

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

*за ред. Кузьменко О. В.*

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В**  
**МЕНЕДЖМЕНТІ ТА МАРКЕТИНГУ**

*навчальний посібник*

*Суми*  
*Видавництво «Ярославна»*  
**2020**

**УДК УДК 303.09:336.717.1**

*Рецензенти:* **Григорук П.М.**, д. е. н., професор, завідувач кафедри автоматизованих систем і моделювання в економіці Хмельницького національного університету;

**Михайлов А.М.**, д.е.н., професор, завідувач кафедри менеджменту Сумського національного аграрного університету;

**Люльов О.В.**, д.е.н., доцент, завідувач кафедри маркетингу Сумського державного університету.

**Математичні моделі в менеджменті та маркетингу:** Навчальний посібник / за заг. ред. **О. В. Кузьменко**/ – Суми: видавництво "Ярославна», 2020, – 214 с.

ISBN 978-966-7538-53-2

Навчальний посібник надає можливість оволодіти основами вибору та побудови математичних моделей для аналізу процесів та явищ у сфері маркетингу та менеджменту. Викладання матеріалу підкріплюється наскрізним прикладом побудови економетричних моделей. Посібник розрахований для студентів вищих навчальних закладів, аспірантів, викладачів, економістів та аналітиків.

**УДК 303.09:336.71**

© Видавництво «Ярославна», 2020,

© Кузьменко О.В., 2020,

© Бойко А.О.,Боженко В.В.,Койбічук В.В.,  
Доценко Т.В.

ISBN 978-966-7538-53-2

## ЗМІСТ

ЗМІСТ.....	3
ВСТУП.....	6
ТЕМА 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЗАСТОСУВАННЯ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ ТА МОДЕЛЕЙ В МЕНЕДЖМЕНТІ ТА МАРКЕТИНГУ.....	7
1.1. Мета, завдання та цілі моделювання в сфері менеджменту і маркетингу.....	7
1.2. Методи та інструменти моделювання.....	13
1.3. Концепції менеджменту і маркетингу .....	15
1.4. Математичні моделі реалізації концепцій менеджменту і маркетингу в умовах трансформаційної економіки .....	19
<i>Питання для самоперевірки.....</i>	<i>40</i>
ТЕМА 2 МОДЕЛІ Й ТЕХНОЛОГІЇ ПЛАНУВАННЯ ДОСЛІДЖЕНЬ У МЕНЕДЖМЕНТІ Й МАРКЕТИНГУ.....	41
2.1. Суть та етапи досліджень у менеджменті й маркетингу..	41
2.2. Методи збору даних в сфері менеджменту і маркетингу. Планування досліджень у менеджменті й маркетингу.....	49
2.3. Методи планування досліджень у менеджменті й маркетингу.....	57
<i>Питання для самоперевірки.....</i>	<i>60</i>
ТЕМА 3 МЕТОДИ І МОДЕЛІ АНАЛІЗУ ІНФОРМАЦІЇ ОПЕРАЦІЙНИХ І МАРКЕТИНГОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ.....	61
3.1. Методологія аналізу інформації операційних і маркетингових досліджень .....	61

3.2. Ситуативний аналіз.....	62.
3.3. Регресійний аналіз .....	
<i>Питання для самоперевірки</i> .....	78.
ТЕМА 4 МОДЕЛІ ПЛАНУВАННЯ ДОСЛІДЖЕНЬ У МЕНЕДЖМЕНТІ Й МАРКЕТИНГУ.....	80.
4.1. Моделі аналізу стратегії.....	80.
4.2. Моделі планування досліджень у менеджменті й маркетингу.....	98.
<i>Питання для самоперевірки</i> .....	103.
ТЕМА 5 МОДЕЛЮВАННЯ СТАНІВ І ДИНАМІКИ ФУНКЦІОНУВАННЯ ТОВАРНИХ РИНКІВ І ОБСЯГІВ ПРОПОНУВАННЯ ТОВАРІВ ТА ПОСЛУГ .....	
5.1. Базові моделі функціонування товарного ринку.....	
5.2. Оптимізація пропонування товарів та послуг (збуту) на простому стаціонарному товарному ринку.....	114.
5.3. Оптимізація діяльності фірми на ринку, що змінюється в часі .....	130
<i>Питання для самоперевірки</i> .....	134.
ТЕМА 6 МОДЕЛІ І МЕТОДИ СЕГМЕНТУВАННЯ РИНКУ .....	
61. Сегментування ринку та його основні принципи.....	
62. Особливості збуту (на основі сегментування ринку) при широкому асортименті товару .....	
<i>Питання для самоперевірки</i> .....	
ТЕМА 7 МОДЕЛЮВАННЯ ПОПИТУ І ПОВЕДІНКИ СПОЖИВАЧІВ .....	
7.1. Математична модель раціональної поведінки споживача на ринку товарів.....	
7.2. Функція попиту та функція граничної вартості грошей.....	166

7.3. Основне рівняння теорії споживання.....

7.4. Еластичність попиту за цінами та доходом.....

*Питання для самоперевірки*.....

ТЕМА 8 МОДЕЛЮВАННЯ ПЛАТОСПРОМОЖНОГО  
ПОПИТУ НАСЕЛЕННЯ, ГРОШОВОЇ МІСТКОСТІ РИНКУ І  
ЦІНОВОЇ ПОЛІТИКИ.....

8.1. Грошова місткість ринку. Взаємозв'язок із  
платоспроможним попитом населення.....

8.2. Підходи до моделювання цінової політики.....

*Питання для самоперевірки*.....

## ВСТУП

Оптимізація діяльності будь-якого підприємства, що припускає вибір найкращого рішення з безлічі різних комбінацій ресурсів, неможлива без використання економіко-математичного моделювання. Для вирішення завдань у сфері маркетингу та менеджменту використовується широкий спектр як формалізованих економіко-математичних методів, так і евристичних. Найбільше застосування мають методи математичної статистики, моделі теорії ігор, диференціальне й інтегральне обчислення, кореляційно-регресійний аналіз, лінійне програмування, однофакторний і багатфакторний аналіз, дисперсійний аналіз, виробничі функції, моделі теорії масового обслуговування, а також багато інших. Застосування економіко-математичних методів в маркетингу актуально хоча б тому, що точність рішень будь-яких завдань математичними методами дуже висока, так як вони засновані не на інтуїції, а на конкретних фактах і цифрах.

Навчальний посібник «Математичні моделі в менеджменті та маркетингу» присвячений методологічних питанням, пов'язаним із застосуванням економіко-математичних методів в маркетингу та менеджменті з урахуванням актуальних тенденцій розвитку ринкової економіки. Навчальний посібник покликаний поглибити знання студентів з питання специфіки практичного застосування економіко-математичних методів і моделей в маркетингу та менеджменті, допомогти їм в оволодінні основними прийомами моделювання при організації маркетингової діяльності на підприємстві та сформувані у них аналітичне мислення.

---

ТЕМА 1  
ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЗАСТОСУВАННЯ ЕКОНОМІКО-  
МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ ТА МОДЕЛЕЙ В  
МЕНЕДЖМЕНТІ ТА МАРКЕТИНГУ

---

- 1.1. Мета, завдання та цілі моделювання в сфері менеджменту і маркетингу
- 1.2. Методи та інструменти моделювання.
- 1.3. Концепції менеджменту і маркетингу
- 1.4. Математичні моделі реалізації концепцій менеджменту і маркетингу в умовах трансформаційної економіки

**1.1. Мета, завдання та цілі моделювання в сфері менеджменту і маркетингу**

Менеджмент – сукупність принципів, методів і засобів управління з метою підвищення ефективності підприємницької діяльності та збільшення прибутку. Термін «менеджмент» часто використовується у значенні – спосіб, манера спілкування з людьми, влада та мистецтво управління, адміністративні навички.

Маркетинг – наукова концепція та побудована на ній господарська діяльність підприємства, яка забезпечує виявлення потреб покупців, а також виробництво й збут товарів і послуг, що відповідають цим потребам.

Класифікація методів управління та їх характеристика подана в табл. 1.1.

На основі аналізу методів управління, сформулюємо мету, завдання та предмет дисципліни.

Таблиця 1.1 – Класифікація методів управління

Метод	Основне призначення	Використання
Нормативний	Обґрунтування кількісної міри шляхом розроблення техніко-економічних норм	При складанні планів усіх галузей господарства по системі показників
Балансовий	Визначення пропорцій, установлення збалансованості завдань	Для розробки всіх видів балансів у господарстві
Прогнозування	Складання прогнозів, гіпотез розвитку економіки	Для підвищення наукової обґрунтованості перспективних планів
Моделювання	Установлення зв'язків між елементами у плановій системі	Для планування експериментів, аналізу, узагальнень
Економіко-математичний	Оптимізація планів, аналіз і оцінка різних варіантів	На всіх рівнях планування
Програмно-цільовий	Установлення цілей на рівні провідних ланок планування в господарстві	Для розв'язання завдань міжрегіонального, міжгалузевого характеру

*Мета* – формування системи теоретичних і практичних знань у галузі дослідження та моделювання систем і процесів у менеджменті і маркетингу.

*Завдання* – вивчення методології, методики та інструментарію побудови економіко-математичних моделей у менеджменті й маркетинговій діяльності, їх аналізу та використання.



*Предмет* – методологія економіко-математичного моделювання маркетингового середовища.

Раціональні рішення визначаються в процесі оптимізації. Під оптимізацією управлінських рішень розуміють вибір найбільш ефективного варіанта рішення із можливих альтернатив.

На Заході оптимізацією управлінських рішень займається напрям під назвою «наука управління» (використовуються ще терміни «наука про прийняття рішень», «системний аналіз», «наука про системи», «дослідження операцій» та ін.). Наука управління виникла в Англії під час другої світової війни як необхідність розв'язання певних військових задач. Широке застосування вона має в США, Японії, Німеччині, Україні, Росії та інших країнах. Використовується для того, щоб розв'язувати такі *задачі*:

- регулювання транспортних потоків у містах;
- оптимізація графіку руху в аеропортах;
- складання розкладу при розв'язанні різних задач;
- управління запасами на підприємствах, в організаціях;
- розробка нових видів продукції;
- розподіл витрат на рекламу різних видів продукції;
- оптимізація чисельності допоміжного персоналу в структурі управління;
- планування матеріального забезпечення та постачання;
- розподіл обладнання для різних видів виробництва;
- розподіл трудових ресурсів;
- розкрій матеріалу (листового металу, тканини тощо);
- оптимізація обсягів виробництва та послуг.

Згідно з положеннями американського менеджменту наука управління як механізм оптимізації рішень може реалізовуватися за допомогою:

- застосування наукового методу;
- використання системної орієнтації;
- застосування моделей.

*Науковий метод оптимізації:* у процесі оптимізації обсягу запасів на першому етапі збирають та аналізують інформацію про попит, на другому – визначають вплив зростання запасів на попит і гіпотетично прогнозують оптимальну кількість запасів. Після третього етапу, який забезпечує процес перевірки гіпотези, можливі два варіанти:

- реалізація рішення, якщо гіпотеза правильна (четвертий етап);
- повернення за допомогою зворотного зв'язку на етап спостереження (перший етап), якщо гіпотеза хибна.

В останньому випадку пошук оптимального варіанта триває (рис.1.1).

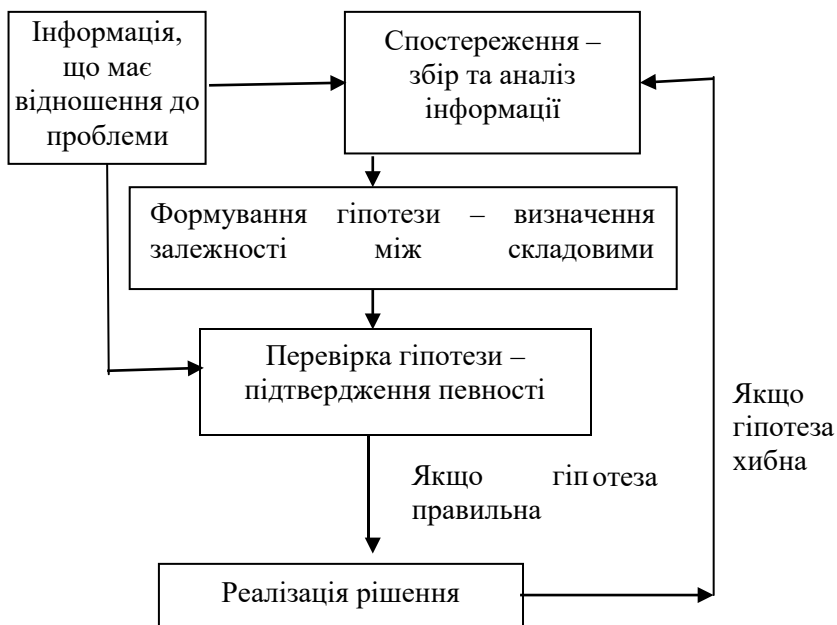


Рисунок 1.1 – Схема використання наукового методу

*Системна орієнтація:* процес оптимізації рішень базується на припущенні, що організація є відкритою системою, яка складається з взаємопов'язаних частин. Під час своєї діяльності (перетворення) організація обробляє «входи» (ресурси, інформацію тощо), перетворюючи їх на продукцію, послуги, прибуток та ін. На основі вивчення цього процесу і здійснюється добір найбільш ефективного варіанта рішення.

