МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ЦЕНТР ЗАОЧНОЇ, ДИСТАНЦІЙНОЇ ТА ВЕЧІРНЬОЇ ФОРМ НАВЧАННЯ

КАФЕДРА КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК

ВИПУСКНА РОБОТА

на тему:

«Комп'ютерне моделювання господарської діяльності підприємства»

Завідувач
випускаючої кафедри **Довбиш А.С.**

Керівник роботи **Назаренко Л.Д.**

Студентка групи ІНз – 61с **Сліпньова Я.В.**

СУМИ 2020

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра комп'ютерних наук

Затверджую___________

Зав. кафедрою Довбиш А.С.

"_____" ____________2020 р.

ЗАВДАННЯ
до випускної роботи

Студентки четвертого курсу, групи ІНЗ-61с спеціальності "Інформатика" денної форми навчання Сліпньової Я.В.

Тема: "**Комп'ютерне моделювання господарської діяльності підприємства** "

Затверджена наказом по СумДУ

№________ від ___________2020 г.

Зміст пояснювальної записки: 1) інформаційний огляд методів моделювання; 2) постановка завдання й формування завдань дослідження; 3) опис основних положень, математичних моделей і критеріїв, що використовуються для дослідження діяльності підприємства; 4) розробка інформаційного й програмного забезпечення імоделі; 5) аналіз результатів моделювання.

Дата видачі завдання "_____"____________2019 г.

Керівник випускної роботи __________ Назаренко Л.Д.

Завдання прийняла до виконання __________ Сліпньова Я.В.

РЕФЕРАТ

Записка: 52 стор., 7 рис., 1 табл., 2 додатки, 10 джерел.

Об'єкт дослідження — приватне промислове підприємство.

Мета роботи — розробка комп'ютерної моделі для дослідження процесів, що виникають в господарській діяльності підприємства, їх властивостей та керування ними.

Методи дослідження — чисельні методи та методи математичної теорії систем.

Результати — розроблена математична модель та її комп'ютерна реалізація для різносторонньої оцінки господарської діяльності підприємства. Математична модель має три еквівалентні форми, що застосовуються в залежності від проблеми, що підлягає вирішенню. Програмна реалізація алгоритмів здійснена засобами комп'ютерного пакету Matlab.

СИСТЕМА, СПЛАЙН. МОДЕЛЬ ВХІД-ВИХІД. МОДЕЛЬ З ПРОСТОРОМ СТАНІВ. ПЕРЕДАТНА ФУНКЦІЯ, КЕРОВАНІСТЬ. СПОСТЕРЕЖУВАНІСТЬ. АСИМПТОТИЧНА СТІЙКІСТЬ. МОДАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ

Зміст

Вступ

Моделювання різноманітних процесів і проблемних ситуацій в сучасному суспільстві є беззаперечним і найпоширенішим способом їх вирішення. Кожна наукова галузь визначає свої підходи до створення і аналізу моделей. Всі вони репрезентують і досліджують певні явища з позицій вузької спеціалізації. Очевидним є той факт, що не існує моделей, які б всебічно і повністю описували досліджуване явище. Адже в сучасних умовах неможливо оцінити і врахувати всі чинники, що впливають на нього. Формалізовано уявлення про параметри об’єкта дослідження і закони, яким вони підкоряються, представляється у вигляді сукупності математичних співвідношень, що утворюють математичну модель. Існує широка класифікація математичних моделей, яка пояснює ступінь ідеалізації в моделі явища, що розглядається. Так, можна говорити про детерміновані або стохастичні, неперервні чи дискретні, лінійні чи нелінійні, стаціонарні чи нестаціонарні моделі [3]. Цей перелік можна продовжувати. Та проблемою математичного моделювання є не тільки науково обґрунтований опис математичних співвідношень між параметрами, які характеризують явище, а й отримання їх чисельних оцінок. За результатами розв’язання математичної моделі досліджуються характеристики явища та його перспективи. Очевидно, що предметом моделювання є не сам об’єкт або явище, а тільки певні взаємопов’язані процеси, що мають в ньому місце. Вони дістали назву система. Отже, можна говорити про математичну модель системи. Системи, що виникають на практиці, мають складну багатовимірну структуру. Для них застосовується комп’ютерне моделювання. Воно є способом опису та реалізації відповідної математичної моделі засобами програмного комп’ютерного забезпечення.

В роботі розглядається комп’ютерне моделювання господарської діяльності підприємства. Актуальність дослідження визначається важким економічним станом нашої країни. Він зумовлений не тільки зовнішніми чинниками, такими як світова економічна криза, пандемія вірусу COVID-19, а й структурними змінами в економіці за 29 років незалежності України. У нас постійно збільшується кількість підприємств обслуговування і торгівлі. Частка промислових підприємств зменшується. Але фундаментом будь-якої економіки є промисловість. Тому в роботі розглядається функціонування саме промислового підприємства на прикладі приватного ТОВ Технолог з міста Суми. За інформацією з сайту компанії [10], вона займається виготовлення та ремонтом спеціальних насосів, що використовуються в нафтовидобуванні та переробній промисловості. Продукція ТОВ Технолог реалізується всередині країни та експортується за кордон. Вибір компанії не випадковий, адже насособудування було і залишається пріоритетною галуззю в регіональній економіці Сумщини. Для побудови комп'ютерної моделі використані дані з річних балансових та фінансових звітів компанії за останні п'ять років 2015-1019рр.

1 Огляд відомих методів дослідження

В процесі дослідження діяльності підприємства інформація в більшості своїй не структурована і вимагає формалізації. Така формалізація досягається шляхом побудови моделей.

Моделлю прийнято називати символічний опис системи, що дозволяє отримати інформацію і відповісти на всі питання щодо системи. Процес побудови моделей називають моделюванням. Модель - це умовний об'єкт дослідження, тобто матеріальне чи образне відображення реального об'єкта, процесу його функціонування в конкретному середовищі. При цьому слід враховувати той факт, що вихідні результати моделі до певної міри спрощено відображають сутність глибинних процесів економічного розвитку внаслідок застосування специфічних принципів, притаманних характеру моделювання. Отже, метод моделювання — це конструювання моделі на основі попереднього вивчення об'єкта, визначення його найбільш суттєвих характеристик, експериментальний і теоретичний аналіз створеної моделі, а також необхідне коригування на підставі одержаної інформації.

Можна виділити різні види моделей в залежності від їх призначення. З точки зору обліку часового чинника виділяють статичні, імітаційні та динамічні моделі.

Статичні моделі описують змістовну сторону системи. Вони можуть бути:

• функціональними, тобто описувати принципи функціонування системи;

• інформаційними, тобто описувати структуру інформації, на основі якої функціонує система;

• структурними, тобто описувати структуру системи.

Імітаційні моделі дозволяють моделювати поведінку системи в залежності від введеної вихідної інформації.

Динамічні моделі відображають поведінку системи в часі, враховуючи фактор її розвитку.

Метою комп'ютерного моделювання економічних систем є реалізація математичної моделі, засобами сучасної обчислювальної техніки.

1.1 Система як об’єкт моделювання

В сучасному світі моделювання різноманітних процесів життєдіяльності суспільства є беззаперечно актуальною проблемою. Моделі дозволяють не тільки оцінити перспективи об’єкту моделювання, а й , що не менш важливо, розглянути можливості впливу на об’єкт дослідження. Цей вплив оцінюється як керування.

Принциповим у підході до створення математичної моделі системи є визначення об’єкту моделювання. Очевидним є той факт, що визначити всі параметри впливу на реальний процес неможливо. Тому в якості об’єкта моделювання розглядається система. Її можна визначити за різними підходами

Загальнонаукове визначення розглядає систему як процеси, що взаємодіють між собою в часі.

Математичне визначення S базується на встановленні множин і відображень між ними $S = \{T, U, X, Y, f, g\}$. Тут T- множина часу , U- множина входів, X- множина станів системи. Множини входів і виходів можна виміряти , а множина станів може бути лише оцінена, а не виміряна. Зв’язок між цими множинами описується рівняннями

$$\begin{cases} x(t) = f\big(u(t,\tau), x(t,\tau)\big), \ \ t,\tau\epsilon T \ (\tau < t), \ u(t,\tau)\epsilon U, \ x(t,\tau)\epsilon X \\ y(t) = g(x(t)) \end{cases} \quad (1.1)$$

Схематичне визначення системи

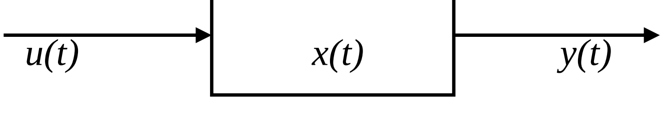

Рисунок 1.1- Схематичне представлення системи

На рисунку стрілки демонструють входи і виходи системи в момент часу t, а прямокутник - їхній причинно-наслідковий зв'язок, обумовлений законом перетворення входу у вихід, посередником між ними виступає стан системи.

Математичні моделі систем підлягають математичній класифікації в залежності від вигляду множин і відображень, що описують систему.

1. Неперервна та дискретні моделі. Їх розрізняють за виглядом множини часу T. Якщо вона співпадає з множиною дійсних чисел R, то модель – неперервна. Коли ж всі параметри системи розглядаються в дискретні моменти часу $t_k = t_0 + k\Delta t, k = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$, де t_0 – початковий момент часу, Δt – крок зміни часу, модель системи є дискретною.

2. Детермінована та стохастична моделі. Вони різняться за врахуванням випадкових чинників на систему. Так, якщо в моделі (1.1) враховані випадкові впливи на вхід і вихід, то вона є стохастичною. Якщо ж входи і виходи системи в моделі є вимірюваними, то модель – детермінована.

3. Лінійні та нелінійні моделі. Якщо в моделі (1.1) функції f та g - лінійні, то модель є лінійною . В протилежному випадку вона - нелінійна.

4. Стаціонарна та нестаціонарна моделі. Для стаціонарної моделі властиво, щоб функції f та g явно не залежали від часу. У нестаціонарної моделі часова змінна присутня.

Прикладом неперервної лінійної моделі є система звичайних лінійних диференціальних рівнянь. Багато фізико технологічних систем описуються такими моделями. В той же час широкого практичного застосування в моделюванні економічних систем набули дискретні лінійні моделі.

1.2 Особливості моделювання економічних систем

Процес вирішення економічних завдань здійснюється в кілька етапів:

1. Змістовна (економічна) постановка задачі. Спочатку потрібно усвідомити завдання, чітко сформулювати її. При цьому визначаються також об'єкти, які належать до розв'язуваної задачі, а також ситуація, яку потрібно реалізувати в результаті її вирішення. Це - етап змістовної постановки задачі. Для того, щоб задачу можна було описати кількісно і використовувати при її вирішенні обчислювальну техніку, потрібно провести якісний і кількісний аналіз

об'єктів і ситуацій, які мають до неї відношення. При цьому складні об'єкти, розбиваються на частини (елементи), визначають зв'язку цих елементів, їх властивості, кількісні та якісні значення властивостей, кількісні та логічні співвідношення між ними, що виражаються у вигляді рівнянь, нерівностей і т.п. Це - етап системного аналізу задачі, в результаті якого об'єкт виявляється представленим у вигляді системи. Наступним етапом є математична постановка задачі, в процесі якої здійснюється побудова математичної моделі об'єкта і визначення методів (алгоритмів) отримання рішення задачі. Це - етап системного синтезу (математичної постановки) завдання. Слід зауважити, що на цьому етапі може виявитися, що раніше проведений системний аналіз привів до такого набору елементів, властивостей і співвідношень, для якого немає прийнятного методу розв'язання задачі, в результаті доводиться повертатися до етапу системного аналізу. Як правило, вирішуються в економічній практиці завдання стандартизовані, системний аналіз проводиться в розрахунку на відому математичну модель і алгоритм її вирішення, проблема полягає лише у виборі відповідного методу.

Наступним етапом є розробка програми вирішення задачі на ЕОМ. Для складних об'єктів, що складаються з великої кількості елементів, що володіють великим числом властивостей, може знадобитися складання бази даних і засобів роботи з нею, методів добування даних, потрібних для розрахунків. Для стандартних завдань здійснюється не розробка, а вибір придатного пакета прикладних програм і системи управління базами даних.[6]

На заключному етапі проводиться експлуатація моделі та отримання результатів.

