

УДК 533.9:621.373

УКІП

№ держреєстрації 0117U002253

Інв. №

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
(СумДУ)
40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2
тел. (0542) 687-776 факс(0542) 33-40-49

ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з наукової роботи
д-р фіз.-мат. наук, професор
_____ А.М. Чорноус

ЗВІТ
ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ
**«Мультигармонічні плазмово-пучкові та двопотокові супергетеродинні лазери
на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками»**

(Остаточний)

Керівник НДР
д-р фіз.-мат. наук, професор

О. В. Лисенко

Суми-2019

Рукопис завершено 23 грудня 2019 року

Результати цієї роботи розглянуто науковою радою СумДУ, протокол від
26.12.2019 р. № 6

СПИСОК АВТОРІВ

Керівник НДР, гол. наук. співроб. д-р фіз.-мат. наук., зав. каф. ПМтаМСС	_____	О. В. Лисенко
	(23.12.19)	(вступ, висновки, розділи 1-3)
наук. співроб. ст. викладач, канд. фіз.-мат. наук	_____	Г. А. Олексієнко
	(23.12.19)	(розділи 1, 3)
мол. наук. співроб. асистент, канд. фіз.-мат. наук	_____	Ю. Ю. Волк
	(23.12.19)	(розділи 2, 3)
наук. співроб. ст. викладач, канд. фіз.-мат. наук	_____	В. В. Коваль
	(23.12.19)	(розділ 1)
наук. співроб. канд. фіз.-мат. наук	_____	М. Ю. Ромбовський
	(23.12.19)	(розділ 2)
інженер студент	_____	Д. В. Волк
	(23.12.19)	(підрозділ 2.1)
асистент	_____	А. Ю. Брусник
	(23.12.19)	(підрозділи 2.2, 2.3)
аспірант	_____	М. О. Коровай
	(23.12.19)	(підрозділи 3.1, 3.2)

РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 146 с., 44 рис., 89 джерел.

СУПЕРГЕТЕРОДИННІ ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ, ДВОПОТОВОКА НЕСТІЙКІСТЬ, ПЛАЗМОВО-ПУЧКОВА НЕСТІЙКІСТЬ, ХВИЛІ ПРОСТОРОВОГО ЗАРЯДУ, ГВИНТОВІ ЕЛЕКТРОННІ ПУЧКИ

Об'єкт дослідження – фізичні процеси вимушеного випромінювання електромагнітних хвиль сильнострумовими релятивістськими електронними пучками (РЕП).

Предмет дослідження – закономірності формування потужних електромагнітних хвиль із широким частотним спектром у міліметровому – інфрачервоному діапазоні супергетеродинними лазерами на вільних електронах (СЛВЕ) з гвинтовими релятивістськими електронними пучками (РЕП), з'ясування впливу множинних трихвильових параметричних взаємодії на процеси вимушеного випромінювання електромагнітних полів.

Мета роботи – встановлення основних фізичних закономірностей, що пов'язані з формуванням у мультигармонічних двопотокових та плазмово-пучкових СЛВЕ з гвинтовими РЕП потужного електромагнітного випромінювання з широким частотним спектром в міліметровому-інфрачервоному діапазонах довжин хвиль.

Методи дослідження – у роботі використали квазігідродинамічне рівняння, рівняння неперервності та рівняння Максвела. Для розв'язання задач руху та рівняння неперервності застосовували метод усереднених характеристик. Для розв'язання польової задачі використовували метод повільно змінних амплітуд. Також застосовувалися стандартні числові методи.

Були розроблені математичні та комп'ютерні моделі наступних приладів: мультигармонічних плазмово-пучкових СЛВЕ із гвинтовими РЕП, мультигармонічних двопотокових СЛВЕ із гвинтовими РЕП, мультигармонічних ізохронних СЛВЕ із гвинтовими РЕП. Отримано у кубічно-нелінійному наближенні самоузгоджені системи диференціальних рівнянь для комплексних амплітуд електромагнітних хвиль для досліджуваних моделей СЛВЕ. З'ясовано, що у плазмово-пучкових СЛВЕ має місце істотне збільшення коефіцієнтів підсилення

електромагнітної хвилі сигналу за умови збільшення кута вльоту електронного пучка відносно поздовжнього фокусуєчого магнітного поля. Показано, що використання гвинтових РЕП у двопотокових СЛВЕ дозволяє одержати потужний мультигармонічний електромагнітний сигнал з більш широким спектром порівняно з ЛВЕ, які використовують прямолінійні пучки. З'ясовано, що керувати формуванням мультигармонічної хвилі просторового заряду можна завдяки застосуванню електростатичного поля в пролітній секції двопотокового СЛВЕ. Продемонстровано, що зменшення напруженості поздовжнього магнітного поля аж до критичного значення призводить до збільшення рівнів насичення і темпів підсилення електромагнітного випромінювання у плазмово-пучковому СЛВЕ доплертронного типу.

ЗМІСТ

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	8
ВСТУП	9
1 МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ ПЛАЗМОВО-ПУЧКОВІ СУПЕРГЕТЕРОДИННІ ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ З ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ	10
1.1 Застосування методу усереднених характеристик у плазмо- пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками	10
1.1.1 Вихідні рівняння. Модель.....	10
1.1.2 Застосування методу усереднених характеристик.....	15
1.2 Модель плазмово-пучкового супергетеродинного ЛВЕ доплертронного типу з гвинтовим РЕП	30
1.2.1 Модель	30
1.2.2 Система кубічних нелінійних вкорочених рівнянь для комплексних амплітуд хвиль	33
1.2.3 Аналіз динаміки хвиль у слабосигнальному наближенні	38
1.3 Висновки до розділу 1	48
2 МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ ДВОПОТОКОВІ СУПЕРГЕТЕРОДИННІ ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ З ГВИНТОВИМИ РЕЛЯТИВІСЬКИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ.....	50
2.1 Множинні резонансні взаємодії у двопотоковому супергетеродинному лазері на вільних електронах клістронного типу з гвинтовими електронними пучками.....	50
2.1.1 Клістронний двопотоковий супергетеродинний ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками.....	50
2.1.2 Множинні резонансні взаємодії.....	55
2.1.3 Вихідні рівняння.....	58

2.1.4	Застосування модифікованої схеми асимптотичного інтегрування до задач мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками	59
2.2	Формування ХПЗ з широким частотним спектром у пролітній секції ДСЛВЕ з гвинтовим РЕП	64
2.2.1	Модель	64
2.2.2	Кубічно-нелінійна теорія множинних взаємодій гармонік ХПЗ в пролітній секції	66
2.2.3	Аналіз процесів формування хвилі просторового заряду з широким частотним спектром у слабосигнальному наближенні....	68
2.2.4	Формування хвилі просторового заряду з широким частотним спектром у кубічно-нелінійному наближенні	74
2.3	Мультигармонічні процеси в ДСЛВЕ з гвинтовими електронними пучками	84
2.3.1	Модель і вихідні рівняння	84
2.3.2	Кубічно-нелінійні вкорочені рівняння	87
2.3.3	Взаємодія хвиль у слабосигнальному наближенні	89
2.3.4	Формування потужної мультигармонічної електромагнітної хвилі	97
2.4	Висновки до розділу 2	101
3	ІЗОХРОННІ МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ СУПЕРГЕТЕРОДИННІ ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ З ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ.....	103
3.1	Формування мультигармонічної ХПЗ у двопотоковому супергетеродинному ЛВЕ під впливом поздовжнього електричного поля.....	103
3.1.1	Модель та вихідні рівняння.....	103
3.1.2	Аналіз впливу повздовжнього електростатичного поля на формування ХПЗ з широким частотним спектром	109

3.2	Вплив поздовжнього електростатичного поля на ширину спектра мультигармонічної ХПЗ у ДСЛВЕ з гвинтовим електронним пучком.....	113
3.3	Вплив поздовжнього магнітного поля на підсилювальні характеристики у плазмово-пучковому супергетеродинному ЛВЕ доплертронного типу з прямолінійним електронним пучком	121
3.4	Вплив поздовжнього магнітного поля на динаміку хвиль у мультигармонічному супергетеродинному ЛВЕ доплертронного типу з гвинтовим електронним пучком.....	126
3.5	Висновок до розділу 3	130
	ВИСНОВКИ.....	133
	ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ.....	138

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ХПЗ	– хвиля просторового заряду;
ЛВЕ	– лазер на вільних електронах;
ДСЛВЕ	– двопотоковий супергетеродинний лазер на вільних електронах;
РЕП	– релятивістський електронний пучок;
НВЧ	– надвисока частота;
СЛВЕ	– супергетеродинний лазер на вільних електронах;
ППСЛВЕ	– плазмово-пучковий супергетеродинний лазер на вільних електронах
<i>c.c.</i>	– complex conjugate (комплексно-спряжена величина);
<i>c</i>	– швидкість світла;
<i>e</i>	– заряд електрона;
$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$	– орти осей <i>X</i> , <i>Y</i> , <i>Z</i> відповідно;
<i>i</i>	– уявна одиниця;
m_e	– маса електрона;
γ	– релятивістський фактор.

ВСТУП

Відомо, що для підвищення ефективності пристроїв потужнострумової електроніки з поздовжнім магнітним полем використовуються гвинтові РЕП, повздовжнє електростатичне поле та ін. Тому при виконанні проекту було заплановано дослідити як змінюються інкременти зростання хвиль та інші параметри СЛВЕ з гвинтовими РЕП порівняно з СЛВЕ, що використовують прямолінійні РЕП. У першому розділі побудовано кубічно-нелінійну теорію мультигармонічних плазмово-пучкових СЛВЕ як доплертронного, так і Н-убітронного типів з гвинтовими РЕП. Досліджується вплив кута вльоту, відносно фокусуєчого магнітного поля, на динаміку хвиль у таких системах. Визначаються інкременти зростання, рівні та механізми насичення електромагнітних хвиль з урахуванням множинних взаємодій хвиль. Досліджуються типи параметричних взаємодій хвиль та більш ефективні режими роботи СЛВЕ. Проводиться модернізація методу усереднених характеристик для вирішення мультигармонічних задач у СЛВЕ з гвинтовими РЕП. Другий розділ присвячено побудові кубічно-нелінійної теорії мультигармонічних двопотокових СЛВЕ з гвинтовими РЕП як Н-убітронного, так і клістронного типів. Досліджується вплив параметрів гвинтового РЕП на інкременти зростання, ширину спектру та рівні насичення хвилі просторового заряду. Визначаються оптимальні умови формування потужного електромагнітного випромінювання з широким частотним спектром. Третій розділ присвячено побудові кубічно-нелінійної теорії мультигармонічних ізохронних СЛВЕ з гвинтовими РЕП. Досліджується вплив фокусуєчого магнітного поля на підсилювальні характеристики у плазмово-пучковому СЛВЕ з доплертронною накачкою і гвинтовим та прямолінійним РЕП. Визначаються оптимальні параметри магнітного поля для генерації потужного когерентного електромагнітного сигналу у міліметровому діапазоні довжин хвиль. Аналізується вплив поздовжнього електростатичного поля на якість формування потужної хвилі просторового заряду в пролітній секції двопотокового СЛВЕ як з гвинтовими, так і прямолінійними РЕП.

Результати НДР опубліковано у роботах [1–20].

1 МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ ПЛАЗМОВО-ПУЧКОВІ СУПЕРГЕТЕРОДИННІ ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ З ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ

В даному розділі побудовано кубічно-нелінійну теорію плазмо-пучкових супергетеродинних лазерів (СЛВЕ) на вільних електронах доплертронного (накачка у вигляді низькочастотної електромагнітної хвилі) і Н-убітронного типів (накачка у вигляді реверсивного періодичного магнітного поля) з гвинтовими релятивістськими електронними пучками (РЕП). У приладах даного типу для посилення поздовжніх хвиль використовується плазмо-пучкова нестійкість, яка серед інших типів нестійкостей володіє вищими інкрементами зростання. Застосування гвинтових релятивістських електронних пучків в досліджуваному типі плазмо-пучкових супергетеродинних ЛВЕ, дозволяє підвищити інкремент плазмо-пучкової нестійкості в порівнянні з інкрементом в плазмо-пучкових СЛВЕ з прямолінійними РЕП. За рахунок збільшення інкременту зростання збільшується коефіцієнт посилення високочастотного електромагнітного сигналу. Основні наукові результати розділу представлені в роботі [1–2].

1.1 Застосування методу усереднених характеристик у плазмо-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками

1.1.1 Вихідні рівняння. Модель

В роботі досліджується взаємодії електромагнітних хвиль в плазмо-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими релятивістськими електронними пучками. Узагальнена схема таких взаємодій представлена на рис. 1.1. Плазмове середовище 1, яке характеризується ленгмюрівською частотою ω_p , знаходиться в поздовжньому фокусуєчому магнітному полі з індукцією B_0 . В це

середовище інjektується електронний пучок 2. Вектор швидкості електронів пучка \mathbf{v}_b спрямований під кутом β по відношенню до вектора індукції фокусуєчого магнітного поля \mathbf{B}_0 (рис. 1.1), так що $\operatorname{tg}\beta = v_{b\perp}/v_{bz}$, де $v_{b\perp} = \sqrt{v_{bx}^2 + v_{by}^2}$ і v_{bz} — поперечна і поздовжня компоненти швидкості електронів пучка. Ленгмюрівська частота електронного пучка ω_b , $\omega_b \ll \omega_p$. Під дією поздовжнього магнітного поля електрони плазмо-пучкової системи обертаються з частотою $\omega_H = B_0 e / m_e c$. Вважаємо, що $\omega_H \ll \omega_p$. Відзначимо, що в залежності від типу накачування плазмо-пучкові СЛВЕ бувають двох типів: доплертронний (накачування у вигляді потужної низькочастотної електромагнітної хвилі) і Н-убітронний (накачування у вигляді періодичного реверсивного магнітного поля).

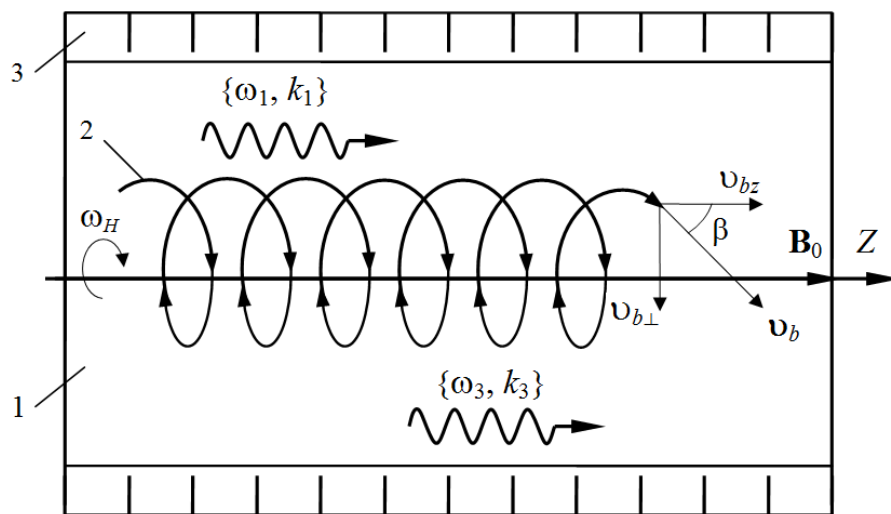


Рисунок 1.1 — Узагальнена схема взаємодії хвиль в плазмо-пучковому супергетеродинному ЛВЕ з гвинтовим релятивістським електронним пучком

Система накачування 3 (рис. 1.1) характеризується частотою $\omega_{2,1}$ і хвильовим числом $k_{2,1}$. Також на вхід системи подається слабка високочастотна циркулярно-поляризована електромагнітна хвиля сигналу з частотою $\omega_{1,1}$ і хвильовим числом $k_{1,1}$. В результаті параметрично-

резонансної взаємодії між хвилями сигналу і накачування в плазмі збуджується хвиля просторового заряду, яка характеризується частотою $\omega_{3,1}$ і хвильовим числом $k_{3,1}$.

Умова параметричного резонансу між хвилями сигналу, накачування і ХПЗ в плазмо-пучковій системі має наступний вигляд:

$$\omega_{3,1} = \omega_{1,1} - \omega_{2,1}, \quad k_{3,1} = k_{1,1} + k_{2,1}. \quad (1.1)$$

При використанні гвинтового релятивістського електронного пучка в плазмо-пучкових супергетеродинних ЛВЕ мають місце коливання на релятивістській циклотронній частоті $\omega_H/\bar{\gamma}_b$. Тому, в системі виникають додаткові резонансні умови, які маю такий вигляд

$$\begin{aligned} \omega_{3,1} &= (\omega_{1,1} \pm \omega_H/\bar{\gamma}_b) - (\omega_{2,1} \pm \omega_H/\bar{\gamma}_b), \\ \omega_{3,1} &= (\omega_{1,1} \pm 2\omega_H/\bar{\gamma}_b) - (\omega_{2,1} \pm 2\omega_H/\bar{\gamma}_b), \dots \end{aligned} \quad (1.2)$$

У супергетеродинних лазерах на вільних електронах [21-23, 24-41] має місце ефект супергетеродинного підсилення. Суть його полягає у використанні додаткового механізму посилення однієї з трьох хвиль, які беруть участь в параметричному резонансі [24-25, 27]. У досліджуваному приладі в якості додаткового механізму виступає посилення хвилі ХПЗ за рахунок плазмо-пучкової нестійкості [42-61]. Сам трихвильовий параметричний резонанс, по суті, зводиться лише до перенесення додаткового посилення з хвилі просторового заряду на електромагнітну хвилю сигналу. Через те, що інкременти зростання плазмо-пучкової нестійкості є високими [42-61], коефіцієнт посилення електромагнітної хвилі виявляється також досить великим. Тому параметри системи необхідно вибирати таким чином, що б в досліджуваній системі хвиля просторового заряду зростала за рахунок плазмо-пучкової нестійкості, а інкремент

зростання першої гармоніки ХПЗ за рахунок плазмо-пучкової нестійкості був максимальним.

Також, відзначимо, що однією з особливостей плазмо-пучкових супергетеродинних ЛВЕ є те, що хвиля просторового заряду, зростаюча за рахунок плазмо-пучкової нестійкості, характеризується квазілінійною дисперсійною залежністю [21, 62-65]:

$$k_{3,m} \approx \omega_{3,m} / v_{bz} \quad (1.3)$$

де індекс « m » — номер гармоніки; $k_{3,m}$ — хвильове число m -ої гармоніки; $\omega_{3,m} = \omega_{3,1} \cdot m$ — частота m -ої гармоніки.

У зв'язку з цим частоти і хвильові числа m -х гармонік пропорційні номеру гармоніки m . Тому між гармоніками хвилі просторового заряду виникає безліч трихвильових параметричних резонансів, умови яких мають вигляд

$$\omega_{3,m_1} = \omega_{3,m_2} + \omega_{3,m_3}, \quad k_{3,m_1} = k_{3,m_2} + k_{3,m_3}, \quad (1.4)$$

$$\omega_{3,m_1} = (\omega_{3,m_2} \pm \omega_H / \bar{\gamma}_b) + (\omega_{3,m_3} \mp \omega_H / \bar{\gamma}_b),$$

$$\omega_{3,m_1} = (\omega_{3,m_2} \pm 2\omega_H / \bar{\gamma}_b) + (\omega_{3,m_3} \mp 2\omega_H / \bar{\gamma}_b) \quad (1.5)$$

де m_1 , m_2 , m_3 — номери гармонік хвилі просторового заряду. Такі трихвильові взаємодії призводять до збудження вищих гармонік ХПЗ. Враховуючи (1.3), рівняння (1.4)–(1.5) зводяться до загальної мультигармонічної умові

$$m_1 = m_2 + m_3. \quad (1.6)$$

Зауважимо, що номери гармонік, є цілими числами. Тому умова (1.6) може бути виконано багатьма способами, наприклад, $4=2+2$, $3=4-1$ і так далі.

Для опису динаміки хвиль в плазмі-пучкових СЛВБ з гвинтовими РЕП з урахуванням множинних параметричних взаємодій в якості вихідних будемо використовувати релятивістське квазігідродинамічне рівняння

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \left(\mathbf{v}_\alpha \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) + \nu \right\} \mathbf{v}_\alpha = \frac{e_\alpha}{m_\alpha \gamma_\alpha} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_\alpha \times \mathbf{B}] - \frac{\mathbf{v}_\alpha (\mathbf{v}_\alpha \mathbf{E})}{c^2} \right\} - \frac{\mathbf{v}_{T,\alpha}^2}{3} \left\{ \frac{1}{n_\alpha} \frac{\partial n_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\gamma_\alpha^2}{2c^2} \frac{\partial \mathbf{v}_\alpha^2}{\partial \mathbf{r}} \right\}, \quad (1.7)$$

рівняння неперервності

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial (n_\alpha \cdot \mathbf{v}_\alpha)}{\partial \mathbf{r}} = 0, \quad (1.8)$$

і рівняння Максвелла в диференціальній формі

$$\text{rot} \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{\alpha=1}^2 e n_\alpha \mathbf{v}_\alpha, \quad \text{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \text{div} \mathbf{E} = 4\pi \sum_{\alpha=1}^2 e n_\alpha, \quad \text{div} \mathbf{B} = 0. \quad (1.9)$$

де $e = -|e|$ — заряд електрона; m_e — маса спокою електрона; ν — частота зіткнення частинок; n_α — концентрація α -го сорту частинок; $\gamma_\alpha = (1 - \mathbf{v}_\alpha^2 / c^2)^{-1/2}$ — релятивістський фактор α -го сорту частинок; c — швидкість світла в вакуумі; \mathbf{v}_α — вектор швидкості відповідного сорту частинок; \mathbf{r} — радіус-вектор; \mathbf{E} — напруженість електричного поля; \mathbf{B} — індукція магнітного поля.

1.1.2 Застосування методу усереднених характеристик

Для пошуку самоузгодженого рішення квазігідродинамічного рівняння (1.7), рівняння неперервності (1.8) і рівнянь Максвелла (1.9) в досліджуваних системах, необхідно розбити задачу формально на три незалежних етапи:

- 1) пошук рішень задачі руху частинок плазми і гвинтового РЕП в заданих електромагнітних полях;
- 2) знаходження розв'язку задачі для концентрації електронів пучка і плазми, вважаючи, що швидкості і електромагнітні поля відомі;
- 3) рішення задачі збудження електромагнітних полів, враховуючи, що швидкості і концентрації частинок відомі функції.

Задачі руху і неперервності будемо вирішувати за допомогою методу усереднених характеристик [1, 22-23, 66], задачу збудження електромагнітних полів - за допомогою методу повільно змінних амплітуд. Зростання хвиль в досліджуваних плазмо-пучкових системах будемо описувати в рамках часової задачі. При розгляді такої модельної задачі вважається, що амплітуди і фази хвиль є функціями тільки часу. При цьому враховуємо, що початкові умови однакові в будь-якій точці простору. Розглянемо особливості застосування методу усереднених характеристик для вирішення задач руху і неперервності в плазмо-пучковому супергетеродинному ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками при врахуванні множинних параметричних резонансів вищих гармонік хвиль.

При розв'язку задачі руху використовувати релятивістське квазігідродинамічне рівняння (1.7). Розв'язок рівняння (1.7) будемо шукати у рамках адіабатичного наближення, при якому початкові значення амплітуди поля приймаються рівними нулю при $t \rightarrow -\infty$. У цьому випадку амплітуда поля повільно зростає за експоненціальним законом. Таким чином, часовий інтервал зростання амплітуди поля відрізняється від інших тимчасових інтервалів процесів, які протікають в досліджуваних системах.

Отже, відповідно до методу усереднених характеристик [1, 22-23, 66] здійснюємо перехід від рівняння в частинних похідних (1.7) до його характеристик, рівнянням в повних похідних

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}_\alpha}{dt} &= \frac{e_\alpha}{m_\alpha \gamma_\alpha} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_\alpha \times \mathbf{B}] - \frac{(\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}_\alpha) \mathbf{v}_\alpha}{c^2} \right) \\ \frac{d\gamma_\alpha}{dt} &= \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \frac{(\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}_\alpha)}{c^2}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Запишемо систему (1.10) через проекції векторів на вісі x , y , z , а також доповнимо її рівняннями для швидких фаз. Вважаємо, що з часом t амплітуди хвиль змінюються повільно. Для опису такої залежності введемо повільний час, $\tau = t/\xi$ де ξ — великий параметр завдання, який має наступний вигляд

$$\xi \sim \left| \frac{d\psi}{dt} \right| \left/ \left| \frac{dx}{dt} \right| \right. \gg 1.$$

ψ — швидка фаза; x — повільна змінна. В результаті отримуємо систему рівнянь у стандартному вигляді [1–2]:

$$\frac{dv_{\alpha x}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_\alpha} \left[E_x + \frac{1}{c} (v_{\alpha y} B_z - v_{\alpha z} B_y) - \frac{v_{\alpha x}}{c^2} (v_{\alpha x} E_x + v_{\alpha y} E_y + v_{\alpha z} E_z) \right], \quad (1.11)$$

$$\frac{dv_{\alpha y}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_\alpha} \left[E_y - \frac{1}{c} (v_{\alpha x} B_z - v_{\alpha z} B_x) - \frac{v_{\alpha y}}{c^2} (v_{\alpha x} E_x + v_{\alpha y} E_y + v_{\alpha z} E_z) \right], \quad (1.12)$$

$$\frac{dv_{\alpha z}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_\alpha} \left[E_z + \frac{1}{c} (v_{\alpha x} B_y - v_{\alpha y} B_x) - \frac{v_{\alpha z}}{c^2} (v_{\alpha x} E_x + v_{\alpha y} E_y + v_{\alpha z} E_z) \right], \quad (1.13)$$

$$\frac{d\gamma_\alpha}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_\alpha} [E_x v_{\alpha x} + E_y v_{\alpha y} + E_z v_{\alpha z}], \quad \frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{\xi}, \quad (1.14)$$

$$\frac{dp_{1,\alpha}}{dt} = \omega_1 - k_1 v_{\alpha z} \equiv \Omega_{1,\alpha}, \quad \frac{dp_{2,\alpha}}{dt} = \omega_2 - k_2 v_{\alpha z} \equiv \Omega_{2,\alpha}, \quad (1.15)$$

$$\frac{dp_{3,\alpha,m}}{dt} = m\omega_{3,1} - k_{3,m}v_{\alpha z} \equiv \Omega_{3,\alpha,m} \quad (1.16)$$

де E_x, E_y, E_z — компоненти вектора напруженості електричного поля;

B_x, B_y, B_z — компоненти вектора індукції магнітного поля; $p_{1,\alpha} = \omega_1 t - k_1 z$ — фаза електромагнітної хвилі сигналу; $p_{2,\alpha} = \omega_2 t - k_2 z$ — фаза накачки; $p_{3,\alpha,m} = \omega_{3,m} t - k_{3,m} z$ — фаза електронної хвилі просторового заряду m -ої гармоніки.

Рівняння (1.11)–(1.14) описують зміни повільних змінних, (1.15)–(1.16) — швидких. У зв'язку з використанням гвинтових релятивістських електронних пучків в плазмо-пучкових СЛВЕ необхідно враховувати, що при не нульовому куті вльоту β електронів пучка, відносно поздовжнього фокусу чого магнітного поля, електрони в незбуреному стані рухаються по колах в поперечній площині з циклотронною частотою ω_H . У зв'язку з цим в просторі швидкостей здійснюють перехід від прямокутної декартової системи координат $\mathbf{v}_\alpha = (v_{\alpha x}, v_{\alpha y}, v_{\alpha z})$ до циліндричної $\mathbf{v}_\alpha = (v_{\alpha\perp}, p_{\alpha 0}, v_{\alpha z})$, відповідна заміна записується у стандартному вигляді:

$$v_{\alpha x} = v_{\alpha\perp} \cos p_{\alpha 0}, \quad v_{\alpha y} = v_{\alpha\perp} \sin p_{\alpha 0}. \quad (1.17)$$

де $p_{\alpha 0}$ — обертальна фаза α -го сорту частинок; $v_{\alpha\perp}$ — поперечна швидкість.

З урахуванням даної заміни рівняння руху (1.11)–(1.14) записуються у виді

$$\begin{aligned} \frac{dv_{\alpha\perp}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_\alpha} & \left[\cos p_{\alpha 0} \left(E_x - \frac{v_{\alpha z}}{c} B_y \right) + \sin p_{\alpha 0} \left(E_y + \frac{v_{\alpha z}}{c} B_x \right) - \right. \\ & \left. - \frac{v_{\alpha\perp}}{c^2} \left(E_x v_{\alpha\perp} \cos p_{\alpha 0} + E_y v_{\alpha\perp} \sin p_{\alpha 0} + E_z v_{\alpha z} \right) \right], \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_{\alpha z}}{dt} = & \frac{e}{m_e \gamma_\alpha} \left[E_z + \frac{v_{\alpha \perp}}{c} (B_y \cos p_{\alpha 0} - B_x \sin p_{\alpha 0}) - \right. \\ & \left. - \frac{v_{\alpha z}}{c^2} (E_x v_{\alpha \perp} \cos p_{\alpha 0} + E_y v_{\alpha \perp} \sin p_{\alpha 0} + E_z v_{\alpha z}) \right], \end{aligned} \quad (1.19)$$

$$\frac{d\gamma_\alpha}{dt} = \frac{e}{m_e c^2} [E_x v_{\alpha \perp} \cos p_{\alpha 0} + E_y v_{\alpha \perp} \sin p_{\alpha 0} + E_z v_{\alpha z}], \quad (1.20)$$

$$\frac{dp_{\alpha 0}}{dt} = -\frac{\omega_H}{\gamma_\alpha} + \frac{e}{m_e \gamma_\alpha v_{\alpha \perp}} \left[\cos p_{\alpha 0} \left(E_y + \frac{v_{\alpha z}}{c} B_x \right) - \sin p_{\alpha 0} \left(E_x - \frac{v_{\alpha z}}{c} B_y \right) \right] \equiv \Omega_{0\alpha}. \quad (1.21)$$

При використанні асимптотичних схем переходять до усереднених і осциляторним компонентів. Таким чином, заміну (1.17) записують в наступному вигляді

$$v_{\alpha x} = (\bar{v}_{\alpha \perp} + \tilde{v}_{\alpha \perp}) \cos(\bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{p}_{\alpha 0}), \quad v_{\alpha y} = (\bar{v}_{\alpha \perp} + \tilde{v}_{\alpha \perp}) \sin(\bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{p}_{\alpha 0}). \quad (1.22)$$

де

$$\bar{p}_{\alpha 0} = -\int_0^t \frac{eB_0}{cm_e \bar{\gamma}_\alpha} dt'$$

— незбурена фаза обертання електронів в поздовжньому магнітному полі;

$$\bar{v}_{\alpha \perp} = \sqrt{(1 - 1/\bar{\gamma}_\alpha^2)} \cdot \sin \beta \cdot c$$

— $\tilde{p}_{\alpha 0}$ — осциляторна складова фази обертання; $\tilde{v}_{\alpha \perp}$ — осциляторна перпендикулярна компонента вектора швидкості пучка; перпендикулярна складова вектора незбуреної швидкості α -го сорту пучка.

Знаходження розв'язків системи (1.18)–(1.21) за умови використання заміни (1.22) має дві математичні проблеми. Перша пов'язана з тим, що в рівнянні для фази $p_{\alpha 0}$ (1.21) є ділення на перпендикулярну складову вектора швидкості $v_{\alpha \perp}$, яка в свою чергу для плазми дорівнює нулю $v_{p \perp} = 0$. Друга

проблема пов'язана з тим, що в (1.22) аргумент гармонічної функції $\cos(\bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{p}_{\alpha 0})$ і $\sin(\bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{p}_{\alpha 0})$ залежить від осциляторної фази $\tilde{p}_{\alpha 0}$. Через це з'являється необхідність розкладання цих функцій в ряд Фур'є-Бесселя. Це потрібно для виконання розкладання рівняння Максвелла (1.9) в ряди Фур'є і отримання диференціальних рівнянь для амплітуд гармонік хвиль. Щоб використовувати отримані розв'язки системи (1.18)–(1.21) для знаходження густини струму, що входять в рівняння Максвелла, потрібно виконати зворотний перехід від функцій Бесселя до гармонічних функцій. У системах, що досліджуються, велика кількість гармонік ХПЗ одночасно бере участь у трихвильових резонансних взаємодіях. Саме тому, зворотні і прямі перетворення в таких задачах стають незручними і громіздкими обчислювальними процедурами. Вони знижують ефективність обчислювальної процедури. У зв'язку з цим, виникає завдання про пошук більш оптимальної процедури розв'язування мультигармонічних задач в плазмо-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими релятивістськими електронними пучками.

Тому пропонується ввести принципово іншу заміну змінних порівняно з (1.22):

$$v_{\alpha x} = \bar{v}_{\alpha \perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}, \quad v_{\alpha y} = \bar{v}_{\alpha \perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y}, \quad (1.23)$$

де $\tilde{v}_{\alpha x}$, $\tilde{v}_{\alpha y}$ — осциляторні x - і y - компоненти вектора швидкості пучка і плазми.

В результаті використання заміни (1.23) проводити прямі і зворотні перетворення Фур'є-Бесселя стало непотрібно. Так як функції $\cos p_{\alpha 0}$ і $\sin p_{\alpha 0}$ не залежать від осциляторної компоненти фази обертання $\tilde{p}_{\alpha 0}$. Також, застосовуючи заміну (1.23) в мультигармонічних задачах плазмо-пучкових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими РЕП, можна

використовувати систему рівнянь (1.11)–(1.14), але при цьому доповнивши її співвідношенням для фази, яка швидко обертається, $p_{0\alpha}$.

$$\frac{dp_{\alpha 0}}{dt} = -\frac{eB_0}{m_\alpha \gamma_\alpha} \equiv \Omega_{\alpha 0}. \quad (1.24)$$

Порівнюючи співвідношення (1.21) і (1.24) для фази обертання частинок α -го сорту пучка бачимо, що останнє співвідношення набагато простіше. Також відзначимо, що в співвідношенні (1.24) на відміну від (1.21) немає доданка в якому перпендикулярна складова вектора швидкості $v_{\alpha\perp}$ знаходиться в знаменнику. Тому проблеми з розподілом на нуль в цьому випадку немає.

Отже, для знаходження рішень системи (1.11)–(1.14) будемо використовувати метод усереднених характеристик [1, 22-23, 66], а також заміну (1.23). Відповідно до цього методу запишемо для системи (1.11)–(1.14) вектор повільних змінних \mathbf{x} , вектор-функцію \mathbf{X} , вектор швидких фаз $\boldsymbol{\psi}$ і вектор фазових швидкостей $\boldsymbol{\Omega}$ в явному вигляді

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \{x_{v_{\alpha x}}, x_{v_{\alpha y}}, x_{v_{\alpha z}}, x_{\gamma_\alpha}, x_\tau\} = \{v_{\alpha x}, v_{\alpha y}, v_{\alpha z}, \gamma_\alpha, \tau\}, \\ \frac{1}{\xi} \mathbf{X} &= \frac{1}{\xi} \{X_{v_{\alpha x}}, X_{v_{\alpha y}}, X_{v_{\alpha z}}, X_{\gamma_\alpha}, X_\tau\}, \\ \frac{1}{\xi} X_{v_{\alpha x}} &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \left(1 - \frac{\tilde{\gamma}_\alpha}{\bar{\gamma}_\alpha} + \left(\frac{\tilde{\gamma}_\alpha}{\bar{\gamma}_\alpha} \right)^2 \right) \left[E_x - \frac{1}{c} (\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z}) B_y + \frac{1}{c} (\bar{v}_{\alpha\perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y}) B_0 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\bar{v}_{\alpha\perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x})}{c^2} (E_x (\bar{v}_{\alpha\perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}) + E_y (\bar{v}_{\alpha\perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y}) + E_z (\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z})) \right], \\ \frac{1}{\xi} X_{v_{\alpha y}} &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \left(1 - \frac{\tilde{\gamma}_\alpha}{\bar{\gamma}_\alpha} + \left(\frac{\tilde{\gamma}_\alpha}{\bar{\gamma}_\alpha} \right)^2 \right) \left[E_y - \frac{1}{c} (\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z}) B_x + \frac{1}{c} (\bar{v}_{\alpha\perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}) B_0 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\bar{v}_{\alpha\perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y})}{c^2} (E_x (\bar{v}_{\alpha\perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}) + E_y (\bar{v}_{\alpha\perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y}) + E_z (\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z})) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\xi} X_{v_{\alpha z}} &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \left(1 - \frac{\tilde{\gamma}_\alpha}{\bar{\gamma}_\alpha} + \left(\frac{\tilde{\gamma}_\alpha}{\bar{\gamma}_\alpha} \right)^2 \right) \left[E_z + \frac{1}{c} (B_y (\bar{v}_{\alpha \perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}) - B_x (\bar{v}_{\alpha \perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y})) \right] - \\
&\quad - \frac{(\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z})}{c^2} (E_x (\bar{v}_{\alpha \perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}) + E_y (\bar{v}_{\alpha \perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y}) + E_z (\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z})), \\
\frac{1}{\xi} X_{\gamma_\alpha} &= \frac{e}{m_e c^2} (E_x (\bar{v}_{\alpha \perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}) + E_y (\bar{v}_{\alpha \perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y}) + E_z (\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z})), \\
\frac{1}{\xi} X_\tau &= \frac{1}{\xi}, \quad \Psi = \{p_{1,p}, p_{2,p}, p_{3,p,1}, \dots, p_{3,p,N}, p_{0p}, p_{1,b}, p_{2,b}, p_{3,b,1}, \dots, p_{3,b,N}, p_{0b}\}, \\
\Omega &= \{\Omega_{1,p}, \Omega_{2,p}, \Omega_{3,p,1}, \dots, \Omega_{3,p,N}, \Omega_{0p}, \Omega_{1,b}, \Omega_{2,b}, \Omega_{3,b,1}, \dots, \Omega_{3,b,N}, \Omega_{0b}\} \quad (1.25)
\end{aligned}$$

Далі використовуємо описаний в [1–2, 68–69] алгоритм модернізованого методу усереднених характеристик для випадку декількох швидких фаз. Згідно з цим алгоритмом переходимо від неусереднених змінних до усереднених повільних змінних. Для цього використовуємо модернізовану заміну Крилова-Боголюбова [1–2] і заміну (1.23) в якій осциляторні добавки залежать від неусередненого вектора швидких фаз Ψ

$$\begin{aligned}
v_{\alpha x} &= \bar{v}_{\alpha \perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{\alpha x}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad v_{\alpha y} = \bar{v}_{\alpha \perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{\alpha y}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \\
v_{\alpha z} &= \bar{v}_{\alpha z} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{\alpha z}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad \gamma_\alpha = \bar{\gamma}_\alpha + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\gamma_\alpha}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \\
\tau &= \bar{\tau} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_\tau^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi).
\end{aligned} \quad (1.26)$$

Зауважимо, що усереднені змінні задовольняють системі

$$\frac{d\bar{v}_{\alpha \perp}}{dt} \cos \bar{p}_{\alpha 0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_{\alpha x}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{v}_{\alpha \perp}}{dt} \sin \bar{p}_{\alpha 0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_{\alpha y}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}),$$

$$\frac{d\bar{v}_{\alpha z}}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_{\alpha z}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{\gamma}_{\alpha}}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\gamma_{\alpha}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad (1.27)$$

$$\frac{d\bar{\tau}}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\tau}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}).$$

У рівняннях (1.26) шукана функція $\mathbf{u}^{(n)}$ має вид [1–2, 67]

$$\mathbf{u}^{(n)} = \sum_{m_1=-N}^{m_1=+N} \dots \sum_{m_k=-N}^{m_k=+N} \frac{\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}}{i(m_1\Omega_1 + \dots + m_k\Omega_k)} \exp(i(m_1\psi_1 + \dots + m_k\psi_k)). \quad (1.28)$$

Відзначимо, що випадки, коли знаменники в (1.28) обертаються в нуль

$$m_1\Omega_1 + \dots + m_k\Omega_k = 0, \quad (1.29)$$

називають комбінаційними резонансами. Тому, не один з знаменників розв'язків (1.28) не повинен обертатися в нуль, іншими словами, осциляторна функція $\mathbf{u}^{(n)}$ повинна визначатися тільки не резонансними компонентами $\mathbf{g}^{(n)}$.

