	28,2	-16,2
3	0	2 215	256,0	36,9	-21,8
0	1	2 215	19,8	29,5	3,8
0	2	2 215	37,4	57,8	6,5
0	3	2 215	53,0	85,3	8,4
1	1	1 100	14,2	5,8	-0,5
2	2	1 100	28,1	11,5	-1,0
3	3	1 100	41,7	17,1	-1,4
1	1	1 963	71,6	28,0	-2,9
2	2	1 963	133,0	53,3	-4,8
3	3	1 963	187,8	76,8	-6,3
1	1	2 215	115,1	44,3	-4,7
2	2	2 215	202,4	81,0	-7,2
3	3	2 215	275,7	113,7	-8,7

3.2.3 Коливання роторних систем турбонасосних агрегатів
рідинних ракетних двигунів

Таблиця 3.5 – Результати навчання ШНМ

$\omega_1 = 1\ 100$ рад/с			$\omega_2 = 1\ 963$ рад/с			$\omega_3 = 2\ 215$ рад/с		
\bar{Y}_1	\bar{Y}_2	\bar{Y}_3	\bar{Y}_1	\bar{Y}_2	\bar{Y}_3	\bar{Y}_1	\bar{Y}_2	\bar{Y}_3
0,048	0,004	0,005	0,233	0,032	0,022	0,371	0,061	0,034
0,095	0,008	0,009	0,440	0,057	0,040	0,670	0,102	0,059
0,141	0,011	0,013	0,629	0,078	0,056	0,929	0,133	0,079
0,004	0,017	0,003	0,035	0,072	0,010	0,072	0,107	0,014
0,008	0,034	0,005	0,068	0,142	0,019	0,156	0,210	0,023
0,012	0,061	0,008	0,100	0,211	0,025	0,192	0,309	0,031
0,052	0,021	0,002	0,260	0,102	0,010	0,417	0,161	0,017
0,102	0,042	0,004	0,482	0,193	0,017	0,734	0,294	0,026
0,151	0,062	0,005	0,681	0,279	0,023	1,000	0,412	0,031

Таблиця 3.6 – Результати оцінювання параметрів

Вихідні дані		Оцінювані параметри	
\bar{D}_1	\bar{D}_2	\bar{D}_1	\bar{D}_2
0,33	0,00	0,33	0,00
0,67	0,00	0,67	0,00
1,00	0,00	0,10	0,00
0,00	0,33	0,00	0,33
0,00	0,67	0,00	0,67
0,00	1,00	0,00	1,00
0,33	0,33	0,33	0,33
0,67	0,67	0,67	0,67
1,00	1,00	0,10	1,00

Запропонований підхід має вагомі переваги порівняно з традиційним, регресійним, підходом, зокрема вищу точність результатів і відсутність необхідності у встановленні пробних дисбалансів та здійсненні додаткових пусків. Ефективність застосування ШНМ для забезпечення вібраційної надійності роторних систем підтверджена на прикладі валопроводу ТНА РРД.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Симоновский В. И. Устойчивость и нелинейные колебания роторов центробежных машин. Харків : Вища школа, 1986. 128 с.

2. Симоновський В. І., Хворост В. А. Оцінювання параметрів динамічних моделей роторів. Суми : Сумський державний університет, 2002. 144 с.

3. Симоновський В. І. Уточнення математичних моделей коливальних систем за експериментальними даними : монографія. Суми : Сумський державний університет, 2010. 91 с.

4. Бондаренко Г. А., Симоновский В. И., Пшик В. Р. Экспериментальное определение гидродинамических сил в лабиринтных уплотнениях. *Машиноведение*. 1981. № 5. С. 39–41.

5. Барнев С. В, Симоновский В. И., Доценко В. А., Фирсов П. Н. Оценивание жёсткости сегментных подшипников турбокомпрессоров по собственным частотам и формам колебаний. *Химическое и нефтяное машиностроение*. 1990. № 8. С. 21–22.

6. Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. Москва : Статистика, 1979. 352 с.

7. Симоновский В. И. Динамика роторов центробежных машин. Суми : Сумський державний університет, 2006. 126 с.

8. Симоновський В. І. Оцінювання коефіцієнтів математичних моделей за експериментальними даними. Теорія і практика : навчальний посібник. Суми : Сумський державний університет, 2015. 120 с.

9. Павленко І. В. Метод скінченних елементів в задачах коливань механічних систем : навчальний посібник. Суми : Сумський державний університет, 2007. 179 с.

10. Демидович В. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. Москва : Наука, 1966. 664 с.

11. Ноль О. В., Симоновський В. І. Оцінювання коефіцієнтів опору роторів відцентрових машин за трьома параметрами. *Вісник СДАУ*. 2001. Вип. 6. С. 132–136.

