

Міністерство освіти і науки України  
Сумський державний університет  
Навчально-науковий інститут бізнес-технологій «УАБС»  
Кафедра економічної кібернетики

## КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА БАКАЛАВРА

на тему «МОДЕЛЮВАННЯ РИЗИКУ ФІНАНСОВИХ ІНВЕСТИЦІЙ У  
ДОРОГОЦІННІ МЕТАЛИ»

Виконала студентка 4 курсу, групи ЕК-61а  
Спеціальності 051 «Економіка»  
(Економічна кібернетика)  
Гужва Ю.Ю.  
Керівник: доцент к.ф-м.н.  
Братушка С.М,

Суми – 2020 рік

## РЕФЕРАТ

### кваліфікаційної роботи бакалавра на тему «МОДЕЛЮВАННЯ РИЗИКУ ФІНАНСОВИХ ІНВЕСТИЦІЙ У ДОРОГОЦІННІ МЕТАЛИ»

студентки Гужви Юлії Юріївни

Актуальність теми, обраної для дослідження, визначається тим, що у сучасному світі існує величезна кількість фінансових активів, проте лише деякі з них гарантують високий прибуток. Сучасна ситуація в країні є яскравим прикладом того, що слід враховувати безліч факторів при фінансуванні та бачити перспективу й чіткий план дії для подальшого розвитку. Завдяки інвестуванню у людини з'являється можливість створити пасивний дохід та позбавити себе від впливу інфляції. Через світову кризу викликану спалахом COVID-19, гостро постало питання збереження коштів, позбавлення себе від впливу інфляції з мінімальним ризиком. З точки зору інвестування дорогоцінні метали є досить цікавою позицією. Вони формують достатньо довгострокові тренди, а ризик втрати коштів є мінімальним.

Мета кваліфікаційної роботи полягає в узагальненні теоретичних знань і практичних вмінь в оцінюванні та моделюванні ризиків фінансових інвестицій.

Об'єктом дослідження виступає процес формування оптимальної структури інвестиційного портфеля цінних металів.

Предметом дослідження є математичні методи і моделі оцінки ризику фінансових інвестицій в дорогоцінні метали.

Задачами дослідження є:

— проаналізувати поняття та особливості формування інвестиційного портфеля цінних металів;

— проаналізувати існуючі методи дослідження та моделювання фінансових інвестицій;

— розробити концептуальну модель фінансових інвестицій на основі портфеля цінних металів;

— сформуванати оптимальну структуру інвестиційного портфеля цінних металів залежно від терміну його існування;

— оцінити на ефективність інвестицій у цінні метали.

Для досягнення поставленої мети та задач дослідження були використані такі методи дослідження: альтернативного аналізу, методи абсолютних та порівняльних переваг, табличне та аналітичне моделювання, оптимізація і визначення рівноваги.

Інформаційною базою кваліфікаційної роботи є дані про котирування цінних металів сайту <https://index.minfin.com.ua/markets/bullion/> , та дані про зміну курсу долара США [http://investfunds.ua/markets/indicators/usduah-nbu/?f\\_s%5Bidx%5D=0&f\\_s%5Bdate%5D=1.02.2012&f\\_s%5Bedate%5D=1.04.2020](http://investfunds.ua/markets/indicators/usduah-nbu/?f_s%5Bidx%5D=0&f_s%5Bdate%5D=1.02.2012&f_s%5Bedate%5D=1.04.2020).

Основний науковий результат кваліфікаційної роботи полягає у формуванні оптимальної структури інвестиційного портфелю по дорогоцінним металам.

Одержані результати можуть бути використані фізичними особами для створення власного оптимального інвестиційного портфелю.

Ключові слова: інвестиційний портфель; модель Марковіца; Модель Марковіца; коефіцієнт Дженсена; коефіцієнт Шарпа; коефіцієнт Трейнора; волатильність; ефективність портфеля; інвестування в дорогоцінні метали; дорогоцінні метали.

Зміст кваліфікаційної роботи викладено на 34 сторінках. Список використаних джерел із 21 найменувань, розміщений на 3 сторінках. Робота містить 6 таблиць, 8 рисунків, а також 13 додатків, розміщених на 4 сторінках.

Рік виконання кваліфікаційної роботи – 2020 рік.

Рік захисту роботи – 2020 рік.

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ.....	4
1.1 Інвестиційний портфель: поняття, етапи формування.....	4
1.2 Методи формування оптимальної структури портфелю .....	15
РОЗДІЛ 2. ФОРМУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЮ ДОРОГОЦІННИХ МЕТАЛІВ .....	25
2.1 Концептуальна постановка задачі моделювання, опис вимог до моделі.....	25
2.2 Побудова інвестиційного портфелю по дорогоцінним металам .....	28
ВИСНОВКИ.....	36
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	37
ДОДАТКИ.....	40

## ВСТУП

При наявності вільних фінансів, людина повинна розпорядитися ними як слід. У сучасному світі існує величезна кількість фінансових активів, проте лише деякі з них гарантують високий прибуток. Сучасна ситуація в країні є яскравим прикладом того, що слід враховувати безліч факторів при фінансуванні та бачити перспективу й чіткий план дії для подальшого розвитку. Завдяки інвестуванню у людини з'являється можливість створити пасивний дохід та позбавити себе від впливу інфляції. Через світову кризу викликану спалахом COVID-19, гостро постало питання збереження коштів, позбавлення себе від впливу інфляції з мінімальним ризиком. З точки зору інвестування дорогоцінні метали є досить цікавою позицією. Вони формують достатньо довгострокові тренди, а ризик втрати коштів є мінімальним.

Об'єктом дослідження виступає процес формування оптимальної структури інвестиційного портфеля цінних металів.

Предметом є математичні методи і моделі оцінки ризику фінансових інвестицій в дорогоцінні метали.

Метою дослідження є узагальнення теоретичних знань і практичних вмінь в оцінюванні та моделюванні ризиків фінансових інвестицій.

Відповідно до мети дослідження сформовані завдання:

— проаналізувати поняття та особливості формування інвестиційного портфеля цінних металів;

— проаналізувати існуючі методи дослідження та моделювання фінансових інвестицій;

— розробити концептуальну модель фінансових інвестицій на основі портфеля цінних металів;

— сформувати оптимальну структуру інвестиційного портфеля цінних металів залежно від терміну його існування;

— оцінити на ефективність інвестицій у цінні метали.

## РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ

### 1.1 Інвестиційний портфель: поняття, етапи формування

Інвестиційний портфель – це інструмент, який дозволяє розподілити економічні ризики по різних активах. Різні активи працюють по-різному, тому поєднання різних типів активів створює баланс у разі зниження ефективності будь-якого одного з активів.

Виходячи з мети формування портфеля необхідно визначити тип, тобто співвідношення меншого ризику, та очікуваного доходу за різний проміжок часу [11].

Класифікація типів портфелів наведені на рисунках 1.1 – 1.2.

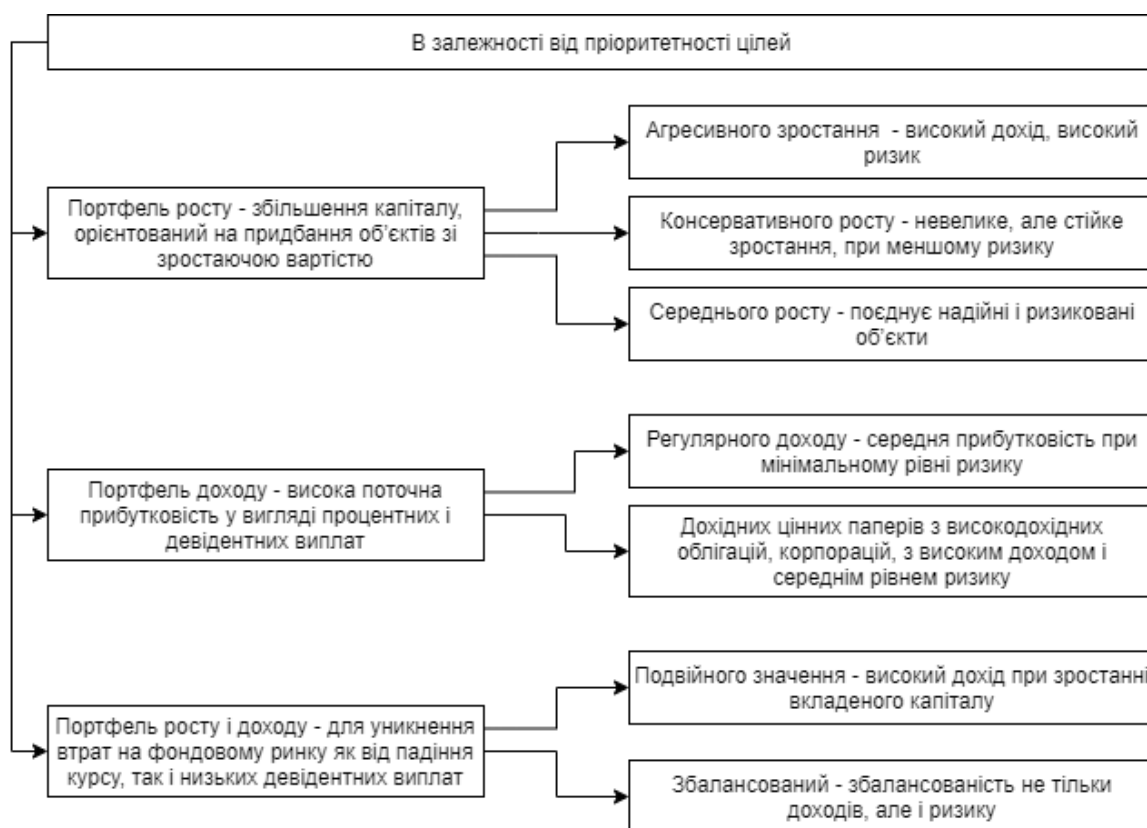


Рисунок 1.1 – Класифікація портфелів в залежності від пріоритетних цілей [18]

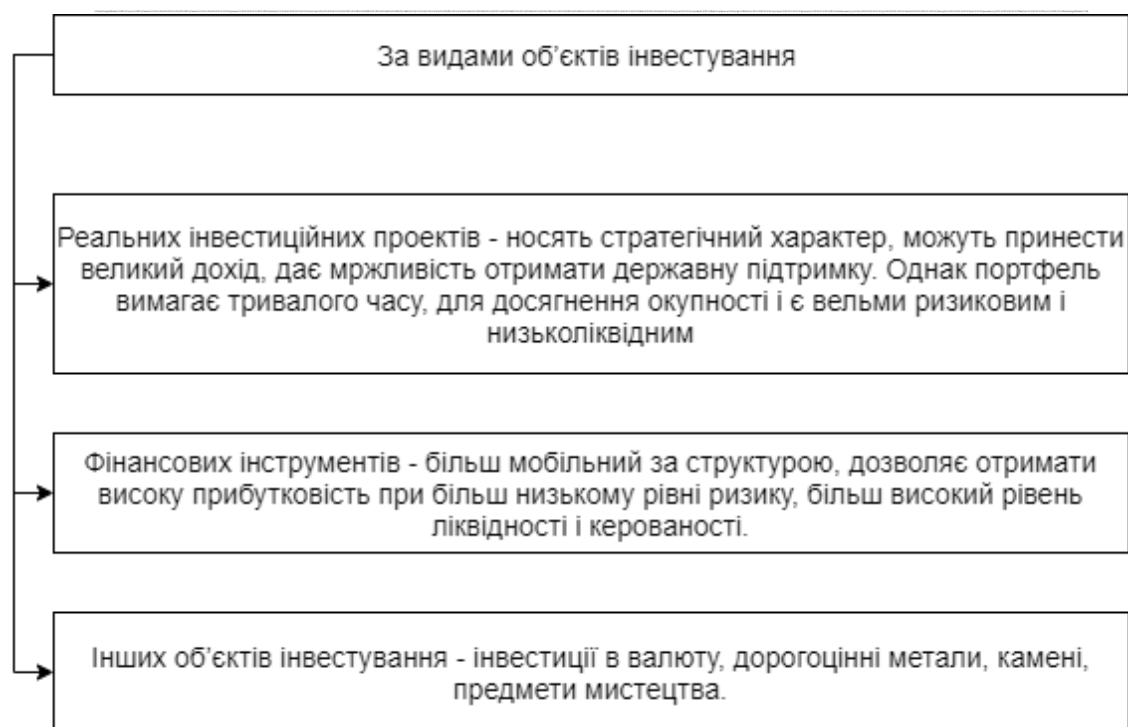


Рисунок 1.2 – Класифікація портфельів в залежності від об'єктів інвестування [18]