*Використання моделей:* дозволяє приймати рішення, при обґрунтуванні яких враховуються всі фактори і альтернативи, що виникають у складних умовах виробничо-господарської діяльності. Тому моделювання розглядають як найефективніший спосіб оптимізації управлінських рішень.

Модель – це відображення в схемі, формулі, алгоритмі тощо характерних ознак об'єкта, який досліджується. Вона є спрощеним зображенням конкретної життєвої (управлінської) ситуації. Іншими словами, в моделях певним чином відображаються реальні події, обставини тощо. Необхідність застосування моделей пояснюється такими причинами:

- складністю реального світу, виробничо-господарської діяльності;
- наявністю багатфакторних залежностей при розв'язанні управлінських задач;
- необхідністю експериментальної перевірки альтернативних управлінських рішень;
- доцільністю орієнтувати управління на майбутнє.

Вирізняють такі моделі:

- фізичні – відображають збільшення або зменшення опису об'єкта;
- аналогові – ведуть себе так, як реальні об'єкти, але зовнішньо вони не подібні до них;
- математичні (символічні) – тут використовують символи для опису властивостей або характеристик об'єкта.

Існують також моделі: інформаційні, технологічні, синергетичні, біхевіористичні, акмеологічні, когнітологічні, кіберакмеологічні тощо.

Світова практика виробила певний порядок розробки моделей. Найдоцільніше застосувати такий процес їхньої побудови:

1. Постановка задачі.
2. Формування моделі.

3. Перевірка моделі на достовірність.
4. Використання моделі.
5. Модернізація моделі.

При перевірці використання та модернізації моделей слід враховувати похибки, які знижують їхню ефективність:

- недостовірні початкові умови (припущення);
- інформаційні обмеження;
- недостатня практична перевірка;
- надмірно висока вартість побудови;
- недостатнє врахування біхевіористичних факторів тощо.

## 1.2. Методи та інструменти моделювання

Американський менеджмент виділяє такі найбільш розповсюджені способи моделювання:

1. *Теорія ігор*. Моделює вплив прийнятого рішення на конкурентів.

2. *Теорія черг*. Визначає оптимальне число каналів обслуговування щодо потреби в них (так звана модель оптимального обслуговування).

3. *Моделювання управління запасами*. Визначає час розміщення замовлень, їхню кількість, обсяг готової продукції на складі.

4. *Лінійне програмування*. Забезпечує оптимальний спосіб розподілу ресурсів при наявності конкретних потреб. Моделі лінійного програмування найбільш розповсюджені в системі менеджменту.

5. *Імітаційне моделювання*. Дає практичний спосіб застосування моделі замість реальної системи.

6. *Економічний аналіз*. Фактично є методом оцінки витрат та економічних вигод, ґрунтується на визначенні економічних умов, за яких підприємництво стає рентабельним.

7. *Платіжна матриця*. Це статистичний метод, який дає змогу з кількох варіантів вибрати найбільш оптимальний. При цьому платежі (грошові винагороди, доходи тощо) подаються у формі таблиці.

8. *Дерево рішень*. Представляє собою схематичне відображення дій у менеджменті з урахуванням фінансових результатів, імовірності отримання їхнього позитивного значення, можливості порівняння альтернатив.

9. *Прогнозування*. Моделювання майбутніх управлінських ситуацій. Оскільки воно відіграє суттєву роль у менеджменті, то його розглянемо окремо.

Прогнозування – це спосіб, при якому використовують нагромаджений у минулому досвід та побічні припущення з метою визначення майбутнього на сучасному етапі. Найчастіше застосовують такі прогнози:

- економічні;
- соціальні;
- розвитку конкуренції;
- розвитку науково-технічного прогресу;
- розвитку технологій;
- розвитку суспільства;
- розвитку сільського господарства тощо.

Можна виділити певні групи методів прогнозування:

*Неформальні методи:*

- прогнозування на основі словесної (вербальної) інформації, отриманої через радіо, телебачення, розмови, телефонограми тощо;
- прогнозування на засадах письмової інформації, яка відображається у газетах, журналах, бюлетенях, звітах тощо;
- прогнозування за результатами промислового шпіонажу.

#### *Формальні методи.*

Кількісні методи прогнозування:

- аналіз минулих років. Виходить з того, що те, яке сталося у минулому, може повторитися у майбутньому;
- причинно-наслідкове (успадковане) моделювання. Використовується у менеджменті для прогнозування тих ситуацій, які залежать більше, ніж від однієї змінної величини. В статистиці цей спосіб прогнозування називають кореляцією.

Якісні методи прогнозування:

- думка журі – поєднання та усереднення думок експертів – членів журі (ради, комісії тощо);
- сукупна думка постачальників, ґрунтується на передбаченні попиту групою досвідчених агентів;
- модель очікування споживача, що базується на результатах опитування клієнтів;
- метод експертних оцінок – процедура, яка дає змогу групі експертів дійти певної згоди.

### **1.3. Концепції менеджменту і маркетингу**

Ідеологія управління або концепція менеджменту базується на його функціональній ефективності. Так, наприклад, для економічного об'єкту досліджуються такі напрямки їх концептуального розвитку: вдосконалення виробництва, товару, збуту та задоволення потреб споживача.

Концепція менеджменту орієнтує будь-який об'єкт на підвищення ефективності його кінцевої (підсумкової) діяльності та раціональне використання ресурсів на основі прогресивних інформаційних технологій. Тому на сучасному рівні розвитку суспільства концепція менеджменту має **інтеграційний** характер, що можна продемонструвати наступною компонентною моделлю (рис. 1.2).

*Виробнича концепція* орієнтує на удосконалення процесу виробництва та зниження витрат виробника і цін на продукцію, що виробляється. Вона стверджує, що споживачеві потрібна масово вироблена продукція, і якщо вона пропонується за низькими цінами, то такому підприємству гарантований успіх. Дана модель набула широкого розповсюдження в США в 1900-1930 рр.

Недолік: вона виходить з принципу «спочатку виробимо, а вже потім продамо», і таким чином, залишає поза увагою потреби покупців, що змінюються.

*Товарна концепція* головну увагу приділяє якості продукції, що виробляється. Вона відповідає більш розвинутим потребам людей та набула практичного застосування у 30-40 роки минулого століття. Проте ця концепція обмежується виробництвом, де нерідко виробник починає абсолютизувати якість. У результаті з'являється



надмірна якість: продукт наділяється властивостями, зайвими для покупця. А це викликає подорожчання товару.



Рисунок 1.2 – Інтегрована компонента модель концептуального менеджменту

*Збутова концепція* орієнтує на інтенсифікацію зусиль в сфері збуту – виробник (продавець) намагається переконати

споживача купувати саме його продукцію, для цього поширює засоби стимулювання збуту та сервісне обслуговування. Проте нерідко продукція нав'язується покупцеві. Цінуються торговельні працівники, яким властиві винахідливість та напористість, вміння продати товар незалежно від того, якими методами це досягається.

Враховуючи поширене незадоволення діями комівояжерів, в США прийнятий порядок, за яким покупець має право протягом трьох днів повернути комівояжеру, придбаний товар і сповна отримати свої гроші. На такій основі збутова система довго бути панівною не могла, і після її широкого застосування в 40-50-х роках, вона поступилася місцем маркетинговій концепції.

*Маркетингова концепція* – основну увагу приділяє споживачам продукції фірми, всебічному вивченню та найповнішому задоволенню їх потреб. Вона виходить з оцінки споживачами інтегрованої, комплексної вигоди, яку вони отримують від прийнятної ціни, високої якості товару, розвинутого сервісу тощо. Широке розповсюдження маркетингової концепції почалося в 50-60-ті роки в США.

Проте максимальна концентрація виробників на задоволенні індивідуальних потреб споживачів створює можливість погіршення задоволення потреб всього суспільства і внаслідок цього окремих споживачів як його членів. Йдеться про негативний вплив виробництва на довкілля: забруднення навколишнього середовища і створення екологічних проблем, вичерпування природних ресурсів тощо.

*Концепція соціально-етичного маркетингу* передбачає виявлення потреб споживачів та їх задоволення на бажаному

рівні з одночасним збереженням та підвищенням добробуту окремого споживача і суспільства в цілому.

Дана сучасна концепція є найбільш прогресивною до споживача, виробника та суспільства. Вона передбачає повагу бізнесу до прав особистості, не обмежується урахуванням поточних потреб споживачів, а виходить із забезпечення їх довгострокового благополуччя і передбачає рівновагу між прибутком фірми, потребами споживачів та інтересами суспільства. Отже, концепція соціально-етичного маркетингу передбачає комплексне задоволення потреб людини як індивідуума, члена трудового колективу і члена суспільства.

#### **1.4. Математичні моделі реалізації концепцій менеджменту і маркетингу в умовах трансформаційної економіки**

##### ***Однопродуктова модель***

Становлення сучасного математичного апарату оптимальних економічних рішень почалося в 1940-і роки завдяки першим роботам Н. Вінера, Р. Беллмана, С. Джонсона, Л. Канторовича. Задача лінійного програмування вперше математично була сформульована Л.В. Канторовичем в 1939 р. на прикладі задачі розкрою матеріалів для Ленінградського фанерного тресту. В 1947 р. Дж. Данциг запропонував універсальний алгоритм розв'язку задач лінійного програмування, названий їм симплекс-методом. У 1941 р. Хічкок і, незалежно від нього, Купсман у 1947 р. формулюють транспортну задачу, Стиглер в 1945 р. – задачу про дієту.

Початок розробок специфічних економіко-математичних моделей фінансових фірм пов'язують з роботою Френсіса Еджуорта, що була опублікована в 1988р. Подальший розвиток реалізується за двома напрямками:

- розробка моделей на базі теорії Марковиця-Томіна (теорія управління портфелем);
- розробка моделей на базі традиційної неокласичної теорії фірми (на основі перших робіт Дж. Р. Хікса).

При постановці і розв'язанні оптимізаційної задачі в менеджменті і маркетингу необхідно виконати дві умови:

1. Мати варіанти розв'язку. Якщо немає хоча б двох можливих варіантів розв'язку, то вибирати нічого і задача прийняття рішення відсутня.

2. Визначити принцип вибору кращого варіанту розв'язку задачі.

Відомі такі принципи вибору: вольовий і критеріальний. Вольовий вибір, що використовується найбільш часто, застосовують за відсутності формалізованих моделей як єдиний можливий. Критеріальний вибір полягає в прийнятті деякого критерію порівняння можливих варіантів. Критерій оптимізації називають цільовою функцією, функцією мети, функціоналом.

Мета класифікації задач оптимізації – показати, що ці задачі, різноманітні за своїм змістом, можна вирішувати на ЕОМ за допомогою стандартних програмних продуктів. Класифікацію задач оптимізації, що виникають на виробництві, можна виконати за ознаками: область застосування; зміст задачі; клас економіко-математичних моделей тощо.

Для економічних оптимізаційних задач в менеджменті і маркетингу можна сформулювати ряд таких вимог:

- 1) задачі повинні ставитися і вирішуватися кількісно шляхом об'єктивного розрахунку;
- 2) задачі вибору розглядаються як екстремальні;
- 3) функціонування економіки в цілому підприємстві і його окремого підрозділу повинно оцінюватися за певним критерієм;
- 4) кращий варіант доводиться обирати в умовах обмеженості ресурсів.

