

## ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОМЕРЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

*О.М.Назаренко, доцент; Д.В.Фільченко*  
*Сумський державний університет*

### АНОТАЦІЯ

В даній статті будується економіко-математична модель комерційної діяльності на прикладі підприємства, що займається спекулятивним бізнесом, аналізуються вплив тих чи інших факторів на успішність діяльності, в тому числі інфляції та деяких управлінських рішень по організації бізнесу. Головним результатом даної роботи є математична інтерпретація та роз'яснення тих аспектів комерційної діяльності, що, на жаль, часто залишаються „за кадром” і сприймаються майже інтуїтивно, без необхідного глибшого їх усвідомлення.

### ВСТУП

Рівень розвитку сучасної країни з ринковою економікою значною мірою визначається рівнем розвитку малого та середнього бізнесу, а саме: механізмами та методами, що домінують в його конкурентному середовищі, та, безперечно, професійною економічною культурою його суб'єктів. Одним із наймасовіших проявів комерційної діяльності в усьому світі є спекулятивна діяльність як найдоступніша для малих та середніх підприємств. З огляду на українські реалії сьогодення, коли ідея традиційного централізованого управління грошовою масою різко змінилася ідеєю ліберальної самоорганізації ринку, що нерідко призводило до негативних явищ в економіці та суспільстві, першочерговою видається необхідність систематизації та узагальнення нових особливостей економічної реальності, логічного осмислення процесів підприємництва та накопичення коштів [1, 2].

Ця проблема частково порушена в [3], де розглядається економіко-математичне моделювання саме спекулятивного бізнесу, що ми і взяли за основу, дещо скоригувавши саму модель і додавши ряд важливих, з нашої точки зору, проблемних аспектів, що безпосередньо впливають з аналізу її параметрів та результатів.

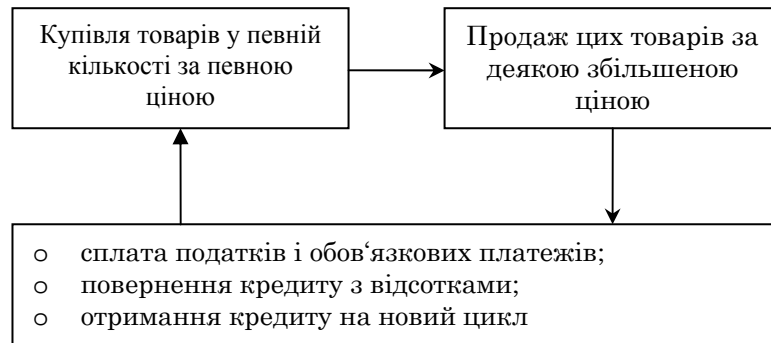
### ПОСТАВЛЕННЯ ЗАДАЧІ

З огляду на проблематичний характер комерційної діяльності в умовах недосконалої ринкової системи, в цій статті ми ставимо за мету побудувати модель накопичення власних коштів суб'єкта підприємництва, що займається спекулятивним бізнесом, розглянути чисельні приклади моделі, окреслити і проаналізувати основні її параметри та їх вплив на успішність діяльності підприємства.

### РЕЗУЛЬТАТИ

Нехай реалізація процесу купівлі-продажу товару відбувається за схемою, що зображена на рис. 1. Вважаємо при цьому, що підприємець

повністю виконує кредитні та податкові зобов'язання в межах одного циклу комерційної діяльності.



**Рис. 1 Місце кредитування та оподаткування в процесі купівлі-продажу товарів у межах одного циклу**

Нехай  $S_t$  (в од. нац. вал.) – власні кошти підприємства, частина з яких  $q_t S_t$  залучається безпосередньо в обіг, а решта  $r_t S_t$  іде на поточні витрати та споживання. Величину  $q_t$  (в долях од.) називають нормою накопичення, а  $r_t$  – нормою витрат та споживання ( $q_t + r_t = 1$ ). Будемо вважати, що в кожному циклі окрім власних коштів в обіг залучається також кредит  $K_t$  (в од. нац. вал.) із відсотком  $\theta_t$  (в долях од.).

