

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра прикладної математики та моделювання складних систем

Допущено до захисту

Завідувач кафедри ПМ та МСС

_____ Коплик І.В.

(підпис)

« ___ » _____ 20__ р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття освітнього ступеня «магістр»

спеціальність 113 «Прикладна математика»

освітньо-професійна програма «Прикладна математика»

тема роботи: **«МОДЕЛЮВАННЯ ПІДСИЛЕННЯ ХВИЛЬ У
СУПЕРГЕТЕРОДИННОМУ ЛВЕ З ПОВЗДОВЖНІМ
ЕЛЕКТРОСТАТИЧНИМ ОНДУЛЯТОРОМ У НАБЛИЖЕННІ
СЛАБКОГО СИГНАЛУ»**

Виконавець

студент факультету ЕЛІТ

Ільїн Станіслав Сергійович _____
(підпис)

Науковий керівник

док. фіз.-мат. наук, професор

Лисенко Олександр Володимирович _____
(підпис)

Суми – 2020

СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет Кафедра	електроніки та інформаційних технологій прикладної математики та моделювання складних систем
Рівень вищої освіти	<u>другий (магістерський)</u>
Галузь знань Спеціальність	11 Математика та статистика 113 Прикладна математика
Освітня програма	освітньо-професійна «Прикладна математика»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри ПМтаМСС

Коплик І.В.

« __ » _____ 20__ р.

ЗАВДАННЯ

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ ЗДОБУВАЧУ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Ільїн Станіслав Сергійович

1. Тема роботи: «Моделювання підсилення хвиль у супергетеродинному ЛВЕ з повздовжнім електростатичним ондулятором у наближенні слабого сигналу»

Керівник роботи: Лисенко О.В., док. фіз.-мат. наук, професор, професор
затверджено наказом по факультету ЕлІТ від «__» _____ 20__ р. №__

2. Термін подання роботи студентом: «18» грудня 2020 р.

3. Вихідні данні до роботи: Супергетеродинний ЛВЕ з повздовжнім електростатичним ондулятором та поперечним Н-убітронним полем накачки. Отримати в квадратичному нелінійному наближенні рівняння, які описують динаміку хвиль в досліджуваному ЛВЕ. Розглянути комп'ютерний експеримент, який моделює нелінійну динаміку хвиль.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, що їх належить розробити): Аналітичний огляд. Математична модель досліджуваного ЛВЕ Реалізація комп'ютерного експерименту. Висновки.

5. Перелік графічного матеріалу: Схема моделі. Ілюстрації результатів комп'ютерного експерименту.

6. Консультанти до проекту (роботи), із значенням розділів проекту, що стосується їх

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		Завдання видав	Завдання прийняв

7. Дата видачі завдання «19» жовтня 2020 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ п/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Термін виконання роботи	Примітка
1	Аналітичний огляд	30.11–04.12.2020	
2	Математична модель супергетеродинного ЛВЕ з повздовжнім електростатичним ондулятором	05.12–08.12.2020	
3	Реалізація комп'ютерного експерименту	09.12–12.12.2020	
4	Оформлення кваліфікаційної роботи	13.12–18.12.2020	

Здобувач вищої освіти

(підпис)

Ільїн С.С.

Керівник роботи

(підпис)

Лисенко О.В.

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота містить 60 сторінок, 8 рисунків, 25 джерел.

Мета роботи – математичне та комп'ютерне моделювання підсилення хвиль у супергетеродинному лазері на вільних електронах (ЛВЕ) з повздовжнім електростатичним ондулятором; проведення чисельного експерименту; аналіз підсилювальних властивостей супергетеродинного ЛВЕ від його параметрів.

Об'єкт дослідження – мультигармонічні процеси у супергетеродинному ЛВЕ з повздовжнім електростатичним ондулятором.

Предмет дослідження – підсилювальні характеристики ЛВЕ з повздовжнім електростатичним ондулятором.

Методи дослідження: метод усереднених характеристик, квазігідродинамічні рівняння плазми, рівняння Максвела, метод повільно змінних амплітуд, стандартні чисельні та чисельно-аналітичні методи.

На основі методу усереднених характеристик побудована квадратична нелінійна математична модель процесів поширення хвиль у супергетеродинному ЛВЕ з повздовжнім електростатичним ондулятором, який використовує два механізми підсилення електромагнітного сигналу. Продемонстровано, що в такому ЛВЕ відбуваються множинні трихвильові параметричні резонансні взаємодії між гармоніками хвиль просторового заряду різного типу. На основі отриманих співвідношень побудовано комп'ютерну модель та проведено чисельний аналіз підсилювальних властивостей досліджуваного ЛВЕ. В тому числі, отримано залежності інкременту підсилення лазера від параметрів системи. Було з'ясовано вплив повздовжнього електростатичного ондулятора на підсилення пристрою, знайдені оптимальні умови для підсилення електромагнітного сигналу.

Ключові слова: СУПЕРГЕТЕРОДИНИЙ ЛАЗЕР НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ, МЕТОД УСЕРЕДНЕНИХ ХАРАКТЕРИСТИК, ЕЛЕКТРОСТАТИЧНИЙ ОНДУЛЯТОР, РЕЛЯТИВІСТСЬКИЙ ЕЛЕКТРОНИЙ ПУЧОК, ТРИХВИЛЬОВИЙ ПАРАМЕТРИЧНИЙ РЕЗОНАНС.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1 СУПЕРГЕТЕРОДИННІ ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ (АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД).....	6
1.1. Принцип дії супергетеродинного лазера на вільних електронах	6
1.2. Типи супергетеродинних лазерів на вільних електронах.....	8
1.3. Супергетеродинні ЛВЕ з повздовжнім електростатичним ондулятором	9
1.4. Теоретичні підходи до вивчення процесів у супергетеродинних ЛВЕ..	12
1.5. Модернізований метод усереднених характеристик	14
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СУПЕРГЕТЕРОДИННОГО ЛВЕ З ПОВЗДОВЖНІМ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНИМ ОНДУЛЯТОРОМ.....	19
2.1. Модель	19
2.2. Рівняння руху	20
2.3. Рівняння неперервності.....	23
2.4. Рівняння Максвелла.....	24
РОЗДІЛ 3 РЕАЛІЗАЦІЯ КОМП'ЮТЕРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ	27
3.1. Методика чисельного експерименту	27
3.2. Комп'ютерний код.....	28
3.3. Аналіз результатів комп'ютерного моделювання	34
ВИСНОВКИ.....	37
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕЛЕЛ.....	39
ДОДАТКИ.....	42
ДОДАТОК А Лістинг програми start1	42
ДОДАТОК Б Лістинг програми equations_pr2.....	47
ДОДАТОК В Лістинг програми initglobal.....	53

СПИСОК СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

$\vec{k} \rightarrow k_z \rightarrow k$	– хвильове число;
u_{z0}	– початкова швидкість електронів;
$c.c.$	– комплексно-спряжена величина;
ω	– циклічна частота;
\vec{E}	– напруженість електричного поля;
c	– швидкість світла;
e	– заряд електрона;
i	– уявна одиниця;
m_e	– маса електрона;
$\delta\omega$	– інкремент зростання хвилі;
ω_p	– ленгмюрівська частота електронів;
γ	– релятивістський фактор;
ЕМ	– електромагнітний (випромінювання, хвилі, поле);
РЕП	– релятивістський електронний пучок;
ЛВЕ	– лазер на вільних електронах;
НВЧ	– надвисокі частоти;
ХПЗ	– хвилі просторового заряду;
СЛВЕ	– супергетеродинний ЛВЕ.

ВСТУП

Одним з основних напрямків розвитку сучасної релятивістської плазмової електроніки є створення нових джерел потужного терагерцового випромінювання [1–4]. Не дивлячись на те, що терагерцовий діапазон випромінювання має широкий спектр застосувань, пристроїв, які здатні створювати потужне випромінювання в міліметровому-інфрачервоному діапазоні, досить мало [1–3]. Тому теоретичні дослідження нових джерел цього діапазону довжин хвиль є завданням важливим і актуальним.

Одним з нових джерел потужного терагерцового випромінювання є супергетеродинний ЛВЕ з підсилювачем поздовжніх хвиль [5, 6], який використовує ондулятор повздовжнім електростатичним полем для додаткового посилення електромагнітної хвилі сигналу. Відзначимо, що використання електростатичних ондулятором в технологіях лазерів на вільних електронів відомо досить давно [7–10]. Однак одночасне використання двох механізмів посилення електромагнітного сигналу в [5] запропоновано вперше.

На сьогоднішній день детальне дослідження запропонованого в [5] ЛВЕ не проведено. Було лише вивчено підсилення хвиль просторового заряду в секції підсилення повздовжніх хвиль в клістронній моделі такого пристрою [6]. Ліквідації цього недоліку присвячена подана робота (за результатами роботи опублікована праця [11]). Тут в рамках квадратичного нелінійного наближення проведено аналіз посилення електромагнітного сигналу в односекційній моделі супергетеродинного ЛВЕ, який використовує два механізми підсилення електромагнітного сигналу: механізм параметричного підсилення електромагнітного сигналу з використанням традиційної системи накачки на базі ондулятора з поперечним магнітним полем і додатковий механізм підсилення з використанням повздовжнього електростатичного ондулятора. Отримано рівняння, що описують нелінійну динаміку хвиль в досліджуваній системі, визначені інкременти зростання хвиль. Знайдена область параметрів, при яких даний пристрій ефективно підсилює електромагнітне випромінювання.

РОЗДІЛ 1 СУПЕРГЕТЕРОДИННІ ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ (АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД)

1.1. Принцип дії супергетеродинного лазера на вільних електронах

Лазери на вільних електронах (ЛВЕ) – генератори когерентного електромагнітного випромінювання, робота яких заснована на випромінюванні електромагнітних хвиль прискорюючими зарядженими частинками – електронами. Робоче тіло ЛВЕ представлено пучком електронів, який розповсюджується у плазмовому середовищі або вакуумі по викривленій траєкторії, отримуючи при цьому доцентрове прискорення і як наслідок випускає електромагнітне випромінювання.

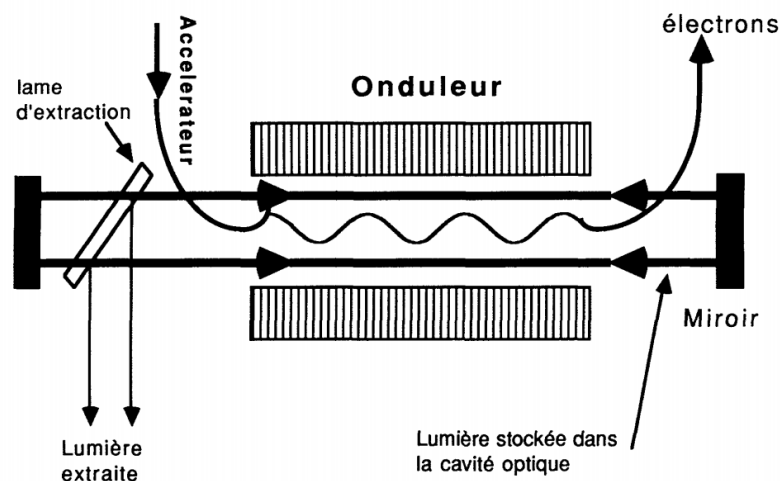


Рисунок 1.1 – Схематична будова найпростішого параметричного лазера на вільних електронах [2]

На рис. 1.1 зображено схематичну будову найпростішого параметричного лазера на вільних електронах [2], що фактично є класичною конструкцією першого ЛВЕ, сконструйованого Дж. Мейді [12, 13]. Принцип роботи цього лазера полягає у наступному. Пучок електронів емітується від інжектора, прискорюється релятивістським прискорювачем і спрямовується до вакуумного каналу ЛВЕ. Разом з пучком у систему через вхідну частину електродинамічної системи ЕМ випромінювання вводиться електромагнітний сигнал, який бере

участь у резонансному підсиленні комбінаційної електронної хвилі. Електронний пучок, потрапивши у вакуумний канал, одночасно підпадає під вплив періодичного поперечного магнітного поля ондулятора системи накачки та щойно введеного електромагнітного сигналу. Цей вплив реалізується у вигляді ефекту параметричного трихвильового резонансу між поперечними електромагнітними полями магнітного ондулятора, сигналу та повздовжньою хвилею просторового заряду (ХПЗ). В результаті цієї взаємодії відбувається модуляція пучка електронів та їх випромінювання.

У магнітному ондуляторі відбувається процес модуляції релятивістського електронного пучка. Модуляція означає просторове розділення електронів на окремі мікрозгустки, що рухаються з постійним періодом, що дорівнює довжині хвилі електромагнітного сигналу. Це відбувається за допомогою пондеромоторної сили, яка діє на електрони, що рухаються у поперечному до осі ондулятора напрямку [1–4]. Модуляція первинного пучка сприяє генерації когерентного вихідного випромінювання й у цьому по суті полягає ефект параметричного трихвильового резонансу. Додатково до модуляції, проходячи крізь періодичне магнітне поле релятивістський електронний пучок під дією сили Лоренца зазнає зміни траєкторії, що призводить до магнітогальмівного випромінювання [1–4]. Після виходу з вакуумного каналу електрони пучка поглинаються колектором, а підсилена електромагнітна хвиля виходить на ззовні.

Супергетеродинний лазер на вільних електронах, на відмінну від класичного ЛВЕ, характеризується надзвичайно великим коефіцієнтом підсилення [1]. Ця особливість досягається завдяки використанню додаткового механізму підсилення електромагнітної хвилі, яке виникає наприклад в системі плазма-пучок, двопотоковому пучку або у повздовжньому електростатичному ондуляторі [1].

1.2. Типи супергетеродинних лазерів на вільних електронах

Супергетеродинні лазери на вільних електронах (СЛВЕ) відносяться до більш широкого класу пристроїв ЛВЕ. До цих генераторів електромагнітного випромінювання належать плазма-пучкові, двопучкові, параметричні ЛВЕ та ЛВЕ з поздовжнім електростатичним ондулятором [5].

Плазма-пучковий супергетеродинний лазер на вільних електронах (ППСЛВЕ) конструкційно має практично ті ж самі основні елементи, що й ЛВЕ, за відмінністю доданого підсилювача комбінаційних поздовжніх хвиль і його робочий об'єм заповнено плазмою. Плазма сприяє виникненню нового механізму підсилення електромагнітних хвиль пучкової за допомогою ефекту плазма-пучкової нестійкості [1]. Цей непараметричний механізм підсилення допомагає досягти фактично рекордних коефіцієнтів підсилення даних генераторів електромагнітного випромінювання за один цикл накачки і це в свою чергу вирішує недолік звичайного параметричного ЛВЕ.