12. Гадяка В. Г., Симоновський В. І. Оцінювання коефіцієнтів жорсткості сегментних підшипників при балансуванні гнучких роторів турбокомпресорів на розгінно-балансувальному стенді. *Вісник СНАУ*. 2005. Вип. 11(14). С. 145–150.

13. Гадяка В. Г., Симоновский В. И. Разработка методики оценивания динамических коэффициентов турбокомпрессоров при балансировке на вакуумном разгонно-балансирующем стенде. *Вісник СумДУ. Серія «Технічні науки»*. 2006. № 12. С. 125–132.

14. Комп'ютерна програма «Critical frequencies of the rotor» : а. с. № 59855, Україна / І. В. Павленко, В. І. Симоновський. Дата реєстрації 27.05.2015 р.

15. Симоновский В. И., Барнев С. В. Исследование демпфирования подшипников роторов по экспериментально замеренным амплитудам их колебаний. *Проблемы прочности*. 1992. № 2. С. 82–85.

16. Гадяка В. Г., Лейких Д. В., Симоновский В. И. Математическая модель ротора турбокомпрессора для исследования несинхронных составляющих вибрации. *Компрессорное и энергетическое машиностроение*. 2010. № 2 (20). С. 48–50.

17. Гадяка В. Г., Лейких Д. В., Симоновский В. И. Оценивание влияния нелинейных реакций сегментных подшипников на динамику и устойчивость роторов турбокомпрессоров. *Міцність матеріалів і елементів конструкцій* : праці Міжнародної науково-технічної конференції (м. Київ, 28–30 вересня 2010 р.). Київ : Інститут

проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України, 2011. С. 17–24.

18. Симоновский В. И., Хализева А. Г. О влиянии подшипников скольжения на устойчивость роторов центробежных насосов. *Вісник СумДУ. Серія «Технічні науки»*. 2013. № 2. С. 84–89.

19. Комп'ютерна програма «Forced oscillations of the rotor» : а. с. № 61788, Україна / І. В. Павленко, В. І. Симоновський. Дата реєстрації 23.09.2015 р.

20. Комп'ютерна програма «Dynamic balancing of the rotor» : а. с. № 63950, Україна / І. В. Павленко, В. І. Симоновський. Дата реєстрації 05.02.2016 р.

21. Fuks K., Kawa A., Wiczerzycki W. Improved e-sourcing strategy with multi-agent swarms. *Computational Intelligence for Modelling Control and Automation*. 2008. P. 488–493.

22. Kunz G., Machado J., Perondi E. Using timed automata for modeling, simulating and verifying networked systems controller's specifications. *Neural Computing and Applications*. 2017. Vol. 28 (5). P. 1031–1041.

23. Santos A. S., Varela M. L. R., Putnik G. D., Madureira A. M. Alternative approaches analysis for scheduling in an extended manufacturing environment. *Nature and Biologically Inspired Computing*. 2014. P. 97–102.

24. Sika R., Rogalewicz M. Methodologies of knowledge discovery from data and Data Mining methods in mechanical engineering. *Management and Production Engineering Review*. 2016. Vol. 7 (4). P. 97–108.

25. Dostatni E., Diakun J., Grajewski D., Wichniarek R., Karwasz A. Multi-agent system to support decision-making process in ecodesign. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2015. Vol 368. P. 463–474.

-
26. Rojas R. *Neural Networks*. Heidelberg : Springer, 1996.
27. Ratnayake C. R. M., Antosz K. Development of a risk matrix and extending the risk-based maintenance analysis with fuzzy logic. *Procedia Engineering*. 2017. Vol. 182. P. 602–610.
28. Zhao L., Li W. et al. Artificial neural networks based on fractal growth. *Advances in Automation and Robotics*. 2011. Vol. 2. P. 323–330.
29. Ferraz A., Brito J., Carvalho V., Machado J. Blood type classification using computer vision and machine learning. *Neural Computing and Applications*. 2017. Vol. 28. P. 2029–2040.
30. Putnik G. D., Ferreira L., Shah V. et al. Effective service dynamic packages for ubiquitous manufacturing system. *Virtual and Networked Organizations. Emergent Technologies and Tools*. Springer, 2011. P. 207–219.
31. Varela M. L. R., Ribeiro R. A. Distributed manufacturing scheduling based on a dynamic multi-criteria decision model. *Recent Developments and New Directions in Soft Computing. Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Springer, 2014. Vol. 317, pp. 81–93.
32. Kapania R. K., Liu Y. Applications of artificial neural networks in structural engineering with emphasis on continuum models. Blacksburg : Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998.
33. Lazarevska M., Knezevic M. et al. Application of artificial neural networks in civil engineering. *Tehnicki Vjesnik*. 2014. Vol. 21 (6). P. 1353–1359.
34. Pavlenko I., Trojanowska J., Ivanov V., Liaposhchenko O. Scientific and methodological approach for the identification of mathematical models of mechanical systems by using artificial neural networks. *Innovation, Engineering and Entrepreneurship. HELIX 2018. Lecture Notes*

in Electrical Engineering. Springer, Cham, 2019. Vol. 505. P. 299–306.