На відміну від функції $\mathbf{u}^{(n)}$ рішення для функції $\mathbf{A}^{(n)}$ визначаються як резонансними компонентами так і середніми значеннями $\langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle$. Тому рішення для функції $\mathbf{A}^{(n)}$ має такий вигляд [1, 22-23, 66-67]

$$\mathbf{A}^{(n)} = \mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)} \Big|_{m_1\Omega_1 + \dots + m_k\Omega_k = 0}, \quad (1.30)$$

У наведених рішеннях (1.28) і (1.30) використовувалося наступне позначення

$$\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_\kappa}^{(n)} = \langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle_{m_1 \psi_1, \dots, m_\kappa \psi_\kappa} = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^\kappa \cdot \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \mathbf{g}^{(n)} e^{-i(m_1 \psi_1 + \dots + m_\kappa \psi_\kappa)} d\psi_1 \dots d\psi_\kappa$$

Функції $\mathbf{g}^{(n)}$ до третього наближення по $1/\xi$ мають вигляд [1, 68–69]:

$$\mathbf{g}^{(1)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\bar{\mathbf{x}}, \psi), \quad (1.31)$$

$$\mathbf{g}^{(2)} = \frac{1}{\xi^2} \sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right), \quad (1.32)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}^{(3)} = & \frac{1}{\xi^3} \left[\sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(2,j)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right) + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial^2 \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} \right) \right]. \quad (1.33) \end{aligned}$$

При вирішенні завдання руху обмежимося кубічним наближенням по $1/\xi$. Враховуючи, що $\cos p_{0\alpha} = (\exp(ip_{0\alpha})/2 + c.c.)$ і $\sin p_{0\alpha} = ((-i)\exp(ip_{0\alpha})/2 + c.c.)$ знаходимо за допомогою функцій $\mathbf{u}^{(n)}$ і $\mathbf{A}^{(n)}$, відповідно рішення рівнянь (1.28) і (1.30). Співвідношення для осциляторної компоненти швидкості $\tilde{v}_{\alpha x}^{(1)}$ в першому наближенні записуються у вигляді

$$\begin{aligned} u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)} = & u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_1)} e^{imp_1} + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_2)} e^{imp_2} + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_3)} e^{imp_3} + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_1+p_0)} e^{i(mp_1+p_0)} + \\ & + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_2+p_0)} e^{i(mp_2+p_0)} + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_3+p_0)} e^{i(mp_3+p_0)} + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_1-p_0)} e^{i(mp_1-p_0)} + \\ & + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_2-p_0)} e^{i(mp_2-p_0)} + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_3-p_0)} e^{i(mp_3-p_0)} + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_1+2p_0)} e^{i(mp_1+2p_0)} + \\ & + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_2+2p_0)} e^{i(mp_2+2p_0)} + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_3+2p_0)} e^{i(mp_3+2p_0)} + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_1-2p_0)} e^{i(mp_1-2p_0)} + \\ & + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_2-2p_0)} e^{i(mp_2-2p_0)} + u_{v_{\alpha x, m}}^{(1)(p_3-2p_0)} e^{i(mp_3-2p_0)} + c.c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_\chi) &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x, m}(\bar{\tau})}{i(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} + s_\chi \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \times \right. \\
&\quad \left. \times \left(\frac{\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m}}{\omega_{\chi, m}} - \frac{\bar{v}_{\alpha \perp}^2}{2c^2} (1 - i\omega_{H, \alpha} s_\chi) \right) \exp(ip_{\alpha, \chi, m}) + c.c. \right], \\
\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_3 + p_0) &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{v}_{\alpha \perp} \bar{v}_{\alpha z}}{2c^2} \sum_{m=1}^N \left[\frac{E_{3z, m}(\bar{\tau})}{i\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} \left(\frac{\omega_{H, \alpha}}{2\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} - 1 \right) \exp(ip_{\alpha, 3, m} + ip_{\alpha 0}) + c.c. \right], \\
\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_3 - p_0) &= \frac{(-1)e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{v}_{\alpha \perp} \bar{v}_{\alpha z}}{2c^2} \sum_{m=1}^N \left[\frac{E_{3z, m}(\bar{\tau})}{\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} \left(\frac{\omega_{H, \alpha}}{2\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} - 1 \right) \exp(ip_{\alpha, 3, m} - ip_{\alpha 0}) + c.c. \right], \\
\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_\chi + 2p_0) &= \frac{(-1)e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{v}_{\alpha \perp}^2}{8c^2} (i\omega_{H, \alpha} + 2) \times \\
&\quad \times \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x, m}(\bar{\tau})(1 + s_\chi)}{i(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} + \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \exp(ip_{\alpha, \chi, m} + 2p_{\alpha 0}) + c.c. \right], \\
\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_\chi - 2p_0) &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{v}_{\alpha \perp}^2}{8c^2} (i\omega_{H, \alpha} - 2) \times \\
&\quad \times \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x, m}(\bar{\tau})(1 - s_\chi)}{i(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} - \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \exp(ip_{\alpha, \chi, m} - 2p_{\alpha 0}) + c.c. \right], \\
\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_3) &= \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_1 \pm p_0) = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_2 \pm p_0) = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_3 \pm 2p_0) = 0.
\end{aligned}$$

Аналогічно отримуємо вирази в першому наближенні для осциляторної складової швидкості $\tilde{v}_{\alpha y}^{(1)}$

$$\begin{aligned}
u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)} &= u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_1) e^{imp_1} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_2) e^{imp_2} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_3) e^{imp_3} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_1 + p_0) e^{i(mp_1 + p_0)} + \\
&\quad + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_2 + p_0) e^{i(mp_2 + p_0)} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_3 + p_0) e^{i(mp_3 + p_0)} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_1 - p_0) e^{i(mp_1 - p_0)} + \\
&\quad + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_2 - p_0) e^{i(mp_2 - p_0)} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_3 - p_0) e^{i(mp_3 - p_0)} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_1 + 2p_0) e^{i(mp_1 + 2p_0)} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_2+2p_0)} e^{i(mp_2+2p_0)} + u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_3+2p_0)} e^{i(mp_3+2p_0)} + u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_1-2p_0)} e^{i(mp_1-2p_0)} + \\
& + u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_2-2p_0)} e^{i(mp_2-2p_0)} + u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_3-2p_0)} e^{i(mp_3-2p_0)} + c.c., \\
& \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_\chi)} = \frac{(-1)e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi y, m}(\bar{\tau})}{(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} + s_\chi \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \times \right. \\
& \left. \times \left(\frac{\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m}}{\omega_{\chi, m}} - \frac{\bar{v}_{\alpha \perp}^2}{2c^2} (1 - i\omega_{H, \alpha} s_\chi) \right) \exp(ip_{\alpha, \chi, m}) + c.c. \right], \\
& \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_3+p_0)} = \frac{(-1)e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{v}_{\alpha \perp} \bar{v}_{\alpha z}}{2c^2} \sum_{m=1}^N \left[\frac{E_{3z, m}(\bar{\tau})}{\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} \left(\frac{\omega_{H, \alpha}}{2\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} - 1 \right) \exp(ip_{\alpha, 3, m} + ip_{\alpha 0}) + c.c. \right], \\
& \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_3-p_0)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{v}_{\alpha \perp} \bar{v}_{\alpha z}}{2c^2} \sum_{m=1}^N \left[\frac{E_{3z, m}(\bar{\tau})}{i\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} \left(\frac{\omega_{H, \alpha}}{2\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} - 1 \right) \exp(ip_{\alpha, 3, m} - ip_{\alpha 0}) + c.c. \right], \\
& \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_\chi+2p_0)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{v}_{\alpha \perp}^2}{8c^2} (i\omega_{H, \alpha} + 2) \times \\
& \times \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi y, m}(\bar{\tau})(1+s_\chi)}{(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} + \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \exp(ip_{\alpha, \chi, m} + 2p_{\alpha 0}) + c.c. \right], \\
& \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_\chi-2p_0)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{v}_{\alpha \perp}^2}{8c^2} (i\omega_{H, \alpha} - 2) \times \\
& \times \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi y, m}(\bar{\tau})(1-s_\chi)}{(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} - \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \exp(ip_{\alpha, \chi, m} - 2p_{\alpha 0}) + c.c. \right], \\
& \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_3)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_1 \pm p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_2 \pm p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y}, m}^{(1)(p_3 \pm 2p_0)} = 0.
\end{aligned}$$

Осциляторні складові швидкості $\tilde{v}_{\alpha z}^{(1)}$ в першому наближенні мають вигляд

$$\begin{aligned}
u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)} & = u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_1)} e^{imp_1} + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_2)} e^{imp_2} + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_3)} e^{imp_3} + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_1+p_0)} e^{i(mp_1+p_0)} + \\
& + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_2+p_0)} e^{i(mp_2+p_0)} + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_3+p_0)} e^{i(mp_3+p_0)} + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_1-p_0)} e^{i(mp_1-p_0)} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_2-p_0)} e^{i(mp_2-p_0)} + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_3-p_0)} e^{i(mp_3-p_0)} + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_1+2p_0)} e^{i(mp_1+2p_0)} + \\
& + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_2+2p_0)} e^{i(mp_2+2p_0)} + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_3+2p_0)} e^{i(mp_3+2p_0)} + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_1-2p_0)} e^{i(mp_1-2p_0)} + \\
& + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_2-2p_0)} e^{i(mp_2-2p_0)} + u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_3-2p_0)} e^{i(mp_3-2p_0)} + c.c.,
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_3)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \left(1 - \frac{\bar{v}_{\alpha z}^2}{c^2} \right) \sum_{m=1}^N \left[\frac{E_{3z, m}(\bar{\tau})}{i \bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} \exp(ip_{\alpha, 3, m}) + c.c. \right],$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_\chi+p_0)} &= \frac{e \bar{v}_{\alpha \perp}}{2 m_e \bar{\gamma}_\alpha} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x, m}(\bar{\tau})(1+s_\chi)}{i(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} + \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \times \right. \\
& \times \left. \left(\left(1 - \frac{\bar{v}_{\alpha z}^2}{c^2} \right) - \frac{\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m}}{\omega_{\chi, m}} \right) \exp(ip_{\alpha, \chi, m} + ip_{\alpha 0}) + c.c. \right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_\chi-p_0)} &= \frac{e \bar{v}_{\alpha \perp}}{2 m_e \bar{\gamma}_\alpha} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x, m}(\bar{\tau})(1-s_\chi)}{i(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} - \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \times \right. \\
& \times \left. \left(\left(1 - \frac{\bar{v}_{\alpha z}^2}{c^2} \right) - \frac{\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m}}{\omega_{\chi, m}} \right) \exp(ip_{\alpha, \chi, m} - ip_{\alpha 0}) + c.c. \right],
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_1)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_2)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_3 \pm p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_1 \pm 2p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_2 \pm 2p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z}, m}^{(1)(p_3 \pm 2p_0)} = 0.$$

Осциляторні функції релятивістського фактора в першому наближенні $\tilde{\gamma}_\alpha^{(1)}$ мають вигляд

$$\begin{aligned}
u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)} &= u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_1)} e^{imp_1} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_2)} e^{imp_2} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_3)} e^{imp_3} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_1+p_0)} e^{i(mp_1+p_0)} + \\
& + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_2+p_0)} e^{i(mp_2+p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_3+p_0)} e^{i(mp_3+p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_1-p_0)} e^{i(mp_1-p_0)} + \\
& + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_2-p_0)} e^{i(mp_2-p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_3-p_0)} e^{i(mp_3-p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_1+2p_0)} e^{i(mp_1+2p_0)} + \\
& + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_2+2p_0)} e^{i(mp_2+2p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_3+2p_0)} e^{i(mp_3+2p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_1-2p_0)} e^{i(mp_1-2p_0)} + \\
& + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_2-2p_0)} e^{i(mp_2-2p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_3-2p_0)} e^{i(mp_3-2p_0)} + c.c.,
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\gamma\alpha,m}^{(1)(p_3)} = \frac{e\bar{v}_{\alpha z}}{m_e c^2} \sum_{m=1}^N \left[\frac{E_{3z,m}(\bar{\tau})}{i\bar{\Omega}_{\alpha,3,m}} \exp(ip_{\alpha,3,m}) + c.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\gamma\alpha,m}^{(1)(p_\chi+p_0)} = \frac{e\bar{v}_{\alpha\perp}}{2m_e c^2} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x,m}(\bar{\tau})(1+s_\chi)}{i(\bar{\Omega}_{\alpha,\chi,m} + \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \exp(ip_{\alpha,\chi,m} + ip_{\alpha 0}) + c.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\gamma\alpha,m}^{(1)(p_\chi-p_0)} = \frac{e\bar{v}_{\alpha\perp}}{2m_e c^2} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x,m}(\bar{\tau})(1-s_\chi)}{i(\bar{\Omega}_{\alpha,\chi,m} - \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \exp(ip_{\alpha,\chi,m} - ip_{\alpha 0}) + c.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\gamma\alpha,m}^{(1)(p_1)} e^{imp_1} + \frac{1}{\xi} u_{\gamma\alpha,m}^{(1)(p_2)} e^{imp_2} = \frac{1}{\xi} u_{\gamma\alpha,m}^{(1)(p_3 \pm p_0)} =$$

$$= \frac{1}{\xi} u_{\gamma\alpha,m}^{(1)(p_1 \pm 2p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\gamma\alpha,m}^{(1)(p_2 \pm 2p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\gamma\alpha,m}^{(1)(p_3 \pm 2p_0)} = 0.$$

Далі запишемо для першого наближення функції $\mathbf{A}^{(1)}$

$$A_{v_{\alpha x}}^{(1)} = 0, A_{v_{\alpha y}}^{(1)} = 0, A_{v_{\alpha z}}^{(1)} = 0, A_{\gamma\alpha}^{(1)} = 0, A_{\tau}^{(1)} = 1.$$

Таким чином, використовуючи рішення (1.28) і (1.30), а також функції (1.31)–(1.33) отримуємо, аж до третього наближення по $1/\xi$, рішення для системи (1.26), а також для постійних складових (1.27). Відзначимо, що завдяки використанню запропонованої заміни (1.23) (замість стандартної (1.22)) при вирішенні завдання руху загальний алгоритм знаходження швидкостей значно спростився.

Для вирішення задачі концентрації використовуємо рівняння неперервності (1.8). Запишемо його в компонентному вигляді

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial(n_\alpha \cdot v_{\alpha x})}{\partial x} + \frac{\partial(n_\alpha \cdot v_{\alpha y})}{\partial y} + \frac{\partial(n_\alpha \cdot v_{\alpha z})}{\partial z} = 0 \quad (1.34)$$

Розв'язок рівняння неперервності шукаємо аналогічно задачі руху. Перетворюємо рівняння неперервності (1.34) до стандартного виду [1–2],

враховуючи, що $\partial(n_\alpha \cdot v_{\alpha x})/\partial x = 0$ та $\partial(n_\alpha \cdot v_{\alpha y})/\partial y = 0$. Далі доповнюємо його рівняннями для швидких фаз (1.15)–(1.16), (1.24). При цьому вважаємо функції швидкостей (1.26) і повільно змінних амплітуд електромагнітних полів, вже відомими функціями. В результаті записуємо систему для задачі неперервності в стандартному вигляді

$$\frac{dn_\alpha}{dt} = -n_\alpha \frac{\partial v_{\alpha z}}{\partial z}, \quad (1.35)$$

$$\frac{dp_{1,\alpha}}{dt} = \omega_1 - k_1 v_{\alpha z} \equiv \Omega_{1,\alpha}, \quad \frac{dp_{2,\alpha}}{dt} = \omega_2 - k_2 v_{\alpha z} \equiv \Omega_{2,\alpha}, \quad (1.36)$$

$$\frac{dp_{3,\alpha,m}}{dt} = m\omega_{3,1} - k_{3,m} v_{\alpha z} \equiv \Omega_{3,\alpha,m}, \quad \frac{dp_{0,\alpha}}{dt} = \frac{eB_0}{m_\alpha c \gamma_\alpha} \equiv \Omega_{0,\alpha}.$$

Запишемо для системи (1.35)–(1.36) вектор повільних змінних \mathbf{x} , вектор-функцію \mathbf{X} і вектори швидких фаз Ψ в явному вигляді

$$\mathbf{x} = \{x_{n_\alpha}\} = \{n_\alpha\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_{n_\alpha}\} = \left\{ -n_\alpha \frac{\partial v_{\alpha z}}{\partial z} \right\},$$

$$\Psi = \{p_{1,p}, p_{2,p}, p_{3,p,1}, \dots, p_{3,p,N}, p_{0,p}, p_{1,b}, p_{2,b}, p_{3,b,1}, \dots, p_{3,b,N}, p_{0b}\}, \quad (1.37)$$

$$\Omega = \{\Omega_{1,p}, \Omega_{2,p}, \Omega_{3,p,1}, \dots, \Omega_{3,p,N}, \Omega_{0,p}, \Omega_{1,b}, \Omega_{2,b}, \Omega_{3,b,1}, \dots, \Omega_{3,b,N}, \Omega_{0b}\}.$$

Далі використовуємо описаний в [1–2, 68–69] алгоритм модернізованого методу усереднених характеристик, для випадку багатьох швидких фаз, відповідно до якого здійснюємо перехід до усереднених змінним

$$n_\alpha = \bar{n}_\alpha + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{u}_{n_\alpha}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \quad (1.38)$$

Зауважимо, що усереднена змінна концентрації задовольняє співвідношенню

$$\frac{d\bar{n}_\alpha}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{A}_{n_\alpha}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (1.39)$$

Використовуючи рішення (1.28) і (1.30) знаходимо осциляторні $\mathbf{u}^{(n)}$ і постійні $\mathbf{A}^{(n)}$ функції концентрації пучка і плазми n_α . Функції $\mathbf{u}^{(n)}$ і $\mathbf{A}^{(n)}$ для першого наближення мають такий вигляд [1]

$$\begin{aligned} u_{n_{\alpha,m}}^{(1)} = & u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1)} e^{imp_1} + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2)} e^{imp_2} + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3)} e^{imp_3} + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1+p_0)} e^{i(mp_1+p_0)} + \\ & + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2+p_0)} e^{i(mp_2+p_0)} + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3+p_0)} e^{i(mp_3+p_0)} + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1-p_0)} e^{i(mp_1-p_0)} + \\ & + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2-p_0)} e^{i(mp_2-p_0)} + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3-p_0)} e^{i(mp_3-p_0)} + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1+2p_0)} e^{i(mp_1+2p_0)} + \\ & + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2+2p_0)} e^{i(mp_2+2p_0)} + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3+2p_0)} e^{i(mp_3+2p_0)} + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1-2p_0)} e^{i(mp_1-2p_0)} + \\ & + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2-2p_0)} e^{i(mp_2-2p_0)} + u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3-2p_0)} e^{i(mp_3-2p_0)} + c.c., \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\xi} u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3)} = \frac{e\bar{n}_\alpha}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \left(1 - \frac{\bar{v}_{\alpha z}^2}{c^2} \right) \sum_{m=1}^N \left[\frac{k_{3,m} E_{3z,m}(\bar{\tau})}{\bar{\Omega}_{\alpha,3,m}} \exp(ip_{\alpha,3,m}) + c.c. \right],$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_\chi+p_0)} = & \frac{e\bar{v}_{\alpha\perp} \bar{n}_\alpha}{2m_e \bar{\gamma}_\alpha} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{k_{\chi,m} E_{\chi x,m}(\bar{\tau})(1+s_\chi)}{(\bar{\Omega}_{\alpha,\chi,m} + \Omega_{\alpha 0})} \times \right. \\ & \left. \times \left(\left(1 - \frac{\bar{v}_{\alpha z}^2}{c^2} \right) - \frac{\bar{\Omega}_{\alpha,\chi,m}}{\omega_{\chi,m}} \right) \exp(ip_{\alpha,\chi,m} + ip_{\alpha 0}) + c.c. \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_\chi-p_0)} = & \frac{e\bar{v}_{\alpha\perp} \bar{n}_\alpha}{2m_e \bar{\gamma}_\alpha} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{k_{\chi,m} E_{\chi x,m}(\bar{\tau})(1-s_\chi)}{(\bar{\Omega}_{\alpha,\chi,m} - \Omega_{\alpha 0})} \times \right. \\ & \left. \times \left(\left(1 - \frac{\bar{v}_{\alpha z}^2}{c^2} \right) - \frac{\bar{\Omega}_{\alpha,\chi,m}}{\omega_{\chi,m}} \right) \exp(ip_{\alpha,\chi,m} - ip_{\alpha 0}) + c.c. \right], \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\xi} u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1)} = \frac{1}{\xi} u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2)} = \frac{1}{\xi} u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3 \pm p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1 \pm 2p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2 \pm 2p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3 \pm 2p_0)} = 0,$$

$$\frac{1}{\xi} A_{n_\alpha}^{(1)} = 0, \quad A_\tau^{(1)} = 1.$$

Таким чином, завдяки заміні (1.23), рішенням (1.28)—(1.30) і функціям (1.31)—(1.33) знаходимо осциляторні $\mathbf{u}^{(n)}$ і постійні $\mathbf{A}^{(n)}$ функції рішень (1.38)—(1.39) з точністю до кубічних доданків по $1/\xi$.

1.2 Модель плазмово-пучкового супергетеродинного ЛВЕ доплертронного типу з гвинтовим РЕП

1.2.1 Модель

Модель плазмово-пучкового супергетеродинного лазера на вільних електронах доплертронного типу з гвинтовим РЕП представлена на рис. 1.2. В якості моделі досліджуваного приладу розглядаємо плазмове середовище 1 з ленгмюрівською частотою ω_p , через яке проходить електронний пучок 2, який характеризується ленгмюрівською частотою ω_b . Розглядаємо випадок, коли $\omega_b \ll \omega_p$.

Досліджувана система знаходиться в подовжньому фокусуючому магнітному полі з індукцією B_0 , яка спрямована уздовж вісі системи Z (рис. 1.2). Вважаємо, що циклотронна частота ω_H обертання електронів в подовжньому магнітному полі набагато менше плазмової частоти $\omega_H \ll \omega_p$. Вектор швидкості електронів гвинтового релятивістського пучка \mathbf{v}_b спрямований під кутом β по відношенню до вісі Z , так що $\operatorname{tg}\beta = v_{b\perp} / v_{bz}$, де $v_{b\perp}$ і v_{bz} – його поперечна і подовжня компоненти.

В якості накачки використовуємо інтенсивну циркулярно-поляризовану низькочастотну електромагнітну хвилю з частотою $\omega_{2,1}$ і хвильовим числом $k_{2,1}$, яка поширюється вздовж вісі системи Z назустріч електронному пучку. Частота хвилі накачки менше циклотронної частоти: $\omega_{2,1} \ll \omega_H$. На вхід системи також подається слабка високочастотна циркулярно-поляризована

електромагнітна хвиля сигналу, яка характеризується частотою $\omega_{1,1}$ і хвильовим числом $k_{1,1}$.

Завдяки параметрично-резонансному зв'язку між взаємодіючими хвилями, в досліджуваному приладі збуджується хвиля просторового заряду з частотою $\omega_{3,1}$ і хвильовим числом $k_{3,1}$. Умова такого параметричного резонансу має вигляд:

$$\omega_{3,1} = \omega_{1,1} - \omega_{2,1}, \quad k_{3,1} = k_{1,1} + k_{2,1}. \quad (1.40)$$

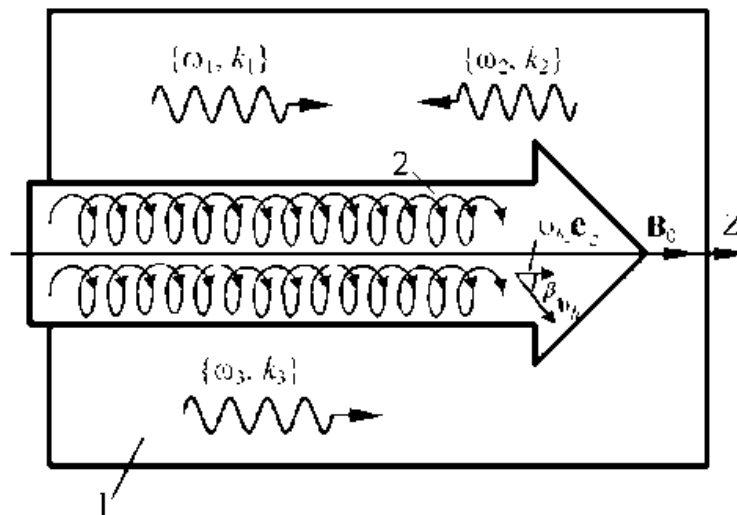


Рисунок 1.2 — Схема плазмо-пучкового супергетеродинного ЛВЕ доплертронного типу з гвинтовим РЕП

Завдяки параметрично-резонансному зв'язку між взаємодіючими хвилями, в досліджуваному приладі збуджується хвиля просторового заряду з частотою $\omega_{3,1}$ і хвильовим числом $k_{3,1}$. Умова такого параметричного резонансу має вигляд:

$$\omega_{3,1} = \omega_{1,1} - \omega_{2,1}, \quad k_{3,1} = k_{1,1} + k_{2,1}. \quad (1.41)$$

При цьому врахуємо, що в другій умови співвідношення (1.41) хвильове число накачки має значення $k_{2,1} = -|k_{2,1}|$.

В результаті використання гвинтового релятивістського електронного пучка в досліджуваному плазмо-пучковому супергетеродинному ЛВЕ збуджуються коливання на циклотронній частоті та її гармоніках. Тому, в системі мають місце додаткові трихвильові параметричні резонанси. Умови, таких резонансів мають вигляд

$$\begin{aligned}\omega_{3,1} &= (\omega_{1,1} \pm \omega_H/\gamma_b) - (\omega_{2,1} \pm \omega_H/\gamma_b), \\ \omega_{3,1} &= (\omega_{1,1} \pm 2\omega_H/\gamma_b) - (\omega_{2,1} \pm 2\omega_H/\gamma_b), \dots\end{aligned}\quad (1.42)$$

Особливість досліджуваного плазмо-пучкового СЛВЕ є те, що тут хвиля просторового заряду, яка зростає за рахунок плазмо-пучкової нестійкості характеризується квазілінійним законом дисперсії. Тому частоти і хвильові числа m -х гармонік ХПЗ пропорційні номеру гармоніки m : $\omega_{3,m} = \omega_{3,1} \cdot m$, $k_{3,m} \approx k_{3,1} \cdot m$. Це призводить до того, що гармоніки ХПЗ взаємодіють одна з одною через механізм трихвильового параметричного резонансу. Позначивши номери гармонік як m_1 , m_2 , m_3 , запишемо умови трихвильових параметричних резонансів в плазмо-пучковому СЛВЕ з гвинтовим РЕП і доплертронною накачкою для вищих гармонік ХПЗ у вигляді

$$\omega_{3,m_1} = \omega_{3,m_2} + \omega_{3,m_3}, \quad k_{3,m_1} = k_{3,m_2} + k_{3,m_3}, \quad (1.43)$$

$$\begin{aligned}\omega_{3,m_1} &= (\omega_{3,m_2} \pm \omega_H/\gamma_b) + (\omega_{3,m_3} \mp \omega_H/\gamma_b), \\ \omega_{3,m_1} &= (\omega_{3,m_2} \pm 2\omega_H/\gamma_b) + (\omega_{3,m_3} \mp 2\omega_H/\gamma_b), \dots\end{aligned}\quad (1.44)$$

Зі співвідношень (1.43)–(1.44) можемо записати загальну умову множинних параметричних взаємодій у вигляді

$$m_1 = m_2 + m_3. \quad (1.45)$$

Зауважимо, що номери гармонік, є цілими числами. Тому умова (1.45) може бути виконано багатьма способами, наприклад, $4=3+1$, $3=6-3$ і так далі. Такі трихвильові взаємодії призводять до генерації та посилення вищих гармонік ХПЗ. Тому даний ефект необхідно враховувати при аналізі нелінійної динаміки хвиль в плазмо-пучковому СЛВЕ доплертронного типу з гвинтовим РЕП.

1.2.2 Система кубічних нелінійних вкорочених рівнянь для комплексних амплітуд хвиль

Електричні \mathbf{E} і магнітні \mathbf{B} компоненти електромагнітних полів хвиль сигналу (індекс 1) і накачки (індекс 2) в досліджуваному плазмо-пучковому СЛВЕ записуємо в монохроматичному вигляді

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= (E_{1x}\mathbf{e}_x + E_{1y}\mathbf{e}_y)e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c., \quad \mathbf{E}_2 = (E_{2x}\mathbf{e}_x + E_{2y}\mathbf{e}_y)e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + c.c., \\ \mathbf{B}_1 &= (B_{1x}\mathbf{e}_x + B_{1y}\mathbf{e}_y)e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c., \quad \mathbf{B}_2 = (B_{2x}\mathbf{e}_x + B_{2y}\mathbf{e}_y)e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + c.c.. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Як вже говорилося вище, в досліджуваному плазмо-пучковому СЛВЕ має місце ефект збудження вищих гармонік ХПЗ. Тому напруженість електричного поля хвилі ХПЗ має мультигармонічний характер

$$\mathbf{E}_3 = \sum_{m=1}^N (E_{3z,m} e^{i(m\omega_3 t - k_{3,m} z)} + c.c.) \mathbf{e}_z, \quad (1.47)$$

де N — кількість гармонік ХПЗ, які враховуються при вирішенні задачі.

Таким чином, електричні і магнітні поля в робочому об'ємі плазмопучкового супергетеродинного ЛВЕ доплертронного типу з гвинтовим релятивістським електронним пучком мають вигляд

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3, \quad \mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \mathbf{V}_0. \quad (1.48)$$

Відзначимо, що амплітуди електричних і магнітних полів повільно змінюються з часом t . Розглядаємо випадок, коли розкидом електронів за швидкостями, а також їх зіткненнями можна знехтувати. В якості вихідних рівнянь використовуємо релятивістське квазігідродинамічне рівняння (1.7), рівняння неперервності (1.8) і рівняння Максвелла (1.9). Рішення задачі руху (1.26) і неперервності (1.38) були отримані раніше. Для вирішення задачі про розвиток електромагнітних полів використовуємо метод повільно змінних амплітуд.

Запишемо систему (1.9) через проєкції векторів на вісі x , y , z при цьому враховуємо, що в досліджуваній моделі швидкості, концентрації і електромагнітні поля залежать тільки від поздовжньої координати z і часу t

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial z} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t}, \quad -\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t}, \\ -\frac{\partial B_y}{\partial z} &= \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{\alpha=1}^2 (e_{\alpha} n_{\alpha} v_{\alpha x}), \quad \frac{\partial B_x}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{\alpha=1}^2 (e_{\alpha} n_{\alpha} v_{\alpha y}) \quad (1.49) \\ 0 &= \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{\alpha=1}^2 (e_{\alpha} n_{\alpha} v_{\alpha z}). \end{aligned}$$

тут і далі індекс α приймає значення b і p (індексом b характеризуємо параметри пучка, індексом p — параметри плазми).

Далі підставимо рішення швидкостей (1.26) і концентрації (1.38) в систему (1.49). При цьому враховуємо, що вирази для швидкості і концентрацій парціальних пучків отримані модернізованим методом усереднених

характеристик, і мають вигляд рядів по малому параметру $1/\xi$. Тому їх необхідно розкласти в ряди по гармонікам швидких фаз. В результаті аналітичних перетворень отримуємо в кубічному наближенні для комплексних амплітуд перших гармонік x - і y - компонент напруженості електричного поля сигналу (E_{1x}, E_{1y}) , x - і y - компонент напруженості електричного поля накачки (E_{2x}, E_{2y}) і m -х гармонік напруженості електричного поля ХПЗ $(E_{3z,m})$ систему звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}
K_2 \frac{d^2 E_{1x}}{dt^2} + K_1 \frac{dE_{1x}}{dt} &= K_3 E_{3z} E_{2x} + F_{1x}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{U}_{\perp\alpha}, \bar{U}_{z\alpha}, \bar{n}_\alpha), \\
K_2 \frac{d^2 E_{1y}}{dt^2} + K_1 \frac{dE_{1y}}{dt} &= K_3 \eta_1 \eta_2 E_{3z} E_{2y} + F_{1y}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{U}_{\perp\alpha}, \bar{U}_{z\alpha}, \bar{n}_\alpha), \\
M_2 \frac{d^2 E_{2x}}{dt^2} + M_1 \frac{dE_{2x}}{dt} &= M_3 E_{3z}^* E_{1x} + F_{2x}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{U}_{\perp\alpha}, \bar{U}_{z\alpha}, \bar{n}_\alpha), \\
M_2 \frac{d^2 E_{2y}}{dt^2} + M_1 \frac{dE_{2y}}{dt} &= M_3 \eta_1 \eta_2 E_{3z}^* E_{1y} + F_{2y}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{U}_{\perp\alpha}, \bar{U}_{z\alpha}, \bar{n}_\alpha), \\
C_{2,m} \frac{d^2 E_{3z,m}}{dt^2} + C_{1,m} \frac{dE_{3z,m}}{dt} + D_{3m} E_{3z,m} &= C_{3,m} (E_{1x} E_{2x}^* + E_{1y} E_{2y}^*) + \\
+ C_4 \left\langle \int E_z \left(\int E_z dp_3 \right) dp_3 \right\rangle_{p_{3,m}} + C_5 \left\langle \left(\int E_z dp_3 \right)^2 \right\rangle_{p_{3,m}} &+ F_{3z,m}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{U}_{\perp\alpha}, \bar{U}_{z\alpha}, \bar{n}_\alpha).
\end{aligned} \tag{1.50}$$

Із системи (1.50) випливає, що для досліджуваного плазмо-пучкового СЛВЕ власними є циркулярно-поляризовані електромагнітні хвилі, зв'язок амплітуд полів яких має наступний вигляд

$$\eta_\chi = E_{\chi y} / (iE_{\chi x}) = \pm 1, \tag{1.51}$$

де η_χ — знакова функція, яка характеризує напрямок обертання вектора напруженості електричного поля циркулярно-поляризованих хвиль сигналу $\chi=1$ і накачки $\chi=2$.

В системі (1.50)

$$K_1 = \frac{\partial D_1}{\partial(i\omega_1)}; K_2 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_1}{\partial(i\omega_1)^2}; M_1 = \frac{\partial D_2}{\partial(i\omega_2)}; M_2 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_2}{\partial(i\omega_2)^2};$$

$$C_{1,m} = \frac{\partial D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)}; C_{2,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)^2};$$

де $D_1 = D(\omega_1, k_1)$, $D_2 = D(\omega_2, k_2)$ — дисперсійні функції поперечних циркулярно-поляризованих електромагнітних хвиль сигналу (ω_1, k_1) і накачки (ω_2, k_2) , відповідно

$$D(\omega_\chi, k_\chi) = \frac{i}{c\omega_\chi} \left\{ k_\chi^2 c^2 - \omega_\chi^2 + \sum_{\alpha}^{b,p} \left[\frac{\omega_\alpha^2}{\bar{\gamma}_\alpha (\Omega_{\alpha\chi} + \eta_\chi \omega_{H,\alpha})^2} \times \right. \right.$$

$$\left. \left. \times \left(\Omega_{\alpha\chi} (\Omega_{\alpha\chi} + \eta_\chi \omega_{H,\alpha}) - \frac{\bar{v}_{\alpha\perp}^2 (\omega_\chi^2 - k_\chi^2 c^2)}{2c^2} \right) \right] \right\}; \quad (1.52)$$

$D_{3,m} = D(m\omega_3, k_{3,m})$ — дисперсійна функція m -х гармонік ХПЗ

$$D_{3,m} = \frac{-im\omega_3}{c} \left(1 - \sum_{\alpha}^{b,p} \frac{\omega_\alpha^2 (1 - \bar{v}_{\alpha z}^2 / c^2)}{(m\omega_3 - k_{3,m} \bar{v}_{\alpha z})^2 \bar{\gamma}_\alpha} \right); \quad (1.53)$$

$K_3, M_3, C_{3,m}$ — коефіцієнти диференціальних рівнянь, які характеризують параметрично-резонансну взаємодію хвиль в досліджуваній системі, залежать від частот, хвильових чисел і параметрів досліджуваної системи;

$$F_{1x}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\perp\alpha}, \bar{v}_{z\alpha}, \bar{n}_\alpha) = \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_{\alpha}^{p,b} \frac{1}{\xi^3} \left(\bar{n}_\alpha u_{\nu\alpha}^{(3)} + u_{n_\alpha}^{(1)} u_{\nu\alpha}^{(2)} + u_{n_\alpha}^{(2)} u_{\nu\alpha}^{(1)} + u_{n_\alpha}^{(3)} \bar{v}_{\alpha\perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} \right) \right\rangle_{p_1};$$

$$\begin{aligned}
F_{1y}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\perp\alpha}, \bar{v}_{z\alpha}, \bar{n}_\alpha) &= \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_{\alpha} \frac{p, b}{\xi^3} \left(\bar{n}_\alpha u_{v_{\alpha y}}^{(3)} + u_{n_\alpha}^{(1)} u_{v_{\alpha y}}^{(2)} + u_{n_\alpha}^{(2)} u_{v_{\alpha y}}^{(1)} + u_{n_\alpha}^{(3)} \bar{v}_{\alpha\perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} \right) \right\rangle_{p_1}; \\
F_{2x}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\perp\alpha}, \bar{v}_{z\alpha}, \bar{n}_\alpha) &= \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_{\alpha} \frac{p, b}{\xi^3} \left(\bar{n}_\alpha u_{v_{\alpha x}}^{(3)} + u_{n_\alpha}^{(1)} u_{v_{\alpha x}}^{(2)} + u_{n_\alpha}^{(2)} u_{v_{\alpha x}}^{(1)} + u_{n_\alpha}^{(3)} \bar{v}_{\alpha\perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} \right) \right\rangle_{p_2}; \\
F_{2y}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\perp\alpha}, \bar{v}_{z\alpha}, \bar{n}_\alpha) &= \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_{\alpha} \frac{p, b}{\xi^3} \left(\bar{n}_\alpha u_{v_{\alpha y}}^{(3)} + u_{n_\alpha}^{(1)} u_{v_{\alpha y}}^{(2)} + u_{n_\alpha}^{(2)} u_{v_{\alpha y}}^{(1)} + u_{n_\alpha}^{(3)} \bar{v}_{\alpha\perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} \right) \right\rangle_{p_2}; \\
F_{3z, m}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\perp\alpha}, \bar{v}_{z\alpha}, \bar{n}_\alpha) &= \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_{\alpha} \frac{p, b}{\xi^3} \left(\bar{n}_\alpha u_{v_{\alpha z}}^{(3)} + u_{n_\alpha}^{(1)} u_{v_{\alpha z}}^{(2)} + u_{n_\alpha}^{(2)} u_{v_{\alpha z}}^{(1)} + u_{n_\alpha}^{(3)} \bar{v}_{\alpha z} \right) \right\rangle_{p_{3, m}}
\end{aligned}$$

— функції, що враховують кубічно-нелінійні доданки відповідних рівнянь; де функції $u_{n_\alpha}^{(1)}/\xi$, $u_{n_\alpha}^{(2)}/\xi^2$, $u_{n_\alpha}^{(3)}/\xi^3$ визначають осциляторні складові концентрації електронів пучка і плазми в першому, другому і третьому наближенні; $u_{v_{\alpha x}}^{(1)}/\xi$, $u_{v_{\alpha x}}^{(2)}/\xi^2$, $u_{v_{\alpha x}}^{(3)}/\xi^3$, $u_{v_{\alpha y}}^{(1)}/\xi$, $u_{v_{\alpha y}}^{(2)}/\xi^2$, $u_{v_{\alpha y}}^{(3)}/\xi^3$, $u_{v_{\alpha z}}^{(1)}/\xi$, $u_{v_{\alpha z}}^{(2)}/\xi^2$, $u_{v_{\alpha z}}^{(3)}/\xi^3$ — осциляторні компоненти, відповідно першого, другого і третього наближень швидкостей електронів пучка і плазми;

$$\begin{aligned}
\langle \dots \rangle_{p_1} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \cdot \exp(ip_1)) dp_1, \quad \langle \dots \rangle_{p_2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \cdot \exp(ip_2)) dp_2, \\
\langle \dots \rangle_{p_{3, m}} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \cdot \exp(-ip_{3, m})) dp_{3, 1}.
\end{aligned}$$

В результаті того, що коефіцієнти системи (1.50) залежать від постійних складових швидкостей $\bar{v}_{\alpha\perp}$, $\bar{v}_{\alpha z}$ і концентрацій \bar{n}_α парціальних пучків, систему рівнянь (1.50) необхідно доповнити диференціальними рівняннями для постійних

$$\begin{aligned}
\frac{d\bar{v}_{\perp\alpha}}{dt} &= V_{\perp\alpha}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\perp\alpha}, \bar{v}_{z\alpha}, \bar{n}_\alpha), \quad \frac{d\bar{v}_{\alpha z}}{dt} = V_{\alpha z}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\alpha\perp}, \bar{v}_{\alpha z}, \bar{n}_\alpha), \\
\frac{d\bar{n}_\alpha}{dt} &= N_\alpha(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\alpha\perp}, \bar{v}_{\alpha z}, \bar{n}_\alpha) \tag{1.54}
\end{aligned}$$

де

$$V_{\alpha\perp} = \sum_{\alpha} \frac{p,b}{\xi^3} A_{v_{\alpha\perp}}^{(3)}, \quad V_{\alpha z} = \sum_{\alpha} \frac{p,b}{\xi^3} A_{v_{\alpha z}}^{(3)}, \quad N_{\alpha} = \sum_{\alpha} \frac{p,b}{\xi^3} A_{n_{\alpha}}^{(3)}$$

— функції, що враховують кубічні нелінійні доданки, які залежать від хвильових чисел, частот, амплітуд полів, постійних складових швидкостей і концентрацій електронів пучка і плазми.

Система укорочених диференціальних рівнянь (1.50) і співвідношення (1.54) описують кубічно-нелінійну динаміку хвиль в плазмо-пучковому супергетеродинному ЛВЕ доплертронного типу з неосьовою інжекцією електронного пучка при обліку множинних параметричних резонансів ХПЗ. Чисельний аналіз даної системи дозволяє визначити механізми і рівні насичення досліджуваного приладу в режимі максимального підсилення при різних кутах вльоту РЕП.

1.2.3 Аналіз динаміки хвиль у слабосигнальному наближенні

Проведемо аналіз можливих режимів трихвильової взаємодії між сигналом, накачки і ХПЗ в плазмо-пучковому СЛВЕ з доплертронною накачкою і гвинтовим релятивістським електронним пучком. Параметри досліджуваної системи представлені в табл. 1.1. Щоб визначити частоти електромагнітних хвиль сигналу $\omega_{1,1}$ і накачки $\omega_{2,1}$, а також їх хвильові числа $k_{1,1}$ і $k_{2,1}$ використовуємо умови параметричного резонансу (1.41)–(1.42), дисперсійне рівняння для електромагнітних хвиль сигналу $D(\omega_1, k_1) = 0$ і накачки $D(\omega_2, k_2) = 0$, де відповідні дисперсійні функції $D(\omega_{\chi}, k_{\chi}) = 0$ визначаються співвідношенням (1.52).

Хвильове число $k_{3,1}$ і частоту $\omega_{3,1}$ першої гармоніки ХПЗ вибираємо таким чином, щоб інкремент зростання ХПЗ був максимальним. Відомо, що

цієї умові при куті вльоту пучка $\beta = 0^\circ$ відповідає значення хвильового числа $k_{3,1} = \omega_p / \bar{v}_{bz} = 38,52 \text{ см}^{-1}$ [21, 64]. Частота $\omega_{3,1}$ (дійсна частина комплексної частоти $\omega'_{3,1}$) визначається зі співвідношення (1.53) $D_{3,1}(\omega_{3,1}, k_{3,1}) = 0$. Знайденим значенням хвильового числа $k_{3,1}$ і частоти $\omega_{3,1}$ відповідає точка O на дисперсійній кривій 3 (рис. 1.3).

Таблиця 1.1 — Параметри плазмо-пучкового СЛВЕ доплертронного типу з гвинтовим РЕП

Параметри	Значення
Ленгмюрівська частота пучка (ω_b)	$2,0 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$
Релятивістський фактор пучка ($\bar{\gamma}_b$)	2,0
Ленгмюрівська частота плазми (ω_p)	$1,0 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$
Індукція фокусувального магнітного поля (B_0)	0,28 Тл
Амплітуда першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі накачки $E_{2,1} = \sqrt{ E_{2x,1} ^2 + E_{2y,1} ^2}$	$6 \cdot 10^4 \text{ В/м}$

Ці рішення також можна легко знайти графічно. На рис. 1.3 представлені дисперсійні криві для високочастотних електромагнітних хвиль сигналу (криві 1 та 2), низькочастотної електромагнітної хвилі накачки (крива 4) і ХПЗ (криві 3) для випадку, коли кут вльоту пучка по відношенню до поздовжнього магнітного поля дорівнює $\beta = 0^\circ$. Крива 1 відповідає правій циркулярно-поляризованій електромагнітній хвилі, якщо дивитися вздовж магнітного поля ($\eta_{\parallel} = -1$), крива 2 — лівої циркулярно-поляризованій електромагнітній хвилі ($\eta_{\parallel} = +1$). Крива 4 відповідає як правій циркулярно-поляризованій електромагнітній хвилі ($\eta_{\parallel} = -1$), так і лівій циркулярно-поляризованій електромагнітній хвилі накачки ($\eta_{\parallel} = +1$).