Отже повинні реалізовуватися такі етапи:

1. Змістовна постановка задачі.

2. Системний аналіз.

3. Системний синтез (математична постановка задачі).

4. Розробка або вибір програмного забезпечення.

5. Розв'язання задачі.

Послідовне використання методів дослідження операцій та їх реалізація на сучасній інформаційно-обчислювальній техніці дозволяє подолати суб'єктивізм, виключити так звані вольові рішення, засновані не на строгому і точному обліку об'єктивних обставин, а на випадкових емоціях і особистій зацікавленості керівників різних рівнів, які до того ж не можуть узгодити ці свої вольові рішення.

Системний аналіз дозволяє врахувати і використовувати в управлінні всю наявну інформацію про керований об'єкт, погодити прийняті рішення з точки зору об'єктивного, а не суб'єктивного, критерію ефективності. Заощаджувати на обчисленнях при управлінні те ж саме, що економити на прицілюванні при пострілі. Однак ЕОМ не тільки дозволяє врахувати всю інформацію, але й позбавляє управлінця від непотрібної йому інформації, а всю потрібну пускає в обхід людини, представляючи йому тільки саму узагальнену інформацію, квінтесенцію. Системний підхід в економіці ефективний і сам по собі, без використання ЕОМ, як метод дослідження, при цьому він не змінює раніше відкритих економічних законів, а тільки вчить, як їх краще використовувати.

Моделювання господарської діяльності підприємства як об'єкта дослідження передбачає розробку певних економіко-математичних моделей для найбільш повного і достовірного відображення процесу функціонування суб'єкта господарювання. Реалізація найважливіших функцій системи управління підприємством може бути формалізована через показники планування, нормування, обліку, контролю та економічного аналізу ресурсів, які споживаються, для одержання певних фінансових результатів. У свою чергу, загальна модель реалізації функціональної підсистеми економічного аналізу полягає в перетворенні економічної інформації в аналітичну, яка має бути використана для прийняття відповідних науково обґрунтованих управлінських рішень. Процес такого роду перетворення передбачає розв'язання комплексу стандартних аналітичних завдань за певними аспектами економічної діяльності: характер використання виробничих ресурсів, собівартість товарної продукції, фінансовий стан підприємства.[7]

Ці завдання розв'язують для визначення напрямків підвищення ефективності виробництва на підприємстві, підготовки проектів відповідних управлінських рішень. Розв'язання конкретного завдання аналітичного дослідження передбачає використання відповідної економіко-математичної моделі. Характер досліджень, що виконуються за допомогою моделювання, є суто ймовірнісним.

Основними напрямками використання економіко-математичного моделювання за типом задач, які розв'язуються на виробничому підприємстві, можна вважати такі:

— здійснення кількісного аналізу власного виробництва і використання виробничих потужностей на основі балансових матричних математичних моделей;

— вибір перспективних напрямків виробництва й стратегії фінансової діяльності з використанням прогнозних математичних моделей;

— оптимізація техніко-економічного планування з різною деталізацією часу;

— прогнозування вибору оптимального кредитного механізму;

— прогнозування оптимальної поведінки на ринках виробничих ресурсів та виробленої продукції.[4]

Локальний характер розв'язання певного завдання аналітичного дослідження передбачає в кожному окремому випадку формування належної економічної інформації і застосування відповідної математичної моделі розв'язання цього завдання. Найбільш поширеним є застосування моделювання для встановлення зв'язку між узагальнюючими результатними показниками ефективності діяльності підприємства і зовнішніми факторами, що обумовлюють певні їх значення.

За способом поєднання факторів-аргументів у моделі останні поділяються на чотири типи. До першого типу належать адитивні моделі, що в них результативний показник визначається як алгебраїчна сума кількох факторних показників. Другий тип є так званим мультиплікативним. У цьому разі результативний узагальнюючий показник визначається як добуток певної кількості факторів. Третій тип — це кратні моделі. Вони застосовуються, якщо значення функціонального показника розраховується як співвідношення факторних показників. І нарешті, четвертий тип є комбінованим, тобто таким, що поєднує в певний спосіб попередні моделі.

Логічним сполученням необхідних локальних математичних моделей у комплексному алгоритмі можна розв'язати проблему розробки аналітичної інформації для обґрунтування управлінських рішень щодо досягнення певних результатів господарської діяльності цілісних об'єктів і їхніх структурних підрозділів. Ще одним прикладом узагальненої характеристики господарської діяльності підприємства є модель уніфікованого алгоритму економічного й фінансового аналізу фірми, запропонована К. Хеддервіком. Вона включає десять локальних розрахункових моделей, що висвітлюють чотири найважливіші аспекти господарювання фірми:

— Рентабельність (дві моделі).

— Ефективність діяльності (три моделі).

— Можливість потенційного зростання в майбутньому (дві моделі).

— Рівень фінансової стійкості (три моделі).

Економіко-математичне моделювання уможливлює знаходження кількісного вираження взаємозв'язків між фінансовими показниками діяльності підприємства та факторами, які їх визначають. Моделювання може здійснюватися за функціональним та кореляційним зв'язком. Економіко-математичне моделювання дає змогу перейти в плануванні від середніх величин до оптимальних варіантів. Оптимізація планових рішень полягає в розробці варіантів планових розрахунків для того, щоб вибрати з них найоптимальніший.

Відтак можуть використовуватися різні критерії вибору:

— максимум прибутку (доходу) на грошову одиницю вкладеного капіталу;

— економія фінансових ресурсів, тобто мінімум фінансових витрат;

— економія поточних витрат;

— мінімум вкладення капіталу за максимально ефективного результату;

— максимум абсолютної суми одержаного прибутку.

До методів моделювання економічних процесів відносяться побудова однофакторних та багатофакторних виробничих функцій, теорія систем (побудова дискретних моделей), моделювання на мережах(мережі Петрі, мережі планування) та ін.

1.3 Кореляційно-регресійний аналіз для моделювання

Обробка статистичних даних вже давно застосовується в найрізноманітніших видах людської діяльності. Взагалі кажучи, важко назвати ту сферу, в якій вона б не використовувалася. Але, мабуть, ні в одній галузі знань і практичної діяльності обробка статистичних даних не грає такої виключно великої ролі, як в економіці, що має справу з обробкою і аналізом величезних масивів інформації про соціально-економічні явища і процеси. Всебічний і глибокий аналіз цієї інформації, так званих статистичних даних, передбачає використання різних спеціальних методів, важливе місце серед яких займає кореляційний і регресійний аналізи обробки статистичних даних.

В економічних дослідженнях часто треба виявляти чинники, що визначають рівень і динаміку економічного процесу. Таке завдання найчастіше вирішується методами кореляційного і регресійного аналізу. Для достовірного відображення об'єктивно існуючих в економіці процесів необхідно встановити суттєві взаємозв'язки і дати їм кількісну оцінку. Цей підхід вимагає розкриття причинних залежностей.

Основними завданнями кореляційного аналізу є перевірка статистичних гіпотез про наявність і силу таких зв’язків. Не всі фактори, що впливають на економічні процеси, є випадковими величинами, тому при аналізі економічних явищ зазвичай розглядаються зв'язки між випадковими і невипадковими величинами. Такі зв'язки називаються регресійними, а метод математичної статистики, що їх вивчає, -регресійним аналізом.

Кореляційний та регресійний аналіз є суміжними розділами математичної статистики, і призначаються для вивчення за вибірковими даними статистичної залежності між параметрами системи. При статистичній залежності величини не пов'язані функціонально, але як випадкові величини задані спільним розподілом ймовірностей. Теорія ймовірностей і математична статистика надають лише інструмент для вивчення статистичної залежності, але не ставлять собі за мету встановлення причинного зв'язку. Уявлення і гіпотези про причинно-наслідковий зв'язок повинні бути привнесені з деякої іншої теорії, що дозволяє змістовно пояснити досліджуване явище.

Користуючись методами кореляційно-регресійного аналізу, аналітики вимірюють тісноту зв'язків показників за допомогою коефіцієнта кореляції. При цьому виявляються зв'язки, різні за величиною (сильні, слабкі, помірні і ін.) І різні за напрямком (прямі, зворотні). Якщо зв'язки виявляться істотними, то доцільно буде знайти їх математичне вираження у вигляді регресійної моделі і оцінити статистичну значущість моделі. В економіці значущі моделі використовуються, як правило, для прогнозування досліджуваного явища або показника. Перш за все при побудові регресійної залежності необхідно визначитися з виглядом функції регресії. Якогось загального критерію на цей випадок не існує. Можна говорити про інтуїтивний підхід, що базується на дослідженні вхід-вихідних даних, які надані для побудови моделі.

Поширеними є економетричні підходи до побудови неперервних регресійних моделей, які показали свою ефективність в умовах ринкової економіки. До них можна віднести моделі Коба-Дугласа, модель «витрати-випуск» Леонтьєва та інші.

Модель «витрати-випуск» Леонтьєва – економетрична макромодель, побудована В.Леонтьєвим в 30-50-х рр. і викладена в роботі «Дослідження структури американської економіки» (1953) [12]. Модель базується на системі лінійних рівнянь, що відображають виробничі витрати та обсяги випуску продукції різноманітних галузей народного господарства. Передбачається, що в економіці існує *n* галузей. Кожна галузь випускає один продукт, який поділяється на три частини. Перша частина споживається самою галуззю-виробником, друга надходить у розпорядження інших галузей, третя направляється в кінцеве споживання.

Аналіз за методом «витрати-випуск» пов'язаний зі складанням шахматних таблиць (шахматних балансів). Така таблиця поділяє господарство на велику кількість галузей (секторів) – спочатку на 44 сектора. Продаж проміжних продуктів і готових товарів секторами, перерахованими в лівій стороні таблиці, вписуються в вертикальні колонки під найменуванням відповідних секторів, записаними в тому ж порядку в верхньому горизонтальному рядку. Друга таблиця, або сітка, складається з «технічних коефіцієнтів», виводиться з закритої моделі шахматної таблиці. Коли ці коефіцієнти розставляються в системі рівнянь, які розв'язуються одночасно, складається третя таблиця, що називається «інверсією Леонтьєва», яка показує, що потребується від кожного сектора для приросту загального випуску на один долар. Значення інверсії Леонтьєва визначається трьома обставинами. По-перше, її використання призвело до покращення положення при зборі міжнародних економічних та статистичних даних, які неймовірно виросли кількісно в останні десятиріччя. По-друге, інверсія в деталях розкриває роботу внутрішнього механізму господарства, до того ж обмеженням виступає тільки громіздкість розрахунків. По-третє, після оцінки попиту на готові товари або визначення його перспективи інверсія може бути використана для проведення аналізу економічної політики, так як вона показує – і прямо, і побічно, – що потрібно від кожного сектора у вигляді затрат для збільшення випуску даних товарів. Леонтьєв удосконалював свою систему на протязі 50-х і 60-х рр. З появою більш складних комп'ютерів він збільшував кількість секторів та звільнявся від деяких спрощуючих припущень, перш за все від умови, що технічні коефіцієнти залишаються незмінними, не зважаючи на зміну цін та технічний прогрес. Щоб дослідити проблеми економічного росту і розвитку, Леонтьєв розробив динамічний варіант раніше статичної моделі аналізу «витрати-випуск», додавши в неї показники потреб в капіталі до списку так званого кінцевого запиту, або кінцевих продаж. Оскільки метод «витрати-випуск» довів свою корисність в якості аналітичного інструмента в новій сфері регіональної економіки, шах матні баланси почали складатися і для господарства деяких американських міст.

Модель «витрати - випуск» передбачає існування перехресної залежності. Ресурси незамінні, вони доповнюють один одного. Кожен ресурс абсолютно необхідний, причому при будь-якому обсязі виробництва відношення витрат використовуваних ресурсів залишається постійним. Система лінійних рівнянь досить складна і громіздка .