35. Pavlenko I., Simonovskiy V., Pitel' J., Demianenko M. Dynamic analysis of centrifugal machines rotors with combined using 3D and 2D finite element models : Monograph. Lüdenscheid : RAM-VERLAG, 2018.

36. Pavlenko I. Static and dynamic analysis of the closing rotor balancing device of the multistage centrifugal pump. *Applied Mechanics and Materials*. 2014. Vol. 630. P. 248–254.

37. Pavlenko I. V., Simonovskiy V. I., Demianenko M. M. Dynamic analysis of centrifugal machines rotors supported on ball bearings by combined application of 3D and beam finite element models. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2017. Vol. 233. P. 012053.

38. Liaposhchenko O., Pavlenko I., Nastenko O. The model of crossed movement and gas-liquid flow interaction with captured liquid film in the inertial-filtering separation channels. *Separation and Purification Technology*. 2017. Vol. 173. P. 240–243.

39. Liaposhchenko O. O., Sklabinskyi V. I. et al. Appliance of inertial gas-dynamic separation of gas-dispersion flows in the curvilinear convergent-divergent channels for compressor equipment reliability improvement. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2017. Vol. 233. P. 012025.

40. Karintsev I. B., Pavlenko I. V. Hydroaeroelasticity : textbook. Sumy : Sumy State University, 2017. 235 p.

41. Norfield D. Practical balancing of rotating machinery. Amsterdam : Elsevier, 2006.

42. Swanson E., Powell C. D., Weissman S. A practical review of rotating machinery critical speeds and modes. *Sound and Vibration*. 2005. Vol. 39 (5). P. 10–17.

43. Vance J. M., Zeidan F. Y., Murphy B. Machinery vibration and rotordynamics. Hoboken : John Wiley and Sons Inc., 2010.

44. Sika R., Rogalewicz M., Popielarski P., Wytyk G. Forecasting of steel consumption with use of nearest neighbors method. Proceedings of 13th International Conference on Modern Technologies in Manufacturing, Cluj-Napoca and AMaTUC, MATEC Web of Conference. 2017. Vol. 137. P. 01010.

45. Sika R., Rogalewicz M. Demerit Control Chart as a decision support tool in quality control of ductile cast-iron casting process. Proceedings of 8th International Conference on Manufacturing Science and Education (MSE 2017). «*Trends in New Industrial Revolution*», Sibiu, MATEC Web of Conference. 2017. Vol. 121. P. 05007.

46. Sika R., Hajkowski J. Synergy of modeling processes in the area of soft and hard modeling. Proceedings of 8th International Conference on Manufacturing Science and Education (MSE 2017). «*Trends in New Industrial Revolution*», Sibiu, MATEC Web of Conference. 2017. Vol. 121. P. 04009.

47. Vollan A., Komzsik L. Computational techniques of rotor dynamics with the finite element method. Boca Raton : CRC Press, 2012.

48. Muminovic A. J., Braut S., Muminovic A., Saric I. Numerical and analytical analysis of elastic rotor natural frequency. *Technology, Education, Management, Informatics*. 2014. Vol. 3 (4). P. 323–328.

49. Yamamoto T., Ishida Y. Linear and nonlinear rotordynamics: A modern treatment with applications. Hoboken : John Wiley and Sons Inc., 2013.

50. Jin C., Xu Y., Zhou J. et al.: Active magnetic bearings stiffness and damping identification from frequency

characteristics of control systems. Hindawi Publishing Corporation, 2016. P. 1–8. DOI: 10.1155/2016/106756.

51. Wang A., Cheng X., Meng G. et al. Dynamic analysis and numerical experiments for balancing of the continuous single-disc and single-span rotor-bearing system. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017. Vol. 86. P. 151–176.

52. Wang T., Wang F., Bai H. et al. Stiffness and critical speed calculation of magnetic bearing-rotor system based on FEA. *International Conference on Electrical Machines and Systems*. 2008. P. 10458520.

53. Villa C., Sinou J., Thouverez F. Stability and vibration analysis of a complex flexible rotor bearing system. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2008. Vol. 13 (4). P. 804–821.