Проте натомість ППСЛВЕ має інші недоліки, пов'язані з технологічною складністю та ненадійністю роботи. Найбільше всього від можливої дії плазми та нейтрального газу робочого об'єму пристрою “потерпає” джерело пучка релятивістських електронів (інжектора та прискорювача). По-перше, при потраплянні газу у систему джерела збільшується ймовірність електричного пробоя між катодом інжектора та прискорювальними елементами, до яких подана висока напруга. По-друге, ще гіршим випадком є потраплянням йонів плазми у релятивістський прискорювач та інжектор пучка електронів. У цьому випадку формується зустрічний пучок йонів, який бомбардує катод, прискорювачі та інші елементи системи, із подальшим їх надмірним нагріванням і скороченням терміну служби. Відтак необхідна добре продумана технологічна ізоляція джерела пучка релятивістських електронів (інжектора та прискорювача) від плазми та нейтрального газу, якими заповнено робочий об'єм пристрою. Дана обставина призводить до значного ускладнення конструкції лазера та здороження його виготовлення і експлуатації [1, 3].

Модифікованим пристроєм ППСЛВЕ можна вважати двопучковий супергетеродинний лазер на вільних електронах (ДСЛВЕ). Головний його механізм підсилення заснований на ефекті двопучкової нестійкості [1]. Його конструкція схожа з двома іншими ЛВЕ, за відмінністю джерела релятивістського електронного пучка. Цей елемент ДСЛВЕ генерує подвійний (двошвидкісний) пучок і саме другий сильнострумний пучок виконує роль плазми. У порівнянні ППСЛВЕ у двопучковому ЛВЕ відсутні ризики просочування плазми чи нейтрального газу у джерело релятивістського електронного пучка (РЕП), але натомість конструкція цього джерела двошвидкісного РЕП значно ускладнюється в цілому і збільшує витрати на виготовлення та експлуатацію пристрою [1].

1.3. Супергетеродинні ЛВЕ з повздожнім електростатичним ондулятором

Повздожній електростатичний ондулятор у конструкції супергетеродинного параметричного лазера на вільних електронах (СПЛВЕ) дозволяє реалізувати додатковий ефект трихвильового резонансу повздожніх хвиль: періодичного електростатичного поля повздожнього ондулятора, повільної та швидкої хвиль просторового заряду, що призводить до значного підсилення комбінаційної електронної хвилі [5–6].

В основі конструкції супергетеродинних лазерів на вільних електронах лежать такі функціональні частини (рис. 1.2): вхідна частина електродинамічної системи (1), джерело пучка релятивістських електронів (2), вакуумний канал (3), система накачки (4), підсилювач комбінаційної електронної хвилі (5), вихідна частина електродинамічної системи (6) та електронний колектор (7) [5].

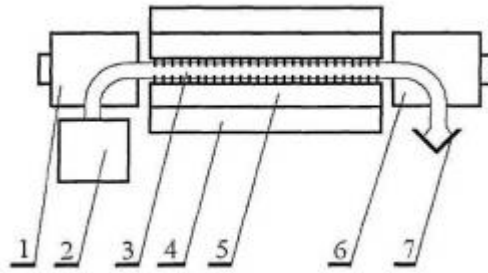


Рисунок 1.2 – Загальна будова односекційного супергетеродинного лазера на вільних електронах [5]

Різні частини лазера можуть мати різні модифікації. Зокрема у патенті [5] представлено 13 конструктивних різновидів СПЛВЕ. Автори [5] запропонували два види виробу: зі суміщеними секціями повздовжнього електричного та Н-убітронного магнітного ондуляторів в одну монолітну секцію підсилення комбінаційної електронної хвилі (односекційний пристрій) та з рознесеними у просторі магнітним та електростатичним ондуляторами з довільною кількістю секцій (багатосекційний або клістронний пристрій).

Односекційний пристрій працює за принципом, подібним до описаного у п. 1.1 (рис. 1.2). Параметричний трьоххвильовий резонанс поперечних електромагнітних хвиль накачки і сигналу та повздовжньої комбінаційної електронної хвилі та ефект параметричної нестійкості повздовжніх хвиль повздовжнього електричного ондулятора, повільної та швидкої ХПЗ працюють одночасно в одному робочому об'ємі.

Багатосекційний пристрій працює за схожим принципом з п. 1.1 (рис. 1.3), але два ефекти параметричної нестійкості відбуваються по черзі. Підсилювальна секція цього СПЛВЕ складається із розділеної системи накачки (4 на рис. 1.2) на вхідну (8 рис. 1.3) та вихідну секції (9 рис. 1.3) підсилення та секцією повздовжнього підсилення ХПЗ посередині (5) [5].

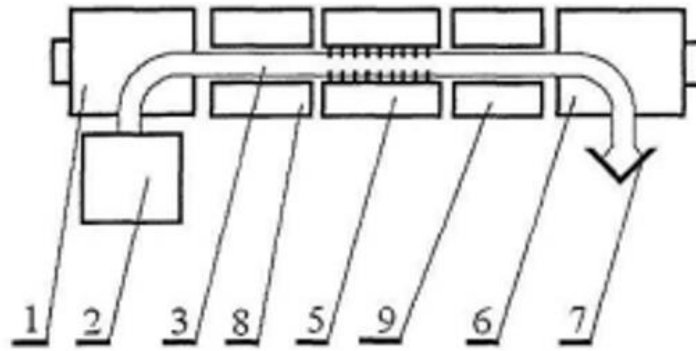


Рисунок 1.3 – Загальна будова багатосекційного супергетеродинного лазера на вільних електронах [5]

У вхідній секції 8 суцільний релятивістський пучок модулюється за густиною. Промодульований пучок надходить у секцію підсилювача комбінаційної електронної хвилі, в якій попередньо збуджена ХПЗ суттєво підсилюється ефектом параметричної нестійкості повздовжніх хвиль. Початковий електромагнітний сигнал при цьому вже вважається відпрацьований на цьому етапі та поглинається у спеціальному поглиначі (не зображений на схемі). У вихідній секції підсилення 9 ХПЗ продовжує підсилюватись і при цьому генерувати результуючі електромагнітні хвилі. Якщо секцію підсилювача комбінаційної електронної хвилі 5 виготовити за мультигармонічною схемою, то з'явиться можливість обрати одну із вищих частот вихідного випромінювання, відміну від частоти вхідного сигналу. По-перше, це збільшує рівень електромагнітної розв'язки між виходом та входом лазера. По-друге, значно збільшується коефіцієнт підсилення пристрою на вищих гармоніках, у порівнянні з односекційним виробом [5].

У багатосекційній схемі (рис. 1.3) можливі декілька модифікацій підсилювачів шляхом виготовлення вхідної й вихідної секцій та підсилювача ХПЗ за мультигармонічними схемами. Це дає додаткові інструменти керування підсиленням вхідного сигналу та перетворення частоти й форми електромагнітного випромінювання. Так, наприклад, можна згенерувати сигнал

у вигляді вузьких імпульсів, що поширюватимуться на великі відстані практично без згасання [5].

Іншу перспективну модифікацію пропонують автори [5], яку можна реалізувати шляхом додавання ще однієї (чи декілька) прискорювальних секцій перед вихідною підсилювальною секцією (Фіг. 3 у [5]). Це дозволить збільшити підсилення пристрою у діапазоні від субміліметрових до інфрачервоних довжин хвиль.

Крім того, можлива модифікація вхідної та вихідної секцій електродинамічної системи лазера шляхом їх заміни на лінзи, напівпрозорі дзеркала або інші оптичні системи (Фіг. 4-8 у [5]). Таким чином можна сформуванати резонатор електромагнітних хвиль у класичному розумінні й змінювати режим роботи ЛВЕ.

1.4. Теоретичні підходи до вивчення процесів у супергетеродинних ЛВЕ

Характерною особливістю супергетеродинних лазерів на вільних електронах є їх робота, заснована на додатковому механізмі підсилення поздовжніх хвиль за допомогою плазмово-пучкової чи двопотокової нестійкості або нестійкості релятивістського електронного пучка в поздовжньому електростатичному ондуляторі. Ці явище, як було вказано вище, сприяють у досягненні значного підсилення комбінаційних електронних хвиль. Такі непараметричні механізми передбачають, що електрони у пучку поширюються з релятивістською швидкістю. Ця обставина передбачає розгляд таких систем в контексті сильнострумівих ЛВЕ з описом моделей плазмової релятивістської електроніки [1-4].

Найбільш загальним підходом до опису процесів у СЛВЕ є використання методів теорії плазми, вважаючи при цьому пучок електронів потоком плазми. Теорія процесів СЛВЕ будується на самоузгодженій взаємодії релятивістського пучка та електромагнітного поля, присутньому у системі. За такого підходу

можна розглядати процеси як у розрідженому так і в густому електронному потоці, в якому відбуваються колективні ефекти. Недоліком цього підходу є його надзвичайна складність у розумінні та обчисленні чисельними методами. Через ці недоліки зазвичай беруть за основу певні окремі випадки процесу з відповідними наближеннями плазмової моделі [1–3].

Частіше всього розглядають модель плазми, в якій кожна заряджена частинка не має зіткнень з іншими частинками. Цей підхід передбачає застосування одночастинної функції розподілу ймовірності знаходження частинки у певний момент часу у певній точці простору. Це наближення передбачає розгляд моделі самоузгодженого розв'язку кінетичного рівняння Власова та рівнянь Максвелла. Для розв'язку цієї моделі необхідно мати аналітичні рівняння руху частинок, а їх отримати доволі складно [1–3].

Ще одним наближенням є використання квазіблохівських рівнянь для опису пучків плазми. У цьому підході кінетичні рівняння Власова знаходять у вигляді розкладу в ряд за гармоніками та повільними амплітудами. Присутні електромагнітні поля також представляють у вигляді суми гармонік з повільними амплітудами [1–3].

Ще одним широко поширеним підходом до розв'язку самоузгодженої взаємодії електронного пучка та електромагнітного поля є застосування квазігідродинамічної моделі електронного пучка. Ця модель дозволяє розглядати пучок електронів як суцільне фізичне тіло – заряджений потік ідеальної рідини, для якого визначаються гідродинамічні густина, швидкість та імпульс потоку. Зокрема у наближенні холодної плазми розглядаються рівняння неперервності потоку та гідродинамічне рівняння Ейлера, що описує спрощену динаміку руху рідини. Разом з рівняннями Максвелла вони становлять повну математичну модель для опису самоузгодженої системи релятивістського електронного пучка та електромагнітного поля. Крім того, ця модель є значно простішою у розв'язку, ніж кінетична модель електронного пучка в рамках свого наближення [1–3].

Окремим математичним методом для опису коливань та хвиль у плазмовому середовищі слід виокремити ієрархічний асимптотичний підхід. В рамках цього підходу виокремлюють метод усереднених характеристик, який в загалом передбачає розділення будь-якого неперервного процесу на повільну та швидкі осцилюючі складові та подальший їх розгляд окремо. Цей метод є один із найбільш вживаних при розгляді текучих середовищ. Крім того, він дозволяє отримувати як аналітичні, так і добре адаптовані чисельні розв'язки рівнянь. Саме метод усереднених характеристик лежить в основі вирішення задачі цієї магістерської роботи, а тому варто зупинитись на його розгляді більш докладно [1–3].

1.5. Модернізований метод усереднених характеристик

Теорія супергетеродинних лазерів на вільних електронах передбачає розгляд моделі самоузгодженої взаємодії заряджених частинок з електромагнітним полем у робочому об'ємі пристрою. Математична модель даної системи для опису цієї самоузгодженої взаємодії передбачає розгляд двох підзадач:

- 1) Задача динаміки руху пучка електронів під впливом комплексного електромагнітного поля
- 2) Задача збурення електромагнітного поля в присутності рухомих зарядів у системі.

Перша задача в нашому випадку формулюється за допомогою квазігідродинамічного рівняння руху релятивістського пучка електронів для швидкості та рівняння неперервності для концентрації. Вона вирішується методом усереднених характеристик.

Друга задача формулюється системою класичних рівнянь Максвела у слабосигнальному наближенні.

Зазвичай у робочому об'ємі СЛВЕ присутні мультигармонічні електромагнітні поля. У цьому випадку необхідно розкласти не тільки

компоненти поля у ряд Фур'є, але й густини зарядів та струмів, які породжує РЕП (що до речі є суперпозицією повільної та швидкої ХПЗ), які застосовуються у рівняннях Максвелла за тими самими фазами, як і для електромагнітного поля.

Метод усереднених характеристик передбачає прямий перехід величин від неусереднених до усереднених та зворотній (від усереднених до неусереднених). При розгляді збурення електромагнітного поля релятивістським електронним пучком достатньо здійснити зворотній перехід лише для швидких фаз. У цьому випадку для спрощення розрахунків можлива модернізація методу усереднених характеристик для отримання розв'язків, які б відразу залежали від неусереднених фаз без додаткового зворотного переходу [1, 14]. Блок-схема класичного методу усереднених характеристик представлено на рис. 1.4 [1, 14]:

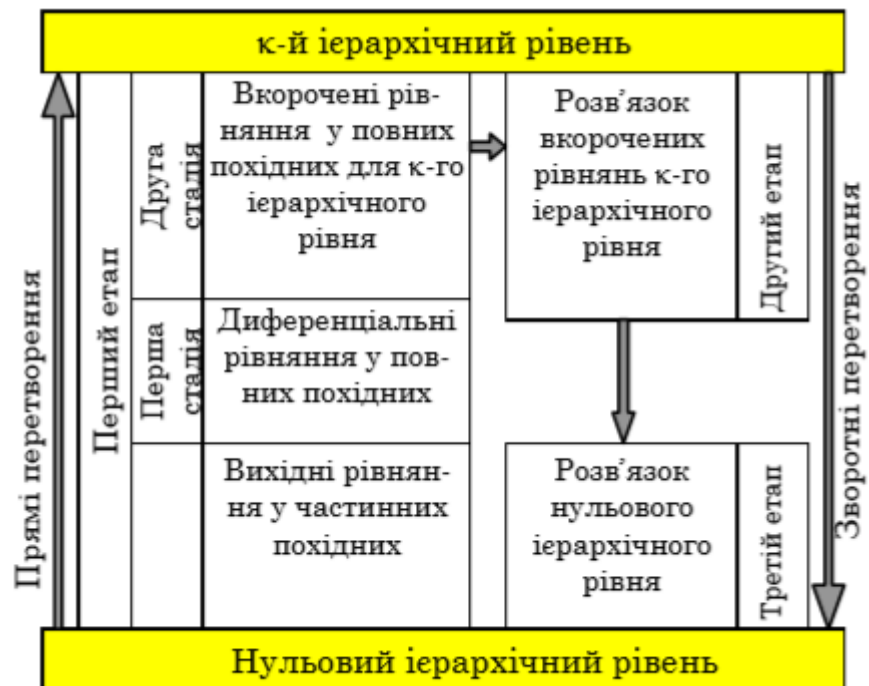


Рисунок 1.4 – Схема обчислювальної процедури методу усереднених характеристик [14]

Тепер розглянемо детальну реалізацію кожного блоку схеми для випадку кількох швидких фаз.