Для досягнення інвестором поставлених цілей, необхідно обгрунтовано підійти до формування даного інвестиційного портфеля. Даний процес складається з наступних етапів, дотримання яких здатне привести до бажаного результату:

- 1) визначити цілі інвестора;
- 2) провести аналіз ринку;
- 3) сформуванати портфель;
- 4) управління портфелем;
- 5) оцінити ефективність [4].

Перший етап – визначення інвестиційних цілей.

В даний момент розглядається складання та оптимізації структури портфеля дорогоцінних металів. Світова економічна криза спричинена спалахом захворювання COVID-19 викликала різке зниження вартості фінансових активів.

Мотиви, які спонукають приватних інвесторів до вкладення своїх коштів в дорогоцінні метали, залишаються практично незмінними протягом всієї історії розвитку ринку. Це, перш за все, унікальні фізичні і споживчі властивості, завдяки яким дорогоцінні метали:

- мають високу капіталоємкість, є довгостроковим акумулятором вартості;
- як готівковий, матеріальний актив не залежать від виконання своїх платіжних зобов'язань ніякими урядами або корпораціями;
- мають високу ліквідність, розвинену інфраструктуру міжнародного обігу і ринкового ціноутворення;
- надають хороші можливості для диверсифікації вкладень.

Дорогоцінні метали історично виступали в якості надійного вмістилища вартості з наступних причин:

- вони практично не знищуються, відносно рідко зустрічаються в природі, не можуть бути довільно виготовлені з інших матеріалів; їх видобуток і виробництво вимагають значних трудових і матеріальних витрат;
- вони проваджені і подільні; їх вага є мірою їх вартості;
- вони легко розпізнавані, їх якості досить просто перевірити і важко підробити.

Перераховані вище властивості привели до того, що дорогоцінні метали стали загальноприйнятим обмінним еквівалентом засобом платежу, і служили матеріалом для виготовлення грошей. З тих же причин дорогоцінні метали зберігали свою цінність в довгостроковій перспективі, коли зміна ринкових циклів приводила до падіння вартості національних валют і промислових товарів.

Другий етап – проведення аналізу ринку.

Цінність золота визначається ринком 24 години на день, сім днів на тиждень. Торги золотом переважно функціонують від настроїв - на його ціну менше впливають закони попиту та пропозиції.



Золото є одним з найбільш ліквідних активів. Його можна продати в будь-який час доби на будь-якому з численних ринків, розташованих в різних частинах світу (чого не можна сказати про більшість інших об'єктів інвестицій, включаючи цінні папери найбільших корпорацій).

Незалежно від того, є політика інвестора консервативною або агресивною, дорогоцінні метали можуть зіграти важливу роль в диверсифікації його портфеля. З цієї причини більшість експертів наполегливо рекомендують інвесторам тримати частину своїх вкладень в золоті. Оскільки основна частина коштів зазвичай розміщується в традиційні фінансові активи – акції та облігації, включення в портфель дорогоцінних металів доповнює його принципово відмінним активом. Мета диверсифікації полягає в захисті всього портфеля від флуктуації цін на активи кожного конкретного класу [5].

Кілька факторів пояснюють посилене бажання накопичувати золото:

Системні фінансові проблеми. Коли банки та гроші сприймаються як нестабільна та/або політична стабільність є сумнівною, золото часто шукають як безпечний склад цінностей.

Інфляція. Коли реальні норми прибутковості на ринках акцій, облігацій чи нерухомості є негативними, люди регулярно перебираються на золото як на актив, який підтримуватиме свою вартість.

Війна чи політичні кризи. Війна та політичні потрясіння завжди приводили людей у режим накопичення золота. Заощадження протягом цілого життя можна зробити переносним і зберігати, поки його не потрібно обміняти харчовими продуктами, притулком або безпечним проїздом до менш небезпечного місця призначення [1].

Попит на золото надходить з двох місць: інвестицій та промисловості. Промисловий попит становить приблизно 10% до 15% світового щорічного попиту. Золото має унікальні властивості, що означають більше застосування його в технології, охороні здоров'я та інших життєво важливих галузях. Золото надзвичайно стійке до корозії та має високу тепло- та електричну провідність. Тому це відмінний компонент неелектричних пристроїв. Золото

також використовується в медичному обладнанні, оскільки стійке до дії бактерій. Нове використання золота було знайдено в системах контролю забруднення та паливних елементах. Крім того, золото має перспективне застосування у новій області нанотехнологій. Практичне використання золота продовжує зростати [2].

На початку 2020 року через побоювання наслідків через обвал фондових індексів ф'ючерси на золото вирости в ціні, що показано на діаграмі (рис. 1.3).

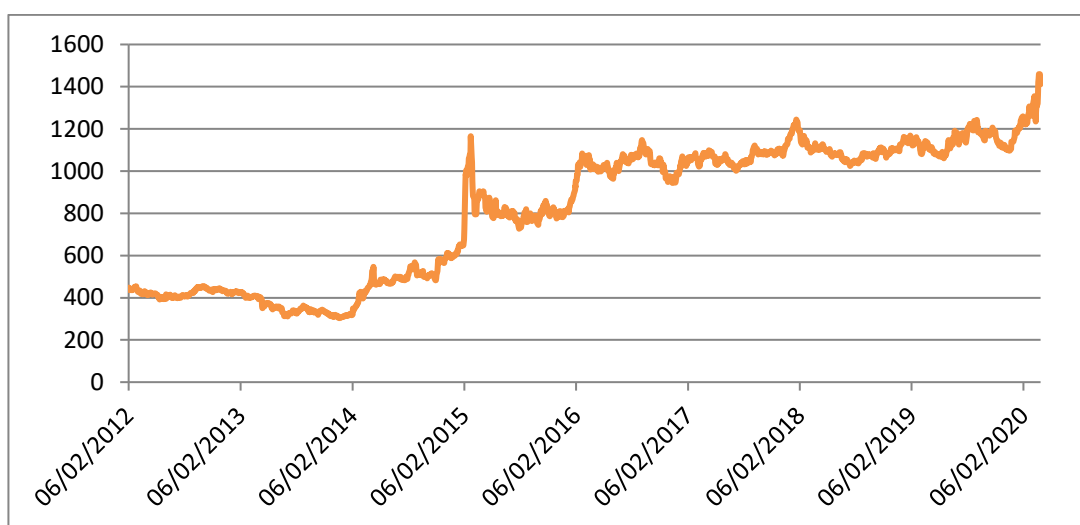


Рисунок 1.3 – Динаміка цін на золото (2012-2020 р.)

На відміну від золота, регулювання на ринку срібла опрацьовано не настільки добре, а, отже, привабливість операцій на ньому трохи нижче. Крім того, ринок срібла відрізняється більшою волатильністю, тобто коливання цін на ньому значно сильніше. Однак істотно нижча ціна срібла дозволяє оперувати на ринку порівняно невеликими коштами, що відкриває шлях дрібним і середнім інвесторам. В результаті обороти ринку срібла можна порівняти з оборотами ринку золота.

Невизначеність, викликана пандемією COVID-19, робить прогнозування стану ринку срібла на решту року дуже складною. Через труднощі, з якими в даний час стикається глобальна економіка, очікується,

що в цьому році основні області попиту на срібло, включаючи промислове виробництво, ювелірні вироби та вироби з срібла, будуть падати виключно в результаті глобальної пандемії.

Очікується, що пропозиція від шахтарів продовжить скорочуватися, враховуючи тимчасове припинення видобутку в декількох великих країнах.

Прогнозується, що в цьому році фізичні інвестиції в срібло збільшать свій приріст з прогнозованим 16-відсотковим зростанням до п'ятирічного максимуму, оскільки інвестори йдуть з фондових ринків в пошуках безпечних активів-притулків (рис. 1.4).

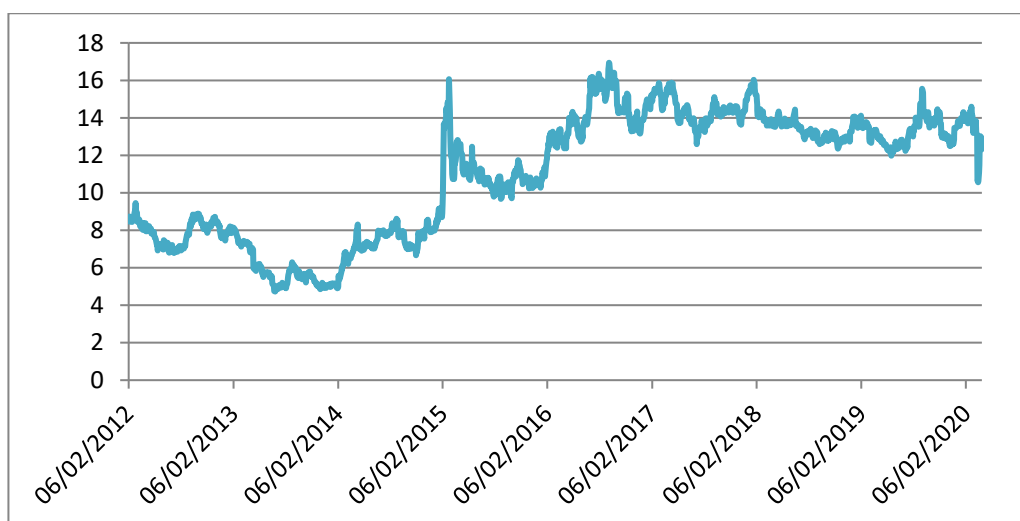


Рисунок 1.4 – Динаміка цін на срібло (2012-2020 р.)

Як золото та срібло, платина цілодобово торгується на світових товарних ринках. Це, як правило, досягає вищої ціни, ніж золото під час рутинних періодів ринку та політичної стабільності, просто тому, що це набагато рідше. Набагато менше металу насправді витягується із землі щорічно.

Існують також інші фактори, які визначають ціну платини. Як і срібло, платина вважається промисловим металом. Найбільший попит на платину припадає на автомобільні каталізатори, які використовуються для зменшення шкідливості викидів. Після цього ювелірні вироби становлять більшість

попиту. Каталізатори нафтової та хімічної переробки та комп'ютерна промисловість використовують решту.