Виділяють *три типи математичного опису задач управління: детерміновані, ймовірнісні і задачі в умовах невизначеності.*

Детерміновані задачі формуються в умовах повної визначеності про значення параметрів, що використовуються, склад і вигляд обмежуючих умов, що впливають. Такий опис має однозначність при математичному уявленні і дозволяє одержати однозначне розв'язок.

У детермінованій задачі завжди відомо, що стратегія дій А призведе до результату «а», а стратегія дій В – до результату «в». Залишається лише дослідити, який результат має більшу корисність, щоб вибрати кращу з двох стратегій.

Ймовірнісні задачі включають у постановці задачі параметри, що задаються у вигляді величин, для яких відомі ймовірності досягнення можливих значень. Такі задачі називають задачами з ризиком і їх розв'язок формується як конкретні результати з ймовірнісною оцінкою кожного з них. Детерміновані задачі можна розглядати як граничний варіант

задач із ризиком, у яких імовірність появи значень використовуваних параметрів дорівнює одиниці.

Оцінки ймовірностей бувають двох типів: об'єктивні і суб'єктивні. Об'єктивні оцінки ймовірностей утворюються шляхом визначення відношення числа подій, що нас цікавлять до загального числа подій, що спостерігаються.

Задачі в умовах невизначеності виникають у ситуаціях, коли немає попередньої ймовірнісної оцінки можливих майбутніх ситуацій або значень параметрів, що їх характеризують. У подібних задачах використовують своєрідний підхід для опису оцінки переваги управлінських стратегій. Оцінка максимін припускає перевагу стратегії дій, у якій досягається максимально корисний результат при найбільш несприятливому розвитку подій. Оцінка мінімакс орієнтує на вибір стратегії, при якій найменші споживчі витрати при найбільш несприятливому розвитку подій.

У загальному вигляді математична постановка екстремальної задачі полягає у визначенні найбільшого або найменшого значення цільової функції  $f(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)$  за умов де  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n) \leq b_i (i = 1, 2, \dots, m)$ , де  $f, g_i$  – задані функції;  $x_j (j = 1, 2, \dots, n)$  – шукані змінні;  $b_i (i = 1, 2, \dots, m)$  – деякі дійсні числа.

Економіко-математичні методи часто підрозділяють на методи розв'язку задач лінійного і нелінійного програмування. При цьому, якщо всі функції  $f$  і  $g_i$  лінійні або не містять добутоків змінних, що треба визначити, то відповідна задача – це задача лінійного програмування.

Якщо хоча б одна з цих функцій нелінійна або містить добуток змінних, що треба визначити, то відповідна задача –

це задача нелінійного програмування. Серед них найбільш досліджені задачі опуклого програмування, внаслідок розв'язку яких визначають мінімум опуклої (або максимум увігнутої) функції, заданої на опуклій замкненій множині.

Із задач опуклого програмування докладно досліджені задачі квадратичного програмування, у яких потрібно знайти максимум (або мінімум) квадратичної функції за умови, що її змінні задовольняють деякій системі лінійних рівнянь.

Окремі розділи економіко-математичних методів вивчають методи розв'язку задач цілочисельного, параметричного, дробово-лінійного програмування тощо.

У задачах цілочисельного програмування невідомі можуть приймати тільки цілочисельні значення.

У задачах параметричного програмування цільова функція  $i$  (або) функції, що визначають область можливих змін змінних, залежать від деяких параметрів.

У задачах дробово-лінійного програмування цільова функція – відношення двох лінійних функцій, а функції, що визначають область можливих змін змінних, лінійні.

Однопродуктова модель призначена для оптимізації розподілу об'ємів виробництва за способами виробництва. Постановка задачі може виконуватися з різними економічними оцінками.

Величини, що визначаються, позначаються через  $x(i)$  – величина запланованого виробництва продукції за  $i$ -тим способом виробництва.

Основне обмеження передбачає необхідність виконання загального плану виробництва:

$$x(1)+x(2)+\dots+x(i)\dots +x(n)=V, \quad (1.1)$$

де  $i = (1, 2, \dots, n)$  – число способів виробництва;

$V$  – загальний план виробництва.

Кожна з величин  $x(i)$  повинна бути більшою або рівною нулю:  $x(i) \geq 0$ .

Оптимізаційна оцінка варіантів розв'язку задачі має вигляд:

$$f[x(1)] + f[x(2)] + \dots + f[x(n)] \quad (1.2)$$

Спосіб розв'язку задачі залежить від вигляду функції  $f$ . При лінійній функції методом розв'язку буде лінійне програмування, при нелінійній функції – можливо використання методу множників Лагранжа або динамічного програмування.

### ***Задача Л. В. Канторовича***

Одна з перших математичних моделей була розроблена у 1939 р. Л.В. Канторовичем. Нехай є деякий виробничий процес, призначений для випуску  $n$  видів продукції. За кожним із видів продукції задані обмеження на об'єм випуску і норми витрачених ресурсів. Постачання продукції споживачу здійснюється комплектами і тому потрібно сформувати плановий асортимент випуску продукції, що забезпечує максимальне число комплектів постачання продукції.

Формалізуючи математичну постановку задачі, вводяться наступні обмеження:

$$x(i) > 0, a(s, 1)x(1) + a(s, 2)x(2) + \dots + a(s, n)x(n) < V(s) \quad (1.3)$$



Оптимізаційна оцінка має вигляд:

$$\max_i \min_k \frac{c_i}{k(i)} \quad (1.4)$$

Тут  $k(i)$  – кількість одиниць  $i$ -го продукту в комплекті.

Розв'язується задача методом лінійного програмування, що фактично і з'явився як алгоритм розв'язку цієї математичної задачі в 1939 р.

### *Модель розвитку економіки*

Одна з перших спрощених моделей розвитку економіки країни була запропонована англійським економістом Р. Харродом. У моделі враховується один фактор, що визначається, – капітальні вкладення, а стан економіки оцінюється через величину національного доходу.

Для математичної постановки задачі вводяться наступні позначення:  $y(t)$  – національний дохід у рік  $t$ ;  $k(t)$  – виробничі фонди у рік  $t$ ;  $c(t)$  – об'єм споживання у рік  $t$ ;  $s(t)$  – об'єм накопичення у рік  $t$ ;  $v(t)$  – капітальні вкладення у рік  $t$ .

Припускається, що функціонування економіки відбувається при виконанні наступних умов:

- $y(t) = c(t) + s(t)$  – умова балансу доходів і витрат за кожний рік;
- $s(t) = v(t)$  – умова виключення пролежування капіталу;
- $s(t) = ay(t)$  – умова пропорційного розподілу національного річного доходу.

Дві умови приймаються для характеристики внутрішніх економічних процесів. Перша умова характеризує зв'язок капітальних вкладень і загальної суми виробничих фондів, друга – зв'язок національного річного прибутку і виробничих фондів.

Капітальні вкладення в рік  $t$  можуть розглядатися як приріст виробничих фондів або похідна від функції «виробничі фонди», що приймається як капітальні річні вкладення:

$$\frac{dk}{dt} = v(t) \quad (1.5)$$

Національний дохід щороку приймається як віддача виробничих фондів із відповідним нормативним коефіцієнтом фондівіддачі:

$$y(t) = \frac{k(t)}{b} \quad (1.6)$$

З'єднуючи умови задачі, можна одержати наступне співвідношення:

$$y(t) = \frac{v(t)}{a} = \frac{dk(t)}{a} = \frac{b}{a} \frac{dy}{dt} \quad (1.7)$$

Звідси випливає підсумкове рівняння Харрода:  $b \frac{dy}{dt} = ay$ . Його розв'язком є експоненційна зміна національного доходу по річних інтервалах:

$$y(t) = y(0) \exp(at/b) \quad (1.8)$$

Незважаючи на спрощений вигляд математичної моделі, її результат може бути використаний для загального аналізу національної економіки. Параметри  $a$  і  $b$  можуть стати параметрами керування при виборі планової стратегії розвитку з метою максимального наближення до кращої траєкторії зміни національного доходу або для вибору мінімального інтервалу часу досягнення заданого рівня національного доходу.

### ***Розподіл ресурсів***

Нехай є  $m$  видів ресурсів, кожний  $i$ -ий ресурс у кількості  $b_i$ , ( $i=1,2,\dots, m$ ). Ці ресурси потрібно використати для  $n$  видів продукції. Для випуску одиниці  $j$ -го виду продукції необхідно  $a_{ij}$  одиниць  $i$ -го виду ресурсу. Потрібно визначити, скільки і якого виду продукції слід виробити, щоб такий випуск був найкращим для прийнятого критерію оптимальності.

В реальних задачах сумарна кількість основних  $x_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) і додаткових  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) змінних завжди більше, ніж число залежностей  $m$ , тому система рівнянь має незліченну множину рішень. З цієї незліченної множини слід вибрати одне – оптимальне, що відповідає критерію – меті розв'язку задачі.

Мета задачі розподілу ресурсів встановлюється якоюсь однією з двох взаємовиключних постановок:

1) при заданих ресурсах максимізувати одержуваний результат;

2) при заданому результаті мінімізувати потрібні ресурси.  
Перша постановка аналітичне запишеться:

$$\left. \begin{aligned} \max L &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq b_i (i = 1, \dots, m) \\ d_j &\leq x_j \leq D_j (j = 1, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

де  $x_j$  – кількість продукції  $j$ -го виду, що випускається, шукана змінна ( $j = 1, 2, \dots, n$ );  $n$  – кількість найменувань продукції;  $c_j$  – величина, що показує, який внесок у результат дає одиниця продукції  $j$ -го вигляду;  $b_i$  – задана кількість ресурсу  $i$ -го вигляду ( $i = 1, 2, \dots, m$ );  $m$  – кількість найменувань ресурсів;  $a_{ij}$  – норма витрати ресурсу, тобто, яка кількість ресурсу  $i$ -го вигляду споживається на виробництво одиниці  $j$ -го виду продукції.

Розв'язок першої задачі дає знаходження таких значенні  $x_j$ , які забезпечують при заданих ресурсах одержання максимального результату.

Друга постановка задачі буде мати вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \min L &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \\ \sum_{j=1}^n c_j x_j &\geq C \\ d_j &\leq x_j \leq D_j (j = 1, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

де  $C$  – мінімально допустиме значення потрібного результату.

У загальну постановку задачі оптимізації входять нерівності вигляду  $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i (i = 1, \dots, m)$ , де  $n$  – кількість невідомих;  $m$  – кількість нерівностей. Якщо в кожен нерівність додати невід'ємне невідоме  $y_i (i = 1, \dots, m)$ , то від системи нерівностей можна перейти до системи рівнянь  $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + y_i = b_i (i = 1, \dots, m)$

У цій системі загальне число невідомих  $N = n + m$ , де  $n$  – кількість основних невідомих  $x_j$ ,  $m$  – кількість додаткових невідомих  $y_i$ , яка дорівнює кількості рівнянь.

Можливі три варіанти співвідношення величин  $N$  і  $m$ .

1. Число невідомих менше, ніж число рівнянь:  $N < m$ .

Наприклад,  $\begin{cases} 2x_1 = 4 \\ x_1 = 5 \end{cases}$ , тобто  $N = 1$ ,  $m = 2$ . Вочевидь, ця

система розв'язку не має, тобто немає таких значень  $x_1$ , які б задовольняли обом рівнянням. У цьому випадку кажуть, що система умов несумісна. Тобто, якщо число невідомих  $N$  менше числа рівнянь  $m$ , то система розв'язків не має і є несумісною.

2. Число невідомих дорівнює числу рівнянь:  $N = m$ .

Наприклад,  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$ .

Неважко знайти, що розв'язком цієї системи будуть значення  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 1$ . Таким чином, лінійна система, в якій число невідомих  $N$  дорівнює числу рівнянь  $m$  має один розв'язок.

3. Число невідомих більше числа рівнянь:  $N > m$ .

Наприклад,  $2x_1 + x_2 = 2$ . Вочевидь, що всі значення  $x_1$  і  $x_2$  що лежать на прямій цього рівняння, є його розв'язком. Якщо в системі число невідомих  $N$  більше числа рівнянь  $m$ , то така система має незліченну множину розв'язків.