Для системи вихідних рівнянь у частинних похідних використаємо наступну систему звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\psi}) \quad (1.1a)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}) + \frac{1}{\xi} \mathbf{Y}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\psi}) \quad (1.1b)$$

де \mathbf{x} — вектор повільних змінних, $\boldsymbol{\psi} = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_\kappa\}$ — вектор швидких фаз, $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x})$ — вектор-функція повільних змінних, $\mathbf{X}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\psi})$ і $\mathbf{Y}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\psi})$ — вектор-функції повільних і швидких змінних, ξ — великий параметр задачі.

Відділимо повільні змінні від швидких за допомогою модернізованої заміни Крилова-Боголюбова, що залежить від вектора неусереднених швидких фаз.

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{u}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\psi}) \quad (1.2)$$

Для підбору функцій $\mathbf{u}^{(n)}$ необхідною умовою є те, щоб усереднені повільні змінні $\bar{\mathbf{x}}$ не залежали від швидких змінних:

$$\frac{d\bar{\mathbf{x}}}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{A}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}) \quad (1.3)$$

Осциляторні компоненти $\mathbf{u}^{(n)}$ (1.2) ми матимемо з кінцевого співвідношення

$$\mathbf{u}^{(n)} = \sum_{m_1=-N}^{m_1=+N} \dots \sum_{m_\kappa=-N}^{m_\kappa=+N} \frac{\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_\kappa}^{(n)}}{i(m_1\Omega_1 + \dots + m_\kappa\Omega_\kappa)} \times \exp(i(m_1\psi_1 + \dots + m_\kappa\psi_\kappa)) \quad (1.4)$$

за умови, щоб знаменники (1.4) не дорівнюють нулю. Умовою, коли знаменники в (1.4) дорівнюють нулю

$$m_1\Omega_1 + \dots + m_k\Omega_k = 0 \quad (1.5)$$

визначається комбінаційний резонанс [14]. Іншими словами, осциляторні доданки в (1.4) визначаються нерезонансними функціями $\mathbf{g}^{(n)}$.

Функція $\mathbf{A}^{(n)}$ визначається середніми значенням $\langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle$, які пов'язані з комбінаційними резонансами (1.5):

$$\mathbf{A}^{(n)} = \mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)} \Big|_{m_1\Omega_1 + \dots + m_k\Omega_k = 0} \quad (1.6)$$

Для цього виразу $\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}$ визначається як

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)} &= \langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle_{m_1\psi_1, \dots, m_k\psi_k} = \\ &= \left(\frac{1}{2\pi} \right)^k \cdot \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \mathbf{g}^{(n)} e^{-i(m_1\psi_1 + \dots + m_k\psi_k)} d\psi_1 \dots d\psi_k \end{aligned} \quad (1.7)$$

І нарешті, функції $\mathbf{g}^{(n)}$, через які детермінуються $\mathbf{u}^{(n)}$ й $\mathbf{A}^{(n)}$ в (1.4) і (1.6), для 3-ох послідовних наближень мають таку загальну схему формул:

$$\mathbf{g}^{(1)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\bar{\mathbf{x}}, \psi) \quad (1.8)$$

$$\mathbf{g}^{(2)} = \frac{1}{\xi^2} \sum_j \left[\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \left(\frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} + Y_s \right) \right] \quad (1.9)$$

$$\mathbf{g}^{(3)} = \frac{1}{\xi^3} \left[\sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(2,j)} - \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \left(\frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} + \frac{\partial Y_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right) - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \psi_s} \left(\frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} + Y_s \right) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial^2 \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} \right] \quad (1.10)
\end{aligned}$$

Комбінаційні резонанси у методі усереднених характеристик виникають при наявності кількох швидких фаз (наприклад повільної, швидкої хвиль просторового заряду та електромагнітного сигналу). При їх урахуванні в асимптотичній схемі ми розділяємо множину $\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}$ на резонансні та нерезонансні підмножини функцій. Так як швидкості швидких фаз Ω_s залежать від повільних величин \mathbf{x} і відповідно змінюються з часом, то ми мусимо постійно контролювати умову (1.5). З точки зору комп'ютерного моделювання ця умова зводиться до перевірки нерівності

$$m_1 \Omega_1 + \dots + m_k \Omega_k \leq 1/\xi \quad (1.11)$$

Звернімо увагу, що кількість гармонік N є обмеженим $m_s \leq N$, що дозволяє без особливих складнощів перевірити умову (1.11).

Якщо умови 1.5 та 1.11 є відомими заздалегідь, то доцільно об'єднати перевірку умов із процедурою знаходження $\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}$ (1.8-1.10). Функції $\mathbf{g}^{(n)}$ в задачах сильнострумової електроніки містять розкладені у ряд Фур'є величини з повільнозмінними амплітудами. Іншими словами, знаходження амплітуд $\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}$, яким відповідають певні комбінаційні фази, зводиться до аналізу резонансних умов і формування $\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}$ як функції повільних змінних.

Описаний вище алгоритм дозволяє розв'язувати нелінійні мультигармонічні задачі, у якій присутні численні комбінаційні резонанси між гармоніками різних хвиль.

РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СУПЕРГЕТЕРОДИННОГО ЛВЕ З ПОВЗДОВЖНІМ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНИМ ОНДУЛЯТОРОМ

2.1. Модель

В рамках даного підрозділимо опишемо вихідну модель системи пучок-ЕМ поле, що існує в робочому об'ємі ЛВЕ та комбінаційні резонанси, що виникають між гармоніками хвиль просторового заряду пучка, електромагнітного сигналу та полів поперечного магнітного й повздовжнього електростатичного ондуляторів.

За вихідну модель релятивістського електронного пучка візьмемо квазігідродинамічне наближення і розглядатимемо РЕП як потік ідеальної зарядженої рідини. Електромагнітне поле робочого об'єму розглядатимемо як суперпозицію полів магнітного (2, I) та електростатичного (2, II) ондуляторів, вхідного електромагнітного сигналу (1) та поле, утворене рухомими електронами у пучку у слабосигнальному наближенні.

Введемо позначення фаз (p) та хвильових чисел (k) цих полів [11]:

$p_1 = \omega_1 t - k z$ – фаза електромагнітної хвилі сигналу (може бути мультигармонічною)

$p_2 = -k_2^I z$ – фаза статичного магнітного поля (Н-убітронна поперечна накачка)

$p_2 = -k_2^{II} z$ – фаза статичного електричного поля (повздовжня накачка)

$p_{am} = m\omega_3 t - k_{am} z$ – фаза повільної хвилі просторового заряду (ХПЗ)

$p_{\beta m} = m\omega_3 t - k_{\beta m} z$ – фаза швидкої хвилі просторового заряду (ХПЗ)

$k_2^I = \frac{2\pi}{L^I}$, де L^I – період ондуляції поперечної накачки (I)

$k_2^{II} = \frac{2\pi}{L^{II}}$, де L^{II} – період ондуляції повздовжньої накачки (II)

$$k_1 = \frac{1}{c} \sqrt{\omega_1^2 - \frac{\omega_p^2}{\gamma_0}} - \text{хвильове число електромагнітного сигналу в плазмовому}$$

хвилеводі

$$k_{\text{ам}} = \frac{m\omega_3}{v_{z0}} + \frac{\omega_p}{v_{z0}\gamma_0^{3/2}} - \text{хвильове число повільної ХПЗ}$$

$$k_{\beta m} = \frac{m\omega_3}{v_{z0}} - \frac{\omega_p}{v_{z0}\gamma_0^{3/2}} - \text{хвильове число швидкої ХПЗ}$$

Взаємодія між різними хвилями електромагнітного поля та електронного пучка можлива через комбінаційні резонансні взаємодії. Опишімо ці взаємодії [11] для:

1) типу I, поперечних хвиль

$$p_1 + p_2^I = p_\alpha \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \omega_3 \\ k_1 + k_2^I = k_\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \omega_3 \\ \frac{1}{c} \sqrt{\omega_1^2 - \frac{\omega_p^2}{\gamma_0}} + k_2^I = \frac{\omega_3}{v_{z0}} + \frac{\omega_p}{v_{z0}\gamma_0^{3/2}} \end{cases}$$

2) типу II, поздовжніх хвиль

$$p_{\text{ам}} - p_{\beta m} = p_2^{II} \Rightarrow k_{\text{ам}} - k_{\beta m} = k_2^{II} \Rightarrow \frac{2\omega_p}{v_{z0}\gamma_0^{3/2}} = \frac{2\pi}{\Lambda^{II}}$$

2.2. Рівняння руху

За квазігідродинамічним наближенням опишімо динаміку руху РЕП за допомогою рівняння Ейлера для ідеальної рідини:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} [\vec{v} \times \vec{B}]$$

Враховуючи релятивістський характер руху електронів перейдемо з імпульсної форми рівняння до швидкісної в скалярній формі.

Складові швидкості v_z , v_x та релятивістського фактору γ (повільні змінні):

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dz} = \frac{e}{m\gamma v_z} \left(E_x - \frac{1}{c} v_z B_y - \frac{v_x}{c^2} (E_z v_z + E_x v_x) \right) \\ \frac{dv_z}{dz} = \frac{e}{m\gamma v_z} \left(E_z + \frac{1}{c} v_x B_y - \frac{v_z}{c^2} (E_z v_z + E_x v_x) \right) \\ \frac{d\gamma}{dz} = \frac{e}{v_z m c^2} (E_z v_z + E_x v_x) \end{cases} \quad (2.1)$$

Фази p (швидкі змінні):

$$\frac{dp_{m,1}}{dz} = \frac{m\omega_1}{v_{z0}} - k_1 \equiv \Omega_1$$

$$\frac{dp_{m,2}}{dz} = -k_2 \equiv \Omega_2$$

$$\frac{dp_{m,\alpha}}{dz} = \frac{m\omega_3}{v_{z0}} - k_\alpha \equiv \Omega_\alpha, \quad \frac{dp_{m,\beta}}{dz} = \frac{m\omega_3}{v_{z0}} - k_\beta \equiv \Omega_\beta$$

Координата χ , що повільно змінюється (параметр $1 / \xi$):

$$\frac{d\chi}{dz} = \varepsilon \equiv A_{1\chi}$$

Застосуємо метод усереднених характеристик, описаний у п. 1.4. Вважаємо, що $v_{x0} = 0$, $v_{z0} = \text{const}$. Перше наближення швидкостей v_x , v_z та релятивістського фактора γ знайдемо за схемою (1.8), в якій u_I – перше наближення функції, $X(\bar{x}, y, 0)$ – права частина диференціального рівняння (2.1).

Перше наближення $\tilde{v}_x^{(1)}$:

$$\frac{d\tilde{v}_x^{(1)}}{dp} \Omega = \frac{e}{m\gamma_0 v_{z0}} \left(\{E_x^{p_1}\} - \frac{1}{c} v_{z0} \{B_y^{p_1} + B_y^{p_2}\} \right) - A_{vx1} \quad (2.2)$$

Звідки для фаз p_1 та p_2 маємо розв'язки:

$$\tilde{v}_x^{(1)p_1} = \frac{e}{im\gamma_0 v_{z0} \Omega_1} \left(\{E_x^{p_1}\} - \frac{1}{c} v_{z0} \{B_y^{p_1}\} \right) \quad (2.3a)$$

$$\tilde{v}_x^{(1)p_2} = \frac{e}{im\gamma_0 v_{z0} \Omega_2} \left(-\frac{1}{c} v_{z0} \{B_y^{p_2}\} \right) \quad (2.3b)$$

$$A_{vx1} = 0 \quad (2.3c)$$

Кожну компоненту електромагнітного поля можна представити у вигляді відповідної компоненти плоскої електромагнітної хвилі:

$$\{E_x^{p_1}\} = E_1 e^{ip_1} + \text{к.с.} - \text{електричне поле сигналу}$$

$$\{B_y^{p_1}\} = B_1 e^{ip_1} + \text{к.с.} - \text{магнітне поле сигналу}$$

$$\{B_y^{p_2}\} = B_2 e^{ip_2} + \text{к.с.} - \text{магнітне поле убітронна}$$

$$\{E_z^{p_{cm}}\} = \sum_m (E_{m\alpha} e^{ip_{cm}} + \text{к.с.}) - \text{електричне поле повільної ХПЗ}$$

$$\{E_z^{p_{\beta m}}\} = \sum_m (E_{m\beta} e^{ip_{\beta m}} + \text{к.с.}) - \text{електричне поле швидкої ХПЗ}$$

$$\{E_z^{p_2''}\} = E_2 e^{ip_2} + \text{к.с.} - \text{електричне поле повздовжнього ондулятора}$$

Перше наближення $\tilde{v}_z^{(1)}$:

$$\frac{d\tilde{v}_z^{(1)}}{dp} \Omega = \frac{e}{m\gamma_0 v_{z0}} \left(\{E_z^{p_\alpha} + E_z^{p_\beta}\} + \frac{1}{c} v_{x0} \{B_y^{p_1} + B_y^{p_2}\} - \frac{v_{z0}}{c^2} (\{E_z^{p_\alpha} + E_z^{p_\beta}\} v_{z0} + \{E_x^{p_1}\} v_{x0}) \right) - A_{vz1} \quad (2.4)$$

Звідки

$$\tilde{v}_z^{(1)p_\alpha} = \frac{e}{im\gamma_0 v_{z0} \Omega_\alpha} \left(1 - \frac{v_{z0}^2}{c^2} \right) \{E_z^{p_\alpha}\} \quad (2.5a)$$

$$\tilde{v}_z^{(1)p_\beta} = \frac{e}{im\gamma_0 v_{z0} \Omega_\beta} \left(1 - \frac{v_{z0}^2}{c^2} \right) \{E_z^{p_\beta}\} \quad (2.5b)$$

$$\tilde{v}_z^{(1)p_2''} = \frac{e}{im\gamma_0 v_{z0} \Omega_2''} \left(1 - \frac{v_{z0}^2}{c^2} \right) E_2 \quad (2.5c)$$

$$A_{vz1} = 0 \quad (2.5d)$$

Перше наближення $\tilde{\gamma}^{(1)}$:

$$\frac{d\tilde{\gamma}^{(1)}}{dp} \Omega = \frac{e}{mc^2 v_{z0}} \left(\{E_z^{p_\alpha} + E_z^{p_\beta}\} v_{z0} + \{E_x^{p_1}\} v_{x0} \right) - A_{\gamma 1} \quad (2.6)$$