Через велику залежність автомобільної промисловості від металу ціни на платину визначаються значною мірою продажами автомобілів та виробництвом. Законодавство про "чисте повітря" може зажадати автовиробників встановлювати більше каталітичних перетворювачів, підвищуючи попит. Але в 2009 році американські та японські виробники автомобілів почали звертатися до перероблених авто каталізаторів [2].

Останнім часом фокус змістився на паладій, який за два роки зріс на 73%. Такого ринок дорогоцінних металів не зустрічав з 2012 року, коли унція золота коштувала більше 1700 доларів. Інвестори розсмакували паладій як інвестиційний актив, заміщаючи їм частки золота в портфелях.

З 2012 року дефіцит стійко зберігається і збільшується, це позитивно позначається на цінах на метал. Поки не очікується скорочення дефіциту, оскільки паладій відноситься до рідкісних металів.

Велику частку попиту на метал забезпечує промисловість - виробники каталізаторів для спалювання вихлопних газів, що використовуються в автомобільній галузі. Попит на паладій виріс через контроль за обмеженням автомобільних вихлопів і посилення вимог до автовиробників. Майже 80% сукупного попиту на паладій припадає на автопром.

Через значне зростання цін виробники можуть замінити паладій платиною. За своїми властивостями ці метали схожі, обидва застосовуються у виробництві каталізаторів. Свого часу саме завдяки дорогій дефіцитній платині паладій отримав високий попит. Тепер ситуація змінилася: паладій майже вдвічі дорожче платини. Виробники думають, наскільки доцільно використовувати дорогий метал при наявності аналогічної за характеристиками, але більш дешевої платини. Однак процес технологічної перебудови виробництва з одного металу на інший займає тривалий час - від року. Такий фактор може стати негативним для паладію (рис. 1.5).

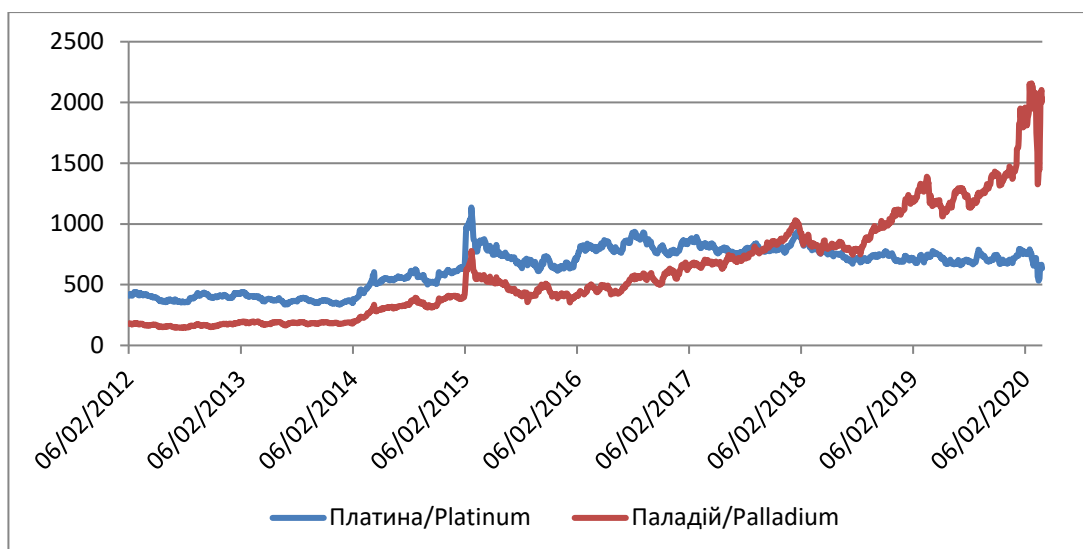


Рисунок 1.5 – Порівняльна динаміка цін на платину та паладій (2012-2020рр).

Отже, процес формування ціни на дорогоцінні метали є багатофакторним. По вартості золота можна свідчити про загальний стан світової економіки. Вартість срібла і паладію є залежною від інноваційно-технологічних потреб промисловості (рис. 1.6)



Рисунок 1.6 – Механізми формування цін на дорогоцінні метали [19]

Третій етап – формування портфелю.

При формуванні портфеля безумовно повинні враховуватися такі фактори як прибутковість і ризик, прийнятні для конкретного інвестора. Наступні моделі використовуються для складання портфеля фінансових інвестицій, який буде приносити максимальний прибуток при допустимому ризику для інвестора:

1. Модель Марковіца.
2. Модель Блека.
3. Індексна модель Шарпа.
4. Модель Тобіна з безризиковим активом.
5. Алгоритм Елтона-Грубера-Падберг.
6. Модель оцінки фінансових активів.
7. Модель арбітражного ціноутворення.

Четвертий етап – управління портфелем.

Управління портфелем – періодична заміна активів для відповідності цілям і вимогам інвестора. Для цього застосовуються методи, що дозволяють:

- зберегти початкові інвестовані кошти;
- досягти максимального рівня інвестиційного доходу;
- забезпечення інвестиційної спрямованості портфеля.

Серед методів управління портфелем розрізняють: активний, пасивний та збалансований.

Активний (агресивний) метод управління, що передбачає постійну зміну структуру портфелю з метою досягнення додаткового прибутку за рахунок зміни волатильності ринку. Такий метод пов'язаний з підвищеним ризиком інвестування. Метод включає в себе управління структурою, управління ризиком, управління ліквідністю.

Пасивне управління можливе при достій ефективності фінансового ринку. Створюються диверсифіковані портфелі в яких наперед визначений ризик і розраховується на тривалу перспективу.

Збалансований метод управління є об'єднанням активного і пасивного методів. Керуючий спочатку створює «базу» портфеля, тобто набір низько ризикованих активів, основне завдання яких збереження капіталу, а також певних провідних більш ризикованих активів [6].

П'ятий етап – проведення ефективності портфеля.

Заключний етап полягає в оцінці ефективності портфеля цінних паперів з тим щоб з'ясувати наскільки правильно він був складений, на скільки адекватно були оцінені ризик і очікуваний дохід від вкладених коштів, на скільки вдале і професійне управління мало місце бути.

Для вирішення заключній завдання, необхідно скористатися наступними методами.

Вимірювання прибутковості.

У загальному випадку ринкова вартість портфеля в певний момент часу обчислюється як сума ринкових вартостей активів, що входять в портфель на даний момент часу.

Знаючи вихідну і кінцеву вартість портфеля, можна обчислити його прибутковість ( $r$ ), віднявши його вихідну вартість ( $V_0$ ) з кінцевою ( $V_1$ ) і розділивши дану різницю на вихідну вартість [14]:

$$r = \frac{V_1 - V_0}{V_0} \quad (1.1)$$

Внутрішня ставка прибутковості.

Однак виникає ряд труднощів, коли вкладення або вилучення грошей відбуваються в середині розглянутого періоду. Один з методів, використовуваних для обчислення прибутковості портфеля в таких ситуаціях, ґрунтується на внутрішній ставкою прибутковості. Внутрішня прибутковість розраховується для відповідного потоку платежів.

Внутрішня вартість являє собою ставку дисконтування, що прирівнює потоки платежів, які здійснювалися в період управління портфелем (Внесення і вилучення коштів), і його вартість в кінці періоду до його вартості на початку періоду.

Коефіцієнти ефективності управління.

Всі оцінки ефективності управління портфелем ґрунтуються на порівняно доходностей, отриманих інвестиційним менеджером. але дане порівняння повинно бути порівняннa і носить вельми об'єктивний характер, а тому всі оцінки ефективності повинні проводиться на відносній, а не на абсолютній основі.

Портфелі, використовувані для порівняння, часто називають еталонними – альтернативні портфелі, які могли б бути обрані для інвестування замість портфеля, ефективність вкладень в який оцінюється. В рамках даної дипломної роботи еталонним портфелем є курс долара. Наступний коефіцієнти відображають ефективність управління портфелем:

Коефіцієнт Дженсена обчислює надлишковий дохід, що генерує портфель над очікуваною прибутковістю. Ця міра також відома як альфа. Індекс виміряє наскільки коефіцієнт доходності портфеля пов'язаний з можливістю інвестора збільшити прибутковість вище середнього, скореговану на ринковий ризик. Чим вище коефіцієнт, тим краще коригування з урахуванням ризику. Портфель з незмінно позитивною надлишковою прибутковістю буде мати позитивну альфу, а портфель з незмінним негативним збитковим поверненням буде мати негативну альфу.

Коефіцієнт Трейнера. Джек Л.Трейнер був першим, хто представив інвесторам комплексний показник оцінки ефективності портфеля, що включає не тільки доходність фінансового активу, але й ризик. Він припустив теорію , що на сам перед існують 2 складові ризику: ризик, викликаний коливаннями фондового ринку, й ризик пов'язаний з коливаннями окремих активів.

Коефіцієнт Шарпа майже ідентичний до коефіцієнта Трейнера, за виключенням того, що показник ризику є стандартне відхилення портфеля. Тобто розглядає не тільки систематичний ризик (риновий, бета), але й несистематичний [12].



## 1.2 Методи формування оптимальної структури портфелю

Прийнято вважати, що зародження портфельної теорії як науки відбулося у першій третині ХХ століття. В цей період І. Фішером були написані основоположні роботи з поступовим зниженням вартості і теорії процентної ставки. Фішер припускав, що абсолютно все інвестори однотайні щодо суми грошей, яку необхідно інвестувати. Таку тенденцію можна пояснити тим, що всі індивіди застосовують однаковий інвестиційний критерій. Також, необхідно відзначити, що в традиційному підході Фішера виділяють ряд недоліків. Так, наприклад, основна увага була сконцентрована на аналізі поведінки таких цінних паперів, як акції та облігації. Інший мінус полягає в тому, що ризик цінного паперу в даному випадку не отримав чіткої інтерпретації при прийнятті інвестиційних рішень, а головною його характеристикою була дохідність [9].

Модель Гаррі Марковіца.

В 1952 році була опублікована стаття «Вибір портфеля», написана Гаррі Марковіц, яка стала основоположною в сучасній теорії інвестицій. У даній статті вперше була запропонована модель, що дозволяє створити оптимальний інвестиційний портфель. Марковіц, на початку роботи, висуває припущення про те, що в початковий період часу інвестор має певну суму грошей для інвестування, яку він вкладає на певний термін. По завершенню строку володіння активами, інвестор їх продає, після чого отримує дохід, який він може використати на інше інвестування або споживання.

Індивід, інвестуючи гроші в активи, переслідує дві основні цілі: мінімізація ризику і максимізація очікуваного прибутку.

За моделлю Гаррі Марковіца, інвестор обирає портфель на отриманих оцінках очікуваної прибутковості і стандартному відхиленні. Стандартне відхилення оцінюється як ризик портфеля. За співвідношенням яких інвестор обирає більш привабливий варіант[13].

### Модель Блека

Модель Блека аналогічна моделі Марковіца, але на відміну від останньої в ній відсутня умова невід'ємності на частки активів портфеля. Це означає, що інвестор може здійснювати короткі продажі, тобто продавати активи, надані йому у вигляді позики. У цьому випадку інвестор розраховує на зниження курсу цінних паперів і планує повернути позику тими ж цінними паперами, але придбаними за нижчим курсом. Внаслідок відсутності обмежень на частки активів у портфелі потенційний прибуток інвестора не обмежена максимальною прибутковістю одного з активів, що входять в портфель [10].