54. Bai C., Zhang H., Xu Q. Subharmonic resonance of a symmetric ball bearing-rotor system. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2013. Vol. 50. P. 1–10.

55. Ogbonnaya E. A., Poku R., Ugwu H. U. et al. Analysis of gas turbine blade vibration due to random excitation. *InTech*. 2015. DOI: 10.5772/58829.

56. Larsen T. J., Kim T. Experimental and numerical study of a new dynamic phenomenon for two-bladed wind turbines. Proceedings of the 25th International Ocean and Polar Engineering Conference. 2015. P. 547–553.

57. Ocampo J. C., Wing E. S. G., Moroyoqui F. J. R. et al. A novel methodology for the angular position identification of the unbalance force on asymmetric rotors by response polar plot analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017. Vol. 95. P. 172–186.

58. Sinou J., Didier J., Faverjon B. Stochastic non-linear response of a flexible rotor with local non-linearities. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2015. Vol. 74. P. 92–99.

59. Pavlenko I. V., Simonovskiy V. I., Pitel J. et al. Investigation of critical frequencies of the centrifugal compressor rotor with taking into account stiffness of bearings and seals. *Journal of Engineering Sciences*. 2017. Vol. 4 (1). P. C1–C6.

60. Reddy M. C. S., Sekhar A. S. Application of artificial neural networks for identification of unbalance and looseness in rotor bearing systems. *International Journal of Applied Science and Engineering*. 2013. Vol. 11 (1). P. 69–84.

61. Павленко І. В. Метод скінченних елементів в задачах опору матеріалів і лінійної теорії пружності: навчальний посібник. Суми: Сумський державний університет, 2006. 148 с.

62. Pavlenko I., Trojanowska J., Gusak O. et al. Estimation of the reliability of automatic axial-balancing devices for multistage centrifugal pumps. *Periodica Polytechnica Mechanical Engineering*. 2019. Vol. 63 (1). P. 52–56.

63. Gadyaka V., Leikykh D., Simonovskiy V. Phenomena of stability loss of rotor rotation at tilting pad bearings. *Procedia Engineering*. 2012. Vol. 39. P. 244–253.

64. Martsinkovsky V., Yurko V., Tarelnik V., Filonenko Y. Designing radial sliding bearing equipped with hydrostatically suspended pads. *Procedia Engineering*. 2012. Vol. 39. P. 157–167.

65. Tarel'nik V. B., Paustovskii A. V., Tkachenko Y. G. et al. Electric-spark coatings on a steel base and contact surface for optimizing the working characteristics of babbitt friction bearings. *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*. 2017. Vol. 53 (3). P. 285–294.

66. Zhang K., Yang Z. Identification of load categories in rotor system based on vibration analysis. *Sensors*. 2017. Vol. 17 (7). P. 1676.

67. Djaidir B., Hafaifa A., Kouzou A. Faults detection in gas turbine rotor using vibration analysis under varying conditions. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2017. Vol. 55 (2). P. 393–406.

68. Salim H., Faisal K., Jawad R.: Enhancement of performance for steam turbine in thermal power plants using artificial neural network and electric circuit design. *Applied Computational Intelligence and Soft Computing*. 2018. Vol. 2018. P. 8042498.

69. Gao H., Bai G. Reliability analysis on resonance for low-pressure compressor rotor blade based on least squares support vector machine with leave-one-out cross-validation. *Advances in Mechanical Engineering*. 2015. Vol. 7 (4). DOI: 10.1177/1687814015578351.

70. Towoju O. A., Jekayinfa S. O. Compression ignition engine performance as a function of the fuel properties. *Journal of Engineering Sciences*. 2019. Vol. 6 (1). P. G1–G5.

71. Mohamed B., Ahmed H., Mouloud G., Qi C. X. Detection and modeling vibrational behavior of a gas turbine based on dynamic neural networks approach. *Journal of Mechanical Engineering – Strojnický Casopis*. 2018. Vol. 68 (3). P. 143–166.

72. Ogbonnaya E. A., Adigio E. M., Ugwu H. U., Anumiri M. C. Advanced gas turbine rotor shaft fault diagnosis using artificial neural network. *International Journal of Engineering and Technology Innovation*. 2013. Vol. 3 (1). P. 58–69.

73. Adewusi S. A. Detection of propagating cracks in rotors using neural networks. *Pipe and Component Analysis and Diagnosis*. 2002. Vol. 447. P. 71–78.

74. Samanta B., Al-Balushi K. R., Al-Araimi S. A. Bearing fault detection using artificial neural networks and

genetic algorithm. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*. 2004. Vol. 3. P. 366–377.

