

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
Факультет технічних систем та енергоефективних технологій
Кафедра комп'ютерної механіки імені Володимира Марцинковського

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

магістра

**на тему: «Числовий аналіз впливу багатощпаринних
ущільнень на динаміку ротора відцентрового насосу»**

Спеціальність: 131 Прикладна механіка

Освітня програма: Комп'ютерна механіка

Виконав: студент групи КМ.м-91

Слинько Д.Ю.

Керівник: доц. Загорулько А.В.

Рецензент: Яценко А.С.

Суми 2020

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота магістра: 46с., 19 рис., 2 табл., 16дж.

Об'єкт дослідження – гідростатичні сили в багатошпаринних ущільненнях відцентрового насосу.

Мета роботи – підвищення технічного рівня відцентрового насосу шляхом оцінки впливу багатошпаринних ущільнень на статичні властивості ротора насосу.

Метод дослідження – числовий аналіз радіальних і осьових гідростатичних сил у багатошпаринних ущільненнях за допомогою програмного комплексу ANSYS CFX.

Зона застосування - цей звіт є описом комплексу системи діагностики роторних машин.

В роботі розглянуті витратні та статичні характеристики шпаринних дроселів для турбулентної течії в'язкої нестискуваної рідини.

Так як ущільнення є деяким резервом підвищення ККД, то дослідження якісного впливу їх окремих параметрів на величину і напрямки гідростатичної сили має практичне значення. Для цього у роботі обчислено зміни тиску по довжині каналу і радіальну силу, зміни перепадів тиску по колу, обчисленні витрати при великих торцевих камерах, коефіцієнти жорсткості.

БАГАТОШПАРИННІ УЩІЛЬНЕННЯ, ГІДРОСТАТИЧНА СИЛА, ЕКСЦЕНТРИСИТЕТ, ПЕРЕПАД ТИСКУ, ВТРАТИ.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ, ВИЗНАЧЕННЯ ШЛЯХІВ ПІ РОЗВ'ЯЗАННЯ.....	5
1.1. ШПАРИННІ УЩІЛЬНЕННЯ.....	5
1.2 ДИНАМІЧНА СИСТЕМА РОТОВ – ШПАРИННІ УЩІЛЬНЕННЯ...7	
2.МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ СИЛ У ШПАРИННИХ УЩІЛЕННЯХ.....	11
2.1 ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧИ	11
2.2 Рівняння Нав'є-Стокса та перетворення Рейнольца.....	15
2.3 ОЦІНКА ПОРЯДКУ ЧЛЕНІВ РІВНЯННЯ РЕЙНОЛЬСА.....	20
2.4 ДО ВИБОРУ СИСТЕМИ КООРДИНАТ.....	28
2.5 ЗМІНА ЗАЗОРУ ТА ГРАНИЧНІ УМОВИ.....	32
3.МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ У БАГАТОШПАРИННОМУ УЩІЛЬНЕНІ ЗА ДОПОМОГОЮ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ ANSYS.....	35
ВИСНОВКИ.....	43
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	44

Вступ

Шпаринні ущільнення відносяться до класу безконтактних ущільнень, які використовуються у якості ущільнення рухомих з'єднань. Зокрема, шпаринні ущільнення – найбільш поширений тип ущільнення ротора відцентрових насосів та компресорів.

Основою шпаринних ущільнень є шпаринні дроселі – вузькі канали, герметизуючий ефект котрих визначається їхнім гідравлічним опором та в меншій мірі характером руху стінок. Шпаринні дроселі входять також складовими елементами у конструкції усіх інших типів безконтактних ущільнень.

Теоретичну основу шпаринних ущільнень становить аналіз течії в'язкого середовища у дроселюючих каналах різних граничних умов, визначаємих кінематичними характеристиками руху стінок каналів. У свою чергу, тиск, що протікає у каналах середовища створює сили та моменти, які впливають на рух стінок. Оскільки у реальних конструкціях принаймні одна із стінок володіє пружною податливістю, задача гідроаеродинаміки течії переростає у задачу гідроаеропружності. Точне аналітичне рішення такої задачі поки не є доступним, так як рівняння руху в'язкого середовища нелінійні. Доводиться обмежуватися або приближеними числовими методами, або суттєво спрощувати початкову математичну модель, зберігаючи вплив основних факторів, які визначають фізичні процеси у розглядуваній системі. Аналіз навіть аналітичної моделі дозволяє отримати важливі для практики закономірності, яким підчиняється течія у вузькому каналі з рухомими та податливими стінками.

Завдяки широкому використанню в усіх галузях машинобудування, теорія та основи конструювання шпаринних ущільнень являють важливий розділ гермомеханіки.

1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ, ВИЗНАЧЕННЯ ШЛЯХІВ ЇЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ

Ущільнення роторів повинні задовольняти двом головним умовам: володіти необхідною герметичністю та підвищеною надійністю при заданих перепаді тиску, частоті обертання, температурі та фізичним властивостям середовища що ущільнюється. Результатом пошуку компромісу між цими двома суперечливим вимогам з'явилося формування двох класів ущільнення роторів: контактні та безконтактні.

1.1 ШПАРИННІ УЩІЛЬНЕННЯ

Шпаринні ущільнення до прийнятої класифікації[1] відносяться до класу безконтактних ущільнень. Це значить, що у процесі роботи між їхніми ущільнюючими поверхнями зберігається гарантований проміжок.

Шпаринні ущільнення уявляють собою кільцевий(рис.1.1,а) або торцевий(рис.1.1,б) канали (гідравлічні дроселі) з відносно малим проміжком між стінками (ущільнюючими поверхнями). За напрямком нормалі до потоку шпаринні ущільнення поділяються на радіальні, або кільцеві(а) та на аксіальні, або торцеві(б). Часто у конструкціях вузла шпаринного ущільнення присутні і радіальні, і аксіальні елементи. В деяких конструкціях використовують плоскі канали.

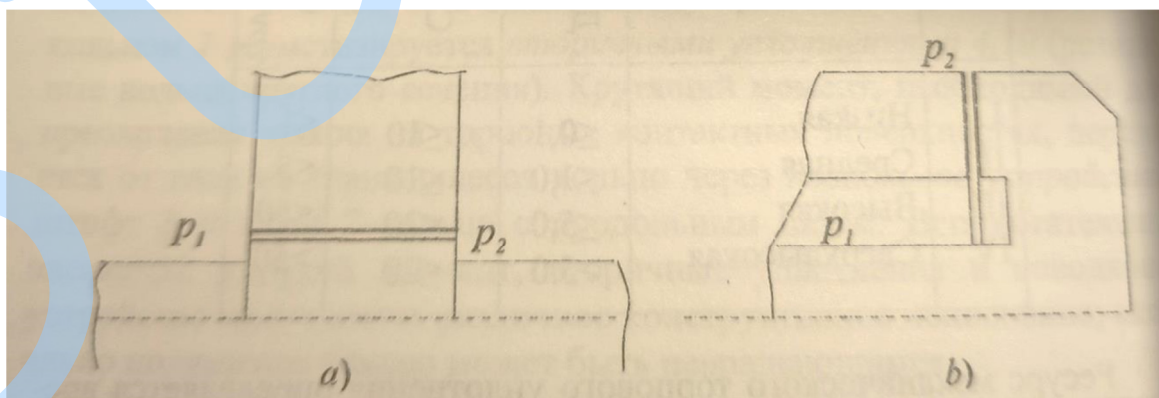


Рис.1.1 Схеми радіального (кільцевого) – а) та аксиального (торцевого) – б) шпаринних ущільнень

Шпаринні дроселі розділяють порожнини, в котрих ущільнене середовище знаходиться під різним тиском. Витрати обмежуються за рахунок втрат потенційної енергії тиску на подолання місцевих опорів та опору тертя по довжині каналу, а інколи інерційного опору. Чим більші ці затрати, тим менша доля потенційної енергії переходить у кінетичну енергію потоку, тим менша середня швидкість рідини у каналі та її витрати. Таким чином, шпаринні ущільнення не усуває повністю витрати а лише обмежує їх.

Різноманітність способів збільшення опору дроселів зумовлює велику кількість конструктивних рішень шпариних ущільнень. Велику групу ущільнень з дроселюючими шпаринами складають лабіринтні ущільнення, у котрих переважають місцеві опори.

Шпаринні ущільнення уявляють собою найбільш простими та надійними, так як найчастіше не вимагають додаткових деталей: ущільнюючий проміжок утворюється корпусом та валом. Для них не виникає проблем охолодження, оскільки виділятиме у проміжку тепло незначне та ефективно відводиться неминучими проточками. Робота без помітного нагрівання особливо важлива у випадку середовищ з низькою температурою кипіння: рідкий водень, кисень, фтор та ін. Ресурс – час відпрацювання до досягнення неприпустимих протікань, зумовленими збільшенням радіальних проміжків. При відсутності контакту між стінками проміжку його величина збільшується в результаті ерозійного зношення, а це процес повільний та прогнозований, особливо якщо ущільнене середовище не містить абразивних часток. Шпаринні ущільнення реверсивні, тобто зберігають працездатність при зміні знаку перепаду тиску (при зміні напрямку протікань), а також при зміні напрямку обертання ротору.

Вказані позитивні якості реалізуються при умові збереження безконтактного режиму роботи, коли немає небезпеки задирів. А для цього потрібно щоб початкова величина зазору (для радіальних ущільнень) перевищувала сумарний ексцентриситет валу відносно ущільнюючого кільця. Ексцентриситет може з'явитися із-за похибки виготовлення та зборки

(биття, радіальна та кутова несоосності), у результаті силових та теплових деформацій, а також вібрацій валу. З цих зображень зазор доводиться назначати у межах не менш 0,2 – 0,4 мм. Тому протічки через шпаринні ущільнення нових відцентрових насосів досягають 5% від подачі насоса. У процесі експлуатування протічки можуть суттєво зростати із-за ерозійного розмиву ущільнюючих зазорів, а це веде до відповідного зниження коефіцієнта корисної дії.

Торцеві безконтактні ущільнення у простішому варіанті застосовують рідко, так як складно забезпечити відсутність контакту у процесі роботи при малих (0,1 – 0,2 мм) початкових зазорів: температурні деформації корпусу та валу, осевий люфт ротора в опорах, похибки збірки мають такий ж порядок. Безконтактна робота забезпечується у різноманітних конструкціях гідростатичних та саморегулюючих торцевих ущільнень[2,3], виділених в окремий тип безконтактного ущільнення ротора.

1.2 ДИНАМІЧНА СИСТЕМА РОТОВ – ШПАРИННІ УЩІЛЬНЕННЯ

Відцентрові насоси та компресори широко використовуються в усіх галузях промисловості. Для них характерна стійка тенденція до підвищення робочих параметрів: подач, тисків та швидкостей, тобто до концентрації усе більших потужностей в одиничних агрегатах. Наприклад, подачі головних циркуляційних насосів атомних електростанцій становлять 20 000 м³/год, напір багатообертових насосів досягає 60 МПа [4,5]. Відцентрові компресори надвисоких тисків розвивають тиск на виході до 180 МПа. Частота обертання роторів турбонасосних агрегатів ракетних двигунів досягає 200 000 об/хв и та обмежується лише міцністю робочих колес (гранично допустима окружна швидкість ободу робочого колеса – 450 м/с). Саме таку частоту обертання має турбонасосні агрегати (ТНА) пального (рідкий водень) фірми «Аероджет ликвід ракет» (США). Потужність ТНА вимірюється сотнями мегават при вкрай низьких масових та габаритних характеристиках (потужність ТНА ракетного двигуна РД-170 становить ~180 МВт). Серед усіх видів лопатних машин рухових та енергетичних установок ТНА мають найбільш велику

питому потужність 50-150 кВт/кг[6]. Для порівняння: питома потужність парової турбіни К-500-65/3000 (номінальна потужність 500 МВт) для атомних енергетичних блоків з реакторами РБМК-1000 – 0,357 кВт/кг, а живильних насосів ПТ-3750-75 для тих ж блоків – 0,51 кВт/кг[7].