### Модель Шарпа.

Модель Шарпа описує співвідношення очікуваного доходу портфеля і очікуваний дохід ринку. Передбачається, що дохідність звичайної акції за певний період пов'язана з прибутковістю за аналогічний період з прибутковістю ринкового індексу. В цьому випадку із зростанням ринкового індексу, ймовірно, буде рости і ціна акції і навпаки.

Рівняння моделі є лінійним і має наступний вигляд:

$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_I + \varepsilon_i \quad (1.2)$$

де  $r_i$  – дохідність активу за  $i$ -період;

$\alpha_i$  – коефіцієнт зміщення (альфа-коефіцієнт);

$\beta_i$  – коефіцієнт нахилу (бета-коефіцієнт);

$\varepsilon_i$  – випадкова похибка;

$r_I$  – прибутковість ринку за аналогічний період.

Головна відмінність моделі У. Шарпа від моделі Г. Марковіца полягає в наступному: модель Шарпа розглядає взаємозв'язок прибутковості кожного цінного паперу з прибутковістю ринку в цілому, в той час як модель Марковіца - розглядає взаємозв'язок дохідностей цінних паперів між собою.

Тепер необхідно розрахувати всі елементи, дані у формулі. Альфа-коефіцієнт визначає прибутковість активу незалежно від динаміки ринку.

Розраховується як різниця математичного очікувань прибутковості ринку на початку періоду і прибутковості ринку на початку періоду, помножена на коефіцієнт бета [15]. Формула розрахунку наступна:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \frac{\beta \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1.3)$$

де  $y_i, x_i$  – дохідність ринку в  $i$ -період часу.

$$\beta = \text{Cov}_{am} / s_m^2 \quad (1.4)$$

де  $\text{Cov}_{am}$  – коваріація дохідності активу з ринком;

$s_m^2$  – дисперсія дохідності ринку.

Модель Тобіна з безризиковим активом

Джеймс Тобін пояснив, що раціональна поведінка з боку людей полягає в тому, що вони повинні зберігати портфель активів, що складається як з облігацій, так і з грошей. Тобто є без ризиковий актив, що заробляє нульовий дохід або відсотки. Облігації заробляють відсотки але вони ризиковані. Люди диверсифікують свій портфель, утримуючи збалансовану комбінацію безпечних та ризикованих активів, що залежить від ставлення людини до ризику. Кореляційна залежність між ставкою дохідності по безризиковому активу і очікуваною дохідністю ризикового активу дорівнює 0. Дж. Тобін показав, що якщо  $\Theta = (p_1, \dots, p_n)$  – певний портфель ( $p_i$  – частка  $i$ -го активу в портфелі), а  $f$  – безризиковий актив, то всі портфелі виду лежать на прямій, що проходить через точки  $(0, r_f)$  і  $\sigma_p, r_p$ , де  $r_f$  і  $r_p$  – безризикова і ризикова прибутковості відповідно:

$$Y = (1 - \Theta)f + \Theta_p \quad (1.5)$$

Серед усіх прямих обирається найкрутіша, що дає більший дохід враховуючи заданий ризик, ту яка проходить через точку  $(0, r_p)$  і точку дотику  $T$  до ефективної грані (рис.1.7).

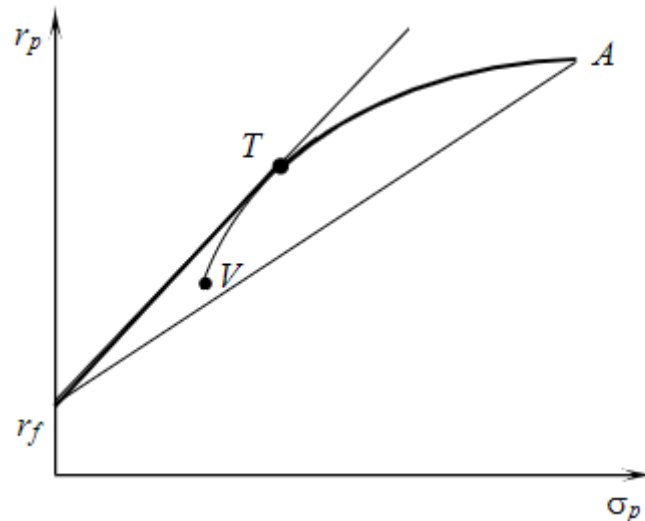


Рисунок 1.7 – Досяжна і ефективна безліч при можливості безризикового кредитування.

Досяжна безліч змінюється в результаті перегляду безризикового активу. Прямі лінії, що є границями виходять з точки безризикового активу. Лінія, що знаходиться нижче з'єднує точки без ризикового активу та точку портфеля з найбільшим ризиком і прибутком. Вища пряма лінія, є комбінацією безризикового активу та певного ризикованого портфеля з ефективною безлічі моделі Марковіца. Вона є дотичною в точці Т до даної ефективною безлічі [16].

#### Алгоритм Елтона-Грубера-Падберга

На прикладі моделі Марковіца в даному алгоритмі для визначення дотичного портфеля можна використати метод критичних ліній. Але є і більш простий варіант, що дозволяє не визначати «кутові» портфелі.

Передбачається, що прибутковість активів можуть бути описані ринковою моделлю (індексною моделлю Шарпа), а також, існує можливість безризикового запозичення і кредитування за ставкою  $r_f$ . Метод розроблений Елтоном, Грубером і Падбергом.

Алгоритм починається з зауваження, що нахил лінії, що виходить з точки  $r_f$  і проходить через будь-який конкретний портфель дорівнює:

$$\Theta = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p} \quad (1.6)$$

«Дотичний» портфель  $T$  визначається як той, що має максимальну тхету ( $\Theta$ ). Для пошуку портфеля, що має максимальну  $\Theta$ , застосовується наступний 5-кроковий алгоритм:

1. Впорядкувати активи в порядку спадання відносин прибутковості до систематичного ризику (reward-to-volatility ratio):

$$RVOL_i = (r_i + r_f) / \beta_{iI} \quad (1.7)$$

де  $r_i$  – очікувана прибутковість  $i$ -й цінного паперу;

$r_f$  – безризикова ставка;

$\beta_{iI}$  – коефіцієнт «бета».

Чисельник цього виразу є очікувана «винагорода» за придбання активу, а знаменником є відповідний їй  $\beta$ -коефіцієнт. Це відношення іноді називають відношення Трейнора.

2. Починаючи з активів, що має найбільшу  $RVOL_i$ , додавати активи один за одним і обчислювати  $\Phi_i$ :

$$\Phi_i = \sigma_I^2 \frac{\sum_{i=1}^n \frac{r_i - r_f}{\sigma_{\varepsilon I}^2} \beta_{iI}}{1 + \sigma_I^2 \sum_{i=1}^n \frac{\beta_{iI}}{\sigma_{\varepsilon I}^2}} \quad (1.8)$$

де  $\sigma_I^2$  – систематичний ризик – дисперсія ринкового індексу;

$\sigma_{\varepsilon I}^2$  – несистематичний ризик – дисперсія випадкової помилки.

3. Порівнювати величини  $\Phi_i$  з відповідними  $RVOL_i$  до тих пір, поки  $\Phi_i$  менше  $RVOL_i$ . З певного моменту це співвідношення зміниться на протилежне. Нехай  $k$  – максимальний номер, для якого це співвідношення ще не виконано. Тоді цінні папери з 1 по  $k$  будуть мати не нульові ваги в портфелі  $T$ , а решта – нульові. Таким чином,  $\Phi_k$  є «ставкою відсікання» для  $RVOL$ .

4. Обчислити величини  $Z_i$ , щоб визначити вагу активів в портфелі:

$$Z_i = \frac{\beta_{iI}}{\alpha_{eI}^2} \left[ \frac{r_i - r_f}{\beta_{iI}} - \Phi_k \right] \quad (1.9)$$

Значення  $Z_i$  для  $i = k + 1, \dots, N$  дорівнює 0.

$$X_i = \frac{Z_i}{\sum_{i=1}^N Z_i} \quad (1.10)$$

Отримане значення – частка активу в портфелі.

Модель оцінки фінансових активів

Модель оцінки фінансових активів (Capital Asset Pricing Model, CAPM), розглядає граничний випадок. Всі хто вкладає кошти мають одну інформацію, щодо перспективності активів. Тобто вони майже однаково аналізують надану інформацію. Так як ринки активів є досконалими – в них немає факторів, що можуть перешкодити капіталовкладенню. За допомогою дослідження колективної поведінки всіх інвесторів на ринку, виявляється рівноважна залежність ризику до прибутковості по кожному активу. Спочатку інвестори проводять аналіз активів, визначають структуру «дотичного» портфеля. У підсумку, в рівноважному випадку інвестори обирають один і той же «дотичний» портфель, так як оцінки очікуваної прибутковості, дисперсій і коваріацій, а також величини без ризикової процентної ставки збігаються.

Єдиною причиною вибору різних портфелів при однакових показниках, є те що інвестори мають різні криві байдужості [16].

Рівняння CML має вигляд:

$$r_p = r_f + \left[ \frac{r_M - r_f}{\sigma_M} \right] * \sigma_p \quad (1.11)$$

де  $r_p$  – очікувана прибутковість ефективного портфеля;

$\sigma_p$  – середньоквадратичне відхилення ефективного портфеля.

Ринкова лінія – співвідношення очікуваної прибутковості до середньоквадратичного відхилення. Так як ризикований актив є неефективним портфелем, він буде перебувати нижче ринкової лінії.

Точна форма рівноважного взаємозв'язку між ризиком і доходом може бути записана в наступному вигляді:

$$r_i = r_f + \left[ \frac{r_M - r_f}{\sigma_V^2} \right] * \sigma_{iM} \quad (1.12)$$

де  $r_i$  – очікувана прибутковість  $i$ -й цінного паперу;

$\sigma_{iM}$  – ковариация  $i$ -й цінного паперу з ринковим портфелем.

Теорія арбітражного ціноутворення

Ціллю арбітражних стратегій є використання відмінностей в ціні на активи одного або спорідненого типу на різних ринках або сегментів ринків з метою отримання прибутку. Арбітраж зазвичай складається з продажу активів за відносно високою ціною і одночасної покупки такого ж цінного активу (або її функціонального еквівалента) по відносно низькій ціні. Арбітражна діяльність є важливою складовою сучасних ефективних ринків цінних паперів. Оскільки арбітражні доходи є безризиковими по визначенню, то всі інвестори прагнуть отримувати такі доходи при кожній нагоді. Правда, деякі інвестори мають великі ресурси і нахили для участі в арбітражі, ніж інші.

Факторна модель має на увазі, що активи або портфелі з однаковою чутливістю до факторів поведуться однаково, за винятком поза факторного ризику. Тому активи або портфелі з однаковою чутливістю до факторів повинні мати однаково очікувану прибутковість, в іншому випадку були б «майже арбітражні» можливості. Але як тільки такі можливості з'являються, діяльність інвесторів призводить до їх зникненню. В якості основних даних в моделі використовуються загальні фактори ризику, наприклад показники: розвитку економіки, інфляції і т.д. Проводяться спеціальні дослідження: як курс активу в минулому реагував на зміну подібних факторів ризику. За допомогою отриманих співвідношень передбачається, що можна розрахувати поведінку активів в майбутньому. Природно, для цього використовують прогнози факторів ризику. В даній моделі очікуваний дохід акції залежить не тільки від одного фактора ( $\beta$ -фактора), а визначається безліччю факторів.