Модель Кобба-Дугласа. Американські вчені Кобб и Дуглас поставили задачу отримати рівняння регресії, яке описує зростання об’єму продукції, виробленої в США протягом року, в залежності від змін основного капіталу (виробничих потужностей) і витрат праці. За експериментальні дані вони взяли статистичні дані за 1899-1922 роки. Виробнича функція Кобба-Дугласа має еластичність заміщення ресурсів E=1, тобто при збільшенні фондоозброєності виробництва на 1% гранична норма заміщення ресурсів також збільшується на 1% незалежно від обсягів використовуваних ресурсів [4].

У процесі виробництва, описаному моделлю Коба-Дугласа, ресурси взаємозамінні, причому з ростом витрат одного ресурсу вивільняється усе більша кількість іншого. Модель Коба-Дугласа дає можливість визначити ефект від масштабів виробництва. При постійному ефекті від масштабу виробництва спостерігається постійна віддача факторів. У випадку, коли зростання виробництва перевищує 10% відмітку, говорять про зростаючий ефект від масштабу виробництва або додатному ефекті масштабу. Його економічний зміст полягає в підвищенні ефективності виробництва під впливом концентрації ресурсів, кооперації праці. Якщо ж ріст випуску не досягає 10% відмітки, маємо спадний характер від масштабу виробництва або від’ємний ефект масштабу: нарощування витрат ресурсів обертається зниженням їхньої продуктивності.

Подібне буває, наприклад, у випадку пере концентрації виробництва, коли його розміри виходять за оптимальні границі.

Використання можливостей сучасної обчислювальної техніки, оснащеної пакетами програм машинної обробки статистичної інформації на ЕОМ, робить практично здійсненним оперативне вирішення завдань вивчення взаємозв'язку параметрів системи методами кореляційно-регресійного аналізу. Для цього застосовується комп'ютерне програмне забезпечення у вигляді пакетів STATA. EVIEWS, R, PYTHON та інші.

1.4 Авторегресійні моделі

На відміну від регресивного аналізу, де порядок рядків в матриці спостережень може бути довільним, у часових рядах важлива їх впорядкованість.

Якщо значення ряду відомі в окремі моменти часу, то такий ряд називають дискретним, на відміну від неперервного, коли вони відомі в будь-який момент часу. Часові ряди економічних показників, як правило, дискретні.

Значення ряду можуть бути вимірюваними безпосередньо (ціна, прибутковість, температура), або агрегованими (кумулятивними), наприклад, обсяг випуску продукції, витрати; відстань і таке інше. Явище, що протікає в часі, називають процесом, тому можна говорити про детермінований або випадковий процеси. Останній часто називають стохастичним. Відрізок часового ряду, що аналізується, розглядається як часткова реалізація (вибірка) досліджуваного стохастичного процесу. Часові ряди виникають у багатьох предметних областях та мають різну природу. Для їх вивчення запропоновані різні методи.

У моделі часового ряду прийнято виділяти дві основні складові: детерміновану і випадкову. Детермінована складова часового ряду може бути визначена за певним правилом як функція часу *t*. Виключивши детерміновану складову з даних, ми отримаємо ряд, який може в одному граничному випадку представляти чисто випадкові скачки, а в іншому - плавний коливальний рух. У більшості випадків буде щось середнє: деяка іррегулярність і певний систематичний ефект, обумовлений залежністю послідовних членів ряду. У свою чергу, детермінована складова може містити такі структурні компоненти:

1) тренд , що представляє собою плавну зміну процесу в часі і обумовлений дією довготривалих чинників. Як приклад таких факторів в економіці можна назвати технологічний та економічний розвиток, зростання попиту;

2) сезонний ефект s, пов'язаний з наявністю факторів, що діють циклічно із заздалегідь відомою періодичністю. Ряд в цьому випадку має ієрархічну шкалу часу (наприклад, всередині року є сезони, пов'язані з порами року, квартали, місяці) і в однойменних точках ряду мають місце подібні ефекти.

Випадкова складова ряду відображає вплив численних факторів випадкового характеру і може мати різноманітну структуру, починаючи від найпростішої у вигляді «білого шуму» до складних, що описуються авторегресійними моделями. Це - динамічні регресійні моделі, що визначають залежність досліджуваного параметра від самого себе і інших параметрів системи в попередні моменти часу. На практиці застосовуються різні типи авторегресійних моделей, що різняться часовим лагом. Всі вони є частковими випадками узагальненої авторегресійної моделі ковзної середньої – ARIMA.

2. Вибір та обґрунтування методу розв'язання задачі

2.1 Постановка задачі

Дослідити особливості функціонування, перспективи розвитку регіонального промислового підприємства шляхом:

- створення математичної та комп'ютерної моделі системи, яка описує причинно-наслідкові зв'язки на підприємстві;
- встановлення таких характеристик системи як керованість, спостережуваність та стійкість;
- визначення закону керування системою, що забезпечить її асимптотичну стійкість;

Протестувати модель на показниках функціонування реально діючого підприємства.

2.2 Підготовка даних до моделювання

Обсяг виробництва визначається розміром діючих виробничих потужностей, кількістю наявних оборотних фондів та попитом на продукцію. Тому прогноз його динаміки неможливий без прогнозу того, як виробництво буде забезпечено оборотними та основними фондами. Вирішення цього питання потребує знання закону зміни зазначених показників.

При проведенні обчислювального експерименту в якості джерел початкових даних будемо розглядати баланс та звіт про фінансові результати роботи ТОВ Технолог за 2015 – 2019 роки. Річний балансовий звіт містить інформацію про необоротні та оборотні активи , власний капітал та поточні зобов'язання . Звіт про фінансові результати складається з 40 статей. Візьмемо до розгляду чистий дохід від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг) та валовий дохід. Ці показники роботи підприємства залежать від багатьох об'єктивних факторів, зокрема від собівартості реалізованої продукції, короткострокових кредитів банків, податку на додатну вартість, поточних зобов'язань за розрахунками з оплати праці тощо.

Дані по діяльності ТОВ Технолог наведені в грошових одиницях (тис. грн.).

Для побудови достовірної математичної моделі має суттєве значення кількість вхідних експериментальних значень параметрів досліджуваної системи. Їх повинно бути не менше десяти. А дослідження сучасних макроекономічних проблем комп'ютерними засобами останнього покоління вимагає не менше тисячі вхідних даних.

Оскільки не було можливості отримати більш детальні показники господарчої діяльності підприємства, виконана оцінка проміжних квартальних значень досліджуваних параметрів. Для досягнення цієї мети використано інтерполяційний підхід. Це один із способів точкової апроксимації.

Нехай відомі статистичні дані є значеннями деякої функції *f(x),* що задана таблично. Спосіб отримання апроксимуючої функції *g(x)*, яка проходить через відомі точки функції *f(x),* називається інтерполюванням. Функція *g(x)* називається інтерполюючою. Очевидно, що через заданий набір точок можна провести безліч інших функцій. Тому проблема полягає в тому, щоб визначити серед них функцію, яка якнайкраще наближає *f(x)* між відомими точками. Та й задача інтерполювання полягає у визначенні значення *f(x)* саме там. Аргументи відомих значень функції *f(x)* називаються вузлами інтерполяції.

Дуже часто в обчисленнях використовують інтерполяцію поліномами. Вони дуже зручні для подальшого використання в обчисленнях. Через задану систему точок можна провести тільки один поліном. До того ж степінь такого полінома на одиницю менша кількості точок, через які він проходить. Та чим більша кількість точок задіяна в процесі інтерполювання, тим більше коренів має такий поліном, а значить все суттєвішим буде відхилення інтерполюючої функції від заданої між вузлами інтерполювання. Тому на практиці задачу інтерполювання таблично заданої функції вирішують сплайни.[5]

Сплайн –це неперервна функція, яка на кожному частковому відрізку між вузлами інтерполяції представлена поліномами невисокого порядку *m (m=1,2,3)* і має неперервні похідні до *m-1* порядку включно. Тому сплайн –це гладка функція, склеєна з поліномів невисокого ступеня. Найпростішим є лінійний сплайн, що являє собою ламану, яка з'єднує задані точки. Вважається, що найкращі апроксимаційні властивості має кубічний сплайн. Розглянемо загальні підходи до його побудови для функції y=f(x), що задана таблично в точках $y_i = f(x_i),\ i = 1, \dots, n$. На кожному з часткових відрізків $[x_i, x_{i+1}], i = 1, \dots, n$ кубічний сплайн задається виразом

$$S_k(x) = a_k + b_k(x - x_k) + c_k(x - x_k)^2 + d_k(x - x_k)^3, k = 1, \dots, n - 1 \quad (2.1)$$

Невідомими є 4n-4 коефіцієнти в формулах сплайну. Їх визначають, опираючись на визначення кубічного сплайну та додаткові дві граничні умови. За визначенням інтерполюючий кубічний сплайн повинен:

- проходити через задані точки, тобто $S_k(x_i) = f(x_i), i = 1, \dots, n$;
- бути неперервним у внутрішніх точках $S_k(x_i) = S_{k+1}(x_i), i = 2, n - 1$;
- мати неперервну першу похідну у внутрішніх точках
- $S'_k(x_i) = S'_{k+1}(x_i), i = 2, n - 1$;
- мати неперервну другу похідну у внутрішніх точках
- $S''_k(x_i) = S''_{k+1}(x_i), i = 2, n - 1$.

Ці умови дають лише 4n-6 рівнянь для визначення невідомих коефіцієнтів. Ще два рівняння добирають з граничних умов, що накладають на функцію. При цьому ці умови бувають трьох типів і добираються, виходячи з обізнаності про функціонування системи:

- відомі значення першої похідної на кінцях інтервалу інтерполяції функції;
- відомі значення другої похідної на кінцях інтервалу інтерполяції функції;
- є інформація, що функція f(x) – періодична.

Коли ж додаткової інформації про поведінку заданої функції на кінцях проміжку інтерполювання немає, задають так звані природні граничні умови. Їх суть полягає в тому, що на кінцях проміжку інтерполяції друга похідна у сплайна повинна бути рівною нулю. Це пояснюється тим, що сплайн є аналітичним представленням деякої гнучкої лінійки, що не змінює своєї кривизни на кінцях проміжку наближення заданої функції. [5]

У випадку інтерполювання статистичних даних промислового підприємства будемо використовувати саме природні граничні умови.

2.3 Побудова дискретних моделей системи

Досліджується система, для якої вхідний і вихідний процеси представлені результатами експериментів , проведених в К моментів часу. Іншої інформації про систему немає. Значення входу та виходу одночасно є скалярними величинами. Для дискретних процесів вважатимемо відомими $u(t_k) = u(k), y(t_k) = y(k), k = 0,1,..,K$. Модель, що встановлює очевидний взаємозв'язок цих процесів, має назву модель вхід вихід. Загальний її вигляд визначаємо з тих міркувань, що вихід системи в певний момент часу залежить від входів і виходів системи за деяку кількість попередніх моментів. Ця кількість попередніх моментів часу, що впливають на поточний вихід називається порядком системи. Отже , вигляд моделі вхід-вихід:

$$\boldsymbol{y(k+n) = -a_1 y(k) - a_2 y(k+1) - \cdots - a_n y(k+n-1) + c_1 u(k) + c_2 u(k+1) + \cdots + c_n u(k+n-1)} \quad (2.2)$$

Тут n-порядок моделі. Побудова моделі вимагає визначення невідомих коефіцієнтів, що можна позначити як $\theta = col(-a_1, -a_2, \dots, -a_n, c_1, c_2, \dots, c_n)$. Модель якнайкраще, в змісті метода найменших квадратів, повинна наближати відомі експериментальні дані. Тобто

$$\sum_{i=n}^{K} (y_m(i) - y(i))^2 \to min \quad (2.3)$$

де $y_m(i),\ i = n, \dots, K$ – значення виходів системи, що розраховані за моделлю; $y(i),\ i = n, \dots, K$ - відповідні експериментальні дані.