**Задача про призначення.** Нехай є  $n$  робіт і  $n$  кандидатів для їхнього виконання. Призначенню  $i$ -го кандидата ( $i=1, \dots, n$ ) на  $j$ -у роботу ( $j=1, \dots, n$ ) відповідає визначена ефективність (прибуток, продуктивність) або витрати якогось ресурсу  $c_{ij}$ . Потрібно знайти такі призначення кандидатів на всі роботи, що забезпечать найбільшу ефективність, тобто мінімум сумарних витрат або максимум прибутку (продуктивності). Кожного кандидата можна призначити тільки на одна посаду і кожна робота може бути виконана тільки одним кандидатом.

Математична постановка задачі має вигляд:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1; \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1; \quad (1.11)$$

де  $x_{ij}$  – шукана змінна,  $x_{ij} = 1$ , якщо  $i$ -ий кандидат розподіляється на  $j$ -ту роботу;  $0$  – у протилежному випадку.

У такій постановці дана задача відноситься до класу комбінаторних.

### **Транспортна модель**

Транспортна задача – це задача про вибір плану перевезень однорідного продукту з пунктів виробництва до пунктів споживання. Нехай є  $m$  пунктів відправлення і  $n$  пунктів призначення. Ресурси продукту в пунктах відправлення позначимо через  $a(i)$ , потребу в продукті в пункті споживання –  $b(j)$ . Витрати на доставку одиниці продукту від постачальника  $i$  до споживача  $j$  дорівнюють  $c(i,j)$ .

Балансова умова виробництва і споживання має вигляд

$$a(1)+a(2)+ \dots +a(n)=b(1)+b(2)+ \dots +b(m) \quad (1.12)$$

Потрібно визначити  $x(i,j)$  – кількість продукту, що доставляється від пункту виробництва  $i$  до пункту споживання  $j$ . Обов'язковими умовами є:

- необхідність вивозу всього виробленого продукту –  $x(i, 1) + x(i, 2) + \dots + x(i, m) = a(i)$  для всіх значень  $i$ ;
- необхідність задоволення всіх споживачів –  $x(1,j) + x(2,j) + \dots + x(n,j) = b(j)$  для всіх значень  $j$ .

Оптимальний план доставки продукту повинен задовольнити мінімум загальної суми витрат на доставку

$$\sum_{i,j} c(i,j)x(i,j) \quad (1.13)$$

Розв'язуються транспортні задачі методами лінійного програмування.

### **Модель створення сумішей**

Задача складання раціону, складу цементної суміші тощо належать до групи задач складання сумішей. У цій задачі задається набір вихідних матеріалів, що характеризуються утриманням контрольованих компонент  $a(i, j)$  – вміст  $i$ -ої компоненти в  $j$ -му вигляді вихідного матеріалу.

Потрібно визначити  $x(i)$  – кількість матеріалу, прийнятого для підготування комплексної суміші. Сукупність обмежень включає умови вигляду:

$$\begin{aligned} x(j) &< X(j), & (1.14) \\ x(1) + x(2) + \dots + x(n) &< Y, \\ a(i, 1)x(1) + a(i, 2)x(2) + \dots + a(i, n)x(n) &> A(i) \end{aligned}$$

Тут  $X(i)$  – припустима для використання кількість у-го матеріалу,  $Y$  – загальне обмеження на масу вихідного матеріалу;  $A(i)$  – мінімально необхідний вміст  $i$ -ої компоненти в кінцевому продукті.

Оцінкою варіантів розв'язків задачі є сума витрат на склад матеріалів у суміші, що формується:

$$J = c(1)x(1) + c(2)x(2) + \dots + c(n)x(n), \quad (1.15)$$

де  $c(i)$  – витрати на одиницю  $j$ -то матеріалу.

### ***Модель комівояжера***

Комівояжер повинен побувати в ряді міст. Відомі відстані між кожною парою міст (час або вартість проїзду). Необхідно обрати найкоротший маршрут, що проходить один раз через кожне місто. Якщо відстань між містами не залежить від напрямку руху, то задача називається симетричною. Якщо



вартість проїзду змінюється при зміні напрямку руху, задача називається несиметричною.

Для задачі комівояжера при двох містах, вибору немає. При трьох містах і заданому початковому пункті можливі два маршрути. Якщо міст чотири, то є шість маршрутів, а вже при 11 містах – більш трьох з половиною мільйонів припустимих маршрутів. У загальному випадку при  $n$  містах є  $(n-1)!$  маршрутів.

До подібного типу задач зводиться множина реальних ситуації. Це вибір черговості обробки різнорідних виробів, вибір маршруту автотранспорту, задача вибору маршруту в мережах, у системах зв'язку.

Розглянемо п'ять, пунктів, з'єднаних між собою дорогами так, що з будь-якого пункту можна проїхати і в будь-який інший пункт. Відомий час перевезення з пункту  $i$  в пункт  $j$  (табл. 1.2).

Таблиця 1.2 – Вихідні дані задачі комівояжера

З пункту $i$	В пункт $j$				
	1	2	3	4	5
1	0	10	25	25	10
2	1	0	10	15	2
3	8	9	0	20	10
4	14	10	24	0	15
5	10	8	25	27	0

Потрібно знайти такий маршрут, що починається в даному пункті, котрий проходить через усі пункти і закінчується в пункті виїзду, щоб його тривалість була найменшою.

Введемо позначення:  $i, j$  – номери пунктів виїзду і в'їзду;  $t_{ij}$  – час переїзду з пункту  $i$  в пункту  $j$  ( $t_{ij}$ , в загального випадку

може не дорівнювати часу переїзду у зворотньому напрямку,  $t_{ij} \approx t_{ji}$ , наприклад, коли один пункт на вершині гори, а інший – біля її підніжжя). Введемо змінні:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо з пункту } i \text{ торговець переїде в пункт } j; \\ 0, & \text{якщо не поїде} \end{cases} \quad (1.16)$$

Складемо модель (рис. 1.3). З п.1 можна виїхати в будь-якій з пунктів (2 або 5, або 3, або 4), або залишитися в п. 1. Але при цьому можна виїхати тільки в одному єдиному напрямку. Цю умову можна записати так:

$$\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{13} + \delta_{14} + \delta_{15} = 1 \quad (1.17)$$

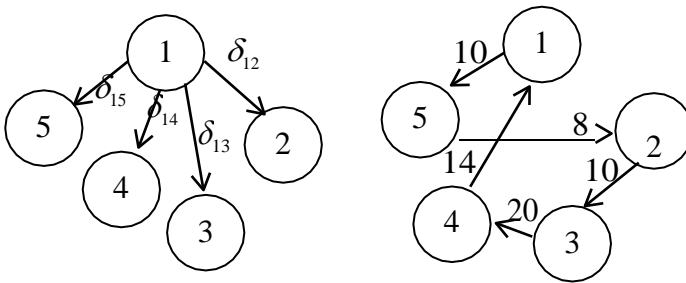


Рисунок 1.3 – Розподіл маршрутів на основі таблиці 1.2

Ці залежності забезпечують виконання умови, що з кожного пункту виїзд робиться тільки один раз і тільки в одному напрямку.

Умова в'їзду в п.1 аналогічна умові виїзду з п.1. Вимога мінімальної тривалості маршруту запишеться у вигляді цільової функції:

$$\begin{aligned} \min L = t_{11}\delta_{11} + t_{12}\delta_{12} + t_{13}\delta_{13} + t_{14}\delta_{14} + t_{15}\delta_{15} + t_{11}\delta_{21} \\ + t_{22}\delta_{22} + \dots + t_{55}\delta_{55} \end{aligned} \quad (1.18)$$

де  $t_{ij}$  беруться з вихідної таблиці 1.2, а  $\delta_{ij}$  – шукані змінні.

Математичну постановку задачі можна сформулювати у вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min L = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 t_{ij} \delta_{ij} \\ \delta_{ij} = 1 \quad (i = 1, \dots, 5) \\ \delta_{ij} = 1 \quad (j = 1, \dots, 5) \\ \delta_{ij} = [0; 1] \quad (i, j = 1, \dots, 5) \end{array} \right. \quad (1.19)$$

Внаслідок розв'язку системи одержимо наступні значення:  $\delta_{15} = \delta_{52} = \delta_{23} = \delta_{34} = \delta_{41} = 1$ , інші  $\min L = 10 + 8 + 10 + 20 + 14 = 62$ .

Переходячи від часткової до загальної постановки, задачу комівояжера можна сформулювати:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} \delta_{ij} \\ \sum_{j=1}^n \delta_{ij} = 1 (i = 1, \dots, n) \\ \sum_{i=1}^n \delta_{ij} = 1 (j = 1, \dots, n) \\ \delta_{ij} = [0; 1] (i, j = 1, \dots, n) \end{array} \right. \quad (1.20)$$

### ***Ігрова модель обміну товарами***

Розглянемо гру двох осіб з ненульовою сумою. Гравець  $A$  має  $a$  одиниць товару, гравець  $B$  –  $b$  одиниць іншого товару. При обміні товарами кожний із гравців прагне отримати прибуток.

Для учасника  $A$  підсумок обміну позначимо через  $(x, y)$ , для учасника  $B$  підсумок діяльності буде  $(a-x, b-y)$ . Для величин  $x, y$ , що визначаються, враховуються обмежуючі умови. Значення  $x$  знаходяться в межах від 0 до  $a$ , значення  $y$  - в межах від 0 до  $b$ .

В координатах  $x, y$  для прямокутника припустимих значень шуканих невідомих будуються лінії рівної вигідності. Для учасника  $A$  – це сукупність рівнобіжних опуклих функцій, для учасника  $B$  – це сукупність паралельних випуклих функцій. Точки можливих умов контракту – це точки дотику функцій корисності (прибутку) результату для учасників.

### ***Модель про ранець***

Нехай є деякий об'єм  $V$ , що необхідно заповнити різними предметами. Є декілька видів предметів, вони відрізняються об'ємом  $v(i)$  і цінністю  $c(i)$ .

Потрібно визначити варіант заповнення предметами об'єму  $V$ , щоб їхня сумарна цінність виявилася найбільшою. Невідомі змінні задачі:  $x(i)$  – число предметів  $i$ -го вигляду, обраних для розміщення в ранці. Обмеження задачі мають вигляд:

$$x(1)v(1)+x(2)v(2)+\dots +x(n)v(n)< V, x(i) > 0. \quad (1.21)$$

Оцінка варіантів розв'язку задачі – це сума  $x(1)c(1) + x(2)c(2) + \dots + x(n)c(n)$ , що повинна мати максимальне значення.

### ***Розподіл капітальних вкладень***

Нехай відомі можливі значення ефективності (наприклад, приріст прибутку, випуск продукції й ін.) на кожному з чотирьох підприємств галузі внаслідок розширення діючих потужностей: (табл. 1.3).

Таблиця 1.3 – Вхідні дані

Капіталовкладення (x), грошових одиниць (гр. од.)	Приріст випуску продукції $i$ -го підприємства $g_i(x)$ , од./год.			
	1	2	3	4
0	0	0	0	0
50	25	30	36	28
100	60	70	64	56
150	100	90	95	110
200	140	122	130	142

Потрібно скласти план розподілу обмежених капіталовкладень по цих підприємствах ( $K=200$  грошових одиниць або гр. од.), що максимізує загальний приріст випуску при заданій номенклатурі і структурі галузевого плану виробництва продукції.

Задача може бути вирішена методом динамічного програмування. Позначимо:  $g_i(x)$  – приріст випуску продукції на  $i$ -тому підприємстві при  $x$  одиниць капіталовкладень на реконструкцію або розширення активної частини його основних фондів;  $F(K)$  – максимально можливий приріст випуску продукції при розподілі суми  $K$  між чотирма підприємствами.

Тоді, відповідно до основного функціонального рівняння Беллмана:

$$F_4(K) = \max_{0 \leq x \leq K} [g_4(x) + F_3(K - x)] F_1(K) = \max_{0 \leq x \leq K} [g_1(x)] \quad (1.22)$$

$$= g_1(x)$$

тобто максимальний приріст випуску продукції на першому підприємстві при розподілі для нього  $x$  ( $0 < x < K$ ) одиниць капіталовкладень (тільки для нього) буде відповідати значенням графі 2 вихідних даних.

Реалізація задачі буде полягати в послідовному розв'язку рівнянь Беллмана, що описують максимальний приріст випуску при розподілі  $K=200$  між двома підприємствами, потім трьома і чотирма. У процесі обчислень  $x$  змінюється від 0 до  $K$  з кроком  $\Delta = 50$ .