Замість доходу по всьому ринку розраховується частка по кожному фактору окремо. Вихідним моментом є те, що середня чутливість фактора дорівнює 1,0. Залежно від сприйнятливості кожного активу до різних факторів змінюються відповідні частки доходу. У сукупності вони визначають загальний дохід акції.

$$r_i = \lambda_0 + \lambda_1 * b_{i1} + \lambda_2 * b_{i2} + \dots + \lambda_n * b_{in} \quad (1.13)$$

де  $\lambda_1 \dots \lambda_n$  – премії за ризик вкладення в і-ю цінний папір;

$b_{i1} \dots b_{in}$  – чутливості і-й цінного паперу до чинників;

$n$  – кількість факторів.

Чим сильніше реагує акція на зміну конкретного фактора, тим більше може бути в позитивному випадку прибуток. Дохід портфеля має такий вигляд:

$$r_i = \lambda_0 + \lambda_1 * b_{p1} + \lambda_2 * b_{p2} + \dots + \lambda_n * b_{pn} \quad (1.14)$$

де  $\lambda_1 \dots \lambda_n$  – премії за ризик вкладення в даний портфель;

$b_{p1} \dots b_{pn}$  – чутливості портфеля до чинників;

$n$  – кількість факторів.

За рахунок того, що ринковий портфель і індекс в даній моделі не розглядаються, вона простіше, ніж попередні моделі. Недоліком даної моделі є наступне: на практиці важко з'ясувати, які конкретні фактори ризику потрібно включати в модель. В даний час в якості таких чинників використовують темпи приросту валового внутрішнього продукту, рівні інфляції, процентних ставок і цін на нафту. Особливі труднощі також становить прогнозування значень цих факторів [16].

Отже, в таблиці 1.1 аналіз показує, що класичні моделі портфельної оптимізації мають критичні допущення про ймовірність розподілу доходності активів. В даному випадку було обрано модель Г. Марковіца, так як дана модель є основоположною в сучасній портфельній теорії.



Таблиця 1.1 – Характеристики інвестиційного портфелю

Назва моделі інвестиційного портфелю	Елементи моделі інвестиційного портфелю	Переваги	Недоліки
Модель Г.Марковіца	Дисперсія між доходами окремих активів, коваріація між змінами цін, математичне очікування, середньоквадратичне відхилення ризику.	Добре працює в умовах незмінної парадигми фондового ринку	Має ряд модельних припущень, погано узгоджених з реаліями фондового ринку (особливо в кризові часи, коли не стаціонарність цінних процесів найбільш очікувана)
Модель У.Шарпа	$\beta$ -фактор (від нього залежить очікуваний дохід по конкретній акції і визначається як кожен актив взаємодіє з усім ринком), очікуваний дохід активу в портфелі, очікувана волатильність.	Не обов'язково визначати коваріацію кожного активу один з одним, достатньо виявити як кожен актив взаємодіє з усім ринком	Використовується тісна (небажана через зменшення ефекту розсіювання ризику) кореляція між змінами цін окремих активів
Модель Блека	Поточна ціна акцій; ціна виконання опціону; поточна процентна ставка по безризикових активів; час до закінчення опціону; волатильність, наведена до річного стандартному відхиленню кумулятивне стандартний нормальний розподіл; теперішня вартість ціни виконання опціону.	Враховується дія фактора ризику і невизначеності, безповоротності інвестиції, передбачається можливість вибору реалізації проекту в часі, забезпечує можливість маневрування технологіями, основними і оборотними активами	Використання важкого математичного інструментарію, збільшення інвестиційних затрат і операційних витрат.
Модель Тобіна з безризиковим активом	Частка $i$ -го активу в портфелі; безризиковий актив; безризикова і ризикова прибутковості	Дозволяє визначити і спрогнозувати оптимальні періоди інвестування портфеля і забезпечити оптимальну структуру з урахуванням горизонту планування доходу і рівня ризику.	Важкість формалізації взаємозв'язку показників доходу і ризику, недостатня інформативність при оцінці ризику, не враховуються всі фактори ризику

## Продовження таблиці 1.1

Назва моделі інвестиційного портфелю	Елементи моделі інвестиційного портфелю	Переваги	Недоліки
Алгоритм Елтона-Грубера-Падберг	Річна і місячна прибутковості, стандартне відхилення прибутковості, коефіцієнти бети, коефіцієнти асиметрії і ексцесу.	Даний алгоритм дозволяє не тільки розрахувати вагу цінного паперу в портфелі, а й визначити за допомогою коефіцієнта Трейнора, які саме акції із загальної вибірки повинні увійти до складу портфеля.	Необхідний аналіз ринкової моделі і розрахунок бета-коефіцієнтів і параметрів несистематичного ризику активів для його застосування. Також недоліком є нестабільність даних параметрів і необхідність значної кількості розрахунків для їх визначення.
Модель оцінки фінансових активів	Очікувана прибутковості ефективного портфеля; середньоквадратичне відхилення ефективного портфеля; ковариацію цього паперу з ринковим портфелем; бета-фактор з індексного моделі Шарпа	Очікувана прибутковості портфеля являє собою зважену середню очікуваних доходностей входять до його складу активів, де в якості ваг представлені частки інвестування в активи.	Модель не є рівноважною моделлю, яка описує процес формування курсів .
Модель арбітражного ціноутворення	Премії за ризик вкладення в актив; чутливість активу до чинників; кількість факторів; премії за ризик вкладення в даний портфель; чутливості портфеля до факторів	За рахунок того, що ринковий портфель і індекс в даній моделі не розглядаються, вона простіше, ніж попередні моделі. Очікуваний дохід акції залежить не тільки від одного фактора, а визначається безліччю факторів.	На практиці важко з'ясувати, які конкретні фактори ризику потрібно включати в модель. В даний час в якості таких чинників використовують темпи приросту валового внутрішнього продукту, рівні інфляції, процентних ставок і цін на нафту. Особливі труднощі також становить прогнозування значень цих факторів.

## РОЗДІЛ 2. ФОРМУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЮ ДОРОГОЦІННИХ МЕТАЛІВ

2.1 Концептуальна постановка задачі моделювання, опис вимог до моделі

Джерелами інформації для проведення моделювання ризику фінансових інвестицій у дорогоцінні метали, є статистичні дані цін на дорогоцінні метали за 2012-2020 роки, та зміна курсу долара США, так як це один з головних факторів впливу коливання цін на золото.

Математичні співвідношення моделі представленні в додатку А.1.

Опис показників наведений у таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Опис показників

Показник	Шкала вимірювання	Економічний зміст	Джерело
Ціна	грн.	Кількісні	<a href="https://index.minfin.com.ua/markets/bullion/">https://index.minfin.com.ua/markets/bullion/</a>
Курс долара США (USD)	долар	Кількісні	<a href="http://investfunds.ua/markets/indicators/usduah-nbu/?f_s%5Bidx%5D=0&amp;f_s%5Bsd ate%5D=1.02.2012&amp;f_s%5Bdate%5D=1.04.2020">http://investfunds.ua/markets/indicators/usduah-nbu/?f_s%5Bidx%5D=0&amp;f_s%5Bsd ate%5D=1.02.2012&amp;f_s%5Bdate%5D=1.04.2020</a>

При побудові інвестиційного портфелю, були отримані проміжні і вихідні змінні, опис і отримання яких наведено в таблиця 2.2.

Таблиця 2.2 – Опис вхідних (проміжних, вихідних) змінних

Змінна	Економічний зміст	Одиниці вимірювання	Показники для розрахунку	Економічний зміст показника	Формула розрахунку
Дохідність ( $r_i$ )	Якісний	%	$p_1$ – ціна активу на момент розрахунку $p_0$ – ціна активу на початок періоду	Кількісний	$R_i = (p_1 - p_0) / p_0$
Очікувана дохідність $E(R_i)$	Якісний	%	$r_i$ – дохідність $i$ -го активу $n$ – кількість спостережень	Якісний	$E(R_i) = \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_n}{n}$
Ризик	Якісний	%	$\sigma_i^2$ – дисперсія	Кількісний	$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2}$
Дисперсія портфеля ( $\sigma_{\Pi}^2$ )	Кількісний	Одиниця	$x_i$ – частка $i$ -го активу в портфелі; $x_j$ – частка $j$ -го активу в портфелі; $\sigma_{ij}$ – дисперсія між $i$ -м і $j$ -м активами;	Кількісний	$\sigma_{\Pi}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j$
Дисперсія ( $\sigma_i^2$ )	Кількісний	Одиниця	$x$ – фактор $\bar{x}$ – середнє значення $n$ – частота	Кількісний	$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 n}{\sum n}$
Дохідність ринку	Якісний	%	$p_1$ – ціна активу на момент розрахунку $p_0$ – ціна активу на початок періоду	Кількісний	$R_i = (p_1 - p_0) / p_0$
Коефіцієнт Шарпа	Якісний	Одиниця (%)	$r_i$ – очікувана дохідність портфелю $\sigma_i$ – ризик $R_{\text{бр}}$ – безризикова дохідність	Кількісний	$RVOL_p = \frac{E(R_i) - \sigma_i}{R_{\text{бр}}}$

Продовження таблиці 2.2

Змінна	Економічний зміст	Одиниці вимірювання	Показники для розрахунку	Економічний зміст показника	Формула розрахунку
$\beta$	Якісний	Одиниця (%)	$er_{pt} = r_{pt} - r_{ft}$ – надлишкова прибутковість портфеля за тимчасової період t; $er_{Mt} = r_{Mt} - r_{ft}$ – надлишкова прибутковість індексу за період t.	Якісні	$\frac{(T \sum_{t=1}^T er_{Mt} er_{pt})}{(\sum_{t=1}^T er_{pt} \sum_{t=1}^T er_{Mt}) - (T \sum_{t=1}^T er_{Mt}^2) - (\sum_{t=1}^T er_{Mt})}$
Коефіцієнт Трейнора	Якісний	Одиниця (%)	$ar_p$ – середня прибутковість по портфелю; $ar_f$ – прибутковість еталонного портфеля; $\beta_p$ – ринковий ризик	Якісні	$RVOL_p = \frac{ar_p - ar_f}{\beta_p}$
Коефіцієнт Дженсона	Якісний	Одиниця (%)	$ar_p$ – середня дохідність $ar_{bp}$ – середня дохідність ринку	Якісні	$\alpha_p = ar_p - ar_{bp}$

## 2.2 Побудова інвестиційного портфелю по дорогоцінним металам

Відома статистика зміни цін на дорогоцінні метали з 6.02.2012 по 1.04.2020 (табл. 2.3)

Таблиця 2.3 – Фрагмент таблиці цін на дорогоцінні метали

Дата/Data	Назва банківського металу/Banking metal			
	Золото/ Gold	Срібло/ Silver	Платина /Platinum	Паладій /Palladium
01.04.2020	1410,63	12,32	634,93	2033,03
31.03.2020	1445,71	12,47	649,17	2003,73
30.03.2020	1459,19	12,96	664,45	2103,36
27.03.2020	1458,96	13,02	659,73	2060,53
26.03.2020	1437,51	12,6	639,63	1831,02
25.03.2020	1421,63	12,49	613,05	1688,73
24.03.2020	1357,81	11,48	554,62	1450,48
23.03.2020	1320,32	11,09	542,61	1455,03
20.03.2020	1307,11	10,65	532,77	1423,59
19.03.2020	1307,65	10,56	544,75	1371,64
18.03.2020	1280,84	10,69	559,56	1331,01

Розрахуємо очікувану прибутковість. Очікувана прибутковість активу виглядає наступним чином:

$$E(R_i) = (r_1 + r_2 + \dots + r_n)/n \quad (2.1)$$

де  $E(R_i)$  – очікувана прибутковість  $i$ -го активу;

$r_n$  – прибутковість  $i$ -го активу.