Для розрахунку значень невідомих коефіцієнтів визначимо систему похибок $\varepsilon(k) = y_m(k) - y(k), k = 0 \dots, K - n.$ [1]:

$$\begin{cases} \varepsilon(0) = y_m(n) - y(n) = -a_1 y(0) - a_2 y(1) - \dots - a_n y(n-1) + c_1 u(0) + c_2 u(1) + \dots + c_n u(n-1) - y(n) \\ \varepsilon(1) = y_m(n+1) - y(n+1) = -a_1 y(1) - a_2 y(2) - \dots - a_n y(n) + c_1 u(1) + c_2 u(2) + \dots + c_n u(n) - y(n+1) \\ \varepsilon(2) = y_m(n+2) - y(n+2) = -a_1 y(2) - a_2 y(3) - \dots - a_n y(n+1) + c_1 u(2) + c_2 u(3) + \dots + c_n u(n+1) - y(n+2) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \varepsilon(K-n) = y_m(K) - y(K) = -a_1 y(K-n) - a_2 y(K-n+1) - \dots - a_n y(K-1) + c_1 u(0) + c_2 u(1) + \dots + c_n u(K-1) - y(K) \end{cases}$$

Цю систему представимо в матричному вигляді, ввівши позначення:

$$\mathrm{E} = \begin{pmatrix} \varepsilon(0) \\ \varepsilon(1) \\ \dots \\ \varepsilon(K-n) \end{pmatrix};\ \bar{Y} = \begin{pmatrix} y(n) \\ y(n+1) \\ \dots \\ y(K) \end{pmatrix};\ \theta = \begin{pmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix};$$

$$R = \begin{pmatrix} y(0) & \dots & y(n-1) & u(0) & \dots & u(n-1) \\ y(1) & \dots & y(n) & u(1) & ,,, & u(n) \\ y(2) & \cdots & y(n+1) & u(2) & \dots & u(n+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \cdots & \dots \\ y(K-n) & \cdots & y(K-1) & u(K-n) & \dots & u(K) \end{pmatrix}.$$

Матричний вигляд системи похибок:

$$\mathrm{E} = R\theta - \bar{Y} \tag{2.4}$$

Повертаючись до проблеми мінімізації суми квадратів відхилень модельних значень виходу від експериментально отриманих, маємо:

$\sum_{i=n}^{K} (y_m(i) - y(i))^2 = \sum_{k=0}^{K-n} \varepsilon(k)^2 = \mathrm{E}' \times \mathrm{E} = (R\theta - \bar{Y})' \times (R\theta - \bar{Y}),$

де E' - транспонований вектор Е . Задача мінімізації функціонала в матричному вигляді може бути подана як:

$$S(\theta) = \theta' R' R\theta - 2R'\bar{Y} + \bar{Y}'Y \tag{2.5}$$

З необхідної умови екстремума $\frac{dS}{d\vartheta} = 0$ маємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь в матричному вигляді:

$$R'R\theta = R'\bar{Y} \tag{2.6}$$

Якщо порядок системи n обрали вірно, то квадратна матриця $R'R$ –невироджена. Це дозволяє матричним способом отримати вектор невідомих коефіцієнтів [1]

$$\theta = (R'R)^{-1} R'\bar{Y}. \tag{2.7}$$

За побудованою моделлю вхід вихід можна отримати **еквівалентну модель з простором станів**. Еквівалентними називають моделі, які за однаковими значеннями входів дають однакові виходи.

Загальний вигляд дискретної лінійної стаціонарної детермінованої моделі з простором станів [2]:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)} \\ \boldsymbol{y(k) = Cx(k)} \end{cases}, \quad (2.8)$$

де $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & \dots & -a_n \end{pmatrix}$ – матриця Фробеніуса,

$B = e_n = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = (c_1 \quad c_2 \quad \cdots \quad c_n)$.

Коефіцієнти в цій моделі відповідають таким же в моделі вхід – вихід.

Можна визначити ще один тип еквівалентної моделі системи. За наявності скалярного входу та виходу системи це- **передатна функція**. Вона являє собою відношення образу виходу системи до образу її входу для дискретного перетворення Лапласа. Передатна функція пов’язана з еквівалентними моделями (2.2) і (2.5) співвідношеннями

$$\boldsymbol{W(\lambda) = C(\lambda I - A)^{-1}B = \frac{c_1 + c_2\lambda + c_3\lambda^2 + \dots + c_n\lambda^{n-1}}{a_1 + a_2\lambda + a_3\lambda^2 + \dots + a_n\lambda^{n-1} + \lambda^n}}, \quad (2.9)$$

де $\boldsymbol{\lambda}$-комплексна змінна, $\boldsymbol{I}$ –одинична матриця [1].

2.4 Дослідження властивостей системи

Загальний вигляд дискретної лінійної нестаціонарної стохастичної моделі з простором станів

$$\begin{cases} \boldsymbol{x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + f(k)} \\ \boldsymbol{y(k) = C(k)x(k) + G(k)} \end{cases}; \quad (2.10)$$

Вхідні параметри u(k) та f(k). Детермінований вхід u(k) називають керуванням, а випадковий f(k) - збуренням. Пара (k,x) називається подією.

Сформулюємо задачу **керування**. Відомо в момент часу k_0 стан системи x^0, а в момент часу k_1 стан x^1. Потрібно знайти таку послідовність входів (керування) $u(k_0).u(k_0+1).u(k_0+2).,,,.u(k_1-1)$ на проміжку часу від k_0 до k_1, що переводить подію (k_0, x^0) у подію (k_1, x^1) за моделлю (9). Отже, система називається керованою, якщо можна визначити послідовність входів на заданому проміжку часу, що переводить систему з визначеного початкового стану у потрібний стан. Для перевірки здатності системи бути керованою у випадку представлення лінійною детермінованою дискретною стаціонарною моделлю (2.8) використовується критерій Калмана

$$rg(B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B) = n \tag{2.11}$$

Критерій визначає керованість системи, якщо ранг матриці Калмана дорівнює порядку моделі.[3]

Система вважається **спостережуваною**, якщо за відомими значеннями входів і виходів на певному часовому проміжку можна оцінити стани системи. Критерій спостережуваності для системи з моделлю (2. 8):

$$rg\begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n \tag{2.12}$$

Ранг матриці спостереження дорівнює порядку моделі.

Однією з найважливіших властивостей системи є її асимптотична стійкість. Ця властивість означає, що в процесі функціонування, параметри систем виходять на усталені значення. Для перевірки асимптотичної стійкості системи використовують критерій Ляпунова. Система є **асимптотично стійкою**, якщо всі власні значення матриці A лежать всередині одиничного кола комплексної площини. Ця властивість системи гарантує її життєздатність і можливість протистояти збуренням, що порушують усталений режим її функціонування.

2.5 Керування системою на заданому часовому інтервалі

Розглянемо задачу розроблення алгоритму керування системою. Є процес $r(k)$, що може формуватися як у самій системі, так і надходити від іншої системи, і треба, щоб у системі (9) реалізовувався такий процес $x(k)$, що $y(k) \to r(k)$, коли $k \to \infty$.

Процес $r(k)$ називається *сигналом, що задається*, або *впливом, що задається*, чи просто *завданням*. Оскільки він впливає на вихід системи, його можна розглядати як вхід системи з моделлю (2.10).

Отже, вхід розглянутої системи містить три специфічних процеси: *керування, збурення* і *завдання*.

Керування шукаємо як функцію від стану системи $u(k) = F\big(x(k)\big)$. Вихід $y(k)$ при кожному відомому k. сприймається як інформаційні дані. Тому в термінах моделі (2.10) вихідна задача формулюється в такий спосіб. Треба на основі інформації $y(k)$ формувати $u(k)$ так, щоб $x(k) \to 0$ при $k \to \infty$ згідно з моделлю (2.10).

Якщо $u(k)$ - розв'язок цієї задачі, то керування $w(k)$ визначається як $w(k) = u(k) + w_r(k)$.

Проблема керування може бути розділена на дві проблеми.

Перша задача керування –визначення закону керування у вигляді правила формування входу$u(k) = Px(k)$, де матриця P така, що гарантує асимптотичну стійкість системи з моделлю $x(k+1) = Ax(k) + BPx(k)$. Це забезпечить усталеність параметрів системи і виконання вимоги $x(k) \to 0$ при $k \to \infty$.

Друга задача керування -визначення оцінок $\hat{x}(k)$ для стану $x(k)$ за відомими одночасними значеннями входу та виходу системи. Цей алгоритм дозволяє організувати підсистему керування, що на виході формуватиме входи в систему, яка потребує керування за законом $u(k) = Px(k)$ з першої задачі керування.

Власні числа і власні вектори оператора або матриці в додатках часто називають *модами*. Набір власних чисел також називають спектром матриці.

Задача модального керування полягає в побудові такої матриці P, щоб власні числа матриці $A + BP$ збігалися з заданим спектром $\lambda_1^r, \lambda_2^r, \dots, \lambda_n^r$. Якщо така матриця P знайдена, то поведінка системи з моделлю

$$\begin{cases} \boldsymbol{x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)} \\ \quad\quad \boldsymbol{y(k)} = \mathrm{C}_{\boldsymbol{1}}\boldsymbol{x(k)} \end{cases} \tag{2.13}$$

при використанні закону керування $u(k) = Px(k)$ буде визначатися модами $\lambda_1^r, \lambda_2^r, \dots, \lambda_n^r$. Якщо при цьому $|\lambda_i^r| < 1, i = 1,2, \dots, n$, то система з моделлю

$$\boldsymbol{x(k+1) = (A + BP)x(k)}$$

буде асимптотично стійкою, тобто буде виконуватися щоб $x(k) \to 0$ при $k \to \infty$ для будь-якого початкового стану *x(0).*

Процедуру побудови матриці P розглянемо на випадок скалярного керування $u(k)$. Матриця P тоді є рядком $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, B– вектором–стовпцем. Будемо вважати систему керованою, тобто $rg(B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B) = n$. У такому випадку вектори $\varphi_1(A)B, \varphi_2(A)B, \dots, \varphi_n(A)B$ - лінійно-незалежні. Ці вектори утворюють матрицю переходу до подібної форми Фробеніуса. А матриці $\varphi_1(A), \varphi_2(A), \dots, \varphi_n(A)$ –це похідні поліноми матриці А від матричного аргументу.

Позначимо рядок $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, де a_j – коефіцієнти характеристичного полінома $\chi_A(\lambda) = \det(\lambda I - A)$. Розглянемо спектр $\lambda_1^r, \lambda_2^r, \dots, \lambda_n^r$., такий, що $|\lambda_i^r| < 1, i = 1,2, \dots, n$. Вони можуть бути як дійсними, так і комплексними. У полінома $\mathrm{X}^r(\lambda) = (\lambda - \lambda_1^r)\dots(\lambda - \lambda_n^r) = a_1^r + a_2^r\lambda + \dots + a_n^r\lambda^{n-1} + \lambda^n$ всі коефіцієнти є дійсними числами.

Розглянемо матрицю $R = (\varphi_1(A)B, \varphi_2(A)B, \dots, \varphi_n(A)B\ )$.

Зробимо заміну в моделі $x(k) = Rz(k)$. Тоді вона набуде вигляду

$$Rz(k) = ARz(k) + BPRz(k)/ \tag{2.14}$$

Помножимо обидві частини рівняння на R^{-1} . Отримаємо

$$R^{-1}Rz(k) = R^{-1}ARz(k) + R^{-1}BPRz(k), \text{ або}$$

$$z(k) = Fb(-a_1, \dots, -a_n)z(k) + \bar{P}z(k).$$

Тут $\bar{P} = PR \to P = \bar{P}\, R^{-1}$. У еквівалентних моделей характеристичні поліноми співпадають. Отже характеристичний поліном моделі, яку досліджують і заданий характеристичний поліном повинні співпадати. Знайдемо таку матрицю P, для якої б виконувалась умова

$$\mathrm{X}_{A+BP}(\lambda) = \mathrm{X}_{R^{-1}AR+R^{-1}BPR}(\lambda) = \mathrm{X}_{Fb(-a_1,\dots,-a_n)+e_{n\bar{P}}}(\lambda) = \mathrm{X}^r(\lambda).$$

Рівність коефіцієнтів у відповідних поліномах при однакових степенях λ дозволяє визначити координати керування, яке треба знайти. Маємо систему рівнянь

$$. -a_j + \bar{p}_j = -a_j^r, j = 1,2, \dots, n \text{ , або } \bar{p}_j = a_j - a_j^r. \tag{2.15}$$

В векторній формі це має вигляд

$$P = (a - a^r)R^{-1} \tag{2.16}$$

Отже, закон формування входу в систему для встановлення асимптотичної її стійкості має вигляд [1]

$$u(k) = P = (a - a^r)R^{-1}x(k) \tag{2.17}$$

3. Комп'ютерна модель діяльності ТОВ Технолог

Побудова комп'ютерної моделі здійснюється на підставі даних, отриманих з річних балансових і фінансових звітів Сумського приватного машинобудівного підприємства ТОВ Технолог. В його штаті є 54 співробітники і воно спеціалізується на виготовленні і ремонті герметичних насосів з магнітними муфтами та компресорного устаткування. Витяг з річних звітів за 2015-2019 роки поданий в таблиці 3.1 .