В процесі створення відцентрових насосів і компресорів на будь-які параметри, окрім відпрацювання економічної проточної частини, першочерговими задачами є зниження вібрацій, забезпечення необхідної надійності та довговічності опор та приводних муфт, розробка надійних та достатньо герметичних ущільнень. За визначенням задача ущільнень ущільнювати, тобто обмежувати перетоки між порожнинами з різними тисками. Однак, особливість відцентрових машин полягає у тому, що перераховані задачі взаємопов'язані та в більшості випадків можуть бути задовільно вирішені за рахунок правильного вибору конструкції шпаринних ущільнень.

Справа в тому, що у відцентрових машинах до 10% втрачаємої потужності втрачається на проточки через шпаринні ущільнення робочих колес та системи авторозвантаження осьових сил. Для крупних живильних насосів, наприклад, це тисячі кіловат. Енергію об'ємних втрат можливо перетворити у корисну енергію, якщо шпаринні ущільнення використовувати одночасно як гідростатичні опори, які здатні володіти не тільки великою радіальною жорсткістю, але і ефективно демпфувати коливання ротора. У цьому випадку енергія протічок не тільки здатна забезпечити необхідну несучу здатність опор, але и знизити до приємливого рівня вібрацій ротора навіть при наявності значної нерівноваженості.

Зв'язок вібраційних характеристик ротора з конструкцією шпаринних ущільнень вперше була виявлена та досліджена професором А.А. Ломакінім у 1953 року [8] при доведенні живильних насосів СВП-220-280 до тиску 22 МПа з подачею 345 м³/год та с обертовою частотою 6000 об/хв. Насоси призначалися для живлення парових котлів турбоустановки СВК-150 потужністю 150 МВт з тиском пару 17 МПа та температурою 550°С.

Проектування та виготовлення насосів велося на Санкт-Петербурзькому Металевому заводі інженером С.М. Етингером під науковим керівництвом професора А.А. Ломакіна.

При перших пусках насосів на Чепетської ГРЕС виявилася підвищена вібрація, через котру через 2-3, максимум через 600-800 годин доводилося зупинити насос та змінювати ротор та ущільнюючого кільця. Величезні зусилля, витрачені на підвищення якості виготовлення та зборки, балансування та центрування, модернізації підшипників та муфт не дали бажаних результатів. Довелося зупинитися та ретельно проаналізувати ті явища, які спостерігалися у процесі доводки та експлуатації насосів[9].

Увагу фахівців привернула наступна обставина. Під час відпрацювання оптимально засобу центровки насоса з редуктором остаточна перевірка центровки проводилася на прогрітому насосі, підключеному до всмоктуючої магістралі. При цьому виявилось, що при підвищенні тиску всередині насоса до 2-2,5 МПа ротор спливав на 0,15-0,20 мм, а при знятті тиску опускався.

За ініціативою С.М.Етингера була створена модель необертового ротора в ущільненнях з підводом тиску від зовнішнього насоса та на ній була досліджена залежність центруючих сил від конструкції шпаринних ущільнень, величини радіального зазору та дроселюючого тиску.

Досліди показали, що у трьохшпаринних ущільненнях, прийнятих у конструкцію насосу для зменшення об'ємних втрат, при перепаді тиску більш ніж на 3 МПа виникають інтенсивні самовиникаючі коливання ротора. Після зміни трьохшпаринного ущільнення на одношпаринне проблема вібрацій насоса була майже повністю знята. Всі ці фактори послужили основою для теоретичного аналізу радіальних сил у кільцевих зазорах, успішно виконаних професором А.А. Ломакіним, котрий дав фізичне пояснення походження радіальної гідростатичної центруючої сили у шпаринному ущільненні (ефект Ломакіна) та вивів формулу для її обчислення. В подальших працях були розглянуті трьохшпаринні

ущільнення[10], а також отримані для ламінарної течії циркулюючі та демпфіруючі сили, оцінені їх вплив на динамічну стійкість ротора[11].

Перераховані праці, а також необхідність теплової та атомної енергетики у живильних, головних циркуляційних та інших насосах на все більші параметри стимулювали в 60-70-х роках детальне вивчення проблем гідродинаміки шпаринних ущільнень та їх вплив на вібраційний стан роторів відцентрових машин[2]. Роботи по створенню турбонасосних агрегатів ракетних двигунів великої потужності для космічних кораблей багаторазового використання ще більш підняли інтерес дослідників до динамічних властивостей шпаринних ущільнень та до вібрацій ротора в ущільненні[12].

Ще у 1957 року у Сумах, в ВНИИАЕН (тоді СКБ живильних насосів) за ініціативою головного інженера С.С.Серикова був створений унікальний стенд, на котрому проводилися вібраційні дослідження натурних роторів високонапірних живильних насосів з різними конструкціями шпаринних ущільнень[13]. З тих пір основні роботи по динаміці відцентрових насосів у минулому Радянському Союзі проводилися і зараз проводяться у Сумах. Особливості цих робіт полягає в тому, що ротор та ущільнення розглядаються як замкнута гідромеханічна система, в котрій роль сполучної ланки виконує потік перекачуваного середовища у дроселюючих каналах, інерційні та гідродинамічні характеристики потоку[5].

Вплив середовища особливо суттєвий при наявності великих градієнтів швидкостей та тисків. Такі умови як раз і характерні для малих зазорів шпаринних ущільнень, на котрих дроселюються великі перепади тиску, а одна із стінок належить обертовому та вібруючому ротору

Ще один зворотній зв'язок існує між геометричною формою зазору (середній радіальний зазор H та конусність θ_2) та тиском в зазорі $p(z, \varphi)$: деформації ущільнюваних кілець визначаються розподілом тиску, а останнє дуже чутливо до змінення величини та форми зазору. Тому для визначення встановившогося деформованого стану необхідно сумісно вирішати рівняння

руху рідини у зазорі та рівняння теорії пружності. Рішення такої статичної задачі гідропружності дозволяє створювати пружно деформуючі ущільнення з геометрією поперечного розрізу, при котрій у робочому (деформованому) стані вони мають оптимальну з точки зору гідродинамічних характеристик форму зазору. При цьому сам середній зазор зменшується із збільшенням ущільнюючого перепаду тиску, завдяки чому зменшуються витрати та збільшується об'ємний ККД насоса[5], одночасно збільшується жорсткість ротора та покращується його вібраційний стан.

Таким чином, при виборі конструкції шпаринних ущільнень необхідно враховувати не тільки їх пряме призначення – зменшувати об'ємні витрати, але и не менш важливу функцію – забезпечувати необхідні вібраційні характеристики ротора.

2 МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ СИЛ В ШПАРИННИХ УЩІЛЬНЕННЯХ

2.1 ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧИ

Витратні та силові характеристики шпаринних ущільнень визначаються розподілом швидкостей та тисків у трьохмірній течії в'язкої рідини у кільцевих або торцевих дроселюючих зазорах. Течія витрат (осеве у кільцевих та радіальне у торцевих ущільненнях) виникає в результаті дії ущільнюючих перепадів тиску. В високонапірних насосах такі перепади досягають 10-15 МПа, тому навіть в малих ущільнюючих зазорах числа Рейнольца, як правило, перевищують критичне значення, тобто течія є турбулентною.

У роторних машинах принаймні одна із стінок ущільнення жорстко зв'язана з ротором та відтворює його рух: обертається навколо осі, яка прецесією рухається навколо центра ущільнюючого кільця та здійснює радіальні та кутові коливання (рис.2.1). В зв'язку з цим ускладнюються граничні умови для рівнянь руху рідини у зазорі, а сама течія стає

нестационарним. Середні радіальні зазору в ущільненні малі, та коливання валу навіть с амплітудами, які вимірюються сотими долями міліметра, суттєво впливають на розподіл тисків та швидкостей, тому знехтувати радіальними та кутовими коливання валу при аналізі гідродинамічних характеристик шпаринних ущільнень не можна.

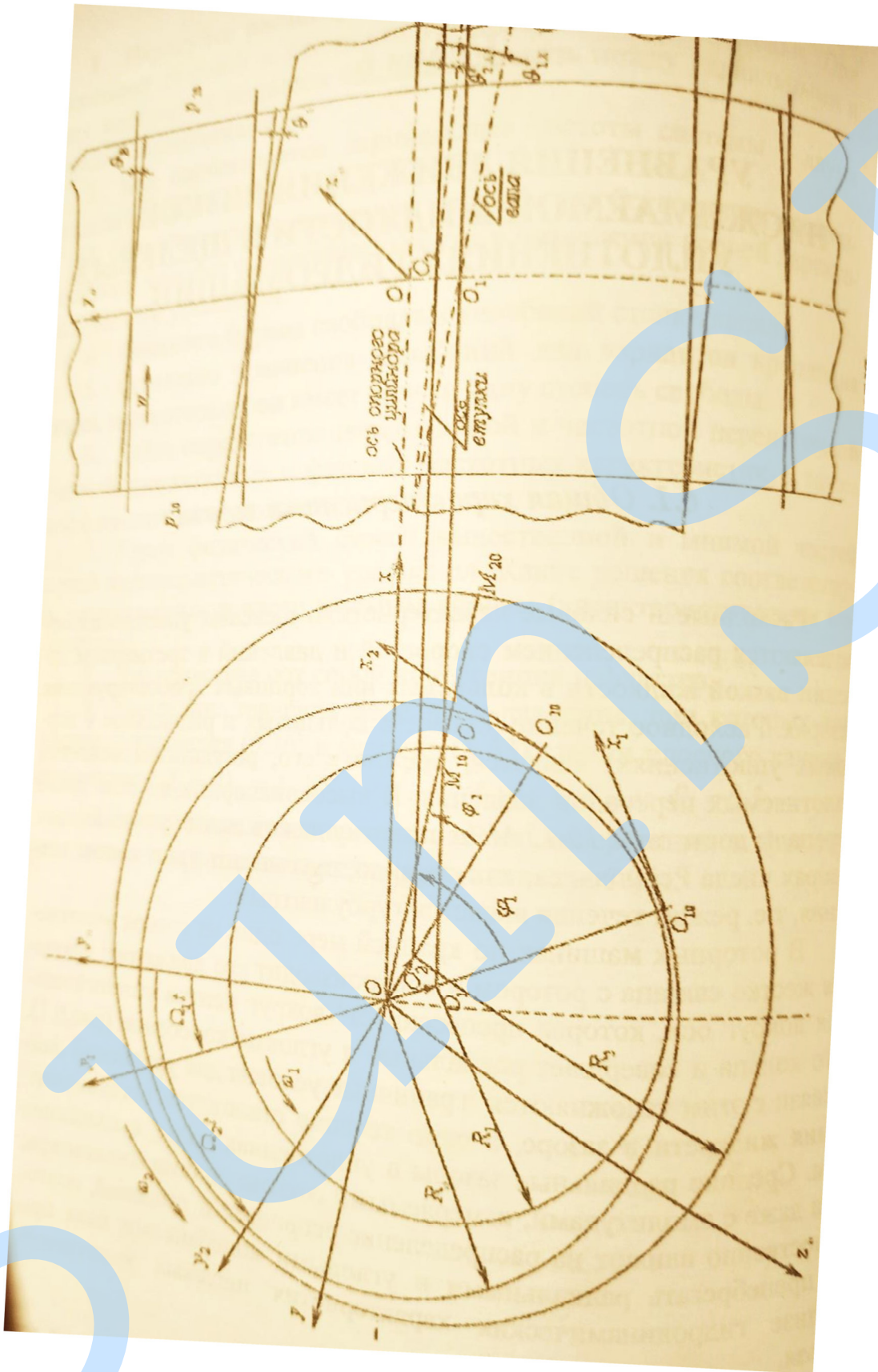


Рис 2.1 Розрахункова схема шпаринного ущільнення

Таким чином, для обчислення швидкостей та тисків у зазорі необхідно вирішити нелінійне рівняння нестационарних трьохмірних (спіральних) течій рідини як для ламінарних, та и на турбулентних режимах. Ця задача надзвичайно складна, тому доводиться йти на ряд спрощень, а достовірність результатів перевіряти досвідом.