Результати розрахунків:

– на 3 місяці очікувана прибутковість для золота – 4%, срібла – 3%, платини – 3%, паладію – 9%;

– на 6 місяців очікувана прибутковість для золота – 9%, срібла – 6%, платини – 6%, паладію – 19%;

– на рік очікувана прибутковість для золота – 19%, срібла – 11%, платини – 11%, паладію – 39%;

– на 3 роки очікувана прибутковість для золота – 125%, срібла – 81%, платини – 63%, паладію – 228%.

Формула для розрахунку прибутковості портфеля можна визначити за такою формулою:

$$R = \sum_{i=1}^N x_i r_i \quad (2.2)$$

де  $R$  – прибутковість портфеля за період;

$r_i$  – прибутковість  $i$ -го активу за період;

$x_i$  – частка  $i$ -го активу в портфелі;

$N$  – кількість активів у портфелі.

Загальна прибутковість портфеля на 3 місяця складає:

1. Портфель складається зі 100% золота, має дохід 4,36%.
2. Портфель складається з 40% золота, 10% срібла, 10% платини і 40% паладію, має дохід 5,86%.

Загальна прибутковість портфеля на 6 місяців складає:

1. Портфель складається зі 100% золота, має дохід 8,33%.
2. Портфель складається з 40% золота, 10% срібла, 10% платини і 40% паладію, має дохід 12,18%.

Загальна прибутковість портфеля на 1 рік складає:

1. Портфель складається зі 100% золота, має дохід 19,19%.
2. Портфель складається з 40% золота, 10% срібла, 10% платини і 40% паладію, має дохід 25,48%.

Формула для визначення варіації прибутковості і-го активу має наступний вид:

$$\text{var}(R_i) = \sum_{n=1}^N p_n [r_n - E(R_i)]^2 \quad (2.3)$$

де  $p_n$  – ймовірність реалізації певного значення прибутковості для і-го активу;

$r_n$  – прибутковість і-го активу;

$E(R_i)$  – очікуваний прибутковість і-го активу;

$N$  – кількість можливих значень доходності.

Поняття коваріації означає взаємозв'язок доходності й двох активів. Позитивне значення коваріації говорить про те, що прибутковості двох активів змінюється в одному напрямку, а негативне значення означає зміну активів в протилежних напрямках. Коваріацію активів можна розрахувати за наступною формулою:

$$\text{cov}(R_i, R_j) = p_1[r_{i1} - E(R_i)][r_{j1} - E(R_j)] + p_2[r_{i2} - E(R_i)][r_{j2} - E(R_j)] + \dots + p_n[r_{in} - E(R_i)][r_{jn} - E(R_j)] \quad (2.4)$$

де  $r_{in}$  – прибутковість і-го активу;

$r_{jn}$  – прибутковість j-го активу;

$p_n$  – ймовірність реалізації певного значення прибутковості для і-го або j-го активів;

$E(R_i)$  – очікувана прибутковість і-го активу;

$E(R_j)$  – очікувана прибутковість j-го активу.

Результати розрахунку коваріації наведенні в додатках Б.1-Б.4.

Поняття кореляції між прибутковістю активів схоже на поняття коваріації між ними. Коефіцієнт кореляції знаходиться в інтервалі  $[-1; 1]$ . Слід зауважити, що значення «1» каже про повний збіг напрямку зміни активу, а «-1» свідчить про повну розбіжність напрямків їх зміни. Формула для розрахунку може бути представлена в наступному вигляді:

$$\text{corr}(R_i, R_j) = \frac{\text{cov}(R_i, R_j)}{\sqrt{\text{var}(R_i)}\sqrt{\text{var}(R_j)}} \quad (2.5)$$



Результати розрахунку кореляції наведені в додатках Б.5-Б.8.

Дисперсію активів можна обчислити за формулою:

$$\sigma_i^2 = \sum_{i=1}^N p_i [r_i - E(R_i)]^2 \quad (2.6)$$

де  $p_i$  – ймовірність реалізації певного значення прибутковості для  $i$ -го активу;

$r_i$  – прибутковість  $i$ -го активу;

$E(R_i)$  – очікуваний прибутковість  $i$ -го активу;

$N$  – кількість активів в портфелі.

Формула для розрахунку стандартного відхилення:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} \quad (2.7)$$

За результатами розрахунків:

– на 3 місяці стандартне відхилення для золота – 15%, срібла – 16%, платини – 15%, паладію – 17%;

– на 6 місяців стандартне відхилення для золота – 21%, срібла – 21%, платини – 19%, паладію – 25%;

– на рік стандартне відхилення для золота – 33%, срібла – 31%, платини – 28%, паладію – 36%;

– на 3 роки стандартне відхилення для золота – 69%, срібла – 55%, платини – 54%, паладію – 79%.

Загальна формула для розрахунку дисперсії портфеля:

$$\sigma_{\Pi}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (2.8)$$

де  $x_i$  – частка  $i$ -го активу в портфелі;

$x_j$  – частка  $j$ -го активу в портфелі;

$\sigma_{ij}$  – дисперсія між  $i$ -м і  $j$ -м активами;

За результатами розрахунків наведених в таблиці 2.4 можемо підбити підсумок, що найвигіднішим варіантом вкладення коштів є інвестування в портфель №2 на 3 роки.

Таблиця 2.4 – Результати розрахунків

	3 місяці	6 місяців	рік	3 роки
Ризик портфеля №1	14,87 %	20,88 %	33,21 %	69,01 %
Ризик в грн. за весь період портфеля №1	2 974,5	4 176,2	6 642,2	13 802,16
Ризик в грн. на місяць портфеля №1	991,5	696	533,5	383,4
Дохідність портфеля портфеля №1	4,36 %	8,98 %	19,19 %	125 %
Дохідність в грн. за весь період портфеля №1	872,3	1 795,2	3838,2	25000
Дохідність в грн. за місяць портфеля №1	290,8	299,2	319,8	694,4
Ризик портфеля №2	16,13%	22,74 %	34,72 %	83,45%
Ризик в грн. за весь період портфеля №2	3 226,58	4 548,15	6943,58	16 690,49
Ризик в грн. на місяць портфеля №2	1 075,53	758,02	578,63	463,62
Дохідність портфеля портфеля №2	5,86 %	12,18 %	25,48%	155,8 %
Дохідність в грн. за весь період портфеля №2	1 172,14	2 435	5 095,47	31 159,34
Дохідність в грн. за місяць портфеля №2	390,71	405,83	424,62	865,53

Проведемо оцінку ефективності портфеля

Коефіцієнт Дженсена.

Даний показник є одним із заходів ефективності управління портфелем, побудованої на принципі обліку ризику і являє собою різниця між середньою дохідністю ( $ar_p$ ) і прибутковістю відповідного еталонного портфеля, позначеної  $ar_{bp}$ . Апостеріорна «альфа» портфеля позначається  $\alpha_p$  і розраховується як:

$$\alpha_p = ar_p - ar_{bp} \quad (2.9)$$

Найкращий портфель не обов'язково той, що має високий дохід. Це той, що має найвищий дохід скоригований на ризик.

Якщо значення коефіцієнта  $>0$ , маємо високу ефективність в прибутковості управління інвестиційним портфелем. Якщо значення коефіцієнта  $<0$ , маємо низький ступінь ефективності управління. Краще інвестувати в ринковий індекс[12].

Коефіцієнт Трейнора.

Коефіцієнт «дохідність-мінливість» обчислюється як відношення надлишкової прибутковості до ринкового ризику:

$$RVOL_p = \frac{ar_p - ar_f}{\beta_p} \quad (2.10)$$

де  $ar_p$  – середня прибутковість по портфелю;

$ar_f$  – прибутковість еталонного портфеля;

$\beta_p$  – ринковий ризик, який розраховується як:

$$\frac{(\sum_{t=1}^T er_{M_t} er_{pt}) - (\sum_{t=1}^T er_{pt} \sum_{t=1}^T er_{M_t})}{(\sum_{t=1}^T er_{M_t}^2) - (\sum_{t=1}^T er_{M_t})} \quad (2.11)$$

де  $er_{pt} = r_{pt} - r_{ft}$  – надлишкова прибутковість портфеля за тимчасової період  $t$ ;

$er_{M_t} = r_{M_t} - r_{ft}$  – надлишкова прибутковість індексу за період  $t$ .

Якщо коефіцієнт Трейнора більше 0, маємо високий ступінь ефективності управління інвестиційним портфелем.

Якщо коефіцієнт Трейнора менше 0, необхідно переглянути стратегію управління інвестиціями [12].

Коефіцієнт Шарпа.

Коефіцієнт «дохідність-розкид» обчислюється як відношення надлишкової прибутковості до середньоквадратичного відхилення:

$$RVOL_p = \frac{ar_p - ar_f}{\sigma_p} \quad (2.12)$$

Вимірює прибутковість щодо загального ризику портфеля. Великі значення відповідають кращим результатам.

Якщо коефіцієнт Шарпа  $>1$ , маємо високий ступінь ефективності управління інвестиційним портфелем.

Якщо коефіцієнт Шарпа в межах від 1 до 0, рівень ризику на даний момент вище ніж очікуваний рівень прибутковості.

Якщо коефіцієнт Шарпа  $< 0$ , інвестування є неідеальним, так як прибутковість без ризикового активу вище [12].

Зазвичай для розрахунку ринкового індексу використовується індекс фондового ринку. Але коливання цін на фондовому ринку не впливають на дорогоцінні метали. Так як за підрахунками найкращий варіант закупівлі лише золота, одним із основних факторів, що має вплив на цей дорогоцінний метал є коливання курсу долара США. Цей факт підтверджує висока кореляція. Для 3 місяців кореляція складає 0,5643, для 6 місяців 0,7007, для року залежність 0,8316 і для 3 років 0,8554. Як бачимо при довготерміновому вкладенні, залежність між коливанням цін на золото, та курсі долара США досить висока. У додатках Б.9-Б.13 наведені графіки коливання прибутковості портфельів в порівнянні з коливанням цін долара США

Результати розрахунків наведені в таблиці 2.5:

Таблиця 2.5 – Порівняльна таблиця коефіцієнтів

	3 місяці	6 місяців	рік	3 роки
Портфель №1				
Коефіцієнт Шарпа	-1,1064	-1,1905	-1,3353	6,221
$\beta$	0,6592	0,7240	0,906	1,1845
Показник Трейнора	-0,078	-0,0141	0,0959	0,9792
Альфа Дженсена	-0,0169	-0,0044	-0,0291	-0,3473
Портфель №2				
Коефіцієнт Шарпа	0,9499	-1,0566	-0,8801	8,0383
$\beta$	0,5768	0,6303	0,663	0,4672
Показник Трейнора	-0,0631	0,0345	0,2258	3,1423
Альфа Дженсена	-0,0062	0,0268	0,0762	0,7822

За результатами порівняльної таблиці коефіцієнтів можемо підтвердити, що інвестиції в портфель №2 краще робити довгостроковими.