Звідки

$$\tilde{\gamma}^{(1)p_{cm}} = \frac{e}{imc^2 \Omega_{cm}} E_{m\alpha} \quad (2.7a)$$

$$\tilde{\gamma}^{(1)p_{\beta m}} = \frac{e}{imc^2 \Omega_{\beta m}} E_{m\beta} \quad (2.7b)$$

$$\tilde{\gamma}^{(1)p_2^H} = \frac{e}{imc^2 \Omega_2^H} E_2 \quad (2.7c)$$

$$A_{\gamma 1} = 0 \quad (2.7d)$$

Для другого наближення аналогічно скористаємось загальною асимптотичною схемою (1.9). Друге наближення $\tilde{v}_x^{(2)}$:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{v}_x^{(2)}}{dp} \Omega = & \frac{e}{m} \left(\frac{-\tilde{\gamma}^{(1)}}{\gamma_0^2 v_{z0}} + \frac{-\tilde{v}_z^{(1)}}{\gamma_0 v_{z0}^2} \right) \{E_x^{p_1}\} + \frac{e}{m} \left(\frac{-\tilde{\gamma}^{(1)}}{\gamma_0^2} \right) \left(-\frac{1}{c} \{B_y^{p_1} + B_y^{p_2}\} \right) + \\ & + \frac{e}{m\gamma_0 v_{z0}} \left(-\frac{\tilde{v}_x^{(1)}}{c} \{E_z v_{z0}\} \right) - \frac{\partial \tilde{v}_x^{(1)}}{\partial \chi} A_{1\chi} - \frac{\partial \tilde{v}_x^{(1)}}{\partial p} \left(-\frac{\omega}{v_{z0}^2} \tilde{v}_z^{(1)} \right) - A_{ux2} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Друге наближення $\tilde{v}_z^{(2)}$:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{v}_z^{(2)}}{dp} \Omega = & \frac{e}{m} \left(\frac{-\tilde{\gamma}^{(1)}}{\gamma_0^2 v_{z0}} + \frac{-\tilde{v}_z^{(1)}}{\gamma_0 v_{z0}^2} \right) \{E_z^{p_\alpha} + E_z^{p_\beta}\} + \frac{e}{m\gamma_0 v_{z0}} \frac{1}{c} \tilde{v}_x^{(1)} B_y + \\ & + \frac{e}{m} \left(\frac{-\tilde{\gamma}^{(1)}}{\gamma_0^2} \right) \left(-\frac{1}{c^2} (E_x v_{x0} + E_z v_{z0}) \right) + \frac{e}{m\gamma_0} \left(-\frac{1}{c^2} (E_x \tilde{v}_x^{(1)} + E_z \tilde{v}_z^{(1)}) \right) - \\ & - \frac{\partial \tilde{v}_z^{(1)}}{\partial \chi} A_{1\chi} - \frac{\partial \tilde{v}_z^{(1)}}{\partial p_{cm}} \left(-\frac{m\omega_3}{v_{z0}^2} \tilde{v}_z^{(1)} \right) - \frac{\partial \tilde{v}_z^{(1)}}{\partial p_{\beta m}} \left(-\frac{m\omega_3}{v_{z0}^2} \tilde{v}_z^{(1)} \right) - A_{ux2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Друге наближення $\tilde{\gamma}^{(2)}$:

$$\frac{d\tilde{\gamma}^{(2)}}{dy} \Omega = \frac{e}{mc^2} \left(\frac{\tilde{v}_z^{(1)}}{v_{z0}^2} E_x v_{x0} + \frac{1}{v_{z0}} E_x \tilde{v}_x^{(1)} \right) - \frac{d\tilde{\gamma}^{(1)}}{dp_{cm}} \frac{m\omega_3}{v_{z0}^2} \tilde{v}_z^{(1)} - \frac{d\tilde{\gamma}^{(1)}}{dp_{\beta m}} \frac{m\omega_3}{v_{z0}^2} \tilde{v}_z^{(1)} - \frac{\partial \tilde{\gamma}^{(1)}}{\partial \chi} A_{1\chi} \quad (2.10)$$

2.3. Рівняння неперервності

Другим рівнянням, що описує РЕП за нашою моделлю є рівняння неперервності:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (n v_z) = 0$$

Виразимо поєздовжню швидкість пучка через її усереднену та осцилюючі складові:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial z} &= -\frac{n}{v_z} \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{n}{v_z} \left(\frac{\partial v_{z0}}{\partial z} + \frac{\partial (\tilde{v}_z^{(1)} + \tilde{v}_z^{(2)})}{\partial z} \right) = \\ &= -\frac{n}{v_z} \left(\frac{\partial v_{z0}}{\partial \chi} A_{1\chi} + \frac{\partial \tilde{v}_z^{(1)}}{\partial \chi} A_{1\chi} + \frac{\partial \tilde{v}_z^{(2)}}{\partial \chi} A_{1\chi} + \frac{\partial \tilde{v}_z^{(1)}}{\partial p_{cm}} (-k_\alpha) + \frac{\partial \tilde{v}_z^{(2)}}{\partial p_{cm}} (-k_\alpha) + \frac{\partial \tilde{v}_z^{(1)}}{\partial p_{\beta m}} (-k_\beta) + \frac{\partial \tilde{v}_z^{(2)}}{\partial p_{\beta m}} (-k_\beta) \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Перше наближення для концентрації електронів повільної $\tilde{n}^{(1)p_{cm}}$ та швидкої $\tilde{n}^{(1)p_{\beta m}}$ ХПЗ:

$$\tilde{n}^{(1)p_{cm}} = \frac{1}{i\Omega_{cm}} \left(-\frac{n_0}{v_{z0}} \right) v_z^{(1)p_{cm}} i(-k_{cm}) = \frac{n_0}{i(\Omega_{cm} v_{z0})^2} \frac{ek_{cm}}{m_e \gamma_0} \left(1 - \frac{v_{z0}^2}{c^2} \right) E_{m\alpha} \quad (2.12a)$$

$$\tilde{n}^{(1)p_{\beta m}} = \frac{1}{i\Omega_{\beta m}} \left(-\frac{n_0}{v_{z0}} \right) v_z^{(1)p_{\beta m}} i(-k_{\beta m}) = \frac{n_0}{i(\Omega_{\beta m} v_{z0})^2} \frac{ek_{\beta m}}{m_e \gamma_0} \left(1 - \frac{v_{z0}^2}{c^2} \right) E_{m\beta} \quad (2.12b)$$

$$A_{1n} = 0 \quad (2.12c)$$

Друге наближення концентрації електронів $\tilde{n}^{(2)}$:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{n}^{(2)}}{dy} \Omega &= -\left(\frac{\tilde{n}^{(1)}}{v_{z0}} + \frac{n_0(-\tilde{v}_z^{(1)})}{v_{z0}^2} \right) \left[\frac{\partial \tilde{v}_z^{(1)}}{\partial p_{cm}} (-k_\alpha) + \frac{\partial \tilde{v}_z^{(1)}}{\partial p_{\beta m}} (-k_\beta) \right] - \\ &- \frac{n_0}{v_{z0}} \left[\frac{\partial \tilde{v}_z^{(1)}}{\partial \chi} A_{1\chi} + \frac{\partial \tilde{v}_z^{(2)}}{\partial p_{cm}} (-k_\alpha) + \frac{\partial \tilde{v}_z^{(2)}}{\partial p_{\beta m}} (-k_\beta) \right] - \frac{\partial \tilde{n}^{(1)}}{\partial \chi} A_{1\chi} - \frac{d\tilde{n}^{(1)}}{dp} \frac{\partial \Omega}{\partial v_{z0}} \tilde{n}^{(1)} - A_2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

2.4. Рівняння Максвела

Для початку опишемо основні рівняння для поперечної та поєздовжньої складових електромагнітного поля. Рівняння Максвела для поперечної складової поля:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ \text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{\partial B_1}{\partial z} - ik_1 B_1 \right) = \frac{1}{c} E_1 i\omega_1 + \frac{4\pi}{c} \langle en_0 (\tilde{v}_x^{(1)} + \tilde{v}_x^{(2)}) + e\tilde{n}^{(1)} \tilde{v}_x^{(1)} \rangle \\ \frac{\partial E_1}{\partial z} - ik_1 E_1 = -\frac{1}{c} B_1 i\omega_1 \end{array} \right.$$

Введемо дисперсійну функцію D для поперечної складової поля:

$$D_{1,m} \equiv \left[k_{1,m}^2 - \frac{\omega_{1,m}^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{\gamma_0 c^2} \right] = 0 \quad (2.14)$$

Рівняння Максвела для повздовжньої складової електромагнітного поля

$$\operatorname{div} \vec{D} = 4\pi\rho \rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi e(n - n_0)$$

де E_z позначено суперпозицію полів повільної, швидкої ХПЗ та електростатичного ондулятора:

$$E_z = \sum \left(E_\alpha e^{ip_\alpha z} + E_\beta e^{ip_\beta z} + E_2 e^{ip_2 z} + \text{к.с.} \right)$$

Введемо позначення дисперсійної функції для повздовжньої складової поля:

$$D_{\chi,m} \equiv -ik_{\chi,m} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\Omega_{\chi,m}^2 \nu_{z0}^2 \gamma_0^3} \right) = 0 \quad (2.15)$$

тут χ набуває α або β для повільної або швидкої хвилі просторового заряду відповідно.

Застосовуємо метод повільно змінних амплітуд. Вважаємо, що в системі реалізується квазістаціонарний режим ЕМ полів, коли їх амплітуди не змінюються з часом, а залежать лише від координати. В результаті проведених перетворень в рамках нелінійного квадратичного наближення отримуємо систему диференціальних рівнянь для амплітуд взаємодіючих хвиль:

$$\begin{aligned} C_{1,1,1} \frac{dE_{1,1}}{dz} &= C_{3,1,1}^I E_{\alpha,1} B_{2,1}^* \\ C_{1,\alpha,m} \frac{dE_{\alpha,m}}{dz} &= C_{3,\alpha,1}^I E_{1,1} B_{2,1} + C_{3,\alpha,m}^{II} E_{\beta,m} E_{\gamma,m} \\ C_{1,\beta,m} \frac{dE_{\beta,m}}{dz} &= C_{3,\beta,m}^{II} E_{\alpha,m} E_{\gamma,m}^* \end{aligned} \quad (2.16)$$

Для цієї системи приведемо повний опис коефіцієнтів C :

$$C_{1,1,m} = \frac{\partial D_{1,m}}{\partial (-ik_{1,m})}; \quad C_{3,1,m}^I = \frac{\omega_p^2 m \cdot \omega_1 \cdot e}{2\Omega_{\alpha,m} m_e \gamma_0^4 k_{1,m} k_{2,m} c^3 \nu_{z0}^2} \left(\frac{\nu_{z0}^2 \gamma_0^2}{c^2} - \frac{k_{\alpha,m}}{\Omega_{\alpha,m}} \right);$$

$$C_{1,\chi,m} = \frac{\partial D_{\chi,m}}{\partial(-ik_{\chi,m})}; C_{3,\alpha,m}^I = \frac{\omega_p^2 e k_{\alpha,m}}{\nu_{z0}^2 \Omega_{\alpha,m}^2 m_e \gamma_0^2 c^2 k_{2,m}} \left(\frac{\nu_{z0}}{c} - \frac{k_{\alpha,m} c}{m \cdot \omega_{\alpha}} \right);$$

$$C_{3,\alpha,m}^{II} = \frac{-k_{\alpha,m} \omega_p^2 e / m_e}{\Omega_{\alpha,m} \Omega_{\beta,m} \Omega_{\gamma,m} \gamma_0^6 \nu_{z0}^3} \times \left(\frac{k_{\alpha,m}}{\Omega_{\alpha,m}} + \frac{k_{\beta,m}}{\Omega_{\beta,m}} + \frac{k_{\gamma,m}}{\Omega_{\gamma,m}} - \frac{3\nu_{z0}^2 \gamma_0^2}{c^2} \right);$$

$$C_{3,\beta,m}^{II} = -k_{\beta,m} C_{3,\alpha,m}^{II} / k_{\alpha,m}; C_{3,\gamma,m}^{II} = -k_{\gamma,m} C_{3,\alpha,m}^{II} / k_{\alpha,m}; \omega_p^2 = 4\pi n_0 e^2 / m_e.$$

$$\Omega_{\chi,m} = m\omega_{\chi} / \nu_{z0} - k_{\chi,m} \quad \gamma_0 = 1 / \sqrt{1 - (\nu_{z0} / c)^2};$$

В цих виразах m – номер гармоніки, який ми приймаємо за 1; ω_p – плазмова частота, що дорівнює за визначенням:

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_e}$$

Шукаємо розв'язок системи диференціальних рівнянь (2.16) у вигляді $E_{1,1}, E_{\alpha,1}, E_{\beta,1} \sim \exp(\Gamma z)$. Підстановка дозволяє знайти інкременти підсилення для магнітного ондулятора Γ_I , поздовжнього електростатичного ондулятора Γ_{II} та повне підсилення пристрою Γ [11]:

$$\Gamma_I = \sqrt{\frac{C_{3,1,1}^I}{C_{1,1,1}^I} \cdot \frac{C_{3,\alpha,1}^I}{C_{1,\alpha,1}^I} \cdot |B_{2,1}|^2}, \quad \Gamma_{II} = \sqrt{\frac{C_{3,\alpha,1}^{II}}{C_{1,\alpha,1}^{II}} \cdot \frac{C_{3,\beta,1}^{II}}{C_{1,\beta,1}^{II}} \cdot |E_{\gamma,1}|^2} \quad (2.17)$$

$$\Gamma = \sqrt{\Gamma_I^2 + \Gamma_{II}^2} \quad (2.18)$$

РОЗДІЛ 3 РЕАЛІЗАЦІЯ КОМП'ЮТЕРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

3.1. Методика чисельного експерименту

Для знаходження необхідних нам величин в основі обчислення були взяті рівняння РЕП для першого та другого наближень повздовжньої швидкості v_z ($\tilde{v}_z^{p_\alpha}, \tilde{v}_z^{p_\beta}, \tilde{v}_z^{p_2^H}$), концентрації n ($\tilde{n}^{p_\alpha}, \tilde{n}^{p_\beta}, \tilde{n}^{p_2^H}$), релятивістського фактору γ ($\tilde{\gamma}^{p_\alpha}, \tilde{\gamma}^{p_\beta}, \tilde{\gamma}^{p_2^H}$); та кінцеве диференціальне рівняння повздовжньої складової електромагнітного поля, засноване на об'єднанні рівнянь Максвела та квазігідродинамічних рівнянь пучка. Усі ці рівняння об'єднуються у систему однорідних диференціальних рівнянь і розв'язуються чисельно методом інтегрування трапецій. Функція дозволяє встановлювати абсолютну та відносну похибки. Програма обчислює електромагнітне поле для будь-якої кількості гармонік.