Визначення розподілу коштів між підприємствами для другого кроку на основі даних таблиці 1.3 наведені в табл. 1.4:

$$\begin{aligned}
F_2(50) &= \max_{0 \leq x \leq 50} [g_2(x) + F_1(50 - x)] \\
&= \max_{0 \leq x \leq 50} [g_2(0) + g_1(50); g_2(50) + g_1(0)] \\
&= \max[0 + 25; 30 + 0] = 30; \\
F_2(100) &= \max_{0 \leq x \leq 100} [g_2(x) + F_1(100 - x)] \\
&= \max_{0 \leq x \leq 100} [g_2(0) + g_1(150); g_2(50) \\
&\quad + g_1(100); g_2(100) + g_1(50); \\
&\quad g_2(50) + g_1(100)] = \max[0 + 60; 30 + 25; 70 + 0] = 70; \\
F_2(150) &= \max_{0 \leq x \leq 150} [g_2(x) + F_1(150 - x)] \\
&= \max_{0 \leq x \leq 150} [g_2(0) + g_1(150); g_2(50) \\
&\quad + g_1(100); g_2(100) + g_1(50); \\
&\quad g_2(150) + g_1(0)] = \max[0 + 100; 30 + 60; 70 + 25; 90 + 0] \\
&= 100; \\
F_2(200) &= \max_{0 \leq x \leq 200} [g_2(x) + F_1(200 - x)] \\
&= \max_{0 \leq x \leq 200} [g_2(0) + g_1(200); g_2(100) \\
&\quad + g_1(100); g_2(150) + g_1(50); \\
&\quad g_2(50) + g_1(150); g_2(200) + g_1(0)] = \max[0 + 140; 60 + \\
&\quad 70; 25 + 90; 100 + 30; 122 + 0] = 140;
\end{aligned} \tag{1.23}$$

Аналогічно здійснюються розрахунки для наступних кроків.

Таблиця 1.4. – Розподіл коштів на 2-му кроці

$X$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$	$F_4(x)$
0	0	0	0	0
50	25	30	36	36
100	60	70	70	70
150	100	100	106	110
200	140	140	140	146

З аналізу результатів розрахунків випливає, що найбільший приріст продукції, котрий може бути досягнутий,

складе  $F_4(200) = g_4(150) + F_3(50) = 110 + 36 = 146$ , тобто четвертому підприємству повинно бути виділено 150, а першим трьом – 50 грошових одиниць.

$$F_3(50) = \max_{0 \leq x \leq 50} [g_3(50) + F_2(0)] = [36 + 0] = 36 \quad (1.24)$$

тобто всі 50 одиниць, що залишилися, виділяються третьому заводу. Отже, розв'язок задачі  $x_1 = x_2 = 0, x_3 = 50, x_4 = 150$  гр.од.

### ***Питання для самоперевірки***

1. Сформулюйте основні концепції менеджменту і маркетингу.
2. Назвіть найбільш поширені методи реалізації концепцій менеджменту і маркетингу.
3. Наведіть приклад постановки задачі оптимізації методом лінійного програмування.
4. В яких випадках для вирішення задачі оптимізації використовується метод статистичних випробувань.
5. Сформулюйте алгоритм застосування методу Монте-Карло при вирішенні задач оптимізації.
6. Наведіть приклад постановки задачі оптимізації методом ітерацій.
7. Сформулюйте алгоритм побудови математичної моделі динамічного програмування на прикладі задачі оптимального розподілу інвестицій.



---

## ТЕМА 2

### МОДЕЛІ Й ТЕХНОЛОГІЇ ПЛАНУВАННЯ ДОСЛІДЖЕНЬ У МЕНЕДЖМЕНТІ Й МАРКЕТИНГУ

---

- 2.1. Суть та етапи досліджень у менеджменті й маркетингу
- 2.2. Методи збору даних в сфері менеджменту і маркетингу.  
Планування досліджень у менеджменті й маркетингу
- 2.3. Методи планування досліджень у менеджменті й маркетингу

#### **2.1. Суть та етапи досліджень у менеджменті й маркетингу**

##### *Суть та етапи досліджень у менеджменті і маркетингу*

*Дослідження у менеджменті і маркетингу – це збір і аналіз ринкової інформації та розробка рекомендацій для прийняття управлінських рішень.*

*Причини, що обумовлюють необхідність досліджень у менеджменті і маркетингу:*

1. Виникнення маркетингових проблем (наприклад, погіршуються показники господарської діяльності: падає обсяг збуту, зменшується ринкова частка, зростає кількість скарг споживачів).

2. Пошук ринкових можливостей, тобто і за успішних результатів роботи компанії необхідним пошук резервів покращення її діяльності.

*Причини зростання потреб в інформації в сучасних умовах:*

1. Розвиток та індивідуалізація потреб покупців. У процесі збільшення доходів зростають вимоги покупців до товарів, і без досліджень у менеджменті і маркетингу стає все важче передбачити їх реакцію на різні характеристики товару, їх поведінку на ринку.

2. Перехід від цінової до нецінової конкуренції і необхідність інформації про її ефективність (про ефективність реклами, стимулювання збуту та ін.).

*Форми організації досліджень фірми:*

1. Власними силами.

Переваги:

а) більш глибоке знання менеджерами і маркетологами свого підприємства порівняно із залученими фахівцями;

б) надійніше зберігається конфіденційність;

в) коштують дешевше.

2. Використання послуг спеціалізованих консультаційних фірм.

Переваги:

а) високий науковий рівень і якість дослідження;

б) підвищується об'єктивність аналізу (долається вплив на результати дослідження суперечливих інтересів всередині фірми).

3. Змішана організація досліджень у менеджменті і маркетингу.

Підприємство здійснює частину маркетингового дослідження самостійно, а для другої частини залучає спеціалізовану фірму (рис. 2.1).

Перевага: можливість здійснити значні за обсягом, складністю та важливістю маркетингові дослідження.

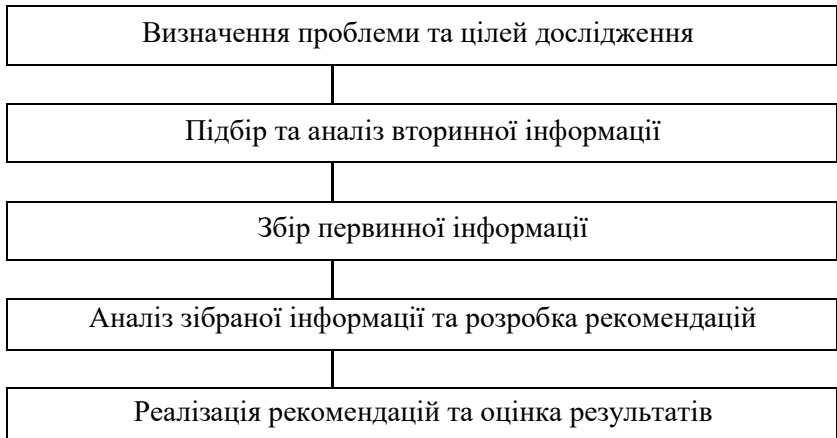


Рисунок 2.1 – Етапи досліджень у менеджменті і маркетингу

Досить поширеними цілями дослідження у менеджменті і маркетингу є:

- а) визначення ємності та інших характеристик ринку;
- б) виявлення споживацьких запитів та мотивів;
- в) визначення конкурентоспроможності фірми.

Вторинна інформація – це дані, які вже існують і зібрані раніше для інших цілей.

Первинна інформація – це дані, що безпосередньо відносяться до проблеми конкретного маркетингового дослідження і спеціально зібрані для цієї мети.

*Методи отримання первинної інформації:* 1. спостереження, експеримент, опитування (особистий контакт, телефон, пошта).

***Методи дослідження ринку в цілому***

*Ринок в економічній теорії* – відносини між покупцями та продавцями на основі їх економічних інтересів.

*Ринок в маркетингу* – сукупність існуючих та потенційних покупців товару.

### Види ринків

*Ринок продавця* – товарний асортимент обмежений. Конкуренція виробників слабка. Максимальний обсяг продажу даного товару визначається пропозицією.

*Ринок покупця* – перенасичений товарами. Можливість для покупців вибору товарів. Гостра конкуренція виробників. Попит визначає максимальний обсяг продажу даного товару.

Дослідження ринку в цілому передбачає головним чином визначення:

- фактичної та перспективної ємності ринку;
- фактичної та перспективної ринкової частки фірми.

*Ємність ринку* – це обсяг продажу на даному ринку за певний період часу (місяць, квартал, рік).

### *Методи визначення фактичної ємності ринку*

• *метод підсумовування ринків* усіх продавців даної товарної групи. Для цього слід мати статистичні дані про обсяг продажу товарів цієї групи усіма продавцями. Якщо зарубіжні довідкові комерційні видання друкують такі дані, то в Україні досі недоступні.

• *розрахунковий метод*. Ємність ринку в грошовому виразі розраховується за формулою:

$$Q = n \times p \times q, \quad (2.1)$$

де  $Q$  – ємність ринку (місячна, річна);  $n$  – кількість покупців;  $p$  – середня ціна;  $q$  – середній обсяг купівлі одним покупцем (за місяць, рік).

*Методи визначення перспективної ємності ринку*

- *метод екстраполяції.* Фактична ємність ринку поширюється на майбутній період і коректується на певний відсоток відповідно до очікуваних змін умов ринку.

- *експертний метод.* Його механізм розглядається в описі виконання практичного завдання.

*Показники ринкової частки фірми*

*Ринкова частка фірми* визначається шляхом ділення обсягу продажу (фактичного або перспективного) фірми на відповідну ємність ринку.

$$PЧ = \frac{O}{\epsilon} \times 100, \quad (2.1)$$

де  $PЧ$  – ринкова частка фірми;  $O$  – обсяг збуту товарів фірми на даному ринку за даний час;  $\epsilon$  – ємність даного ринку збуту за даний час.

*Відносна ринкова частка фірми (ВРЧ)* розраховується як відношення ринкової частки фірми ( $PЧ$ ) до ринкової частки найбільшого ринкового конкурента ( $PЧ_K$ ):

$$ВРЧ = \frac{PЧ}{PЧ_K} \quad (2.2)$$

Якщо:  $ВРЧ > 1$ , фірма є ринковим лідером;

$ВРЧ = 1$ , ринкові позиції фірми такі ж самі, як її головного конкурента;

$ВРЧ < 1$ , фірма має слабкі ринкові позиції.

Показник відносної ринкової частки фірми є більш об'єктивним показником конкурентного становища фірми на ринку порівняно з показником ринкової частки фірми. Так, якщо ринкова частка фірми становить 15%, то її ринкові позиції сильні, якщо у головного конкурента ринкова частка становить 10% ( $ВРЧ = 15/10=1,5$ ); і слабкі, якщо у цього конкурента ринкова частка сягає 25% ( $ВРЧ = 15/25 = 0.6$ ).

### Маркетингове дослідження споживачів

*Мета вивчення споживачів* – вибрати з них найперспективнішу групу споживачів вашого товару (рис. 2.2).

*Ідеальне рішення* - виявити тих 20% покупців, які купуватимуть 80% Вашого товару і забезпечать отримання 80% доходів (за принципом В. Парето).

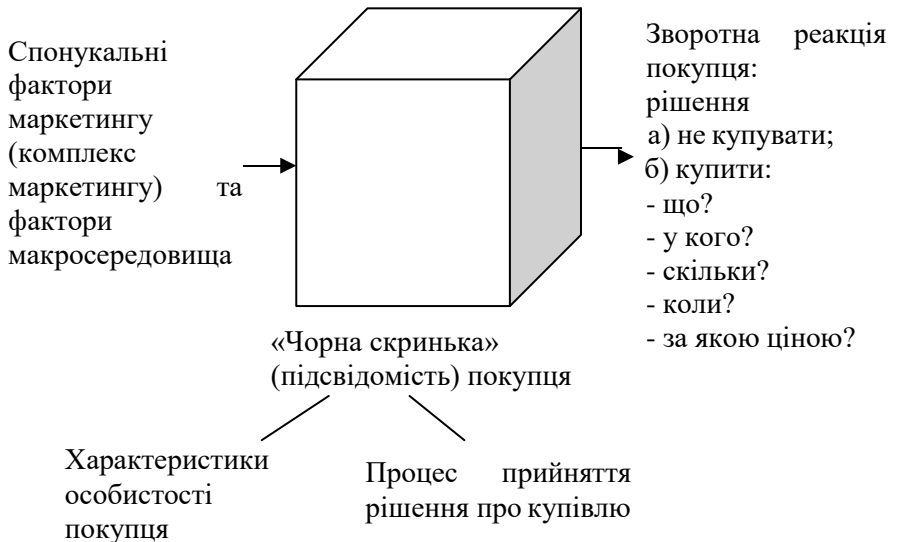


Рисунок 2.2. – Модель поведінки покупця

Фірми витрачають чимало зусиль і коштів на дослідження залежності між спонукальними заходами маркетингу та зворотною реакцією покупців. Завдання маркетингу зрозуміти, як відбувається у «чорній скриньці» покупця перетворення стимулів у позитивну реакцію покупця.