Більшість спрощень, як і в гідродинамічній теорії змащення або теорії граничного слою, засновано на тому, що радіальний замір малий по відношенню до радіуса та протяжністю каналу у напрямку витратної течії. У подальшому аналізі густина, в'язкість та температура вважатимуться постійними, що допустимо, так як виділятиме у результаті гідравлічних втрат тепло відводиться інтенсивною витратною течією, характерною для шпаринних ущільнень відцентрових насосів.

На рис.(2.1) показана узагальнена модель шпаринного ущільнення. Модель уявляє собою кільцевий дросель, утворений внутрішнім циліндром (валом) з малим кутом конусності θ_A та зовнішнім циліндром (втулкою) з кутом конусності θ_B . Вал та втулка обертаються навколо власної осі з частотами власного обертання ω_1 , ω_2 . Самі осі обертаються навколо нерухомого центра O з частотою прецесії Ω_1 , Ω_2 , а також здійснюють радіальні та кутові коливання.

Практична значимість аналізу обраної розрахункової моделі зумовлена тим, що у відцентрових насосах часто використовуються багатошпаринні ущільнення. Приклад конструкції двохшпаринного ущільнення показано на рис(2.2). В таких ущільненнях, непарні зазори мають обертову внутрішню та нерухому зовнішню поверхні: $\omega_2=0$, $\omega_1=\omega$; для парних зазорів (II) : $\omega_1=0$, $\omega_2=\omega$. Результати аналізу схеми з рухомою втулкою дозволяють оцінити вплив гідродинамічних характеристик зазору II на вібраційний стан ротора. В ущільненнях з плаваючими кільцями зовнішня стінка каналу може здійснювати радіальні та кутові коливання. Відповідні таким коливанням гідродинамічні сили та моменти необхідні для аналізу динамічних

характеристик плаваючих кілець та для оцінки їх впливу на динаміку самого ротора[2].

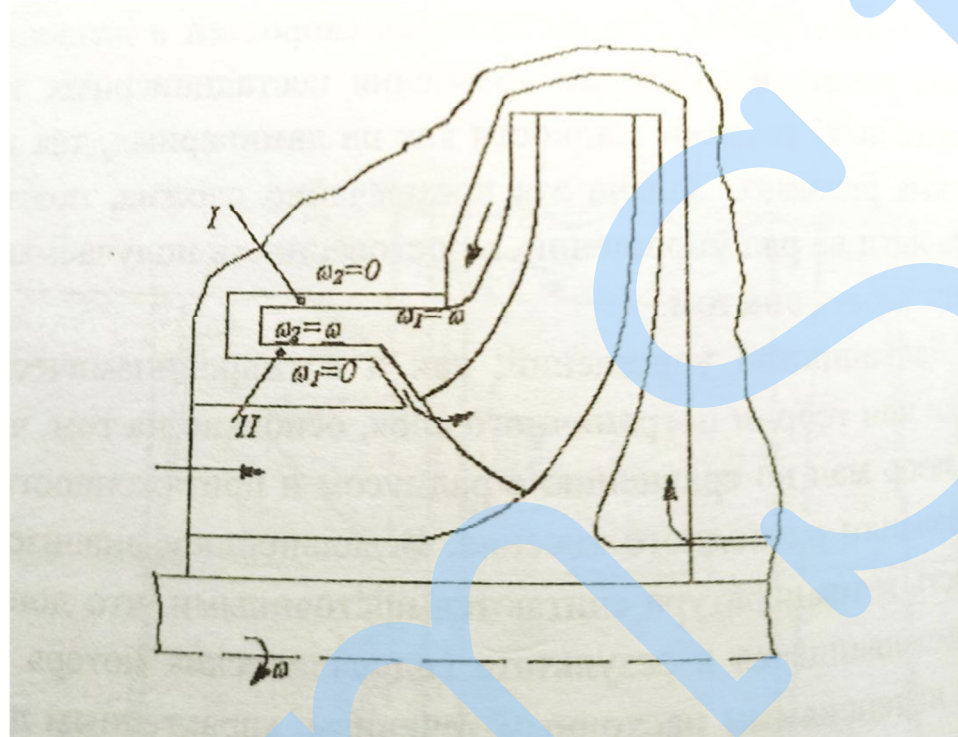


Рис.2.2 Двохшпаринне ущільнення: кутові швидкості стінок непарного (I) та парного (II) зазорів

2.2 Рівняння Нав'є-Стокса та перетворення Рейнольця

Закон змінення кількості руху для елементарного об'єму суцільного середовища приводить до рівнянь[14]

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \rho F_i + \frac{\partial p_{ji}}{\partial x_j}, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2.1)$$

Котрі уявляють собою рівняння динаміки суцільного середовища в напруженнях. Підсумування необхідно проводити по повторюваному

індексу. Вхідні івняння інерційні, масові та поверхневі сили по відношенні до одиниці об'єму. Система трьох рівнянь містить три невідомі проекції швидкості u_i та шість незалежних компонентів тензора напружень p_{ij} , відповідно є замкнутою.

Якщо використовувати узагальнений закон в'язкості Ньютона, встановлюючий лінійний зв'язок між напруженнями та швидкостями деформації,

$$p_{ij} = \begin{cases} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) & \text{при } j \neq i, \\ -p + 2\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} & \text{при } j = i, \end{cases} \quad (2.2)$$

тобто розглядати ньютонівську рідину, то після підстановки (2.2) в рівняння (2.1) для нестискуваної рідини прийдемо до рівняння ламінарної течії – рівнянням Нав'є-Стокса[14]

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad (2.3)$$

$i, j = 1, 2, 3$; підсумування індексів, які повторюються. Ліві частини цих рівнянь являють собою локальні та конвективні сили інерції, перші доданки у правих частинах – сили тиску, наступні доданки – сили в'язкого тертя. Усі сили віднесені до одиниці об'єму, тобто не є силами, діючими на дискретні частки, а лише густиною розподілення сил в елементарному об'ємі суцільного середовища. В рівнянні (2.3) опущені масові сили. Рівняння (2.3) разом з рівнянням нерозривності для нестискуваної рідини

$$\operatorname{div} U = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$

утворюють замкнуту систему.

Як відмічалось раніше, для ущільнень високонапірних відцентрових машин переважним є турбулентний режим течії. Рівняння розв'язаного турбулентного руху отримані Рейнольдсом у 1895 р.

Швидкості та тиски розв'язаної турбулентної течії Рейнольдс представив у вигляді суми їх осереднених значень \bar{u}_i, \bar{p} та пульсацій u'_i, p' :

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i, p = \bar{p} + p'. \quad (2.4)$$

В якості осередненого значення прийнято середнє за період T значення розглядаємо величини в той чи іншій фіксованій точці течії. Наприклад,

$$\bar{u}_i = \frac{1}{T} \int_0^{t_0+T} u_i(t) dt,$$

причому період інтегрування необхідно обирати достатньо великим, щоб осереднене значення вже не залежало від часу, тобто вибору t_0 . Течія, для котрої існує такий період осереднення, великий порівняльно с періодом турбулентними пульсаціями та малими порівняльно з характерними для осередненої течії інтервалом часу (період коливань граничних значень, часом протікання частки вздовж каналу и т.д.), називають квазістаціонарними, а відповідні осереднені течії – стаціонарними (встановленими).

Для квацістаціонарних турбулентних течій, окрім вказаних вище властивостей, справедливі наступні правила осереднення, сформульовані Рейнольдцом:

$$\overline{u_i + u_j} = \overline{u_i} + \overline{u_j}, \overline{u_i \cdot u_j} = \overline{u_i} \cdot \overline{u_j}, \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} = \frac{\partial \overline{u}}{\partial x}, \frac{\partial \overline{u}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{u}}{\partial t}, \int \overline{u} ds = \int \overline{u} ds. \quad (2.5)$$

Користуючись цими правилами, осередним рівняння руху (2.3), попередньо представив характеристики потоку у вигляді складових (2.4). Окремо розглянемо нелінійні відносно швидкостей конвективні прискорення

$$\begin{aligned} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) - u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) - u_i \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) - u_i \operatorname{div} U \end{aligned}$$

Для нестискаємої рідини

$$\operatorname{div} U = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0$$

(рівняння нерозривності), тому :

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [(\overline{u_i} + u'_i)(\overline{u_j} + u'_j)],$$

після осереднення:

$$\overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j}).$$

У результаті осереднення інших (лінійних) членів рівняння (2.3) актуальні швидкості та тиски замінюються їхнім середнім значенням, так що остаточно отримуємо рівняння турбулентності руху – рівняння Рейнольдса:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j}). \quad (2.6)$$

Останні рівняння відрізняються від (2.3) наявністю додаткових доданків

$$\tau_{ij} = -\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j}),$$

котрі називають силами гаданого тертя.

Таким чином, вплив пульсації швидкостей u'_i зводиться до того, що в основному потоці нібито збільшуються опіри деформаціям, тобто діє пульсуючого руху рівносильна збільшенню в'язкості основного потоку[15].

Рівняння розвиготого турбулентного руху (2.6) необхідно доповнити осередненим по асу рівнянням нерозривності

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.7)$$

Проте, система залишається незамкнутою, так як містить шість додаткових незалежних турбулентних напружень τ_{ij} (вони мають властивістю взаємності $\tau_{ij} = \tau_{ji}$). Для замикання системи необхідно встановити зв'язок між турбулентними напруженнями (або пульсаціями) та параметрами основного осередненого руху. Встановлення таких зв'язків являє собою складну задачу, яка поки що вирішується переважно з використанням емпіричних даних. Цей напрямок є предметом напівемпіричної теорії турбулентних течій.

2.3 ОЦІНКА ПОРЯДКУ ЧЛЕНІВ РІВНЯННЯ РЕЙНОЛЬСА

У подальшому неминуче доведеться вводити ряд спрощень рівняння руху (2.6). Щоб зробити це більш обґрунтовано, оцінимо порядок членів цих рівнянь. Для цього перейдемо до безрозмірних змінних [2] (будем позначати їх індексом «1») та введемо характерні розмірні величини (масштаби) T , X , U , P :

$$t = T t_1, x_i = X x_{ij}, \bar{u}_i = U_i u_{ij}, \bar{p} = P p_1, \overline{u_1^2} = \psi^2 \overline{u_{11}^2}, \overline{u_i u_j} = R_{ij} \psi^2 \overline{u_{ij} u_{j1}}, R_{ij} = 1$$

при $i = j$,

де R_{ij} – коефіцієнт одноточкових кореляцій, ψ – масштаб турбулентних пульсацій.

Характерні величини (масштаби) обираємо так, щоб порядок безрозмірних змінних дорівнював одиниці. Приймаючи до уваги відношення

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{1}{T} \frac{\partial}{\partial t_1}; \quad \frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{1}{X_i} \frac{\partial}{\partial x_{i1}}; \quad \frac{d}{dx_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = U_i \left(\frac{1}{X_j^2} \frac{\partial^2 u_{i1}}{\partial x_{j1}^2} \right);$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = R_{ij} \frac{\psi^2}{X_j} \frac{\partial}{\partial x_{j1}} (\overline{u_{i1} u_{j1}}),$$

приведемо рівняння (2.6) до вигляду

$$\rho \left(\frac{U_i}{T} \frac{\partial u_{i1}}{\partial t_1} + \frac{U_i U_j}{X_j} u_{j1} \frac{\partial u_{i1}}{\partial x_{j1}} \right) = - \frac{P}{X_i} \frac{\partial p_1}{\partial x_{i1}} + \mu \frac{U_i}{X_j^2} \frac{\partial^2 u_{i1}}{\partial x_{j1}^2} - \rho R_{ij} \frac{\psi^2}{X_j} \frac{\partial}{\partial x_{j1}} (\overline{u_{i1} u_{j1}}).$$

Помножимо обидві частини цих рівнянь на $\frac{X_i}{(\rho U_i^2)}$ та введемо числа Рейнольдса – $Re_i = \rho U_i X_i / \mu$ Ейлера – $Eu_i = P / (\rho U_i^2)$, Струхала – $Sh_i = X_i / (T U_i)$.