Для розв'язку задачі самоузгодженої взаємодії релятивістського електронного пучка та електромагнітного поля у пристрої СЛВЕ ми скористаємось чисельним методом. Обчислення були проведенні з використанням комп'ютера, для якого була написана спеціальна програма мовою програмування Matlab.

Комп'ютерна програма має модульну структуру. Кожний модуль – це окремий файл з вихідним кодом певного набору функцій. Запуск обчислень відбувається через головний модуль (див. додаток А). Інші файли-модулі, зокрема серед них файл додатку Б, містять функції та процедури для обчислення залежності повздовжньої складової електричної напруженості поля від повздовжньої координати робочого об'єму пристрою з різним порядком наближення (другого, третього); ініціалізації (задання початкових значень) змінних (додаток В) тощо. Початкові данні для змінних зчитуються із спеціальних файлів. Результати обчислень подаються у табличному вигляді та зберігаються в окремий файл.

Головний модуль програми окрім основного алгоритму обчислення електричного поля у заданому наближенні містить допоміжні фрагменти коду, що роблять її зручною у користуванні. Наприклад, перемикання між кількома режимами роботи програми (2-е або 3-тє наближення обчислень, чисельне обчислення диференціального рівняння з початку або його продовження від точки зупинки, тестування програми і т.д.) відбувається спеціальною змінною-флагом, яке приймає певне відповідне значення. Існує можливість відслідковування етапів виконання алгоритму, вимірювання часу обчислення і т.д. Програмний код супроводжується точними коментарями, зміст яких посилається на зміст математичної моделі, описаної у розділі 2.

3.2. Комп'ютерний код

Приведемо алгоритм програми `start1` (лістинг програми у додатку А) у вигляді блок схеми. У цьому алгоритмі описані основні команди, що стосуються безпосередньо розрахунків просторової залежності повздовжньої складової електричного поля, хоча у реальній програмі передбачені сервісні процедури, наприклад відстеження стану програми, час роботи і т. д. Крім того, в алгоритмі присутні й альтернативні шляхи виконання програми для випадків отримання залежностей 2-го, 3-го наближень, виконання програми з перериванням або без і т.д, що керуються операторами розгалуження, за допомогою спеціальної змінної-флагом `Iflag1`, який задається користувачем. В представленому описі алгоритму було описано спосіб обчислення залежності повздовжньої складової електричної напруженості поля E_z у квадратичному наближенні від повздовжньої координати вакуумного каналу ЛВЕ z (при значенні `Iflag1 == 1`).

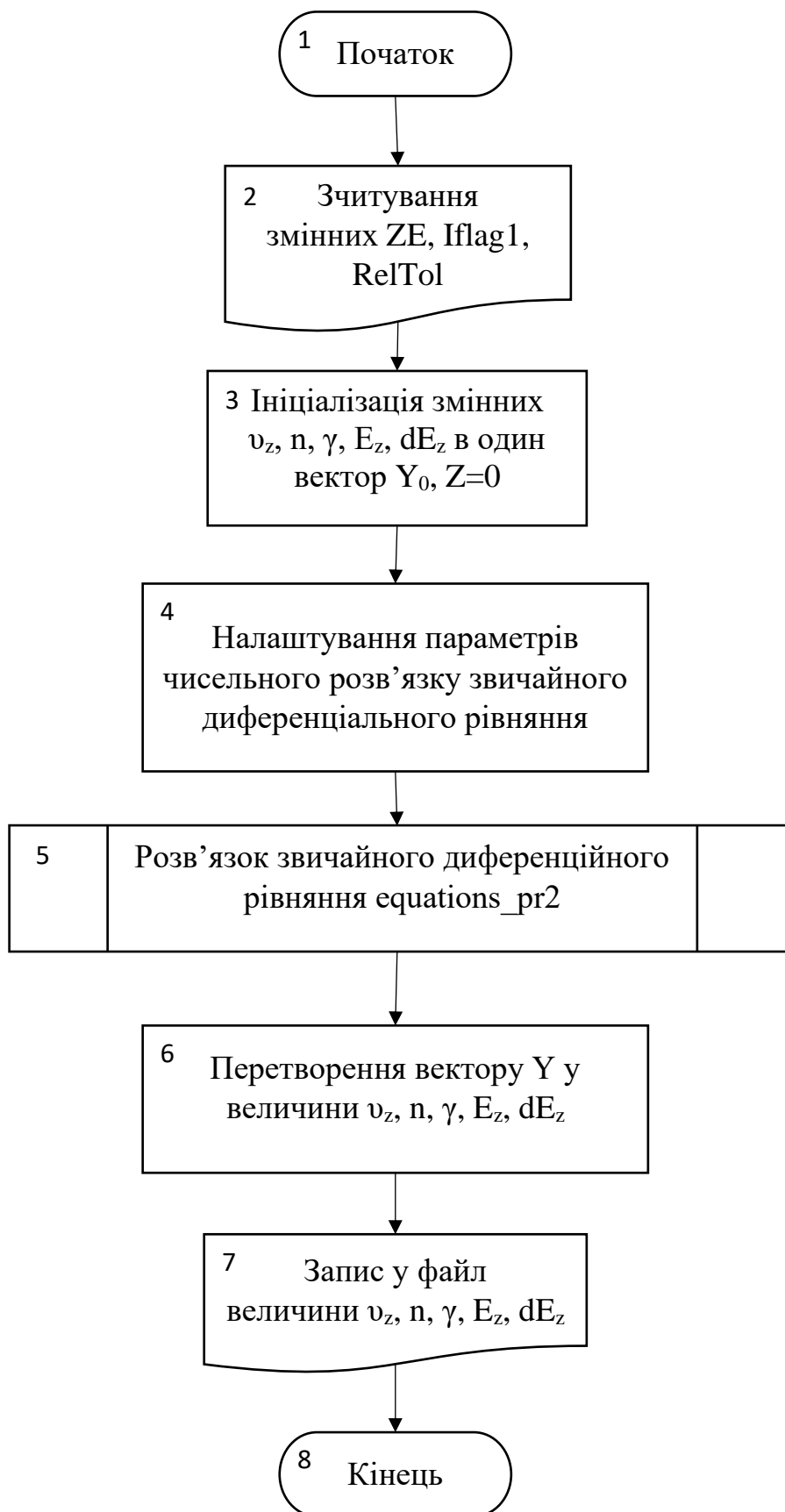
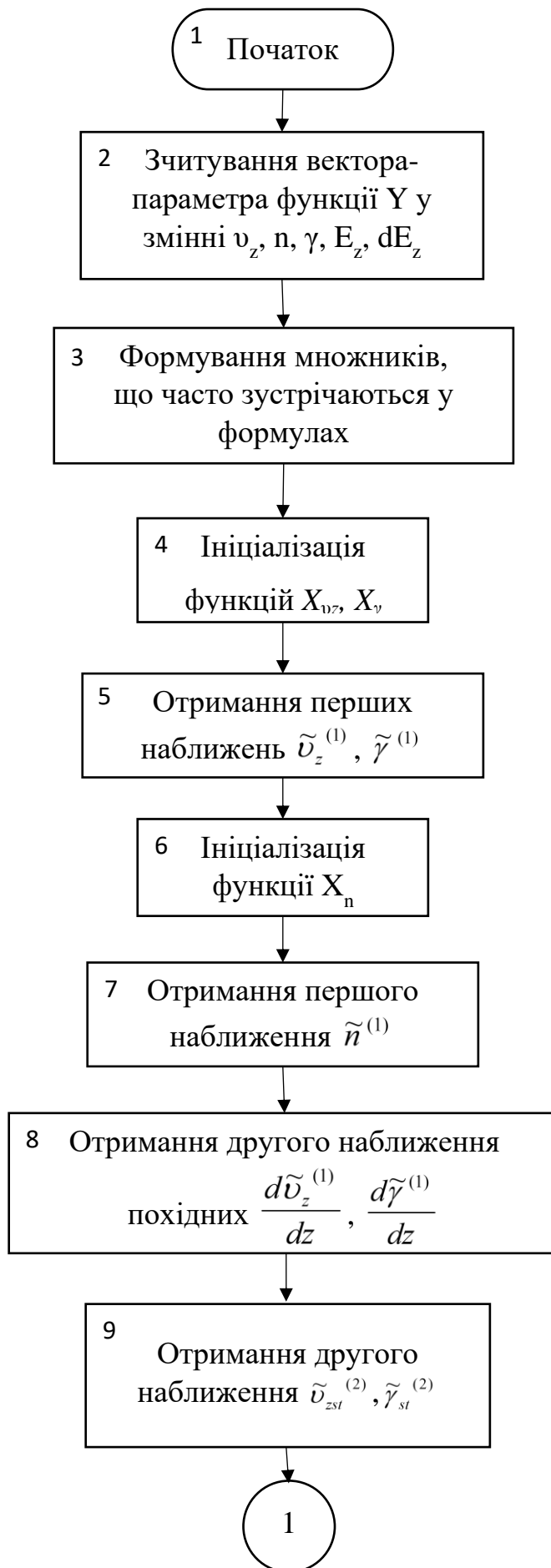


Рисунок 3.1 – Блок-схема головного модуля програми

У блоці 2 алгоритму на рис. 3.2 відбувається зчитування з файлів змінних ZE – кінцева координата робочого об'єму СЛВЕ, у см; Iflag1 – змінна-флаг, що визначає режим роботи програми; RelTol – відносна похибка розв'язання звичайного диференціального рівняння.

Після ініціалізації параметрів математичної моделі та формування структури параметрів розв'язання звичайного диференціального рівняння у блоці 5 відбувається його розв'язання методом інтегрування трапецій. Саме рівняння представлено окремим алгоритмом (рис. 3.2) з файлом програми equations_pr2 у додатку Б. Результатом виконання функції обчислення є отримання багатомірного вектору, який має табличну залежність між величинами v_z , n , γ , E_z , dE_z (представлено єдиним вектором) та конкретної координати z .

Основні математичні вирази, які становлять математичну модель поширення повздовжньої складової електричного поля вздовж робочого об'єму СЛВЕ з поздовжнім електростатичним ондулятором описані у функції equations_pr2. Введення та виведення даних функції здійснюється через багатовимірний вектор, у який можуть бути збережені довільні значення, зокрема це v_z – повздовжня швидкість пучка, n – концентрація електронного пучка, γ_0 – релятивістський фактор пучка, E_z – поздовжня складова електричної напруженості поля, dE_z – перша похідна E_z за координатою z . Всередині функції для зручності розуміння відбувається розкладання (або навпаки формування) вектору на ці дійсні змінні, що відбувається у блоках 2 та 16 відповідно. Відповідно до коду у додатку Б було описано алгоритм, блок-схема якої подана на рис. 3.2.



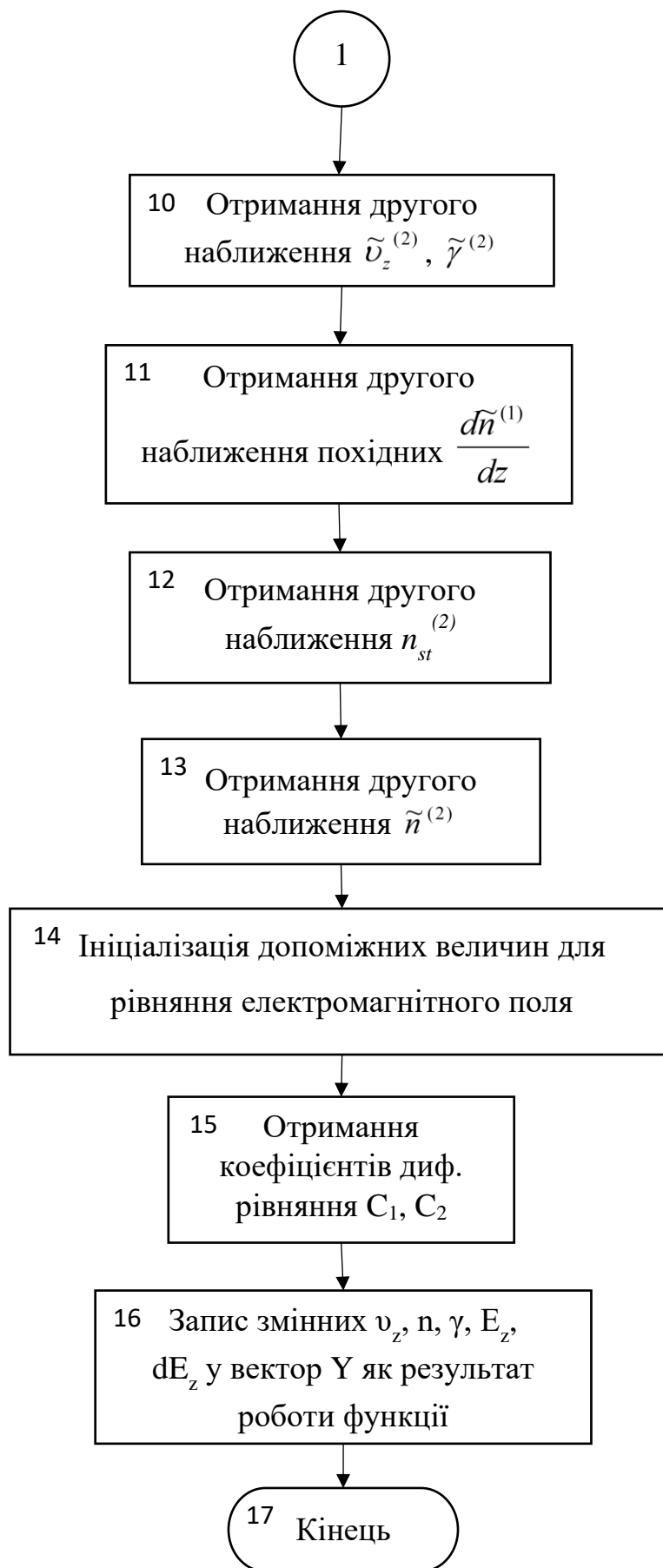


Рисунок 3.2 – Блок-схема алгоритму знаходження миттєвих значень швидкості, концентрації та електричної напруженості поля у конкретній координаті робочого об'єму СЛВЕ

Для розуміння коду та алгоритму на рис. 3.2 опишімо деякі їх моменти детальніше.