На поведінку покупця (реакцію на стимули) впливають характеристики особистості покупця та процес прийняття ним рішення про купівлю.

*Фактори, що визначають персональні характеристики споживача і впливають на його вибір:*

1. *Культурні.* Маркетологи намагаються виявити основні цінності, і потреби і стереотипи поведінки людини, щоб дізнатися, які товари бажали б придбати споживачі.

2. *Соціальні.* Кожна людина є членом безлічі груп – сім'ї, трудового колективу, друзів, навчальної, спортивної, партійної групи та ін. Маркетологи намагаються визначити групи в своїх цільових ринках та їх вплив на вибір товарів членами груп.

3. *Персональні.* Інформація про вік, доходи, спосіб життя: самосприйняття та ін. допомагає маркетологам аналізувати поведінку покупця при виборі товарів.

4. *Психологічні.* Ці фактори через мотивацію, уяву, сприйняття предметів та ідей суттєво впливають на покупця і вибір ним товарів.

Маркетологи не можуть впливати на багато з цих факторів, проте вивчають їх, щоб краще орієнтуватися у своєму цільовому ринку і передбачати вибір покупців (рис. 2.3).



Рисунок 2.3 – Етапи процесу прийняття рішення про купівлю товару



## 2.2. Методи збору даних в сфері менеджменту і маркетингу. Планування досліджень у менеджменті й маркетингу.

*Методи отримання даних для дослідження у менеджменті і маркетингу*

Дослідження у менеджменті і маркетингу дозволяє розглянути ситуацію в перспективі. Інформація, зібрана всередині фірми, зворотний зв'язок із споживачем, відомості про ринок, що надходять від торговельних агентів, дуже важливі, але їх необхідно доповнити дослідженням, заснованим на зовнішніх джерелах. Окрім інформації про споживачів, необхідні дані про конкурентів та їх продукцію. Потрібна також інформація про те, як ринок і покупці сприймають компанію та її продукцію (репутація продукції та фірми, перед- і післяпродажний сервіс, ціна і якість). Також слід проаналізувати методи реклами і стимулювання збуту, щоб з'ясувати, які з них найбільш ефективні. Процес збирання і оцінювання інформації відображає рисунок 2.4.



Рисунок 2.4. – Процес збирання та оцінювання інформації

Дослідження у менеджменті і маркетингу має такі цілі:

- описи ринку;
- нагляд за тим, як змінюється ринок;
- надання інформації щодо того, які дії слід зробити фірмі.

Дані, одержані в ході дослідження ринку, поділяють на первинні (безпосередньо на ринках) і вторинні (з різних джерел – у ході бесід, на виставках, з ділових газет, статистичних збірок, звітів компаній).

Найпоширеніша форма збору інформації – польові дослідження (отримання відповідей на певний набір питань). Польові дослідження проводять у формі особистої бесіди, опитування телефоном або поштою. Процес цей досить дорогим, тому його використовують для отримання якихось конкретних відомостей.

Витрати на дослідження ринків у світі перевищують 9 млрд. дол. США.

Важливою частиною будь-якого дослідження є статистичне спостереження – планований, систематичний і науково-організований збір масових даних про різні суспільно-економічні явища і процеси. Спостереження розрізняють за видами та способами отримання (рис. 2.5, 2.6).

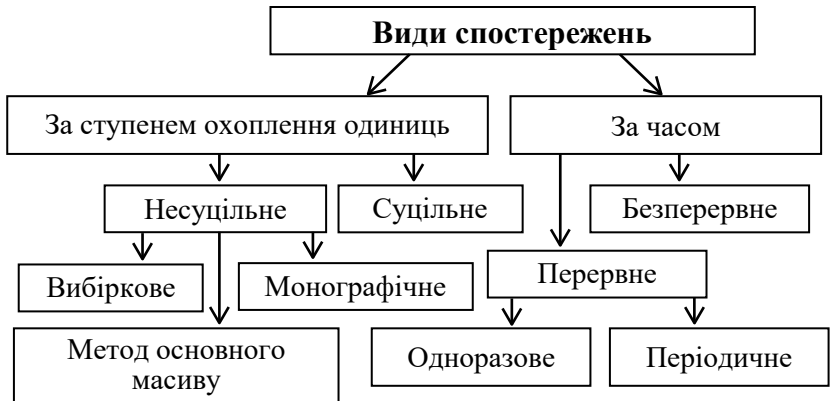


Рисунок 2.5 – Розподіл спостережень за видами отримання

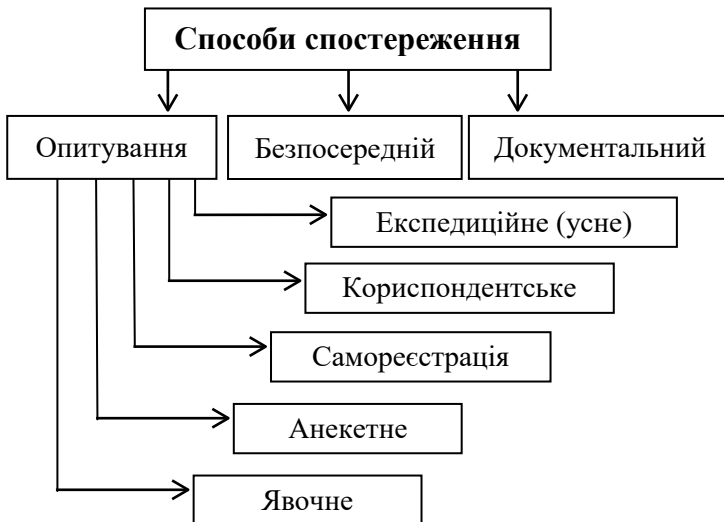


Рисунок 2.6 – Розподіл спостережень за способами отримання

*Опитування* роздрібних торговців дозволяє одержати точну інформацію про розміри ринку, місце на ньому вашій компанії та тенденціях продажів. Опитування споживачів

дозволяє одержати інформацію про установки споживачів стосовно до товарів або їх поведінку.

Усе ширше для проведення дослідів використовують можливості Інтернету. З іншого боку, компанії використовують найрізноманітніші форми анкет і методи проведення опитувань (особистий, телефоном, розсилання запитань поштою). Наприклад, анкета, що виявляє чинники на купівлю товару:

У ході вторинних (кабінетних) досліджень аналізують дані, одержані з різних поточних джерел: державної статистики; даних компанії; торговельних довідників; торговельних асоціацій.

Більшість компаній застосовує змішані дослідження (польові та кабінетні).

Необхідні відомості для дослідження у менеджменті і маркетингу поділяють на інформацію про ринок та інформацію про товар.

Ринкова інформація повинна містити:

- розмір ринку (структура, сегменти);
- характеристика ринку (покупці, постачальники, товари);
- стан ринку (новий, зрілий, інтенсивний);
- ефективність діяльності компаній (щодо ринку в цілому і одна до одної);
- канали розподілу;
- методи комунікації (преса, телебачення, пряма реклама, методи стимулювання збуту);
- фінанси (податки, мита, обмеження імпорту);

- законодавство (патенти, стандарти, торговельні марки, дизайн, програмне забезпечення);
- розробки.

Інформація про товар стосовно компанії, конкурентів і покупців: потенційні покупці; компанія; конкуренти.

### *Планування маркетингового дослідження*

У кожному конкретному випадку велике значення має планування маркетингового дослідження. Основний принцип планування маркетингового дослідження відображає рис. 2.7.

Серед основних етапів дослідження у менеджменті і маркетингу виділяють:

- постановку цілей (чітка постановка цілей дозволяє визначити часовий масштаб виконання робіт);
- визначення необхідної інформації (готують список усіх відомостей, які можуть знадобитися);
- вибір способів отримання інформації (варіанти збирання інформації включають: використання співробітників фірми, польове дослідження, послуги дослідницької компанії, кабінетне дослідження);
- збір даних;
- аналіз даних.

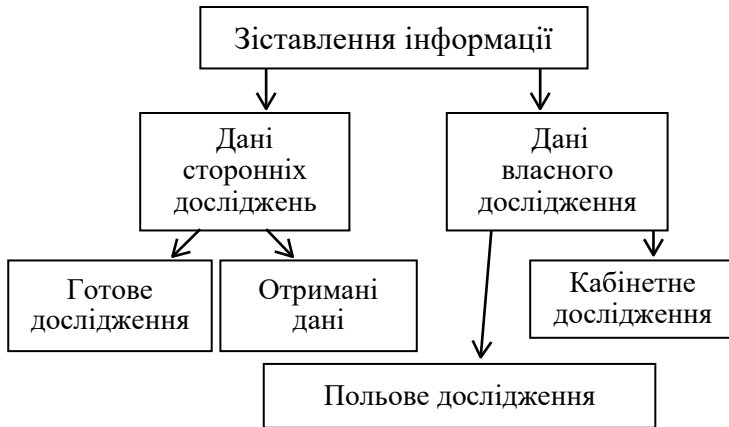


Рисунок 2.7 – Планування дослідження у менеджменті і маркетингу

Особлива роль у маркетинговому плануванні належить даним про сегменти ринку, на яких оперує компанія. Різні покупці мають різні потреби. У процесі сегментації ринку можна проаналізувати ситуацію на актуальних ринках фірми і на майбутніх ринках.

Проводять сегментацію ринків споживацьких товарів і послуг і сегментацію ринків промислових товарів і послуг. Сегментація ринків промислових товарів і послуг включає розподіл за: географічними областями; галуззю або підгалуззю; товаром; сферами вживання; розміром компаній (кінцевих користувачів); каналами розподілу (дистриб'ютор, виробник устаткування, споживач).

Сегментацію ринків споживацьких товарів і послуг проводять за: соціальними класами (вищим середнім, середнім, нижнім середнім і т.д.); за демографічними характеристиками (стать, вік, освіта, сімейний стан); за географічними областями (північ, південь, південний схід,

південний захід і т.д.); категоріями (характер особи і стиль життя) – студент, сучасна дівчина, молодий фахівець і т.д. Дослідження у менеджменті і маркетингу проводять за схемою, відображеною на рисунку 2.8:



Рисунок 2.8 – Схема проведення дослідження у менеджменті і маркетингу

– аналіз зовнішнього середовища, до якого входять не тільки ринок, але і політичні, соціальні, культурні та інші умови. Аналіз дозволяє виявити чинники, що сприяють комерційному успіху або перешкоджають йому. У результаті

формують банк даних для оцінювання навколишнього середовища та її можливостей.

– аналіз споживачів, як реальних, так і потенційних. Даний аналіз полягає в дослідженні демографічних, економічних, соціальних, географічних та інших характеристик людей, які ухвалюють рішення про купівлю, а також їх потреб у широкому значенні цього поняття і процесів придбання, або як товарів компанії, так і товарів конкурентів;

– вивчення існуючих і планування майбутніх товарів, тобто розробка концепцій створення нових товарів і модернізації старих, включаючи їх асортимент і параметричні ряди, упаковку і т.д.

– планування руху товару і збуту, включаючи створення, за необхідності, відповідних власних збутових мереж зі складами і магазинами;

– забезпечення формування попиту і стимулювання збуту шляхом комбінації реклами, особистого продажу, некомерційних заходів і різного роду матеріальних стимулів, спрямованих на покупців, агентів і конкретних продавців;

– забезпечення формування попиту і стимулювання збуту шляхом комбінації реклами, особистого продажу, некомерційних заходів і різного роду матеріальних стимулів, спрямованих на покупців, агентів і конкретних продавців;

– забезпечення цінової політики, що полягає в плануванні систем і рівнів цін на товари, що постачають, визначенні «технології» використання цін, кредитних знижок і т.д.;

– задоволення технічних і соціальних норм означають належну безпеку використання товару і захисту навколишнього середовища, відповідність морально-етичним правилам, належний рівень товару.