Опускаючи індекс «1» при безрозмірних змінних, отримаємо

$$Sh_i \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{X_i U_i}{X_j U_j} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -Eu_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_i} \frac{X_i^2}{X_j^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - R_{ij} \frac{\psi^2 X_i}{U_i^2 X_j} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}).$$

Відмітимо фізичний зміст введених безрозмірних критеріїв подібності: число Рейнольдса характеризує відношення сил інерції до сил в'язкого тертя, число Ейлера – відношення локальних сил інерції до конвективних. Необхідно мати на увазі, що у перераховані критерії входять не дійсні значення сил, а лише їх масштаби.

Порядок членів рівняння (2.8) визначається масштабними коефіцієнтами при безрозмірних змінних (порядок останніх дорівнює одиниці). Для їх оцінки перейдемо до звичайних буквених позначень

координатних осей, компонент швидкості та масштабів, керуючись наступною таблицею відповідностей:

Табл. 2.1 Відповідності координатних осей, швидкостей та масштабів сил

	x_i	u_i	X_i	U_i
1	x	u	r	U
2	y	v	H	V
3	z	w	l	W

При цьому система (2.8) приймає вигляд

$$\begin{aligned}
 Sh_x \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{rV}{HU} v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{rW}{LU} w \frac{\partial u}{\partial z} \\
 = -Eu_x \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re_x} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{r^2}{H^2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{r^2}{l^2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\
 - \frac{\psi^2}{U^2} \left(\frac{\partial}{\partial x} \overline{u^2} + R_{12} \frac{r}{H} \frac{\partial}{\partial y} \overline{u v} + R_{13} \frac{r}{l} \frac{\partial}{\partial z} \overline{u w} \right); \\
 Sh_y \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{H}{r} u \frac{v}{U} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{HW}{lV} w \frac{\partial v}{\partial z} = -Eu_y \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re_y} \left(\frac{H^2}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \right. \\
 \left. \frac{H^2}{l^2} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \frac{\psi^2}{V^2} \left(R_{21} \frac{H}{r} \frac{\partial}{\partial x} \overline{u v} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{v^2} + R_{23} \frac{H}{l} \frac{\partial}{\partial z} \overline{v w} \right); \quad (2.9) \\
 Sh_z \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{lU}{rW} u \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{lV}{HW} v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \\
 = -Eu_z \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re_z} \left(\frac{l^2}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{l^2}{H^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \\
 - \frac{\psi^2}{W^2} \left(R_{31} \frac{l}{r} \frac{\partial}{\partial x} \overline{u w} + R_{32} \frac{l}{H} \frac{\partial}{\partial y} \overline{v w} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{w^2} \right),
 \end{aligned}$$

де r, l, H – середній радіус, довжина та радіальний зазор каналу, u, v, w – окружна, радіальна та осева компонента швидкості рідини в каналі.

В розрахунковій схемі шпаринного ущільнення окрім власного обертання валу з частотою ω_1 для загальності враховується обертання зовнішньої стінки ущільнення навколо осі втулки з частотою ω_2 . При чому

масштаб окружної швидкості, зумовлений відносним обертанням стінок, буде $U \sim \omega r$, де $\omega = \omega_1 - \omega_2$. В багатошпаринних ущільненнях непарні зазори мають обертову внутрішню та нерухому зовнішню поверхні: $\omega_2 = 0$, $\omega = \omega_1$; для парних зазорів $\omega_1 = 0$, $\omega = \omega_2$. В обох випадках частоти $\omega_{1,2}$ уявляють власну частоту обертання ротора. Лише в особливих конструкціях з обертовою корпусною обоймою частоти ω_1 та ω_2 можуть бути незалежними, а частота $\omega = \omega_1 - \omega_2$ може відрізнитися від частоти власного обертання ротора.

Для деякого спрощення обмежимося випадком нерухомої осі втулки: $e_2 = \theta_2 = \Omega_2 = 0$. Таке спрощення не виявляє суттєвого впливу на кінцевий результат.

У подальшому приведемо оцінку порядків членів отриманих рівнянь для п'яти найбільш характерних варіантів задачі. В усіх випадках будемо полягати, що безрозмірний середній радіальний зазор $\delta = H/r$ принаймні на порядок менший одиниці, та по показнику ступеня δ будемо зрівнювати порядок відповідних доданків.

1. Загальний випадок спіральної течії: $U \sim W$, $r \sim 1$.
2. Випадок переважаючого осевого потоку: $U \sim \omega r \sim \delta W$.
3. Переважаючий осевий потік; відсутнє власне обертання ($\omega = 0$), вал виконує радіальні гармонічні коливання з частотою ν та (або) кругову прецесію з частотою $\Omega \sim \nu$: $U \sim \nu H \sim \delta W$.
4. Коротка шпарина з переважаючим осевим потоком: $U \sim \delta W \sim \omega r$, $l \sim \delta r$, $H \sim \delta l$.
5. Коротка шпарина, переважає осевий потік, радіальні коливання та (або) прецесія валу: $U \sim \delta W \sim \nu H$, $\Omega \sim \nu$.

Масштаб V радіальної швидкості знайдемо із рівняння нерозривності, котре в безрозмірних змінних приймає вигляд

$$\frac{U}{r} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{V}{H} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{W}{l} \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

Оскільки похідні при масштабних коефіцієнтах мають порядок рівний одиниці, із останнього рівняння отримуємо $U/r + V/H + W/l \sim 0$, або

$$V \sim \frac{UH}{r} + \frac{WH}{l}. \quad (2.10)$$

Із цього відношення слідує, що для загального випадку (перший варіант задачі) $V \sim U \sim \delta W$, а для переважаючого осьового потоку (другий варіант)

$V \sim U \sim \delta W$. В якості масштабу окружної швидкості прийmemo $U = \omega r$, в якості масштабу часу – період кругової прецесії $T = 1/\Omega$.

Для конструкцій з необертової корпусною втулкою $|\omega| = \omega_{1,2}$. Якщо вал обертається навколо нерухомої осі, задача стає стаціонарною, тобто локальна похідна за часом звертається в нуль. Коефіцієнти кореляції $R_{ij} < 1$. Для загальності прийmemo, що їх порядок дорівнює одиниці.

Зупинимось детальніше на першому, найбільш загальному варіанті задачі, коли

$$U \sim W, V \sim \delta U \sim \delta W, l \sim r, H \sim \delta r \sim \delta l. \quad (2.11)$$

Будемо вважати, що осьова швидкість повинна залежати від дроселючого тиску та від сил в'язкого тертя, характерних для ламінарних режимів течії, та сил турбулентного тертя, переважаючих на розвинутих

турбулентних режимах течії. В зв'язку з цим в останньому рівнянні системи (2.9) необхідно зберегти силу тиску та максимальне складове сил тертя. Із самого рівняння видно, що порядок усіх доданків конвективної сили інерції дорівнює одиниці, тому необхідно, щоб $Eu_2 \sim 1$, $(l^2/H^2)Re_z \sim 1$, $\psi^2 R_{32} l/W^2 \sim 1$. З цих відношень з врахуванням (2.11) слідує:

$$Eu_x \sim Eu_z \sim 1, Eu_y \sim \delta^{-2}, Re_x \sim Re_z \sim \delta^{-2}, Re_y \sim 1, \frac{\psi^2}{W^2} \sim \frac{\psi^2}{U^2} \sim \delta, \frac{\psi^2}{V^2} \sim \delta^{-1}$$

Отримані оцінки дозволяють для приведеного загального випадка записати порядок усіх, окрім локальної складової прискорення, членів рівняння руху. Для оцінки порядку локального прискорення приймемо до уваги експериментально встановлений факт: частота коливань внутрішнього циліндра ν має той ж самий порядок, що і частота власного обертання ω , тому $T \sim 1/\omega$. Таким чином, $Sh_x = r/(TU) \sim r/[(1/\omega)r\omega] \sim 1$; $Sh_y = H/(TV) \sim 1$; із (2.10) слідує, що $V \sim UH/r$; $Sh_z = 1/TW \sim l\omega/W \sim U/W \sim 1$.

Опускаючи члени, які хоча б на порядок менші за максимальні, для першого, найбільш загального варіанта отримаємо наступні спрощені рівняння руху:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \rho \frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'};$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.12)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \rho \frac{\partial}{\partial x} \overline{w'v'}.$$

Порядок максимальних сил турбулентного тертя та сил інерції дорівнює одиниці. Тому для течій з малими числами Рейнольдса Re_x та Re_z (ламінарих течій), при котрих сили інерції та сили турбулентного тертя на порядок менші сил в'язкого тертя, рівняння руху ще більше спрощується:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}. \quad (2.13)$$

При великих числах Рейнольдса (розвинуте турбулентна течія) в рівняннях (2.12) необхідно опустити сили в'язкого тертя, тобто члени, які містять у якості коефіцієнта динамічну в'язкість μ :

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} - \rho \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y};$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad (2.14)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} - \rho \frac{\partial \overline{w'v'}}{\partial y}.$$

В випадку переважаючого осьового потоку, визначним є перепад тиску, тому необхідно зберегти відповідне число Ейлера, тобто прийняти $Eu_z \sim 1$. Такий ж порядок приймається для максимальних сил в'язкого та турбулентного тертя.

Зберігаючи в кожному із рівнянь руху члени максимального порядку, переходимо до системи

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0,$$

$$\rho \left(v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \rho \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial y}. \quad (2.15)$$

Як і раніше, для розвитої турбулентної течії можливо знехтувати силою в'язкого тертя.

Якщо вал не обертається, а здійснює коливання з частотою ν та (або) прецесію з частотою Ω , то швидкості на поверхні займатимуть порядок νH . При цьому порівнюючи з попереднім випадком змінюється лише порядок чисел Струхала. У результаті чого, в останньому рівнянні (2.15) додається локальна похідна:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0,$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \rho \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial y}.$$

Для короткої шпарини природне допущення о переважаючої осьової течії. Приймаючи до уваги масштаб окружної та радіальної швидкостей $U \sim \omega r$, $V \sim \nu H$, а також відношення $\omega \sim \nu$, $H \sim \delta^2 r$, отримаємо $V \sim \delta^2 U \sim \delta^3 W$. У цьому випадку із останньої системи випадає перше рівняння, а у третьому залишається лише одна складова конвективного прискорення:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0, \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \rho \frac{\partial}{\partial y} \overline{v'w'}. \quad (2.16)$$

Зміна параметрів потоку по окружності зумовлюється лише змінними по координаті x граничними значеннями тисків та швидкостей. Саме ця система, доповнена рівнянням нерозривності

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.17)$$

та граничними умовами, буде предметом дослідження, оскільки з неї здається відносно просто отримати у вигляді замкнутих розрахункових формул лінеаризованні характеристика кільцевих дроселів. Разом з цим, у результаті аналізу враховуються визначаючі фактори, завдяки чому забезпечується достатня для інженерної практики точність розрахунків.

Рівняння (2.16) аналогічне рівнянню для плоского нестационарного каналу. Однак, у результаті оцінки порядку членів цього рівняння, для плоского каналу виявилось можливим знехтування нелінійною конвективною складовою прискорення. Із зі цього результати, отриманні для інерційної течії у плоскому каналі, не можна узагальнювати на кільцеві канали.