Якщо  $P_t$  (в од. нац. вал.) – ціна купівлі товару, а  $Q_t$  – його кількість, то

$$Q_t = \frac{q_t S_t + K_t}{P_t}.$$

Якщо  $P_t^*$  (в од. нац. вал.) – ціна продажу товару, то сумарний виторг від його реалізації, очевидно, дорівнює

$$P_t^* Q_t = \frac{P_t^*}{P_t} (q_t S_t + K_t).$$

Величина  $\frac{P_t^*}{P_t}$  називається граничним рівнем суми постачальницько-збутової надбавки і торгової націнки („ножицями цін”) і показує, у скільки разів ціна продажу товару відрізняється від ціни його придбання.

Що стосується податків, то безпосередньо будемо розглядати вплив двох із них: податку на додану вартість ( $T_t^{VA}$ , в долях од.) та податку на прибуток ( $T_t^P$ , в долях од.). Інші податкові відрахування та обов'язкові платежі будемо включати до суми  $r_t S_t$ .

Балансова схема циклу купівлі-продажу товару зображена на рис.2. Враховуючи вищезазначене, знайдемо чистий прибуток  $\Delta S_t$  (чисте накопичення коштів) та сумарне накопичення  $S_{t+1}$  за результатами t+1 циклів підприємства, що працює за даною схемою.

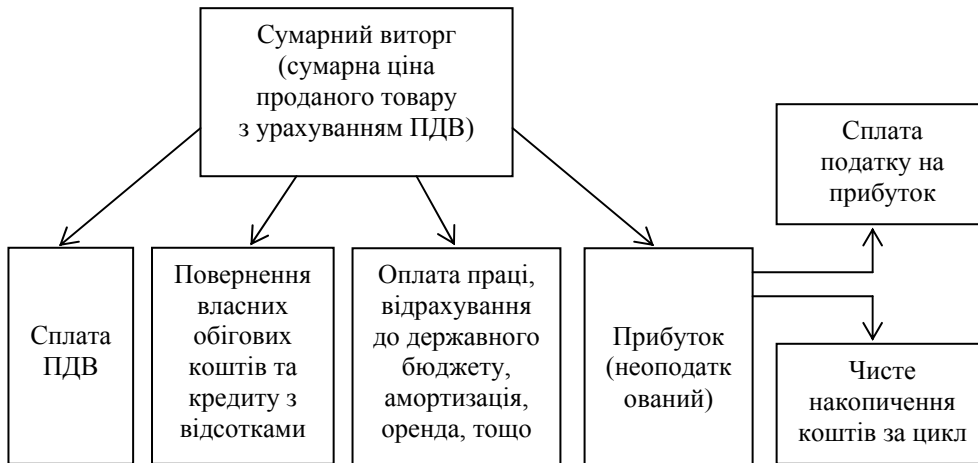


Рис. 2 Баланс коштів у межах кожного циклу

Отже,

$$\Delta S_t = (1 - T_t^P) \cdot \left( \frac{1}{1 + T_t^{VA}} \frac{P_t^*}{P_t} (q_t S_t + K_t) - q_t S_t - K_t - \theta_t K_t - r_t S_t \right),$$

звідки знаходимо:

$$S_{t+1} = S_t + \Delta S_t = a_t S_t + b_t, \quad t = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

де

$$a_t = \frac{1 - T_t^P}{1 + T_t^{VA}} \frac{P_t^*}{P_t} q_t + T_t^P,$$

$$b_t = (1 - T_t^P) \left( \frac{1}{1 + T_t^{VA}} \frac{P_t^*}{P_t} - (1 + \theta_t) \right) K_t.$$

Рекурентна формула (1) дозволяє послідовно від циклу до циклу визначати сумарне накопичення на початок нового циклу. При цьому вхідні параметри для кожного циклу можуть змінюватися.

Не важко помітити, що зростання власних коштів відбувається за умови

$$a_t > 1. \quad (2)$$

Параметр  $a_t$  із отриманої рекурентної формули залежить від „ножиць цін”, податкових ставок та норми накопичення. Тому успіх комерційної діяльності буде досягтися тоді, коли ціни продажу товару будуть „із запасом” перевищувати ціни купівлі, а величину цього „запасу” визначають податки на додану вартість і прибуток та норма накопичення.