Таблиця 3.1 –Дані для моделювання

Витяг з балансових звітів ТОВ "Технолог" за 2015-1029рр (в тис.грн.)												
		2015 р.	2016 р.	2017 р.	2018 р.	2019 р.						
Чистий дохід		4925,00	5391,00	7549,00	10432,00	9954,00						
Валовий прибуток		1134,00	1754,00	2642,00	4032,00	2964,00						
Собівартість		3791,00	3637,00	4907,00	6400,00	6990,00						
Коротк. Кредити		110,00	150,00	420,00	300,00	55,00						
ПДВ		321,00	305,00	585,00	823,00	795,00						
Оплата праці		62,00	73,00	123,00	235,00	193,00						

Дослідимо декілька систем, у яких вихідними процесами будуть:

- y1 - Чистий дохід;
- y2 – Валовий прибуток.

У ролі вхідних процесів будемо розглядати:

- u1- Собівартість;
- u2 - Короткострокові кредити;
- u3 – Податок на додану вартість (ПДВ);
- u4- Оплата праці (Заробітна плата).

Визначимо квартальні оцінки параметрів дослідження, використовуючи значення інтерполяційного кубічного сплайну. Побудуємо кубічний сплайн $S_k(t)$ $(k = 3)$ за алгоритмом , викладеним у підрозділі 2.2. Тут аргумент t – параметр часу, представлений у роках. Формулу сплайну на частковому інтервалі можна подати у вигляді:

$$S_i(x) = a_i + b_i(t - t_{i-1}) + \frac{c_i}{2}(t - t_{i-1})^2 + \frac{d_i}{6}(t - t_{i-1})^3, t_{i-1} \le t \le t,$$

$i = \overline{2,5}$/. Для нашого випадку $k = 4$, тому наш кубічний сплайн буде складатися з чотирьох частин:

$S_{[2015,2016]}(t), S_{[12016,2017]}(t), S_{[2017,2018]}(t), S_{[2018,2019]}(t)$.

Процес інтерполяції вимагає, щоб сплайн проходив через вузли, зазначені в таблиці, тому запишемо:

$$y_{i-1} = S(t_{i-1}), i = \overline{2,6}$$

Очевидно, якщо підставити за цією формулою координати вузлів, заданих у таблиці, отримаємо:

$$y_{i-1} = S(t_{i-1}) = a_i + b_i(t_{i-1} - t_{i-1}) + \frac{c_i}{2}(t_{i-1} - t_{i-1})^2 + \frac{d_i}{6}(t_{i-1} - t_{i-1})^3 = a_i$$

Це означає, що значення сплайну у вузлах, що задані таблично, рівне значенню вільного члена a_i, що відповідає деякій його частині. Тому під час побудови $S_k(t)$ можна одразу вважати його a_i коефіцієнти відомими.

Якщо зробити таке позначення:

$$h_i = t_i - t_{i-1} = 1, i = \overline{1,n}$$

тоді можна використати формулу частини сплайна та здійснити заміну:

$$y_i = S(t_i) = a_i + b_i(t_i - t_{i-1}) + \frac{c_i}{2}(t_i - t_{i-1})^2 + \frac{d_i}{6}(t_i - t_{i-1})^3 =$$

$$= a_i + b_i h_i + \frac{c_i}{2}h_i^2 + \frac{d_i}{6}h_i^3 = a_i + b_i + \frac{c_i}{2} + \frac{d_i}{6}$$

Отримали такий результат завдяки врахуванню того, що вузли інтерполяції знаходяться на однаковій відстані між собою $h_i = 1$.

Запишемо рівняння частин, із яких складається наш сплайн, підставивши значення координат вузлів та враховуючи, що $h_i = 1$:

$$S_{[2015,2016]}(x) = a_1 + b_1(t - 2015) + \frac{c_1}{2}(t - 2015)^2 + \frac{d_i}{6}(t - 2015)^3$$

$$S_{[2016,2017]}(x) = a_2 + b_2(t - 2016) + \frac{c_2}{2}(t - 2016)^2 + \frac{d_2}{6}(t - 2016)^3$$

$$S_{[2017,2018]}(x) = a_3 + b_3(t-2017) + \frac{c_3}{2}(t-2017)^2 + \frac{d_3}{6}(t-2017)^3$$

$$S_{[2018,2019]}(x) = a_4 + b_4(t-2018) + \frac{c_4}{2}(t-2018)^2 + \frac{d_4}{6}(t-2018)^3$$

Можемо знайти значення лише a_i коефіцієнтів, де $i = \overline{1,5}$, через підстановку координат вузлів. Щоб знайти інші для побудови сплайна – треба додаткові умови.

За визначенням сплайна $S_k(t)$ можемо вимагати його неперервності та гладкості – неперервності похідних $k-1$ порядку.

Для цього спочатку знайдемо першу та другу похідні поліномів – частин, із яких складається сплайн:

$$S_i'(t) = b_i + c_i(t - t_{i-1}) + \frac{d_i}{2}(t - t_{i-1})^2, t_{i-1} \le t \le x_i$$

$$S_i''(t) = c_i + d_i(t - t_{i-1}), t_{i-1} \le t \le t_i$$

Якщо здійснити підстановку x_i до цих формул, отримуємо:

$$S_i'(t_i) = b_i + c_i(t_i - t_{i-1}) + \frac{d_i}{2}(t_i - t_{i-1})^2 = b_i + c_i h_i + \frac{d_i}{2} h_i^2 = b_i + c_i + \frac{d_i}{2}$$

$$S_i''(t_i) = c_i + d_i(t_i - t_{i-1}) = c_i + d_i h_i = c_i + d_i$$

Здійснимо також підстановку у функцію наступного за цим полінома, отримаємо:

$$S_{i+1}'(t_i) = b_{i+1} + c_{i+1}(t_i - t_i) + \frac{d_i}{2}(t_i - t_i)^2 = b_{i+1}$$

$$S_{i+1}'(t_i) = c_{i+1} + d_{i+1}(t_i - t_i) = c_{i+1}$$

Умова неперервності похідних першого та другого порядку для кубічного сплайну може бути записана у вигляді:

$$S_i'(t_i) = S_{i+1}'(t_i), i = \overline{1, n-1}$$

$$S_i''(t_i) = S_{i+1}''(t_i), i = \overline{1, n-1}$$

Отримаємо такі рівняння:

$$b_{i+1} = b_i + c_i + \frac{d_i}{2}$$

$$c_{i+1} = c_i + d_i$$

Оскільки завжди не вистачає двох рівнянь для однозначного визначення коефіцієнтів сплайна, необхідно мати 2 додаткові умови для його побудови. Вони називаються граничними.

За умовою додаткової інформації немає щодо вузлів, тому зробимо природне припущення, а саме, що графік сплайну має нульову кривизну на кінцях [2015,2019]:

$$S''(2015) = 0$$

$$S''(2019) = 0$$

У нашому випадку це $a = t_0, b = t$. Підставимо ці значення у формули другої похідної частин сплайну:

$S''(t_0) = c_1 + d_i(t_0 - t_0)$ $\qquad c_1 = 0$

$S''(t_n) = c_n + d_i(t_n - t_{n-1}) = c_n + d_n h_n$ $\qquad c_n + d_n h_n = 0$

Останній індекс точки $n = 4$, а відстань $h_n = 1$ в нашому випадку, тому справедливим буде $c_4 + d_4 = 0$. Запишемо систему рівнянь для параметру y1:

$$\begin{cases} y1_1 = a_1 = 4925 \\ y1_2 = a_2 = 5391 \\ y1_3 = a_3 = 4579 \\ y1_4 = a_4 = 10432 \\ y1_5 = 9954 \\ y_1 = a_1 + b_1 + \frac{c_1}{2} + \frac{d_1}{6} \\ y_2 = a_2 + b_2 + \frac{c_2}{2} + \frac{d_2}{6} \\ y_3 = a_3 + b_3 + \frac{c_3}{2} + \frac{d_3}{6} \\ y_4 = a_4 + b_4 + \frac{c_4}{2} + \frac{d_4}{6} \\ b_2 = b_1 + c_1 + \frac{d_1}{2} \\ b_3 = b_2 + c_2 + \frac{d_2}{2} \\ b_4 = b_3 + c_3 + \frac{d_3}{2} \\ c_2 = c_1 + d_1 \\ c_3 = c_2 + d_2 \\ c_4 = c_3 + d_3 \\ c_1 = 0 \\ c_4 + d_4 = 0 \end{cases}$$

Її розв'язком є $\theta(a_1, a_2, a_3, a_4, b_i, c_i, d_i)$. Оскільки $i = \overline{1, n-1}$, то кількість коренів рівна 16. Розв'язок знайдемо в комп'ютерному пакеті Matlab. Аналогічні підходи можна застосувати до інших параметрів системи.

За побудованими сплайнами встановимо нові масиви вхідних даних .

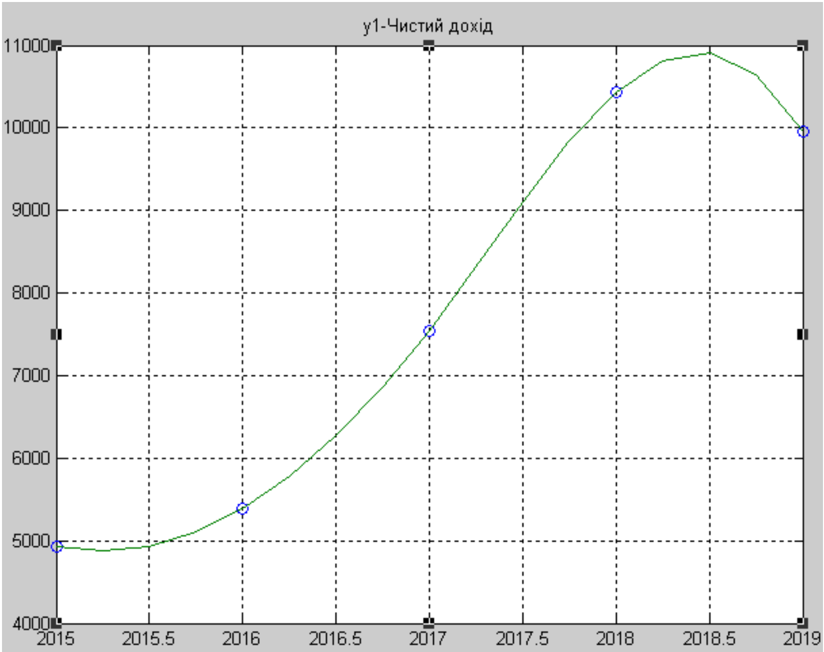

Рисунок 3.1 –Графік чистого доходу за 2015-2019рр.

Квартальні дані *y1*={ 4925 4873 4935 5109 5391 5779 6270 6861 7549 8319 9107 9836 10432 10818 10917 10655 9954}.