2.4 ДО ВИБОРУ СИСТЕМИ КООРДИНАТ

Приведенні оцінки порядку членів рівняння турбулентної течії у дроселюючих зазорах виконанні для рівнянь, записаних у декартовій прямокутній системі координат x, y, z (рис 2.3). Така система завдяки

симетричності (рівноцінності осей) найбільш проста, Однак, її переваги проявляються лише у тих випадках, коли деякі границі потоку є площинами.

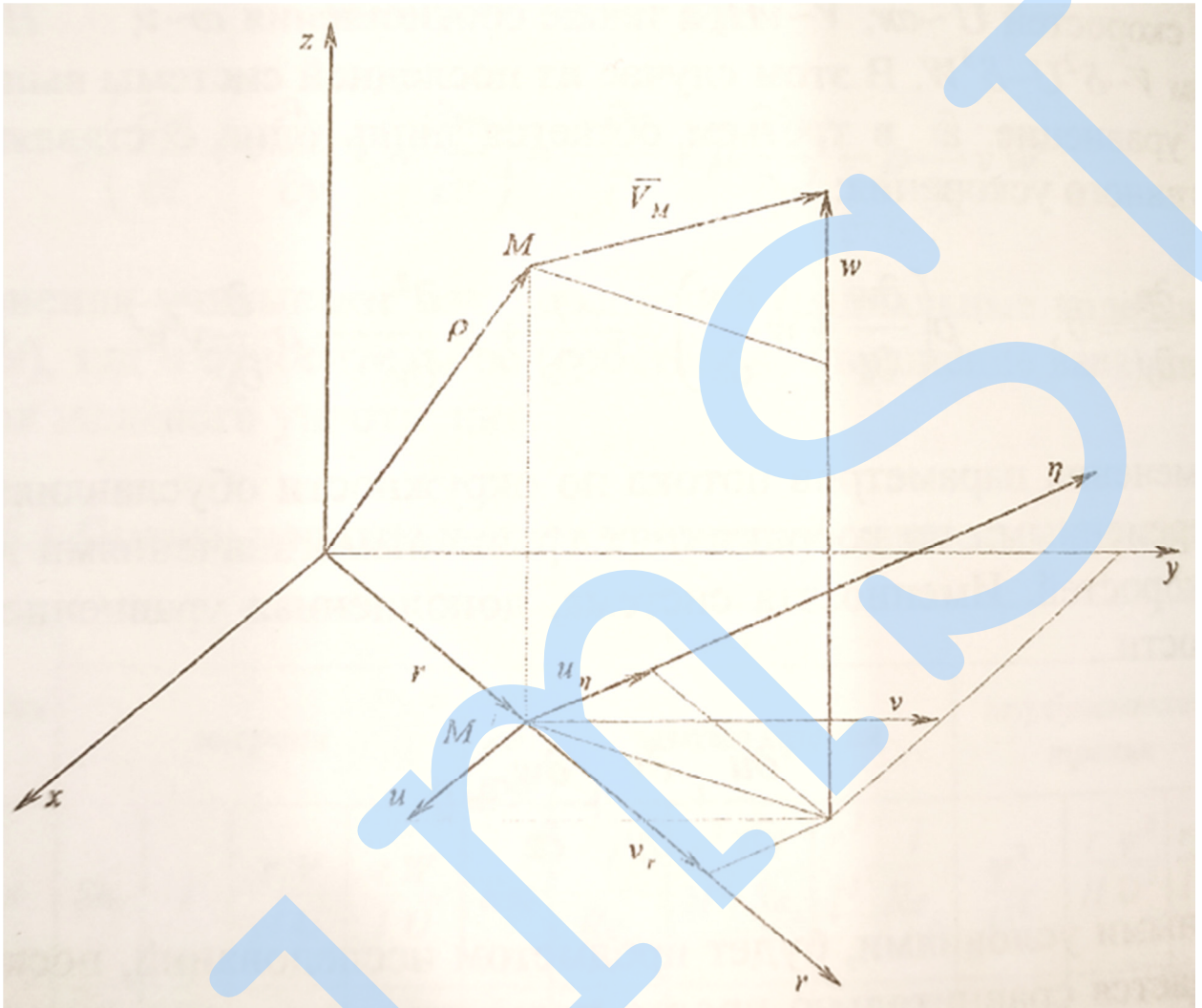


Рис.2.3 Прямокутна декартова та ортогональна циліндрична системи координат

Для шпаринних ущільнень декартову систему координат можливо використовувати, якщо розгорнути зазор на площину, оскільки зазор набагато менший за радіус, та вплив кривизни каналу може виявитися несуттєвим. Однак перш ніж вводити таке спрощення, необхідно оцінити вплив доцентрового прискорення, обумовленого окружною складовою швидкості потоку у кільцевому каналі.

У шпаринних ущільненнях потік ближче до осисиметричного. Принаймні стінки кільцевого каналу являють собою циліндрами або конусами, тому для аналізу течії у таких каналах природньо використовувати циліндричну систему координат r, φ, z . У площині $z=0$ циліндрична система координат вироджується у полярну.

Для подальшого аналізу важливо те, що у циліндричних координатах доцентрове прискорення представлено у явному вигляді. Воно входить окремою складовою проекції повного прискорення на радіально вісь O_r . Завдяки цьому легко оцінити порядок його величини.

Основні правила переходу від прямокутної декартової системи до ортогональних криволінійних координатам наведенні, наприклад у [14]

Рівняння Рейнольдса руху нестискуваної рідини та рівняння нерозривності у циліндричній системі мають вигляд

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{uv}{r} \right) = \\ & - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) - \\ & - \rho \left[\frac{\partial}{\partial r} (\overline{v'u'}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\overline{u'^2}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'w'}) + \frac{2}{r} (\overline{u'v'}) \right], \\ & \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{u^2}{r} \right) = \\ & - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \\ & - \rho \left[\frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\overline{v'u'}) - \frac{\overline{u'^2}}{r} + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{v'w'}) \right], \quad (2.18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \\ & - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \\ & - \rho \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\overline{rv'w'}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\overline{u'w'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w'^2}) \right]; \\ & \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \end{aligned}$$

Система (2.18) для великих радіусів кривизни ($R \rightarrow \infty$) переходить у систему (2.6), а рівняння нерозривності – у рівняння (2.17) якщо прийняти $r\varphi = x$, $r = y$.

Останній доданок u^2/r у круглій дужці лівої частини другого рівняння уявляє собою доцентрове прискорення. Подібний доданок входить також у склад сили що здається для турбулентного тертя.

Оцінимо порядок доданків рівняння, переходячи, як і раніше до безрозмірних змінних за допомогою масштабних коефіцієнтів. Безрозмірні змінні відмічені індексом «1»: $r = Hr_1$, $\varphi = 2\pi\varphi_1$, $z = lz_1$, $v = Vv_1$, $u = Uu_1$, $w = Ww_1$, $t = Tt_1$. Врахуємо також раніше прийняті відношення

$$\begin{aligned} \omega \sim v, H \sim \delta l \sim \delta^2 r, V \sim \delta U \sim \delta^2 W, Sh_z \sim Eu_z \sim 1, Sh_r \sim Sh_z \frac{HW}{lV} \sim \delta^{-1}, \\ Re_z \sim \delta^{-2}, Re_r \sim Re_z \frac{HV}{lW} \sim \delta, Eu_r \sim Eu_z \frac{W^2}{V^2} \sim \delta^4, \psi \sim V \sim \delta, R_{r\varphi} \sim R_{rz} \sim 1. \end{aligned}$$

Після переходу до безрозмірних змінних та помноженням їх частин на $H/\rho V^2$ друге рівняння системи (2.18) прийме вигляд (індекси у безрозмірних змінних опущенні):

$$\begin{aligned} & Sh_r \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{U}{2\pi V} \frac{u}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{H}{l} \frac{W}{V} w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{U^2}{V^2} \frac{u^2}{r} = \\ & = -Eu_r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re_r} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} - \frac{U}{2\pi V} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{H^2}{l^2} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \\ & - \frac{\psi^2}{V^2} \left[\frac{\partial \overline{v^2}}{\partial r} + \frac{R_{r\phi}}{2\pi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (\overline{v u}) - \frac{\overline{u^2}}{r} + \frac{H}{l} R_{rz} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{v w}) \right]. \end{aligned}$$

Після оцінки порядків членів рівняння видно, що усі члени, які включають доцентрове прискорення на порядок менші числа Ейлера, тому $\partial p / \partial r = 0$ та допустимо використовувати декартову систему координат. Вплив як і доцентрових, так і каріолісових прискорень, зумовлений прецесією вісей валу та втулки, все ж буде оцінено, так як ці прискорення увійдуть до правої частини вирішуваного рівняння як задані функції часу.

Таким чином, у якості початкової системи спрощень рівнянь руху приймемо систему (2.16), яка описує нестационарне як ламінарну, так і турбулентну течію в'язкої нестискуваної рідини у короткому кільцевому каналі з переважаючим осьовим потоком.

2.5 ЗМІНА ЗАЗОРУ ТА ГРАНИЧНІ УМОВИ

У приведеному приближенні із загальної системи рівнянь руху (2.9) випадає перше рівняння, яке містить проекції прискорень на окружний напрямок. В зв'язку з цим граничні умови набувають особливого значення, так як тільки через них визначаються характеристики потоку, обумовленні окружним, радіальним та кутовим рухом стінок кільцевого зазору. Звичайно, результати такого аналізу є наближеними, оскільки в початкових рівняннях

(2.16) опущенні члени, які мають порядок $\delta \sim H/R_0$ в порівнянні з одиницею. Однак і такі приближенні значення мають безперечну практичну цінність, так як з достатньою для практики точністю відображають основні гідродинамічні ефекти, визначаючий вібраційний стан ротора у шпаринному ущільненні.

Для визначення місцевого радіального зазору та граничних швидкостей введемо допоміжну опорну циліндричну поверхню з нерухомою віссю, яка проходить через точку O , та з радіусом $R_0 = 0,5(R_1 + R_2)$. Розрахункова схема (рис.2.1) шпаринного ущільнення враховує складний рух валу та втулки. Окружні швидкості $\omega_1 R_1$, $\omega_2 R_2$ точок, які розв'язані на поверхні валу та втулки, зумовлені їх обертанням навколо власних осей. Вісь втулки та валу обертаються навколо нерухомої осі Oz з частотами прецесії Ω_1 , Ω_2 , здійснюючи одночасно радіальні $e_{10} = e_{1a} \cos vt$, $e_{20} = e_{2a} \cos vt$ та кутові $\theta_{1x} = \theta_{1ax} \cos vt$, $\theta_{1y} = \theta_{1ay} \cos vt$, $\theta_{2x} = \theta_{2ax} \cos vt$, $\theta_{2y} = \theta_{2ay} \cos vt$ гармонічними коливаннями у взаємно перпендикулярних площинах $y_{1,2}z_{1,2}$, $x_{1,2}z_{1,2}$ (на рисунку вказані позитивні напрямки кутів конусності та перекосу, а самі кути $\theta_{(1,2)x}$, $\theta_{(1,2)y}$ представляють повороти навколо осей $O_{(1,2)0}x_{1,2}$, $O_{(1,2)0}y_{1,2}$ відповідно); $\theta_{(1,2)ax}$, $\theta_{(1,2)ay}$ – амплітуди кутів перекосу, $e_{(1,2)a}$ – амплітуди ексцентриситетів у перетині $z=0$.