Для знаходження необхідних частот $\omega_{1,1}$, $\omega_{2,1}$, і хвильових чисел $k_{1,1}$, $k_{2,1}$ хвиль сигналу і накачки, які беруть участь в параметричному резонансі на рис. 1.3 виконаємо паралельний перенос кривої 4 так, щоб точка O' перемістилася в точку O . В результаті крива 4 переміститься в положення 5. Тоді перетин кривої 5 з кривими 1 і 2 дасть шукані значення частот $\omega_{1,1}$ і хвильових чисел $k_{1,1}$ для високочастотної електромагнітної хвилі сигналу. Точки A , B , C і D визначають необхідні частоти і хвильові числа. Щоб визначити частоти $\omega_{2,1}$ і хвильові числа $k_{2,1}$ низькочастотної електромагнітної хвилі накачки необхідно спроектувати знайдені точки A , B , C і D на криву 4 в напрямку паралельного перенесення. Таким чином, точки A' , B' , C' і D' визначають відповідні частоти $\omega_{2,1}$ і хвильові числа $k_{2,1}$. Отже, в плазмо-пучковому супергетеродинному лазері на вільних електронах доплертронного типу трихвильові параметричні взаємодії між хвилями сигналу, накачки і ХПЗ можливі в чотирьох різних режимах, які ми позначимо як A , B , C і D .

Проведемо аналіз рівнів і механізмів насичення в плазмо-пучковому СЛВЕ доплертронного типу з гвинтовим релятивістським електронним пучком. Для цього проаналізуємо систему кубічно-нелінійних звичайних диференціальних рівнянь (1.50) і співвідношення (1.54) за допомогою стандартних чисельних методів. Для цього будемо використовувати стандартні чисельні методи. Параметри системи представлені в табл. 1.1.

Монохроматичний режим взаємодії. Проаналізуємо динаміку хвиль для різних режимів роботи (режими A , B , C і D (рис. 1.3)) при куті вльоту РЕП $\beta = 30^\circ$. На рис. 1.4 представлені залежності амплітуд перших гармонік напруженості електричного поля хвилі сигналу $E_1 = \sqrt{|E_{1x}|^2 + |E_{1y}|^2}$ від нормованого часу $\tau = t \cdot \delta\omega_0$ для чотирьох режимів роботи A , B , C , D . Як нормувальний множник $\delta\omega_0$ для нормованого часу τ взятий інкремент зростання плазмо-пучкової нестійкості при куті вльоту пучка $\beta = 0^\circ$ [21,

64-65]. Відзначимо, що розглядається випадок, коли енергія пучка, а значить і модуль його швидкості залишаються постійним. Тому при зміні кута вльоту β змінюється його поздовжня швидкість v_{bz} , а значить і інкремент зростання плазмо-пучкової нестійкості також змінюється. Тому для того щоб коректно порівнювати динаміку хвиль при різних кутах вльоту β і в різних режимах роботи в якості нормувального множника беремо один і той же множник: інкремент зростання плазмо-пучкової нестійкості при куті вльоту пучка $\beta=0^\circ$.

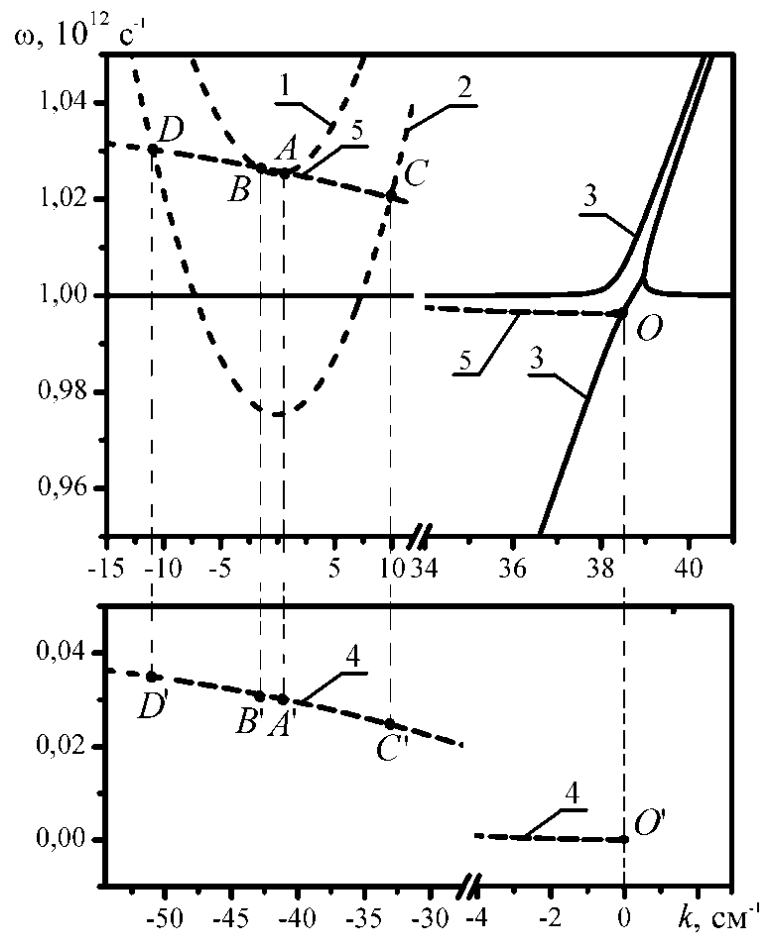


Рисунок 1.3 — Дисперсійні криві хвиль сигналу, накачки і ХПЗ в плазмо-пучковому СЛВЕ доплертронного типу

На рис. 1.4 крива A відповідає режиму A (рис. 1.3), крива B — режиму взаємодії B , крива C — режиму взаємодії C , крива D — режиму

взаємодії D . З рис. 1.4 випливає, що максимальний рівень напруженості електричного поля сигналу досягається в разі режиму D , хоча темп посилення амплітуди сигналу на початковому етапі взаємодії в цьому режимі менше, ніж в режимі C . При цьому слід зазначити, що для всіх режимів, представлених на рис. 1.4, інкремент плазмо-пучкової нестійкості має одне і те ж значення, так як кут вльоту ($\beta = 30^\circ$) при розрахунках кривих рис. 1.4 не змінювався. Параметричний інкремент зростання для режимів A , B , C , D — різний. Саме параметрична взаємодія визначає різну динаміку хвилі сигналу для різних режимів, яка представлена на рис. 1.4. Також відзначимо, що в режимі D в області насичення напруженість електричного поля сигналу досягає значення ~ 6 МВ/м. Довжина хвилі сигналу в вакуумі для цього режиму $\lambda_1 = 2\pi c / \omega_1 \approx 1,8$ мм. Таким чином, в режимі D плазмо-пучковий СЛВЕ може працювати як потужне джерело електромагнітного випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль. Відзначимо, що раніше в рамках кубічно-нелінійного наближення був вивчений в [61] тільки один режим роботи плазмо-пучкового СЛВЕ доплертронного типу, в якому бере участь право поляризована електромагнітна хвиля (на рис. 1.3 крива 1, точка A) при куті вльоту електронного пучка рівного нулю $\beta = 0^\circ$.

Мультигармонічний аналіз динаміки хвиль. Як говорилося раніше в досліджуваному плазмо-пучковому СЛВЕ з гвинтовим РЕП між вищими гармоніками ХПЗ виникають множинні резонансні взаємодії [1-21, 62-63], завдяки чому відбувається генерація і посилення вищих гармонік. Умова таких взаємодій описується співвідношеннями (1.43)–(1.44). З'ясуємо, як впливають множинні параметричні резонанси між гармоніками ВПЗ на рівні насичення високочастотної електромагнітної хвилі сигналу в режимі максимального посилення. Використовуючи стандартні чисельні методи, проаналізуємо систему рівнянь (1.50) і (1.54). При чисельному рішенні будемо враховувати перші десять гармонік хвилі просторового заряду ($N = 10$). Параметри системи наведені в табл. 1.1.

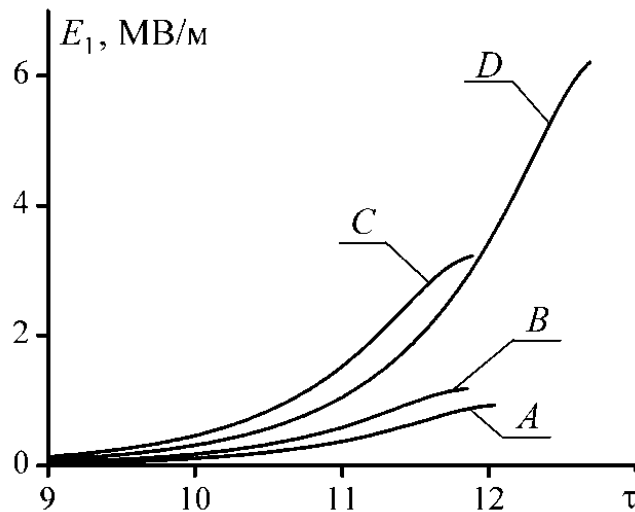


Рисунок 1.4 — Залежності амплітуди 1-ї гармоніки напруженості електричного поля сигналу E_1 від нормованого часу τ

На рис. 1.5 зображено залежність амплітуди першої гармоніки хвилі сигналу $E_{1,1} = \sqrt{|E_{1x,1}|^2 + |E_{1y,1}|^2}$ від нормованого часу $\tau = t \cdot \delta\omega_0$. Розрахунки проведені для режиму взаємодії D (рис. 1.3) при куті вльоту $\beta = 30^\circ$. На цьому рисунку крива 1 представляє результат розрахунку, в якому враховано взаємодію тільки перших гармонік хвиль, крива 2 отримана в результаті розрахунків, в яких враховано вплив множинних трихвильових резонансних взаємодій перших десяти гармонік ХПЗ

Порівнюючи криві 1 і 2 на рис. 1.5 бачимо, що вплив вищих гармонік ХПЗ призводить до зменшення рівня насичення більш, ніж в два рази (крива 2). Це означає, що множинні резонансні взаємодії між гармоніками ХПЗ істотно впливають на нелінійні процеси в плазмо-пучкових СЛВЕ доплертронного типу з гвинтовими електронними пучками. Аналогічний вплив множинних резонансних взаємодій на рівень насичення має місце і для інших режимів роботи досліджуваного типу плазмо-пучкового СЛВЕ (A , B , C). Тому облік таких взаємодій для отримання більш якісного аналізу динаміки хвиль в плазмо-пучкових супергетеродинних ЛВЕ є необхідною умовою. Далі всі розрахунки проводяться з урахуванням множинних взаємодій між вищими гармоніками ХПЗ.

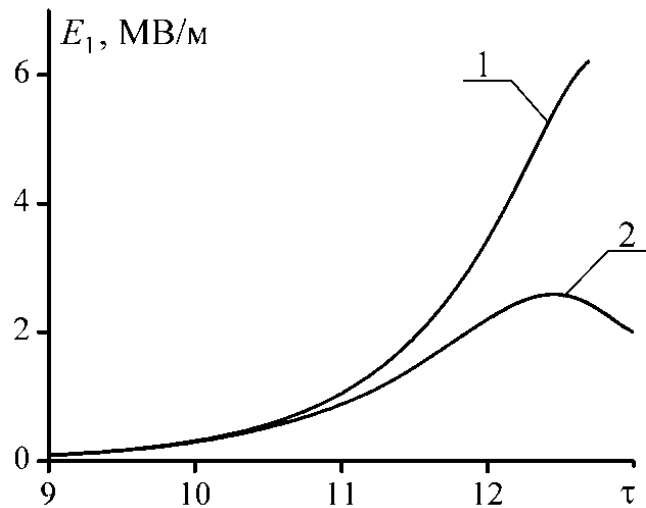


Рисунок 1.5 — Залежності амплітуди першої гармоніки хвилі сигналу $E_{1,1}$ від нормованого часу τ для режиму взаємодії D

На рис. 1.6 представлені залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу $E_{1,1}$ від нормованого часу $\tau = t \cdot \delta\omega_0$ для чотирьох режимів роботи (A , B , C , D) при куті вльоту електронного пучка $\beta = 30^\circ$.

На рис. 1.6 крива A відповідає режиму A (рис. 1.3), крива B – режиму взаємодії B , крива C – режиму взаємодії C , крива D – режиму взаємодії D . З рис. 1.6 випливає, що максимальний рівень напруженості електричного поля сигналу досягається в разі режиму D , хоча темп посилення амплітуди сигналу на початковому етапі взаємодії в цьому режимі менше, ніж в режимі C . Проаналізувавши рівні насичення сигнальної хвилі для різних режимів взаємодії в досліджуваній моделі плазмо-пучкового супергетеродинного ЛВЕ з гвинтовим РЕП (рис. 1.6) можна легко визначити максимальну вихідну потужність електромагнітної хвилі сигналу $P = 16$ МВт і максимальний електронний коефіцієнт корисної дії, який досягає $\sim 30\%$. При цьому врахуємо, що параметри пучка досить помірні для такого класу приладів ($n_b = 1,25 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $\gamma_b = 2$, сила струму 100 А). Відомо, що для підвищення вихідної потужності хвилі сигналу, можна використовувати пучки з

великими струмами. Таким чином, в режимі D плазмо-пучковий супергетеродинний ЛВЕ доплертронного типу може працювати як потужний підсилювач електромагнітного випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль.

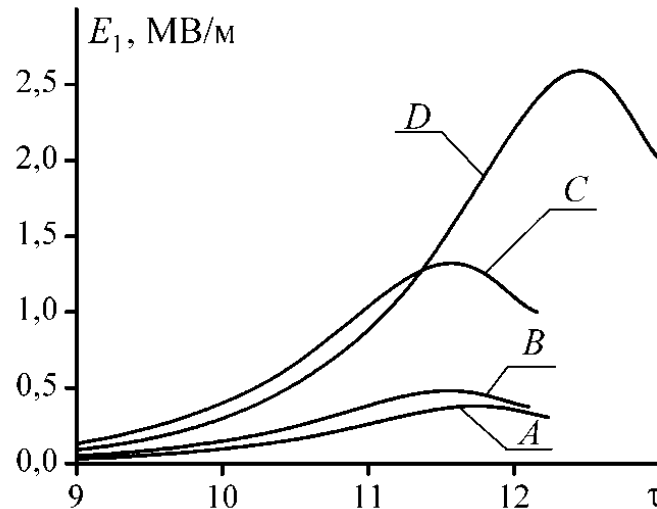


Рисунок 1.6 — Залежність амплітуди 1-ї гармоніки напруженості електричного поля сигналу E_1 від нормованого часу τ , $\beta = 30^\circ$

З'ясуємо, як змінюються рівні насичення електромагнітної хвилі сигналу в залежності від кута вльоту електронного пучка β . На рис. 1.7 представлені залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу від нормованого часу $\tau = t \cdot \delta\omega_0$ при різних кутах вльоту пучка β по відношенню до магнітного поля для режиму взаємодії D .

Крива 1 відповідає куту вльоту $\beta = 0^\circ$, крива 2 відповідає куту вльоту $\beta = 10^\circ$, крива 3 відповідає $\beta = 20^\circ$, крива 4 відповідає $\beta = 30^\circ$. З рис. 1.7 випливає, що на початковому етапі темп посилення хвилі сигналу збільшується зі збільшенням кута вльоту β . Як говорилося раніше це пов'язано зі збільшенням інкременту зростання при збільшенні кута вльоту. З іншого боку, збільшення інкременту зростання також призводить до

збільшення темпу посилення напруженості електричного поля ХПЗ, що призводить до захоплення електронів пучка. Також рис. 1.7 показує, що рівень насичення в режимі взаємодії D при збільшенні кута β незначно знижується. При цьому час насичення також зменшується ($\tau_4 < \tau_3 < \tau_2 < \tau_1$). Відзначимо, що в монохроматичному режимі рівень насичення незначно підвищується. Таким чином, множинні параметричні резонанси між вищими гармоніками ХПЗ якісно впливають на динаміку електромагнітної хвилі сигналу і їх врахування необхідно при побудові кубічно нелінійної теорії плазмо-пучкового СЛВЕ з доплертронною накачкою і гвинтовим РЕП.

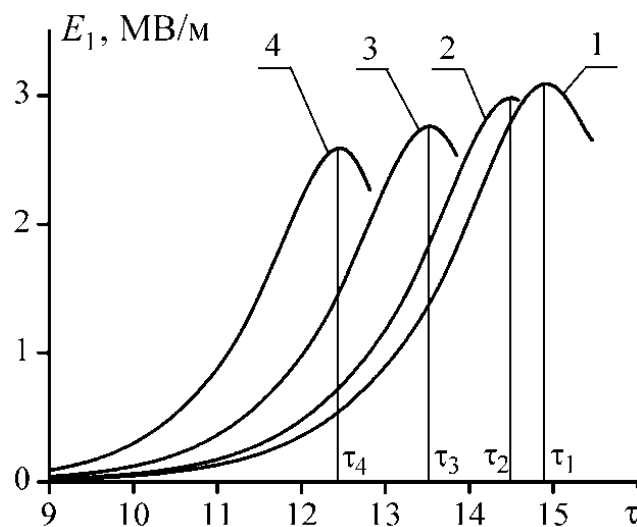


Рисунок 1.7 — Залежності амплітуди 1-ї гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу E_1 від нормованого часу τ

Проведемо аналіз механізмів насичення в даній системі з урахуванням множинних параметричних резонансів. Для цього розглянемо поведінку амплітуди першої гармоніки концентрації плазми, нормованої на постійну складову концентрації електронів плазми $n_{p3,1n} = n_{p3,1} / n_{p0}$ (рис 1.8, крива 1) і амплітуди першої гармоніки концентрації пучка, нормованої на постійну складову концентрації електронів пучка $n_{b3,1n} = n_{b3,1} / n_{b0}$ (рис. 1.8, крива 2) від часу $\tau = t \cdot \delta\omega_0$ в режимі взаємодії D при куті вльоту $\beta = 30^\circ$.

На початковому етапі має місце експоненціальне зростання обох величин. Потім відбувається їх нелінійна стабілізація. При цьому амплітуда 1-ї гармоніки концентрації плазми здійснює регулярні коливання. Ці коливання обумовлені захопленням електронів пучка полем плазмової хвилі. Захоплення стає можливим завдяки, з одного боку, зниженню швидкості пучка електронів до швидкості близької до фазової швидкості плазмової хвилі, а з іншого боку, істотного збільшення інтенсивності плазмової хвилі. В результаті захоплення електрони пучка формуються в згустки, які коливаються в межах квазіпотенціальної ями плазмової хвилі. Ці згустки то віддають плазмовій хвилі енергію, то відбирають назад. Характерною особливістю цього процесу - за одне коливання плазмової хвилі згустки кілька разів стикаються з краями квазіпотенціальної ями. Це призводить до того, що осциляції нормованої амплітуди $n_{b3,1n}$ (рис. 1.8, крива 2) відбуваються в кілька разів частіше осциляцій нормованої амплітуди плазмової хвилі $n_{p3,1n}$ (рис. 1.8, крива 1). При цьому рівень модуляції електронного пучка виявляється приблизно рівним одиниці, тобто в даному випадку має місце повна модуляція пучка.

Розрахунки показують, що вищі гармоніки (в розрахунках враховувалося перших 10 гармонік хвилі ХПЗ) концентрації пучка мають такий же характер осциляцій як і перша гармоніка, їх амплітуда коливань порівнянна з амплітудою коливань першої гармоніки. Так само було отримано, що в монохроматичному режимі ХПЗ (в розрахунках враховувалася тільки перша гармоніка хвилі ХПЗ) амплітуда концентрації електронів пучка не наситилась. Таким чином, врахування взаємодії вищих гармонік ХПЗ істотно впливає на динаміку хвиль в плазмо-пучкових СЛВЕ доплертронного типу з гвинтовими пучками. Аналогічні дослідження «чисто» плазмо-пучкових систем [43-47, 48-50, 54-59 61, 63] показують, що насичення плазмо-пучкової нестійкості обумовлено саме процесами, описаними вище. Тому можна стверджувати, що насичення посилення в

плазмо-пучковому СЛВЕ з доплертронною накачкою і гвинтовим РЕП відбувається, перш за все, завдяки насиченню самої плазмо-пучкової нестійкості шляхом захоплення електронного пучка плазмовою хвилею.

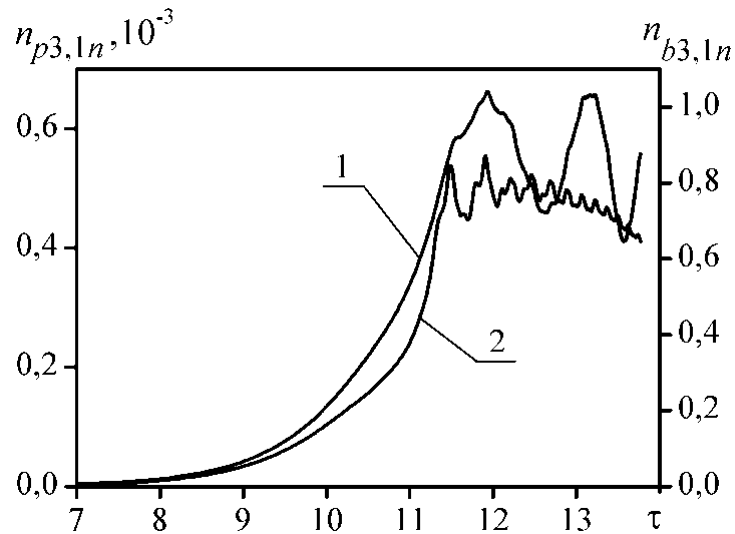


Рисунок 1.8 — Залежно нормованих амплітуд 1-х гармонік концентрацій електронів плазми $n_{p3,1n}$ і пучка $n_{b3,1n}$ від нормованого часу τ .

1.3 Висновки до розділу 1

1. Проведена модернізація методу усереднених характеристик стосовно завдань динаміки мультигармонічних електромагнітних хвиль в плазмово-пучкових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими РЕП. Запропоновано нову заміну змінних, яка спрощує загальний алгоритм обчислення.

2. У плазмо-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими релятивістськими електронними пучками мають місце параметричні резонансні взаємодії хвиль різного типу, які необхідно враховувати при знаходженні власних електромагнітних полів хвиль. Для обліку таких резонансних взаємодій запропонована комбінаційна схема, яка добре адаптована для чисельного моделювання.

3. Побудована самоузгоджена мультигармонічна кубічно-нелінійна теорія плазмо-пучкового супергетеродинного лазера на вільних електронах

доплертронного типу з гвинтовим релятивістським електронним пучком. Отримано кубічно-нелінійна система диференціальних рівнянь для комплексних амплітуд гармонік електромагнітних хвиль з урахуванням множинних параметричних резонансів.

4. Показано, що зі збільшенням кута вльоту β електронного пучка коефіцієнти посилення електромагнітного сигналу збільшуються. Таке збільшення визначається зростанням інкременту зростання плазмо-пучкової нестійкості при збільшенні кута β , що пов'язано зі зменшенням поздовжньої енергії електронів. З'ясовано, що при використанні гвинтових РЕП збільшення інкременту плазмо-пучкової нестійкості спостерігається у всіх режимах трихвильової параметричної взаємодії хвиль.

5. Визначено рівні насичення для чотирьох режимів роботи плазмо-пучкового супергетеродинного ЛВЕ з доплертронною накачкою і гвинтовим електронним пучком. З'ясовано, що режим взаємодії, в якому бере участь незвичайна циркулярно-поляризована хвиля сигналу має найбільшими значеннями ККД ($\sim 30\%$) і вихідної потужності ($P=16$ МВт) електромагнітної хвилі сигналу при помірних параметрах пучка (концентрація електронів пучка $n_b = 1,25 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, релятивістський фактор $\gamma_b = 2$, сила струму 100 А).

6. Проведено урахування множинних параметричних резонансних взаємодій гармонік хвилі просторового заряду в плазмо-пучковому супергетеродинному ЛВЕ з доплертронною накачкою при неосьовому вльоті релятивістського електронного пучка. З'ясовано, що такі резонансні взаємодії грають істотну роль, зокрема, призводять до зменшення рівня насичення сигналу в два і більше разів. Визначено, що насичення в досліджуваному пристрої у всіх режимах відбувається через захоплення електронів пучка плазмовими хвилями.

2 МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ ДВОПОТОКОВІ СУПЕРГЕТЕРОДИННІ ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ З ГВИНТОВИМИ РЕЛЯТИВІСЬКИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ

У мультигармонічних ДСЛВЕ джерелом мультигармонічних хвиль є ХПЗ, яка збуджується в двопотоковому релятивістському електронному пучку. У даному розділі наведено постановку задачі для побудови кубічно-нелінійної теорії мультигармонічних взаємодій хвиль. Проведено аналіз впливу на рівні насичення і на ширину спектра мультигармонічної ХПЗ таких параметрів двопотокового релятивістського електронного пучка, як середнє значення релятивістського фактора, кут вльоту пучка відносно фокусуєчого магнітного поля, плазмова частота парціальних пучків, різниця парціальних релятивістських факторів. Проведено дослідження динаміки хвиль у двопотокових супергетеродинамних лазерах на вільних електронах Н-убітронного та клістронного типів з гвинтовими електронними пучками. Застосування гвинтових пучків у даних системах дає можливість збільшити ефективність роботи приладів. Основні наукові результати розділу опубліковані в працях [3-14].

2.1 Множинні резонансні взаємодії у двопотоковому супергетеродинамному лазері на вільних електронах клістронного типу з гвинтовими електронними пучками

2.1.1 Клістронний двопотоковий супергетеродинамний ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками

Розглядаємо в загальному випадку наступну модель мультигармонічного двопотокового СЛВЕ клістронного типу із гвинтовим двопотоковим електронним пучком (рис. 2.1). Такий пристрій складається із трьох секцій: секції модуляції I, пролітної секції II і прикінцевої секції III. Уздовж осі приладу Z (рис. 2.1) рухається гвинтовий двопотоковий РЕП 1, послідовно проходячи через всі секції пристрою. Гвинтовий двопотоковий РЕП знаходиться у фокусуєчому магнітному полі з

індукцією \mathbf{B}_0 , яке спрямоване уздовж осі Z приладу. Електронний пучок 1 складається із двох парціальних взаємно-проникних гвинтових електронних потоків із близькими за значенням парціальними релятивістськими швидкостями v_1, v_2 ($v_1 - v_2 \ll v_1, v_2$). Швидкості електронів цих пучків спрямовані під кутом α відносно фокусувального магнітного поля з індукцією \mathbf{B}_0 . Плазмові частоти парціальних електронних пучків приймаємо однаковими $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$ виходячи з того, що найбільші інкременти зростання двопотокової нестійкості у гвинтових двопотокових РЕП реалізуються саме за цих умов [7, 70]. Приймаємо, що просторовий заряд пучка є скомпенсованим, у поперечній площині пучок є однорідним, тепловим розкидом і зіткненнями електронів нехтуємо.

На вхід секції модуляції I, у якій створене періодичне реверсивне поперечне циркулярно-поляризоване Н-убітронне магнітне поле з індукцією $\mathbf{B}_{2,1}$ (позиція 2 на рис. 2.1), подається монохроматичний електромагнітний сигнал з напруженістю електричного поля $\mathbf{E}_{1,1}$, частотою $\omega_{1,1}$ й хвильовим числом $k_{1,1}$. Основним призначенням секції модуляції I є збудження у гвинтовому двопотоковому РЕП 1 хвилі просторового заряду. У поданій роботі вивчаємо випадок, коли на вхід модулятора I подається монохроматичний сигнал $\{\omega_{1,1}, k_{1,1}\}$. Тому магнітне поле модулятора з індукцією $\mathbf{B}_{2,1}$ в секції I вибираємо монохроматичним з періодом ондуляції $\lambda_{2,1}$. У результаті трихвильового параметричного резонансу монохроматичної хвилі сигналу $\{\omega_{1,1}, k_{1,1}\}$ з монохроматичним магнітним полем модулятора I у двопотокових електронному пучку збуджується хвиля просторового заряду з напруженістю електричного поля $\mathbf{E}_{3,1}$, частотою $\omega_{3,1}$ й хвильовим числом $k_{3,1}$.

Далі промодульований електронний пучок 1 входить у пролітну секцію II, електромагнітна хвиля сигналу $\{\omega_{1,1}, k_{1,1}\}$ на вході в цю секцію поглинається. Основним призначенням пролітної секції II є підсилення й інтенсивне збудження вищих гармонік ХПЗ як за рахунок множинних трихвильових резонансних взаємодій гармонік ХПЗ, так і за рахунок двопотокової нестійкості. Для реалізації

ефективного збудження вищих гармонік ХПЗ частоту першої гармоніки ХПЗ $\omega_{3,1}$ вибираємо набагато меншою за критичну частоту двопотокової нестійкості ω_{cr} . Завдяки цьому всі гармоніки, частота яких менше критичної частоти ω_{cr} будуть підсилюватися за рахунок двопотокової нестійкості. Також урахуємо, що ХПЗ, які зростають за рахунок двопотокової нестійкості, характеризуються лінійною дисперсійною залежністю. Тому між гармоніками ХПЗ виникає велика кількість трихвильових параметричних резонансних взаємодій, про які говоримо як про множинні резонансні взаємодії. Це призводить до інтенсивного збудження й підсилення гармонік ХПЗ. Відзначимо, що у випадку вибору частоти першої гармоніки ХПЗ $\omega_{3,1}$ набагато меншою, ніж критична частота двопотокової нестійкості ω_{cr} інкремент зростання гармонік ХПЗ буде збільшуватися зі збільшенням номера гармоніки аж до оптимальної частоти $\omega_{opt} = \sqrt{3/8} \cdot \omega_{cr}$, яка відповідає максимальному інкременту зростання [22, 23, 7]. Через це в пролітній секції II стає можливим формування ХПЗ із широким частотним спектром і аномальною ділянкою, у якій більш високі гармоніки мають більші амплітуди.

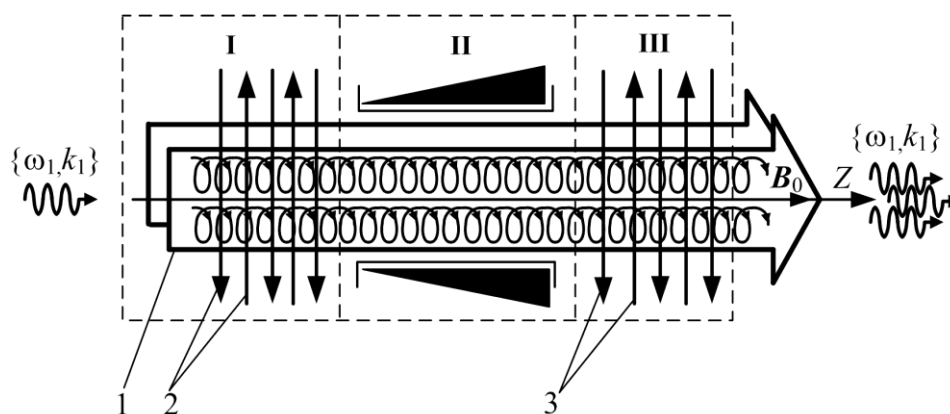


Рисунок 2.1 — Схема мультигармонічного ДСЛВЕ-клістрона Н-убітронного типу із гвинтовим двопотоковим РЕП

Після проходження пролітної секції II гвинтовий РЕП, у якому збуджені вищі гармоніки ХПЗ, спрямовується на вхід прикінцевої секції III. Основним

призначенням прикінцевої секції III є перетворення мультигармонічної хвилі просторового заряду в потужну мультигармонічну електромагнітну хвилю сигналу. Для цього у прикінцевій секції створене мультигармонічне Н-убітронне поле з індукцією $\mathbf{V}_{2,III}$. Завдяки параметричним резонансам між гармоніками ХПЗ і гармоніками мультигармонічного поля накачки $\mathbf{V}_{2,III}$ відбувається генерація мультигармонічного електромагнітного сигналу з напруженістю $\mathbf{E}_{1,III}$ і його підсилення. Фактично, тут відбувається зворотне перетворення енергії мультигармонічної ХПЗ в енергію мультигармонічного електромагнітного сигналу $\mathbf{E}_{1,III}$. При цьому для кожної з гармонік мультигармонічної ХПЗ виконується умова параметричного резонансу з відповідними гармоніками поля накачки й електромагнітного сигналу.

Змінюючи параметри полів накачки $\mathbf{V}_{2,III}$, $\mathbf{V}_{2,I}$, частоту першої гармоніки вхідного сигналу $\mathbf{E}_{1,I}$, довжину пролітної секції, можемо керувати формою спектра ХПЗ, а значить і формою спектра потужного мультигармонічного електромагнітного сигналу на виході ДСЛВЕ, у тому числі, і створювати ультракороткий кластер електромагнітного поля.

Порівнюючи секцію модуляції електронного пучка й прикінцеву секцію, бачимо, що з формальної точки зору їх можна вважати подібними. Головні відмінності між ними стосуються форми спектра накачки та граничних умов. Якщо на вході в секцію модуляції амплітуди всіх гармонік ХПЗ дорівнюють нулю, а амплітуда, принаймні, однієї з гармонік сигналу задається ненульовою, то в прикінцевій секції ми маємо зворотну ситуацію: на вході ненульовими задаються гармоніки ХПЗ, тоді як всі гармоніки сигналу дорівнюють нулю. Тому як для секції модуляції, так і для прикінцевої секції використовуємо одну і ту саму теоретичну модель, у якій, у загальному випадку, поля електромагнітного сигналу, накачки й ХПЗ подаємо мультигармонічними

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_1 &= \sum_{m=1}^N [(E_{1x,m} \mathbf{e}_x + E_{1y,m} \mathbf{e}_y) \exp(ip_{1,m}) + c.c.], \\
\mathbf{B}_1 &= \sum_{m=1}^N [(B_{1y,m} \mathbf{e}_y + B_{1x,m} \mathbf{e}_x) \exp(ip_{1,m}) + c.c.], \\
\mathbf{B}_2 &= \sum_{m=1}^N [(B_{2y,m} \mathbf{e}_y + B_{2x,m} \mathbf{e}_x) \exp(ip_{2,m}) + c.c.], \\
\mathbf{E}_3 &= \sum_{m=1}^N [E_{3z,m} \mathbf{e}_z \exp(ip_{3,m}) + c.c.].
\end{aligned} \tag{1.1}$$

У співвідношеннях (1.1) $E_{1x,m}$, $E_{1y,m}$, $E_{1,m}$, $B_{1y,m}$, $B_{1x,m}$, $B_{2y,m}$, $B_{2x,m}$, $E_{3z,m}$ – проекції амплітуд m -х гармонік відповідних полів, $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ – орти осей X , Y і Z ;

$$p_{\chi,m} = \omega_{\chi,m} \cdot t - k_{\chi,m} \cdot z = m\omega_{\chi,1} \cdot t - k_{\chi,m} \cdot z \tag{1.2}$$

їх фази (індекс χ приймає значення 1, 2 і 3); $\omega_{\chi,m} = m\omega_{\chi,1}$ – їх частоти ($\omega_{2,1} = 0$) і $k_{\chi,m}$ – хвильові числа. З огляду на те, що досліджувана система також знаходиться у постійному поздовжньому фокусувальному магнітному полі $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$, результуючі електричні й магнітні поля в ДСЛВЕ запишемо у вигляді

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_3, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2. \tag{1.3}$$

Взаємодія між хвилями, що збуджуються і розповсюджуються у досліджуваній системі забезпечується завдяки множинним трихвильовим параметричним резонансним взаємодіям. Беремо до уваги різні типи резонансних взаємодій.

2.1.2 Множинні резонансні взаємодії

У досліджуваній системі реалізуються три групи множинних трихвильових параметричних резонансних взаємодій: 1) множинні параметричні резонанси між гармоніками хвилі просторового заряду у всіх секціях пристрою, 2) множинні трихвильові взаємодії між мультигармонічними полями електромагнітної хвилі, магнітного поля накачки й хвилі просторового заряду в прикінцевій секції, 3) між гармоніками електромагнітної хвилі сигналу в прикінцевій секції.

Перша група множинних параметричних резонансних взаємодій між гармоніками хвилі просторового заряду виникає через лінійність дисперсійної характеристики ХПЗ [21, 52, 4, 7-8, 71]. Це означає, що для будь-якої m -ї гармоніки ХПЗ частота $\omega_{3,m}$ й хвильове число $k_{3,m}$ пов'язані із частотою $\omega_{3,1}$ й хвильовим числом $k_{3,1}$ першої гармоніки співвідношенням:

$$\omega_{3,m} = m \cdot \omega_{3,1}, \quad k_{3,m} = m \cdot k_{3,1}. \quad (1.4)$$

Це приводить до того, що для того, щоб m_1 , m_2 й m_3 гармоніки ХПЗ взаємодіяли одна з одною через механізм трихвильового параметричного резонансу

$$P_{3,m1} = P_{3,m2} + P_{3,m3} \quad (1.5)$$

номера гармонік повинні бути пов'язані між собою співвідношенням:

$$m_1 = m_2 + m_3. \quad (1.6)$$

Цій умові задовольняють величезна кількість гармонік. Наприклад, 10-а гармоніка бере участь у таких трихвильових резонансних взаємодіях $10 = 1 + 9$, $10 = 2 + 8$, ..., $10 = 11 - 1$, $10 = 12 - 2$ і так далі.

Друга група множинних резонансних взаємодій пов'язана із трихвильовими параметричними взаємодіями між гармоніками електромагнітної хвилі сигналу, накачки й ХПЗ і реалізується в прикінцевій секції мультигармонічного ДСЛВЕ клістронного типу. Це обумовлено тим, що мультигармонічні поля накачки й електромагнітної хвилі сигналу в цьому діапазоні частот, також як і ХПЗ, характеризуються лінійними дисперсійними залежностями:

$$k_{2,m} = mk_{2,1}, \omega_{2,1} = 0, \quad (1.7)$$

$$\omega_{1,m} = m \cdot \omega_{1,1}, k_{1,m} \approx \omega_{1,m} / c = m\omega_{1,1} / c. \quad (1.8)$$

Тому в прикінцевій секції ДСЛВЕ для кожної трійки m -х гармонік сигналу, накачки й зростаючої ХПЗ мають місце трихвильові резонанси, умови яких мають вигляд

$$\omega_{3,m} = \omega_{1,m}, k_{3,m} = k_{1,m} + k_{2,m} \text{ або } p_{3,m} = p_{1,m} + p_{2,m}. \quad (1.9)$$

Третя група множинних резонансних взаємодій між гармоніками електромагнітної хвилі сигналу обумовлена лінійною дисперсійною залежністю електромагнітної хвилі сигналу в цьому діапазоні частот (1.8). Це означає, що умови трихвильової параметричної взаємодії між m_1 , m_2 й m_3 гармоніками електромагнітного сигналу, аналогічно як і для хвилі ХПЗ, визначаються співвідношенням (1.6) або ж

$$p_{1,m1} = p_{1,m2} + p_{1,m3} \quad (1.10)$$

Таким чином, для гармонік електромагнітної хвилі сигналу також мають місце множинні трихвильові параметричні резонансні взаємодії. На відміну від ХПЗ для електромагнітної хвилі сигналу відсутній додатковий механізм підсилення (зростаюча ХПЗ підсилюється також і за рахунок двопотокової нестійкості).

Наявність обертового руху електронів у поздовжньому магнітному полі приводить до виникнення додаткових трихвильових параметричних резонансних взаємодій:

$$\begin{aligned}
 p_{3,m1} &= p_{3,m2} \pm p_{q0} + p_{3,m3} \mp p_{q0}, \\
 p_{3,m1} &= p_{3,m2} \pm 2p_{q0} + p_{3,m3} \mp 2p_{q0}, \\
 p_{3,m} &= p_{1,m} \pm p_{q0} + p_{2,m} \mp p_{q0}, \\
 p_{3,m} &= p_{1,m} \pm 2p_{q0} + p_{2,m} \mp 2p_{q0}, \\
 p_{1,m1} &= p_{1,m2} \pm p_{q0} + p_{1,m3} \mp p_{q0}, \\
 p_{1,m1} &= p_{1,m2} \pm 2p_{q0} + p_{1,m3} \mp 2p_{q0}.
 \end{aligned} \tag{1.11}$$

Таким чином, у досліджуваній системі реалізуються множинні трихвильові параметричні резонансні взаємодії, які визначені співвідношеннями (1.5), (1.9), (1.10), (1.11). Загальна картина взаємодій виявляється досить складною.

Умова параметричного резонансу для приладів, що досліджуються у даній роботі, має наступний загальний вигляд:

$$p_1 - p_2 = p_3 \tag{1.12}$$

При отриманні системи диференційних рівнянь для амплітуд електромагнітних полів гармонік хвиль у наближенні слабкого сигналу, необхідно урахувати параметричні резонансні взаємодії між п'ятнадцяти швидкоосцилюючими фазами. Таким чином, виникає необхідність у перемноженні двох мультигармонічних рядів наступного типу:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \sum_m^N & (A_{p_{1,m}} e^{ip_{1,m}} + A_{p_{2,m}} e^{ip_{2,m}} + A_{p_{3,m}} e^{ip_{3,m}} + A_{p_{1,m}+p_{q0}} e^{i(p_{1,m}+p_{q0})} + \\
 & + A_{p_{1,m}-p_{q0}} e^{i(p_{1,m}-p_{q0})} + A_{p_{2,m}+p_{q0}} e^{i(p_{2,m}+p_{q0})} + A_{p_{2,m}-p_{q0}} e^{i(p_{2,m}-p_{q0})} + A_{p_{3,m}+p_{q0}} e^{i(p_{3,m}+p_{q0})} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + A_{p_{3,m}-p_{q0}} e^{i(p_{3,m}-p_{q0})} + A_{p_{1,m}+2p_{q0}} e^{i(p_{1,m}+2p_{q0})} + A_{p_{1,m}-2p_{q0}} e^{i(p_{1,m}-2p_{q0})} + \\
& + A_{p_{2,m}+2p_{q0}} e^{i(p_{2,m}+2p_{q0})} + A_{p_{2,m}-2p_{q0}} e^{i(p_{2,m}-2p_{q0})} + A_{p_{3,m}+2p_{q0}} e^{i(p_{3,m}+2p_{q0})} + \\
& + A_{p_{3,m}-2p_{q0}} e^{i(p_{3,m}-2p_{q0})} + c.c.) \times \sum_{m'}^{N'} (B_{p_{1,m'}} e^{ip_{1,m'}} + B_{p_{2,m'}} e^{ip_{2,m'}} + B_{p_{3,m'}} e^{ip_{3,m'}} + \\
& + B_{p_{1,m'}+p_{q0}} e^{i(p_{1,m'}+p_{q0})} + B_{p_{1,m'}-p_{q0}} e^{i(p_{1,m'}-p_{q0})} + B_{p_{2,m'}+p_{q0}} e^{i(p_{2,m'}+p_{q0})} + B_{p_{2,m'}-p_{q0}} e^{i(p_{2,m'}-p_{q0})} + \\
& + B_{p_{3,m'}+p_{q0}} e^{i(p_{3,m'}+p_{q0})} + B_{p_{3,m'}-p_{q0}} e^{i(p_{3,m'}-p_{q0})} + B_{p_{1,m'}+2p_{q0}} e^{i(p_{1,m'}+2p_{q0})} + \\
& B_{p_{1,m'}-2p_{q0}} e^{i(p_{1,m'}-2p_{q0})} + B_{p_{2,m'}+2p_{q0}} e^{i(p_{2,m'}+2p_{q0})} + B_{p_{2,m'}-2p_{q0}} e^{i(p_{2,m'}-2p_{q0})} + \\
& + B_{p_{3,m'}+2p_{q0}} e^{i(p_{3,m'}+2p_{q0})} + B_{p_{3,m'}-2p_{q0}} e^{i(p_{3,m'}-2p_{q0})} + c.c.).
\end{aligned}$$

2.1.3 Вихідні рівняння

Побудувавши нелінійну теорію множинних взаємодій хвиль сигналу, накачки й ХПЗ в прикінцевій секції ми можемо її використати для аналізу нелінійних процесів також і в секції модуляції, і в пролітній секції. При цьому в секції модуляції ми приймаємо, що на вхід подається монохроматична електромагнітна хвиля, а хвиля просторового заряду на вході відсутня. У пролітній секції, навпаки, на вході є тільки ХПЗ, а накачка й хвиля сигналу відсутні.