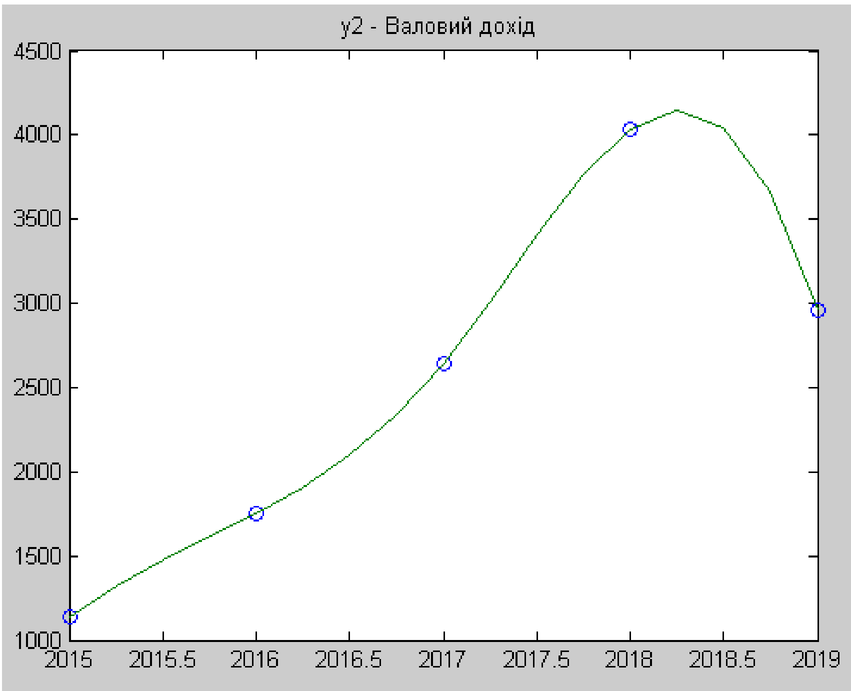

Рисунок 3.2 –Графік валового прибутку за 2015-2019рр.

Квартальні дані y2 =(1134 1320 1475 1614 1754 1911 2100 2338 2642 3014 3409 3768 4032 4142 4040 3667 2964).

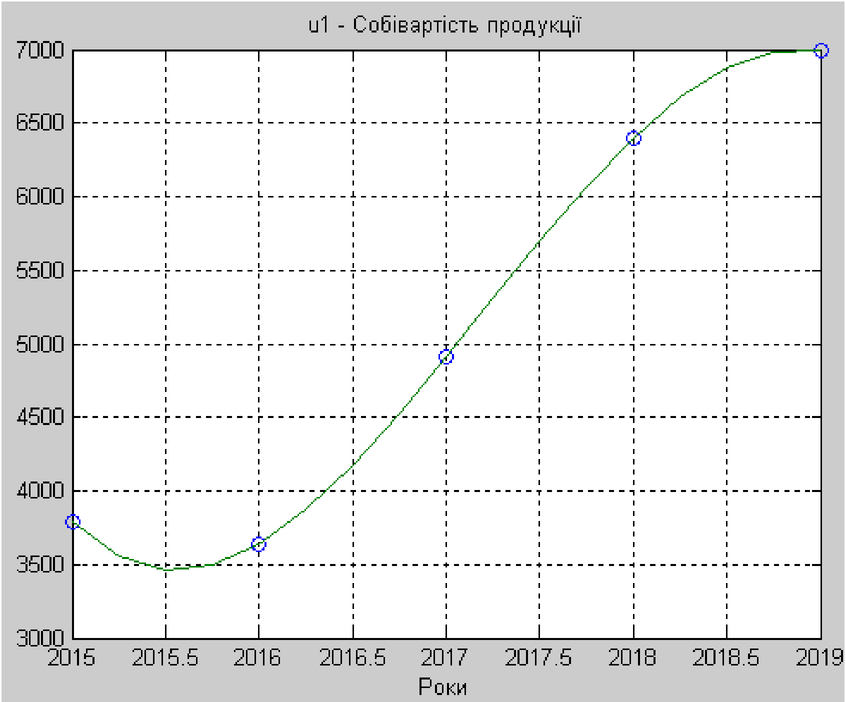

Рисунок 3.3 –Графік собівартості за 2015-2019рр.

Квартальні дані u1=[3791 3552 3460 3494 3637 3869 4170 4523 4907 5304 5697 6068 6400 6675 6877 6988 6990].

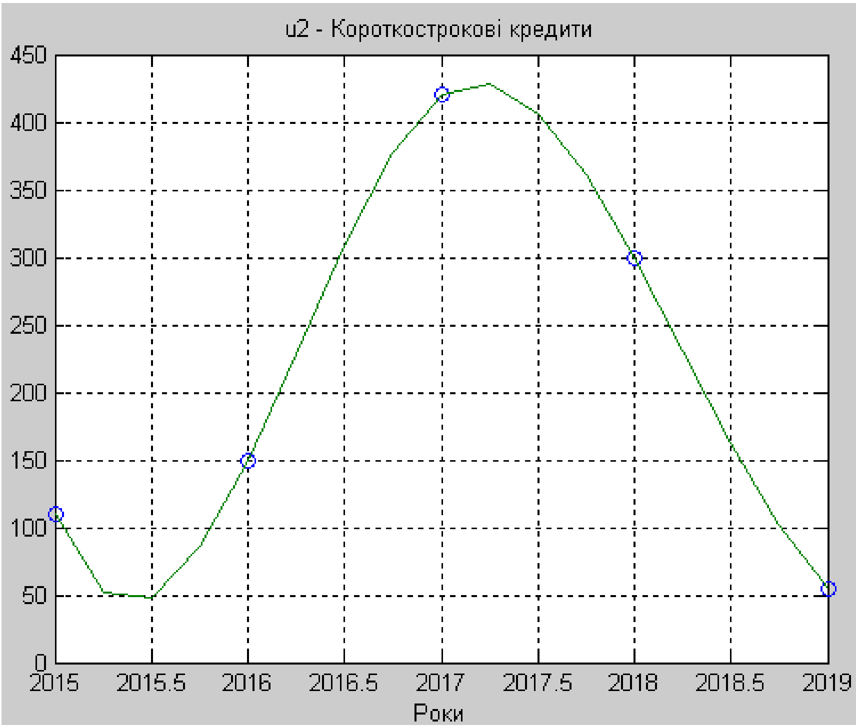

Рисунок 3.4 –Графік короткострокових кредитів за 2015-2019рр.

Квартальні дані u2=(110 52 49 86 150 228 309 377 420 428 406 361 300 231 163 101 55).

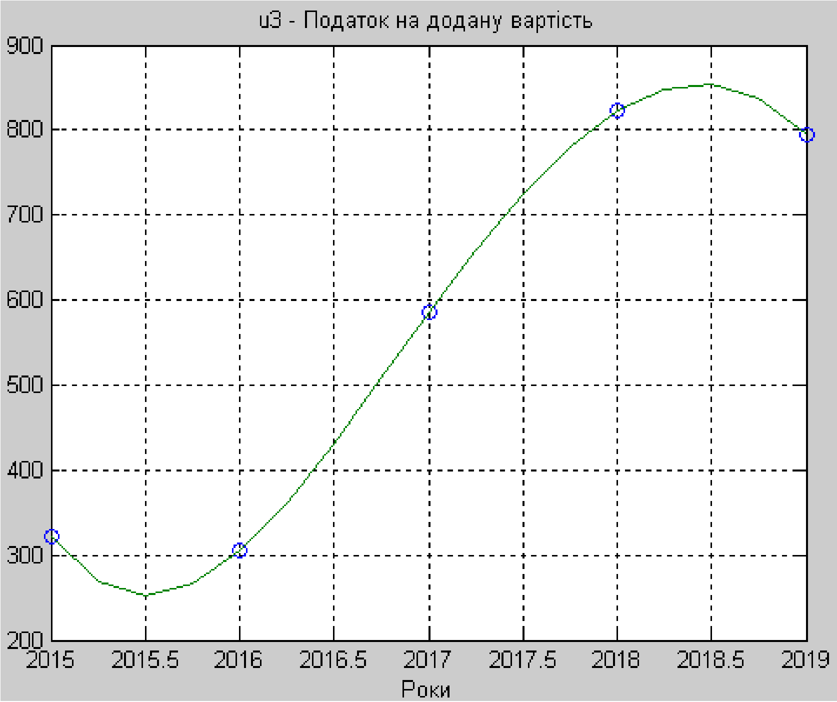

Рисунок 3.5 –Графік ПДВ за 2015-2019рр.

Квартальні дані u3=(321 269 253 267 305 362 431 507 585 658 725 781 823 849 854 838 795]

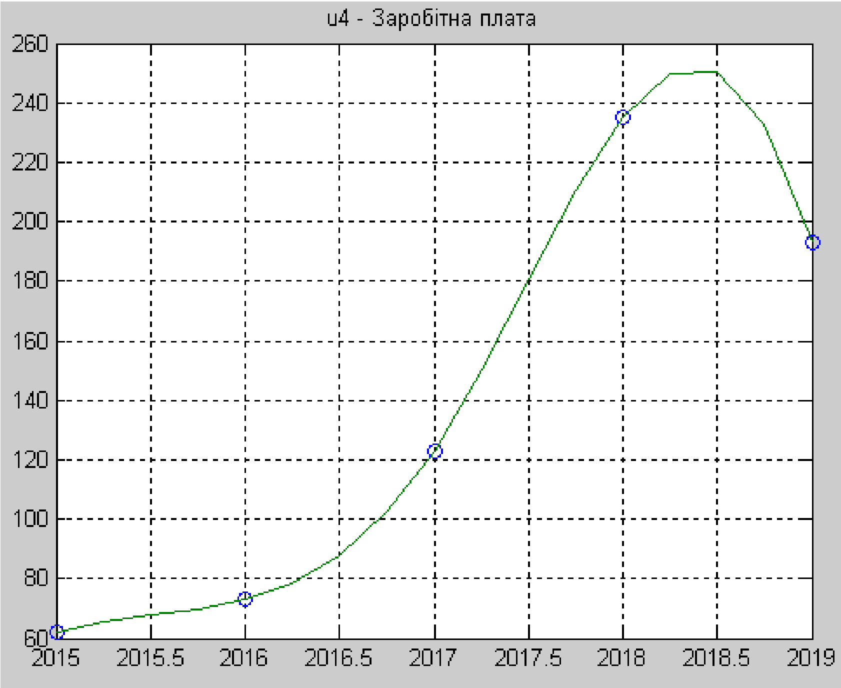

Рисунок 3.6 –Графік оплати праці за 2015-2019рр.

Квартальні дані u4=(62 66 68 70 73 79 88 102 123 150 181 211 235 250 250 233 193).

Користуючись отриманими даними побудуємо дискретні моделі. Для моделювання необхідно визначити порядок моделі *n* – кількість кварталів, що є впливовими для вихідних параметрів різних систем, які розглядаються в діяльності підприємства. Порядок визначається з умови 3n<17. Тобто можна будувати моделі з n рівним 2, 3, 4, 5. Оптимальну модель можна визначити, обчисливши для кожної з них суму квадратів відхилень модельних значень від статистичних. Проведені обчислення привели до висновку , що оптимальним порядком для всіх систем є третій порядок. Керуючись алгоритмами з підрозділів 2.3 та 2.4 моделі побудовані засобами пакета Matlab отримали такі результати

1.Система, у якої вхід представляє параметр u1 (собівартість), а вихід –y1 (чистий дохід).

Модель вхід-вихід має вигляд

y1(k+3)=0.686y1(k)-2.361y1(k+1)+2.6366y1(k+2)+0.7364u1(k)-1.7001u1(k+1)+1.0022u1(k+2).

Модель з простором станів

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu1(k) \\ y1(k) = C_1 x(k) \end{cases}, \text{ де } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.686 & -2.361 & 2.6366 \end{pmatrix},$$

$$B = e_3\,, \quad C = (0.7364 \quad -1.7001 \quad 1.0022).$$

Передатна функція

$$W(\lambda) = \frac{0.7364 - 1.7001\lambda + 1.0022\lambda^2}{-0.686 + 2.361\lambda - 2.6366\lambda^2 + \lambda^3}$$

Властивості системи:

- система керована, оскільки

$rg(B, AB, A^2B) = 3;$

−система спостережувана, оскільки

$$rg\begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{pmatrix} = 3;$$

-система не є асимптотично стійкою, оскільки спектр матриці А містить власні значення $\lambda_1 = 0.608, \lambda_{2,3} = 1.0143 \pm 0.3155$ і $|\lambda_{2,3}|$>1.

2.Система, у якої вхід представляє параметр u4 (оплата праці), а вихід –y1 (чистий дохід).

Модель вхід-вихід має вигляд

Y1(k+3)=1.1071y1(k)-3.3425y1(k+1)+3.2357y1(k+2)-4.0675u4(k)+10.4003u4(k+1)-6.8138u4(k+2).