### МОДЕЛЬ КОМЕРЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ В СТАБІЛЬНИХ ЕКОНОМІЧНИХ УМОВАХ

Розглянемо випадок, коли параметри  $a_t$  і  $b_t$  не змінюються від циклу до циклу (не залежать від  $t$ ) та дорівнюють  $a$  і  $b$  відповідно. Така ситуація має місце в стабільних економічних умовах або ж при відповідному варіюванні параметрів, від яких залежать  $a_t$  і  $b_t$ .

Тоді функція накопичення може бути представлена у наступному вигляді:

$$S_{t+1} = a S_t + b, \quad (3)$$

де

$$a = \frac{1 - T^P}{1 + T^{VA}} \frac{P^*}{P} q + T^P,$$

$$b = \left( 1 - T^P \left( \frac{1}{1 + T^{VA}} \frac{P^*}{P} - (1 + \theta) \right) \right) K.$$

Зробимо перетворення формули (3):

$$S_{t+1} = aS_t + b = a(aS_{t-1} + b) + b = a^2S_{t-1} + b(1+a) = a^2(aS_{t-2} + b) + b(1+a) = a^3S_{t-2} + b(1+a+a^2) = \dots = a^{t+1}S_0 + b(1+a+a^2+\dots+a^t).$$

Як вже зазначалося, прибутковість торгових операцій впливає з умови  $a_t > 1$ . Тоді вираз  $1 + a + a^2 + \dots + a^t$  можна представити у вигляді  $\frac{a^{t+1} - 1}{a - 1}$  як суму геометричної прогресії із знаменником  $a$ . Отже,

$$S_{t+1} = a^{t+1}S_0 + b \frac{a^{t+1} - 1}{a - 1}. \quad (4)$$

На відміну від формули (1), за допомогою рекурентної формули (4) можна обчислити сумарне накопичення на початку нового циклу, обминаючи всі проміжні значення. Але вхідні параметри для кожного циклу при цьому повинні бути такими ж, як і для початкового.

Далі розглянемо приклад комерційної діяльності підприємства в стабільних умовах.

Нехай підприємство розпочинає свою діяльність із стартовою сумою капіталу  $S_0 = 100\,000$  грн. На початку кожного циклу купівлі-продажу товару підприємство отримує банківський кредит  $K_0$  у розмірі 40 000 грн. на 2 місяці під 21 % річних. Цикл при цьому також складає 2 місяці. Тому можемо припустити, що згідно з умовами кредитування на кінець циклу підприємство повинно сплатити банку суму кредиту та  $\theta = 2,6\%$  від цієї суми. Також будемо вважати, що інтуїтивно або на основі досвіду, розрахунків, тощо менеджмент підприємства встановив необхідну норму накопичення  $q = 0,9$  і „ножиці цін”  $\frac{P^*}{P} = 2,2$ . Нарешті податки на додану вартість і на прибуток також будемо вважати незмінними:  $T^{VA} = 0,2$  і  $T^P = 0,25$ .

Сумарне накопичення коштів за підсумком року (після 6 двомісячних циклів) з початку комерційної діяльності будемо знаходити за формулою (4).

Як видно із табл.1 за рік своєї комерційної діяльності підприємство при заданих умовах може отримати накопичення власних коштів у розмірі  $S_6 = 1\,571\,797$  грн., що на 1 471 797 грн., або майже на 94 % більше за початковий капітал. При цьому величина поточних витрат та споживання складе 272 096 грн. Стрімке зростання цієї величини може означати, наприклад, підвищення заробітної платні співробітникам, збільшення транспортних витрат у зв'язку з розширенням мережі фірм-постачальників, тощо.

Табл. 1 - Розрахунок сумарного накопичення коштів підприємства за рік комерційної діяльності

№ циклу	Виторг за цикл, грн.	Поточні витрати за цикл, грн.	Накопич. поточні витрати, грн.	Сумарне накопичення на кінець циклу, грн.	Накопич. приріст власного капіталу
0	286 000	10 000	10 000	172 970	72 970
1	430 480	17 297	27 297	281 512	181 512
2	645 395	28 151	55 448	442 970	342 418
3	965 081	44 297	99 745	683 138	583 138
4	1 440 614	68 313	168 058	1 040 388	940 388
5	2 147 969	104 038	272 096	1 571 797	1 471 797