До проміжних величин у блоці 3 відносяться множники, що зустрічаються у декількох формулах і задля оптимізації програми вони обчислюються заздалегідь один раз.

Перше наближення змінних v_z , γ_0 обчислюється у два етапи. За першим етапом формується набір миттєвих значень функцій X у поточній точці робочого об'єму z_0 для цих змінних відповідно (блок 4). Другим етапом знаходяться безпосередньо ці змінні у першому наближенні (блок 5).

Аналогічним способом знаходиться величина концентрації n_0 пучка, з урахуванням вище визначених змінних (блоки 6-7).

Друге наближення змінних обчислюється у 3 етапи. Першим етапом знаходяться похідні величини першого наближення (швидкості та релятивістського фактору), обчисленою на попередньому кроці алгоритму, за координатою та похідна фазової швидкості Ω від повздовжньої швидкості пучка (блок 8).

На другому етапі знаходяться значення величин, які є залишками відповідних їм повних величин у першому наближенні з індексами st (блок 9). Ці величини знаходяться за формулами, подібними до (2.8-2.10).

Третім етапом вже знаходяться повні величини у квадратичному наближенні, у якому враховуються значення величин, знайдених на першому та другому етапах обчислення (блок 10).

Аналогічним чином за 3-ма етапами знаходяться величини концентрації у другому наближенні, за винятком того, що на першому етапі використовується формула (2.11) нашої описаної математичної моделі (блоки 11-13).

Після здійснення попередніх розрахунків ми знаходимо допоміжні величини для рівняння електромагнітного поля. Результатом цього рівняння є знаходження коефіцієнтів C у диференціальному рівнянні для поздовжньої складової електромагнітного поля (блок 15). Миттєві значення швидкості, концентрації, релятивістського фактору, напруженості електричного поля та його похідної впорядковуються у вектор і повертаються як результат функції.

3.3. Аналіз результатів комп'ютерного моделювання

Результатом комп'ютерного моделювання є набір точок, які описують значення величин v_{z0} , n_0 , γ_0 , E_z (для 10 гармонік повільної та швидкої ХПЗ), та її похідної за координатою z (для 10 гармонік повільної та швидкої ХПЗ) у кожній обраній точці простору робочого об'єму z у поздовжньому напрямку. За цими точками були знайдені коефіцієнти рівняння електромагнітного поля, а вони в свою чергу дозволяють отримати просторову залежність інкременту підсилення СЛВЕ.

В результаті комп'ютерних обчислень математичної моделі, представленого в розділі 2 було побудовано графіки залежності інкременту підсилення від релятивістського фактору електронного пучка та частоти електромагнітного сигналу на осі робочого об'єму СЛВЕ для повільної, швидкої хвиль просторового заряду та для поздовжнього електростатичного ондулятора (рис. 3.3, 3.4). Ці графіки були побудовані при постійних величинах: плазмова частота РЕП $\omega_p=3,0 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$ амплітуда електростатичного поля накачки $E_{\gamma,1}=30 \text{ кВ/см}$, індукція магнітного поля накачки $B_{2,1}=0,02 \text{ Тл}$; циклічна частота ЕМ хвилі $\omega_{1,1}=3,0 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$; частота першої гармоніки вхідного сигналу вважається постійною [1]. Ці початкові дані є типовими для супергетеродинного ЛВЕ.

На рис. 3.3 та 3.4 ми маємо кілька ліній залежностей: лінія 1 описує процес підсилення за допомогою параметричного трихвильового резонансу поперечних хвиль ЕМ сигналу, магнітного ондулятора та холостої хвилі ХПЗ

$\Gamma_I = \Gamma_I(\gamma_0)$; лінія 2 описує процес підсилення комбінаційної електронної хвилі за рахунок поздовжніх хвиль повільної та швидкої ХПЗ та поля поздовжнього електростатичного ондулятора $\Gamma_{II} = \Gamma_{II}(\gamma_0)$. Крива 3 визначає повне підсилення від параметричного та поздовжніх трихвильових резонансів $\Gamma = \Gamma(\gamma_0)$ [1].

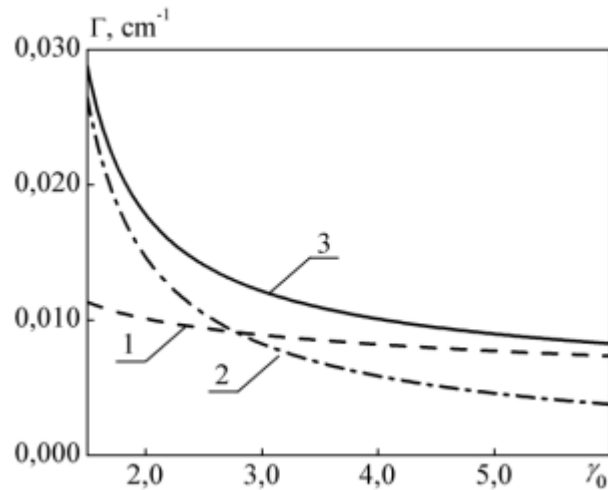


Рисунок 3.3 – Залежність інкрементів наростання хвиль від релятивістського фактору електронного пучка. Крива 1 відповідає залежності $\Gamma_I = \Gamma_I(\gamma_0)$, крива 2 – $\Gamma_{II} = \Gamma_{II}(\gamma_0)$, крива 3 – $\Gamma = \Gamma(\gamma_0)$ [1]

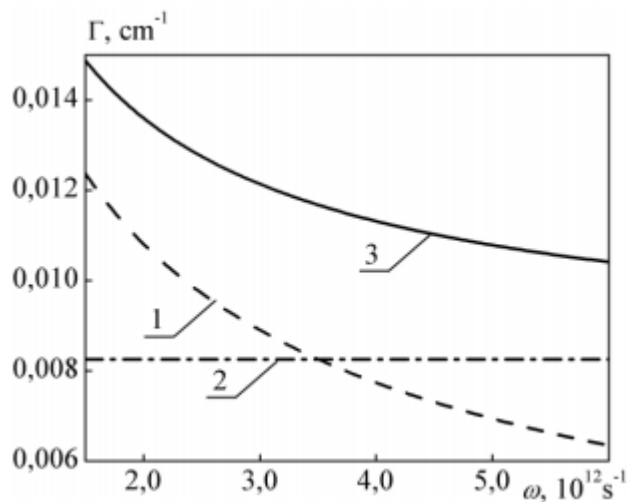


Рисунок 3.4 – Залежність інкрементів наростання хвиль від частоти електромагнітного сигналу. Крива 1 відповідає залежності $\Gamma_I = \Gamma_I(\gamma_0)$, крива 2 – $\Gamma_{II} = \Gamma_{II}(\gamma_0)$, крива 3 – $\Gamma = \Gamma(\gamma_0)$ [1]

Проведемо аналіз поданих залежностей величини інкременту підсилення Γ супергетеродинного лазера на вільних електронах від значення релятивістського фактору γ_0 та колової частоти вхідного сигналу $\omega_{1,1}$.

По-перше, виходячи з графіка залежності на рис. 3.1, інкремент підсилення зменшується зі зростанням релятивістського фактору. По-друге, механізм поздовжнього трихвильового резонансу дає суттєве підсилення вихідної електромагнітної хвилі при малих значеннях швидкості потоку електронів (релятивістського фактору). Натомість при більших γ_0 переважає вже ефект параметричного трихвильового резонансу у процесах підсилення СЛВЕ. Тобто використання поздовжнього електростатичного ондулятора має сенс при роботі пристрою у режимі невеликого релятивістського фактору [1].

Рис. 3.2 відображає залежність інкременту підсилення СЛВЕ від колової частоти вхідного сигналу. За графіком ми бачимо, що, по-перше, до частоти чутливий інкремент підсилення лише від магнітного ондулятора. По-друге, зі зростанням частоти загальний інкремент підсилення пристрою знижується, але згодом цей показник стабілізується і при верхній межі частот ($\omega_{1,1} > 3,5 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ для $\gamma_0 = 3$) переважає механізм підсилення від поздовжнього трихвильового резонансу [1].

ВИСНОВКИ

У цій роботі було розглянуто математичну модель процесу підсилення електромагнітних хвиль в супергетеродинному лазері на вільних електронах з поздовжнім електростатичним ондулятором. Основний механізм підсилення цих пристроїв заснований на двох зв'язаних ефектах: трихвильового параметричного резонансу, у якому беруть участь електромагнітне поле вхідного сигналу, магнітне поле накачки і одна із хвиль просторового заряду та поздовжнього резонансу між повільною та швидкою ХПЗ та полем поздовжнього електростатичного ондулятора.

Математична модель процесу підсилення хвиль у супергетеродинному лазері на вільних електронах зводиться до самоузгодженої задачі взаємодії релятивістського пучка електрона з електромагнітним полем. Релятивістський електронний пучок розглядається як потік плазми у квазігідродинамічному наближенні. Для опису коливань та хвиль у плазмовому середовищі було застосовано ієрархічний асимптотичний підхід, а саме модернізований метод усереднених характеристик [14]. Електромагнітне поле робочого об'єму розглядається як суперпозиція полів вхідного електромагнітного сигналу, полів поперечного магнітного і поздовжнього електростатичного ондуляторів та поля, яке створюють електрони пучка. Цей фізичний об'єкт математично описується рівняннями Максвела для Фур'є-гармонік, на які було розкладено електромагнітне поле. Розв'язок рівнянь Максвела було отримано з використанням методу повільних амплітуд.

Отримавши систему диференціальних рівнянь для амплітуд хвиль, що взаємодіють між собою в робочому об'ємі супергетеродинного ЛВЕ з поздовжнім електростатичним ондулятором, було проведено чисельний експеримент, який дозволив проаналізувати інкремент підсилення електромагнітних хвиль від релятивістського фактора електронного пучка, від

частоти вхідного сигналу для кожного з механізмів підсилення (кожного з ондуляторів) та їх сумарного впливу на підсилення пристрою.

Аналіз отриманих залежностей показав, що достатньо велике підсилення електромагнітного сигналу досягається при відносно невеликих значеннях релятивістського фактору, коли найбільший вклад у загальну трансформацію сигналу дає поздовжній електростатичний ондулятор. Аналогічно відносно великого підсилення сигналу можна досягти для електромагнітного сигналу невеликої частоти переважно завдяки впливу ефекту трихвильового поперечного резонансу (магнітного ондулятора), але ефект трихвильового поздовжнього резонансу дає суттєве підсилення для сигналу у верхньому діапазоні частот.

Результати магістерської роботи опубліковані в [11] в *Journal of Nano- and Electronic Physics*, що входить до БД Scopus.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕЛІЛ

1. V.V. Kulish. Hierarchic Electrodynamics and Free Electron Lasers. Boca Raton, London, New York: CRC Press, 2011.
2. Freund H. P. Principles of free electron lasers / H. P. Freund, T. M. A. Jr. — Springer, 2018.
3. Кузелев М.В. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, П.С. Стрелков. — М. : Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. — 544 с.
4. Free-Electron Lasers: Status and Applications / Patrick G. O'Shea, Henry P. Freund // Science. — 2001. — Vol. 292. - P. 1853-1858
5. В.В. Куліш, О.В. Лисенко, І.В. Губанов, А.Ю. Бруснік. Патент 87750 (Україна). Супергетеродинний параметричний лазер на вільних електронах з повздожнім електричним ондулятором. Опубл. 10.08.2009, Бюл. № 15.
6. Кулиш В. В. Кубически-нелинейная теория мультигармонических взаимодействий в секции усиления продольных волн супергетеродинного ЛСЭ / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, А. Ю. Брусник // ВАНТ. Серия: Ядерно-физические исследования. — 2014. — No. 3 (91). — P. 49—53.
7. Bekefi G. Stimulated raman scattering by an intense relativistic electron beam subjected to a rippled electric field / G. Bekefi, R. E. Shefer // Journal of Applied Physics. — 1979. — Vol. 50, No. 8. — P. 5158–5164.
8. Zhang S.-C. Amplification of a fast wave by extracting both the kinetic energy and electrostatic potential energy of a large-orbit relativistic electron beam in a coaxial electrostatic wiggler / S.-C. Zhang // Physics of Plasmas. — 2010. — Vol. 17, No. 5. — P. 053102.
9. Sepehri Javan N. Threshold conditions for lasing of a free electron laser oscillator with longitudinal electrostatic wiggler / N. Sepehri Javan // Physics of Plasmas. — 2012. — Vol. 19, No. 12. — P. 123106.

10. Kurayev A.A. Free electron laser with electrostatic modulator / A.A. Kurayev, V.V. Matveyenko, A.K. Sinitsyn //Doklady BGUIR. — 2018. — No.6. — P. 59-64.
11. On Theory of Superheterodyne FELs with Longitudinal Electrostatic Undulator / A.V. Lysenko, A.Yu. Brusnik, I.I. Volk, M.A. Korovai, S.S. Ilin, O.L. Bunetskyi // Journal of Nano- and Electronic Physics. — 2020. — Vol. 12, No. 4. — P. 04037
12. Madey J.M.J. Stimulated emission of bremsstrahlung in a periodic magnetic field / J.M.J. Madey // J. Appl. Phys. — 1971. — Vol. 42, No. 5. — P. 1906–1913.
13. Observation of Stimulated Emission of Radiation by Relativistic Electrons in a Spatially Periodic Transverse Magnetic Field / L.R. Elias, W.M. Fairbank, J.M.J. Madey [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1976. — Vol. 36, No. 13. — P. 717–720.
14. Застосування модернізованого методу усереднених характеристик в задачах теорії плазмово-пучкових супергетеродинамичних лазерів на вільних електронах / В.В. Куліш, О.В. Лисенко, Г.А. Олексієнко, Г.В. Биченко, О.А. Колоскова // Journal of Nano- and Electronic Physics. — 2015. — Vol. 7, No. 2. — P. 02015
15. Zhang X. Terahertz surface plasmonic waves: a review / X. Zhang, Q. Xu, L. Xia, [et al.] // Advanced Photonics. — 2020. — Vol. 2, No. 1. — P. 014001.
16. Liao G. Review of intense terahertz radiation from relativistic laser-produced plasmas / G. Liao, Y. Li // IEEE Transactions on Plasma Science. — 2019. — Vol. 47, No. 6. — P. 3002–3008.
17. Perenzoni M. Physics and applications of terahertz radiation / M. Perenzoni, D. J. Paul. — Springer, 2013.
18. Murdin B. N. Far-infrared free-electron lasers and their applications / B. N. Murdin // Contemporary Physics. — 2009. — Vol. 50, No. 2. — P. 391–406.
19. Seddon E. A. Short-wavelength free-electron laser sources and science: a review / E. A. Seddon, J. A. Clarke, D. J. Dunning, [et al.] // Reports on Progress in Physics. — 2017. — Vol. 80, No. 11. — P. 115901.