75. Yashchenko A. S., Rudenko A. A., Simonovskiy V. I., Kozlov O. M. Effect of bearing housings on centrifugal pump rotor dynamics. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2017. Vol. 233. P. 012054.

76. Kim Y. W., Jeong W. B. Reliability evaluation technique of compressor using pressure pulsation and vibration signals. *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. Vol. 1075. P. 012076.

77. Ding F., Wang Z., Qin F. Two kinds of neural network fusion of aero-engine rotor vibration signal fault diagnosis. *4th International Conference on Mechatronics, Materials, Chemistry and Computer Engineering*. 2015. P. 1546–1552.

78. Ben Rahmoune M., Hafaiifa A., Guemana M. Neural network monitoring system used for the frequency vibration prediction in gas turbine. *3rd International Conference on Control, Engineering and Information Technology*. 2015. P. 15418537.

79. Tanoh A., Konan D. K., Koffi M. et al. A neural network application for diagnosis of the asynchronous machine. *Journal of Applied Sciences*. 2008. Vol. 8. P. 3528–3531.

80. Manjurul M. M., Kim I.-M. Motor bearing fault diagnosis using deep convolutional neural networks with 2D analysis of vibration signal. *Lecture Notes in Computer Science*. 2018. Vol. 10832. P. 144–155.

81. Pavlenko I., Simonovskiy V., Ivanov V. et al. Application of artificial neural network for identification of bearing stiffness characteristics in rotor dynamics analysis. *Advances in Design, Simulation and Manufacturing, DSMIE 2018. Lecture Notes in Mechanical Engineering, Springer, Cham*. 2019. P. 325–335.

82. Jardine A. K. S., Lin D., Banjevic D. Review on machinery diagnostics and prognostics implementing conditionbased maintenance. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2006. Vol. 20 (7). P. 1483–1510.

83. Gao Q., Duan C., Fan H., Meng Q. Rotating machine fault diagnosis using empirical mode decomposition. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2008. Vol. 22 (5). P. 1072–1081.

84. Obukhov O., Smirnov A., Gusak O. Numerical and experimental investigation of the efficiency of vaned diffuser of centrifugal compressor. *8th International Conference on Compressors and Their Systems*. 2013. P. 649–658.

85. Gusak A., Demchenko O., Kaplun I. Application of small-sized low speed axial stages in well pumps for water supply. *Procedia Engineering*. 2012. Vol. 39. P. 35–42.

86. Tarelnyk V., Konoplianchenko I., Martsynkovskyy V. et al. Comparative tribological tests for face impulse seals sliding surfaces formed by various methods. *Advances in Design, Simulation and Manufacturing. Lecture Notes in Mechanical Engineering, Springer, Cham*. 2019. P. 382–391.

87. Trojanowska J., Kolinski A., Galusik D. et al. A methodology of improvement of manufacturing productivity through increasing operational efficiency of the production process. *Lecture Notes in Mechanical Engineering, Springer*. 2018. 201519. P. 23–32.

88. Pitel J., Mizak J. Computational intelligence and low cost sensors in biomass combustion process. *Proceedings of the 2013 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Control and Automation, IEEE Symposium Series on Computational Intelligence*. 2013. 6611681. P. 181–184.

89. Antoni J., Randall R. B. Differential diagnosis of gear and bearing faults. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*. 2002. Vol. 124. P. 165–171.

90. Chen D., Wang W. J. Classification of wavelet map patterns using multi-layer neural networks for gear fault detection. *Mechanical System and Signal Processing*. 2002. Vol. 16(4). P. 695–704.

91. Raheem K. F., Karem W. Rolling bearing fault diagnostics using artificial neural networks based on Laplace wavelet analysis. *International Journal of Engineering, Science and Technology*. 2010. Vol. 2 (6). P. 278–290.

92. Jack L., Nandi A. Fault detection using support vector machines and artificial neural networks, augmented by genetic algorithms. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2002. Vol. 16 (2–3). P. 373–390.

93. Wei Z., Gaoliang P., Chuanhao L. Bearings fault diagnosis based on convolutional neural networks with 2-D representation of vibration signals as input. *MATEC Web of Conference*. 2017. Vol. 95. P. 13001.

94. Jayaswal P., Verma S. N., Wadhvani A. K. Development of EBP-Artificial neural network expert system for rolling element bearing fault diagnosis. *Journal of Vibration and Control*. 2001. Vol. 17 (8). P. 1131–1148.

95. Tian Z. An artificial neural network method for remaining useful life prediction of equipment subject to condition monitoring. *Journal of Intelligent Manufacturing*. 2012. Vol. 23 (2). P. 227–237.