Якщо поглянути на процес збагачення даного підприємства з огляду на рекурентну формулу (4), то успішність бізнесу можна пов'язати з великим значенням параметра  $a$  (у даному випадку  $a = 1,4875$ ). Виходячи із цієї умови і виразу для  $a$  (3), знайдемо мінімальне значення норми накопичення. Оскільки

$$\frac{1-0,25}{1+0,2} 2,2q+0,25 > 1,$$

то  $q_{\min} \approx 0,6$ , що свідчить про те, що в разі вимушеного зменшення норми накопичення (наприклад, з 0,9 до 0,85 або 0,75) і відповідно збільшення поточних витрат підприємство не ризикує стати збитковим.

Аналогічно можна отримати мінімальне значення „ножиць цін” при заданих умовах. Оскільки

$$\frac{1-0,25}{1+0,2} \frac{P^*}{P} 0,9+0,25 > 1,$$

то  $\left(\frac{P^*}{P}\right)_{\min} \approx 1,4$ . Це в свою чергу означає, що в разі вимушеного зменшення „ножиць цін” (наприклад, з 2,2 до 2 або 1,8) підприємство не ризикує стати збитковим.

Маркетингове рішення про зменшення величини  $\frac{P^*}{P}$ , як правило, пов'язане зі зменшенням ринкового попиту на товар, що продається. Так, як показують розрахунки, при зменшенні „ножиць цін” приблизно на 10% ( $\frac{P^*}{P} = 2$ ) сумарне накопичення коштів за рік підприємницької діяльності зменшиться на 1 117 057 грн. і буде становити 970 912 грн., що хоча й не є загрозливим для існування підприємства, але значною мірою відбивається на його прибутковості.

Тепер з'ясуємо, як податок на додану вартість впливає на накопичення власних коштів. Припустимо, що податок на додану вартість відмінено. У цьому випадку розрахунки показують, що власні кошти підприємства будуть збільшуватися майже в 2 рази кожного циклу і на кінець року складуть 8 864 863 грн., але при цьому держава недоотримає в бюджет 6 716 894 грн.

З'ясуємо, як впливає на комерційну діяльність підприємства залучення до обігу кредитних коштів. Нехай підприємство на самому початку комерційної діяльності відмовляється від залучення кредиту. Тоді за формулою (4) при  $K = 0$  отримуємо

$$S_6 = a^6 S_0 .$$

Звідки знаходимо, що при даних умовах підприємство може отримати накопичення власних коштів у розмірі  $S_6 = 1\,083\,283$  грн., що майже на 488 514 грн. менше суми накопичення при залученні кредитних коштів. Поточні витрати при цьому значно скоротяться: з 272 096 грн. до 72 826 грн. за рік., тобто більше, ніж у 3,5 рази. Якщо, наприклад, при цьому збільшити суму власних коштів в обігу, поклавши  $q_t = 0,95$ , то отримаємо накопичення власних коштів у розмірі  $S_6 = 1\,420\,614$  грн. Якщо ж усі власні кошти залучати в обіг (без залучення кредиту), відмовившись від поточних витрат, то накопичення власних коштів за рік складе 1 841 282 грн., що на 269 485 грн. більше, ніж при нормі накопичення  $q_t = 0,9$  і залученні кредитних коштів у розмірі 40 000 грн. Отже, залучення кредитів до комерційної діяльності значно впливає на накопичення власних коштів і розумна кредитна політика може значною мірою збільшити власний капітал підприємства.

Варто зазначити, що у реальному житті підприємство дуже часто приймає управлінські рішення щодо зменшення „ножиць цін”, об'єму закупівель та продажу, суми банківського кредиту, тощо. Такі дії викликані, перш за все, обмеженістю ринку збуту товару або конкуренцією і природним чином не дозволяють підприємству залишати незмінними вище перераховані параметри моделі (1) та отримувати надприбутки. Ще одним ключовим фактором, що стримує безмежне накопичення власних коштів є інфляція.

### МОДЕЛЬ КОМЕРЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ В УМОВАХ ІНФЛЯЦІЇ

Завдання будь-якої комерційної структури, що працює в умовах інфляції, – отримати накопичення власних коштів не менше номінального (такого, як в стабільних економічних умовах).