Зазор будемо визначати у рухомих системах $O_{10}x_1y_1$ та $O_{20}x_2y_2$, осі $O_{10}y_1$, $O_{20}y_2$ котрих співпадають з лініями центрів OO_1 та OO_2 у серединному ($z=0$) перетині каналу. Обранні системи координат обертаються з постійними частотами прецесії Ω_1, Ω_2 валу та втулки. У цих же системах будуть обчисленні радіальні сили та моменти. Їх прив'язка до ліній центру дає більш наочне представлення о фізичної природі гідродинамічних силових характеристик. Лише в кінці сили та моменти будуть приведені до нерухомої системи $Ox_0y_0z_0$, так як у такій нерухомій системі розглядаються коливання валу з урахуванням цих сил. У використовуваних системах координат ординати z_0, z_1, z_2 збігаються.

3.МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ У БАГАТОШПАРИННОМУ УЩІЛЬНЕНІ ЗА ДОПОМОГОЮ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ ANSYS CFX

Розрахункова модель та граничні умови. За допомогою програмного комплексу ANSYS CFX розв'язувалася задача гідродинамічного протікання рідини через декілька конструкцій ущільнень з метою порівняння їх. Розглядалася повна модель протікання рідини, яка включає в себе три та два послідовно розміщених дроселя, з'єднаних між собою камерами та одношпаринне ущільнення. Розрахункову сітку було створено в програмі ANSYS Meshing за допомогою методу Sweep, який дозволяє побудувати розгорнуту сітку на моделі, яка обертається навколо осі, де вихідні і цільові межі мають загальну топологію[5,7]. По товщині зазору було задано 30 елементів. В результаті розрахункова сітка складалася максимально з 7,5 млн. елементів для трьохшпаринного ущільнення. Проводилося згущення розрахункової сітки в пристінкових шарах. Сітка оцінювалася трьома основними критеріями якості Mesh Orthogonality, Aspect Ratio, Expansion Factor, що забезпечують точність моделювання та конвергенцію. При розрахунку використовувалася високореїнольдсова $k-\varepsilon$ модель турбулентності з інтенсивністю на вході 5%. Ця модель є напівемпіричною і використовує для замикання рівнянь Рейнольдса два диференціальних рівняння, що описують перенос кінетичної енергії турбулентності k і швидкості дисипації турбулентної енергії ε . Задано граничні умови: температура подачі води 20°C , тиск подачі рідини на вході 5 atm, тиск на виході з ущільнення 0 atm. Стінки статора та ротора залишались в стаціонарному стані. Під час розрахунку вал був радіально зміщений на величину ексцентриситета $e=0,08$ мм. Основні термодинамічні властивості води: температура, коефіцієнт динамічної в'язкості та густина приймаються постійними[8,9].

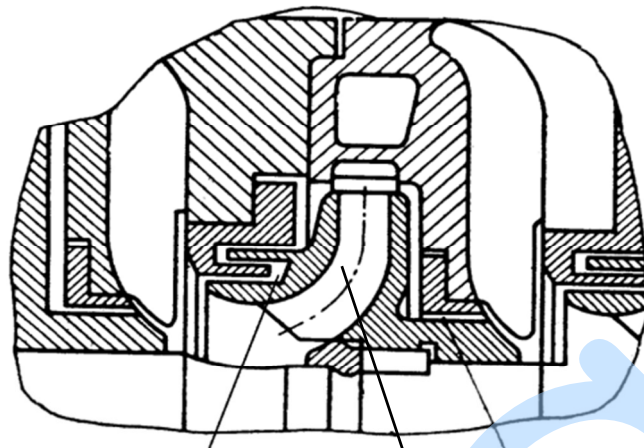


Рисунок. 3.1. Проміжна ступінь відцентрового насоса: 1 - трьохшпаринне переднє ущільнення робочого колеса, 2 - робоче колесо, 3 – заднє одношпаринне ущільнення

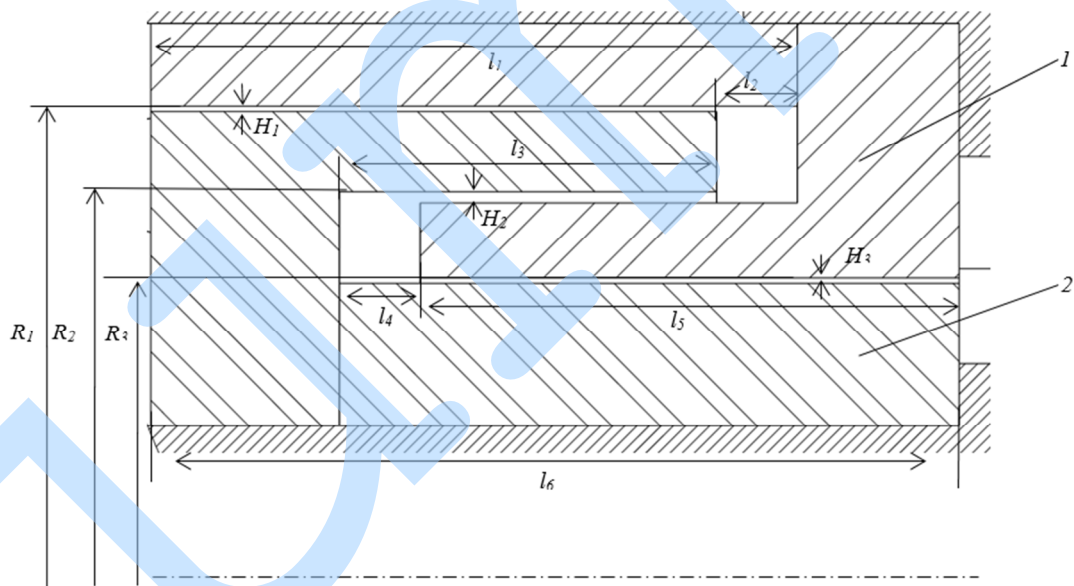


Рисунок. 3.2 Схема трьохшпаринного ущільнення (1- стінка статора, 2- стінка валу) $l_1=21$ mm, $l_2=l_4=8$ mm, $l_3=11$ mm, $l_5=20$ mm, $l_6=30$ mm, $R_1=44.4$ mm, $R_2=37.6$ mm, $R_3=30.8$ mm, $H_1=0.2$ mm, $H_2=0.2$ mm, $H_3=0.2$ mm

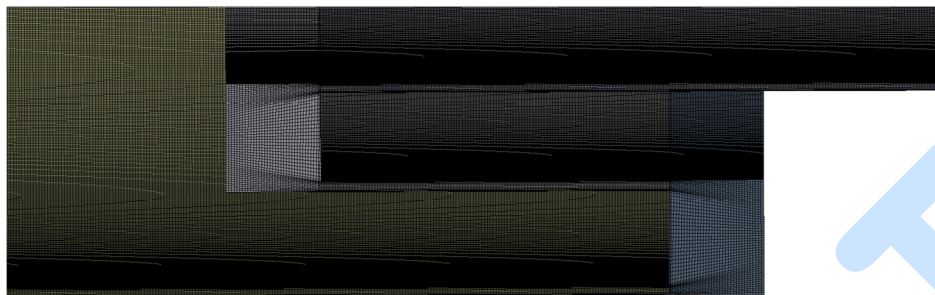


Рисунок 3.3. Гекса сітка трьохшпаринного ущільнення

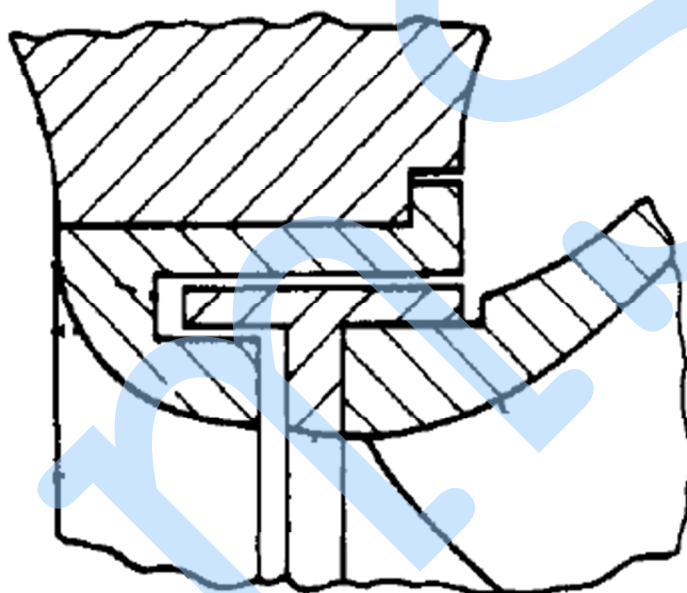


Рисунок 3.4. – Двохшпаринне ущільнення відцентрового насосу

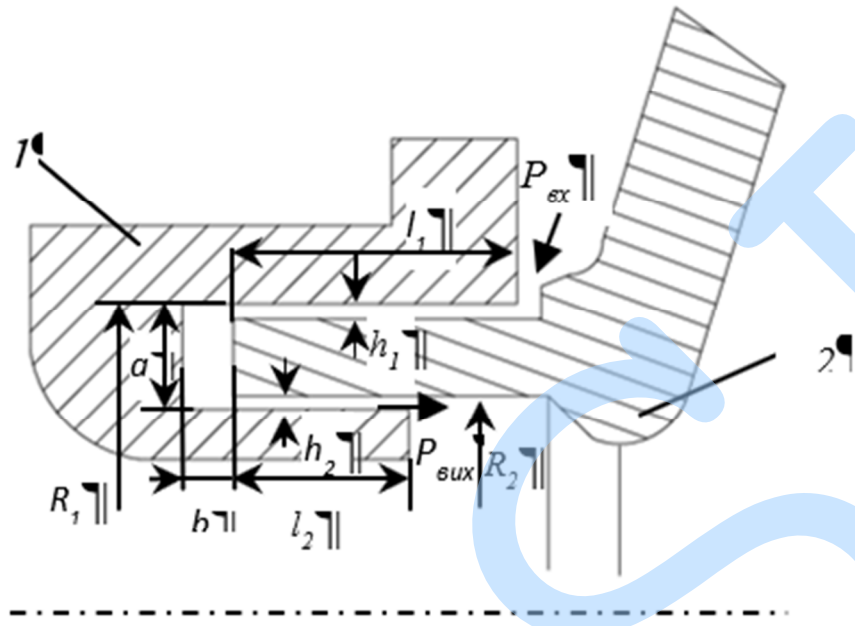


Рисунок. 3.5 Схема двошпаринного ущільнення (1- стінка статора, 2- стінка валу) $l_1=21$ mm, $l_2=11$ mm, $R_1=44.4$ mm, $R_2=37.6$ mm, $H_1=0.2$ mm, $H_2=0.2$ mm



Рисунок 3.6. Гекса сітка двохшпаринного ущільнення

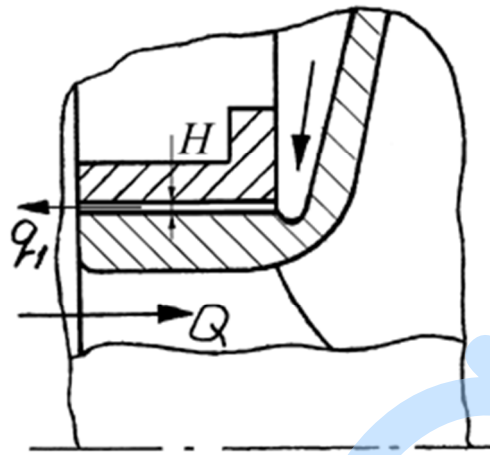


Рисунок 3.7. – Одношпаринне ущільнення відцентрового насосу

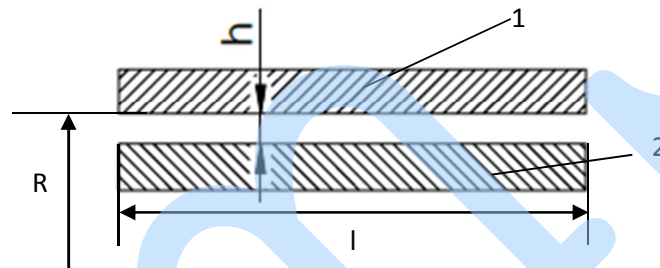


Рисунок. 3.8 Схема одношпаринного ущільнення (1- стінка статора, 2- стінка валу) $l=21 \text{ mm}$, $R=44.4 \text{ mm}$, $h=0.2 \text{ mm}$