20. Feng C. Review of fully coherent free-electron lasers / C. Feng, H.-X. Deng // Nuclear Science and Techniques. — 2018. — Vol. 29, No. 11. — P. 160.
21. Wan M. Terahertz phase imaging and biomedical applications / M. Wan, J. J. Healy, J. T. Sheridan // Optics & Laser Technology. — 2020. — Vol. 122. — P. 105859.
22. Abdollahi F. S. Enhancement of gain and modified electron beam trajectories using a relativistic electron beam with an elliptical cross section in free-electron laser with a helical wiggler and ion-channel guiding / F. S. Abdollahi, A. Abdoli-Arani, T. Mohsenpour // IEEE Transactions on Plasma Science. — 2020. — Vol. 48, No. 7. — P. 2396–2407.
23. Duris J. Bayesian optimization of a free-electron laser / J. Duris, D. Kennedy, A. Hanuka, [et al.] // Physical Review Letters. — 2020. — Vol. 124, No. 12. — P. 124801.
24. Fares H. Nonlinear theory of a cherenkov free-electron laser / H. Fares, M. Mahmoud // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2020. — P. 164256.
25. Kawase K. Extremely high-intensity operation of a thz free-electron laser using an electron beam with a higher bunch charge / K. Kawase, M. Nagai, K. Furukawa, [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2020. — Vol. 960. — P. 163582.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Лістинг програми start1

```

function start1( param1 )
%Головний файл програми
% param1 - ім'я файлу з початковими параметрами

% clear variables;
clear global;
pack;
clc;

global size_PH_NG c outdir
global NG Vz0_stop

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Ініціалізація основних параметрів
if nargin<1
    param1='elst_ilw.par';
end

ZE          = readgsfile2(param1,'(ZE)',1);
Iflag1      = readgsfile2(param1,'(Iflag1)',1);
% Iflag1 - режим обчислення (1 - 2-е набл. с Z=0, 2 - 2-е
набл. продовж.
%                3 - 3-е набл. с Z=0, 4 - 3-е
набл. продовж.
%                5 - 3W-е набл.с Z=0, 6 - 3W-е
набл. продовж.
%                7 - тест.          с Z=0, 8 - тест
продовж.
RelTol      = readgsfile2(param1,'(RelTol)',1);
NOut        = readgsfile2(param1,'(NOut)',1);

Y0 = initglobvar(param1,Iflag1(1));

if length(ZE)~=length(Iflag1)
    if Iflag1(1)~=1 && Iflag1(1)~=3 && Iflag1(1)~=5 &&
Iflag1(1)~=7
        Iflag1(1:length(ZE))=Iflag1(1);
    elseif Iflag1(1)==1

```

```

    Iflag1(2:length(ZE))=2;
elseif Iflag1(1)==3
    Iflag1(2:length(ZE))=4;
elseif Iflag1(1)==5
    Iflag1(2:length(ZE))=6;
elseif Iflag1(1)==7
    Iflag1(2:length(ZE))=8;
end
end

if length(ZE)~=length(NOut)
    NOut(1:length(ZE))=NOut(1);
end

for m=1:length(ZE)
    if (Iflag1(m)==1 || Iflag1(m)==3 || Iflag1(m)==5 ||
Iflag1(m)==7)
        Z = 0;
        fmt2='w';
        disp('Програма розпочала роботу');

t=fix(clock);t=sprintf('%d:%d:%d',t(4),t(5),t(6));disp(t)
;
        else
            load(strcat(outdir,'\y0_z_end.mat'),'Y0','z_end');
            Z = z_end;
            fmt2='a';
            disp('Розпочато наступний цикл обчислення');

t=fix(clock);t=sprintf('%d:%d:%d',t(4),t(5),t(6));disp(t)
;
            if ZE(m)<=Z
                disp('Warning:ZE(m)<=Z');
                return;
            end;
        end

if NOut(m)==0
    ZM = [Z ZE(m)];
else
    ZM = [Z:(ZE(m)-Z)/NOut(m):ZE(m)];
end
end

```

```

fid = fopen('nonstop.txt', 'w');
fclose(fid);

options=odeset('RelTol',RelTol,'AbsTol',RelTol*0.001,...
    'OutputFcn',@percent1,'Events',@nonstop1);

tic;

% equations_pr2 equations_pr3 equations_pr3W
equations_temp
if (Iflag1(m)==1 || Iflag1(m)==2)
    [z Y] = ode23t(@equations_pr2,ZM,Y0,options);
elseif (Iflag1(m)==3 || Iflag1(m)==4)
    [z Y] = ode23t(@equations_pr3,ZM,Y0,options);
elseif (Iflag1(m)==5 || Iflag1(m)==6 )
    [z Y] = ode23t(@equations_pr3W,ZM,Y0,options);
elseif (Iflag1(m)==7 || Iflag1(m)==8 )
    [z Y] = ode23t(@equations_temp,ZM,Y0,options);
end

elapsed_time=toc
fid = fopen(strcat(outdir,'\ ',param1), 'a');
fprintf(fid,'%s %g\n',' elapsed_time=',elapsed_time);
fclose(fid);

%Перетворити масиви у потрібні
[full_Vz0, full_n0, full_G0,...
    full_Ez, full_dEz] = cutfull(Y, size(z), ...
    [1 1],[1 1],[1 1],size_PH_NG,size_PH_NG);

disp('Триває запис у файл');
myprint3( outdir , z, full_Vz0, 'Vz0', fmt2);
myprint3( outdir , z, full_n0, 'n0', fmt2);
myprint3( outdir , z, full_G0, 'G0', fmt2);
myprint3( outdir , z, 2*(c*1.0E-6)*full_Ez, 'Ez',
fmt2);%Одиниця вимірювання - В/м
myprint3( outdir , z, 2*(c*1.0E-6)*full_dEz, 'dEz',
fmt2);

Y0=Y(end,1:end) .';
z_end=z(end);
save(strcat(outdir,'\y0_z_end.mat'),'Y0','z_end');

```

```

    if ZE(m)~=z_end
        disp('Warning:ZE(m)~=z_end')
        break;
    end;
end
%%-----
disp('Програма завершила роботу');
t=fix(clock);t=sprintf('%d:%d:%d',t(4),t(5),t(6));disp(t)
;

Iflag4      = readgsfile2(param1,'(Iflag4)',1);
if Iflag4==1
    sound(wavread('chimes.wav'));
    quit;
else
    sound(wavread('chimes.wav'));
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function status = percent1( Z, Y, flag)
%
global NG
if nargin < 3 || isempty(flag)
    fprintf('%20.10e  %20.10e\n',Z(1),Y(1)); %Y(1) - Vz0
else
    switch(flag)
        case 'init'
            fprintf('%20.10e\n',Z); %'%g'
        case 'done'
            disp('ODE завершив обчислення');
    end
end
status=0;

%%-----
function [value,isterminal,direction] = nonstop1(t,Y)

global NG Vz0_stop

% b0_stop=0.971;

value=1;
isterminal=1;
direction=0;

```

```
fid = fopen('nonstop.txt');
if fid~-1
    fclose(fid);
else
    value=0;
end

% if real(Y((NG+1)*16+2))<Vz0_stop
% value=0;
% end
```


ДОДАТОК Б

Лістинг програми equations_pr2

```

function YP = equations_pr2(Z, Y)
% Система рівнянь для підсилення повздожніх хвиль.
% Друге наближення.

%% Виділення глобальних змінних
global Wp c e_m_c2 e_m e2_4_pi_m one_NG e NG k31 k32 k2
w3 Ez2 ...
Vz0 G0 n0 Ez dEz Vz0P G0P n0P EzP dEzP

%% Перетворення вектора Y у фізичні зрозумілі позначення
ind1=1; ind2=ind1;
Vz0(:)=real(Y(ind1:ind2));
ind1=ind2+1;ind2=ind1;
n0(:)=real(Y(ind1:ind2));
ind1=ind2+1;ind2=ind1;
G0(:)=real(Y(ind1:ind2));
ind1=ind2+1;ind2=ind1+2*NG-1;
Ez(:)=Y(ind1:ind2);
ind1=ind2+1;ind2=ind1+2*NG-1;
dEz(:)=Y(ind1:ind2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% t = clock;
%% Формування проміжних змінних
e_m_G0_3_Vz0 = e_m/(G0*G0*G0*Vz0);
iOm31 = -1i*Wp/G0^1.5/Vz0;
iOm32 = - iOm31;
iOm2 = 1i*k2; % Потім винести в initglobvar
ik31 = 1i*k31;
ik32 = 1i*k32;
ik2 = 1i*k2;
e_m_G0_Vz0_2_c_2 = -e_m/G0*(1/(Vz0*Vz0)+1/(c*c));

%% Особливості квадратичного наближення
dEz(:)=dEz(:)*0;

%% 1-Е НАБЛИЖЕННЯ
%% Рівняння руху, 1-е наближення
XVz31_1=e_m_G0_3_Vz0*Ez(1,:); %XVz31_1 - функція X для Vz
фази 1 наближення 1

```

```

XVz32_1=e_m_G0_3_Vz0*Ez(2,:);
XVz2_1 =e_m_G0_3_Vz0*Ez2;

Vz31_1=XVz31_1/iOm31; %Vz31_1 - функція u1 для Vz фази 31
наближення 1
Vz32_1=XVz32_1/iOm32;
Vz2_1=XVz2_1/iOm2;

XG31_1=e_m_c2*Ez(1,:); %XG1_1 - функція X для G фази 31
наближення 1
XG32_1=e_m_c2*Ez(2,:);
XG2_1=e_m_c2*Ez2;

G31_1=XG31_1/iOm31; %G31_1 - функція u1 для G фази 31
наближення 1
G32_1=XG32_1/iOm32;
G2_1=XG2_1/iOm2;

%% Рівняння для концентрації, 1-е наближення
%Xn1_1 - функція X1 для n фази 31 наближення 1
Xn31_1 =(n0/Vz0)*ik31.*Vz31_1;
Xn32_1 =(n0/Vz0)*ik32.*Vz32_1;
Xn2_1  = -(n0/Vz0)*ik2*Vz2_1;

n31_1=Xn31_1/iOm31;%n31_1 - функція u1 для n фази 31
наближення 1
n32_1=Xn32_1/iOm32;
n2_1 =Xn2_1/iOm2;

%% 2-Е НАБЛИЖЕННЯ
%% Рівняння руху, 2-е наближення
%dVz31_2 - похідна d(u1_b_z)/d(z) для фази 31
наближення 2
dVz31_2=e_m_G0_3_Vz0*dEz(1,+)/iOm31;
dVz32_2=e_m_G0_3_Vz0*dEz(2,+)/iOm32;

d_iOm31m_dVz=-1i*w3*one_NG/(Vz0*Vz0);
d_iOm32m_dVz=d_iOm31m_dVz;

%Vz31_2st - функція u2 для Vz фази 31 наближення 2,
враховані не всі доданки
%Vz31_2 - функція u2 для Vz фази 31 наближення 2
Vz31_2st = (
e_m_G0_Vz0_2_c_2*(Ez2.'*Vz32_1+Vz2_1.'*Ez(2,:))...

```

```

    -(XVz2_1.' '*G32_1+G2_1.' '*XVz32_1)/G0...
    - Vz32_1.*d_iOm32m_dVz.*Vz2_1.' ' )/iOm31;
Vz31_2 = Vz31_2st - dVz31_2/iOm31;

Vz32_2st = (
e_m_G0_Vz0_2_c_2*(Ez2.*Vz31_1+Vz2_1.*Ez(1,:))...
    -(XVz2_1.*G31_1+G2_1.*XVz31_1)/G0...
    - Vz31_1.*d_iOm31m_dVz.*Vz2_1 )/iOm32;
Vz32_2 = Vz32_2st - dVz32_2/iOm32;

Vz2_2 = (
e_m_G0_Vz0_2_c_2*(Ez(2,:)*Vz31_1'+Vz32_1*Ez(1,:))...
    -(XVz32_1*G31_1'+G32_1*XVz31_1')/G0 )/iOm2;

%*-----
%dG31_2 - похідна від функції u1 для G по z фази 1
наближення 2
dG31_2=e_m_c2*dEz(1,+)/iOm31;
dG32_2=e_m_c2*dEz(2,+)/iOm32;

G31_2 = ( -dG31_2-G32_1.*d_iOm32m_dVz.*Vz2_1.' ' )/iOm31;
G32_2 = ( -dG32_2-G31_1.*d_iOm31m_dVz.*Vz2_1 )/iOm32;

%% Рівняння для концентрації, 2-е наближення
%dn31_2 - похідна d(u1_n)/d(x)*A1 для фази 31
наближення 2

dn31_2 = (n0/Vz0)*ik31.*dVz31_2/iOm31;
dn32_2 = (n0/Vz0)*ik32.*dVz32_2/iOm32;

%n31_2st - функція u2 для n фази 31 наближення 2, не всі
доданки
%n31_2 - функція u2 для n фази 31 наближення 2
n31_2st = ( +n32_1/Vz0.*Vz2_1.' '*ik2 +
n2_1.' '/Vz0.*Vz32_1.*ik32...
    +n0/(-Vz0*Vz0)*Vz32_1.*ik32.*Vz2_1.' '...
    +n0/(-Vz0*Vz0)*Vz2_1.' '*ik2.*Vz32_1...
    +(n0/Vz0)*ik31.*Vz31_2st- n32_1.*d_iOm32m_dVz.*Vz2_1.' '
)/iOm31;
n31_2 = n31_2st + ( (n0/Vz0)*ik31.*(Vz31_2-Vz31_2st) -
(n0/Vz0)*dVz31_2...
    -dn31_2)/iOm31;