Визначимо міру ризику. Для визначення ризику 95% VaR скористаємося формулою:

$$95\% VaR = 1,65 * \text{Волатильність} * \text{Розмір позиції} * SQRT(\text{Час})$$

Волатильність є стандартним відхиленням зміни цін, що розраховується як натуральний логарифм «момент розрахунку/момент купівлі», або денне – натуральний логарифм «сьогодні/вчора» [17].

Результати розрахунку наведені на рисунку 2.1:

Середній ризик на 3 роки			
Портфель 1		Портфель 2	
10 281,20 UAH		8 147,02 UAH	
Середній ризик портфеля №2 на 3 роки			
Золото	Срібло	Платина	Паладій
4 112,48 UAH	170,26 UAH	-540,59 UAH	20 156,99 UAH

Рисунок 2.1 – Результат розрахунку волатильності

Отже, цінові зміни на даний момент часу не приведуть до втрат більше за отримані результати в 95% відсотках випадків.

Для портфеля № 1, що складається з 100% золота втрати в 95% не будуть більше за 10 281,20 грн.

Для портфеля №2, що складається з 40% золота, 10% срібла, 10% платини і 40% паладію не більше 8147,02 грн.

## ВИСНОВКИ

Дане дослідження є актуальним не лише для керівників підприємств, а в першу чергу для людей, що мають певні заощадження і бажання зберегти гроші в період кризи. Використання портфельної теорії фізичним особам також має місце бути як метод управління вільними грошовими ресурсами з ціллю короткотермінових і довготермінових цільових задач.

В результаті проведення дослідження в моделювання ризику фінансових інвестицій в дорогоцінні метали було проаналізовано поняття інвестиційного портфеля та його класифікація; методи його формування такі як: модель Марковіца, модель Блека, індексна модель Шарпа, модель Тобіна з без ризиковим активом, алгоритм Елтона-Грубера-Падберга, модель оцінки фінансових активів і модель арбітражного ціноутворення; розроблено два найкращі варіанти інвестиційних портфелів; перевірено їх на ефективність коефіцієнтами Шарпа, Дженсена і Трейнера.

У ході проведення аналізу моделей було вирішено будувати інвестиційний портфель за моделлю Марковіца, так як саме ця модель є основоположною в портфельній теорії. Кожен портфель досліджується в сенсі потенційної винагороди і ризику, за якими інвестор обирає портфель, що є найбільш привабливим.

В ході дослідження було розроблено 2 варіанти найоптимальніших портфелів. Портфель №1 складається із 100% золота. Портфель №2 з 40% золота, 10% срібла, 10% платини, та 40% паладію.

Через пониження попиту на купівлю автомобілів, мається зниження цін на паладій, через світову кризу 2020 року, тому найвигіднішим варіантом вкладення коштів є портфель № 2, що складається з 40% золота, 10% срібла, 10% платини, та 40% паладію, що підтверджено коефіцієнтами ефективності.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. A Beginner's Guide to Precious Metals. URL: <https://www.investopedia.com/articles/basics/09/precious-metals-gold-silver-platinum.asp>
2. Precious Metals Investing For Dummies. URL: [https://www.academia.edu/5454826/Precious\\_Metals\\_Investing\\_For\\_Dummies](https://www.academia.edu/5454826/Precious_Metals_Investing_For_Dummies)
3. Формирование инвестиционного портфеля. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-investitsionnogo-portfelya-1/viewer>
4. 6 Steps to Start Your Precious Metals Portfolio. URL: <https://www.providentmetals.com/knowledge-center/precious-metals-resources/precious-metals-portfolio-steps.html>
5. Світові ринки дорогоцінних металів в умовах фінансової глобалізації. URL: [https://www.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/2017/03/aref\\_Doskochynska.pdf](https://www.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/2017/03/aref_Doskochynska.pdf)
6. Моделювання емерджентної економіки. URL: [https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/71246/1/Oliinyk\\_ekonomika.pdf;jsessionid=61BB12668111EC6B3CBD5F3B6113EB34](https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/71246/1/Oliinyk_ekonomika.pdf;jsessionid=61BB12668111EC6B3CBD5F3B6113EB34)
7. Сравнительный анализ долгосрочных стратегий формирования портфеля ценных бумаг. URL: <https://www.hse.ru/data/2014/06/10/1324138096/%D0%94%D0%B8%D0%BF%D0%BB%D0%BE%D0%BC%20%D0%94%D0%BE%D1%80%D0%BD.pdf>
8. Precious metals' place in a portfolio. URL: <https://www.aberdeenstandard.com/docs?editionId=20de5b25-5e53-439b-b4e5-871b3d1eb173#:~:text=Precious%20metals%20may%20offer%20diversification,a%20mong%20more%20complex%20asset%20allocations.>
9. Stanislaus Maier-Paape , and Qiji Jim Zhu. A General Framework for Portfolio Theory—Part I:Theory and Various Models. 30 March 2018. URL:

[https://www.researchgate.net/publication/320371092\\_A\\_General\\_Framework\\_for\\_Portfolio\\_Theory-Part\\_I\\_Theory\\_and\\_Various\\_Models](https://www.researchgate.net/publication/320371092_A_General_Framework_for_Portfolio_Theory-Part_I_Theory_and_Various_Models)

10. Black's model (1976). URL: <http://ericbenhamou.net/documents/Encyclo/Black's%20model.pdf>

11. Сучасні підходи до формування інвестиційного портфеля. URL: [http://www.zgia.zp.ua/gazeta/evzdia\\_3\\_096.pdf](http://www.zgia.zp.ua/gazeta/evzdia_3_096.pdf)

12. Оценка эффективности управления инвестиционным портфелем. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-effektivnosti-upravleniya-investitsionnym-portfelem-1/viewer>

13. Портфельні теорії управління фінансовими інвестиціями. URL: [http://reposit.nupp.edu.ua/bitstream/PolNTU/4923/3/%D0%9F%D0%A2%D0%A3%D0%A4%D0%86\\_%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D1%87\\_%D0%BF%D0%BE%D1%81%D1%96%D0%B1\\_2018%20%D0%A5%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%80%D1%86%D0%B5%D0%B2.pdf](http://reposit.nupp.edu.ua/bitstream/PolNTU/4923/3/%D0%9F%D0%A2%D0%A3%D0%A4%D0%86_%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D1%87_%D0%BF%D0%BE%D1%81%D1%96%D0%B1_2018%20%D0%A5%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%80%D1%86%D0%B5%D0%B2.pdf)

14. Оценка эффективности инвестиционного портфеля. URL: <http://www.finabalance.ru/tofcs-70-1.html>

15. Sharpe Theory of Portfolio Management | Financial Economics. URL: <https://www.economicdiscussion.net/portfolio-management/theories-portfolio-management/sharpe-theory-of-portfolio-management-financial-economics/29763>

16. Методы формирования оптимальной структуры портфеля. URL: <https://studylib.ru/doc/4116270/2.4.-model.-tobina-s-bezriskovym-aktivom>

17. Подробные практические примеры в Excel по инвестиционному анализу URL: <http://beintrend.ru/book.pdf>

18. Класифікація інвестиційних портфелів. URL: [https://stud.com.ua/47514/investuvannya/klasifikatsiya\\_investitsiynih\\_portfeliv](https://stud.com.ua/47514/investuvannya/klasifikatsiya_investitsiynih_portfeliv)

19. Аналіз світового ринку дорогоцінних металів. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-svitovogo-rinku-dorogotsinnih-metaliv/viewer>

20. Дані про котирування цінних металів. URL: <https://index.minfin.com.ua/markets/bullion/>



21. Дані про зміни курсу долара США. URL:  
[http://investfunds.ua/markets/indicators/usduah-nbu/?f\\_s%5Bidx%5D=0&f\\_s%5Bsdate%5D=1.02.2012&f\\_s%5Bedate%5D=1.04.2020](http://investfunds.ua/markets/indicators/usduah-nbu/?f_s%5Bidx%5D=0&f_s%5Bsdate%5D=1.02.2012&f_s%5Bedate%5D=1.04.2020)

## ДОДАТКИ

## Додаток А



Додаток А.1 – Концептуальна схема вхідних в показників, змінних (вихідних, некерованих, управління)

## Додаток Б

Коваріаційна матриця дохідності				
	Золото	Серебро	Платина	Паладій
Золото	0,022119	0,024709	0,021929	0,026816
Серебро	0,024709	0,027161	0,024376	0,029789
Платина	0,021929	0,024376	0,02159	0,027021
Паладій	0,026816	0,029789	0,02159	0,030457

Додаток Б.1 – Коваріаційна матриця дохідності на 3 місяці

Коваріаційна матриця дохідності				
	Золото	Серебро	Платина	Паладій
Золото	0,043601	0,044811	0,041017	0,054725
Серебро	0,044811	0,045494	0,041675	0,057505
Платина	0,041017	0,041675	0,037854	0,053785
Паладій	0,054725	0,057505	0,053785	0,061184

Додаток Б.2 – Коваріаційна матриця дохідності на 6 місяців

Коваріаційна матриця дохідності				
	Золото	Серебро	Платина	Паладій
Золото	0,110297	0,103954	0,095326	0,130891
Серебро	0,103954	0,094585	0,085886	0,132191
Платина	0,095326	0,085886	0,077186	0,123741
Паладій	0,130891	0,132191	0,123741	0,132176

Додаток Б.3 – Коваріаційна матриця дохідності на рік

Коваріаційна матриця дохідності				
	Золото	Серебро	Платина	Паладій
Золото	0,476249	0,434476527	0,478892	0,820536
Серебро	0,434477	0,297988849	0,30129	1,003947
Платина	0,478892	0,301290263	0,286745	1,146111
Паладій	0,820536	1,003947423	1,146111	0,629452

Додаток Б.4 – Коваріаційна матриця дохідності на 3 роки

Кореляційна матриця дохідності				
	Золото	Серебро	Платина	Паладій
Золото	1	0,914318	0,896399	0,746006
Серебро		1	0,891272	0,705043
Платина			1	0,796829
Паладій				1

Додаток Б.5 – Кореляційна матриця дохідності на 3 місяці

Кореляційна матриця дохідності				
	Золото	Серебро	Платина	Паладій
Золото	1	0,931999	0,915314	0,686359
Серебро		1	0,906924	0,639086
Платина			1	0,76305
Паладій				1