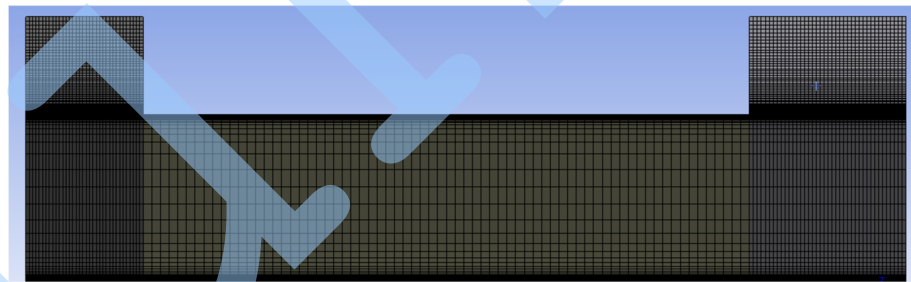


Рисунок 3.9. Гекса сітка одношпаринного ущільнення

Результати числового розрахунку

Була розглянута модель трьохшпаринного ущільнення

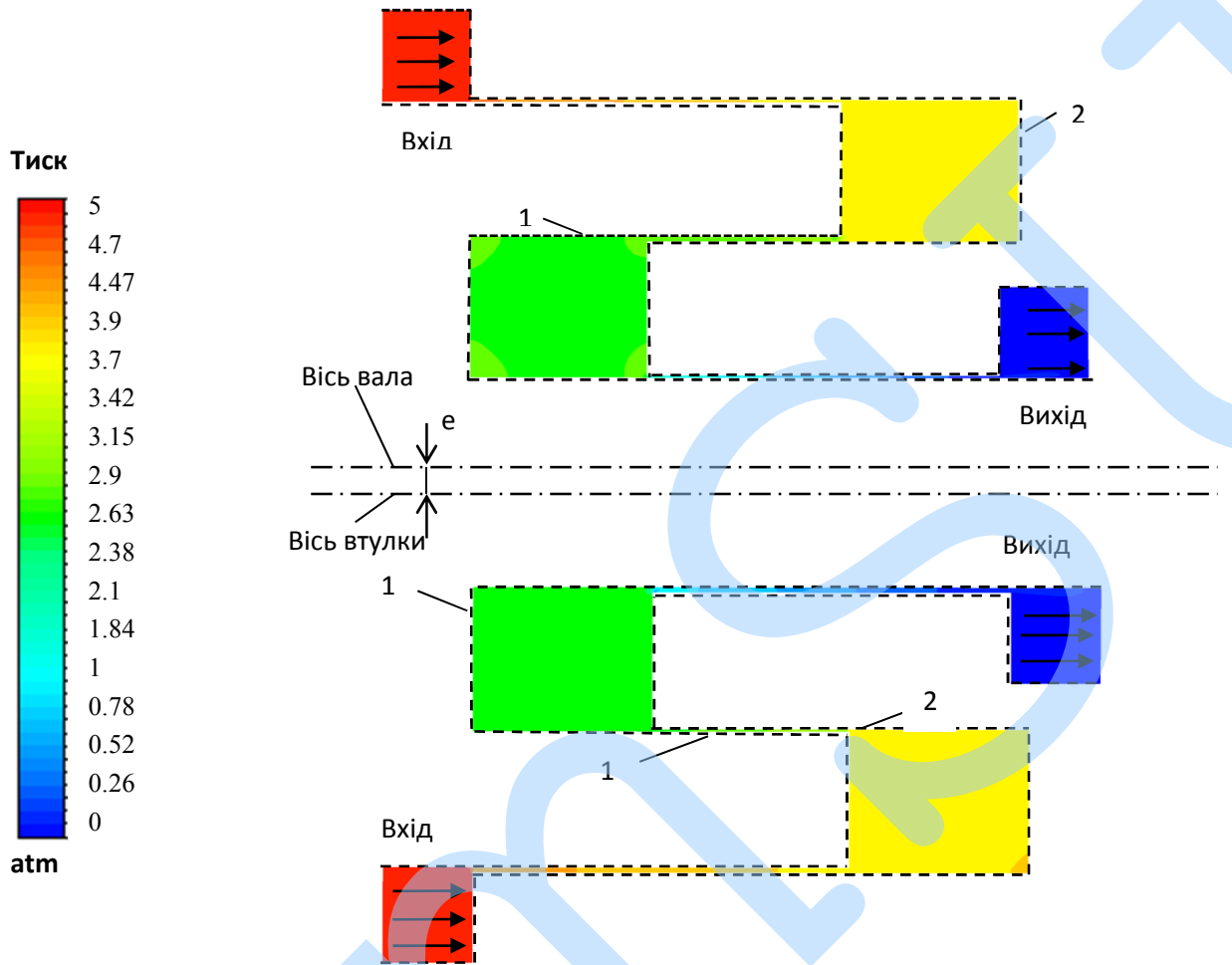


Рисунок 3.10. Розподіл тиску в трьохшпаринному ущільненні (при ексцентриситеті $e=0,08\text{мм}$): 1- стінка вала; 2- стінка статора

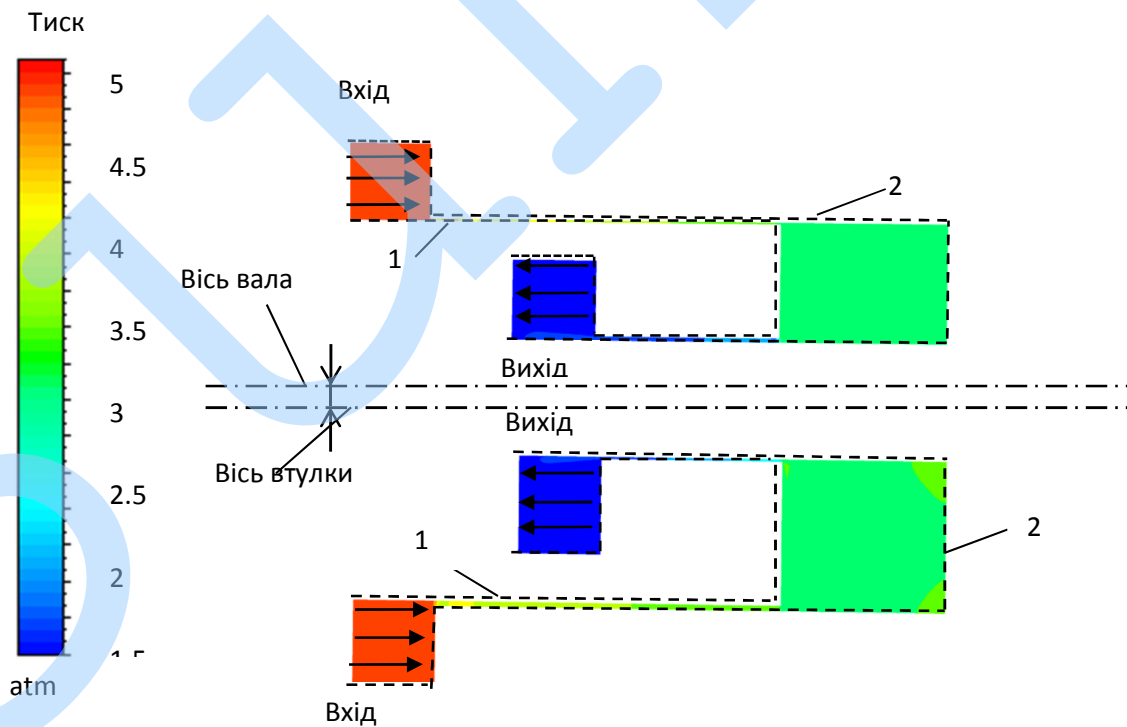


Рисунок 3.11. Розподіл тиску в двохшпаринному ущільненні

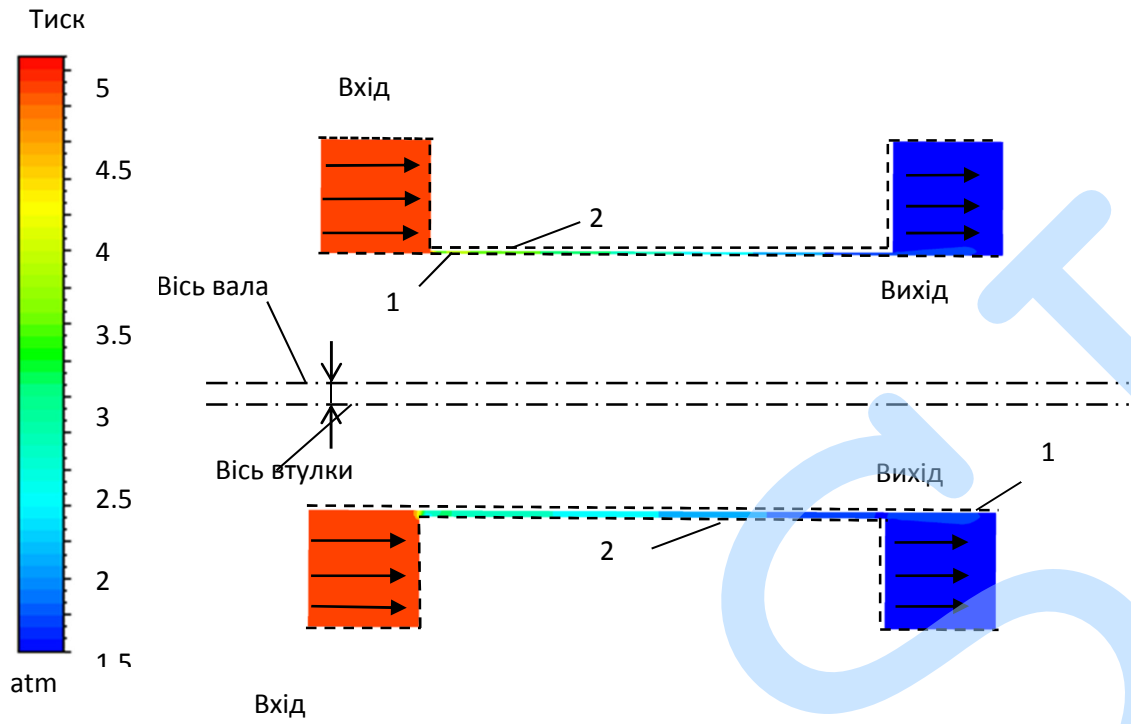


Рисунок 3.12. – Розподіл тиску шпаринного ущільнення (1- стінка валу, 2 – стінка статора)