Як вихідні рівняння для аналізу множинних взаємодій хвиль в прикінцевій секції використовуємо релятивістське квазігідродинамічне рівняння [21], рівняння неперервності й рівняння Максвелла. Зіткненнями електронів між собою та їх розкидом за швидкостями нехтуємо. Модель уважаємо поперечно однорідною. Тоді релятивістське квазігідродинамічне рівняння, рівняння неперервності й рівняння Максвелла можна подати у вигляді

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_{qz} \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathbf{v}_q = \frac{e}{m_e \gamma_q} (\mathbf{E} + [\mathbf{v}_q \times \mathbf{B}] / c - \mathbf{v}_q (\mathbf{v}_q \mathbf{E}) / c^2), \quad (1.13)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_{qz} \frac{\partial}{\partial z} \right) n_q = -n_q \frac{\partial \mathbf{v}_{qz}}{\partial z}, \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_y \frac{\partial B_x}{\partial z} - \mathbf{e}_x \frac{\partial B_y}{\partial z} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{q=1}^2 (en_q \mathbf{v}_q), \\ \mathbf{e}_y \frac{\partial E_x}{\partial z} - \mathbf{e}_x \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi \sum_{q=1}^2 en_q. \end{aligned} \quad (1.15)$$

У цих рівняннях v_{qz} – проекція вектора швидкості \mathbf{v}_q q -го парціального електронного пучка на вісь Z ; γ_q – релятивістський фактор q -го пучка; c – швидкість світла у вакуумі; $e = -|e|$, m_e – заряд та маса електрона відповідно.

Розв'язування системи рівнянь (1.13)–(1.15) розбиваємо на три формально незалежних етапи: 1) знаходження розв'язків задачі руху (1.13) гвинтового двопотокового релятивістського електронного пучка в заданих електромагнітних полях; 2) вирішення рівняння неперервності (1.14), приймаючи, що швидкості електронного пучка є відомими; 3) отримання рішень задачі про збудження електромагнітних полів (1.15) за відомими швидкостями та концентраціями електронного пучка.

Задачі руху й рівняння неперервності вирішуємо за допомогою модернізованого методу усереднених характеристик [2-23, 12], задачу про збудження електромагнітного поля — за допомогою методу повільно змінних амплітуд. При цьому враховуємо особливості множинних трихвильових параметричних резонансних взаємодій хвиль у досліджуваному пристрої.

2.1.4 Застосування модифікованої схеми асимптотичного інтегрування до задач мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками

Модифікований алгоритм у роботах [1–2, 68–69] був продемонстрований у випадку розв'язання часової задачі в моделі мультигармонічного плазмово-пучкового СЛВЕ з гвинтовими електронними пучками. У роботі розглядається стаціонарна модель, у якій перехідні процеси вважаються закінченими, і тому

розв'язується гранична задача, у зв'язку з чим виконується перехід від похідних по часу до похідних по координаті. Даний підхід виявився успішним у випадку розглядання мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками [2, 12].

Для вирішення задачі руху перетворимо рівняння (1.13) до стандартного вигляду [21]. Включимо в таку систему рівняння для швидких фаз $p_{\chi,m}$. Приймаємо, що амплітуди полів повільно змінюються зі зміною поздовжньої координати z . Для опису таких повільних змін амплітуди введемо повільну поздовжню координату $\zeta = z/\xi$, де ξ великий параметр, який визначається відношенням швидкості зміни швидких фаз до швидкості зміни амплітуди. Через те що ми розв'язуємо граничну задачу, то в отриманих рівняннях перейдемо від похідної за часом до похідної за координатою, використовуючи співвідношення $dt = dz/v_z$. У підсумку одержимо систему рівнянь у стандартному вигляді

$$\frac{d\mathbf{v}_q}{dz} = \frac{e}{m_e \gamma_q v_{qz}} \left(\mathbf{E} + \frac{[\mathbf{v}_q \times \mathbf{B}]}{c} - \frac{\mathbf{v}_q (\mathbf{v}_q \mathbf{E})}{c^2} \right), \quad \frac{d\zeta}{dz} = \frac{1}{\xi}, \quad (1.16)$$

$$\frac{dp_{\chi,m}}{dz} = \frac{m\omega_{\chi,1}}{v_{qz}} - k_{\chi,m} \equiv \Omega_{q,\chi,m}. \quad (1.17)$$

У цих рівняннях ураховуємо, що амплітуди полів $E_{1,m} = E_{1,m}(\zeta)$, $B_{1,m} = B_{1,m}(\zeta)$, $E_{3,m} = E_{3,m}(\zeta)$ є повільно змінними функціями від поздовжньої координати z .

Порівняємо систему (1.16)-(1.17) зі стандартною [21] і запишемо вектор повільних змінних \mathbf{x} , вектор-функції \mathbf{X} повільних змінних, вектор швидких фаз $\boldsymbol{\psi}$ і вектор фазових швидкостей $\boldsymbol{\Omega}$ у явному виді

$$\mathbf{x} = \{\mathbf{x}_v, x_\zeta\} = \{v_{qz}, v_{qx}, \zeta\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{\mathbf{X}_v, X_\zeta\}, \quad \frac{1}{\xi} X_\zeta = \frac{1}{\xi},$$

$$\frac{1}{\xi} \mathbf{X}_v = \frac{e}{m_e \gamma_q v_{qz}} \left(\mathbf{E} + \frac{[\mathbf{v}_q \times \mathbf{B}]}{c} - \frac{\mathbf{v}_q (\mathbf{v}_q \mathbf{E})}{c^2} \right), \quad (1.18)$$

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= \{p_{1,1}, \dots, p_{1,N}, p_{2,1}, \dots, p_{2,N}, p_{3,1}, \dots, p_{3,N}\}, \\ \Omega_1 &= \{\Omega_{q,1,1}, \dots, \Omega_{q,1,N}, \Omega_{2,1}, \dots, \Omega_{2,N}, \Omega_{q,3,1}, \dots, \Omega_{q,3,N}\}.\end{aligned}\quad (1.19)$$

Також урахуємо, що електрони гвинтового РЕП окрім осциляторних рухів під дією полів також виконують обертовий рух у поздовжньому фокусувальному магнітному полі \mathbf{B}_0 . Тобто траєкторія незбуреного руху електронів у випадку відсутності сигналу, ХПЗ і накачки є спіраль. Незбурену поперечну швидкість електронів q -го сорту пучка можемо подати у вигляді [1–2, 68–69]:

$$v_{qx} = v_{q\perp} \cos p_{q0}, \quad v_{qy} = v_{q\perp} \sin p_{q0}, \quad (1.20)$$

де

$$p_{q0} = -\int_0^z \Omega_{0q} dz', \quad \Omega_{q0} = \frac{dp_{q0}}{dz} = \frac{eB_0}{cm_e \gamma_q v_{qz}} \quad (1.21)$$

– фаза й частота обертання електронів у поздовжньому магнітному полі відповідно; $v_{q\perp}$ – модуль поперечної швидкості частинок q -го сорту пучка. Тому вектор швидкозмінних фаз Ψ_1 і вектор частот Ω_1 (1.19) потрібно доповнити фазою p_{q0} й частотою Ω_{q0} (1.21). Також потрібно врахувати, що за наявності електромагнітних полів електрони пучка в поздовжньому магнітному полі рухаються також і з комбінаційними частотами й фазами:

$$\begin{aligned}\Psi_2 &= \{p_{q,1,1} \pm p_{q0}, \dots, p_{q,1,N} \pm p_{q0}, p_{2,1} \pm p_{q0}, \dots, \\ &\quad p_{2,N} \pm p_{q0}, p_{q,3,1} \pm p_{q0}, \dots, p_{q,3,N} \pm p_{q0}\}, \\ \Omega_2 &= \{\Omega_{q,1,1} \pm \Omega_{q0}, \dots, \Omega_{q,1,N} \pm \Omega_{q0}, \Omega_{2,1} \pm \Omega_{q0}, \dots, \\ &\quad \Omega_{2,N} \pm \Omega_{q0}, \Omega_{q,3,1} \pm \Omega_{q0}, \dots, \Omega_{q,3,N} \pm \Omega_{q0}\}, \\ \Psi_3 &= \{p_{1,1} \pm 2p_{q0}, \dots, p_{1,N} \pm 2p_{q0}, p_{2,1} \pm 2p_{q0}, \dots, \\ &\quad p_{2,N} \pm 2p_{q0}, p_{3,1} \pm 2p_{q0}, \dots, p_{3,N} \pm 2p_{q0}\},\end{aligned}$$

$$\Omega_3 = \left\{ \Omega_{q,1,1} \pm 2\Omega_{q0}, \dots, \Omega_{q,1,N} \pm 2\Omega_{q0}, \Omega_{2,1} \pm 2\Omega_{q0}, \dots, \right. \\ \left. \Omega_{2,N} \pm 2\Omega_{q0}, \Omega_{q,3,1} \pm 2\Omega_{q0}, \dots, \Omega_{q,3,N} \pm 2\Omega_{q0} \right\}. \quad (1.22)$$

Необхідність урахування фази $2p_{q0}$ та частоти $2\Omega_{q0}$ викликана наявністю у правій частині рівнянь (1.16) квадрата швидкості. Таким чином, вектор швидких фаз і вектор частот у задачі, що розглядається, набуває вигляду

$$\Psi = \{ \Psi_1, p_{q0}, \Psi_2, \Psi_3 \}, \quad \Omega = \{ \Omega_1, \Omega_{q0}, \Omega_2, \Omega_3 \}. \quad (1.23)$$

Вплив полів сигналу накачки й ХПЗ на рух електронів будемо розглядати як відхилення від незбурених траєкторій. Для цього використовуємо наступну заміну змінних:

$$v_{qx} = \bar{v}_{q\perp} \cos \bar{p}_{q0} + \tilde{v}_{qx}, \quad v_{qy} = \bar{v}_{q\perp} \sin \bar{p}_{q0} + \tilde{v}_{qy} \quad (1.24)$$

де \tilde{v}_{qx} , \tilde{v}_{qy} — осциляторні x - та y - компоненти вектора швидкості q -го пучка. У цьому випадку, використовуючи заміну (1.24) і алгоритм асимптотичного інтегрування [21, 68–69], описаний у розділі 2, одержуємо систему рівнянь для усереднених та швидкоосцилюючих величин. Причому всі осциляторні гармоніки, що цікавлять нас, будуть відразу ж враховуватись в \tilde{v}_{qx} та \tilde{v}_{qy} , які далі стандартним чином ураховуються як у рівнянні неперервності, так і рівняннях Максвелла.

Відповідно до алгоритму асимптотичного інтегрування переходимо до усереднених змінних

$$v_{qz} = \bar{v}_{qz} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{qv_z}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad v_{qx} = \bar{v}_{q\perp} \cos \bar{p}_{q0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{qv_x}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi) \\ v_{qy} = \bar{v}_{q\perp} \sin \bar{p}_{q0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{qv_y}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad \zeta = \bar{\zeta} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\zeta}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \quad (1.25)$$

Рівняння для повільних змінних мають вигляд

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{qz}}{dz} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{qv_z}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{v}_{q\perp}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{qv_{\perp}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \\ \frac{d\bar{\zeta}}{dz} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\zeta}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \end{aligned} \quad (1.26)$$

Обмежимося третім наближенням за $1/\xi$. Алгоритм знаходження $\mathbf{u}^{(n)}$ й $\mathbf{A}^{(n)}$ є відомим [1–21]. Із цих формул випливає: $u_{\zeta}^{(n)} = 0$ для будь-яких n ; $A_{\zeta}^{(1)} = 1$, $A_{\zeta}^{(n)} = 0$ для $n > 1$; $A_{v_z}^{(1)} = A_{v_z}^{(2)} = 0$, $A_{v_x}^{(1)} = A_{v_x}^{(2)} = 0$, $A_{v_y}^{(1)} = A_{v_y}^{(2)} = 0$,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} u_{v_z}^{(1)} &= \frac{e}{m_e \bar{v}_{qz} \bar{\gamma}_q} \sum_{m=1}^N \left\{ \exp(i(p_{1,m} + p_0)) \times \right. \\ &\times \frac{\bar{v}_{q\perp}}{2c} \left(\frac{B_{1y,m} + iB_{1x,m} - (E_{1x,m} - iE_{1y,m}) \cdot \bar{v}_{qz}/c}{i(\Omega_{q,1,m} + \Omega_{q,0})} \right) + \\ &+ \frac{\bar{v}_{q\perp}}{2c} \left(\frac{B_{1y,m} - iB_{1x,m} - (E_{1x,m} + iE_{1y,m}) \cdot \bar{v}_{qz}/c}{i(\Omega_{q,1,m} - \Omega_{q,0})} \right) \times \\ &\left. \times \exp(i(p_{1,m} - p_0)) + \left(1 - \frac{\bar{v}_{qz}^2}{c^2} \right) \frac{E_{3z,m} \exp(ip_{3,m})}{i\Omega_{q,3,m}} + c.c \right\} \end{aligned}$$

і так далі. У результаті отримуємо рішення як для швидкості (1.25), так і для її постійної складової (1.26).

2.2 Формування ХПЗ з широким частотним спектром у пролітній секції ДСЛВЕ з гвинтовим РЕП

2.2.1 Модель

Розглядаємо гвинтовий двопотоковий релятивістський електронний пучок, що складається з двох парціальних взаємно-проникаючих електронних потоків з близькими за значенням парціальними релятивістськими швидкостями v_1, v_2 і однаковими парціальними плазмовими частотами $\omega_{p,1} = \omega_{p,2} = \omega_p$. Такий пучок влітає в досліджувану систему під кутом α по відношенню до фокусуєчого магнітного поля \mathbf{B}_0 (рис. 2.2) і далі рухається по гвинтовій траєкторії. Вважаємо, що в поперечній площині такий пучок є однорідним, тепловим розкидом швидкостей і зіткненнями електронів нехтуємо. Вважаємо, що просторовий заряд пучка скомпенсований іонним фоном.

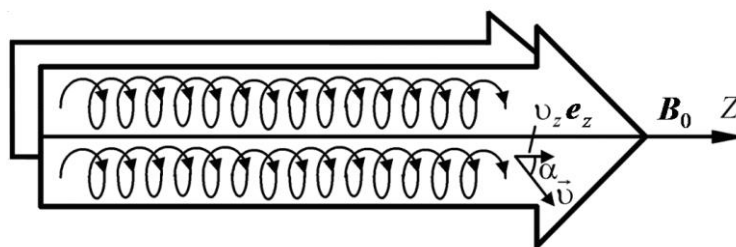


Рисунок 2.2 — Модель гвинтового двошвидкісного релятивістського електронного пучка

Розглядаємо випадок, коли в двопотоковому РЕП має місце ефект двопотокової нестійкості. Це означає, що в пролітній секції ДСЛВЕ хвиля просторового заряду, амплітуда якої зростає по експоненціальному закону (зростаюча ХПЗ), переважає над іншими типами хвиль [52, 74–75]. У загальному випадку таку хвилю вважаємо мультигармонічною, напруженість електричного поля має вигляд

$$E_z = \sum_{m=1}^N [E_m \exp(ip_m) + c.c.], \quad (1.27)$$

де N – кількість гармонік, які враховуємо для вирішення задачі; $p_m = \omega_m t - k_m z$ – фаза, $\omega_m = m \cdot \omega_1$ – частота m -ї гармоніки ХПЗ, k_m – її хвильове число, вісь Z спрямована уздовж фокусуєчого магнітного поля \mathbf{B}_0 .

Якщо частота першої гармоніки ω_1 ХПЗ буде набагато менше критичної частоти двопотокової нестійкості, то всі гармоніки ХПЗ, частота яких менше критичної ($\omega_m < \omega_{cr}$), будуть підсилюватися внаслідок двопотокової нестійкості. Крім цього, в двопотоковому електронному пучку при частотах $\omega_m < \omega_{cr}$ будуть відбуватися множинні трихвильові параметричні резонанси.

Необхідно відмітити, що явище множинних параметричних резонансів має ще одну характерну особливість. У досліджуваній двопотоковій системі для одних і тих же гармонік ХПЗ маємо одночасне накладання двох механізмів їх підсилення. Перший з них обумовлений ефектом двопотокової нестійкості внаслідок реалізації якого маємо підсилення гармонік ХПЗ в інтервалі частот від першої гармоніки до ω_{cr} . Другий механізм визначається реалізацією ефекту множинних параметричних резонансів. У підсумку, результат подібного накладання виявляється таким, що його неможливо трактувати ні винятково через властивості двопотокової нестійкості ні винятково через властивості параметричного резонансу. Ситуацію, коли одна із трьох взаємодіючих хвиль отримує додаткове підсилення від будь-якого іншого механізму підсилення називають ефектом супергетеродинного підсилення [21, 23].

Таким чином, в результаті безлічі трихвильових параметричних резонансних взаємодій і експоненціального зростання гармонік через двопотокову нестійкість відбувається формування ХПЗ з широким мультигармонічним спектром, в якому вищі гармоніки мають більш високі амплітуди, ніж нижчі гармоніки.

2.2.2 Кубічно-нелінійна теорія множинних взаємодій гармонік ХПЗ в пролітній секції

Для кількісного аналізу вищеописаних процесів в якості вихідних використовуємо квазігідродинамічне рівняння, рівняння неперервності і рівняння Максвелла. До цих рівнянь застосовуємо методи ієрархічної теорії коливань і хвиль [21-23]. Для розв'язку задач руху і концентрації використовуємо модифікований алгоритм асимптотичного інтегрування.

Для розв'язання задачі збудження електромагнітних полів отримані вирази для швидкості і концентрації парціальних пучків підставляємо в рівняння Максвелла. Враховуємо, що ці вирази, отримані за допомогою методу усереднених характеристик, мають вигляд рядів по малому параметру $1/\zeta$. Розкладаємо їх також в ряди по гармонікам швидких фаз. В результаті математичних перетворень отримуємо систему самоузгоджених нелінійних диференціальних рівнянь для комплексних амплітуд гармонік напруженості електричного поля зростаючої хвилі просторового заряду в кубічному наближенні

$$C_{2,m} \frac{d^2 E_m}{dz^2} + C_{1,m} \frac{dE_m}{dz} + D_m E_m = C_{3,m} \left\langle E_z \cdot \sum_{m'=1}^N [E_{m'} \exp(ip_{m'}) / (im') + c.c.] \right\rangle_{p_m} + F_m, \quad (1.28)$$

В рівнянні (1.28) індекс номера гармоніки m приймає значення від 1 до N ,

$$D_m(\omega_m, k_m) \equiv -ik_m \left(1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_{pq}^2 (1 - (v_{qz}/c)^2)}{(\omega_m - k_m v_{qz})^2 \gamma_q} \right) \quad (1.29)$$

– дисперсійна функція ХПЗ, $C_{1,m} = \partial D_m / \partial(-ik_m)$, $C_{2,m} = \partial^2 D_m / \partial(-ik_m)^2 / 2$,

$$\langle \dots \rangle_{p_m} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \exp(-ip_m)) dp_m,$$

$$C_{3,m} = \sum_{q=1}^2 \frac{3e\omega_{pq}^2 (1 - (v_{qz}/c)^2) k_1}{im(\omega_1 - k_1 v_{qz})^3 v_{qz} \gamma_q^2 m_e} \left[\frac{\omega_1 (1 - (v_{qz}/c)^2)}{\omega_1 - k_1 v_{qz}} - 1 \right],$$

F_m – функції, що враховують кубічні нелінійні доданки і залежні від напруженостей електричних полів гармонік взаємодіючих хвиль. Коефіцієнти в системі рівнянь (1.28) також залежать від постійних складових швидкостей і концентрацій парціальних пучків, які змінюються в процесі нелінійної взаємодії гармонік ХПЗ. Тому систему рівнянь (1.28) доповнимо рівняннями для постійних складових

$$\frac{dv_{qz}}{dz} = V_q(E_1, E_2, \dots, E_N, v_q, n_q), \quad \frac{dn_q}{dz} = N_q(E_1, E_2, \dots, E_N, v_q, n_q). \quad (1.30)$$

Деталі побудови рівнянь, подібних до (1.28), (1.30) викладені в [21, 32, 4]. Функції V_q , N_q містять кубічно-нелінійні доданки.

Система рівнянь (1.28), (1.30) дозволяє досліджувати мультигармонічні процеси в гвинтовому двошвидкісному релятивістському електронному пучку в кубічно-нелінійному наближенні.

Відзначимо, що система рівнянь (1.28), (1.30) описує як експоненціальне зростання гармонік ХПЗ внаслідок двопотокової нестійкості, так і множинні трихвильові резонансні взаємодії між гармоніками зростаючої ХПЗ. Коли частота m -ї гармоніки ХПЗ менше критичної частоти двопотокової нестійкості ω_{cr} , то дисперсійне рівняння $D_m(\omega_m, k_m) = 0$ має комплексні корені

$$k_{\text{compl},m} = \frac{2\omega_m}{v_{1z} + v_{2z}} + i\Gamma_m, \quad (1.31)$$

де $i\Gamma_m$ – уявна компонента комплексного хвильового числа. Про величину Γ говорять як про інкремент зростання, так як ця величина визначає експоненціальне зростання гармонік. Фази хвиль $p_m = \omega_m t - k_m z$ визначаються виключно дійсною

частиною комплексного хвильового числа. Тому доданок $D_m(\omega_m, k_m) \cdot E_m$ в (1.28) також визначається дійсною частиною комплексного хвильового числа $\text{Re}(k_{\text{compl},m}) = k_m$ і через це не дорівнює нулю. Якщо в рівнянні (1.28) утримати тільки лінійні по E_m складові, амплітуду наростаючої ХПЗ представити у вигляді $E_m \propto \exp(\Gamma_m z)$, то з (1.28) отримаємо

$$C_{2,m}\Gamma_m^2 + C_{1,m}\Gamma_m + D_m = 0. \quad (1.32)$$

Звідси легко отримати інкремент зростання:

$$\Gamma_m = -\frac{C_{1,m}}{2C_{2,m}} \pm \sqrt{\left(\frac{C_{1,m}}{2C_{2,m}}\right)^2 - \frac{D_m}{C_{2,m}}} \approx \pm \sqrt{-\frac{D_m}{C_{2,m}}}. \quad (1.33)$$

Тут враховано, що, як показують чисельні оцінки, $|C_{1,m}/(2C_{2,m})| \ll |D_m/C_{2,m}|$. Таким чином, в системі рівнянь (1.28) доданки $C_{2,m}d^2E_m/dz^2$ і D_mE_m відповідають за експоненціальне зростання хвиль.

2.2.3 Аналіз процесів формування хвилі просторового заряду з широким частотним спектром у слабосигнальному наближенні

Вибираємо параметри системи так, щоб у ній мала місце двопотокова нестійкість [21, 52, 80]. У цьому випадку дисперсійне рівняння для ХПЗ у гвинтовому двошвидкісному електронному пучку

$$D_m(\omega_m, k_m) \equiv -ik_m \left(1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_p^2 (1 - (v_{qz}/c)^2)}{(\omega_m - k_m v_{qz})^2 \gamma_q} \right) = 0 \quad (1.34)$$

буде мати комплексні корені. Наближене аналітичне рішення рівняння (1.34) для гвинтового релятивістського двопотокового електронного пучка можна знайти аналогічно, як і для випадку прямолінійного пучка (див., наприклад, [21, 52]). Рішення шукаємо у вигляді

$$k_m = \omega_m / v_{0z} + i\Gamma_m, \quad (1.35)$$

де $v_{0z} = (v_{1z} + v_{2z})/2$, $i\Gamma_m$ – нелінійна добавка до хвильового числа ХПЗ. Підставляємо (1.35) в (1.34), виконуємо нескладні алгебраїчні перетворення й знаходимо вираз для нелінійної добавки до хвильового числа ХПЗ

$$i\Gamma_m = \pm \frac{\omega_p \sqrt{1 - (v_{0z}/c)^2}}{\gamma_0 v_{0z}} \left\{ 1 + \frac{\omega_m^2 \delta^2 \gamma_0}{\omega_p^2 \sqrt{1 - (v_{0z}/c)^2}} \pm \sqrt{1 + \frac{4\omega_m^2 \delta^2 \gamma_0}{\omega_p^2 \sqrt{1 - (v_{0z}/c)^2}}} \right\}^{1/2}. \quad (1.36)$$

У формулі (1.36) $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - (v_0/c)^2}$, $v_0 = (v_1 + v_2)/2$ – середня швидкість двопотокового електронного пучка,

$$\delta = \frac{v_{z1} - v_{z2}}{v_{z1} + v_{z2}} = \frac{v_1 \cos\alpha - v_2 \cos\alpha}{v_1 \cos\alpha + v_2 \cos\alpha} = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}. \quad (1.37)$$

Співвідношення (1.36) отримане при умовах $|v_{0z}\Gamma_m/\omega_p| \ll 1$, $|\omega_m\delta/\omega_p| \ll 1$.

Із співвідношення (1.36) випливає, що якщо частота гармоніки ХПЗ ω_m буде менше критичної частоти гвинтового двопотокового електронного пучка

$$\omega_{cr} = \frac{\sqrt{2}\omega_p}{\delta} \sqrt{\frac{1 - (v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}}, \quad (1.38)$$

то дві хвилі будуть характеризуватися комплексним хвильовим числом k . Одна із цих хвиль буде експоненціально наростати (наростаюча хвиля). Для неї величина Γ_m має фізичний сенс інкременту наростання. Інша хвиля буде експоненціально загасати (загасаюча хвиля). Так як амплітуда загасаючої хвилі буде швидко зменшуватися, то цю хвилю далі не враховуємо. Варто також сказати, що рівняння (1.34) крім двох комплексних коренів при $\omega < \omega_{cr}$ допускає ще два дійсних кореня, які відповідають повільній і швидкій хвилям [21, 52, 80]. Вважаємо, що на вході в досліджувану систему амплітуди повільної й швидкої ХПЗ малі, впливом цих хвиль на процеси розвитку двопотокової нестійкості можна зневажити.

Нескладно, аналізуючи (1.36), знайти оптимальну частоту для гвинтового двопотокового електронного пучка

$$\omega_{opt} = \frac{\sqrt{3}\omega_p}{2\delta} \sqrt{\frac{1-(v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} = \omega_{cr} \sqrt{\frac{3}{8}}, \quad (1.39)$$

яка відповідає максимальному інкременту наростання

$$\Gamma(\omega_{opt}) = \frac{\omega_p}{2v_{0z}} \sqrt{\frac{1-(v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}}. \quad (1.40)$$

Аналізуючи формули (1.38)-(1.40), можемо переконатися в тому, що при збільшенні кута вльоту електронного пучка α збільшуються як критична частота

$$\omega_{cr} = \frac{\sqrt{2}\omega_p \sqrt{1+\gamma_0^2(v_0/c)^2 \sin^2 \alpha}}{\delta \cdot \gamma_0^{3/2}}, \quad (1.41)$$

так і максимальний інкремент наростання

$$\Gamma(\omega_{\text{opt}}) = \frac{\omega_p \sqrt{1 + \gamma_0^2 (\nu_0/c)^2 \sin^2 \alpha}}{2\nu_0 \gamma_0^{3/2} \cos \alpha}. \quad (1.42)$$

Таким чином, у гвинтових двопотокових електронних пучках розвиток двопотокової нестійкості відбувається з більш високими інкрементами наростання, ніж у прямолінійних пучках. Тому використання гвинтових пучків у двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах приводить до збільшення темпів підсилення електромагнітних хвиль. Відзначимо, що такий же висновок для двопотокових ЛВЕ із гвинтовими електронними пучками був зроблений у роботах [76-77], однак причина такого збільшення в цих роботах з'ясована не була. З вище викладеного аналізу випливає, що підвищення темпів посилення електромагнітного сигналу у двопотокових СЛВЕ пов'язане зі збільшенням інкрементів двопотокової нестійкості у гвинтових релятивістських електронних пучках. Також слід зазначити, що для гвинтових електронних пучків як оптимальна частота двопотокової нестійкості, так і критична частота є більш високими в порівнянні із прямолінійними електронними пучками. Це значить, що двопотокові СЛВЕ із гвинтовими електронними пучками можуть працювати на більш високих частотах, ніж СЛВЕ, що використовують прямолінійні пучки.

Зі співвідношення (1.35) також випливає, що в гвинтовому двопотоковому електронному пучку при частотах $\omega < \omega_{\text{cr}}$ будуть відбуватися множинні трихвильові параметричні резонанси [21, 32, 3, 71, 78–79]. Виникнення множинних параметричних резонансів пов'язано з тим, що, як випливає із співвідношення (1.35), для наростаючої хвилі зв'язок між дійсною частиною хвильового числа і частотою є *лінійним*. Картина множинних взаємодій детально описана у розділі 2.2. Такі множинні резонансні взаємодії в рамках квадратичної нелінійної теорії враховані в системі рівнянь (1.28) у доданку $C_{3,m} \left\langle E_z \cdot \sum_{m'=1}^N [E_{m'} \exp(ip_{m'}) / (im') + c.c.] \right\rangle_{p_m}$.

Особливість формування ХПЗ із широким мультигармонічним спектром у гвинтових двопотокових електронних пучках полягає в тому, що відповідно до (1.41) критична частота для гвинтових пучків зростає зі збільшенням кута вльоту α

електронного пучка стосовно поздовжнього фокусуєчого магнітного поля. Це значить, що область частот, у якій відбувається формування мультигармонічного спектра, збільшується. Цей факт ілюструє рис. 2.3, на якому зображені залежності інкрементів наростання двопотокової нестійкості при різних кутах вльоту α . Ці залежності отримані шляхом чисельного розв'язання рівняння (1.34).

Розглядаємо випадок, коли $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$, $\gamma_1 = 4.8$, $\gamma_2 = 4.2$. Крива 1 відповідає випадку $\alpha = 0^\circ$, крива 2 — випадку $\alpha = 10^\circ$, крива 3 — випадку $\alpha = 20^\circ$, крива 4 — випадку $\alpha = 30^\circ$. Частота першої гармоніки $\omega_1 = 0,6 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$. Із рис. 2.3 випливають висновки, отримані з аналізу співвідношень (1.41)-(1.42): зі збільшенням кута вльоту двопотокового пучка збільшуються як інкремент наростання Γ , так і критична частота ω_{cr} .

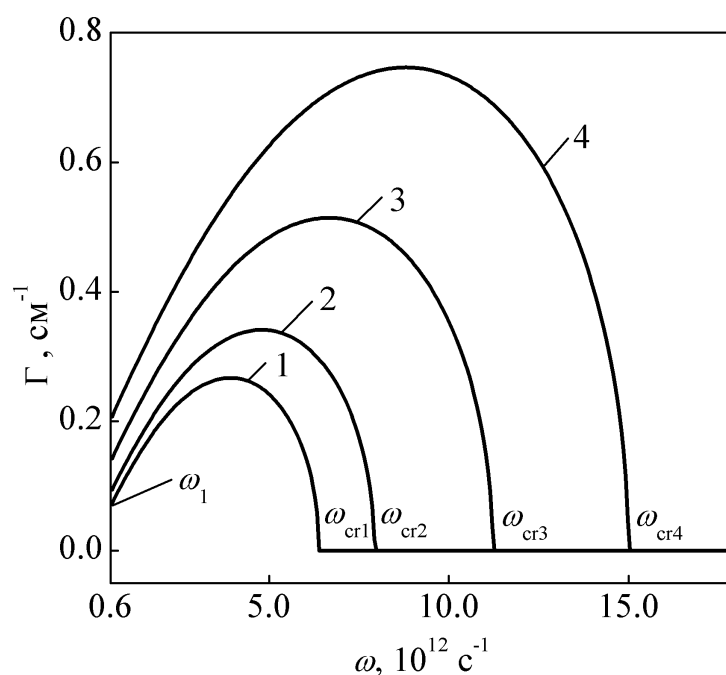


Рисунок 2.3. Інкременти зростання двопотокової нестійкості при різних кутах вльоту α . Розглядаємо випадок, коли $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$, $\gamma_1 = 4.8$, $\gamma_2 = 4.2$. Крива 1 відповідає випадку $\alpha = 0^\circ$, крива 2 — випадку $\alpha = 10^\circ$, крива 3 — випадку $\alpha = 20^\circ$, крива 4 — випадку $\alpha = 30^\circ$. Частота першої гармоніки $\omega_1 = 0,6 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$.

Коли частота першої гармоніки ХПЗ ω_1 буде набагато менше критичної частоти, множинні параметричні резонанси між гармоніками ХПЗ будуть відбуватися в області частот $\omega_1 < \omega_m < \omega_{cr}$. З рис. 2.3 випливає, що для гвинтових двопотокових пучків зі збільшенням кута вльоту пучка α ця область буде збільшуватися. Таким чином, більша кількість гармонік ХПЗ буде приймати участь у множинних взаємодіях, підсилюючись за рахунок супергетеродинного механізму підсилення. За рахунок цього на виході з досліджуваної системи можливо отримати мультигармонічну ХПЗ з широким частотним спектром, що містить аномальну ділянку, у якій вищі гармоніки мають більш високі амплітуди. Це значить, що використання гвинтових двопотокового електронних пучків є кращим у мультигармонічних ЛВЕ, основним завданням яких є формування потужного електромагнітного сигналу із широким частотним спектром [21, 32, 71].

На рис. 2.4 представлені залежності амплітуд напруженості електричного поля гармонік ХПЗ від поздовжньої координати z для кута вльоту електронного пучка $\alpha = 0^\circ$ (криві 1) і $\alpha = 20^\circ$ (криві 2). Параметри, при яких проводився розрахунок, такі ж, як і для рис. 2.3. На вході досліджуваної системи в обох випадках ХПЗ була монохроматичною із частотою $\omega_1 = 0,6 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$, тобто складалася з однієї гармоніки. Розрахунок залежностей проводився за допомогою системи рівнянь для амплітуд гармонік напруженості електричного поля (1.28).

З рис. 2.4 випливає, що темпи підсилення гармонік напруженості електричного поля для гвинтового електронного пучка (криві 2) вище, ніж для прямолінійного електронного пучка (криві 1), що підтверджує проведений вище аналіз. Також із цього рисунка випливає, що завдяки множинним трихвильовим параметричним резонансам збуджуються вищі гармоніки, а потім підсилюються за рахунок двопотокової нестійкості. У результаті таких процесів формуються ХПЗ із широким частотним спектром. Відзначимо, що з підвищенням номера гармоніки їхні інкременти наростання збільшуються до значення оптимальної частоти (рис. 2.3), тому темп підсилення вищих гармонік виявляється більш високим. У зв'язку із цим формується аномальна ділянка спектра, у якій більш високі гармоніки

мають більш високі амплітуди. Відзначимо, що система рівнянь (1.28), за допомогою якої побудовані графіки на рис. 3.3, отримана в наближенні слабкого сигналу. Це значить, що процеси насичення вони не описують. Проте, з рис. 2.4 можна зробити висновок, що двопотокові СЛВЕ, що використовують гвинтові електронні пучки, завдяки більш високим темпам підсилення будуть мати менші поздовжні розміри в порівнянні із двопотоковими СЛВЕ, що використовують прямолінійні пучки.

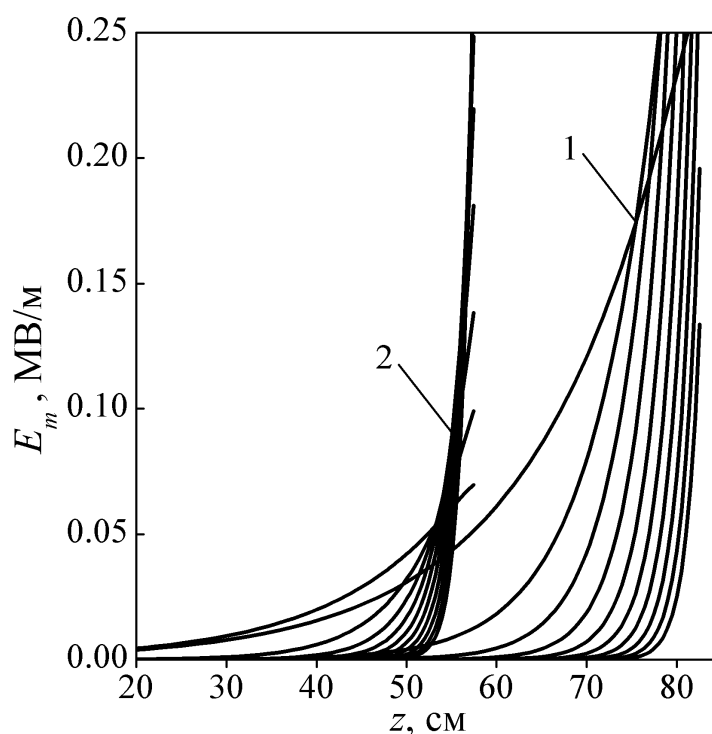


Рисунок 2.4 — Залежності амплітуд напруженості електричного поля гармонік ХПЗ від поздовжньої координати z для кута вльоту електронного пучка $\alpha = 0^\circ$ (криві 1) і $\alpha = 20^\circ$ (криві 2)

2.2.4 Формування хвилі просторового заряду з широким частотним спектром у кубічно-нелінійному наближенні

На рис. 2.5 а і 2.5 б представлені спектри мультигармонічної ХПЗ для кутів вльоту $\alpha_1 = 0^\circ$ й $\alpha_3 = 20^\circ$ для двопотокового РЕП, параметри якого отримані з кубічної нелінійної системи рівнянь (1.28), (1.30). При розрахунках урахували 30

гармонік ХПЗ ($N=30$). На вході в систему ($z=0$) амплітуда першої гармоніки дорівнює 10В/см , інші гармоніки дорівнюють нулю.

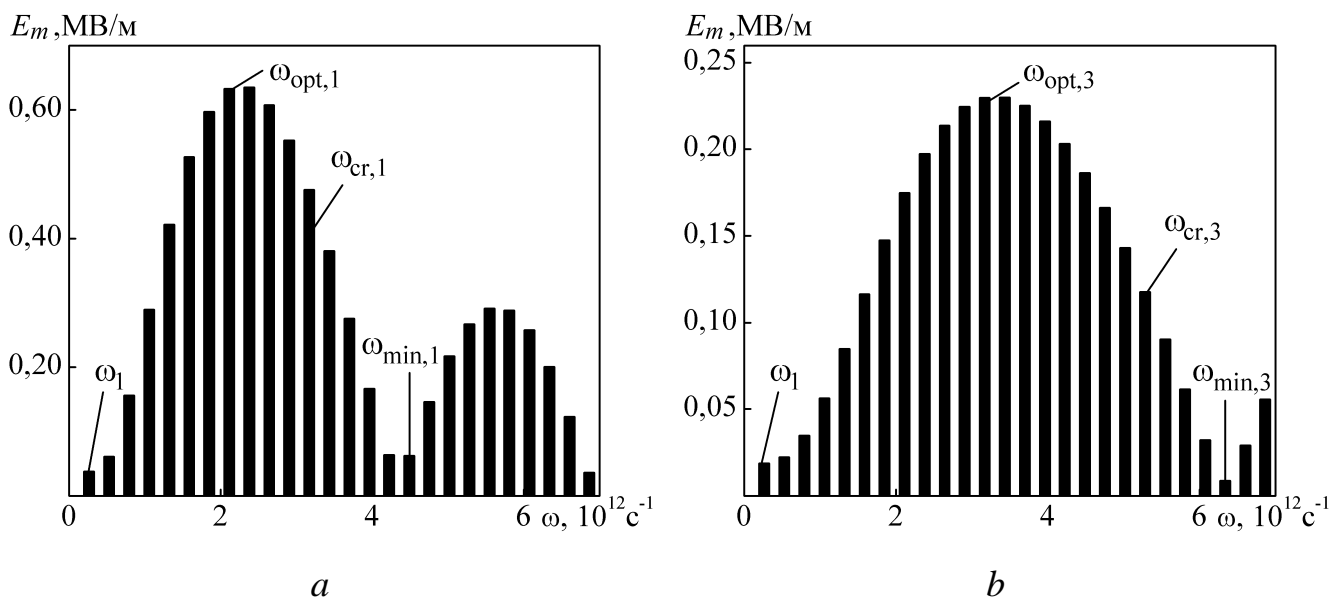


Рисунок 2.5 — Залежність амплітуд гармонік E_m мультигармонічної ХПЗ від частоти ω . На рис. 2.5 *a* представлений спектр ХПЗ у прямолінійному двопотоковому РЕП ($\alpha_1 = 0^\circ$) при $z = 162$ см, на рис. 2.5 *b* представлений спектр ХПЗ у гвинтовому двопотоковому РЕП ($\alpha_3 = 20^\circ$) при $z = 110$ см. Обчислення проводилися при таких же параметрах, як і у випадку рис. 2.5. На вході в систему ($z=0$) амплітуда першої гармоніки ХПЗ дорівнює 10В/см , інші гармоніки дорівнюють нулю. Частота першої гармоніки $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{с}^{-1}$.

З порівняння рис. 2.5 *a* рис. 2.5 *b* випливає, що ширина спектра мультигармонічної ХПЗ у випадку гвинтового двопотокового РЕП більше, ніж для прямолінійного електронного пучка. Відзначимо, частота, при якій амплітуда гармоніки мінімальна ω_{min} , перевищує критичну частоту двопотокової нестійкості ω_{cr} як для випадку $\alpha_1 = 0^\circ$, так і для $\alpha_3 = 20^\circ$. Як випливає з рис. 3.4 *a* і рис. 3.4 *b*, як реальну ширину частотного спектра варто брати різницю $\omega_{\text{min}} - \omega_1$. Бачимо, при збільшенні кута вльоту пучка з $\alpha_1 = 0^\circ$ до $\alpha_3 = 20^\circ$ ширина спектра збільшується в $\sim 1,5$ рази. Бачимо, що максимальні значення амплітуд гармонік ХПЗ в обох

випадках характеризуються оптимальними частотами ω_{opt} , що відповідають максимальним інкрементам зростання (див. рис. 3.5). Це означає, що під час формування мультигармонічної хвилі просторового заряду ефект двопотокової нестійкості є визначальним порівняно з множинними резонансними взаємодіями.