96. Dong M., He D., Banerjee P., Keller J. Equipment health diagnosis and prognosis using hidden semi-Markov models. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2006. Vol. 30 (7–8). P. 738–749.

97. Li B., Yuen M., James C. H. Neural network based motor rolling bearing fault diagnosis. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*. 2000. Vol. 47 (5). P. 1060–1069.

98. Wang C. C., Kang Y., Shen P. C. et al. Applications of fault diagnosis in rotating machinery by using time series

analysis with neural network. *Expert Systems with Applications*. 2010. Vol. 37. P. 1696–1702.

99. Wang P., Vachtsevanos G. Fault diagnostics using dynamic wavelet neural networks. *Artificial Intelligent for Engineering Design Analysis and Manufacturing*. 2001. Vol. 15. P. 349–365.

100. Pavlenko I., Ivanov V., Kuric I. et al. Ensuring vibration reliability of turbopump units using artificial neural networks. *Advances in Manufacturing II, Vol. 1 - Solutions for Industry 4.0. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. 2019. P. 165–175.

101. Pavlenko I., Neamtu C., Verbovyi A. et al. Using computer modeling and artificial neural networks for ensuring the vibration reliability of rotors. *2nd International Workshop on Computer Modeling and Intelligent Systems, CMIS 2019, CEUR Workshop Proceedings*. 2019. Vol. 2353. P. 702–716.

102. Pavlenko I., Trojanowska J., Ivanov V., Liaposhchenko O. Parameter identification of hydro-mechanical processes using artificial intelligence systems. *International Journal of Mechatronics and Applied Mechanics*. 2019. Vol. 2019 (5). P. 19–26.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Оцінювання жорсткостей двомасової моделі

Пряма задача:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &:= 0.143 \cdot 10^{-6} & \delta_{22} &:= 0.187 \cdot 10^{-6} & \delta_{12} &:= 0.146 \cdot 10^{-6} & \delta_{21} &:= \delta_{12} \\ m_1 &:= 10 & m_2 &:= 20 & c_1 &:= 2 \cdot 10^6 & c_2 &:= 10^6 \cdot 3 \end{aligned}$$

$$B(z) := \begin{bmatrix} -\delta_{11} \cdot m_1 \cdot z + (1 + \delta_{11} \cdot c_1) & \delta_{12} \cdot c_2 - \delta_{12} \cdot m_2 \cdot z \\ \delta_{21} \cdot c_1 - \delta_{21} \cdot m_1 \cdot z & (\delta_{22} \cdot c_2 + 1) - \delta_{22} \cdot m_2 \cdot z \end{bmatrix}$$

$$f(z) := |B(z)|$$

$$f(z) \text{ solve } z \rightarrow \begin{pmatrix} 2182641.1576268901752 \\ 45817128.427626566046 \end{pmatrix}$$

$$z_2 := 4.581 \cdot 10^7$$

$$z_1 := 2.183 \cdot 10^6$$

$$A_{21} := \frac{(\delta_{21} \cdot c_1 - \delta_{21} \cdot m_1 \cdot z_1)}{[-(\delta_{22} \cdot c_2 + 1) + \delta_{22} \cdot m_2 \cdot z_1]}$$

$$A_{22} := \frac{(\delta_{21} \cdot c_1 - \delta_{21} \cdot m_1 \cdot z_2)}{[-(\delta_{22} \cdot c_2 + 1) + \delta_{22} \cdot m_2 \cdot z_2]}$$

$$A_{11} := 1$$

$$A_{21} := 1.208$$

$$A_{22} := -414$$

Оцінювання жорсткостей:

$$L := \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \cdot A_{21} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \cdot A_{21} \\ \delta_{11} & \delta_{12} \cdot A_{22} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \cdot A_{22} \end{pmatrix}$$

$$Z := \begin{pmatrix} -1 + \delta_{11} \cdot z_1 \cdot m_1 + \delta_{12} \cdot z_1 \cdot A_{21} \cdot m_2 \\ -A_{21} + \delta_{21} \cdot z_1 \cdot m_1 + \delta_{22} \cdot z_1 \cdot A_{21} \cdot m_2 \\ -1 + \delta_{11} \cdot z_2 \cdot m_1 + \delta_{12} \cdot z_2 \cdot A_{22} \cdot m_2 \\ -A_{22} + \delta_{21} \cdot z_2 \cdot m_1 + \delta_{22} \cdot z_2 \cdot A_{22} \cdot m_2 \end{pmatrix}$$

$$\delta := (L^T \cdot L)^{-1} \cdot L^T \cdot Z$$

$$\delta = \begin{pmatrix} 2.155 \times 10^6 \\ 2.905 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

ДОДАТОК Б

Приклад оцінювання параметрів математичної моделі системи автоматичного регулювання

Вихідні дані: $T_0 = 1c, T_1 = 0.5c, T_2 = 0.8c, K = 10$.