### **2.3. Методи планування досліджень у менеджменті й маркетингу**

У маркетинговому плануванні діяльності компаній використовують найрізноманітніші методи і моделі:

- розрахунково-аналітичні (балансовий, нормативний, інженерію-економічний та ін.)
- графо-аналітичні (екстраполяційні, сіткові, регресійно-аналітичні, методи кореляції трендів);
- економіко-математичні (методи лінійного і нелінійного, динамічного програмування, моделі теорії ігор і теорії масового обслуговування);
- евристичні (методи експертного оцінювання, метод сценаріїв та ін.).

До методів і моделей планування можна віднести також методи і моделі стратегічного аналізу, досить детально описані в зарубіжній і вітчизняній літературі.

Широко застосовують метод розриву. Головним завданням цього методу є визначення невідповідності або розриву між цілями підприємства і його можливостями. В широкому значенні до аналізу розриву може входити висунення пропозицій щодо зниження витрат, виходу на нові ринки, упровадження нових товарів. На рисунку 2.9 представлена ситуація, коли компанія планує добитися збільшення порівняно з прогнозованими на підставі минулого періоду темпів зростання продажів товару. Розрив між

початковим і планованим темпами зростання не повинен бути дуже великим, бо інакше подолати його просто неможливо.

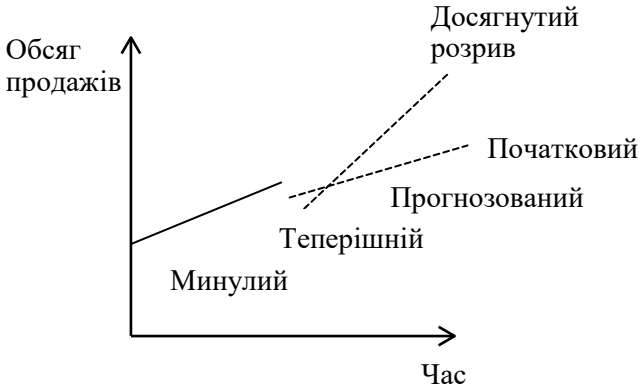


Рисунок. 2.9. – Переглянутий прогноз продажів, що показує необхідне і спочатку прогнозоване зростання

Необхідно насамперед визначити спільний потенційний ринок для свого товару. У результаті ви одержуєте спільний ринок для всіх конкуруючих товарів на всіх ринках, а також визначаєте потенціал його продажів у інших сегментах. Потім порівнюєте одержані показники з реальними обсягами продажів ваших товарів на цих ринках і визначаєте теоретично можливі максимальні показники реалізації. Розрив між об'ємом продажів вашої компанії і загальним ринковим потенціалом складається з ряду окремих розривів:

- розрив, що утворюється за рахунок неконкурентних товарів на всіх ринках;
- розрив, що утворюється за рахунок товарів конкурентів на існуючих ринках;

– розрив за рахунок товарів конкурентів на географічних ринках, на яких ви не відрекомендовані;

– розрив за рахунок товарів конкурентів у галузях, в яких ви не відрекомендовані.

З цього виходить, що розрив може бути ліквідовано:

– при проникненні товару на ринок, тобто збільшенням частки ринку;

– при розширенні ринку (входження на нові географічні ринки або до нових промислових галузей).

Розрив може бути скорочений і у разі виходу компанії на нові ринки з новими товарами, але, оскільки дана стратегія дуже ризикована, вона використовується в останню чергу.

Аналіз розриву є ітеративною процедурою. Необхідно ретельно продумати стратегії та плани дій, які ви використовуватимете для скорочення розриву. Якщо виявиться, що розрив дуже великий, треба переглянути цілі та установки.

Модель життєвого циклу товару лежить в основі аналізу динаміки ринку і слугує орієнтиром для вибору відповідної стратегії. На кожному етапі життєвого циклу існують свої проблеми в освоєнні ринку, тому за допомогою відповідних стратегій можна враховувати специфіку окремих фаз життєвого циклу (таблиця 2.1).

Таблиця 2.1 – Стратегії підприємства на різних фазах життєвого циклу товару

<b>Фаза ЖЦТ</b>	<b>Стратегії</b>
1. Народження і впровадження	Стратегія, орієнтована на зростання (невеликий збут, великі витрати і мінімальний прибуток)
2. Стадія зростання	Стратегія швидкого зростання (збільшення попиту, зростання прибутку)

3. Стадія зрілості	Стратегія, орієнтована на стабільність (стійкий збут, стійкий прибуток)
4. Стадія спаду	Стратегія скорочення (зниження збуту і зниження прибутку)

*Питання для самоперевірки*

1. Описати методи планування досліджень у менеджменті і маркетингу.
2. Які моделі використовуються у плануванні в менеджменті і маркетингу.
3. Назвіть класичну портфельну модель ринку.
4. У чому полягає модель АДЛ при виборі стратегій.
5. Описати модель Мак-Кінсі.
6. Описати алгоритм вирішення завдання з лабораторної роботи.
7. Як можна визначити оцінку проведеного дослідження у менеджменті і маркетингу.

---

ТЕМА 3  
МЕТОДИ І МОДЕЛІ АНАЛІЗУ ІНФОРМАЦІЇ  
ОПЕРАЦІЙНИХ І МАРКЕТИНГОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

---

- 3.1. Методологія аналізу інформації операційних і маркетингових досліджень.
- 3.2. Ситуативний аналіз.
- 3.3. Регресійний аналіз.

### **3.1. Методологія аналізу інформації операційних і маркетингових досліджень**

*Методи і моделі аналізу інформації операційних і маркетингових досліджень:*

– Статистичні методи (метод відносних величин, метод середніх величин, групування, балансовий метод, індексний, ситуативний аналіз, регресійний і кореляційний аналіз, кластерний аналіз, дискримінантний аналіз, дисперсійний аналіз, факторний аналіз);

– традиційні методи (структурний аналіз, графічний метод, метод порівняння, метод коефіцієнтів, нормативний метод);

– економіко-математичні методи (математичне програмування, методи теорії ймовірностей, теорія зв'язку, метод експрес-оцінки, методи мережевого планування, методи теорії ігор);

– математичні моделі (імітаційне моделювання, модель портфельного аналізу, моделювання марковських процесів,

модель тестування нового продукту, моделі типу «відповідна реакція на продаж», моделі розумного вибору).

Перелік методів, їх сутність та сфери застосування наведено в табл. Б.1-Б.4, додатку Б.

### **3.2. Ситуативний аналіз**

Ситуативний аналіз дозволяє представити відомості про підприємство, товар і обсяг продажів у вигляді, придатному для використання в плануванні. До ситуативного аналізу входять:

- огляд зовнішнього середовища і ділового клімату;
- позицій компанії на стратегічних ринках і основних торговельних зонах;
- порівняння компанії та її продукції з конкурентами та їх товарами;
- аналіз ССВУ (сильні, слабкі сторони, можливості й загрози) щодо компанії та її результатів, конкурентів, товарів, що розглядаються в плані географічних областей і сегментів ринку.

Результати ситуативного аналізу включаються до плану маркетингу під заголовками:

- припущення (темпи ринкового зростання, валютний курс, відсоткові ставки, законодавство, зайнятість);
- продажі (динаміка реалізації товарів і послуг, співвідношення продажів і прибутку, нові напрямки, показники зростання);
- основні товари (ринкова частка основних товарів

компанії, співвідношення цін на товари компанії та конкурентів);

– стратегічні ринки (належать до ринкових сегментів і галузей, які придбають продукцію фірми);

– основні торговельні зони (насамперед географічні області щодо внутрішніх і зовнішніх ринків компанії).

Основна роль у ситуативному аналізі належить ССВУ (сильні, слабкі сторони, можливості та загрози).

Це одна з найважливіших частин планування. У процесі аналізу ССВУ виникають питання, які дозволяють зрозуміти, чи дійсно компанія здатна реалізувати маркетинговий план і які ускладнення можуть виникнути.

У процесі аналізу ССВУ розглядаються сильні та слабкі сторони не тільки компанії та її товарів, але і конкурентів. Насамперед виконують аналіз для компанії, потім проводять аналогічну процедуру для відображених у плані основних конкурентів і товарів, географічних областей і сегментів ринку. В аналізі основних товарів повинні бути перелічені відмітні їх особливості та блага, які вони принесуть покупцям. У географічних областях (основні торговельні зони) і в ринкових сегментах (стратегічні ринки) нас цікавлять можливості та загрози.

Сильними сторонами компанії можуть бути:

- широка популярність на ринку, доступність якісних ресурсів;
- підвищена гнучкість;
- належна зовнішня організація збуту;
- належна внутрішня організація збуту;
- належна розподільна мережа;

- належна збутова мережа, що охоплює весь ринок;
- відповідність продукції компанії прийнятним промисловим стандартам;
- репутація постачальника високоякісної продукції.

До слабких сторін компанії, як правило, належать:

- наявність значних, добре відомих на ринку конкурентів;
- недостатньо високий рівень внутрішньої організації продажів товарів;
- недостатня організація зовнішнього збуту;
- неможливість набору кваліфікованих працівників;
- репутація постачальника низькоякісної продукції;
- розподільна мережа відсутня або незадовільна;
- відсутність або низький рівень розвитку сервісної мережі;
- поставки займають дуже багато часу або їх терміни зриваються;
- конкуренти мають більш розвинені дистрибуторські мережі.

Можливості можуть полягати в тому, що:

- фірма перейшла під контроль компанії, що є значним потенційним покупцем продукції даної фірми;
- злиття компаній дозволяє скористатися економією, зумовленою зростанням масштабів виробництва;
- поточні інвестиції дозволяють компанії одержати конкурентні переваги;
- курс національної валюти знизився, що привело до підвищення цінової привабливості продукції компанії на внутрішньому і зовнішніх ринках.



Загрозами можуть бути:

- ситуація, коли основний покупець продукції узяв під контроль одну з конкуруючих фірм-постачальників;
- ведення основних розрахунків ваших підприємств у доларах США;
- іноземні конкуренти ухвалили рішення про організацію виробництва у вашій країні.

Результати вашої компанії необхідно порівняти з показниками основних конкурентів. Реальну загрозу звичайно представляє невелика кількість конкурентів. Насамперед необхідно порівняти фінансове становище компанії та її основних конкурентів. Перш ніж занести одержані дані до таблиць, необхідно згрупувати їх і впевнитися, що порівнювана інформація виражається на однаковій основі (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Порівняння фінансових показників компаній-конкурентів

	Компанія	Конкурент А	Конкурент Б
Товарообіг			
Торгівельна марка			
Амортизація			
Операційний прибуток			
Прибуток до оподаткування			
Загальний капітал			
Товарні запаси			
Дебіторська заборгованість			
Загальні поточні активи			
Кредиторська заборгованість			
Короткострокові позики			
Загальні поточні зобов'язання			
Довгострокові зобов'язання			
Акціонерні фонди			

Кількість службовців			
Прибуток на 1-го працівника			
Фінансові коефіцієнти			
Прибутковість капіталу			
Прибутковість продажів			
Оборотність товарних запасів			
Дебіторська заборгованість			
Кредиторська заборгованість			
Коефіцієнт поточної ліквідності			
Коефіцієнт швидкої ліквідності			

Приклад аналізу ССВУ відображає матриця таблиці 3.6.  
Приклад конкурентного аналізу наведено в таблиці 3.7.