Модель з простором станів

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu4(k) \\ y1(k) = C_1 x(k) \end{cases}, \text{ де } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1.1071 & -3.3425 & 3.2357 \end{pmatrix},$$

$$B = e_3\,, \quad C = (-4.0675 \quad 10.4003 \quad -6.8138).$$

Передатна функція

$$W(\lambda) = \frac{-4.0675+10.4003\lambda-6.8138\lambda^2}{-1.1071+3.3425\lambda-3.2357\lambda^2+\lambda^3}$$

Властивості системи:

- система керована, оскільки

$rg(B, AB, A^2B) = 3;$

−система спостережувана, оскільки

$$rg\begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{pmatrix} = 3;$$

-система не є асимптотично стійкою, оскільки спектр матриці А містить власні значення $\lambda_1 = 0.7415, \lambda_2 = 0.9977,\ \lambda_3 = 1.4965$ і $|\lambda_3|$>1.

3.Система, у якої вхід представляє параметр u2 (короткочасні кредити), а вихід –y2 (валовий прибуток).

Модель вхід-вихід має вигляд

Y2(k+3)=0.4691y2(k)-2.0334y2(k+1)+2.5178y2(k+2)+0.7205u2(k)-1.8145u2(k+1.3767u2(k+2).

Модель з простором станів

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu2(k) \\ y2(k) = C_1 x(k) \end{cases}, \text{ де } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.4691 & -2.0334 & 2.5178 \end{pmatrix},$$

$$B = e_3\,, \quad C = (0.7205 \quad -1.8145 \quad 1.3767).$$

Передатна функція

$$W(\lambda) = \frac{0.7205-1.8145\lambda+1.3767\lambda^2}{-0.4691+2.0334\lambda-2.5178\lambda^2+\lambda^3}$$

Властивості системи:

- система керована, оскільки

$rg(B, AB, A^2B) = 3;$

−система спостережувана, оскільки

$$rg\begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{pmatrix} = 3;$$

-система не є асимптотично стійкою, оскільки спектр матриці А містить власні значення $\lambda_1 = 0.3895, \lambda_{2,3} = 1.0143 \pm 0.2684$ і $|\lambda_{2,3}|$>1.

4.Система, у якої вхід представляє параметр u3 (ПДВ), а вихід –y2 (валовий прибуток).

Модель вхід-вихід має вигляд

Y2(k+3)=0.5877y2(k)-2.2012y2(k+1)+2.5477y2(k+2)+1.7802u3(k)-4.5602u3(k+2.9502u3(k+2).

Модель з простором станів

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu3(k) \\ y2(k) = C_1 x(k) \end{cases}, \text{ де } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.5877 & -2.2012 & 2.5477 \end{pmatrix},$$

$$B = e_3\,, \quad C = (1.7802 \quad -4.5602 \quad 2.9502).$$

Передатна функція

$$W(\lambda) = \frac{1.7802-4.5602\lambda+2.9502\lambda^2}{-0.5877+2.2012\lambda-2.5477\lambda^2+\lambda^3}$$

Властивості системи:

- система керована, оскільки

$rg(B, AB, A^2B) = 3;$

−система спостережувана, оскільки

$$rg\begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{pmatrix} = 3;$$

-система не є асимптотично стійкою, оскільки спектр матриці А містить власні значення $\lambda_1 = 0.4976, \lambda_{2,3} = 1.0251 \pm 0.361i$ та $|\lambda_{2,3}|$ >1.

У всіх системах відсутня асимптотична стійкість і всі вони є керованими. Це дозволяє говорити про можливість керування системами з метою досягнення стійкості. Таке керування називають керуванням за заданим спектром, або модальним керуванням.

Розглянемо спектр $\lambda_1^r = 0.3, \lambda_2^r = 0.2,\ \lambda_3^r = 0.1$, що задовольняє умову асимптотичної стійкості. Його можна вважати спектром моделі іншої системи , яку повинна наслідувати наша система. Характеристичний поліном такої системи має вигляд

$$\mathrm{X}^r(\lambda) = (\lambda - \lambda_1^r)(\lambda - \lambda_2^r)(\lambda - \lambda_3^r) = (\lambda - 0{,}3)(\lambda - 0{,}2)(\lambda - 0{,}1) =$$
$$= -0{,}006 + 0{,}11\lambda - 0{,}6\lambda^2 + \lambda^3.$$

Коефіцієнти цього полінома $a_1^r = -0{,}006;\ a_2^r = 0{,}11;\ a_3^r = -0{,}6.$

Керування системою шукаємо у вигляді u(k)=Px(k), де $P = (p_1, p_2, p_3)$,

$x(k) = \begin{pmatrix} x_1(k), \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{pmatrix}$. Невідомі коефіцієнти визначимо з системи

$$\begin{cases} -a_1 + p_1 = -a_1^r & p_1 = -a_1^r + a_1 \\ -a_2 + p_2 = -a_2^r \to & p_2 = -a_2^r + a_2 \\ -a_3 + p_3 = -a_3^r & p_3 = -a_3^r + a_3 \end{cases}$$

Визначимо закони керування нашими системами.

1. Система собівартість –чистий дохід:

$$p_1 = -a_1^r + a_1 = 0{,}006 - 0{,}686 = -0{,}68$$
$$p_2 = -a_2^r + a_2 = -0.11 + 2{,}361 = 2{,}251$$
$$p_3 = -a_3^r + a_3 = 0{,}6 - 2{,}6366 = -2{,}0366$$

Закон формування собівартості

$$u1(k) = -0{,}68x_1(k) + 2{,}251x_2(k) - 2{,}0366x_3(k)$$

2. Система оплата праці –чистий дохід:

$$p_1 = -a_1^r + a_1 = 0{,}006 - 1{,}1071 = -1{,}1011$$
$$p_2 = -a_2^r + a_2 = -0.11 + 3{,}3425 = 3{,}2325$$
$$p_3 = -a_3^r + a_3 = 0{,}6 - 3{,}2357 = -2{,}6357$$

Закон формування оплати праці

$$u4(k) = -1{,}1011x_1(k) + 3{,}2325x_2(k) - 2{,}6357x_3(k)$$

3. Система короткострокові кредити- валовий прибуток

$$p_1 = -a_1^r + a_1 = 0{,}006 - 0{,}4691 = -0{,}4631$$
$$p_2 = -a_2^r + a_2 = -0.11 + 2{,}0334 = 1{,}9234$$
$$p_3 = -a_3^r + a_3 = 0{,}6 - 2{,}5178 = -1{,}9178$$

Закон формування короткострокових кредитів

$$u2(k) = -0{,}4631x_1(k) + 1{,}9234x_2(k) - 1{,}9178x_3(k)$$

Висновки

В роботі побудована комп'ютерна модель для дослідження господарської діяльності середнього промислового підприємства. Вхідними даними для моделі слугували річні фінансові показники діяльності підприємства за п'ять попередніх років. Розмір вибірки даних не дозволяв отримати достовірну модель. Але, сформований в роботі, алгоритм побудови кубічного інтерполюючого сплайна дозволив оцінити величину відповідних квартальних показників. Були визначені масиви з 17 значень чистого доходу, валового прибутку, собівартості та податку на додану вартість. В межах огляду діяльності підприємства були встановлені чотири системи, що розглядалися і досліджувалися як взаємопов'язані процеси. Моделювання цих процесів дозволило зробити висновки про стан та перспективи життєздатності підприємства. З цією метою засобами математичної теорії систем визначено три типи еквівалентних моделей. Це-модель вхід-вихід, модель з простором станів та передатна функція системи. Модель вхід-вихід є базовою для побудови інших моделей оскільки використовує тільки вимірювані значення входу та виходу системи. Вона дає можливість встановити порядок моделі та прогнозувати майбутні реакції системи по відомим попереднім значенням входу і виходу. Коефіцієнти цієї моделі дозволяють визначити еквівалентну модель з простором станів. Це система різницевих рівнянь, в якій фігурують оцінки координат вектора стану системи, який не можна виміряти. Модель з простором станів дозволяє оцінити основні властивості системи- керованість, спостережуваність та асимптотичну стійкість. Передатна функція дозволяє синтезувати за потреби модель керування системою. Особливо часто вона зазначається в автоматичному керуванні.

Комп'ютерну реалізацію побудованих алгоритмів виконано в спеціалізованому пакеті Matlab. Вибір такої реалізації зумовлений необхідністю застосування підходів лінійної алгебри та матричних обчислень

Тестування моделі на даних фінансових звітів ТОВ Технолог показало, що чотири системи, які розглядалися в діяльності підприємства є спостережуваними. Це означає, що можна оцінювати внутрішній стан системи.

Всі вони є керованими і керування –це вхідний процес, що залежить від стану системи і може корегуватися в часі.

Та всі системи виявилися асимптотично нестійкі. Це означає , що всі вони можуть зруйнуватися під дією якихось зовнішніх імпульсних впливів. Для підприємства відсутність асимптотичної стійкості означає можливе банкрутство за несприятливих умов.

Якщо система керована, модель передбачає організацію модального керування. Його суть полягає в наслідуванні іншої стійкої системи за її заданим спектром. Так, в роботі визначені закони формування собівартості продукції, короткострокових кредитів, оплати праці. Очевидно, податок на додану вартість не формується на підприємстві.

Запропонована в роботі комп'ютерна модель може бути використана для дослідження діяльності подібних підприємств.

Список дітератури

1. Любчак В.О., Назаренко Л.Д. Основи математичної теорії систем. Суми, вид-во СумДу, 2008.-220с.
2. Мороз А.И. Курс теории систем. М.: Высшая школа, 1987-315 с.
3. Мороз А.И. Математические основы менеджмента. – М.: Academia, 1997.– 256с.
4. Назаренко О.М. Основи економетрики: Вид 2-ге, перероб.:Підручник. – К.: «Центр навчальної літератури», 2005. – 392с.
5. Любчак В.О., Назаренко Л.Д. Методи та алгоритми обчислень. Суми, вид-во СумДу, 2008.-335с.
6. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971.
7. Волкова В.Н., Денисов А.А. Основы теории систем и системного анализа. – СПб.: Издательство СПбГТУ, 1999.– 512с.
8. Kalman R. System Identification from Noisy Data, "Dynamical System II"/ Editors: P.R. Bednarek and L. Cesari.—N.Y.,Academic press, 1982 P.135-164.
9. Льюнг Л. Идентификация систем. – М.: Наука, 1991.– 432с.
10. https://www.truba.ua/ua/f/technologsumy/

Додаток А –Формування та графічна інтерпретація вхідних даних в Matlab

```
>> t=[2015 2016 2017 2018 2019];
>> y1=[4925 5391 7549 10432 9954];
>> plot(t,y1,'o');
>> hold on
>> tt=[2015:0.25:2019];
>> yy1=spline(t,y1,tt)
yy1 =
  1.0e+004 *
  Columns 1 through 8
    0.4925    0.4873    0.4935    0.5109    0.5391    0.5779    0.6270    0.6861
  Columns 9 through 16
    0.7549    0.8319    0.9107    0.9836    1.0432    1.0818    1.0917    1.0655
  Column 17
    0.9954
>> plot(t,y1,'o',tt,yy1);
>> t=[2015 2016 2017 2018 2019];
>> y2=[1134 1754 2642 4032 2964];
>> plot(t,y2,'o');
>> hold on
>> tt=[2015:0.25:2019];
>> tt=[2015:0.25:2019];
>> yy2=spline(t,y2,tt)
yy2 =
  1.0e+003 *
  Columns 1 through 8
    1.1340    1.3203    1.4750    1.6142    1.7540    1.9105    2.1000    2.3384
  Columns 9 through 16
    2.6420    3.0144    3.4093    3.7681    4.0320    4.1423    4.0402    3.6670
  Column 17
    2.9640
>> plot(t,y2,'o',tt,yy2)
>> title('y2 - Валовий дохід ');
6400 6990];
>> plot(t,u1,'o');
>> hold on
>> tt=[2015:0.25:2019];
>> uu1=spline(t,u1,tt)
uu1 =
  1.0e+003 *
  Columns 1 through 8
    3.7910    3.5523    3.4598    3.4944    3.6370    3.8686    4.1702    4.5227
  Columns 9 through 16
    4.9070    5.3044    5.6972    6.0682    6.4000    6.6754    6.8771    6.9877
  Column 17
    6.9900
> t=[2015 2016 2017 2018 2019];
>> u2=[110 150 420 300 55];
>> plot(t,u2,'o');
>> hold on
```

```
>> tt=[2015:0.25:2019];
>> uu2=spline(t,u2,tt)
uu2 =
  Columns 1 through 8
  110.0000   52.4316   48.6719   85.5762  150.0000  228.7988  308.8281  376.9434
  Columns 9 through 16
  420.0000  428.3105  406.0156  360.7129  300.0000  231.4746  162.7344  101.3770
  Column 17
   55.0000
>> t=[2015 2016 2017 2018 2019];
>> u3=[321 305 585 823 795];
>> plot(t,u3,'o');
>> hold on
>> tt=[2015:0.25:2019];
>> uu3=spline(t,u3,tt)
uu3 =
  Columns 1 through 8
  321.0000  269.2070  253.0938  266.9336  305.0000  361.5664  430.9063  507.2930
  Columns 9 through 16
  585.0000  658.7461  725.0313  780.8008  823.0000  848.5742  854.4688  837.6289
  Column 17
  795.0000
```