Проведено два експерименти для зовнішніх періодичних сил із частотами $\omega_1 = 1c^{-1}, \omega_2 = 2c^{-1}$ і амплітудами $H_1 = H_2 = 1$.

Розв'язуючи за заданих параметрів систему початкових рівнянь, можна одержати числові значення таких параметрів: $S_{r1} = -0,041, S_{i1} = 0,093, S_{r2} = -0,368, S_{i2} = 0,195$.

Округлення до двох значущих цифр (віртуальне моделювання процесу вимірювання експериментальних величин з відносною похибкою до 5 %) дозволяє розрахувати елементи матриці \bar{K} і стовпця \bar{y} :

$$K := \begin{pmatrix} -0.052 & 1.1 \\ -1.1 & -0.052 \\ 1.1 & 7.0 \\ -3.5 & 2.2 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} .41 \\ -.93 \\ 3.7 \\ -2.0 \end{pmatrix}$$

За формулою лінійної регресії можна одержати:

$$\bar{\theta} = [\bar{K}^T \bar{K}]^{-1} \cdot \bar{K}^T \cdot \bar{y} = \begin{bmatrix} 0,823 \\ 0,400 \end{bmatrix}$$

Числові значення оцінюваних параметрів становлять:
 $T_2 = 0,823, T_1 = 0,4/0,823 = 0,486$.

Похибка результатів оцінювання не перевищує 3 %.

ДОДАТОК В

Вихідні дані МСЕ-моделі для задачі про визначення еквівалентних мас тримасової дискретної моделі ротора

Вхідні дані МСЕ-моделі:

N	L (м)	D (м)	C (Н/м)	M (кг)
1	3.18000E-1	1.10000E-1	0.00000E+0	0.00000E+0
2	1.45000E-1	1.10000E-1	1.00000E+8	0.00000E+0
3	1.35000E-1	1.15000E-1	0.00000E+0	0.00000E+0
4	1.40000E-1	1.16000E-1	0.00000E+0	0.00000E+0
5	1.60000E-1	1.44000E-1	0.00000E+0	0.00000E+0
6	7.50000E-2	1.28000E-1	0.00000E+0	0.00000E+0
7	1.37000E-1	1.28000E-1	0.00000E+0	2.50000E+1
10	1.37000E-1	1.28000E-1	0.00000E+0	2.10000E+1
11	1.37000E-1	1.28000E-1	0.00000E+0	2.10000E+1
12	1.37000E-1	1.28000E-1	0.00000E+0	2.10000E+1
13	1.37000E-1	1.28000E-1	0.00000E+0	2.10000E+1
14	1.37000E-1	1.28000E-1	0.00000E+0	2.10000E+1
15	1.37000E-1	1.28000E-1	0.00000E+0	2.10000E+1
16	1.37000E-1	1.28000E-1	0.00000E+0	2.10000E+1
17	8.00000E-2	1.28000E-1	0.00000E+0	2.10000E+1
18	2.00000E-1	1.25000E-1	0.00000E+0	0.00000E+0
19	4.00000E-2	1.25000E-1	0.00000E+0	3.00000E+1
20	3.00000E-1	1.15000E-1	0.00000E+0	0.00000E+0
21	1.15000E-1	1.10000E-1	0.00000E+0	0.00000E+0
22	7.50000E-2	1.10000E-1	1.00000E+8	0.00000E+0
23	9.00000E-2	6.00000E-2	0.00000E+0	0.00000E+0

Продовження додатка В

Власні частоти (рад/с) та форми вільних коливань:

$p01 = 135,2$	$p02 = 540,7$	$p03 = 1163,8$
$Y01 = 1,000$	$Y01 = 1,000$	$Y01 = 1,000$
$Y02 = -0,112$	$Y02 = -0,592$	$Y02 = 1,141$
$Y03 = -0,615$	$Y03 = -1,290$	$Y03 = 1,256$
$Y04 = -1,064$	$Y04 = -1,839$	$Y04 = 1,311$
$Y05 = -1,496$	$Y05 = -2,236$	$Y05 = 1,243$
$Y06 = -1,949$	$Y06 = -2,487$	$Y06 = 1,019$
$Y07 = -2,147$	$Y07 = -2,536$	$Y07 = 0,871$
$Y08 = -2,469$	$Y08 = -2,459$	$Y08 = 0,518$
$Y09 = -2,735$	$Y09 = -2,167$	$Y09 = 0,101$
$Y10 = -2,937$	$Y10 = -1,681$	$Y10 = -0,308$
$Y11 = -3,071$	$Y11 = -1,041$	$Y11 = -0,634$
$Y12 = -3,134$	$Y12 = -0,303$	$Y12 = -0,817$
$Y13 = -3,123$	$Y13 = 0,466$	$Y13 = -0,820$
$Y14 = -3,040$	$Y14 = 1,198$	$Y14 = -0,642$
$Y15 = -2,887$	$Y15 = 1,828$	$Y15 = -0,318$
$Y16 = -2,667$	$Y16 = 2,302$	$Y16 = 0,093$
$Y17 = -2,386$	$Y17 = 2,586$	$Y17 = 0,517$
$Y18 = -2,197$	$Y18 = 2,655$	$Y18 = 0,742$
$Y19 = -1,651$	$Y19 = 2,509$	$Y19 = 1,137$
$Y20 = -1,531$	$Y20 = 2,426$	$Y20 = 1,179$
$Y21 = -0,529$	$Y21 = 1,266$	$Y21 = 1,012$
$Y22 = -0,116$	$Y22 = 0,669$	$Y22 = 0,803$
$Y23 = 0,154$	$Y23 = 0,273$	$Y23 = 0,661$
$Y24 = 0,478$	$Y24 = -0,202$	$Y24 = 0,491$

ДОДАТОК Г

Оцінювання параметрів тримасової моделі ротора за першою частотою і формою

Оцінювання мас дискретної моделі:

$$\begin{aligned}
 z1 &:= .547 \cdot 10^{-4} & U21 &:= 1.46 & U31 &:= 1.02 & \alpha_{11} &:= 8.92 \cdot 10^{-8} & \alpha_{12} &:= 11.2 \cdot 10^{-8} & \alpha_{13} &:= 6.8 \cdot 10^{-8} \\
 \alpha_{21} &:= \alpha_{12} & \alpha_{22} &:= 16.4 \cdot 10^{-8} & \alpha_{23} &:= 11.07 \cdot 10^{-8} & \alpha_{31} &:= \alpha_{13} & \alpha_{32} &:= \alpha_{23} & \alpha_{33} &:= 9.35 \cdot 10^{-8} \\
 B &:= \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \cdot U21 & \alpha_{13} \cdot U31 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \cdot U21 & \alpha_{23} \cdot U31 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \cdot U21 & \alpha_{33} \cdot U31 \end{pmatrix} & D &:= \begin{pmatrix} z1 \\ z1 \cdot U21 \\ z1 \cdot U31 \end{pmatrix} \\
 m &:= (B^T \cdot B)^{-1} \cdot B^T \cdot D & m &= \begin{pmatrix} 95.879 \\ 224.283 \\ 136.575 \end{pmatrix} \\
 m1 &:= 95.88 & m2 &:= 224.28 & m3 &:= 136.58
 \end{aligned}$$

Власні частоти тримасової моделі:

$$\begin{aligned}
 A(z) &:= \begin{pmatrix} \alpha_{11} \cdot m1 - z & \alpha_{12} \cdot m2 & \alpha_{13} \cdot m3 \\ \alpha_{21} \cdot m1 & \alpha_{22} \cdot m2 - z & \alpha_{23} \cdot m3 \\ \alpha_{31} \cdot m1 & \alpha_{32} \cdot m2 & \alpha_{33} \cdot m3 - z \end{pmatrix} & f(z) &:= |A(z)| \\
 f(z) \text{ solve, } z &\rightarrow \begin{pmatrix} 5.6013830686857908223 \cdot 10^{-7} \\ 2.8445228090759880109 \cdot 10^{-6} \\ 5.4699984884055432907 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} & \omega1 &:= \sqrt{\frac{1}{5.47 \cdot 10^{-5}}} & \omega1 &= 135.209 \\
 & & \omega2 &:= \sqrt{\frac{1}{2.84 \cdot 10^{-6}}} & \omega2 &= 593.391
 \end{aligned}$$

Наукове видання

**Павленко Іван Володимирович,
Симоновський Віталій Іович**

**МЕТОДИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ
ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНИХ
МОДЕЛЕЙ КОЛИВАЛЬНИХ
ПРОЦЕСІВ**

Монографія

Художнє оформлення обкладинки І. В. Павленка
Редактори: Н. З. Клочко, С. М. Симоненко, О. В. Федяй
Комп'ютерне верстання І. В. Павленка

Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 8,60. Обл.-вид. арк. 7,72. Тираж 300 пр. Зам. № .

Видавець і виготовлювач
Сумський державний університет,
вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, 40007
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3062 від 17.12.2007.