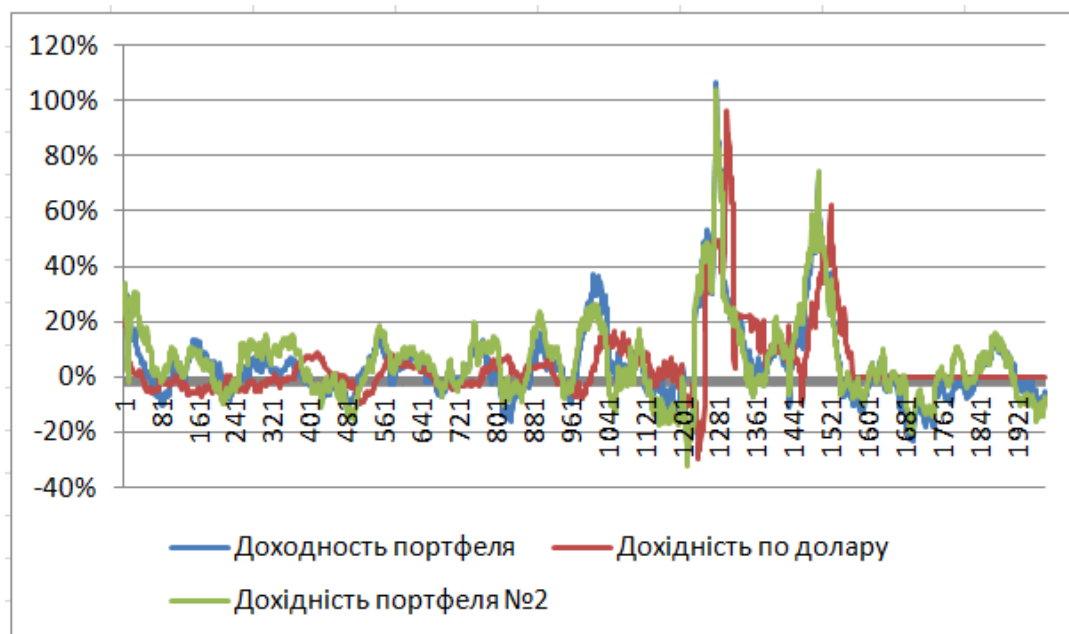
Додаток Б.6 – Кореляційна матриця дохідності на 6 місяців

Кореляційна матриця дохідності				
	Золото	Серебро	Платина	Паладій
Золото	1	0,944346	0,914075	0,717609
Серебро		1	0,877848	0,652374
Платина			1	0,812905
Паладій				1

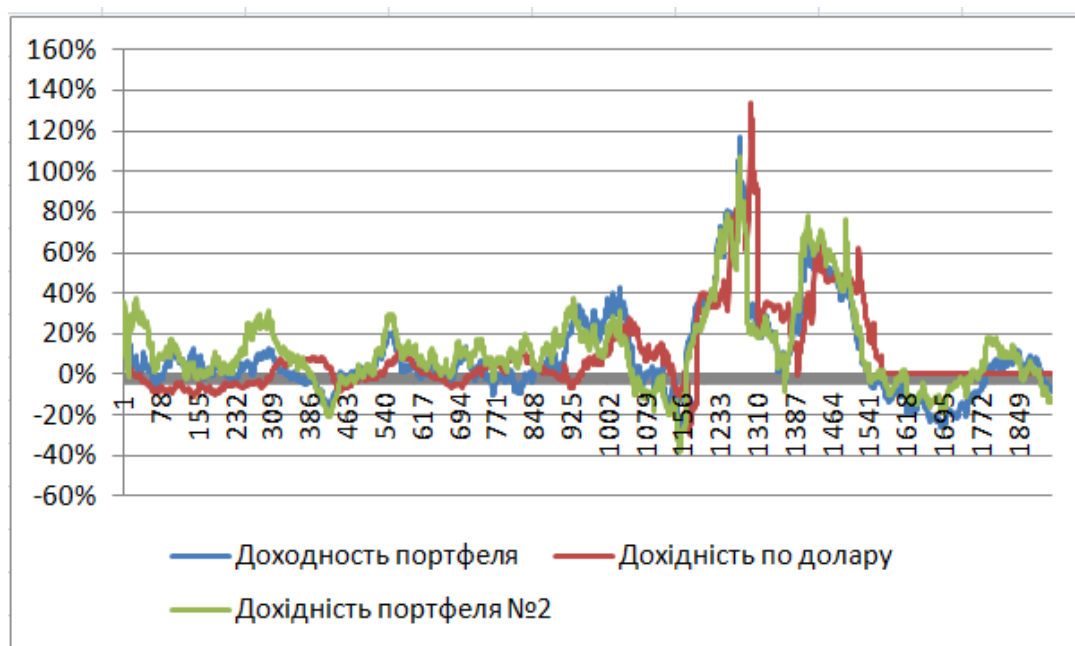
Додаток Б.7 – Кореляційна матриця дохідності на рік

Кореляційна матриця дохідності				
	Золото	Серебро	Платина	Паладій
Золото	1	0,968633	0,913979434	0,616632
Серебро	0,968633	1	0,85427915	0,652673
Платина	0,913979	0,854279	1	0,572847
Паладій	0,616632	0,652673	0,5728474	1

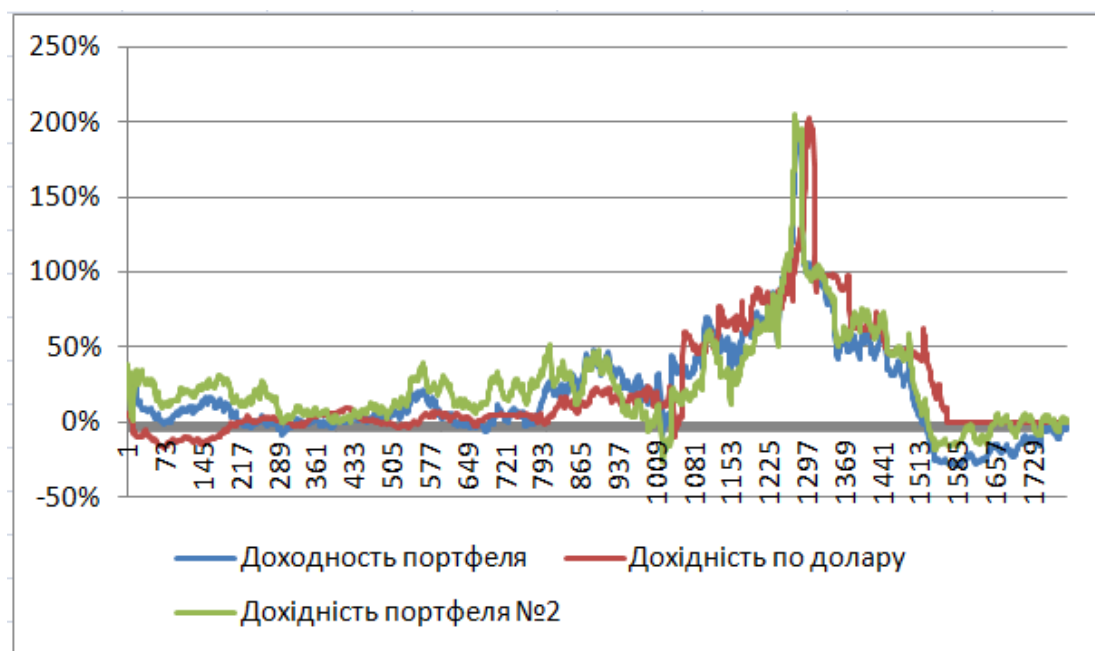
Додаток Б.8 – Кореляційна матриця дохідності на 3 роки



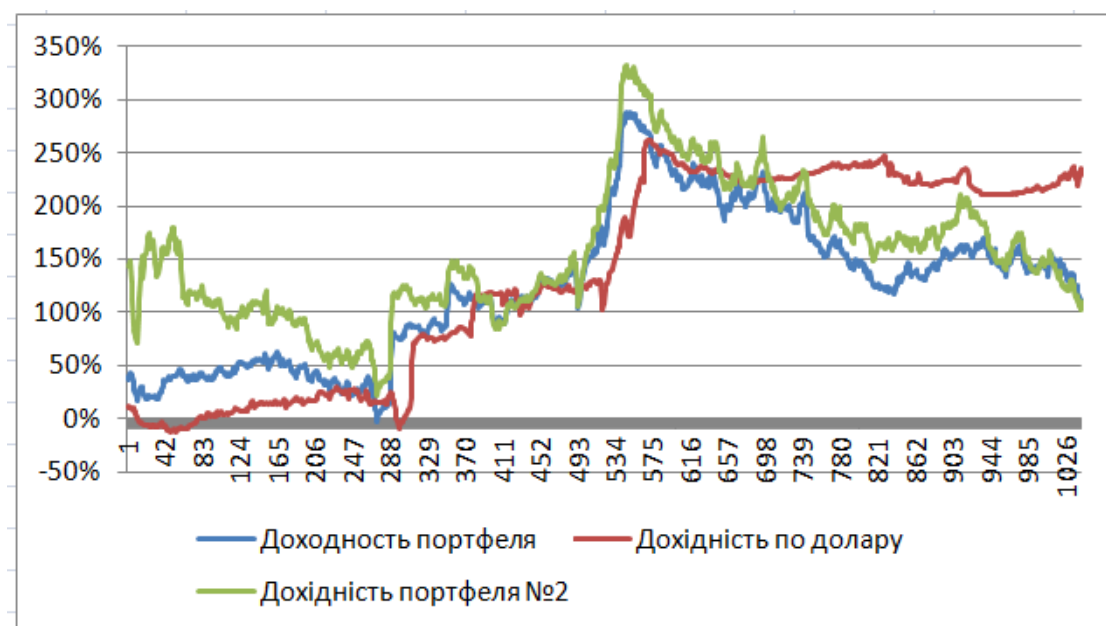
Додаток Б.9 – Динаміка коливання дохідності портфельів в порівнянні з коливаннями цін на долар США.



Додаток Б.10 – Динаміка коливання дохідності портфельів в порівнянні з коливаннями цін на долар США.



Додаток Б.11 – Динаміка коливання дохідності портфельів в порівнянні з коливаннями цін на долар США.



Додаток Б.12 – Динаміка коливання дохідності портфельів в порівнянні з коливаннями цін на долар США.

## Додаток В

## АНОТАЦІЯ

Гужва Ю.Ю. Моделювання ризику фінансових інвестицій у дорогоцінні метали. Кваліфікаційна робота бакалавра. Сумський державний університет, Суми, 2020 р.

В результаті проведення дослідження було проаналізовано поняття інвестиційного портфеля та його класифікація; методи його формування такі як: модель Марковіца, модель Блека, індексна модель Шарпа, модель Тобіна з без ризиковим активом, алгоритм Елтона-Грубера-Падберга, модель оцінки фінансових активів і модель арбітражного ціноутворення; розроблено два найкращі варіанти інвестиційних портфелів; перевірено їх на ефективність коефіцієнтами Шарпа, Дженсена і Трейнера.

Ключові слова: інвестиційний портфель; Модель Марковіца; коефіцієнт Дженсена; коефіцієнт Шарпа; коефіцієнт Трейнора; волатильність; ефективність портфеля; інвестування в дорогоцінні метали; дорогоцінні метали.

## ANNOTATION

Guzhva Y.Y. Risk modeling of financial investments in precious metals. Bachelor's degree qualification work. Sumy State University, Sumy, 2020.

As a result of the study, the concept of investment portfolio and its classification were analyzed; methods of its formation are such as: Markovitz model, Black model, Sharpe index model, Tobin model with risk-free asset, Elton-Gruber-Padberg algorithm, financial assets valuation model and arbitrage pricing model; the two best options for investment portfolios have been developed; tested them for effectiveness by the coefficients of Sharpe, Jensen and Trainer.

Key words: investment portfolio; Markovic model; Jensen coefficient; Sharpe's ratio; Traynor coefficient; volatility; portfolio efficiency; investing in precious metals; precious metals.