З рис. 2.5 *a* також випливає, що в спектрі мультигармонічної хвилі просторового заряду збуджуються гармоніки, частоти якої перевищують ω_{min} . Ці гармоніки в даній області частот є невласними, виникають завдяки параметричному резонансу (інтерференції) поздовжніх хвиль. Інтерференційні складові також присутні й у спектрі гвинтового двопотокового РЕП (на рис. 2.5 *b* не показані).

Залежність інкременту зростання Γ від частоти ω за умови різних середніх значень релятивістського фактора (кривій 1 відповідає $\gamma_{01}=4$, кривій 2 – відповідає $\gamma_{02}=5$, кривій 3 – $\gamma_{03}=6$) подана на рис. 2.6. Параметри пучка: $\omega_p=6\times 10^{10} \text{ c}^{-1}$, $\Delta\gamma=0,4$, кут вльоту $\alpha=0^\circ$. Частота першої гармоніки $\omega_1=2,6\times 10^{11} \text{ c}^{-1}$. Таким чином, при збільшенні релятивістського фактору γ_0 відбувається збільшення ширини частотного спектра $\omega_{cr}-\omega_1$ мультигармонічної ХПЗ. Найбільше значення ширини частотного спектра досягається за умови найбільшого значення середнього релятивістського фактора, у цьому випадку при $\gamma_{03}=6$ (рис. 2.6, крива 3, $\omega_{cr5}-\omega_1=5,8\times 10^{12} \text{ c}^{-1}$). При цьому, як випливає з рис. 2.6, інкременти зростання зменшуються, що має приводити до збільшення довжини насичення ХПЗ.

На рис. 2.7 представлений спектр мультигармонічної ХПЗ для двопотокового РЕП із $\gamma_{02}=5$ при $z=268$ см, параметри пучка відповідають випадку кривої 2 на рис. 2.6. Спектр мультигармонічної ХПЗ для середнього релятивістського фактора $\gamma_{01}=4$ при $z=162$ см, параметри пучка відповідають випадку кривої 1 на рис. 2.6, представлений на рис. 2.5 *a*. Для обох вище зазначених малюнків на вході в систему ($z=0$) амплітуда першої гармоніки хвилі просторового заряду дорівнює 10В/см, інші гармоніки відсутні. Частота першої гармоніки $\omega_1=2,6\times 10^{11} \text{ c}^{-1}$.

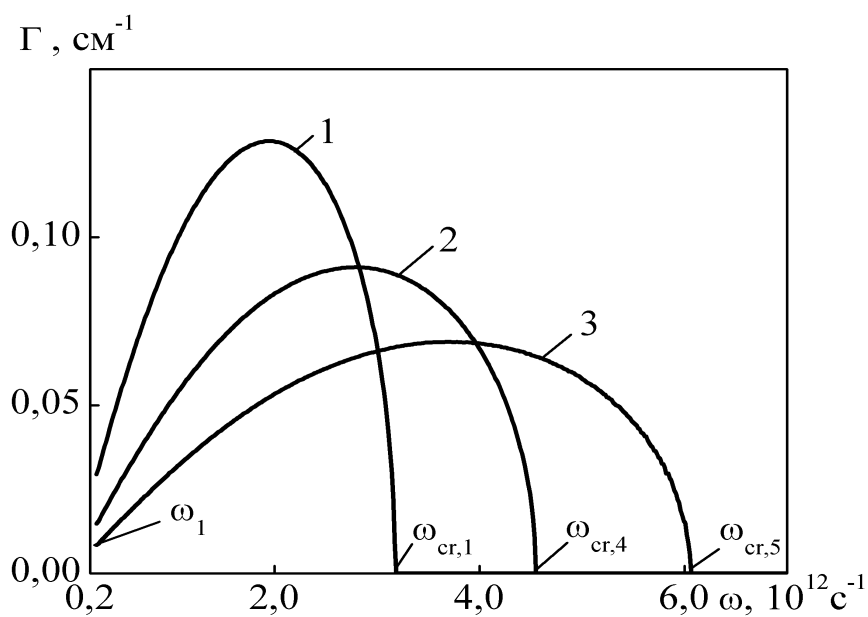


Рисунок 2.6 — Залежність інкременту зростання Γ від частоти ω для двопотокового релятивістського пучка при різних середніх значеннях релятивістського фактора γ_0

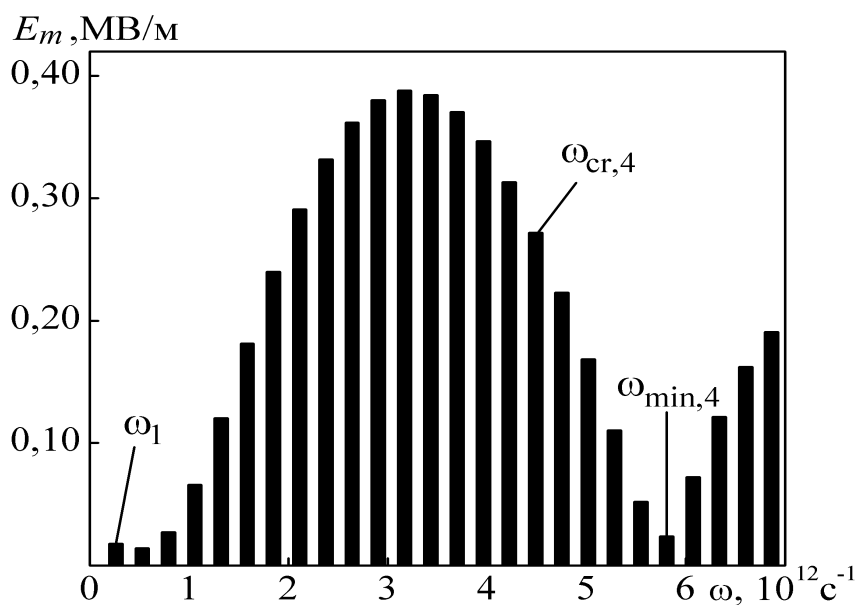


Рисунок 2.7 — Залежність амплітуд гармонік E_m мультигармонічної хвилі просторового заряду від частоти ω для двопотокового РЕП із $\gamma_{02} = 5$ при $z = 268$ см

Порівнюючи рис. 2.5 *a* і рис. 2.7 можемо зробити висновок, що при збільшенні середнього релятивістського фактора двопотокового релятивістського електронного пучка з $\gamma_{01}=4$ до $\gamma_{02}=5$, ширина спектра $\omega_{\min} - \omega_1$ мультигармонічної ХПЗ у двопотоковому РЕП, як і очікувалося, збільшується на 30%. При цьому максимальний рівень амплітуди сигналу зменшується на 40%. Як і очікувалося, координата z , при якій формується спектр для системи з $\gamma_{02}=5$, збільшується до $z=268$ см у порівнянні з $z=162$ см для системи с. $\gamma_{01}=4$. Таким чином, збільшення релятивістського фактора двопотокового РЕП приводить до збільшення ширини спектра мультигармонічної ХПЗ. Формування такого спектра відбувається на більших довжинах системи.

На рис. 2.8 подана залежність інкременту Γ від частоти ω за умови різних значень різниці парціальних релятивістських факторів (кривій 1 відповідає $\Delta\gamma_1=0,4$, кривій 2 – $\Delta\gamma_1=0,3$, кривій 3 – $\Delta\gamma_1=0,2$). Бачимо, за умови зменшення $\Delta\gamma$ відбувається збільшення ширини частотного спектра.

Максимальне значення інкременту зростання залишається практично однаковим, тобто формування мультигармонічних спектрів повинне відбуватися на сумірних довжинах.

Спектр мультигармонічної ХПЗ для двопотокового РЕП із $\Delta\gamma_3=0,2$ при $z=212$ см представлений на рис. 2.9. Параметри пучка для цього спектра відповідають випадку кривої 3 на рис. 2.8. Спектр мультигармонічної ХПЗ пучка з різницею релятивістських факторів $\Delta\gamma_1=0,4$ при $z=162$ см представлена на рис. 2.5 *a* (параметри пучка відповідають випадку кривої 1 на рис. 2.8). Як і очікувалося, ширина спектра $\omega_{\min,7} - \omega_1$ при $\Delta\gamma_3=0,2$ (рис. 2.9) більше в 1,6 рази в порівнянні із шириною спектра $\omega_{\min,1} - \omega_1$ при $\Delta\gamma_4=0,4$. Таким чином, зменшення різниці релятивістських факторів спричиняє істотне збільшення ширини мультигармонічної хвилі просторового заряду. З порівняння рис. 2.9 і рис. 2.5 *a* також впливає, що рівень насичення за умови зменшення різниці релятивістських факторів до $\Delta\gamma_3=0,2$ зменшується майже в 3 рази. Слід відзначити, що довжина насичення хвилі просторового заряду для пучка з $\Delta\gamma_3=0,2$ збільшується в 1,3 рази.

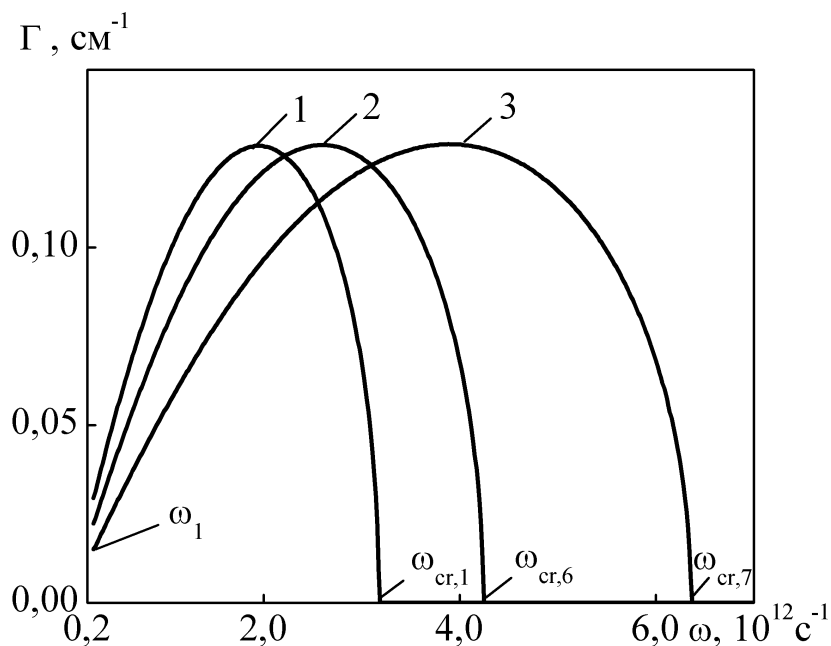


Рисунок 2.8 — Залежність інкременту зростання Γ від частоти ω для двопотокового РЕП за умови різних значень різниці парціальних релятивістських факторів $\Delta\gamma$

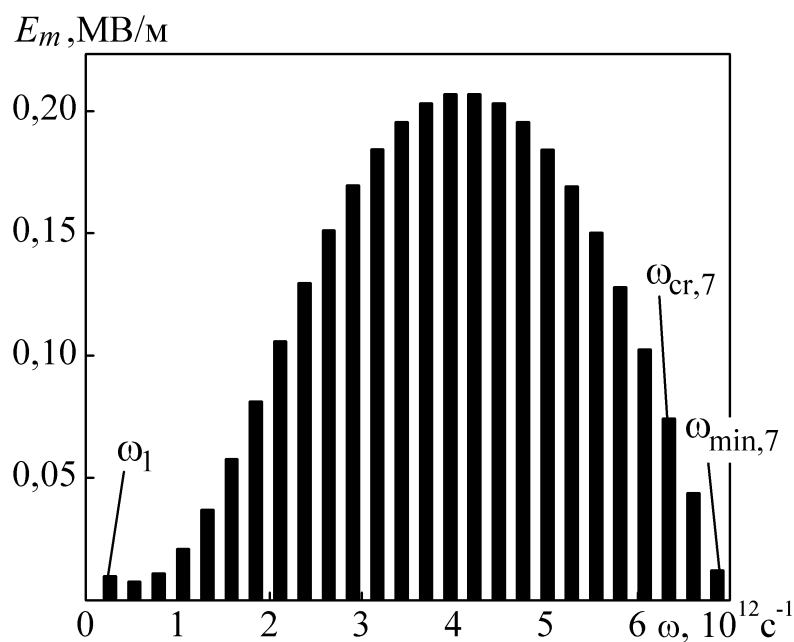


Рисунок 2.9 — Залежність амплітуд гармонік E_m мультигармонічної хвилі просторового заряду від частоти ω для двопотокового релятивістського електронного пучка з $\Delta\gamma_3 = 0,2$ при $z = 212$ см

На рис. 2.10 подана залежність інкременту зростання Γ від частоти ω за умови різних значень парціальної плазмової частоти (кривій 1 відповідає випадок $\omega_{p1}=6\times 10^{10}\text{ c}^{-1}$, кривій 2 — випадок $\omega_{p2}=8\times 10^{10}\text{ c}^{-1}$, кривій 3 — випадок $\omega_{p3}=10\times 10^{10}\text{ c}^{-1}$). Інші параметри такі самі, як і для рис. 2.6, крива 1. Звідси випливає, що за умови збільшення ω_p має місце збільшення ширини частотного спектра $\omega_{cr} - \omega_1$ мультигармонічної хвилі просторового заряду. Найбільше значення ширини спектра відбувається при найбільшому значенні парціальної плазмової частоти. Для досліджуваного випадку — за умови $\omega_{p3}=10\times 10^{10}\text{ c}^{-1}$ (рис. 2.10, крива 3). Як випливає з рис. 2.10, інкременти зростання збільшуються. Це призводить до зменшення довжини насичення хвилі просторового заряду.

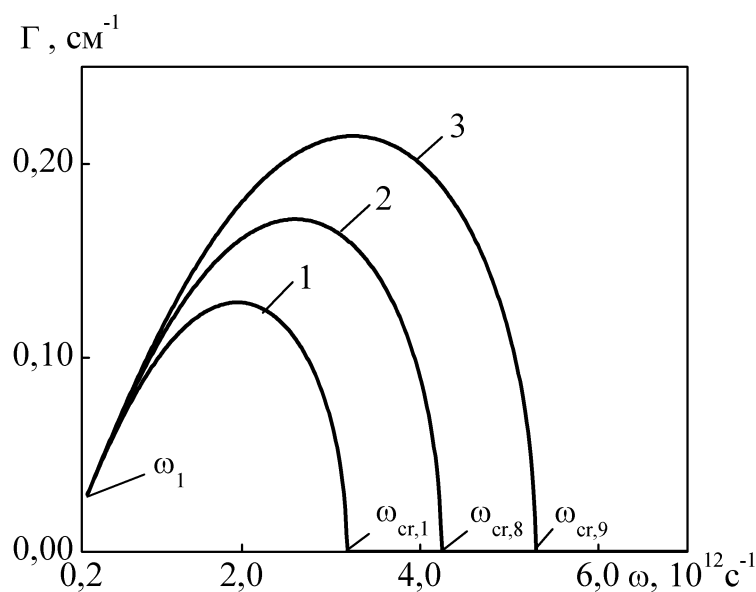


Рисунок 2.10 — Залежність інкременту зростання Γ від частоти ω для двопотокового релятивістського пучка при різних парціальних плазмових частотах ω_p

Спектр мультигармонічної ХПЗ для двопотокового релятивістського електронного пучка із $\omega_{p3}=10\times 10^{10}\text{ c}^{-1}$ при $z=149\text{ см}$ поданий на рис. 2.11. Параметри пучка для цього спектра відповідають випадку кривої 3 на рис. 2.10. Спектр мультигармонічної ХПЗ пучка з парціальними частотами $\omega_{p1}=6\times 10^{10}\text{ c}^{-1}$

при $z=162$ см представлений на рис. 2.5 а (параметри пучка відповідають випадку кривої 1 на рис. 2.10). Як і очікувалося, ширина спектра $\omega_{\min,9} - \omega_1$ при $\omega_{p3}=10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ (рис. 2.11) більше в 1,5 рази порівняно із шириною спектра $\omega_{\min,1} - \omega_1$ при $\omega_{p1}=6 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Таким чином, збільшення парціальної плазмової частоти двопотокового РЕП приводить до істотного збільшення ширини спектра мультигармонічної ХПЗ. Також з порівняння рис. 2.11 і рис. 2.5 а випливає, рівень насичення за умови збільшення парціальної плазмової частоти до $\omega_{p3}=10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ збільшується в 1,3 рази. Відзначимо, що довжина, коли відбувається насичення хвилі просторового заряду, для пучка зі $\omega_{p3}=10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ зменшується в 1,1 рази.

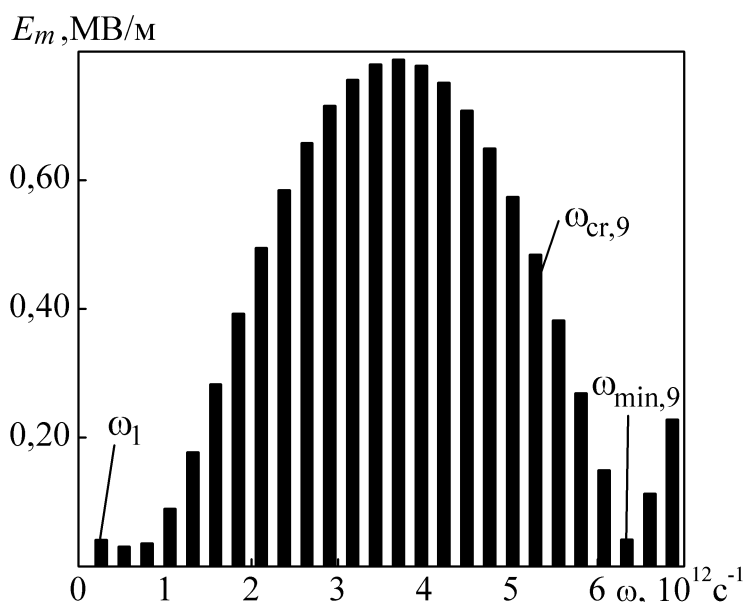


Рисунок 2.11 — Залежність амплітуд гармонік E_m мультигармонічної хвилі просторового заряду від частоти ω для двопотокового РЕП із $\omega_{p3}=10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ при $z=149$ см, параметри пучка відповідають випадку кривої 3 на рис. 2.10 ($\gamma_0=4$, $\Delta\gamma=0,4$, $\alpha=0^\circ$, $\omega_1=2,6 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$)

На рис. 2.12 представлена залежність інкременту зростання Γ від частоти ω при різних значеннях різниці парціальних плазмових частот (крива 1 відповідає випадку $\Delta\omega_{p1}=1 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$, крива 2 — випадку $\Delta\omega_{p2}=2 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$, крива 3 — випадку

$\Delta\omega_{p3} = 3 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$). Бачимо, що при збільшенні $\Delta\omega_p$ пучка відбувається незначне збільшення ширини частотного спектра — при досягненні $\Delta\omega_p$ половини середнього значення плазмової частоти пучка $\omega_{p0} = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ширина спектру $\omega_{cr,11} - \omega_1$ збільшується не більш ніж на 10%. Максимальне значення інкременту зростання залишається майже однаковим, тобто можна очікувати, що форма спектру практично не залежить від різниці парціальних плазмових частот.

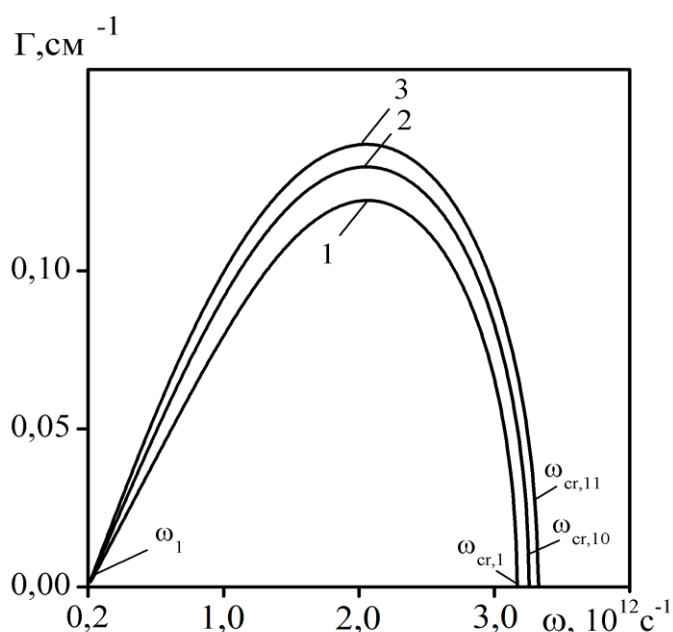


Рисунок 2.12 — Залежність інкременту зростання Γ від частоти ω для двопотокового релятивістського пучка при різних значеннях різниці парціальних плазмових частот ω_p

Спектр мультигармонічної хвилі просторового заряду для двопотокового релятивістського електронного пучка із $\Delta\omega_{p3} = 3 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ при $z = 158 \text{ см}$ подано на рис. 2.13. Параметри пучка, що досліджується на рис. 2.12, відповідають випадку кривої 3 рис. 2.12. Спектр мультигармонічної хвилі просторового заряду пучка з різницею релятивістських факторів $\Delta\gamma_1 = 0,4$ за умови $z = 162 \text{ см}$ поданий на рис. 2.5 а (параметри пучка такі самі як і у випадку кривої 1 на рис. 2.8).

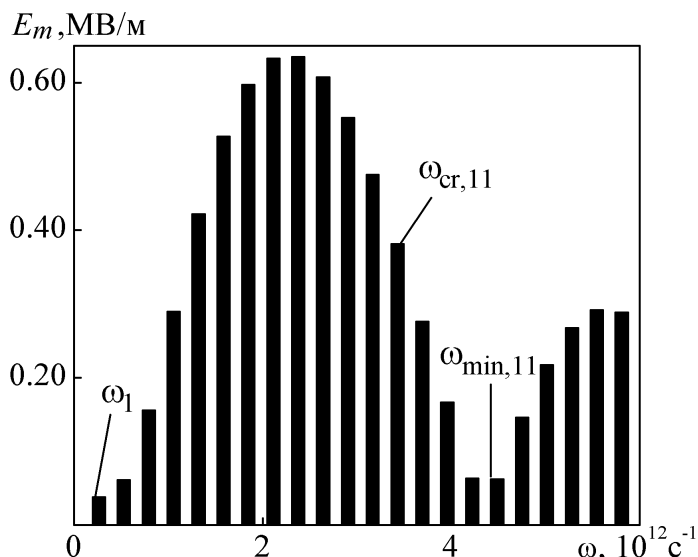


Рисунок 2.13 — Залежність амплітуд гармонік E_m мультигармонічної ХПЗ від частоти ω для двопотокового РЕП із $\Delta\omega_{p3} = 3 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ при $z = 158 \text{ см}$, параметри пучка відповідають випадку кривої 3 на рис. 2.12 ($\gamma_0 = 4$, $\Delta\gamma = 0,4$, $\alpha = 0^\circ$, $\omega_{p0} = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$, $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$).

Як і було передбачено, ширина спектра $\omega_{cr,11} - \omega_1$ при $\Delta\omega_{p3} = 3 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ (рис. 2.13) залишається практично незмінною в порівнянні із шириною спектра $\omega_{min,1} - \omega_1$ при $\Delta\omega_p = 0$. Таким чином, зміна різниці парціальних плазмових частот не приводить до істотного збільшення ширини спектра мультигармонічної ХПЗ. Також з порівняння рис. 2.13 і рис. 2.5 а випливає, що рівень насичення при збільшенні різниці парціальних плазмових частот до $\Delta\omega_{p3} = 3 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ збільшується не більш ніж на 10%. Також відзначимо, що довжина, при якій відбувається насичення ХПЗ, для пучка зі $\Delta\omega_{p3} = 3 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ залишається на тому ж рівні, що й у випадку рівних парціальних плазмових частот.

Таким чином, для одержання мультигармонічних хвиль просторового заряду із широким частотним спектром варто використовувати щільні, високоенергетичні парціальні електронні пучки, що характеризуються близькими релятивістськими факторами.

2.3 Мультигармонічні процеси в ДСЛВЕ з гвинтовими електронними пучками

2.3.1 Модель і вихідні рівняння

Розглядаємо наступну модель мультигармонічного ДСЛВЕ Н-убітронного типу із гвинтовими електронними пучками. Уздовж осі Z приладу рухається гвинтовий двопотоковий релятивістський електронний пучок 1 (рис. 2.14), що складається із двох парціальних взаємно-проникних гвинтових електронних потоків із близькими за значенням парціальними релятивістськими швидкостями v_1, v_2 ($v_1 - v_2 \ll v_1, v_2$). Швидкості електронів цих пучків спрямовані під кутом α стосовно фокусуєчого магнітного поля \mathbf{B}_0 . Плазмові частоти парціальних електронних потоків приймаємо однаковими $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$; вважаємо, що просторовий заряд пучка скомпенсований іонним фоном, у поперечній площині пучок є однорідним, тепловим розкидом і зіткненнями електронів зневажаємо.

Гвинтовий двопотоковий релятивістський електронний пучок проходить через мультигармонічне циркулярно-поляризоване Н-убітронне магнітне поле з індукцією \mathbf{B}_2 , що створюється періодично реверсивною системою магнітів 2. Період ондуляції першої гармоніки такого поля $\lambda_{2,1}$.

На вхід ДСЛВЕ подається електромагнітний сигнал 3, перша гармоніка якого має частоту $\omega_{1,1}$, хвильове число $k_{1,1}$. Розглядаємо як випадок монохроматичного, так і мультигармонічного вхідного електромагнітного сигналу 3. Внаслідок трихвильового параметричного резонансу між, наприклад, першою гармонікою хвилі сигналу й першою гармонікою хвилі накачування із хвильовим вектором $k_{2,1} = 2\pi/\lambda_{2,1}$ відбувається збудження першої гармоніки хвилі просторового заряду із частотою $\omega_{3,1}$ й хвильовим числом $k_{3,1}$. У випадку мультигармонічного вхідного сигналу в такий же спосіб збуджуються й інші гармоніки ХПЗ.

У робочому об'ємі ДСЛВЕ реалізуються множинні трихвильові параметричні резонансні взаємодії між гармоніками хвилі просторового заряду, гармоніками магнітного поля накачування й гармоніками електромагнітного поля сигналу. Завдяки таким трихвильовим параметричним резонансним взаємодіям відбувається перетворення енергії мультигармонічної хвилі просторового заряду в енергію мультигармонічного електромагнітного сигналу. При цьому для кожної m -й гармоніки мультигармонічної ХПЗ виконується умова параметричного резонансу з відповідними m -й гармонікою магнітного поля накачування й m -й гармонікою електромагнітного сигналу. Відзначимо, що в досліджуваній системі також мають місце трихвильові резонансні взаємодії між гармоніками електромагнітного сигналу. У результаті таких множинних взаємодій на виході мультигармонічного ДСЛВЕ формується потужна мультигармонічна електромагнітна хвиля. Змінюючи параметри системи, наприклад параметри мультигармонічного поля накачування, можемо керувати спектром мультигармонічного електромагнітного сигналу, у тому числі, створювати ультракороткий кластер електромагнітного поля [32, 71].

Так як всі хвилі є мультигармонічними, то напруженість \mathbf{E}_1 і індукція \mathbf{B}_1 електромагнітної хвилі сигналу, індукція поля накачування \mathbf{B}_2 , напруженість електричного поля наростаючої поздовжньої хвилі ХПЗ \mathbf{E}_3 представляємо у вигляді

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_1 &= \sum_{m=1}^N [(E_{1x,m} \mathbf{e}_x + E_{1y,m} \mathbf{e}_y) \exp(ip_{1,m}) + c.c.], \\ \mathbf{B}_1 &= \sum_{m=1}^N [(B_{1y,m} \mathbf{e}_y + B_{1x,m} \mathbf{e}_x) \exp(ip_{1,m}) + c.c.], \\ \mathbf{B}_2 &= \sum_{m=1}^N [(B_{2y,m} \mathbf{e}_y + B_{2x,m} \mathbf{e}_x) \exp(ip_{2,m}) + c.c.], \\ \mathbf{E}_3 &= \sum_{m=1}^N [E_{3z,m} \mathbf{e}_z \exp(ip_{3,m}) + c.c.].\end{aligned}\tag{1.43}$$

У цих співвідношеннях $E_{1x,m}$, $E_{1y,m}$, $E_{3z,m}$, $B_{1x,m}$, $B_{1y,m}$, $B_{2x,m}$, $B_{2y,m}$ – відповідні проекції амплітуд m -х гармонік полів, $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ – орти відповідних осей;

$$p_{\chi,m} = \omega_{\chi,m} \cdot t - k_{\chi,m} \cdot z = m\omega_{\chi,1} \cdot t - k_{\chi,m} \cdot z \quad (1.44)$$

– їх фази (індекс χ приймає значення 1, 2 і 3); $\omega_{\chi,m} = m\omega_{\chi,1}$ – їх частоти ($\omega_{2,1} = 0$) і $k_{\chi,m}$ – хвильові числа. Таким чином, електричного й магнітного поля в досліджуваному ДСЛІВЕ мають вигляд

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_3, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2. \quad (1.45)$$

Побудувавши нелінійну теорію множинних взаємодій хвиль сигналу, накачування й ХПЗ у прикінцевій секції ми можемо її використати для аналізу нелінійних процесів також і в секції модуляції, і в пролітній секції. При цьому в секції модуляції ми приймаємо, що на вхід подається монохроматична електромагнітна хвиля, а хвиля просторового заряду на вході відсутня. У пролітній секції, навпаки, на вході є тільки хвиля ХПЗ, а накачування й хвиля сигналу відсутні.

Як вихідні рівняння для аналізу множинних взаємодій хвиль у прикінцевій секції використовуємо релятивістське квазігідродинамічне рівняння [21-23], рівняння неперервності й рівняння Максвелла. Зіткненнями електронів між собою та їх розкидом за швидкостями нехтуємо. Модель уважаємо поперечно однорідною.

2.3.2 Кубічно-нелінійні вкорочені рівняння

Задачу руху й рівняння неперервності вирішуємо за допомогою модифікованого методу усереднених характеристик, описаного у розділі 2, задачу про збудження електромагнітного поля — за допомогою методу повільно змінних амплітуд. При цьому враховуємо особливості множинних трихвильових параметричних резонансних взаємодій хвиль у досліджуваному пристрої.

Отримані розв'язки для швидкості і концентрації пучків підставляємо в рівняння Максвелла (1.15). Ураховуємо, що отримані вирази для швидкості і концентрації пучків, які отримані методом усереднених характеристик, мають вигляд рядів за малим параметром $1/\xi$. Розкладаємо їх також у ряди за гармоніками швидких фаз і отримуємо систему диференціальних рівнянь для амплітуд напруженості електричного поля електромагнітної хвилі сигналу, хвилі просторового заряду у кубічному нелінійному наближенні

$$\begin{aligned}
K_{2,1,m} \frac{d^2 E_{1x,m}}{dz^2} + K_{1,1,m} \frac{dE_{1x,m}}{dz} + D_{1,m} E_{1x,m} &= K_{3,1,m} E_{3z,m} B_{2y,m} + F_{1x,m}, \\
K_{2,1,m} \frac{d^2 E_{1y,m}}{dz^2} + K_{1,1,m} \frac{dE_{1y,m}}{dz} + D_{1,m} E_{1y,m} &= K_{3,1,m} E_{3z,m} B_{2x,m} + F_{1y,m}, \\
C_{2,3,m} \frac{d^2 E_{3z,m}}{dz^2} + C_{1,3,m} \frac{dE_{3z,m}}{dz} + D_{3,m} E_{3z,m} &= \\
= C_{3,3,m} E_{1x,m} B_{2y,m}^* + C_{4,m} \left\langle \int \mathbf{E}_3 \left(\int \mathbf{E}_3 dp_{3,1} \right) dp_{3,1} \right\rangle_{p_{3,m}} &+ F_{3,m}. \tag{1.46}
\end{aligned}$$

У цих рівняннях:

$$\begin{aligned}
D_{1,m}(\omega_{1,m}, k_{1,m}) &= k_{1,m}^2 - \frac{\omega_{1,m}^2}{c^2} + \sum_{q=1}^2 \left[\frac{\omega_p^2}{\bar{\gamma}_q (\Omega_{1,q,m} - \eta_{1,m} \Omega_{q0})^2 c^2} \times \right. \\
&\times \left. \left(\Omega_{1,q,m} (\Omega_{1,q,m} - \eta_{1,m} \Omega_{q0,m}) - \frac{\bar{v}_{q\perp}^2}{2c^2} (\omega_{1,m}^2 - k_{1,m}^2 c^2) \right) \right], \\
D_{3,m}(\omega_{3,m}, k_{3,m}) &= -ik_{3,m} \left(1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_p^2 (1 - (\bar{v}_{qz}/c)^2)}{\Omega_{3,m}^2 \bar{\gamma}_q} \right) \tag{1.47}
\end{aligned}$$

дисперсійні функції відповідно електромагнітної хвилі сигналу й хвилі ХПЗ для m -ї

гармоніки; $F_{1,m} = \frac{4\pi e}{c} \left\langle \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} (\bar{n}_q u_{v_x,q}^{(3)} + u_{n,q}^{(1)} u_{v_x,q}^{(2)} + u_{n,q}^{(2)} u_{v_x,q}^{(1)}) \right\rangle_{p_{1,m}}$, $F_{3,m} = 4\pi e \left\langle \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} u_{n,q}^{(3)} \right\rangle_{p_{3,m}}$ –

функції, що враховують кубічні нелінійні доданки. Функції $u_{n,q}^{(1)}/\xi$, $u_{n,q}^{(2)}/\xi^2$, $u_{n,q}^{(3)}/\xi^3$

визначають осциляторні складові концентрації парціальних пучків у першому, другому й третьому наближенні відповідно; $u_{v_x,q}^{(1)}/\xi$, $u_{v_x,q}^{(2)}/\xi^2$, $u_{v_x,q}^{(3)}/\xi^3$ – осциляторні

компоненти швидкості v_x ; $K_{1,1,m} = \frac{\partial D_{1,m}}{\partial(-ik_{1,m})}$, $K_{2,1,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{1,m}}{\partial(-ik_{1,m})^2}$, $K_{3,m}$,

$C_{1,3,m} = \frac{\partial D_{3,m}}{\partial(-ik_{3,m})}$, $C_{2,3,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{3,m}}{\partial(-ik_{3,m})^2}$, $C_{3,m}$, $C_{4,m}$ є коефіцієнтами відповідних

диференціальних рівнянь, які залежать від частот, хвильових чисел і параметрів системи. Коефіцієнти системи рівнянь (1.46) також залежать від постійних складових швидкостей \bar{v}_q і концентрацій \bar{n}_q парціальних пучків. Тому систему рівнянь (1.46) доповнимо рівняннями для постійних складових

$$\frac{d\bar{v}_{qz}}{dz} = V_{qz}(\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_q, \bar{n}_q), \quad (1.48)$$

$$\frac{d\bar{v}_{q\perp}}{dz} = V_{q\perp}(\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_q, \bar{n}_q), \quad (1.49)$$

$$\frac{d\bar{n}_q}{dz} = N_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_q, \bar{n}_q). \quad (1.50)$$

Функції $V_{qz} = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{qv_z}^{(3)}$, $V_{q\perp} = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{qv_\perp}^{(3)}$, $N_q = \sum_{q=1}^2 \frac{1}{\xi^3} A_{qn}^{(3)}$ ураховують кубічні

нелінійні доданки.

Отриману систему кубічно-нелінійних рівнянь (1.46)-(1.50) аналізуємо чисельно. Ця система рівнянь описує нелінійні процеси в ДСЛВЕ клістронного типу.

2.3.3 Взаємодія хвиль у слабосигнальному наближенні

Проведемо аналіз динаміки хвиль у ДСЛВЕ із гвинтовими двопотоковими пучками у слабосигнальному наближенні. Досліджуємо пристрій з наступними

параметрами: $\gamma_1 = 4.8$, $\gamma_2 = 4.2$; плазмова частота кожного з електронних пучків $\omega_p = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ з}^{-1}$; період ондуляції магнітного поля накачування для першої гармоніки 5 см, індукція фокусувального поздовжнього магнітного поля $B_0 = 2.8 \cdot 10^2 \text{ Гс}$.

Визначимо інкременти наростання хвиль у досліджуваній системі. Для цього використовуємо систему рівнянь (1.46), у якій зневажимо множинними резонансними взаємодіями як між гармоніками електромагнітної хвилі, так і між гармоніками хвилі просторового заряду. Тоді система (1.46) набере вигляду

$$K_1 \frac{dE_{1x}}{dz} = K_3 E_{3z} B_{2x}^*,$$

$$C_2 \frac{d^2 E_{3z}}{dz^2} + C_1 \frac{dE_{3z}}{dz} + DE_{3z} = C_3 (1 + \eta_1 \eta_2) E_{1x} B_{2y}. \quad (1.51)$$

У рівнянні (1.51) індекс m опущений. Шукаємо рішення цієї системи рівнянь у вигляді $E_1, E_3 \sim \exp(\Gamma z)$, де Γ - інкремент наростання хвиль у ДСЛВЕ. Підстановка такого рішення в (1.46) приводить до алгебраїчного рівняння третього ступеня відносно Γ :

$$K_1 \Gamma (C_2 \Gamma^2 + C_1 \Gamma + D) = C_3 K_3 (1 + \eta_1 \eta_2) |B_{2y}|^2. \quad (1.52)$$

Вирішуючи це рівняння чисельно, визначимо залежність інкременту зростання хвиль $\text{Re}(\Gamma)$ у досліджуваному пристрої як функцію частоти сигналу ω_1 для гвинтових електронних пучків з різними кутами вльоту пучка α .

На рис. 2.15 представлені залежності інкрементів наростання в досліджуваному ДСЛВЕ від частоти хвилі сигналу ω_1 при різних кутах вльоту α . Криві 1 – 4 відповідають залежностям інкрементів наростання електромагнітних хвиль, які певні зі співвідношення (18): крива 1 відповідає куту вльоту $\alpha = 0^\circ$, крива 2 – куту $\alpha = 10^\circ$, крива 3 – $\alpha = 20^\circ$, крива 4 – $\alpha = 30^\circ$. Крива 5 описує залежність

інкременту наростання двопотокової нестійкості від частоти, що визначена з дисперсійного співвідношення (1.47) для кута вльоту $\alpha = 0^\circ$. Амплітуда поля накачування $\sqrt{B_{2y}^2 + B_{2x}^2} = 565$ Гс.

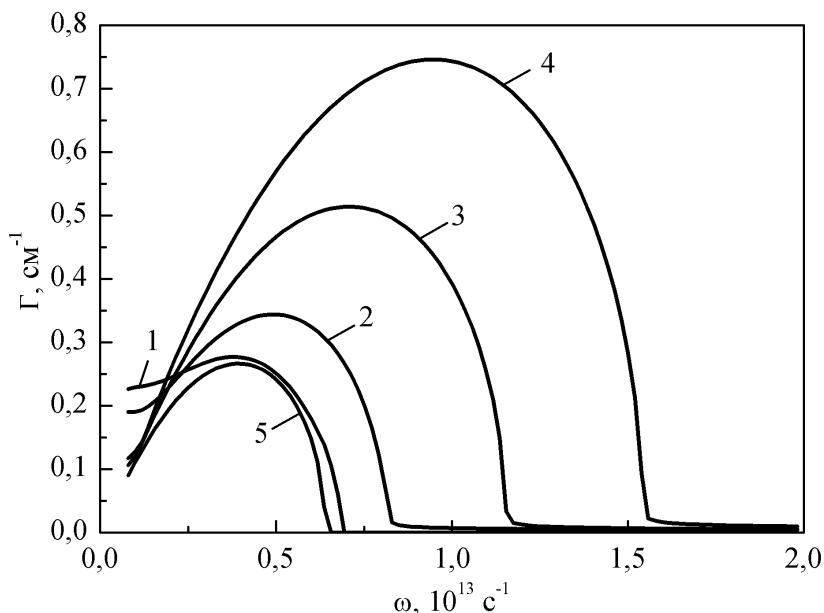


Рисунок 2.15 – Залежності інкрементів наростання від частоти хвилі сигналу ω_1 при різних кутах вльоту α . Криві 1 - 4 відповідають залежностям інкрементів наростання електромагнітних хвиль від частоти ω_1 , які визначені зі співвідношення (18): крива 1 відповідає куту вльоту $\alpha = 0^\circ$, крива 2 – куту $\alpha = 10^\circ$, крива 3 – $\alpha = 20^\circ$, крива 4 – $\alpha = 30^\circ$. Крива 5 описує залежність інкременту наростання двопотокової нестійкості від частоти, що визначена з дисперсійного співвідношення (1.47) для кута вльоту $\alpha = 0^\circ$

Порівняємо залежності інкременту наростання електромагнітної хвилі сигналу (крива 1) і інкременту наростання двопотокової нестійкості (крива 5) від частоти при куті вльоту $\alpha = 0^\circ$. Бачимо, що, у цілому, криві 1 і 5 близькі. Це свідчить про те, що саме двопотокова нестійкість визначає динаміку електромагнітної хвилі в досліджуваному лазері на вільних електронах. Однак, при низьких частотах ($\omega_1 \sim 1 \cdot 10^{12}$ с $^{-1}$) розходження між цими кривими стає істотним. Це пов'язано з тим, що темп наростання електромагнітної хвилі сигналу в ДСЛВЕ визначається не

тільки двопотоковою, але й параметричною нестійкістю. Відомо, що при зменшенні частоти інкремент двопотокової нестійкості зменшується, тоді як інкремент параметричної нестійкості збільшується [21, 81]. Із цієї причини при низьких частотах результуючий інкремент наростання електромагнітної хвилі сигналу (крива 1) стає істотно вище двопотокового інкременту наростання (крива 5). Таким чином, при досить низьких частотах результуючий інкремент наростання електромагнітної хвилі сигналу визначається параметричною нестійкістю.

Зі збільшенням кута вльоту пучка α розходження між інкрементами наростання електромагнітної хвилі сигналу й інкрементом наростання двопотокової нестійкості при низьких частотах зменшується. Причина цього полягає в тому, що при збільшенні кута вльоту α , з одного боку, інкремент двопотокової нестійкості збільшується, а з іншого боку, параметричний інкремент наростання зменшується.