```

```

n32_2st = ( -n31_1/Vz0.*Vz2_1*ik2 +
n2_1/Vz0.*Vz31_1.*ik31...
+n0/(-Vz0*Vz0)*Vz31_1.*ik31.*Vz2_1...
-n0/(-Vz0*Vz0)*Vz2_1.*ik2.*Vz31_1...
+(n0/Vz0)*ik32.*Vz32_2st- n31_1.*d_iOm31m_dVz.*Vz2_1
)/iOm32;
n32_2 = n32_2st + ( (n0/Vz0)*ik32.*(Vz32_2-Vz32_2st) -
(n0/Vz0)*dVz32_2...
-dn32_2)/iOm32;

n2_2 = (sum( -n32_1/Vz0.*Vz31_1.''.*ik31 +
n31_1.''/Vz0.*Vz32_1.*ik32...
+n0/(-Vz0*Vz0)*Vz32_1.*ik32.*Vz31_1.''.*ik31...
-n0/(-Vz0*Vz0)*Vz31_1.''.*ik31.*Vz32_1...
-
n32_1.*d_iOm32m_dVz.*Vz31_1.''+n31_1.''.*d_iOm31m_dVz.*Vz
32_1 )...
-(n0/Vz0)*ik2.*Vz2_2)/iOm2;

%% 3-Е НАБЛИЖЕННЯ
%% Рівняння руху, 3-є наближення
% Рівняння для швидкості, 3-є наближення
Vz31_3st=0;
Vz32_3st=0;
Vz0P=0;
G0P=0;
%% Рівняння для концентрації, 3-є наближення
n0P=0;
n31_3st=0;
n32_3st=0;

%% РІВНЯННЯ ДЛЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ
% Допоміжні величини
Om(2)=0; Om(1)=-Wp/G0^1.5; Om(2)=-Om(1);
k(2,NG)=0; k(1,1:NG)=k31; k(2,1:NG)=k32;
n_2st(2,NG)=0; n_2st(1,1:NG)=n31_2st;
n_2st(2,1:NG)=n32_2st;
n_3st(2,NG)=0; n_3st(1,1:NG)=n31_3st;
n_3st(2,1:NG)=n32_3st;

% % Дисперсійна функція
% D(2,NG)=0;
% for ph=1:2

```

```

% D(ph,1:NG)=-1i*k(ph,1:NG)*( 1 -
e2_4_pi_m*n0/(Om(ph)*Om(ph)*G0*G0*G0) );
% end

% Коефіцієнти диф. рівняння
C1(2,NG)=0;
for ph=1:2
    C1(ph,1:NG)=1-e2_4_pi_m*n0/(Om(ph)*Om(ph)*G0*G0*G0)...
        *(1 + 2*k(ph,1:NG)*Vz0/Om(ph) );
end

C2(2,NG)=0;
for ph=1:2
    C2(ph,1:NG)=-
1i*e2_4_pi_m*n0/(Om(ph)*Om(ph)*Om(ph)*Om(ph)*G0*G0*G0)...
    *Vz0*(2*w3*one_NG+k(ph,1:NG)*Vz0);
end

EzP(1:2,1:NG)=4*pi*e*n_2st(1:2,1:NG)./C1(1:2,1:NG);

dEzP=dEzP*0;

%% Для перевірки
%
temp=e2_4_pi_m*n0*e_m/(Om(1)*Om(2)*k2*Vz0*Vz0*G0*G0*G0*G0
*G0*G0)...
% .* (k(1,1:NG)*Vz0/Om(1)+k(2,1:NG)*Vz0/Om(2)-1 -
3*G0*G0+3);
% C3(2,NG)=0;
% C3(1,1:NG)= k(1,1:NG).*temp;
% C3(2,1:NG)=-k(2,1:NG).*temp;
% % Повинно дорівнювати нулю
% C3(1,1:NG).*Ez(2,1:NG)*Ez2.'./(4*pi*e*n_2st(1,1:NG))-1
% C3(2,1:NG).*Ez(1,1:NG)*Ez2./(4*pi*e*n_2st(2,1:NG))-1
% % Інкременти наростання
% Inkr(NG)=0;
%
Inkr(1:NG)=sqrt(C3(1,1:NG).*C3(2,1:NG)*Ez2.'*Ez2./(C1(1,
1:NG).*C1(2,1:NG)));

%%%%%%%%%%
% t = etime(clock,t)
%Формуємо вектор-стовпчик похідних

```


ДОДАТОК В

Лістинг програми `initglobal`

```

function Y0=initglobvar(param1,Iflag1)
% Ініціалізація основних змінних

%% ОГолошення Глобальних змінних
global Vz0 G0 n0 Ez dEz ...
      Vz0P G0P n0P EzP dEzP ...
      NG k31 k32 k2 w3 Ez2 ...
      Wp e mq c c2 c3 e_m e_m_c2 e2_4_pi_m one_NG
...
      outdir size_PH_NG size_NG size_Y %e зайві

%% Зчитування даних з файлу
g0      = readgsfile2(param1,'(g0)',1);
Wp      = readgsfile2(param1,'(Wp)',1);
NG      = readgsfile2(param1,'(NG)',1);
outdir  = readgsfile2(param1,'(outdir)',2);

constfilename = 'ph_const.m';
c      = readgsfile2(constfilename,'(c_g)',1);
mq     = readgsfile2(constfilename,'(me_g)',1);
e      = - readgsfile2(constfilename,'(e_g)',1);

%% Копіювання файлів з вхідними параметрами
[status,message,messageid] = mkdir(outdir);
copyfile(param1, strcat(outdir, '\', param1));

%% Задання констант
c2      = c^2;
c3      = c^3;
e_m     = e/mq;
e_m_c2  = e/mq/c2;
e2_4_pi_m = e*e*4*pi/mq;
one_NG  = 1:NG;

%% ОГолошення змінних
size_NG  = [1,NG];
size_PH_NG = [2,NG];
Vz31    = repmat(0,size_NG);
Vz32    = repmat(0,size_NG);
Vz2     = 0;

```

```

Vz0      = 0;
Vz0P     = 0;

n31      = repmat(0,size_NG);
n32      = repmat(0,size_NG);
n2       = 0;
n0       = 0;
n0P      = 0;

G31      = repmat(0,size_NG);
G32      = repmat(0,size_NG);
G2       = 0;
G0       = 0;
G0P      = 0;

Ez       = repmat(0,size_PH_NG);
EzP      = repmat(0,size_PH_NG);
% Ez31   = repmat(0,size_NG);
% Ez32   = repmat(0,size_NG);
% EzP31  = repmat(0,size_NG);
% EzP32  = repmat(0,size_NG);
dEz      = repmat(0,size_PH_NG);
dEzP     = repmat(0,size_PH_NG);
% dEz31  = repmat(0,size_NG);
% dEz32  = repmat(0,size_NG);
% dEz31P = repmat(0,size_NG);
% dEz32P = repmat(0,size_NG);
Ez2      = 0;

%% ПРИСВОЄННЯ ЗНАЧЕНЬ ПОСТІЙНИМ СКЛАДОВИМ
Vz0=sqrt(1-1/g0^2)*c;          %Постійна складова z-
компоненти швидкості
n0=(Wp^2/4/pi)*mq/e^2;       % Постійна складова
концентрації
G0=g0;          % Постійна складова повзд. рел.факт.

%% ПРИСВОЄННЯ ЗНАЧЕННЯ ПОЛЯМ
%      Зчитування та перетворення (В/м -> СГС)
комплексна амплітуда
% у 2 рази менше косинусної (поля двох форм однакові)
%% Поле E31
E31_Input = readgsfile2(param1,'(E31_Input)',1);
E31Iflag  = readgsfile2(param1,'(E31Iflag)',1);
if E31Iflag== 1 %вручну

```



```

E31N      = readgsfile2(param1, '(E31N)', 1); %Номери
ненульових гармонік
E31_am    =
readgsfile2(param1, '(E31_am)', 1); %Амплітуди
E31_ph    = readgsfile2(param1, '(E31_ph)', 1); %Фази
Ez31(E31N)=
E31_am.*exp(1i*E31_ph*pi)*E31_Input/(c*1.0E-6);
elseif E31Iflag == 2 % лінійний E=a+k*N
E31_a     = readgsfile2(param1, '(E31_a)', 1);
E31_k     = readgsfile2(param1, '(E31_k)', 1);
E31_end   = readgsfile2(param1, '(E31_end)', 1);
E31_phase= readgsfile2(param1, '(E31_phase)', 1);
Ez31(1:E31_end)= E31_a + E31_k*(1:E31_end);
Ez31=Ez31*exp(1i*E31_phase*pi)*E31_Input/(c*1.0E-
6);
elseif E31Iflag == 3 % степеневий E=a+k*N^st
E31_a     = readgsfile2(param1, '(E31_a)', 1);
E31_k     = readgsfile2(param1, '(E31_k)', 1);
E31_end   = readgsfile2(param1, '(E31_end)', 1);
E31_phase= readgsfile2(param1, '(E31_phase)', 1);
E31_st    = readgsfile2(param1, '(E31_st)', 1);
Ez31(1:E31_end)= E31_a + E31_k*(1:E31_end).^E31_st;
Ez31=Ez31*exp(1i*E31_phase*pi)*E31_Input/(c*1.0E-
6);
elseif E31Iflag== 4 % експоненціальний
E=a+k*exp(N^st)
E31_a     = readgsfile2(param1, '(E31_a)', 1);
E31_k     = readgsfile2(param1, '(E31_k)', 1);
E31_end   = readgsfile2(param1, '(E31_end)', 1);
E31_phase = readgsfile2(param1, '(E31_phase)', 1);
E31_st    = readgsfile2(param1, '(E31_st)', 1);
Ez31(1:E31_end)=
E31_a + E31_k*exp(E31_st*(1:E31_end))
E31_k.*exp((1:E31_end)*E31_st);
Ez31=Ez31*exp(1i*E31_phase*pi)*E31_Input/(c*1.0E-
6);
end
if length(Ez31)>NG
Ez31(NG+1:end)=[];
end
Ez(1,1:length(Ez31))=Ez31;
%% Поле E32
E32_Input = readgsfile2(param1, '(E32_Input)', 1);
E32Iflag  = readgsfile2(param1, '(E32Iflag)', 1);
if E32Iflag== 1 %вручну

```

```

E32N      = readgsfile2(param1, '(E32N)', 1); %Номери
ненульових гармонік
E32_am    =
readgsfile2(param1, '(E32_am)', 1); %Амплітуди
E32_ph    = readgsfile2(param1, '(E32_ph)', 1); %Фази
Ez32(E32N)=
E32_am.*exp(1i*E32_ph*pi)*E32_Input/(c*1.0E-6);
elseif E32Iflag == 2 % лінійний E=a+k*N
E32_a     = readgsfile2(param1, '(E32_a)', 1);
E32_k     = readgsfile2(param1, '(E32_k)', 1);
E32_end   = readgsfile2(param1, '(E32_end)', 1);
E32_phase= readgsfile2(param1, '(E32_phase)', 1);
Ez32(1:E32_end)= E32_a + E32_k*(1:E32_end);
Ez32=Ez32*exp(1i*E32_phase*pi)*E32_Input/(c*1.0E-
6);
elseif E32Iflag == 3 % степеневий E=a+k*N^st
E32_a     = readgsfile2(param1, '(E32_a)', 1);
E32_k     = readgsfile2(param1, '(E32_k)', 1);
E32_end   = readgsfile2(param1, '(E32_end)', 1);
E32_phase= readgsfile2(param1, '(E32_phase)', 1);
E32_st    = readgsfile2(param1, '(E32_st)', 1);
Ez32(1:E32_end)= E32_a + E32_k*(1:E32_end).^E32_st;
Ez32=Ez32*exp(1i*E32_phase*pi)*E32_Input/(c*1.0E-
6);
elseif E32Iflag== 4 % експоненціальний
E=a+k*exp(N^st)
E32_a     = readgsfile2(param1, '(E32_a)', 1);
E32_k     = readgsfile2(param1, '(E32_k)', 1);
E32_end   = readgsfile2(param1, '(E32_end)', 1);
E32_phase = readgsfile2(param1, '(E32_phase)', 1);
E32_st    = readgsfile2(param1, '(E32_st)', 1);
Ez32(1:E32_end)=
E32_a + E32_k*exp(E32_st*(1:E32_end))
E32_k.*exp((1:E32_end)*E32_st);
Ez32=Ez32*exp(1i*E32_phase*pi)*E32_Input/(c*1.0E-
6);
end
if length(Ez32)>NG
Ez32(NG+1:end)=[];
end
Ez(2,1:length(Ez32))=Ez32;

%% Поле E2
E2_Input  = readgsfile2(param1, '(E2_Input)', 1);

```

```

E2N          =   readgsfile2(param1, '(E2N)', 1); %Номери
ненульових гармонік
E2_am = readgsfile2(param1, '(E2_am)', 1); %Амплітуди
E2_ph = readgsfile2(param1, '(E2_ph)', 1); %Фази
Ez2(E2N) =   E2_am.*exp(1i*E2_ph*pi)*E2_Input/(c*1.0E-
6);
if length(Ez2)>1
    Ez2(2:end)=[];
end

%% Друк у файл
my_printf([ (1:NG);abs(Ez(1,1:NG))*(c*1.0E-
6)*2;angle(Ez(1,1:NG))/pi],...
    strcat(outdir,'\','E31.par'),'w')      %Перевод      у
косинусну форму
my_printf([ (1:NG);abs(Ez(2,1:NG))*(c*1.0E-
6)*2;angle(Ez(2,1:NG))/pi],...
    strcat(outdir,'\','E32.par'),'w')      %Перевод      у
косинусну форму

%% ХВИЛЬОВІ ЧИСЛА ТА ЧАСТОТИ ХВИЛЬ
w3 = readgsfile2(param1, '(w3)', 1);
k31(1:NG)=(w3.*one_NG+Wp/G0^1.5)/Vz0;
k32(1:NG)=(w3.*one_NG-Wp/G0^1.5)/Vz0;
k2 =2*Wp/G0^1.5/Vz0;

%% ЗАПИС ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ У ФАЙЛ
fid = fopen(strcat(outdir,'\',param1), 'a');
fprintf(fid,'%s                                     %g\n', '
Inkr=',3*abs(e*Ez2)/(4*m0*G0*Vz0*Vz0));
% Так як у формулі для інкремента Ez2 модуль
КОМПЛЕКСНОЇ амплітуди
fprintf(fid,'%s %g\n', ' Vz0=',Vz0);
fprintf(fid,'%s %g\n', ' n0=',n0);
fprintf(fid,'%s %g\n', ' k31(1) =',k31(1));
fprintf(fid,'%s %g\n', ' k32(1) =',k32(1));
fprintf(fid,'%s %g\n', ' k2      =   ',k2);
fprintf(fid,'%s %g %s\n', '      довжина хвилі 31
=',2*pi/k31(1), ' см');
fprintf(fid,'%s %g %s\n', '      довжина хвилі 2
=',2*pi/k32(1), ' см');
fprintf(fid,'%s %g %s\n', '      довжина хвилі 2
=',2*pi/k2, ' см');

```