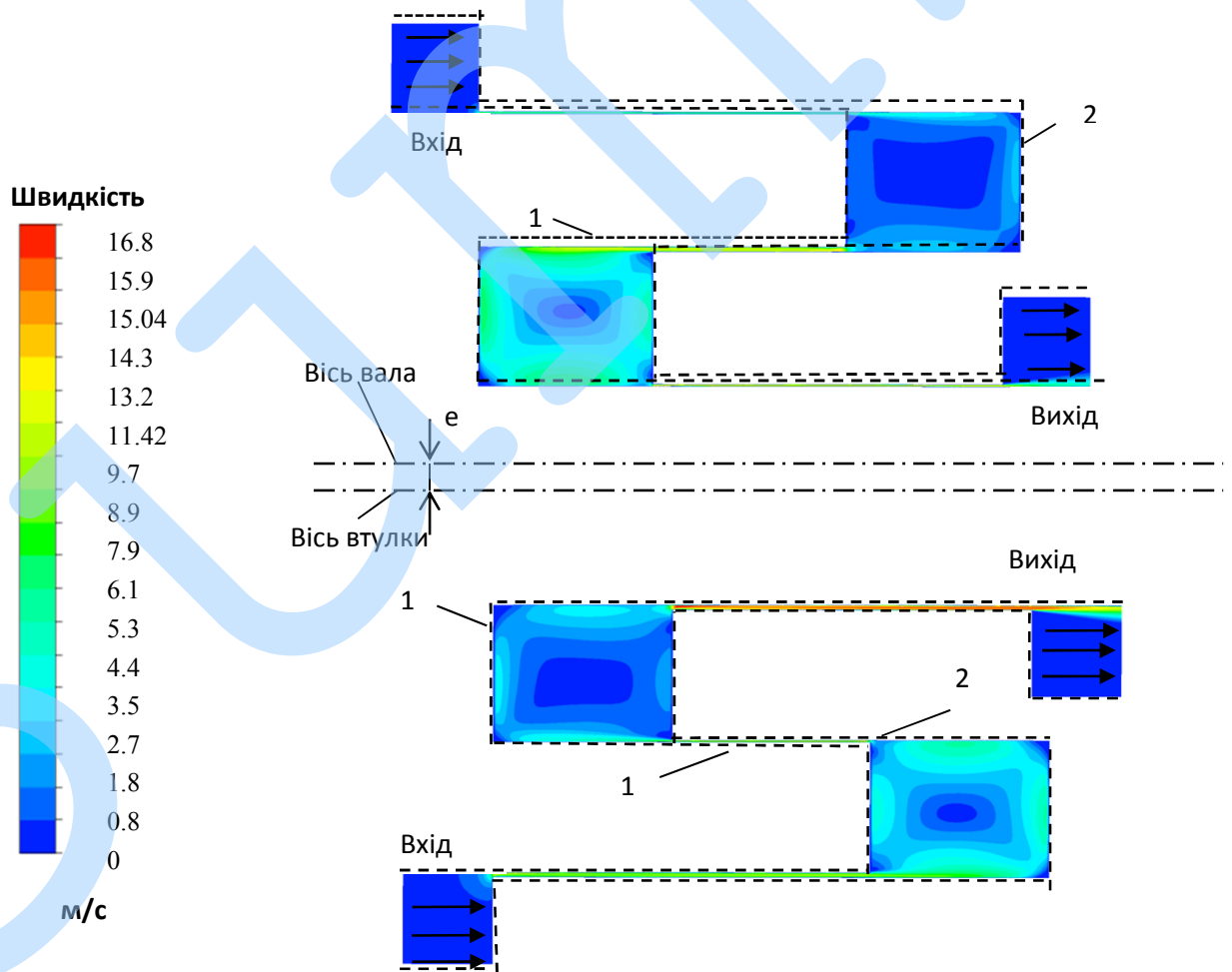


Рисунок 3.13. Розподіл швидкості в трьохшпаринному ущільненні (при ексцентриситеті $e=0,08\text{мм}$): 1- стінка валу; 2- стінка статора

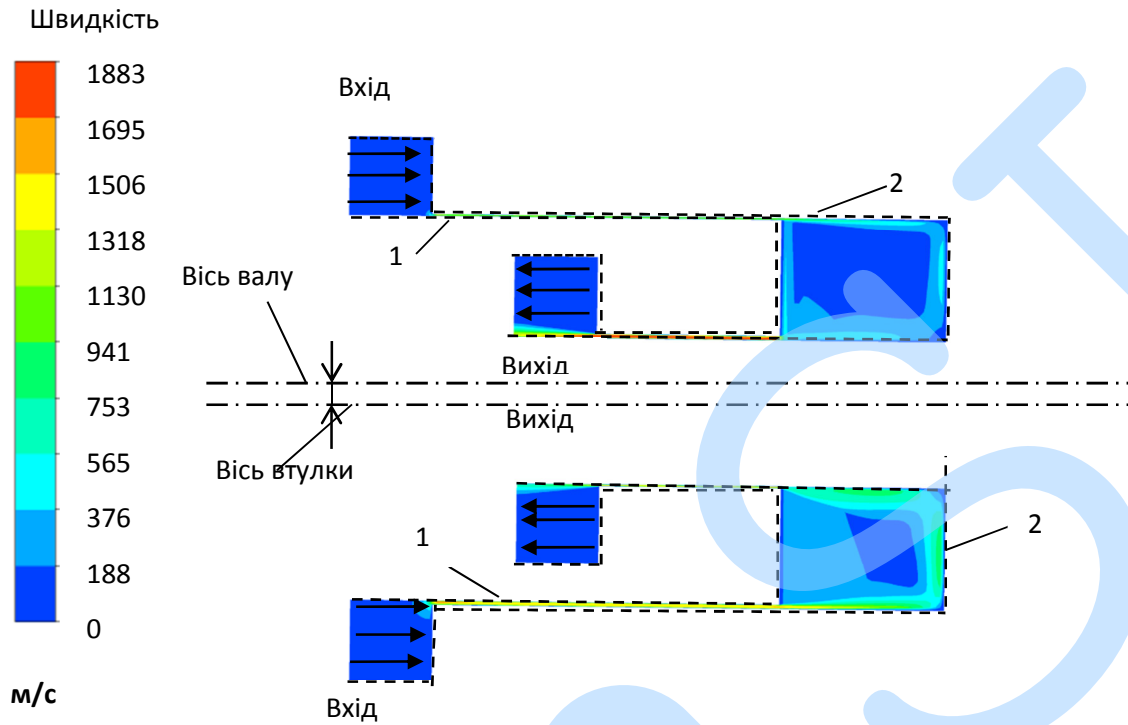


Рисунок 3.14. Розподіл швидкості в двошпаринному ущільненні

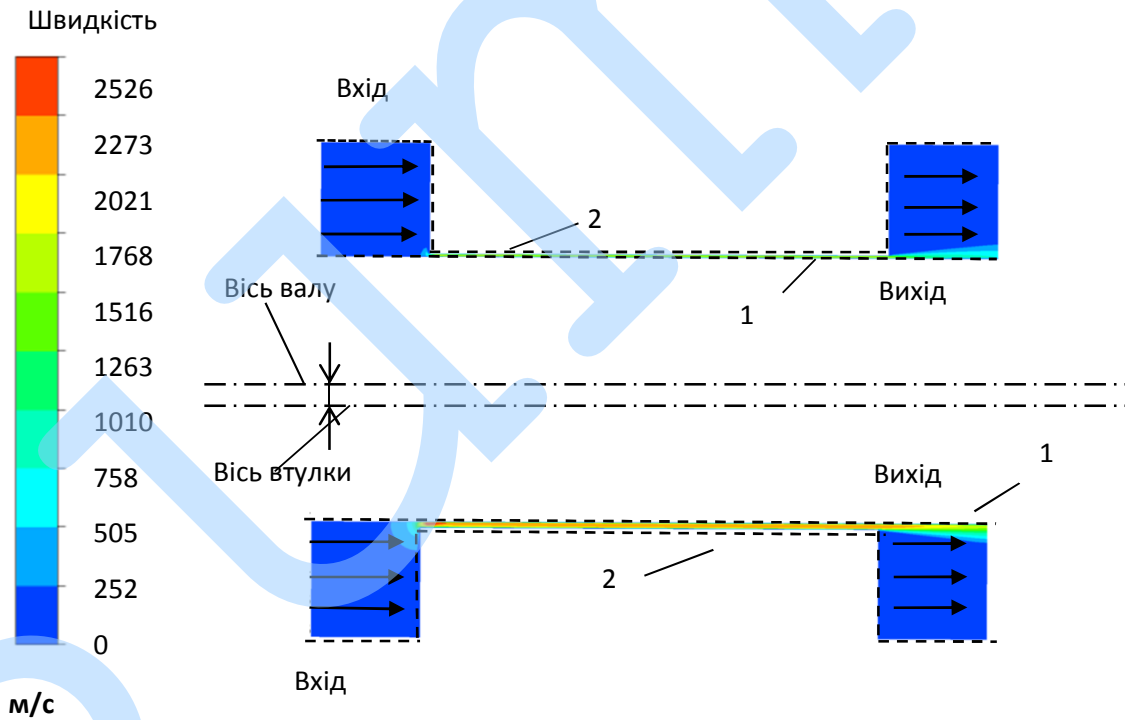


Рисунок 3.15. – Розподіл швидкості шпаринного ущільнення (1- стінка валу, 2 – стінка статору)

Таблиця 3.1. Результати числового експерименту

Тип ущільнення	F(H)	Q(кг/с)
Трьохшпаринне	108	0,47
Двохшпаринне	90	0,68
Одношпаринне	80	1

Висновки

Було розглянуто вплив зміни конструкції шпаринного ущільнення шляхом додавання шпарин з камерами та впливу різних конструкцій на згинальну жорсткість валу в статичній постановці. Числовий експеримент показав значну перевагу багатошпаринних ущільнень над одношпаринним не лише з точки зору підвищення КПД за рахунок зменшення витоків, а і за рахунок підвищення гідростатичної центруючої сили. В результаті отримані розподіли тисків та швидкість течії по ущільненню.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Уплотнения и уплотнительная техника: Справочник / Под общ. ред. А.И.Голубева, Л.И.Кондакова., 1994. – 448с.
2. Марцинковский В.А. Бесконтактные уплотнения роторных машин М.: Машиностроение, 1980.
3. Kundera Cz. Aktywne uszczelnianie drgajacych tlementow wirujacych. Kielce: Wydawnictwo Politechniki Swietokrzyskiej, 1999. – 115s.
4. Белоусов А.И., Зрелов В.А. Конструкция и проектирование уплотнений вращающихся валов турбомашин двигателей летательных аппаратов.: Куйбышев, изд-во Куйбышевского авиационного института, 1989. – 108 с.
5. Марцинковский В.А., Ворона П.Н. Насосы атомных электростанций. – м.: Энергоатомиздат, 1987, -256 с.
6. Овсянов Б.В., Боровский Б.И. Теория и расчет агрегатов питания жидкостных ракетных двигателей. 3-е издание. М.: Машиностроение. 1986.- 376с.
7. Лопастные насосы: Справочник/ В.А.Зимницкого и В.А.Умова. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1989. – 334с.
8. Ломакин А.А. Питательные насосы типа СВП-220-280 турбоустановки высоких параметров // Энергомашиностроение. 1955, N 2, с. 1-10.
9. Этингер С.М. Опыт наладки и освоения в эксплуатации питательных насосов сверхвысокого давления типа СВП-220-280 на Черепетской ГРЭС / Паро- и газотурбостроение. 1957, вып.5, с. 155-177.
10. Гафт Я.З., Загорюлько А.В., Марцинковский В.А. Расчет контактного давления в набивке торцевых сальниковых уплотнений./ Вестник НТУУ «КПИ» - Машиностроение. – Киев:2000. Вып.38, т.1, с.175-180.
11. Ломакин А.А. Расчет критического числа оборотов и условия обеспечения динамической устойчивости роторов высоконапорных гидравлических машин с учетом сил, возникающих в уплотнениях / А.А. Ломакин // Энергостроение, 1958. – № 4. – С. 1-5

12. Black H.F. Dynamic Hybrid Bearing Characteristics of Annular Cantralled Leakage Seals. / H.F. Black, D.N. Jenssen // P.I.M.E., vol. 184, 1970. – PP. 92-100.
13. Марцинковский В.А. Влияние щелевых уплотнений на критические скорости роторов питательных насосов / В.А. Марцинковский, И.Б. Каринцев. – Энергомашиностроение, 1961.– №4.– С. 12-14
14. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 3-е издание. – М.: Наука, 1970. – 904 с.
15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Пер. с нем. – М.: Наука, 1971. – 712с.
16. Марцинковский В.А. Щелевые уплотнения Теория и практика. Изд-ство Сумского государственного университета. Суми, 2005. – 415с.