Проведемо аналіз залежностей інкрементів наростання електромагнітної хвилі сигналу (криві 1–4 на рис. 2.15) для кутів вльоту 0° , 10° , 20° і 30° . Як уже згадувалося вище, ці залежності, у цілому, визначаються інкрементами двопотокової нестійкості, а виходить, і мають їх властивості. Бачимо, що зі збільшенням кута вльоту пучка α збільшуються як максимальні значення інкрементів наростання електромагнітної хвилі сигналу $\text{Re}(\Gamma)$, так і критичні частоти ω_{cr} , при яких інкремент наростання стає близьким до нуля. Такими ж властивостями характеризується двопотокова нестійкість у гвинтових двопотокових релятивістських пучках [7, 81]. Таким чином, у мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ, які використовують гвинтові двопотокові релятивістські електронні пучки, темпи наростання електромагнітних хвиль будуть набагато вище, ніж у ДСЛВЕ із прямолінійними електронними пучками. Ширина спектра мультигармонічного сигналу визначається різницею між критичною частотою й частотою першої гармоніки. Так як критична частота з підвищенням кута вльоту росте ($\omega_{\text{cr1}} < \omega_{\text{cr2}} < \omega_{\text{cr3}} < \omega_{\text{cr4}}$, див. рис. 2.15), то й ширина частотного спектра буде рости. Тому можемо зробити висновок, що в мультигармонічних ДСЛВЕ із гвинтовими електронними пучками буде формуватися потужна мультигармонічна електромагнітна хвиля з більш широким частотним спектром.

На рис. 2.16 представлені залежності амплітуд напруженості електричного поля п'ятнадцяти гармонік електромагнітної хвилі сигналу від поздовжньої координати z для кута вльоту електронного пучка $\alpha = 0^\circ$ (криві 1) і $\alpha = 30^\circ$ (криві 2). Параметри, при яких проводився розрахунок, такі ж, як і для рис. 2.15, за винятком напруженості магнітного поля накачування, що дорівнює $\sqrt{B_{2y}^2 + B_{2x}^2} = 141$ Гс. На вхід досліджуваного ДСЛВЕ подається монохроматичний сигнал із частотою $\omega_1 = 1,3 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$. Розрахунок залежностей проводився за допомогою системи рівнянь для амплітуд гармонік напруженостей електричного поля (1.46).

Рис. 2.16 підтверджує висновки, отримані при аналізі рис. 2.15. З нього випливає, що темпи посилення гармонік напруженості електричного поля для гвинтового електронного пучка (криві 2) вище, ніж для прямолінійного електронного пучка (криві 1). Також із цього рисунка випливає, що завдяки множинним трихвильовим параметричним резонансам збуджуються вищі гармоніки, а потім підсилюються завдяки додатковому механізму підсилення (двопотокова нестійкість). У результаті таких процесів формуються мультигармонічні електромагнітні хвилі. На рис. 2.17 представлений спектр такої електромагнітної хвилі сигналу в точці з координатою $z = 75,2$ см, кут вльоту електронного пучка $\alpha = 30^\circ$. Бачимо, що в досліджуваному пристрої відбувається формування мультигармонічної електромагнітної хвилі, у якій амплітуди гармонік мають порівнянні амплітуди в широкому частотному спектрі. Це є необхідною умовою для формування ультракоротких електромагнітних кластерів електромагнітного поля [21, 32, 71]. Відзначимо, що завдяки трихвильовим параметричним резонансам також збуджуються хвилі із частотами, які перевищують критичну частоту $z\text{-}\omega_{cr4} = 1,6 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$.

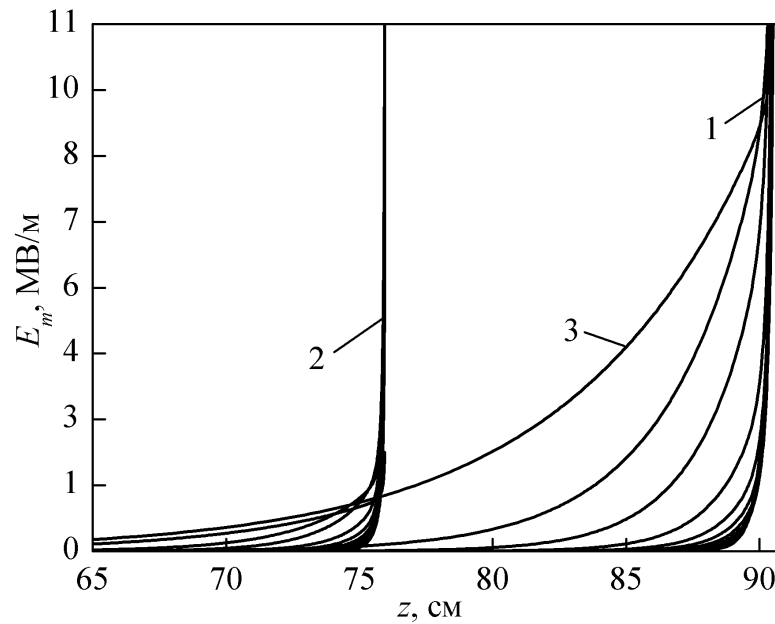


Рисунок 2.16 – Залежності амплітуд напруженості електричного поля гармонік електромагнітної хвилі сигналу від поздовжньої координати z для кута вльоту електронного пучка $\alpha = 0^\circ$ (криві 1) і $\alpha = 30^\circ$ (криві 2) у випадку монохроматичного вхідного сигналу. Крива 3 відповідає залежності амплітуди 1-й гармоніки напруженості електричного поля від поздовжньої координати z для кута вльоту пучка $\alpha = 0^\circ$. Частота першої гармоніки $\omega_1 = 1,3 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$

Розглянемо формування мультигармонічної електромагнітної хвилі в ДСЛВЕ із прямолінійними пучками ($\alpha = 0^\circ$). Як уже було сказано раніше, з рис. 2.15 випливає, що інкремент наростання *першої гармоніки* електромагнітної хвилі сигналу для пучка із $\alpha = 0^\circ$ при низьких частотах ($\omega_1 = 1,3 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$) є більше високим у порівнянні з інкрементами наростання сигналу в ДСЛВЕ із гвинтовими електронними пучками (порівняйте криву 1 і криві 2 – 4 на рис. 2.15). Це обумовлено, з одного боку, збільшенням впливу параметричного механізму посилення при зниженні частоти, а з іншого боку, при низьких частотах відбувається зменшення інкременту наростання двопотокової нестійкості. У результаті перша гармоніка сигналу для ДСЛВЕ із прямолінійним пучком ($\alpha = 0^\circ$) одержує істотне посилення, як це випливає з рис. 2.16, крива 3. У підсумку, перша гармоніка домінує над вищими гармоніками й формування електромагнітного сигналу із широким спектром у ДСЛВЕ із прямолінійним РЕП ($\alpha = 0^\circ$), у якому

гармоніки будуть мати порівнянні амплітуди ставати скрутним. Тому для формування сигналів із широким частотним спектром переважно використовувати саме гвинтові електронні пучки. Також, як впливає з рис. 2.16, у двопотокових ДСЛВЕ, які використовують гвинтові електронні пучки, через більш високі темпи підсилення насичення буде відбуватися раніше, а виходить, такі пристрої будуть мати менші поздовжні розміри в порівнянні із ДСЛВЕ, що використовують прямолінійні пучки.

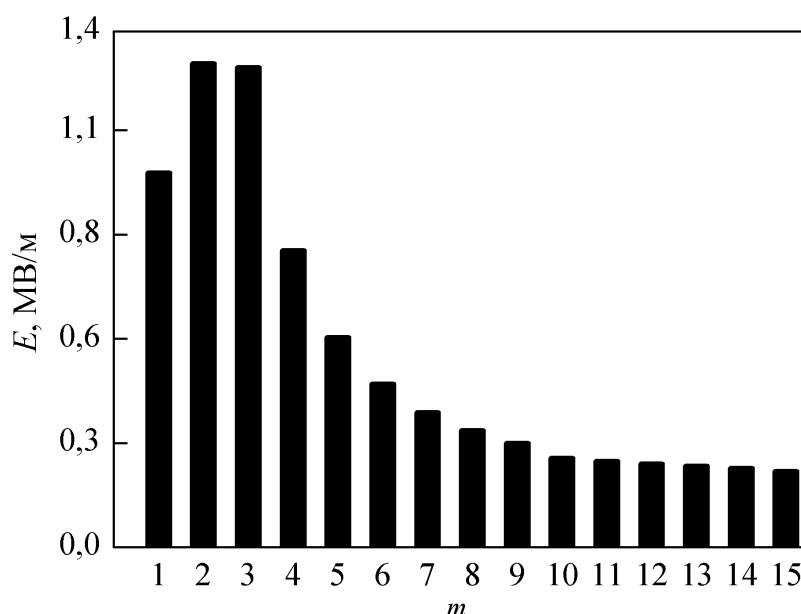


Рисунок 2.17 – Залежність амплітуд напруженості електричного поля гармонік електромагнітної хвилі сигналу від номера гармоніки в точці з координатою $z = 75,2$ см, кут вльоту електронного пучка $\alpha = 30^\circ$, випадок монохроматичного вхідного сигналу. Частота першої гармоніки $\omega_1 = 1,3 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$

Проведемо аналіз ситуації, коли на вхід досліджуваної системи подається *мультигармонічний* вхідний сигнал, що складається із трьох ненульових перших гармонік електромагнітної хвилі. Для цього випадку залежності амплітуд напруженості електричного поля п'ятнадцяти гармонік електромагнітної хвилі сигналу від поздовжньої координати z для кута вльоту електронного пучка $\alpha = 0^\circ$ (криві 1) і $\alpha = 30^\circ$ (криві 2) представлені на рис. 2.18. Параметри, при яких проводився розрахунок, такі ж, як і для рис. 2.16. Розрахунок залежностей

проводився за допомогою системи рівнянь для амплітуд гармонік напруженостей електричного поля (1.46). З рис. 2.18 випливає, що у випадку мультигармонічного вхідного сигналу насичення відбувається при куті вльоту $\alpha = 0^\circ$ на довжині $z \sim 45$ см (для монохроматичного вхідного сигналу $z \sim 90$ см, рис. 2.16), при куті вльоту $\alpha = 30^\circ$ на довжині $z \sim 30$ см (для монохроматичного вхідного сигналу $z \sim 75$ см, рис. 2.16).

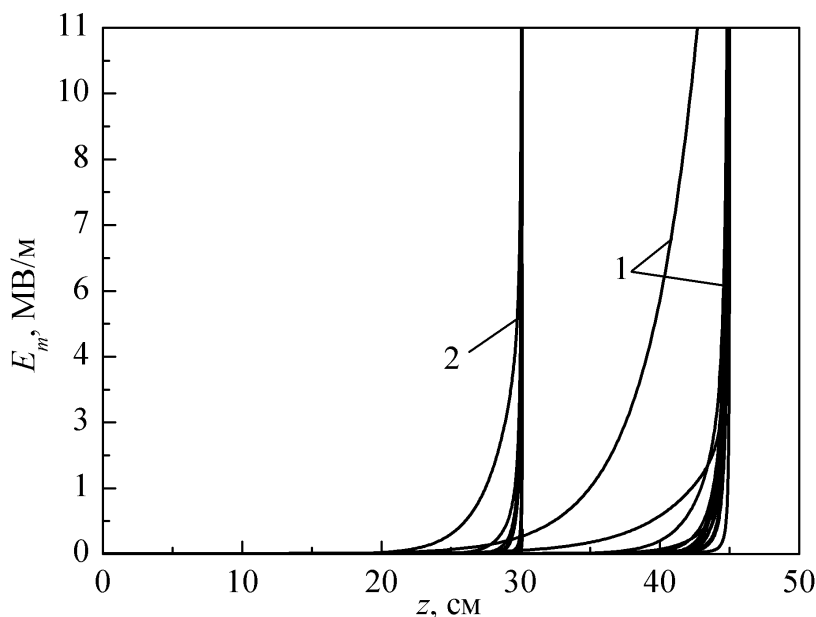


Рисунок 2.18 – Залежності амплітуд напруженості електричного поля гармонік електромагнітної хвилі сигналу від поздовжньої координати z для кута вльоту електронного пучка $\alpha = 0^\circ$ (криві 1) і $\alpha = 30^\circ$ (криві 2) у випадку мультигармонічного вхідного сигналу. Частота першої гармоніки $\omega_1 = 1,3 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$

Таким чином, наявність вхідного мультигармонічного сигналу, що складається з незначної кількості гармонік (три гармоніки) призводить до істотного зниження довжин насичення (у два рази і більше), як для прямолінійного, так і для гвинтового релятивістського електронного пучка. Такий вплив на довжини насичення мультигармонічного вхідного сигналу пояснюється наступними обставинами. По-перше, завдяки використанню мультигармонічного вхідного сигналу відбувається більш швидке збудження вищих гармонік ХПЗ, які фактично визначають формування вихідної мультигармонічної електромагнітної хвилі. По-

друге, порушення вищих гармонік ХПЗ відбувається на більш високих частотах, які характеризуються більш високими інкрементами наростання. Таким чином, використання мультигармонічних вхідних сигналів приводить до більш інтенсивного формування потужної електромагнітної хвилі із широким частотним спектром.

2.3.4 Формування потужної мультигармонічної електромагнітної хвилі

Проведемо дослідження динаміки формування потужної мультигармонічної електромагнітної хвилі з використанням рівнянь (1.46)—(1.47) у ДСЛВЕ з наступними параметрами: середнє значення релятивістського фактора двопотокового гвинтового РП $\gamma_0 = 5,0$, різниця релятивістських факторів парціальних пучків $\Delta\gamma = 0,2$, плазмова частота парціальних пучків $\omega_p = 1,0 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$, швидкості електронів у гвинтовому пучку спрямовані під кутом $\alpha = 15^\circ$ відносно осі системи, частота першої гармоніки електромагнітного сигналу $\omega_{1,1} = 7 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$, період ондулятора $\lambda_{2,1} = 4,5 \text{ см}$.

Порівнюючи частоту першої гармоніки електромагнітного сигналу $\omega_{1,1} = 7 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$ з плазмовою частотою двопотокових пучків $\omega_p = 1,0 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$, бачимо, що умова $\omega_{1,1} \gg \omega_p$ виконується. Це означає, що для всіх гармонік хвилі сигналу залежність хвильового числа від частоти є квазілінійною. Тому умови реалізації множинних резонансних взаємодій є виконаними.

Відомо, що всі гармоніки хвилі просторового заряду, частота яких менше за критичну частоту двопотокової нестійкості ($\omega_{cr} = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ c}^{-1}$ для моделі, що розглядається), будуть підсилюватися внаслідок двопотокової нестійкості. Для досліджуваної моделі із гвинтовим електронним пучком у цю область підсилення попадає $\omega_{cr} / \omega_{1,1} \approx 35$ гармонік. Причому, частина з їх, частоти яких менше за оптимальну частоту двопотокової нестійкості ($\omega_{opt} = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ c}^{-1}$), зі збільшенням частоти будуть мати більші інкременти зростання й будуть утворювати аномальний

спектр, у якому більш високочастотні гармоніки ХПЗ будуть мати більшу амплітуду. В область аномального спектра в цій моделі попадає $\omega_{opt}/\omega_{1,1} \approx 21$ гармоніка.

Відзначимо, що у випадку використання в ДСЛВЕ замість гвинтового прямолінійного пучка кількість гармонік, які формують мультигармонічний електромагнітний сигнал, зменшується. У цьому випадку критична частота двопотокової нестійкості стає в ~ 2 рази меншою. Відповідно в ~ 2 рази зменшується й кількість гармонік, які збуджуються в такому ДСЛВЕ. Тому в ДСЛВЕ, які призначені для формування потужних мультигармонічних електромагнітних хвиль потрібно використовувати саме гвинтові двопотокові РЕП.

Розглядаємо модель мультигармонічного ДСЛВЕ, що подана на рис. 2.1, у якій на вхід секції модуляції 1 подається монохроматичний сигнал із частотою $\omega_{1,1}$. Тут внаслідок трихвильового параметричного резонансу між електромагнітним сигналом 1 і Н-убітронним полем модулятора 2 у двопотоковому електронному пучку 1 збуджується хвиля просторового заряду. Через те, що на вхід модулятора подається монохроматична хвиля сигналу, то і Н-убітронне магнітне поле модулятора вибираємо також монохроматичним. На вхід модулятора подаємо сигнал з амплітудою 100 В/см, інші гармоніки дорівнюють нулю. Індукцію магнітного поля Н-убітронною накачки вибираємо такою, що дорівнює $B_{2,1} = 800$ Гс, період модулятора, як зазначалось вище, $\lambda_{2,1} = 4,5$ см. Тоді на виході із секції модуляції одержуємо ХПЗ, спектр якої подано на рис. 2.19. Як бачимо, на виході з модулятора формується ХПЗ, у якій амплітуда першої гармоніки істотно перевищує амплітуди інших гармонік.

Далі збуджена у двопотоковому електронному пучку ХПЗ зростає внаслідок двопотокової нестійкості. Через те, що частота першої гармоніки ХПЗ в 35 разів менша за критичну (і в 21 раз меншою за оптимальну), то інкременти зростання перших 21 гармонік зі збільшенням частоти збільшуються, і всі 35 гармонік підсилюються внаслідок двопотокової нестійкості. У підсумку на виході із пролітної секції (координата системи $z = 125$ см) починає формуватися аномальний спектр,

який подано на рис. 2.20. При цьому максимальною є вже не перша гармоніка, як у випадку рис. 2.19, а десята.

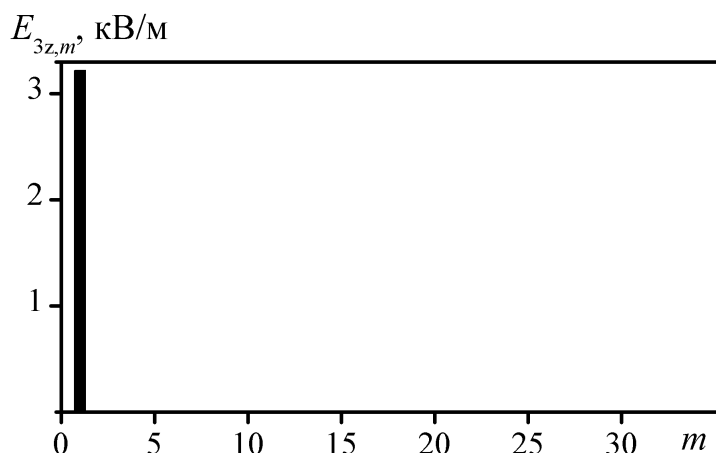


Рисунок 2.19 – Спектр ХПЗ на виході модулятора ($z = 50$ см)

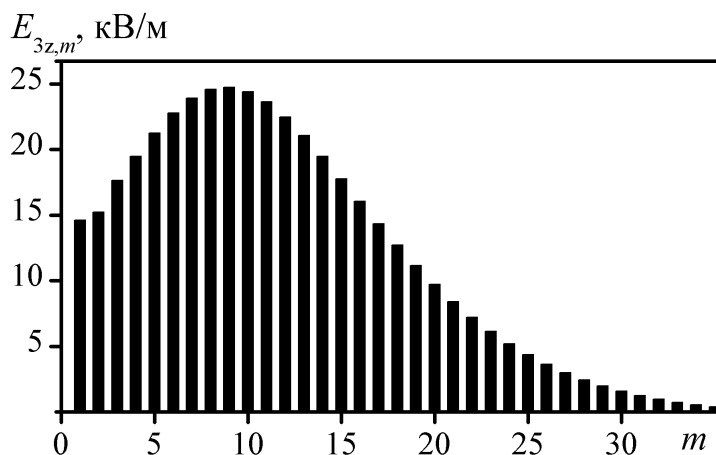


Рисунок 2.20 – Спектр ХПЗ на виході пролітної секції ($z = 125$ см)

Слід зазначити, що на виході із пролітної секції хвиля просторового заряду з необхідним спектром ще остаточно не сформована. Її формування триває й у прикінцевій секції. Одночасно із цим у прикінцевій секції відбувається збудження мультигармонічної електромагнітної хвилі завдяки множинним трихвильовим параметричним резонансам між мультигармонічною хвилею ХПЗ, мультигармонічним Н-убітронним полем накачування та електромагнітною хвилею сигналу. Параметри гармонік мультигармонічного магнітного поля накачування вибираємо таким чином, щоб у прикінцевій секції сформувати потужну

мультигармонічну електромагнітну хвилю. Спектр такого магнітного поля подано на рис. 2.21, а спектр електромагнітної хвилі в точці $z = 165$ см ДСЛВЕ подано на рис. 2.22.

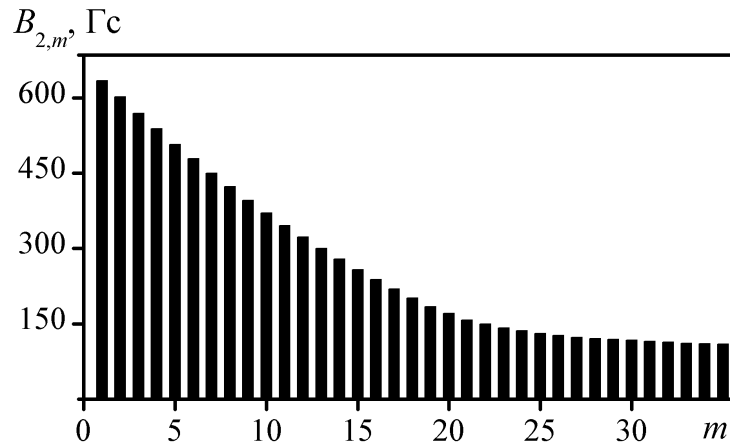


Рисунок 2.21 – Залежність амплітуд гармонік індукції магнітного поля $B_{1,m} = (B_{1x,m}^2 + B_{1y,m}^2)^{1/2}$ ондулятора прикінцевої секції від номера гармоніки

Як випливає з рис. 2.22 на виході мультигармонічного двопотокового супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу із гвинтовим електронним пучком ми отримуємо потужну мультигармонічну електромагнітну хвилю із широким частотним спектром, у якому приблизно тридцять гармонік мають практично однакову амплітуду. Використання гвинтових двопотокових РЕП і наявність пролітної секції в клістронній моделі дозволило істотно розширити спектр сформованої хвилі. Також слід зазначити, що інкременти зростання двопотокової нестійкості у гвинтових двопотокових РЕП істотно вище, ніж у прямолінійних двопотокових РЕП. Це призводить до того, що мультигармонічні ДСЛВЕ із гвинтовими пучками мають менші поздовжні габарити. Так у досліджуваній системі формування мультигармонічної електромагнітної хвилі відбувається в точці з координатою $z = 165$ см, а в аналогічній системі із прямолінійним двопотоковим РЕП це має місце в точці з координатою $z = 257$ см [82]

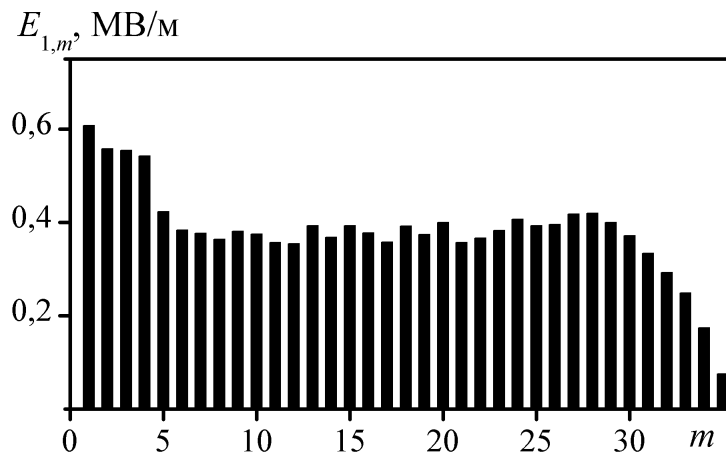


Рисунок 2.22 – Залежність модулів амплітуд гармонік електромагнітного сигналу $E_{1,m} = (E_{1x,m}^2 + E_{1y,m}^2)^{1/2}$ від номера гармоніки для координати системи $z = 165$ см

2.4 Висновки до розділу 2

1. Проведено модифікацію метода усереднених характеристик для вирішення задач аналізу мультигармонічних процесів у двопотокових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками з урахуванням специфіки множинних параметричних резонансів. Запропонована нова заміна змінних, направлена на спрощення алгоритму асимптотичного інтегрування.

2. Виявлено множинні параметричні взаємодії різних типів, що мають місце у двопотокових СЛВЕ клістронного типу з гвинтовими електронними пучками. Продемонстровано необхідність врахування таких взаємодій, оскільки вони мають істотний вплив на динаміку формування мультигармонічної ХПЗ.

3. Отримана у кубічному нелінійному наближенні самоузгоджена система диференціальних рівнянь для амплітуд напруженості гармонік мультигармонічної хвилі просторового заряду, яка враховує як множинні трихвильові параметричні резонанси між гармоніками хвиль, так і ефект двопотокової нестійкості.

4. Показано, що ширина частотного спектра мультигармонічної хвилі просторового заряду збільшується за умови збільшення середнього значення плазмової частоти, кута вльоту пучка, середнього значення релятивістського фактора і зменшенням різниці релятивістських факторів. У спектрі такої ХПЗ

збільшується число високочастотних гармонік. З'ясовано, що рівні насичення мультигармонічної ХПЗ при збільшенні кута вльоту пучка, середнього значення релятивістського фактора і зменшенні різниці релятивістських факторів зменшуються, а при збільшенні плазмової частоти амплітуди мультигармонічної ХПЗ збільшуються.

5. Продемонстровано, що інкременти зростання при збільшенні як кута вльоту пучка α , так і плазмової частоти збільшуються. З'ясовано, що в цих випадках довжини насичення мультигармонічної ХПЗ зменшуються. Тому використання таких пучків у двопотоковому супергетеродинному лазері на вільних електронах дозволяє зменшити їх поздовжні габарити.

6. Побудована кубічно-нелінійна теорія мультигармонічних ДСЛВЕ клістронного типу з Н-убітронною накачкою з гвинтовими РЕП. Отримано самоузгоджену систему диференціальних рівнянь для амплітуд гармонік напруженостей електричних полів хвиль сигналу і ХПЗ в рамках кубічного наближення, здатну описати нелінійну динаміку хвиль досліджуваного ДСЛВЕ з урахуванням мультигармонічних взаємодій.

7. Продемонстровано, що у режимі, коли частота першої гармоніки електромагнітного сигналу багато менша за критичну частоту двопотокової нестійкості має місце інтенсивна генерація вищих гармонік з сумірними амплітудами. Використання гвинтових пучків у ДСЛВЕ клістронного типу дозволяє одержати потужний мультигармонічний електромагнітний сигнал з більш широким спектром порівняно із ДСЛВЕ, який використовує прямолінійні пучки.

8. Показано, що темпи зростання електромагнітних хвиль у ДСЛВЕ із гвинтовими РЕП істотно вищі, а довжини насичення набагато менше, що дозволяє зменшити поздовжні габарити ДСЛВЕ.

9. Виявлено, що у випадку використання мультигармонічного вхідного сигналу, що складається із невеликої кількості гармонік (три гармоніки), довжини насичення зменшуються більш ніж у два рази, порівняно з ситуацією, коли на вхід системи подається монохроматична електромагнітна хвиля.

3 ІЗОХРОННІ МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ СУПЕРГЕТЕРОДИННІ ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ З ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ

Супергетеродинні лазери на вільних електронах характеризуються екстремально високими коефіцієнтами підсилення, що обумовлені використанням у таких пристроях двопотокової або плазмово-пучкової нестійкостей. В ізохронних мультигармонічних СЛВЕ застосовують засоби підтримки ізохронної взаємодії електронного пучка та електромагнітного випромінювання з метою підвищення потужності вихідного випромінювання та ефективності роботи. У даному розділі досліджується вплив поздовжнього електричного поля на формування потужної мультигармонічної хвилі з широким частотним спектром у двопотоковому СЛВЕ з гвинтовими та прямолінійними пучками. У плазмово-пучковому СЛВЕ з гвинтовими та прямолінійними пучками досліджуємо вплив фокусуєчого магнітного поля на інтенсивність когерентного електромагнітного випромінювання у міліметровому діапазоні довжин хвиль. Основні наукові результати розділу представлені в роботах [15–20].

3.1 Формування мультигармонічної ХПЗ у двопотоковому супергетеродинному ЛВЕ під впливом поздовжнього електричного поля

3.1.1 Модель та вихідні рівняння

Модель мультигармонічного ДСЛВЕ клістронного типу із гвинтовим двошвидкісним електронним пучком подана на рис. 1. Цей пристрій складається із трьох секцій: секції модуляції I, пролітної секції II та кінцевої секції III. Фокусувальне магнітне поле у досліджуваній системі спрямоване уздовж осі системи Z . Гвинтовий двошвидкісний РЕП 2 рухається уздовж осі Z пристрою й послідовно проходить через всі секції. Пучок складається із двох парціальних взаємно проникних гвинтових електронних потоків із близькими за значенням

парціальними релятивістськими швидкостями v_1, v_2 ($v_1 - v_2 \ll v_1, v_2$). Швидкості електронів цих пучків спрямовані під кутом α до фокусувального магнітного поля. Плазмові частоти парціальних електронних пучків приймаємо однаковими: $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$. Уважаємо, що в поперечній площині пучок є однорідним; власними статичними полями пучка, зіткненнями електронів можна знехтувати. Розглядаємо модель, у якій різниця парціальних швидкостей пучка $v_1 - v_2$ перевищує тепловий розкид електронів за швидкостями, тепловий розкид електронів за швидкостями не враховуємо.

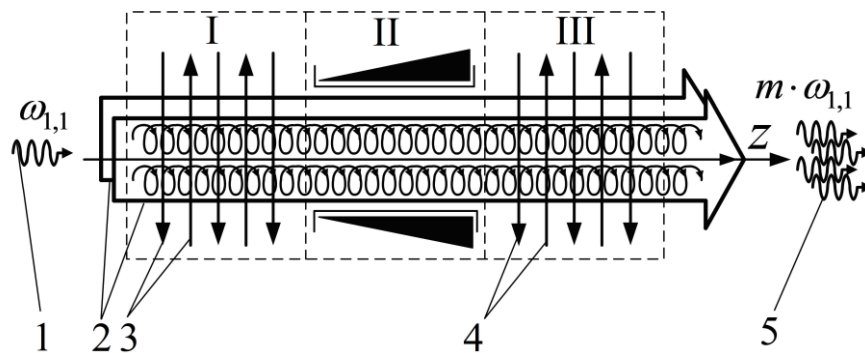


Рисунок 3.1 — Схема мультигармонічного Н-убітронного ДСЛВЕ клістронного типу

На вхід секції модуляції I, у якій створене періодично-реверсивне поперечне циркулярно-поляризоване Н-убітронне магнітне поле 3, подається монохроматичний електромагнітний сигнал 1 із частотою $\omega_{1,1}$. Основним призначенням секції модуляції I, є збудження в об'ємі гвинтового двошвидкісного РЕП хвилі просторового заряду. У результаті трихвильового параметричного резонансу монохроматичної хвилі сигналу з монохроматичним магнітним полем накачки у двошвидкісному електронному пучку 2 збуджується ХПЗ із частотою $\omega_{3,1} = \omega_{1,1}$ й хвильовим числом $k_{3,1}$ першої гармоніки. Далі промодульований електронний пучок входить у пролітну секцію II, електромагнітна хвиля сигналу на вході в цю секцію поглинається. Основним призначенням пролітної секції II є підсилення й інтенсивне збудження вищих гармонік ХПЗ. Зазначимо, що збудження

й підсилення вищих гармонік відбувається як за рахунок множинних трихвильових резонансних взаємодій гармонік ХПЗ, так і двопотокової нестійкості. Для ефективного збудження вищих гармонік ХПЗ частоту першої гармоніки ХПЗ $\omega_{3,1}$ вибираємо багато меншою критичної частоти двопотокової нестійкості ω_{cr} . Відзначимо, що в цьому випадку інкремент зростання гармонік ХПЗ буде збільшуватися зі збільшенням номера гармоніки аж до оптимальної частоти $\omega_{opt} = \sqrt{3/8} \cdot \omega_{cr}$, що відповідає максимальному інкременту зростання.

Дисперсійна залежність гармонік ХПЗ, частоти яких менше критичної частоти ω_{cr} , є лінійною [4–5, 21]. Це означає, що частота й хвильове число будь-якої m -ї гармоніки, частота якої менше за критичну, задовольняє співвідношенням [4–5, 21]:

$$\omega_{3,m} = m \cdot \omega_{3,1}, k_{3,m} = m \cdot k_{3,1} \quad (3.1)$$

де m – номер відповідної гармоніки. Тому, щоб m_1 -а, m_2 -а й m_3 -а гармоніки ХПЗ задовольняли умовам трихвильового параметричного резонансу

$$\omega_{3,m1} = \omega_{3,m2} + \omega_{3,m3}, k_{3,m1} = k_{3,m2} + k_{3,m3} \quad (3.2)$$

їх номери повинні бути пов'язані співвідношенням:

$$m_1 = m_2 + m_3. \quad (3.3)$$

Цій умові задовольняє величезна кількість гармонік. Про такі резонансні взаємодії говорять як про множинні [4–5, 7, 21, 36-37]. Завдяки таким множинним резонансам у пролітній секції II стає можливим формування ХПЗ із широким частотним спектром і аномальною ділянкою, у якій більше високі гармоніки мають більше високі амплітуди.

У пролітній секції II створене поздовжнє однорідне електростатичне поле E_0 , що може бути як гальмуючим, так і прискорювальним. Як буде показано далі, таке

поле впливає на ширину частотного спектра мультигармонічної ХПЗ, на рівень і довжину її насичення.

Після проходження пролітної секції II гвинтовий РЕП, у якому збуджені вищі гармоніки ХПЗ, направляють на вхід кінцевої секції III. Основним призначенням кінцевої секції III є перетворення мультигармонічної ХПЗ у потужну мультигармонічну електромагнітну хвилю сигналу 5. Це відбувається завдяки множинним параметричним резонансним взаємодіям між мультигармонічною ХПЗ, мультигармонічним поперечним Н-убітронним магнітним полем накачки 4 секції III і мультигармонічним поперечним електромагнітним полем сигналу 5. Фактично, тут відбувається зворотне перетворення енергії мультигармонічної ХПЗ в енергію мультигармонічного електромагнітного сигналу.

Змінюючи параметри полів накачки, поздовжнього електростатичного поля, частоту першої гармоніки вхідного сигналу, довжину пролітної секції й кут вльоту РЕП, можна керувати формою спектра ХПЗ і, в остаточному підсумку, формою спектра потужного мультигармонічного електромагнітного сигналу на виході ДСЛВЕ (зокрема, створювати ультракороткий кластер електромагнітного поля [5, 21]).

Хвиля просторового заряду, що складається з багатьох гармонік, які виникають завдяки множинним трихвильовим параметричним резонансним взаємодіям і двопотокової нестійкості, є джерелом мультигармонічних хвиль у досліджуваному ДСЛВЕ. Процеси генерації вищих гармонік такої мультигармонічної ХПЗ відбуваються у всіх секціях досліджуваного пристрою. Особливо яскраво ці процеси виражені у пролітній секції, тому саме в ній зручно здійснювати керування спектром мультигармонічної хвилі ХПЗ під дією поздовжнього електростатичного поля. Тому причини далі розглянемо вплив поздовжнього електростатичного поля на спектральні характеристики мультигармонічної ХПЗ у пролітній секції II. При цьому відзначимо, що, незважаючи на те, що зміна поздовжньої швидкості двошвидкісного РЕП впливає на довжину хвилі, а значить, і хвильові числа гармонік ХПЗ, умови множинних

резонансних взаємодій між гармоніками ХПЗ не змінюються, тому що такі зміни відбуваються для всіх гармонік узгоджено.

Для розв'язування задачі використовуємо квазігідродинамічне рівняння, рівняння Максвелла й рівняння неперервності. До квазігідродинамічного рівняння та рівняння неперервності застосовуємо методи ієрархічної теорії коливань і хвиль [21]. У рамках, цього підходу застосовуємо модернізований метод усереднених характеристик [68–69]. Ураховуємо, що в пролітній секції досліджуваної системи мають місце множинні параметричні резонанси між гармоніками хвилі просторового заряду (3.3), тому хвилю ХПЗ приймаємо мультигармонічною. Результируюча напруженість електричного поля має вигляд:

$$\vec{E}_3 = E_0 \vec{e}_z + \sum_{m=1}^N [E_{3,m} \exp(ip_{3,m}) + c.c.] \vec{e}_z, \quad (3.4)$$

де $E_{3,m}$ й $p_{3,m} = \omega_{3,m}t - k_{3,m}z$ — комплексна амплітуда й фаза m -ї гармоніки хвилі ХПЗ; N — кількість гармонік, що приймається до уваги для рішення задачі. Задачі рівнянь руху та неперервності розв'язуємо за допомогою модернізованого методу усереднених характеристик [68–69], задачу рівнянь Максвелла — за допомогою методу повільно змінних амплітуд. У результаті математичних перетворень (подібні перетворення описані в роботі [4]) одержуємо самоузгоджену систему нелінійних диференціальних рівнянь для амплітуд гармонік напруженості електричного поля зростаючої хвилі просторового заряду у нелінійному кубічному наближенні:

$$C_{2,m} \frac{d^2 E_{3,m}}{dz^2} + C_{1,m} \frac{dE_{3,m}}{dz} + D_m E_{3,m} = C_{3,m} \left\langle E_3 \cdot \sum_{m'=1}^N [E_{3,m'} \exp(ip_{3,m'}) / (im') + c.c.] \right\rangle_{P_m} + F_m, \quad (3.5)$$

У рівнянні (3.5)

$$D_m \equiv -ik_{3,m} \left(1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_{p,q}^2}{(\omega_{3,m} - k_{3,m} v_{qz})^2 \gamma_q^3} \right) \quad (3.6)$$

– дисперсійна функція хвилі просторового заряду, що поширюється у гвинтовому

РЕП; $\langle \dots \rangle_{p_{3,m}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \exp(-ip_{3,m})) dp_{3,m}$, $C_{2,m} = \partial^2 D_m / \partial(-ik_{3,m})^2 / 2$,

$$C_{1,m} = \partial D_m / \partial(-ik_{3,m}), \quad C_{3,m} = \sum_{q=1}^2 \frac{3e\omega_{p,q}^2 k_{3,1}}{im(\omega_{3,1} - k_{3,1} v_{qz})^3 v_{qz} \gamma_q^4 m_e} \left[\frac{\omega_{3,1}}{(\omega_{3,1} - k_{3,1} v_{qz}) \gamma_q^2} - 1 \right] \quad \text{—}$$

коефіцієнти диференціального рівняння (3.5), які залежать від частот, хвильових

чисел і параметрів системи; F_m — функції, які враховують нелінійні добавки у

кубічному наближенні й залежать від напруженостей гармонік електричних полів;

$\gamma_q = 1 / \sqrt{1 - (v_q / c)^2}$ і v_q — релятивістський фактор і швидкість q-го парціального

пучка ($q = 1, 2$); c — швидкість світла; e і m_e — заряд і маса електрона відповідно.

Відзначимо, що система (3.5) ураховує як підсилення за рахунок двопотокової нестійкості, так і множинні резонансні взаємодії між гармоніками ХПЗ.

Коефіцієнти системи (3.5) залежать також від квазісталіх складових поздовжніх швидкостей і концентрацій парціальних пучків, що повільно змінюються в процесі нелінійної взаємодії. Через це систему рівнянь (3.5) доповнимо рівняннями для постійних складових:

$$\frac{dv_{qz}}{dz} = V_{qz}(E_3, v_{qz}, \gamma_q, n_q), \quad \frac{dn_q}{dz} = N_q(E_3, v_{qz}, \gamma_q, n_q). \quad (3.7)$$

Функції V_{qz} , N_q містять кубічні-нелінійні доданки. Одержання цих функцій описано

в роботі [4]. Система рівнянь (3.5), (3.7) дозволяє досліджувати вплив поздовжнього

електростатичного поля на динаміку ХПЗ у пролітній секції ДСЛВЕ клістронного

типу із гвинтовим РЕП у кубічні-нелінійному наближенні.

У роботі розглядаємо ситуацію, коли на вхід досліджуваної системи подається ХПЗ, що містить тільки одну гармоніку. Тоді на початковому етапі динаміки хвиль

реалізується когерентний режим взаємодії. У цьому випадку завдяки описаним вище множинним трихвильовим параметричним резонансам відбувається збудження вищих гармонік хвилі ХПЗ, а також їх зростання внаслідок двопотокової нестійкості [83–88]. При перевищенні рівня амплітуд гармонік вище деякого критичного значення когерентний режим взаємодії порушується, і виникають хаотичні коливання. Режим хаотичних коливань у поданій роботі не досліджується.

3.1.2 Аналіз впливу повздовжнього електростатичного поля на формування ХПЗ з широким частотним спектром

Проведемо аналіз впливу повздовжнього електростатичного поля на динаміку хвилі просторового заряду в пролітній секції двопотокового супергетеродинного лазера на вільних електронах, використовуючи систему рівнянь (3.5)–(3.7). Розглядаємо систему з наступними параметрами: плазмова частота кожного з парціальних електронних пучків $\omega_p = 1.0 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$, середній релятивістський фактор двошвидкісного електронного пучка $\gamma_0 = 3.0$, різниця релятивістських факторів парціальних електронних пучків $\Delta\gamma = 0.15$. У розрахунках приймаємо до уваги $N = 50$ гармонік. Розглядаємо наступний випадок: на вході в пролітну секцію ($z = 0$) збуджена одна гармоніка хвилі просторового заряду; частота першої гармоніки хвилі просторового заряду $\omega_{3,1} = 5.8 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ є багато меншою за критичну частоту двопотокової нестійкості $\omega_{cr} = 8.7 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ (в 15 разів меншою).

Як було сказано вище, через параметричні резонансні взаємодії у двошвидкісному РЕП відбувається збудження й підсилення гармонік, частоти яких менше за критичну частоту. Окрім збудження ці гармоніки будуть підсилюватися завдяки ефекту двопотокової нестійкості. Прийmemo до уваги, що інкременти підсилення, що визначаються двопотоковою нестійкістю, є багато більшими за інкременти підсилення, що визначаються трихвильовим параметричним резонансом. Тому результуюче підсилення буде визначатися інкрементами зростання двопотокової нестійкості. У підсумку варто очікувати, що залежність амплітуди

гармоніки від частоти буде визначатися залежністю інкременту зростання від частоти. Можемо отримати наближені аналітичні розв'язки для максимального інкременту зростання хвилі просторового заряду за рахунок двопотокової нестійкості $\Gamma(\omega_{\text{opt}})$ й для критичної частоти ω_{cr} , виходячи з дисперсійного рівняння (3.6) [5, 21]:

$$\Gamma(\omega_{\text{opt}}) = \frac{\omega_p}{2\nu_0\gamma_0^{3/2}}, \quad (3.8)$$

$$\omega_{\text{cr}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \omega_p \gamma_0^{3/2} (1 - 1/\gamma_0^2)}{\Delta\gamma}, \quad (3.9)$$

де ν_0 – середня швидкість двошвидкісного електронного пучка.