Враховуючи (1), модель комерційної діяльності в умовах інфляції запишемо у вигляді:

$$\tilde{S}_{t+1} = \tilde{a}_t \tilde{S}_t + \tilde{b}_t, \quad t = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

де

$$\tilde{a}_t = \frac{1 - \tilde{T}_t^P}{1 + \tilde{T}_t^{VA}} \frac{\tilde{P}_t^*}{\tilde{P}_t} \tilde{q}_t + \tilde{T}_t^P,$$

$$\tilde{b}_t = \left(1 - \tilde{T}_t^P\right) \left( \frac{1}{1 + \tilde{T}_t^{VA}} \frac{\tilde{P}_t^*}{\tilde{P}_t} - (1 + \tilde{\theta}_t) \right) \tilde{K}_t.$$

Логічно припустити, що  $\tilde{q}_t = q_t$ , тобто норма накопичення не залежить від інфляції. Нехай також  $\tilde{T}_t^P = T_t^P$ , а  $\tilde{T}_t^{VA} = T_t^{VA}$  (податкові ставки не змінюються). Інфляцію будемо характеризувати такими параметрами:  $\lambda_t$  -

рівень інфляції,  $\tau_t = \frac{\lambda_t}{\lambda_{t-1}}$  - поточний індекс інфляції. Тоді очевидно, що

$$\tilde{S}_t = S_t \cdot \lambda_t, \quad \tilde{K}_t = K_t \cdot \lambda_t.$$

Розділивши (5) на  $\lambda_{t+1}$ , отримаємо:

$$\begin{aligned}\frac{\tilde{S}_{t+1}}{\lambda_{t+1}} &= \frac{\tilde{a}_t}{\lambda_{t+1}} \tilde{S}_t + \frac{\tilde{b}_t}{\lambda_{t+1}} = \frac{\tilde{a}_t}{\lambda_{t+1}} \frac{\tilde{S}_t}{\lambda_t} + (1 - \tilde{T}_t^P) \left( \frac{1}{1 + \tilde{T}_t^{VA}} \frac{\tilde{P}_t^*}{\tilde{P}_t} - (1 + \tilde{\theta}_t) \right) \frac{\tilde{K}_t}{\lambda_t} = \\ &= \frac{\tilde{a}_t}{\tau_{t+1}} S_t + (1 - \tilde{T}_t^P) \left( \frac{1}{1 + \tilde{T}_t^{VA}} \frac{\tilde{P}_t^*}{\tilde{P}_t} - (1 + \tilde{\theta}_t) \right) \frac{K_t}{\tau_{t+1}} = S_{t+1}.\end{aligned}$$

З іншого боку, згідно формули (1),

$$S_{t+1} = a_t S_t + (1 - T_t^P) \left( \frac{1}{1 + T_t^{VA}} \frac{P_t^*}{P_t} - (1 + \theta_t) \right) K_t.$$

Порівнюючи останні два вирази, одержуємо наступні умови:

$$\tilde{a}_t = a_t \cdot \tau_{t+1} \Rightarrow \frac{\tilde{P}_t^*}{\tilde{P}_t} = \frac{P_t^*}{P_t} \tau_{t+1} + \frac{1 + T_t^{VA}}{1 - T_t^P} T_t^P (\tau_{t+1} - 1), \quad (6)$$

$$\begin{aligned}(1 - \tilde{T}_t^P) \left( \frac{1}{1 + \tilde{T}_t^{VA}} \frac{\tilde{P}_t^*}{\tilde{P}_t} - (1 + \tilde{\theta}_t) \right) \frac{1}{\tau_{t+1}} &= (1 - T_t^P) \left( \frac{1}{1 + T_t^{VA}} \frac{P_t^*}{P_t} - (1 + \theta_t) \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \tilde{\theta}_t &= (1 + \theta_t) \tau_{t+1} + \frac{1}{q_t} \frac{T_t^P}{1 - T_t^P} (\tau_{t+1} - 1) - 1,\end{aligned} \quad (7)$$

$$\tilde{K}_t = K_t \cdot \lambda_t. \quad (8)$$

Отже, якщо умови (6)-(8) виконуються, то накопичення власного капіталу підприємства буде номінальним.