U3=[321 269 253 267 305 362 431 507 585 658 725 781 823 849 854 838 795]

```
>> plot(t,u2,'o',tt,uu2)
>> title('u3 - Податок на додану вартість');
>> grid on
>> t=[2015 2016 2017 2018 2019];
>> u4=[62 73 123 235 193];
>> plot(t,u3,'o');
>> plot(t,u3,'o');
>> hold on
>> tt=[2015:0.25:2019];
>> uu4=spline(t,u4,tt)
uu4 =
  Columns 1 through 8
   62.0000   65.6191   67.7969   69.8262   73.0000   78.6113   87.9531  102.3184
  Columns 9 through 16
  123.0000  150.3574  181.0156  210.6660  235.0000  249.7090  250.4844  233.0176
  Column 17
  193.0000
```

Додаток Б –Формування дискретних моделей та їх дослідження в Matlab

Чистий дохід - собівартість

```
>> R=[4925 4873 4935 3791 3552 3460; 4873 4935 5109 3552 3460 3494;
4935 5109 5391 3460 3494 3637;5109 5391 5779 3494 3637 3869;
5391 5779 6270 3637 3869 4170;5779 6270 6861 3869 4170 4523;
6270 6861 7549 4170 4523 4907;6861 7549 8319 4523 4907 5304;
7549 8319 9107 4907 5304 5697;8319 9107 9836 5304 5697 6068;
9107 9836 10432 5697 6068 6400;9836 10432 10818 6068 6400 6675;
10432 10818 10917 6400 6675 6877;10818 10917 10655 6675 6877 6990]
R =
        4925        4873        4935        3791        3552        3460
        4873        4935        5109        3552        3460        3494
        4935        5109        5391        3460        3494        3637
        5109        5391        5779        3494        3637        3869
        5391        5779        6270        3637        3869        4170
        5779        6270        6861        3869        4170        4523
        6270        6861        7549        4170        4523        4907
        6861        7549        8319        4523        4907        5304
        7549        8319        9107        4907        5304        5697
        8319        9107        9836        5304        5697        6068
        9107        9836       10432        5697        6068        6400
        9836       10432       10818        6068        6400        6675
       10432       10818       10917        6400        6675        6877
       10818       10917       10655        6675        6877        6990
>> Y=[5109;5391;5779;6270;6861;7549;8319;9107;9836;10432;10818;10917;10655;9954]
Y =
        5109
        5391
        5779
        6270
        6861
        7549
        8319
        9107
        9836
       10432
       10818
       10917
       10655
        9954
>> TET=inv(R'*R)*R'*Y
TET =
    0.6860
   -2.3617
    2.6366
    0.7364
   -1.7001
    1.0022
>>A =       0    1.0000         0
         0         0    1.0000
```

```
   0.6860   -2.3617    2.6366
>> eig(A)
ans =
   0.6080
   1.0143 + 0.3155i
   1.0143 - 0.3155i
>> B=[1;2;1]
B =
     1
     2
     1
>> D=[ B A*B A*A*B]
D =
   1.0000    2.0000    1.0000
    2.0000    1.0000   -1.4008
    1.0000   -1.4008   -4.6830
>> rank(D)
ans =    3
C=[0.7364 -1.7001 1.022]
C =   0.7364   -1.7001    1.0220
>> rank([C;C*A;C*A*A])
ans =    3
```

Чистий дохід – Заробітна плата

```
>> R1=[4925 4873 4935 62 66 68; 4873 4935 5109 66 68 70;
4935 5109 5391 68 70 73;5109 5391 5779 70 73 79;
5391 5779 6270 73 79 88;5779 6270 6861 79 88 102;
6270 6861 7549 88 102 123;6861 7549 8319 102 123 150;
7549 8319 9107 123 150 181;8319 9107 9836 150 181 211;
9107 9836 10432 181 211 235;9836 10432 10818 211 235 250;
10432 10818 10917 235 250 250;10818 10917 10655 250 250 233]
 R1 =
        4925        4873        4935          62          66          68
        4873        4935        5109          66          68          70
        4935        5109        5391          68          70          73
        5109        5391        5779          70          73          79
        5391        5779        6270          73          79          88
        5779        6270        6861          79          88         102
        6270        6861        7549          88         102         123
        6861        7549        8319         102         123         150
        7549        8319        9107         123         150         181
        8319        9107        9836         150         181         211
        9107        9836       10432         181         211         235
        9836       10432       10818         211         235         250
       10432       10818       10917         235         250         250
       10818       10917       10655         250         250         233
>> TET1=inv(R1'*R1)*R1'*Y
TET1 =
    1.1071
   -3.3425
    3.2357
   -4.0675
```

```
   10.4003
   -6.8138
>> A1=[0 1 0;0 0 1;1.1071 -3.3425 3.2357]
A1 =
         0    1.0000         0
         0         0    1.0000
    1.1071   -3.3425    3.2357
>> C1=[-4.0675 10.4003 -6.8138]
C1 =
   -4.0675   10.4003   -6.8138
>> eig(A1)
ans =
    0.7415
    0.9977
    1.4965
>> D1=[B A1*B A1*A1*B]
D1 =
    1.0000    2.0000    1.0000
    2.0000    1.0000   -2.3422
    1.0000   -2.3422   -8.7070
>> rank(D1)
ans =     3
>> rank([C;C*A1;C*A1*A1])
ans =   3
```

<u>Для керування</u>

```
>> F=A*A*A
F =
    0.6860   -2.3617    2.6366
    1.8087   -5.5409    4.5900
    3.1487   -9.0314    6.5610
>> F1=A1*A1*A1
F1 =
    1.1071   -3.3425    3.2357
    3.5822   -9.7082    7.1273
    7.8906  -20.2406   13.3534
>> P=inv(D)
P   -1.2118    1.4525   -0.6933
1.4525   -1.0364    0.6202
   -0.6933    0.6202   -0.5471
>> P1=inv(D1)
P1 =
   -1.3825    1.4681   -0.5537
    1.4681   -0.9455    0.4230
   -0.5537    0.4230   -0.2922
>> G=[0.6933 0.6202 -0.5471]
G =
    0.6933    0.6202   -0.5471
>> GG=-G*F
GG =
    0.1253    0.1327   -1.0851
>> Q=[-0.5537 0.4230 -0.2922
```

```
Q = -0.5537    0.4230   -0.2922
>> QQ=-Q*F1
QQ =    1.4033   -3.6585    2.6787
```

Валовий дохід – Короткострокові кредити

```
>> R=[1134 1320 1475 110 52 49;1320 1475 1614 52 49 86;
1475 1614 1754 49 86 150; 1614 1754 1911 86 150 229;
1754 1911 2100 150 229 309;1911 2100 2338 229 309 377;
2100 2338 2642 309 377 420;2338 2642 3014 377 420 428;
2642 3014 3409 420 428 406;3014 3409 3768 428 406 361;
3409 3768 4032 406 361 300;3768 4032 4142 361 300 231;
4032 4142 4040 300 231 163;4142 4040 3667 231 163 101]
R =
        1134        1320        1475         110          52          49
        1320        1475        1614          52          49          86
        1475        1614        1754          49          86         150
        1614        1754        1911          86         150         229
        1754        1911        2100         150         229         309
        1911        2100        2338         229         309         377
        2100        2338        2642         309         377         420
        2338        2642        3014         377         420         428
        2642        3014        3409         420         428         406
        3014        3409        3768         428         406         361
        3409        3768        4032         406         361         300
        3768        4032        4142         361         300         231
        4032        4142        4040         300         231         163
        4142        4040        3667         231         163         101
>> Y=[1614;1754;1911;2100;2338;2642;3014;3409;3768;4032;4142;4040;3667;2964]
Y =
        1614
        1754
        1911
        2100
        2338
        2642
        3014
        3409
        3768
        4032
        4142
        4040
        3667
        2964
>>>> TET1=inv(R'*R)*R'*Y
TET1 =
    0.4691
   -2.0334
    2.5178
    0.7205
   -1.8145
    1.3767>> A=[0 1 0;0 0 1;0.4691 -2.0334 2.5178]
```

```
A =         0    1.0000         0
         0         0    1.0000
    0.4691   -2.0334    2.5178
>> C=[0.7205 -1.8145 1.3767]
C
    0.7205   -1.8145    1.3767
>> B=[1;2;1]
B =
     1
     2
     1
>> eig(A)
ans =
   0.3895
   1.0642 + 0.2684i
   1.0642 - 0.2684i
>> rank([B A*B A*A*B])
ans =   3
>> rank([C;C*A;C*A*A])
ans =     3
>>>> inv([B A*B A*A*B])
ans =
   -1.0048    1.3211   -0.6375
    1.3211   -0.9712    0.6214
   -0.6375    0.6214   -0.6052
>> P=[-0.6375 0.6214 -0.6052]P =
   -0.6375    0.6214   -0.6052
>> F=-P*A*A*A
F =  0.7876   -2.9905    2.6761
>>Валовий дохід -ПДВ
>> R1=[1134 1320 1475 321 269 253;1320 1475 1614 269 253 267;
1475 1614 1754 253 267 305; 1614 1754 1911 267 305 362;
1754 1911 2100 305 362 431;1911 2100 2338 362 431 507;
2100 2338 2642 431 507 585;2338 2642 3014 507 585 658;
2642 3014 3409 585 658 725;3014 3409 3768 658 725 781;
3409 3768 4032 725 781 823;3768 4032 4142 781 823 849;
4032 4142 4040 823 849 854;4142 4040 3667 849 854 838]
R1 =
        1134        1320        1475         321         269         253
        1320        1475        1614         269         253         267
        1475        1614        1754         253         267         305
        1614        1754        1911         267         305         362
        1754        1911        2100         305         362         431
        1911        2100        2338         362         431         507
        2100        2338        2642         431         507         585
        2338        2642        3014         507         585         658
        2642        3014        3409         585         658         725
        3014        3409        3768         658         725         781
        3409        3768        4032         725         781         823
        3768        4032        4142         781         823         849
        4032        4142        4040         823         849         854
```

```
    4142      4040      3667       849       854       838
>> TET2=inv(R1'*R1)*R1'*Y
TET2 =
   0.5877
  -2.2012
   2.5477
   1.7802
  -4.5602
   2.9502
>> A2=[0 1 0;0 0 1;0.5877 -2.2012 2.5477]
A2 =
        0    1.0000         0
        0         0    1.0000
   0.5877   -2.2012    2.5477
>> C=[1.7802 -4.5602 2.9502]
C =
   1.7802   -4.5602    2.9502
>> eig(A2)
ans =
  0.4976
  1.0251 + 0.3610i
  1.0251 - 0.3610i
>> rank([B A2*B A2*A2*B])
ans =     3
>> rank([C;C*A2;C*A2*A2])
ans =     3
>> inv([B A2*B A2*A2*B])
ans =
  -1.1516    1.4231   -0.6946
   1.4231   -1.0326    0.6421
  -0.6946    0.6421   -0.5896
>> Q=[-0.6946 0.6421 -0.5896]
Q =   -0.6946    0.6421   -0.5896
>> F1=-Q*A2*A2*A2
F1 =
   0.9332   -2.9898    2.4988
```