Проаналізуємо вплив поздовжнього електричного поля E_0 на максимальний інкремент зростання хвилі $\Gamma(\omega_{\text{opt}})$ й критичну частоту ω_{cr} (3.8)–(3.9). У першу чергу, вплив поздовжнього електричного поля E_0 приведе до зміни середнього релятивістського фактора γ_0 . У випадку прискорювального поля E_0 релятивістський фактор γ_0 буде збільшуватися, для гальмуючого поля E_0 релятивістського фактора γ_0 буде зменшуватися. Середня швидкість двошвидкісного релятивістського електронного пучка близька до швидкості світла й змінюється несуттєво. Інші параметри, що входять у співвідношення (3.8)–(3.9) практично не зміняться. Це означає, що у випадку прискорювального електричного поля E_0 інкремент зростання буде зменшуватися, а критична частота буде збільшуватися. Якщо ж електричне поле E_0 буде гальмуючим, то, навпаки, інкремент зростання буде збільшуватися, а критична частота буде зменшуватися.

Такий же результат ми одержуємо й із системи рівнянь (3.5)–(3.7), що описує динаміку амплітуд гармонік хвилі просторового заряду в кубічному нелінійному наближенні. На рисунках 3.2, 3.3 і 3.4 подані спектри хвилі просторового заряду в досліджуваній системі в області насичення для випадків без поздовжнього електричного поля E_0 , із прискорювальним поздовжнім полем E_0 і з гальмуючим полем E_0 відповідно. Напруженість поздовжнього електричного поля

$E_0 = 3,0 \cdot 10^5$ В/м. Спектри на рисунках 3.2, 3.3 і 3.4 побудовані для координат z близьких до області насичення.

З рисунків 3.2, 3.3 і 3.4 випливає, що у всіх трьох випадках формується мультигармонічна ХПЗ із широким частотним спектром. Так, у випадку відсутності поздовжнього електростатичного поля (рис. 3.2) ширина спектра ХПЗ $\omega_{\min,1} - \omega_{3,1} = 1,2 \cdot 10^{13}$ с⁻¹ (20 гармонік), насичення відбувається біля $z_1 = 110$ см. Цей спектр має аномальну ділянку – перші 11 гармонік, у яких з підвищенням частоти збільшується амплітуда.

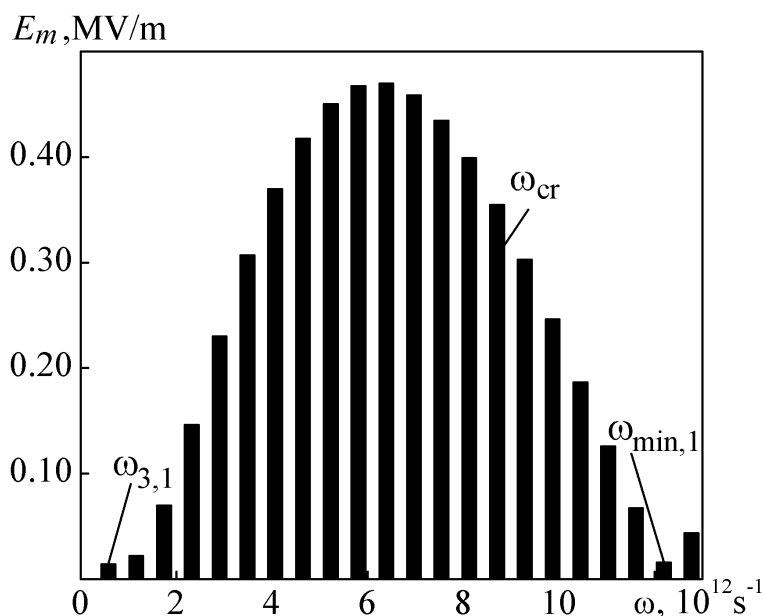


Рисунок 3.2 — Залежність амплітуд гармонік E_m ХПЗ від частоти ω для двошвидкісного РЕП при $z_1 = 110$ см при відсутності поздовжнього електростатичного поля.

Рисунок 3.3 демонструє зміну спектра ХПЗ під дією прискорювального поздовжнього електростатичного поля E_0 . Бачимо, що ширина спектра мультигармонічної ХПЗ збільшується в 1,5 рази до $\omega_{\min,2} - \omega_{3,1} = 1,75 \cdot 10^{13}$ с⁻¹ (30 гармонік) порівняно з випадком, коли поле E_0 відсутнє (рис. 3.2). Разом із цим відбувається й збільшення довжини насичення в 1,5 рази, насичення спостерігаємо в

околиці $z_2 = 166$ см. Також варто звернути увагу, що максимальна амплітуда такого мультигармонічного сигналу зменшується приблизно в 2 рази. Таким чином, прискорювальне електростатичне поле E_0 дозволяє збільшити ширину спектра мультигармонічної ХПЗ, хоча при цьому, зменшуються амплітуди гармонік, збільшується довжина насичення. Таке поле варто використовувати в мультигармонічних ЛВЕ, основне призначення яких формування електромагнітних хвиль із максимальною шириною частотного спектра.

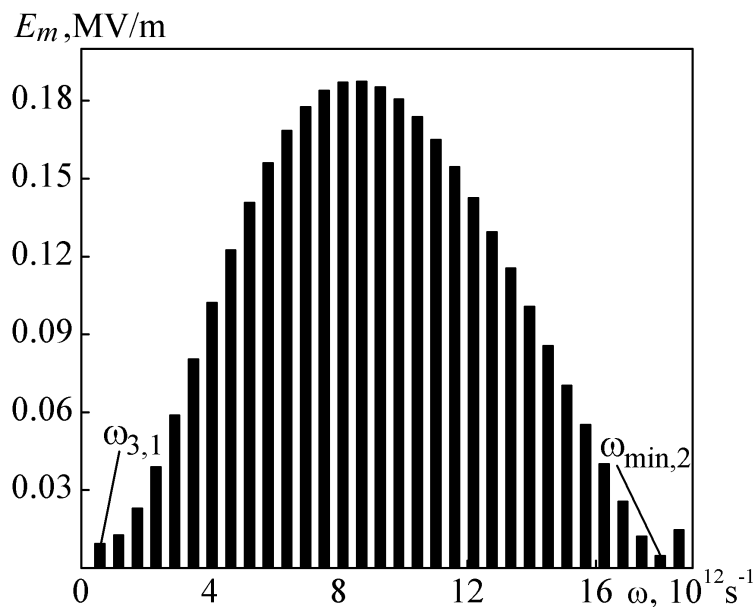


Рисунок 3.3 — Залежність амплітуд гармонік E_m ХПЗ від частоти ω для двошвидкісного РЕП при $z_2 = 166$ см при наявності прискорювального поздовжнього електростатичного поля $E_0 = 3.0 \cdot 10^5$ В/м

Рисунок 3.4 показує спектр ХПЗ під дією гальмуючого поздовжнього електричного поля E_0 . Бачимо, що ширина спектра мультигармонічної ХПЗ зменшується в 1,4 рази до $\omega_{\min,3} - \omega_{3,1} = 0.87 \cdot 10^{13} \text{ c}^{-1}$ (15 гармонік) порівняно з випадком, коли поле E_0 відсутнє (рис. 3.2). Разом із цим відбувається зменшення довжини насичення в 1,3 рази, насичення відбувається в околиці $z_3 = 84$ см. Також варто звернути увагу, що максимальна амплітуда такого мультигармонічного сигналу збільшується приблизно в 2 рази. Таким чином, гальмуюче електричне поле

E_0 дозволяє збільшити амплітуду гармонік ХПЗ, зменшити довжину насичення (це дозволяє зменшити поздовжні габарити системи). При цьому зменшується ширина частотного спектра хвилі ХПЗ. Таке поле варто використовувати в ДСЛВЕ, основне призначення яких формування електромагнітних хвиль із максимальною амплітудою.

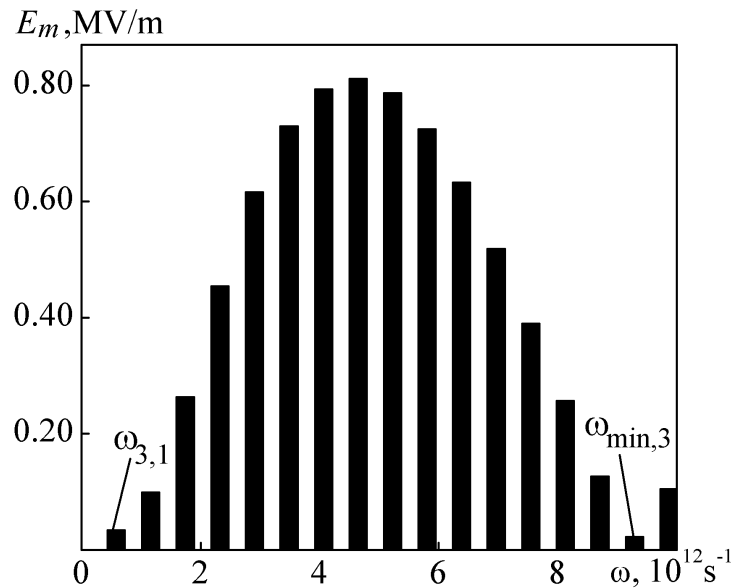


Рисунок 3.4 — Залежність амплітуд гармонік E_m ХПЗ від частоти ω для двошвидкісного РЕП при $z_3 = 84$ см наявності гальмуючого поздовжнього електростатичного поля $E_0 = 3.0 \cdot 10^5$ В/м.

3.2 Вплив поздовжнього електростатичного поля на ширину спектра мультигармонічної ХПЗ у ДСЛВЕ з гвинтовим електронним пучком

Проведемо чисельний аналіз динаміки мультигармонічної ХПЗ у пролітній секції ДСЛВЕ клістронного типу із гвинтовими РЕП з наступними параметрами: ленгмюрівська частота пучків $\omega_{p1} = \omega_{p2} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$; середній релятивістський фактор двошвидкісного пучка $\gamma_0 = (\gamma_1 + \gamma_2) / 2 = 4,5$; різниця релятивістських факторів парціальних електронних пучків $\Delta\gamma = \gamma_1 - \gamma_2 = 0,6$; кількість гармонік, що враховуються при рішенні завдання, $N=50$; кут вльоту пучка відносно

фокусувального магнітного поля $\alpha = 20^\circ$. На вхід пролітної секції входить ХПЗ із частотою першої гармоніки $\omega_{3,1} = 0,6 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$, що багато менше критичної частоти двопотокової нестійкості $\omega_{cr} = 6,35 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$. Для вирішення системи рівнянь (3.5), (3.7) використовуємо стандартні чисельні методи.

Проведемо аналіз впливу поздовжнього електростатичного поля E_0 на формування мультигармонічної ХПЗ у двопотоковому супергетеродинному ЛВЕ з гвинтовим електронним пучком. Поле E_0 може бути як гальмуючим, так і прискорювальним. На рис. 3.5 – 3.7 подані частотні спектри ХПЗ після проходження пролітної секції для випадків: без електростатичного поля E_0 (рис. 3.5), із прискорювальним електростатичним полем E_0 (рис. 3.6), з гальмуючим електростатичним полем E_0 (рис. 3.7). Тому що частота першої гармоніки ХПЗ менше критичної частоти двопотокової нестійкості, то у всіх трьох випадках формується мультигармонічна ХПЗ із широким частотним спектром. Напруженість електростатичного поля вибираємо $E_0 = 3,0 \cdot 10^5 \text{ В/м}$.

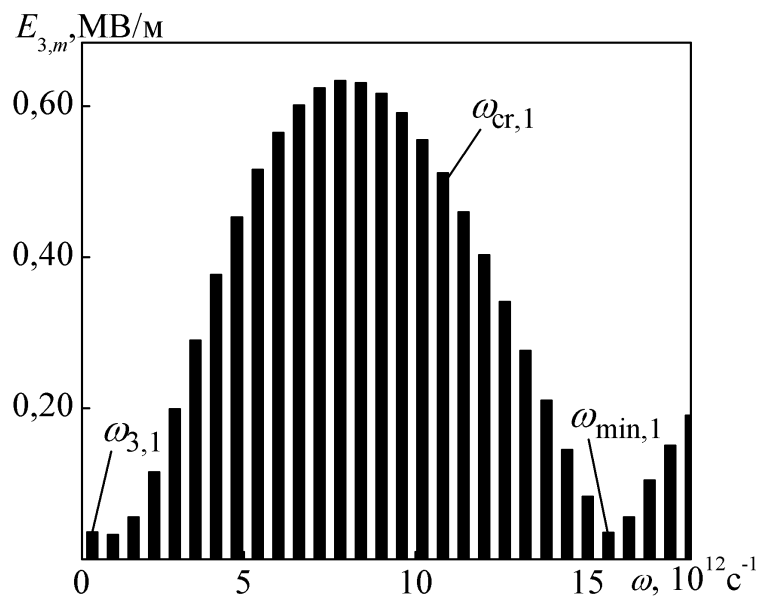


Рисунок 3.5 — Залежність амплітуд гармонік E_m хвилі просторового заряду від частоти ω для двошвидкісного релятивістського електронного пучка за умови відсутності поздовжнього електростатичного поля E_0 ($z_1 = 79 \text{ см}$).

На рис. 3.5 зображений спектр мультигармонічної ХПЗ, коли в пролітній секції відсутнє поздовжнє електростатичне поле E_0 . Ширина такого спектра $\omega_{\min,1} - \omega_{3,1} = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ (26 гармонік), рівень насичення 0,6 МВ/м. Спектр побудований у точці з координатою $z_1 = 79 \text{ см}$.

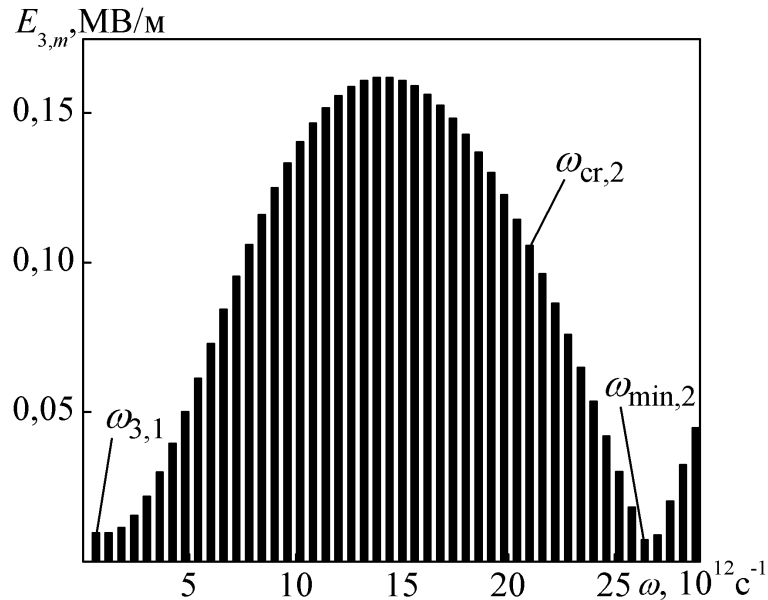


Рисунок 3.6 — Залежність амплітуд гармонік E_m ХПЗ від частоти ω для двошвидкісного РЕП за умови прискорювального поздовжнього електростатичного поля $E_0 = 3,0 \cdot 10^5 \text{ В/м}$ ($z_2 = 114 \text{ см}$).

Спектр ХПЗ після проходження пролітної секції із прискорювальним поздовжнім електростатичним полем E_0 поданий на рис. 3.6. У цьому випадку ширина спектра $\omega_{\min,2} - \omega_{3,1} = 2,58 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ збільшується в 1,72 рази (44 гармоніки) порівняно з ситуацією, поданою на рис. 3.5. Довжина насичення збільшується в 1,44 рази, і насичення має місце біля точки $z_2 = 114 \text{ см}$, максимальна амплітуда 0,16 МВ/м. Таким чином, прискорювальне електростатичне поле може істотно збільшити ширину частотного спектра ХПЗ, але при цьому така мультигармонічна ХПЗ характеризується меншими амплітудами. Отже, у мультигармонічних ДСЛВЕ із гвинтовим пучком, основним призначенням яких є формування електромагнітних хвиль із максимально широким частотним спектром, доцільно використовувати

поздовжнє прискорювальне електростатичне поле для збільшення ширини частотного спектра.

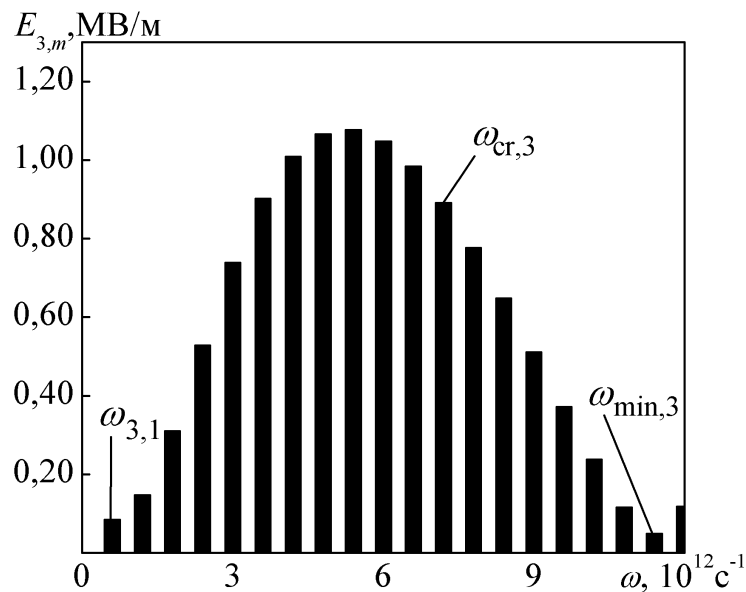


Рисунок 3.7 — Залежність амплітуд гармонік E_m ХПЗ від частоти ω для двошвидкісного РЕП за умови гальмуючого поздовжнього електростатичного поля $E_0 = 3,0 \cdot 10^5 \text{ В/м}$ ($z_2 = 63,5 \text{ см}$).

На рис. 3.7 поданий спектр ХПЗ після проходження пролітної секції з гальмуючим електростатичним полем E_0 . З рисунка випливає, що ширина спектра $\omega_{\min,3} - \omega_{3,1} = 1,08 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ (19 гармонік) зменшилася в 1,38 рази порівняно з рис. 3.5 (поле $E_0 = 0$). Рівень максимальної амплітуди ХПЗ 1,08 МВ/м збільшується в 1,7 рази, а довжина насичення зменшується в 1,25 рази, насичення має місце в околиці $z_3 = 63 \text{ см}$. Отже, за рахунок гальмуючого поля в пролітній секції можна отримати ХПЗ з більшою амплітудою порівняно із пролітною секцією без поздовжнього електростатичного поля (рис. 3.5). При цьому поздовжні габарити пролітної секції зменшуються. У цьому випадку ширина спектра буде меншою. Таким чином, у ДСЛВЕ із гвинтовим РЕП, які призначені для формування електромагнітного випромінювання з максимальною амплітудою, найбільш ефективно використання гальмуючого електростатичного поля.

Поведемо аналіз причини впливу поздовжнього електростатичного поля (рис.3.6 і рис. 3.7) на ширину частотного спектра ХПЗ у пролітній секції ДСЛВЕ. Як було сказано раніше, у пролітній секції ДСЛВЕ виникають множинні параметричні взаємодії між гармоніками ХПЗ, які підсилюються за рахунок двопотокової нестійкості. Визначальну роль у цих процесах грає саме двопотокова нестійкість. Тому можемо припустити, що спектр гармонік буде визначатися залежністю інкременту двопотокової нестійкості від частоти.

Використовуючи дисперсійне рівняння хвилі просторового заряду ($D_m(\omega_{3,m}, k_{3,m})=0$, де D_m — дисперсійна функція (3.6)), можемо знайти наближене аналітичне рішення для інкременту двопотокової нестійкості у гвинтовому РЕП аналогічно, як і для випадку прямолінійного пучка (див., наприклад, [21, 29]). Рішення шукаємо у вигляді

$$k_{3,m} = \omega_{3,m} / \nu_{0z} + i\Gamma_m, \quad (3.10)$$

де $\nu_{0z} = (\nu_{1z} + \nu_{2z})/2$, $i\Gamma_m$ — нелінійний доданок хвильового числа ХПЗ. Підставляємо (10) у рівняння $D_m(\omega_{3,m}, k_{3,m})=0$, перетворимо отримане співвідношення до біквдратного рівняння й знаходимо вираз для нелінійного доданка хвильового числа ХПЗ:

$$i\Gamma_m = \pm \frac{\omega_p}{\nu_{0z}} \sqrt{\frac{1 - (\nu_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} \left\{ 1 + \frac{\omega_{3,m}^2 \delta^2 \gamma_0}{\omega_p^2 (1 - (\nu_{0z}/c)^2)} \pm \sqrt{1 + \frac{4\omega_{3,m}^2 \delta^2 \gamma_0}{\omega_p^2 (1 - (\nu_{0z}/c)^2)}} \right\}^{1/2}. \quad (3.11)$$

У формулі (3.11) $\nu_0 = (\nu_1 + \nu_2)/2$ — середня швидкість двошвидкісного електронного пучка,

$$\delta = \frac{\nu_{z1} - \nu_{z2}}{\nu_{z1} + \nu_{z2}} = \frac{\nu_1 \cos \alpha - \nu_2 \cos \alpha}{\nu_1 \cos \alpha + \nu_2 \cos \alpha} = \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1 + \nu_2}. \quad (3.12)$$

Співвідношення (3.11) отримано за умов:

$$|\nu_{0z}\Gamma_m / \omega_p| \ll 1, |\omega_{3,m}\delta / \omega_p| \ll 1, (\omega_{3,m} - k_{3,m}\nu_{1z}) \neq 0, (\omega_{3,m} - k_{3,m}\nu_{2z}) \neq 0. (3.13)$$

Вираз (3.11) описує нелінійний доданок хвильового числа для чотирьох типів хвиль — швидкої, повільної, зростаючої й загасаючої. Якщо різниця швидкостей парціальних пучків буде прямувати до нуля $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 = 2\nu_0\delta \rightarrow 0$ (двошвидкісний пучок перетворюється в одношвидкісний), то з (3.11) одержуємо два значення $i\Gamma_m = \pm\sqrt{2}\omega_p\sqrt{(1-(\nu_{0z}/c)^2)/(\nu_{0z}^2\gamma_0)}$, які відповідають швидкій і повільній хвилям одношвидкісного гвинтового пучка. Два інших значення $i\Gamma_m = \pm 0$ потрібно відкинути, тому що вони не задовольняють умові (3.13); при цьому $(\omega_{3,m} - k_{3,m}\nu_{qz}) = 0$.

Далі розглядаємо випадок $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 \neq 0$. Зі співвідношення (3.11) випливає, якщо частота хвилі ХПЗ $\omega_{3,m}$ буде меншою за критичну частоту

$$\omega_{cr} = \frac{\sqrt{2}\omega_p}{\delta} \sqrt{\frac{1-(\nu_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} = \frac{2\sqrt{2}\omega_p\gamma_0\sqrt{1+\gamma_0^2(\nu_0/c)^2\sin^2\alpha}}{\Delta\gamma}, (3.14)$$

то дві із чотирьох хвиль будуть характеризуватися комплексним хвильовим числом k ($i\Gamma_m$ має уявне значення). Одна із цих хвиль буде експоненційно зростати (зростаюча хвиля). Для неї величина Γ_m має фізичний зміст інкременту зростання. Інша хвиля буде експоненційно загасати (загасаюча хвиля). Тому що амплітуда загасаючої хвилі швидко зменшується, цю хвилю далі не враховуємо. Використовуючи (3.11), нескладно знайти максимальне значення інкременту зростання

$$\Gamma(\omega_{\text{opt}}) = \frac{\omega_p}{2\nu_{0z}} \sqrt{\frac{1 - (\nu_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} = \frac{\omega_p \sqrt{1 + \gamma_0^2 (\nu_0/c)^2 \sin^2 \alpha}}{2\nu_0 \gamma_0^{3/2} \cos \alpha}, \quad (3.15)$$

яке досягається при частоті $\omega_{\text{opt}} = \omega_{\text{cr}} \sqrt{3/8}$ (ω_{opt} – оптимальна частота).

Аналізуючи формули (3.14) і (3.15), слід зазначити наступне. Вплив поздовжнього електростатичного поля E_0 приводить до зміни середнього релятивістського фактора γ_0 . При цьому інші величини, які входять у формули (3.14) і (3.15), практично не змінюються. Дійсно, середня швидкість ν_0 не буде істотно змінюватися, тому що її значення близьке до швидкості світла. Різниця релятивістських факторів також залишиться практично незмінною, тому що під дією однорідного електростатичного поля E_0 прискорюються (гальмуються) обидва парціальних пучка одночасно. Таким чином, ширина частотного спектра хвиль ХПЗ, що визначається частотою першої гармоніки й критичною частотою двопотокової нестійкості, як випливає зі співвідношення (3.14), буде залежати від поздовжнього електростатичного поля через значення середнього релятивістського фактора γ_0 . Рівень амплітуд гармонік такого спектра, як випливає з (3.15), також буде визначатися середнім значенням релятивістського фактора γ_0 .

У випадку прискорювального поля E_0 релятивістський фактор γ_0 буде збільшуватися. Тоді, як це випливає зі співвідношень (3.14)–(3.15), інкремент $\Gamma(\omega_{\text{opt}})$ зменшиться, а критична частота ω_{cr} збільшиться. Це приведе до збільшення ширини частотного спектра (частотний спектр визначається різницею між критичною частотою й частотою першої гармоніки) і зменшенню рівня насичення. При цьому довжина насичення також збільшиться. Цей висновок повністю корелює з результатами, поданими на рис. 3.6. Таким чином, використовуючи поздовжнє електростатичне поле в пролітній секції ДСЛВЕ клістронного типу із гвинтовим РЕП, можна керувати спектральними параметрами мультигармонічної ХПЗ.

У випадку гальмуючого поля E_0 релятивістський фактор γ_0 буде зменшуватися. Тоді, як це випливає зі співвідношень (3.14)–(3.15), при гальмуючому

полі E_0 максимальний інкремент $\Gamma(\omega_{\text{opt}})$ буде збільшуватися, а критична частота двопотокової нестійкості ω_{cr} — зменшуватися. Це приведе зменшення ширини частотного спектра. Через те що інкремент Γ буде збільшуватися, то й рівень насичення буде збільшуватися, а довжина насичення — зменшуватися. Цей висновок повністю корелює з результатами, поданими на рис. 3.7.

Також зі співвідношень (3.14) і (3.15) випливає, що при збільшенні кута вльоту від $\alpha = 0^\circ$ до $\alpha = 20^\circ$ інкремент $\Gamma(\omega_{\text{opt}})$ збільшується в 1,84 рази, а критична частота — в 1,81 рази. Таким чином, збільшуючи кут вльоту РЕП, можна збільшувати ширину частотного спектра й зменшувати довжину формування спектра. У гвинтових електронних пучках використання поздовжнього електростатичного поля для керування шириною частотного спектра буде більше ефективним, чим у прямолінійній.

Слід зазначити, що основне призначення вищеописаної системи полягає у створенні електромагнітних сигналів із широким частотним спектром. Ширина частотного спектра $\Delta\omega$, отриманого в досліджуваній системі, визначається різницею між критичною частотою двопотокової нестійкості ω_{cr} й частотою першої гармоніки $\omega_{3,1}$ ($\Delta\omega \sim \omega_{\text{cr}} - \omega_{3,1}$). Як відомо, критична частота двопотокової нестійкості ω_{cr} обернено пропорційна різниці парціальних релятивістських факторів ($\omega_{\text{cr}} \sim 1/\Delta\gamma$) [21, 29, 72–73]. Тому для формування широкого частотного спектра потрібно використовувати двошвидкісні пучки з малими різницями парціальних релятивістських факторів $\Delta\gamma$. З іншого боку, рівень потужності формованого сигналу прямо пропорційний різниці парціальних релятивістських факторів $\sim \Delta\gamma$, і тому ККД таких систем буде досить низькою.

3.3 Вплив поздовжнього магнітного поля на підсилювальні характеристики у плазмово-пучковому супергетеродинному ЛВЕ доплертронного типу з прямолінійним електронним пучком

Використовуючи системи рівнянь (1.50), (1.54), стандартні чисельні методи, проведемо аналіз динаміки хвиль у плазмово-пучковому супергетеродинному ЛВЕ доплертронного типу із прямолінійним електронним пучком. Розглянемо пристрій з наступними параметрами: ленгмюрівська частота плазми $\omega_p = 1 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$, ленгмюрівська частота пучка $\omega_b = 2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, релятивістський фактор пучка $\gamma_b = 2$, напруженість електричного поля хвилі накачування $E_{2,1} = \sqrt{E_{2x,1}^2 + E_{2y,1}^2} = 2 \cdot 10^4 \text{ В/м}$.

Досліджуємо залежність підсилювальних характеристик такого приладу від поздовжнього фокусуєчого магнітного поля H_0 . Відомо, що плазмово-пучковий СЛВЕ доплертронного типу може працювати в чотирьох різних режимах [1]. Ми розглянемо режим роботи, у якому реалізується параметрична резонансна взаємодія з високочастотною правополяризованою електромагнітною хвилею сигналу, що поширюється уздовж поздовжнього магнітного поля. Параметри такої хвилі визначаються точкою C на рис. 3.8.

На рис. 3.8 представлені дисперсійні криві хвиль сигналу (правополяризована незвичайна високочастотна електромагнітна хвиля, крива 2), низькочастотної електромагнітної хвилі накачування (крива 4) і хвилі просторового заряду (крива 3) при напруженості магнітного поля $H_0 = 0,22 \cdot 10^5 \text{ А/м}$ ($\omega_{H,p} = 5 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$). Відзначимо, що в розглянутому середовищі також може поширюватися лівополяризована звичайна високочастотна електромагнітна хвиля (крива 1). Параметри хвилі просторового заряду вибираємо так, щоб ця хвиля мала максимальне посилення через плазмово-пучкову нестійкість. Як відомо, хвильове число ХПЗ із максимальним посиленням через плазмово-пучкову нестійкість дорівнює $k_{3,1} = \omega_p / v_b$. Точка O на кривій 3 визначає хвильове число й частоту такої ХПЗ. Хвилі сигналу, накачування й ХПЗ взаємодіють один з одним через механізм трихвильового параметричного резонансу (3.16). Здійснимо паралельний перенос кривої хвилі накачування так, щоб її початок

збігся із точкою, що визначає параметри ХПЗ (точка O на кривій 3). Тоді перетин кривої, що вийшла, 4 із кривою 2 (точка C) визначить частоту й хвильове число хвилі сигналу, що задовольняє трихвильовому параметричному резонансу (1.40). У цьому випадку довжина електромагнітної хвилі сигналу у вакуумі виявляється рівною 1,9 мм.

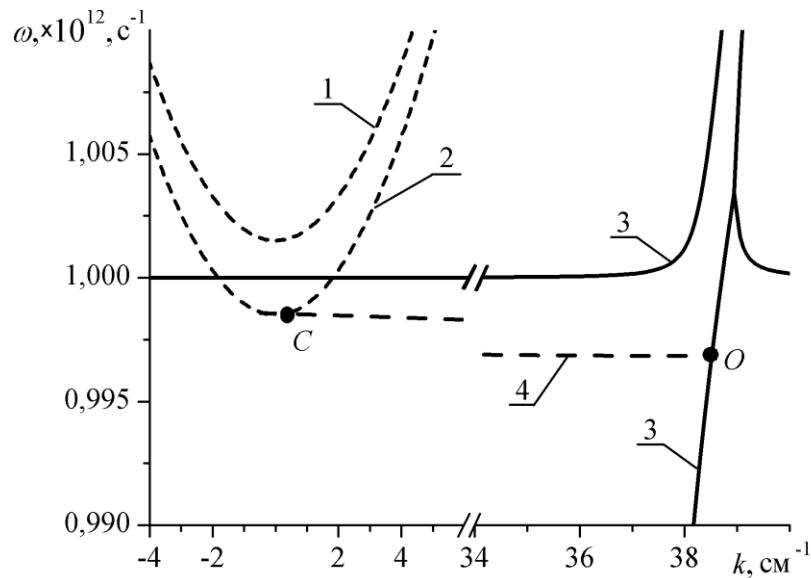


Рисунок 3.8 — Дисперсійні криві хвиль сигналу, накачування й ХПЗ. Криві 1 і 2 відповідають лівополяризованій звичайній ($\eta = -1$) і правополяризованій незвичайній ($\eta = +1$) високочастотним електромагнітним хвилям відповідно, крива 3 — ХПЗ, крива 4 — низькочастотній електромагнітній хвилі

На рис. 3.9 представлені залежності комплексних амплітуд перших гармонік напруженостей електричних полів сигналу $E_{1,1}$ в режимі C (див. рис. 3.8) від нормованого часу $\tau = \delta\omega \cdot t$, де $\delta\omega$ — інкремент плазмово-пучкової нестійкості для різних значень напруженості фокусуємого магнітного поля. Крива 1 розраховувалася для значення напруженості магнітного поля $H_0 = 2,2 \cdot 10^5$ А/м ($\omega_{H,p} = 5 \cdot 10^{10}$ с⁻¹), крива 2 — для $H_0 = 0,44 \cdot 10^5$ А/м ($\omega_{H,p} = 1 \cdot 10^{10}$ с⁻¹), крива 3 — $H_0 = 0,22 \cdot 10^5$ А/м ($\omega_{H,p} = 0,5 \cdot 10^{10}$ с⁻¹).

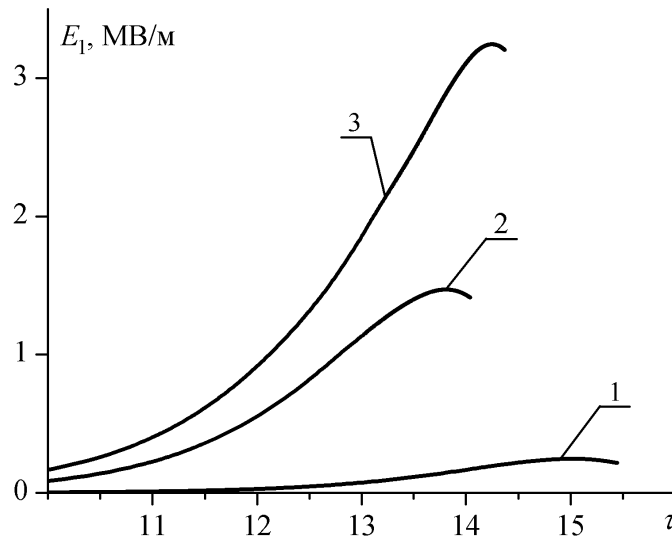


Рис. 3.9 — Графіки залежності комплексної амплітуди першої гармоніки електричного поля хвилі сигналу $\sqrt{E_{1x,1}^2 + E_{1y,1}^2}$ від нормованого часу при різних значеннях фокусуєчого магнітного поля. Крива 1 відповідає напруженості магнітного поля $H_0 = 2,2 \cdot 10^5$ А/м, крива 2 – $H_0 = 0,44 \cdot 10^5$ А/м, крива – 3 $H_0 = 0,22 \cdot 10^5$ А/м.

Бачимо, що рівень насичення кривої 3 перевищує рівень насичення кривої 1 більш ніж в 10 разів. При цьому напруженість магнітного поля зменшується в 10 разів. При подальшому зменшенні напруженості магнітного поля умови трихвильового параметричного резонансу (1.40) перестають виконуватися, робота плазмово-пучкового СЛВЕ припиняється. Тобто при деякому критичному фокусуєчому магнітному полі H_{0cr} перестає виконуватися умова трихвильового резонансу (1.40). Для розглянутого випадку $H_{0cr} = 0,14 \cdot 10^5$ А/м.

Причини порушення трихвильового параметричного резонансу можна з'ясувати за допомогою рис. 3.8. При зменшенні напруженості магнітного поля змінюється взаємне розташування кривих 2 і 4. Мінімальне значення частоти кривої 2 визначається виразом $\omega_p - \omega_{H,p} / 2$, а максимальне значення кривої 4 щодо крапки $O - \omega_{H,p}$ [89]. Тому при зменшенні напруженості магнітного поля зменшується

$\omega_{H,p}$ й крива 2 піднімається, а крива 4 опускається. При деякому значенні напруженості магнітного поля H_{0cr} криві 2 і 4 перестають перетинатися, резонансні умови перестають виконуватися.

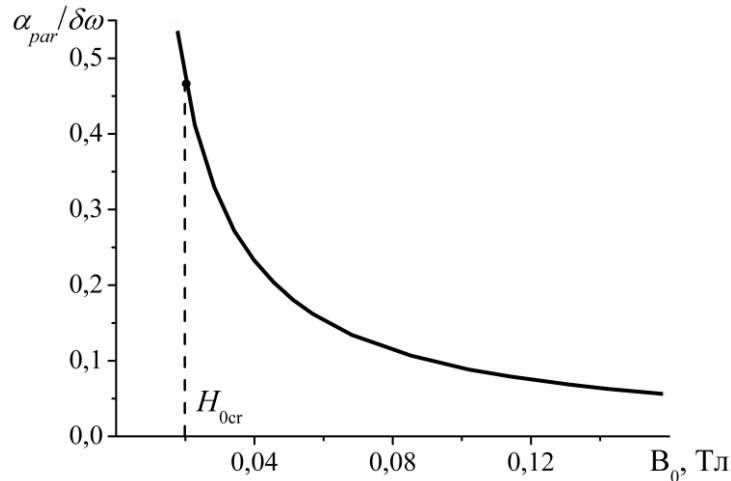


Рис. 3.10. Графік залежності параметричного інкременту зростання α_{par} , нормованого на інкремент зростання плазмово-пучкової нестійкості $\delta\omega$, від індукції поздовжнього магнітного поля H_0

Щоб з'ясувати, чому при зменшенні поздовжнього фокусуєчого магнітного поля H_0 збільшується рівень насичення, розглянемо залежність параметричного інкременту зростання α_{par} , нормованого на інкремент зростання плазмово-пучкової нестійкості $\delta\omega$, від індукції поздовжнього магнітного поля H_0 , представлену на рис. 3.10. Параметричний інкремент наростання α_{par} визначається співвідношенням (14), що залежить від коефіцієнтів $K_{1,1}$, $C_{1,1}$, $K_{3,1}$, $C_{3,1}$. Ці ж коефіцієнти у свою чергу залежать від Ларморівської частоти, що визначається напруженістю магнітного поля. Як бачимо, зі зменшенням напруженості магнітного поля інкремент параметричної нестійкості α_{par} збільшується. Це призводить до збільшення загального, сумарного темпу підсилення, що забезпечується як плазмово-пучковою, так і параметричною нестійкістю. Тому на рис. 3.9 амплітуда напруженості електричного поля кривої 3, що відповідає напруженості магнітного поля

$H_0 = 0,22 \cdot 10^5$ А/м, на початковому етапі посилення збільшується набагато сильніше, ніж амплітуда напруженості електричного поля кривої 1, що відповідає напруженості магнітного поля $H_0 = 2,2 \cdot 10^5$ А/м. При більшому параметричному інкременті зростання α_{par} відбувається більший перенос енергії від поздовжньої ХПЗ в електромагнітну хвилю сигналу. Через цього посилення ХПЗ зменшується. Ця хвиля досягає рівня насичення, при якому відбувається захоплення електронів пучка (саме цей механізм насичення має місце в таких пристроях [21, 48–52, 63]), коли вже високочастотна хвиля електромагнітного сигналу приймає досить високі значення.

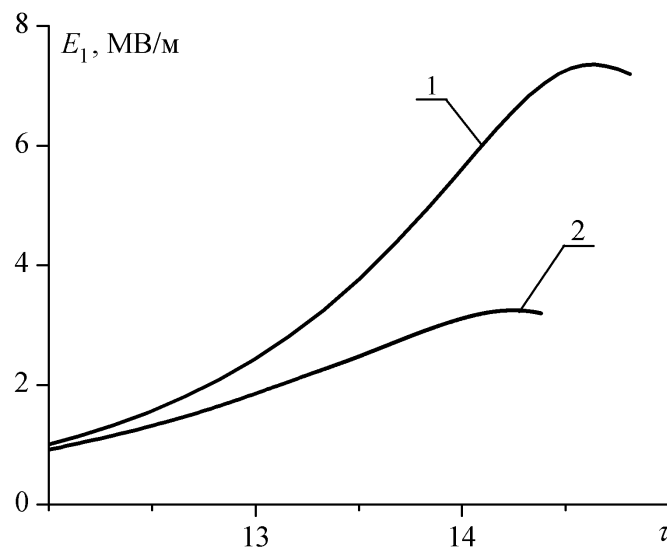


Рисунок 3.11. Графіки залежності комплексної амплітуди першої гармоніки електричного поля хвилі сигналу $\sqrt{E_{1x,1}^2 + E_{1y,1}^2}$ від нормованого часу. Крива 1 побудована без обліку множинних взаємодій гармонік ХПЗ між собою, крива 2 побудована з урахуванням таких взаємодій

При дослідженні підсилювальних характеристик плазмово-пучкового СЛВБ враховували множинні резонанси (1.45) перших десяти гармонік ХПЗ між собою. Рис. 3.11 демонструє вплив таких резонансів на підсилення електромагнітного сигналу. Тут представлені залежності комплексних амплітуд першої гармоніки

електричного поля хвилі сигналу $\sqrt{E_{1x,1}^2 + E_{1y,1}^2}$ від нормованого часу. Крива 1 побудована без обліку множинних взаємодій гармонік хвилі ВПЗ між собою, крива 2 побудована з урахуванням таких взаємодій. Бачимо, що облік таких взаємодій приводить до зменшення напруженості електричного поля більш ніж у два рази. Таким чином, зменшення напруженості магнітного поля до критичного значення H_{0cr} приводить до істотного збільшення рівня насичення електромагнітної хвилі сигналу. Отже, досліджуваний плазмово-пучковий СЛВЕ доплертронного типу може використовуватися як потужне джерело когерентного електромагнітного випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль.

3.4 Вплив поздовжнього магнітного поля на динаміку хвиль у мультигармонічному супергетеродинному ЛВЕ доплертронного типу з гвинтовим електронним пучком

Виконаємо аналіз динаміки хвиль у досліджуваному ППСЛВЕ у кубічному нелінійному наближенні, використовуючи системи рівнянь (1.50), (1.54). Системи рівнянь (1.50), (1.54) вирішуємо чисельно при таких параметрах пристрою: плазмова частота $\omega_p = 1 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$, ленгмюрівська частота пучка $\omega_b = 2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, релятивістський фактор пучка $\gamma = 2$, напруженість фокусувального магнітного поля $H_0 = 1,8 \cdot 10^5 \text{ А/м}$ ($\omega_H = 4 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$), амплітуда першої гармоніки електричного поля накачки $E_2 = 2,8 \cdot 10^5 \text{ В/м}$, кут вльоту пучка $\beta = 20^\circ$.

Як випливає з [1] у цьому пристрої має місце чотири режими роботи. У двох режимах використовуються правополяризовані електромагнітні хвилі сигналу й накачки, а в інших двох режимах використовуються лівополяризовані хвилі. У роботі [1] було продемонстровано, що найбільш ефективним режимом є режим взаємодії із правополяризованими хвилями. Тому всі подальші дослідження будемо проводити для режиму взаємодії із правополяризованими хвилями сигналу й накачки.