Якщо ж виконуються умови

$$\frac{\tilde{P}_t^*}{\tilde{P}_t} \geq \frac{P_t^*}{P_t} \tau_{t+1} + \frac{1 + T_t^{VA}}{1 - T_t^P} T_t^P (\tau_{t+1} - 1), \quad (9)$$

$$\tilde{\theta}_t \leq (1 + \theta_t) \tau_{t+1} + \frac{1}{q_t} \frac{T_t^P}{1 - T_t^P} (\tau_{t+1} - 1) - 1, \quad (10)$$

$$\tilde{K}_t \geq K_t \cdot \lambda_t, \quad (11)$$

то накопичення власного капіталу за умов інфляції буде не менше номінального.

Далі розглянемо приклад діяльності в умовах інфляції підприємства, що бажає забезпечити отримання номінального накопичення капіталу за підсумком року комерційної діяльності (всі параметри моделі залишаються тими ж, що і в попередньому прикладі). Будемо вважати, що очікувані індекси інфляції мають значення: 104% - за перші три та 105% - за останні три цикли року.

Результати обчислень наведені в табл.2. В останньому стовпці наведені значення величини  $S_{t+1} = \frac{\tilde{S}_{t+1}}{\lambda_{t+1}}$  для порівняння з сумою накопиченого капіталу в цінах базового періоду (передостанній стовпець табл. 1).

Табл. 2 - Розрахунки номінального накопичення власних коштів підприємства за рік комерційної діяльності в умовах інфляції

№ циклу	Рівень інфляції на кінець циклу	„Ножиці цін”	Сума кредиту, грн.	Ставка кредиту	Накопичення капіталу на кінець циклу, грн.	Накопичення капіталу на кінець року в цінах базового періоду, грн.
0	1,04	2,306	40 000	0,082	179 888	172 970
1	1,0816	2,306	41 600	0,082	304 484	281 512
2	1,1248	2,306	43 264	0,082	498 281	442 970
3	1,1811	2,332	44 995	0,096	806 859	683 138
4	1,2402	2,332	47 244	0,096	1 290 250	1 040 388
5	1,3022	2,332	49 607	0,096	2 046 749	1 571 797

Як бачимо, виконання умов (6)-(8) призводить до того, що підприємство працює, ніби не помічаючи інфляцію. Для цього, ймовірно, повинні були бути прийняті відповідні управлінські рішення щодо збільшення „ножиць цін” та суми банківського кредиту, відсоток якого, до речі, також збільшився. Якщо ж підприємство бажає отримати сумарне накопичення більше номінального, то в даних умовах за перші півроку „ножиці цін”, наприклад, повинні бути більші за 2,306 кожного циклу, а за останні півроку – більші за 2,332. Але це, зрозуміло, може негативно відобразитися на купівельному попиті продукції, продажем якої займається підприємство, а отже і зменшити його прибутковість.

## ВИСНОВКИ

Побудована економіко-математична модель комерційної діяльності разом із її чисельними прикладами демонструє важливу роль використання математичного апарату в аналітичному підході до вирішення багатьох питань в організації та веденні бізнесу. Лише повне розуміння всіх теоретичних аспектів комерційної діяльності може позбавити підприємців від небажаних скорочень обсягів виробництва і, як наслідок, – недоотримання прибутків, а економіку країни – від несплачених податків. Подальші дослідження в цьому напрямку дуже перспективні і мають надзвичайно важливе та практичне значення, особливо в нашій країні як країні з перехідною економікою.

## SUMMARY

*This article is devoted to the problem of creating an economical-mathematical model of commercial activity using an example of resale business. The accents are made on analysis of factors which have an influence with successful activity of an enterprise. The overwhelming majority of aspects that was described in the article are notably perspective and important for Ukraine.*



## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Макконнел К., Брю С. Экономикс: принципы, проблемы, политика. В 2-х т.// Пер. с англ. – Баку: Азербайджан, 1992. – Т.1. – 264с.
2. Четыркин Е., Васильева Н. Финансово-экономические расчеты. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 332с.
3. Алексеев А.А. Модель накопления в коммерческой деятельности при условии инфляции // Кибернетика и системный анализ. – 1995. – №2 – С.174-177.