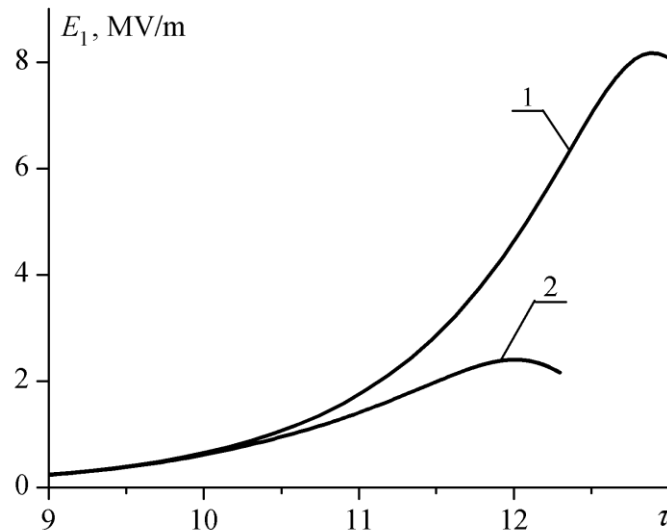


Рисунок 3.12 — Залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу E_1 від нормованого часу $\tau = t \cdot \delta\omega_0$ для кута вльоту $\beta = 20^\circ$. Крива 2 розраховувалася з урахуванням множинних параметричних резонансів перших десяти гармонік хвилі ХПЗ, крива 1 – врахована тільки одна перша гармоніка ХПЗ

З'ясуємо, як впливають множинні трихвильові параметричні резонансні взаємодії (1.45) гармонік хвилі просторового заряду на динаміку високочастотної електромагнітної хвилі сигналу. На рис. 3.12 зображені залежності амплітуди першої гармоніки хвилі сигналу від нормованого часу $\tau = t \cdot \delta\omega_0$, де $\delta\omega_0$ інкремент зростання плазмово-пучкової нестійкості при куті вльоту пучка $\beta = 0^\circ$. На цьому рисунку крива 1 є результатом розрахунку, у якому врахована взаємодія тільки перших гармонік хвиль. Крива 2 отримана в результаті розрахунків, у яких врахований вплив множинних трихвильових резонансних взаємодій перших десяти гармонік хвилі ХПЗ. Порівнюючи криві 1 і 2 на рис. 1 бачимо, що вплив вищих гармонік ХПЗ приводить до зменшення рівня насичення більш, ніж у два рази (крива 2). Це значить, що множинні резонансні взаємодії між гармоніками хвилі ХПЗ істотно впливають на нелінійні процеси в плазмово-пучкових супергетеродинних ЛВЕ. Тому врахування таких взаємодій для одержання більше якісного аналізу динаміки хвиль у супергетеродинних ЛВЕ є необхідною умовою.

Далі всі розрахунки проводяться з урахуванням множинних взаємодій між гармоніками ХПЗ.

На рис. 3.13 подані залежності перших гармонік амплітуд електромагнітного поля хвилі сигналу від нормованого часу при різних напруженостях поздовжнього магнітного поля H_0 . Кривій 1 відповідає значення напруженості магнітного поля $H_0 = 1,8 \cdot 10^5$ А/м ($\omega_H = 4 \cdot 10^{10}$ с⁻¹), кривій 2 — $H_0 = 0,41 \cdot 10^5$ А/м ($\omega_H = 9 \cdot 10^9$ с⁻¹), кривій 3 — $H_0 = 0,18 \cdot 10^5$ А/м ($\omega_H = 4 \cdot 10^9$ с⁻¹). Як впливає з рис. 3.13 рівень насичення кривої 3 майже в 10 разів більше за криву 1. При цьому у випадку кривої 1 напруженість магнітного поля в 10 разів більше, ніж у випадку кривої 3.

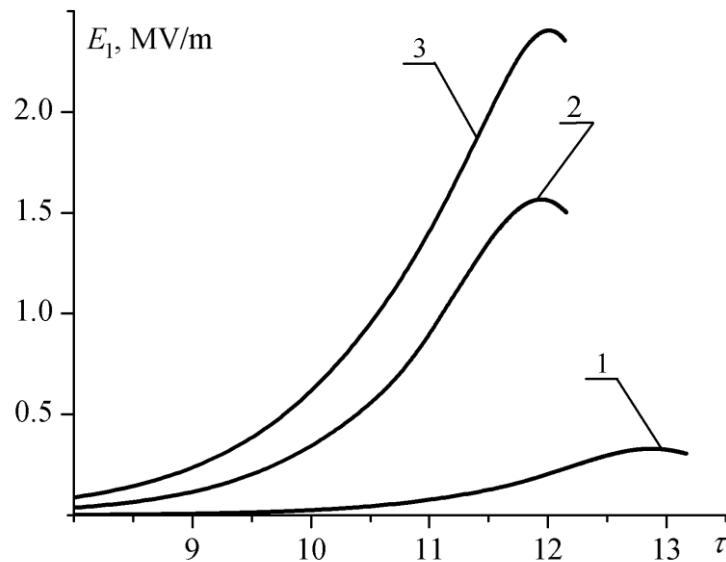


Рисунок 3.13 — Залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу E_1 від нормованого часу $\tau = t \cdot \delta\omega_0$ для кута вльоту $\beta = 20^\circ$. Крива 1 розрахована при напруженості поздовжнього магнітного поля $H_0 = 1,8 \cdot 10^5$ А/м, крива 2 — $H_0 = 0,41 \cdot 10^5$ А/м, крива 3 — $H_0 = 0,18 \cdot 10^5$ А/м

Отже зменшення поздовжнього магнітного поля приводить до істотного збільшення як рівнів насичення, так і темпів підсилення електромагнітної хвилі сигналу. Відзначимо, що зменшувати напруженість магнітного поля можна аж до деякого критичного значення H_{0cr} . Подальше зменшення приводить до порушення умов трихвильового параметричного резонансу, у результаті чого досліджуваний

пристрій стає неприцездатним. Також відзначимо, що в області насичення напруженість електричного поля сигналу досягає значень $\sim 2,4$ МВ/м. Довжина хвилі сигналу $\lambda_1 = 2\pi c / \omega_1 \approx 1,9$ мм. Таким чином, плазмово-пучковий супергетеродинний лазер на вільних електронах може працювати як потужне джерело електромагнітного випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль.

Щоб з'ясувати причину динаміки хвиль, що подана на рис. 3.14, проаналізуємо як впливає поздовжнє магнітне поле на параметричний інкремент зростання α_{par} хвиль у досліджуваному пристрої. Параметричний інкремент визначимо із системи (9)-(13), у якій знехтуємо кубічними нелінійним доданками. У результаті одержимо

$$\alpha_{par} = \sqrt{\frac{K_{3,1} C_{3,1} (1 + \eta_1 \eta_2)}{K_{1,1} C_{1,1}}} |E_{2x,1}|^2, \quad (3.33)$$

де коефіцієнти $K_{1,1}$, $K_{3,1}$, $C_{1,1}$, $C_{3,1}$ залежать від напруженості магнітного поля H_0 .

Рис. 3.14 демонструє залежність параметричного інкременту зростання α_{par} нормованого на інкремент зростання плазмово-пучкової нестійкості $\delta\omega_0$ від циклотронної частоти ω_H (H_0). З рис. 3.14 випливає, що параметричний інкремент збільшується при зменшенні циклотронної частоти аж до критичного значення ω_{Hcr} . У свою чергу темпи підсилення хвилі сигналу визначаються сумарним інкрементом, що залежить як від плазмово-пучкового, так і параметричного інкременту зростання. Таким чином, зменшення напруженості поздовжнього магнітного поля приводить до збільшення сумарного темпу підсилення. Тому хвиля сигналу у випадку кривої 3 на рис. 3.13 зростає швидше, ніж у випадку кривих 1 і 2. Таким чином, зменшення напруженості магнітного поля аж до критичного значення H_{0cr} значно (більш ніж в 10 разів!) підвищує підсилювальні характеристики плазмово-пучкового супергетеродинного лазера на вільних електронах доплертронного типу із гвинтовим РЕП.

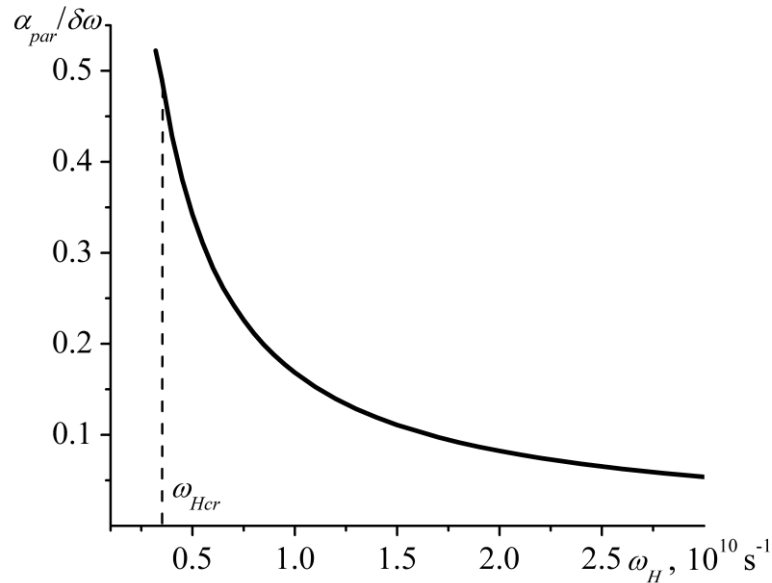


Рис. 3.14. Графік залежність параметричного інкременту зростання $\alpha_{par}/\delta\omega$, нормованого на інкремент зростання плазмово-пучкової нестійкості $\delta\omega$ від циклотронної частоти ω_H

3.5 Висновок до розділу 3

Теоретично вивчена динаміка електромагнітних хвиль у ізохронних мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими релятивістськими електронними пучками. Найбільш важливі результати полягають у наступному.

1. Показано, що гальмівне електростатичне поле збільшує рівень насичення майже в 2 рази й зменшує ширину частотного спектра мультигармонічної ХПЗ. Також відбувається зменшення довжини насичення, що приводить до зменшення поздовжніх габаритів досліджуваного пристрою. Запропоновано використовувати гальмуюче електростатичне поле в ДСЛВЕ, що працюють у режимі максимального підсилення з високим ступенем монохроматичності.

2. З'ясовано, що прискорювальне поздовжнє електростатичне поле значно збільшує ширину частотного спектра мультигармонічної ХПЗ. Запропоновано використовувати прискорювальне поздовжнє електростатичне поле в

мультигармонічних ДСЛВЕ, основне призначення яких полягає у формуванні електромагнітного сигналу з максимально широким частотним спектром.

3. Продемонстровано, що використання гвинтових пучків замість прямолінійних у ізохронних мультигармонічних ДСЛВЕ клістронного типу (як із прискорювальним, так і з гальмуючим електростатичним полем) приводить до збільшення ширини частотного спектра й зменшенню довжини насичення мультигармонічної ХПЗ. Таким чином, використання гвинтового пучка в ізохронному мультигармонічному ДСЛВЕ дозволяє одержати ХПЗ із більшою шириною спектра при менших габаритах пристрою.

4. У кубічно-нелінійному наближенні проведений аналіз впливу постійного фокусувального магнітного поля на динаміку хвиль у плазмово-пучковому супергетеродинному ЛВЕ з доплертронним накачуванням і прямолінійним РЕП. З'ясовано, що при зменшенні напруженості фокусувального магнітного поля до критичного магнітного поля відбувається збільшення інтенсивності електромагнітного випромінювання в досліджуваному пристрої. Показано, що цей ефект викликаний підсиленням параметричного зв'язку між хвилями сигналу й ХПЗ зі зменшенням напруженості магнітного поля. Знайдено рівні насичення електромагнітних хвиль для різних індукцій магнітного поля, визначене критичне значення напруженості магнітного поля для досліджуваної моделі. З'ясовано, що збільшення напруженості електромагнітної хвилі при зменшенні напруженості поздовжнього магнітного поля можливо тільки у випадку трихвильової взаємодії хвиль із правополяризованими електромагнітними хвилями накачування й сигналу. Показано, що досліджуваний тип плазмово-пучкового СЛВЕ може використовуватися як потужний підсилювач електромагнітного випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль.

5. В рамках кубічного нелінійного наближення проведений аналіз впливу поздовжнього магнітного поля на динаміку хвиль у плазмово-пучковому супергетеродинному лазері на вільних електронах доплертронного типу із гвинтовим РЕП. Продемонстровано, що зменшення поздовжнього магнітного поля до критичного значення призводить до значного збільшення як темпів підсилення,

так і рівнів насичення електромагнітної хвилі сигналу (у десять і більше разів). Цей ефект пов'язаний із залежністю параметричного інкременту зростання хвиль від напруженості поздовжнього магнітного поля. З'ясовано, що досліджувана система здатна генерувати й підсилювати потужне когерентне електромагнітне випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль.

ВИСНОВКИ

В науково-дослідній роботі проведено теоретичні дослідження нових типів джерел потужного електромагнітного випромінювання в міліметровому-інфрачервоному діапазонах хвиль – мультигармонічних супергетеродинних лазерів на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками. Вивчена можливість формування потужних електромагнітних хвиль із широким частотним спектром в плазмово-пучкових, двопотокових та ізохронні мультигармонічних СЛВЕ. Проведено модернізація методів ієрархічних коливань та хвиль. У результаті виконання проекту отримано теоретичне обґрунтування створення на базі СЛВЕ з гвинтовими електронними пучками потужних джерел електромагнітного поля з широким частотним спектром у міліметровому-інфрачервоному діапазонах хвиль.

1. Встановлено, що в плазмово-пучкових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками як доплертронного, так і Н-убітронного типу має місце істотне збільшення коефіцієнта підсилення електромагнітної хвилі сигналу за умови збільшення кута вльоту електронного пучка. З'ясовано, що цей ефект має релятивістський характер, пов'язаний зі зміною поздовжньої кінетичної енергії електронів пучка та обумовлений залежністю інкременту зростання плазмово-пучкової нестійкості від кута вльоту РЕП. За умови збільшення кута вльоту пучка з 0° до 30° інкремент зростання хвиль збільшується більше ніж на 20%.

2. Побудована самоузгоджена кубічно-нелінійна теорія мультигармонічних взаємодій хвиль у плазмово-пучкових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими РЕП як з доплертронною так і Н-убітронною накачками. Отримано систему кубічно-нелінійних диференціальних рівнянь для амплітуд гармонік електромагнітних полів хвиль, яка описує динаміку хвиль, що взаємодіють, з урахуванням мультигармонічних резонансів.

3. Показано, що множинні параметричні резонанси призводять до якісної зміни динаміки хвиль, зокрема до зменшення рівнів насичення хвилі сигналу. Встановлено, що насичення в плазмово-пучкових СЛВЕ з гвинтовими релятивістськими електронними пучками обумовлено захопленням електронів пучка плазмовими хвилями.

4. Установлено, що в плазмово-пучковому супергетеродинному ЛВЕ із гвинтовим РЕП доплертронного типу можлива реалізація чотирьох режимів роботи приладу. З'ясовано, що режим роботи, коли у трихвильовому параметричному резонансі приймає участь незвичайна циркулярно-поляризована електромагнітна хвиля сигналу, характеризується коефіцієнтом підсилення, який перевищує коефіцієнт підсилення в інших режимах більше ніж удвічі.

5. З'ясовано, що в плазмово-пучковому супергетеродинному ЛВЕ Н-убітронного типу для режиму роботи, в якому використовується швидка циклотронна електромагнітна хвиля сигналу коефіцієнт підсилення хвилі сигналу перевищує інші майже удвічі. Знайдено оптимальний кут вльоту електронного пучка ($\sim 37^\circ$) відносно поздовжнього магнітного поля, коли підсилення хвилі сигналу є максимальним. Установлено, що в цьому разі має місце збіг кроку гвинтового пучка з періодом ондуляції магнітного поля накачки, у результаті цього відбувається ефективне збільшення поля накачки.

6. Установлено, що в плазмово-пучкових супергетеродинних ЛВЕ із гвинтовими РЕП, за помірних вимог до параметрів системи (концентрація електронів пучка $1,3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$, енергія пучка 0,5 MeV, струм пучка 100 А) можливе створення потужної електромагнітної хвилі сигналу в міліметровому діапазоні довжин хвиль (довжина хвилі сигналу 1,8 мм) із вихідною потужністю $\sim 16 \text{ МВт}$ та ККД $\sim 30\%$.

7. Подальшого розвитку набув метод усереднених характеристик для вирішення мультигармонічних задач у потужнострумівих приладах, що використовують гвинтові РЕП. У рамках цього методу була запропонована

нова заміна змінних, яка дозволила підвищити ефективність алгоритму асимптотичного інтегрування.

8. Запропоновано використовувати у мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ гвинтові електронні пучки. Показано, що завдяки цьому такі пристрої мають менші повздовжні габарити та здатні формувати потужні мультигармонічні електромагнітні хвилі з більш широким частотним спектром порівняно з двопотоковими супергетеродинними ЛВЕ, які використовують прямолінійні електронні пучки.

9. У кубічно-нелінійному наближенні отримано самоузгоджену систему диференціальних рівнянь для амплітуд гармонік хвиль мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ Н-убітронного типу з гвинтовими РЕП. Виявлені та враховані трихвильові резонансні взаємодії різного типу, у тому числі й ті, що пов'язані з обертальним рухом електронів у магнітному полі. Показано, що множинні взаємодії хвиль у таких системах є визначальними для формування електромагнітного сигналу з широким частотним спектром. Визначені умови, за яких має місце формування потужного електромагнітного сигналу з широким частотним спектром.

10. З'ясовано, що інкременти зростання хвиль просторового заряду у двопотокових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими РЕП зростають за умови збільшення кута вльоту електронного пучка відносно фокусувального магнітного поля. Завдяки цьому в двопотоковому супергетеродинному ЛВЕ має місце збільшення темпів підсилення електромагнітної хвилі сигналу на ~15% при збільшенні кута вльоту електронного пучка відносно поздовжнього фокусувального магнітного поля з 0° до 30° .

11. Показано, що критична частота двопотокової нестійкості у гвинтових двопотокових РЕП зростає зі збільшенням цього кута вльоту. За умови збільшення кута вльоту пучка з 0° до 20° ширина спектра мультигармонічної хвилі у ДСЛВЕ з гвинтовим РЕП збільшується в ~1,5 рази.

12. Продемонстровано, що в разі використання мультигармонічного вхідного сигналу з вузьким частотним спектром (три гармоніки) у мультигармонічних ДСЛВЕ-підсилювачах з гвинтовими РЕП формування потужної мультигармонічної електромагнітної хвилі відбувається на довжинах у два і більше разів менших порівняно з системами, на вхід яких подається монохроматичний вхідний сигнал.

13. Для ізохронних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ встановлено, що гальмівне електростатичне поле збільшує рівень насичення майже в 2 рази й зменшує ширину частотного спектра мультигармонічної ХПЗ. Також відбувається зменшення довжини насичення, що приводить до зменшення поздовжніх габаритів досліджуваного пристрою. Запропоновано використовувати гальмівне електростатичне поле в ДСЛВЕ, що працюють у режимі максимального підсилення.

14. З'ясовано, що в ізохронних ДСЛВЕ прискорювальне поздовжнє електростатичне поле значно збільшує ширину частотного спектра мультигармонічної ХПЗ. Запропоновано використовувати прискорювальне поздовжнє електростатичне поле в мультигармонічних ДСЛВЕ, основне призначення яких полягає у формуванні електромагнітного сигналу з максимально широким частотним спектром.

15. Продемонстровано, що використання гвинтових пучків замість прямолінійних у ізохронних мультигармонічних ДСЛВЕ клістронного типу (як із прискорювальним, так і з гальмуючим електростатичним полем) приводить до збільшення ширини частотного спектра й зменшенню довжини насичення мультигармонічної ХПЗ. Таким чином, використання гвинтового пучка в ізохронному мультигармонічному ДСЛВЕ дозволяє одержати ХПЗ із більшою шириною спектра при менших габаритах пристрою.

16. У кубічно-нелінійному наближенні проведений аналіз впливу фокусувального магнітного поля на динаміку хвиль у плазмово-пучковому супергетеродинному ЛВЕ з доплертронною накачкою і прямолінійним РЕП. Встановлено, що при зменшенні напруженості фокусувального магнітного

поля до критичного магнітного поля відбувається збільшення інтенсивності електромагнітного випромінювання в досліджуваному пристрої. Показано, що цей ефект викликаний підсиленням параметричного зв'язку між хвилями сигналу й ХПЗ зі зменшенням напруженості магнітного поля. Знайдено рівні насичення електромагнітних хвиль для різних індукцій магнітного поля, визначене критичне значення напруженості магнітного поля для досліджуваної моделі. З'ясовано, що збільшення напруженості електромагнітної хвилі при зменшенні напруженості поздовжнього магнітного поля можливо тільки у випадку трихвильової взаємодії хвиль із правополяризованими електромагнітними хвилями накачування й сигналу. Показано, що досліджуваний плазмово-пучковий СЛВЕ може використовуватися як потужний підсилювач електромагнітного випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль.

17. В рамках кубічного нелінійного наближення проведений аналіз впливу поздовжнього магнітного поля на динаміку хвиль у плазмово-пучковому супергетеродинному лазері на вільних електронах доплертронного типу із гвинтовим РЕП. Продемонстровано, що зменшення поздовжнього магнітного поля до критичного значення призводить до значного збільшення як темпів підсилення, так і рівнів насичення електромагнітної хвилі сигналу (у десять і більше разів). Цей ефект пов'язаний із залежністю параметричного інкременту зростання хвиль від напруженості поздовжнього магнітного поля. З'ясовано, що досліджувана система здатна генерувати й підсилювати потужне когерентне електромагнітне випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Олексієнко Г.А. Мультигармонічні взаємодії у плазмово-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками : дис. канд. фіз.-мат. наук : 01.04.01 / Олексієнко Галина Андріївна - Суми, 2017. - 140 с.
2. Lysenko A.V. Modified Scheme of Asymptotic Integration in Theory of Multiharmonic Devices of High-Current Electronics Using Helical Relativistic Electron Beams / A.V. Lysenko, G.A. Oleksienko, I.I. Volk // 2018 IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET*2018), July 2-5, 2018 : proceeding. – Kyiv, Ukraine, 2018. – P. 310–313.
3. Волк Ю. Ю. Мультигармонічні двопотокові супергетеродинні ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками : дис. канд. фіз.-мат. наук : 01.04.01 / Волк Юрій Юрійович – Суми, 2019. – 137 с.
4. Kulish V. V. Forming of ultrashort electromagnetic clusters by two-stream superheterodyne free electron lasers. / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. M.Yu. Rombovsky[et al.] // Acta Physica Polonica, A. — 2017. — Vol. 131, No. 2. — P. 213—221.
5. Kulish V. Forming of space charge wave with broad frequency spectrum in helical relativistic two-stream electron beams / V. Kulish, A. Lysenko, M. Rombovsky, others // Chinese Phys. Lett. — 2017. — Vol. 34. — P. 75202.
6. Lysenko A. Multiple three-wave resonances in two-stream free-electron laser with a helical electron beam / A. Lysenko, I. Volk, A. Serozhko, O. Rybalko // Information and Telecommunication Sciences. — 2018. — No. 1. — P. 58–64.
7. Lysenko A. Influence of two-stream relativistic electron beam parameters on the space-charge wave with broad frequency spectrum formation / A. Lysenko, I. Volk // Plasma Science and Technology. — 2018. — Vol. 20, No. 3. — P. 35002.
8. Lysenko A. V. Plural interactions of waves in multiharmonic two-stream superheterodyne free-electron lasers with helical electron beams / A. V. Lysenko, I. I. Volk, G. A. Oleksienko // Journal of Nano- and Electronic Physics. — 2018. — Vol. 10, No. 2. — P. 02014(9pp).
9. Лисенко О.В. Формування потужної мультигармонічної електромагнітної хвилі двопотоковим супергетеродинним лазером на вільних електронах клістронного типу з гвинтовим електронним пучком / О.В. Лисенко, Ю.Ю. Волк, Г.А. Олексієнко, А.Ю. Брусник //

Журнал нано- та електронної фізики. – 2018. – Т. 10, № 5. – С. 05002(8pp).

10. Space Charge Wave with Broad Frequency Spectrum Forming in Transit Section of Klystron-type Two-Stream FEL with Helical Electron Beam / A.V. Lysenko, I.I. Volk, G.A. Oleksiienko, A.A. Shmat'ko // Journal of Nano- and Electronic Physics. – 2019. –Vol. 11, No 5. – P. 05022(8pp).
11. Plural Three-Wave Resonances of Space Charge Wave Harmonics in Transit Section of Klystron-type Two-Stream FEL with Helical Electron Beam / A. Lysenko, I. Volk, A. Serozhko, O. Rybalko // 2017 IEEE Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium, August 29-31 : proceeding. – Kyiv, Ukraine, 2017. – P. 163–168.
12. Lysenko A.V. Application of Modified Asymptotic Integration Scheme in Theory of Multiharmonic Two-Stream FELs with Helical Electron Beams / A.V. Lysenko, G.A. Oleksiienko, I.I. Volk // 2018 IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET*2018), July 2-5, 2018 : proceeding. – Kyiv, Ukraine, 2018. – P. 318–321.
13. Lysenko A. On Theory of Multiharmonic Two-Stream Superheterodyne FELs with Helical Electron Beams / A. Lyseko, I. Volk, O. Rybalko // 9th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS-2018), September 4 – 7 2018 : proceeding. – Odessa, Ukraine, 2018. – P. 304–309.
14. Lysenko A. Nonlinear Theory of Multiharmonic Two-Stream Superheterodyne FELs with Helical Electron Beams / A. Lyseko, I. Volk, O. Rybalko // The Third International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo'2018), September 10 – 14 2018 : proceeding. – Odessa, Ukraine, 2018. – P. 122–125
15. Лысенко А.В. Влияние продольного магнитного поля на усиление волн в плазменно-пучковом супергетеродинном лазере на свободных электронах доплертронного типа/ А.В. Лысенко, Г.А. Алексеенко, А.В. Павлов // Радиопизика и електроника. – 2017. – Т. 22, № 4. – С. 48–54.
16. Lysenko A. V. Effects of Axial Magnetic Field Strength on Radiation Efficiency of Plasma-Beam Superheterodyne Free Electron Laser of Dopplertron Type / A. V. Lysenko, G. A. Oleksiienko, A. V. Pavlov // 5th Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium (MRRS-2017): Conference Proceedings, (Kyiv, Ukraine, 29-31, August, 2017). – Kyiv, 2017. – P. 143–146.

17. Lysenko A.V. Axial magnetic field effects in wave amplification in beam-plasma superheterodyne free electron laser of the dopplertron type / A.V. Lysenko, G.A. Alekseyenko, A.V. Pavlov // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2018. – Vol. 77, No. 6. – P. 513-523.
18. Lysenko A. Axial Guiding Magnetic Field Influence on Gain Characteristics of Plasma-Beam Superheterodyne Free-Electron Laser of Dopplertron Type with Helical Electron Beam / A. Lysenko, G. Oleksiienko // 9th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS-2018), September 4 – 7 2018 : proceeding. – Odessa, Ukraine, 2018. – P. 314–317.
19. Longitudinal Magnetic Field Effect on Wave Dynamics in Multiharmonic Superheterodyne FEL of Dopplertron Type with Helical Electron Beam / A.V. Lysenko, G.A. Oleksiienko, I.I. Volk, M. Korovai // *Journal of Nano- and Electronic Physics*. – 2019. – Vol. 11, No 6. – P. 06030(5pp).
20. Longitudinal Electric Field Influence on Multiharmonic Space Charge Wave Formation in Two-Stream Superheterodyne FEL / A. Lysenko, G. Oleksiienko, Iu. Volk, A. Shmat'ko, M. Korovai // 2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), July 2 – 6, 2019: proceeding. – Lviv, Ukraine, 2019. pp. 84-87.
21. Kulish V.V. Hierarchic electrodynamics and free electron lasers / V.V. Kulish. – Boca Raton, London, New York : CRC Press, 2011. – 697 p.
22. Kulish V.V. Hierarchical methods: Hierarchy and hierarchic asymptotic methods in electrodynamics, Vol. 1 / V.V. Kulish. – Dordrecht, Boston, London : Kluwer Academic Publishers, 2002. – 380 p.
23. Kulish V.V. Hierarchical methods: Undulative electrodynamic system, Vol. 2 / V.V. Kulish. – Dordrecht, Boston, London : Kluwer Academic Publishers, 2002. – 396 p.
24. Коцаренко Н.Я. О возможности супергетеродинного усиления электромагнитных волн в электронных потоках / Н.Я. Коцаренко, В.В. Кулиш // *ЖТФ*. – 1980. – Т. 50, № 2. – С. 220–222.
25. Коцаренко Н.Я. Об эффекте супергетеродинного усиления электромагнитных волн в системе плазма-пучок / Н.Я. Коцаренко, В.В. Кулиш // *Радиотехника и электроника*. – 1980. – Т. 25, № 11. – С. 2470–2471.
26. Пат. 835259 СССР, Н 01 J 25/00. Электронный прибор / В.А. Перекупко, А.А. Силивра, Н.Я. Коцаренко, В.В. Кулиш. – Заявл. 28.01.80.

27. Болонин О.Н. Супергетеродинное усиление электромагнитных волн в системе двух релятивистских электронных потоков / О.Н. Болонин, В.В. Кулиш, В.П. Пугачев // УФЖ. – Т. 33, № 10. – 1988. – С. 1465–1468.
28. Botton M. Two-stream instability in free electron lasers / M. Botton, A. Ron // IEEE Transactions on Plasma Science. – 1990. – Vol.18, No. 3. – P. 416–423.
29. Botton M. Gain enhancement in a free electron laser by two-stream instability / M. Botton, A. Ron // J. Appl. Phys. – 1990. – Vol. 67, No. 10. – P. 6583–6585.
30. Kulish V.V. Superheterodyne electron-wave free-electron lasers / V.V. Kulish // The International Journal of Infrared and Millimeter Waves. – 1993. – Vol. 14, No. 3. – P. 415–450.
31. Kulish V.V. Nonlinear self-consistent theory of superheterodyne and parametric electron laser / V.V. Kulish, S.A. Kuleshov, A.V. Lysenko // The International Journal of Infrared and Millimeter Waves. – 1993. – Vol. 14, No. 3. – P. 451–567.
32. Kulish V.V. Nonlinear self-consistent theory of two-stream superheterodyne free electron lasers / V.V. Kulish, S.A. Kuleshov, A.V. Lysenko // The International Journal of Infrared and Millimeter Waves. – 1994. – Vol. 15, No. 1. – P.77–120.
33. Kulish V.V. Hierarchical asymptotic methods in the theory of cluster free electron lasers / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, A.Ju. Brusnik // Journal of Infrared, Millimeter and Terahertz Waves. – 2012. – Vol. 33, No. 2. – P. 149–173.
34. Sprangle P. Nonlinear analysis of a relativistic beam-plasma cyclotron instability / P. Sprangle, L. Vlahos // Physical Review A. — 1986. — Vol. 33, No. 2. — P. 1261–1269.
35. Bekefi G. Double-stream cyclotron maser / G. Bekefi // Journal of Applied Physics. — 1992. — Vol. 71, No. 9. — P. 4128–4131.
36. Mohsenpour T. Instability of wave modes in a two-stream free-electron laser with a helical wiggler and an axial magnetic field / T. Mohsenpour, N. Mehrabi // Phys. Plasmas. - 2013. - V. 20, No. 8. - P. 082133.
37. Liu W. Instability of Two-stream Free-electron Laser with an Axial Guiding Magnetic Field / W. Liu, Z. Yang, Z. Liang // Int. J. Infrared Millim. Waves. - 2006. - V. 27. P. 1073.

38. Shokri B. The excitation of extraordinary and ordinary waves in a magnetized plasma medium by a rotating electron beam / B. Shokri, S. M. Khorashadizadeh // *Phys. Plasmas*. — 2006. — Vol. 13, No. 5. — P. 052116.
39. Mohsenpour T. The gain equation of a helical wiggler free electron laser with ion-channel guiding and/or an axial magnetic field / T. Mohsenpour, H. E. Amri // *Chinese Physics Letters*. — 2013. — Vol. 30, No. 3. — P. 034102.
40. Saviz S. Gain enhancement in two-stream free electron laser with a planar wiggler and an axial guide magnetic field / S. Saviz, Z. Rezaei, Z. Farzin, M. Aghamir // *Chinese Physics B*. - 2012. - V. 21, No. 9. - P. 094103.
41. Ginzburg N. S. Nonlinear theory of a free electron laser with a helical wiggler and an axial guide magnetic field / N. S. Ginzburg, N. Y. Peskov // *Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*. — 2013. — Vol. 16, No. 9. — P. 090701.
42. Ахиезер А.И. О взаимодействии пучков заряженных частиц с электронной плазмой / А.И. Ахиезер, Я.Б. Файнберг // *ДАН СССР*. — 1949. — Т. 69, № 4. — С. 555–556.
43. Харченко И.Ф. Взаимодействие электронного пучка с плазмой / И.Ф. Харченко, Я.Б. Файнберг, Р.М. Николаев [и др.] // *ЖЭТФ*. — 1960. — Т. 38, № 3. — С. 685–690.
44. Bohm D. Theory of plasma oscillations. V. Excitation and Damping of Oscillations / D. Bohm, E.P. Gross // *Phys. Rev.* — 1949. — Vol. 75, No. 12. — P. 1864–1876.
45. Trivelpiece A., Gould R. W. Space charge waves in cylindrical plasma columns // *Journal Applied Physics*. — 1959. — V.30, №1. — P. 1744-1793.
46. Девидсон Р. Теория заряженной плазмы / Р. Девидсон ; пер. с англ. А.В. Агафонова. — М.: Мир, 1978. — 215 с.
47. Briggs R. J. *Electron-stream interaction whis plasmas*. Cambridge MA: MIT Press. — 1964.
48. Кузелев М.В. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе. — М. : Наука, 1990. — 336 с.
49. Электродинамика плазмы / [Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин Р.В. и др.] ; под ред. А.И. Ахиезера. — М.: Наука, 1974. — 719 с.

50. Кузелев М.В. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, П.С. Стрелков. – М. : Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. – 544 с.
51. Bellan P. M. Fundamentals of plasma physics / P. M. Bellan. — Cambridge; New York : Cambridge University Press, 2008. — 628 p.
52. Krall N.A. Principles of Plasma Physics / N.A. Krall, A.W. Trivelpiece. – New York: San Francisco Press, 1986. – 686 p.
53. Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей: в 2 т. – Т. 1: Неустойчивости однородной плазмы / А.Б. Михайловский. – Изд. 2-е, исп. и доп. – М.: Атомиздат, 1975. – 272 с.
54. Александров А. Ф. Радиофизика. Физика электронных пучков и основы высокочастотной электроники / А. Ф. Александров, М. В. Кузелев. – М.: Изд. КДУ, 2007 – 300 с.
55. Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей: в 2 т. – Т. 2: Неустойчивости неоднородной плазмы / А.Б. Михайловский. – Изд. 2-е, исп. и доп. – М.: Атомиздат, 1977. – 360 с.
56. Bret A. Multidimensional electron beam-plasma instabilities in the relativistic regime / A. Bret, L. Gremillet, M. E. Dieckmann // Phys. Plasmas. — 2010. — Vol. 17, No. 12. — P. 120501.
57. Krasovitskiy V.B. Instabilities of relativistic electron beam in plasma / V.B. Krasovitskiy. – New York : Nova Publishers, 2008. – 219 p.
58. Generation of high-power sub-thz waves in magnetized turbulent electron beam plasmas / M. K. A. Thumm, A. V. Arzhannikov, V. T. Astrelin [et al.] // Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. — 2013. — Vol. 35, No. 1. — P. 81–90.
59. Kuzelev M. V. On the theory of electromagnetic interactions of a relativistic electron beam and plasma in a coaxial waveguide in an external magnetic field / M. V. Kuzelev, E. A. Khapaeva // Moscow University Physics Bulletin. — 2015. — Vol. 69, No. 6. — P. 512–518.
60. Timofeev I.V. Exact kinetic theory for the instability of an electron beam in a hot magnetized plasma / I.V. Timofeev, V.V. Annenkov // Phys. Plasmas — 2013.— Vol. 20, No. 9. — 092123
61. Bret A. Multidimensional electron beam-plasma instabilities in the relativistic regime / A. Bret, L. Gremillet, M. E. Dieckmann // Phys. Plasmas — 2010.— Vol. 17, No. 12. — 120501

62. Kulish V. V. Cubic-nonlinear theory of a plasma-beam superheterodyne free electron laser with h-ubitron pumping / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, V. V. Koval // *Telecommunications and Radio Engineering*. — 2010. — Vol. 69, No. 20. — P. 1859–1869. (Кулиш В. В. Кубически-нелинейная теория супергетеродинных плазма-пучковых лазеров на свободных электронах с Н-убитронной накачкой / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, В. В. Коваль // *Радиофизика и электроника*. — 2009. — Vol. 14, No. 3. — P. 383—388.)
63. Kulish V.V. Multiharmonic cubic-nonlinear theory of plasma-beam superheterodyne free-electron lasers of the dopplertron type / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval // *Plasma Physics Reports*. — 2010. — Vol. 36, No. 13. — P. 1185–1190. (Кулиш В.В. Мультигармоническая кубически-нелинейная теория супергетеродинных плазменно-пучковых лазеров на свободных электронах с доплертронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // *Прикладная физика*. — 2009. — № 5. — С. 76–81.)
64. Кузелев М.В. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, П.С. Стрелков. — М. : Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. — 544 с.
65. Krall N.A. Principles of Plasma Physics / N.A. Krall, A.W. Trivelpiece. — New York: San Francisco Press, 1986. — 686 p.
66. Kulish V.V. Methods of averaging in nonlinear problems of relativistic electrodynamics / V.V. Kulish. — Atlanta : World Federation Published Company, 1998. — 263 p.
67. Крылов Н.М. Введение в нелинейную механику / Н.М.Крылов, Н.Н. Боголюбов. — Москва-Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. — 352 с.
68. Модернізований метод усереднених характеристик для розв'язування задач мультигармонічних резонансних взаємодій у пристроях сильнострумової електроніки / В.В. Куліш, О.В. Лисенко, Г.А. Олексієнко, Г.В. Биченко, О.О. Колоскова // *Ж. нано-електрон. фіз.* — 2015. — Т. 7, № 2. — С. 02015.
69. Лисенко О.В. Застосування модернізованого методу усереднених характеристик в задачах теорії плазмово-пучкових супергетеродинних лазерів на вільних електронах / О.В. Лисенко, Г.А. Олексієнко, М.О. Феденко // *Ж. нано-електрон. фіз.* — 2015. — Т. 7, № 4. — С. 04083.
70. Кулиш В. К теории формирования широкого мультигармонического спектра в двухпотоковом релятивистском электронном пучке / В. Кулиш, А. Лысенко, М. Ромбовский[et al.] // *Науковий вісник*

- Ужгородського університету. Серія Фізика. — 2013. — No. 34. — P. 182–188.
71. Kulish V. V. The two-stream free-electron laser as a source of electromagnetic femtosecond wave packages / V. V. Kulish, O. V. Lysenko, V. I. Savchenko, I. G. Majornikov // *Laser Physics*. — 2005. — Vol. 15, No. 12. — P. 1629–1633.
 72. Bekefi G. Double-stream cyclotron maser / G. Bekefi // *Journal of Applied Physics*. — 1992. — Vol. 71, No. 9. — P. 4128–4131.
 73. Wilhelmsson H. Double beam free electron laser / H. Wilhelmsson // *Physica Scripta*. — 1991. — Vol. 44, No. 6. — P. 603.
 74. Briggs R. J. *Electron-stream interaction with plasmas* / R. J. Briggs. — Cambridge, Mass : MIT-Press, 1964.
 75. Kuzelev M. V. *Methods of wave theory in dispersive media* / M. V. Kuzelev, A. A. Rukhadze. — Hackensack, NJ ; London : World Scientific, 2010. — 258 p.
 76. Mahdizadeh N. Effect of two-stream instability on the saturation mechanism of a two-stream free-electron laser with a helical wiggler pump / N. Mahdizadeh, F. M. Aghamir // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 2012. — Vol. 688. — P. 51–54.
 77. Mahdizadeh N. Saturation mechanism in a two-stream free-electron laser / N. Mahdizadeh // *Journal of Plasma Physics*. — 2015. — Vol. 81, No. 6.
 78. Kulish V. V. Effect of parametric resonance on the formation of waves with a broad multiharmonic spectrum during the development of two-stream instability / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky // *Plasma physics reports*. — 2010. — Vol. 36, No. 7. — P. 594–600.
 79. Kulish V. Plural interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / V. Kulish, A. Lysenko, M. Rombovsky[et al.] // *Chinese Physics B*. — 2015. — Vol. 24, No. 9. — P. 95201.
 80. Ng K.-Y. *Physics of intensity dependent beam instabilities* / K.-Y. Ng. — World Scientific, 2006.
 81. Saldin E. L. *The physics of free electron lasers* / E. L. Saldin, E. V. Schneidmiller, M. V. Yurkov. — Springer Science & Business Media, 2013. — 470 p.

82. Mohsenpour T. Self-field effects on instability of wave modes in a two-stream free-electron laser with an axial magnetic field / T. Mohsenpour, O. K. Rezaee Rami // *Physics of Plasmas*. — 2014. — Vol. 21, No. 7. — P. 72113
83. Kheiri G. Dispersion relation and growth rate in a Cherenkov free electron laser: Finite axial magnetic field / G. Kheiri, M. Esmaeilzadeh. // *Physics of Plasmas*. — 2013. — №12. — С. 123107.
84. Bakhtiari F., Esmaeilzadeh M., Ghafary B. Terahertz radiation with high power and high efficiency in a magnetized plasma // *Physics of Plasmas*. — 2017. — Vol. 24. — No. 7. — P. 073112.
85. Mahdizadeh N. Efficiency enhancement in a two-stream free electron laser with a helical wiggler // *Optic*. — 2019. — Vol. 182. — P. 1170-1175.
86. Redo-Sanchez A. et al. Review of terahertz technology readiness assessment and applications // *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. — 2013. — Vol. 34, No. 9. — P. 500-518.
87. Esmaeildoost N., Jafari S., Abbasi E. External magnetic field effect on the growth rate of a plasma-loaded free-electron laser // *The European Physical Journal Plus*. — 2016. — Vol. 131, No. 6. — P. 192.
88. Mohsenpour T., Maraghechi B. Dispersion relation and growth rate in a free-electron laser with a background plasma // *Journal of Plasma Physics*. — 2015. — Т. 81. — №. 3.
89. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. Москва: Высш. Школа, 1988. 424 с.