Таблиця 3.6 – Приклад аналізу ССВУ

СИЛЬНІ СТОРОНИ	СЛАБКІ СТОРОНИ
Велика фірма	Місцеположення виробництва
Частина великої групи	Мала популярність за межею
Розмір – найбільша в країні	Недостатня гнучкість
Хороша репутація	Недавня реконструкція
Забезпечення ресурсами: - фінансовими; - технічними; - маркетинговими; - дослідження і розробки	
МОЖЛИВОСТІ	ЗАГРОЗИ
Проникнення на зовнішні ринки	Іноземні конкуренти
Розробка нових планів	Високі відсоткові ставки
Використання економії за масштабом виробництва	

Таблиця 3.7 – Приклад конкурентного аналізу

Рейтинг: 1 – найнижчий (поганий), 10 – найвищий (хороший)				
Оцінку помножують на ваговий множник				
Основні сфери	Вага	Компанія	Конкурент А	Конкурент Б
- репутація фірми				

- організація				
- нерухомість				
- місце розташування				
- збут				
- якість товару				
- тех. характеристики				
- товарні ніші				
- ціни				
- розподіл				
- поставки				
- сервіс				
- реклама				

Аналогічне порівняння необхідно провести за останні 2-3 фінансові роки, а не за один, що дозволить проаналізувати динаміку ринкової ситуації (які компанії збільшують обсяг продажів, чи одержують вони прибуток), крім того, можна оцінити середні для галузі показники і порівняти з ними результати вашої компанії. Таблиця демонструє становище компанії порівняно з конкурентами в цілому і щодо кожного ключового чинника успіху. Фірми досягають успіху не просто, а внаслідок того, що вони виконують які-небудь види діяльності краще, ніж конкуренти, тому так важливо провести конкурентний аналіз.

Залежно від масштабу плану необхідно порівняти об'єми продажів компанії з аналогічними показниками конкурентів за торговельними зонами, ринковими сегментам або за галузями за останні 2-3 роки, що допоможе врахувати тенденції в ході розробки плану.

У зв'язку з вироблюваними товарами необхідно проаналізувати технологічний і конкурентний чинники. Необхідно пам'ятати, що покупцеві продають не товар, а

вигоди, які він приносить. Властивості означають вигоди. Як це робити, демонструє таблиця 3.8.

Таблиця 3.8 – Характеристики і вигоди на продукцію електроніки

<b>Властивості</b>	<b>Вигоди</b>
Невеликі розміри	Транспортабельна
Дисплей на рідких кристалах	Добре читаний текст
Послуги з модернізації мікросхем	Можливість модернізації товару
Мікропроцесорний контроль	Зменшує ймовірність збоїв
Світова сервісна мережа	Належне і швидке обслуговування

*Аналіз ССВУ (сильні та слабкі сторони, можливості й загрози)*

Проаналізувавши інформацію про конкуренцію на ринку та її результатах, дістаємо можливість виконати ССВУ аналіз стосовно кожного з основних конкурентів (таблиця 3.9)

Таблиця 3.9 – Аналіз ССВУ компаній-конкурентів

<b>СИЛЬНІ СТОРОНИ</b>	<b>СЛАБКІ СТОРОНИ КОНКУРЕНТІВ</b>
Конкурент А – член групи	Застаріла продукція
Володіє якісними ресурсами	Не має площ до розширення
Значна частка ринку	
Має значного споживача	
Конкурент Б – невелика фірма	Б: маловідомий на ринку
Низькі накладні витрати	Новий товар поки не має попиту
Гнучкі методи роботи	Низька післяпродажна підтримка
Низький рівень цін	
Конкурент В – недорогі товари	В: товар імпортується
Якісні товари	Відсутня регіональна мережа
<b>МОЖЛИВОСТІ</b>	<b>ЗАГРОЗИ</b>
Конкурент А – зростання	А: має ресурси для нового товару

ринку	
	Репутація дає можливість швидко впроваджувати
	Імідж сприяє розповсюдженню
Конкурент Б:	Б: низькі ціни впливають на ціноутворення
Конкурент В:	
Можна імпортувати товари, орієнтовані на сегмент низьких цін	В: у разі підвищення обсягів продажу складно організувати післяпродажний сервіс

Такий ситуативний аналіз може вплинути на стан справ і дозволяє встановити цілі маркетингу, що є ключовим процесом розробки маркетингового плану. Визначення цілей бажане в цифровій формі, що допускає можливість точного контролю результатів.

Маркетингові цілі, у свою чергу, – результат аналізу інформації про стан товарних ринків і прогнозів їх розвитку на конкретний період і оцінювання власних експортних можливостей підприємства. Тому визначення маркетингових цілей обов'язково спирається на систематичне комплексне вивчення зовнішніх товарних ринків, їх тенденцій і перспектив, вимог покупців.

ССВУ аналіз може бути проведений протягом будь-якого реально наявного часу: від 1-2 годин до декількох днів. Один із способів виконання ССВУ аналізу наведений у прикладі.

Приклад ССВУ аналізу проєкту організації виробництва моторних човнів для відпочинку населення (табл. 3.10).

Таблиця 3.10 – Матриця ССВУ аналізу

СИЛЬНІ СТОРОНИ	СЛАБКІ СТОРОНИ КОНКУРЕНТІВ
Висока якість продукції	Відсутність нових видів продукції
Урядова допомога	Слабкий маркетинг

Кваліфікований персонал	Недоліки фінансів
ЗАГРОЗИ	МОЖЛИВОСТІ
Жорстка конкуренція	У даному регіоні багато озер і ставків
Покупці вимагають дизайну	Зростання кількості осіб для дозвілля на воді

На першому етапі аналізу визначаються слабкі й сильні сторони, можливості та загрози. На другому етапі – кількісне оцінювання сильних і слабких сторін, можливостей і загроз. Потім – експертне оцінювання значущості даного поєднання загроз і сильних сторін, можливостей і сильних сторін і т.д. Якщо загроза значуща для сильних і слабких сторін проекту, то оцінка значущості такого поєднання буде високою. Таким чином, одержуємо кількісну оцінку проблем, що виникли на перетині сильних і слабких сторін із загрозами і можливостями. Зображено ці дані у вигляді таблиці 3.11.

Таблиця 3.11 – Кількісна оцінка сильних і слабких сторін, можливостей і загроз

		Сильні сторони			Слабкі сторони		
		Висока якість	Потужність	Кваліфікація персонал	Відеутність нового	Слабкий маркетинг	Недоліки фінансів
Загрози	Жорстка конкуренція	5	4	4	5	4	2
	Очікування різноманітності	4	1	2	5	3	1
Можливості	У регіоні багато озер	2	1	1	3	4	3
	Зростання охочих до проведення водного дозвілля	2	1	1	3	4	3

Потім підсумовуємо одержані оцінки і визначаємо загальну значущість сильних і слабких сторін, можливостей і загроз. Результати заносимо до таблиці.

Сумарна кількісна оцінка сильних і слабких сторін дозволяє розставити пріоритети і на основі цих пріоритетів розподілити ресурси між різними проблемами (табл. 3.12)

Таблиця 3.12 – Сумарна кількісна оцінка сильних і слабких сторін, можливостей і загроз

СИЛЬНІ СТОРОНИ	СЛАБКІ СТОРОНИ КОНКУРЕНТІВ
Висока якість 13	Відсутність нових видів 16
Урядова допомога 7	Слабкий маркетинг 15
Кваліфікований персонал 8	Недоліки фінансів 9
ЗАГРОЗИ	МОЖЛИВОСТІ
Жорстка конкуренція 24	У даному регіоні багато озер і ставків 14
Покупці хочуть різноманітності 16	Зростання кількості осіб для дозвілля на воді 14

Надалі можна визначити цільові стратегічні позиції на основі всього попереднього аналізу.

### 3.3. Регресійний аналіз

*Подія* – усякий факт, що в результаті досліджу може відбутися або не відбутися. Ознака, що даний факт є подією, полягає в тому, що відповіддю на питання «чи відбулася подія?» може бути або «так», або «ні». Приклади подій: падіння монети при киданні гербом догори, своєчасне постачання сировини та ін.

Події можуть бути достовірними, можливими, неможливими, несумісними, і випадковими.

*Достовірна подія* – те, що неодмінно має відбутися, наприклад, випадання будь-якої кількості очок на гральній кістці, витрати ресурсів при випуску продукції.

*Неможлива подія* – те, що не може відбутися, наприклад, поява двох тузів при витяганні однієї карти, випуск надпланової продукції без використання додаткових ресурсів та ін.

*Можлива подія* – те, що може відбутися або не відбутися, наприклад, падіння монети гербом догори, виконання плану на 100 % та ін.

Для вираження можливості події використовують чисельну міру. Чисельну міру можливості події називають *імовірністю*.

Імовірність події  $A$ , тобто  $P(A)$  можна обчислити  $P(A)=m/n$ , де  $m$  – кількість випадків, коли подія  $A$  може відбутися;  $n$  – загальна кількість випадків.

Вочевидь, що якщо

$$P(A) = \begin{cases} 0 & \text{– подія неможлива;} \\ \diamond 1 & \text{– достовірна подія;} \\ > 0 \text{ і } < 1 & \text{– подія неможлива.} \end{cases} \quad (3.1)$$

Подія  $P(A)$  характеризує можливість появи події  $A$  в майбутньому. Для оцінки того, як часто події вже відбувалися, використовують поняття *частоти*. Частоту події  $A$  позначають  $P^*(A) = m^*/n$ , де  $m^*$  показує, скільки разів відбулася подія;  $n$  – загальна кількість проведених випробувань.

*Несумісними* називають події, які виключають одна одну. Так, падіння монети догори гербом і цифрами – це дві несумісні події.

Вочевидь, що сума ймовірностей усіх несумісних подій дорівнює 1.



*Випадкові події* можна характеризувати числами. Таке число називають *випадковими величинами*. Випадкова величина може прийняти те або інше значення, заздалегідь невідоме, наприклад, випадкові величини: об'єм поставлених матеріалів, трудомісткість операції або роботи.

Конкретне обмірюване значення випадкової величини називають її *реалізацією*.

Різні реалізації випадкової величини відносять до несумісних подій. Дійсно, якщо трудомісткість виготовлення деталі склала 100 люд.-год., то вона не може дорівнювати 105 або якомусь іншому значенню.

Випадкова величина не може бути описана одним конкретним числом, її можна описати або кількісними характеристиками, або законом розподілу. Найбільш поширеними характеристиками випадкової величини є математичне очікування, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіабельності.

*Математичне очікування* характеризує середнє значення випадкової величини, позначається  $M_x$ , або  $M[x]$  або  $x$ :

$$M[x] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.2)$$

де  $n$  – число реалізації;  $x_i$  – значення випадкової величини в  $i$ -ій реалізації.

*Дисперсія*  $D[x]$  (або  $D_x$ ) характеризує розкид значень випадкової величини:

$$D[x] = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (3.3)$$

Оскільки розмірність дисперсії дорівнює квадрату розмірності самої випадкової величини, використовувати дисперсію для відносної оцінки розкиду випадкової величини не можна.

Тому розкид оцінюють середнім квадратичним відхиленням:

$$\sigma_x^2 = D[x] \quad \text{або} \quad \sigma_x = \sqrt{D[x]} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (3.4)$$

Зручною характеристикою випадкової величини є коефіцієнт варіабельності, що показує відносне значення розкиду випадкової величини:

$$\mu[x] = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \quad (3.5)$$

*Приклад.* Нехай наявність деякого і-го ресурсу в кожному кварталі  $b_i$  – випадкова величина. Реалізація цієї випадкової величини – фактичний обсяг ресурсу в кожному кварталі (за звітом минулого року й у трьох кварталах поточного):

Квартал	I	II	III	IV	V	VI	VII
$b_i$	90	100	105	111	89	95	110

$$b = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 (90 + 100 + 105 + 111 + 89 + 95 + 110) = 100$$

Середньоквадратичне відхилення:

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 (10^2 + 0^2 + 5^2 + 11^2 + 11^2 + 5^2 + 10^2)} = 9$$

Коефіцієнт варіабельності:

$$\mu = \frac{\sigma_b}{b} = \frac{9}{100} = 0,09$$

Найбільш повною характеристикою випадкової величини є закон її розподілу. Він показує, яка імовірність появи кожного можливого значення випадкової величини або яким чином сумарна імовірність появи випадкової величини, рівної одиниці, розподілена між її можливими значеннями. Іншими словами, закон розподілу встановлює зв'язок між можливими значеннями випадкової величини та ймовірностями їхньої появи.

З множини законів найбільше поширений *нормальний закон розподілу*, за допомогою якого вирішують різні задачі оптимізації, у тому числі й в умовах невизначеності.

Нормальний закон розподілу має дві форми представлення: *щільність розподілу* і *функцію розподілу*.

За допомогою графіка (а) рис. 3.1 можна визначити, наприклад, чому дорівнює імовірність прийняття випадковою величиною  $x$ , яка змінюється в інтервалі значень  $A, B$  ( $A \leq x \leq B$ ), значення не більше значення  $a$ , тобто  $P(x \leq a)$ . Виявляється, ця імовірність дорівнює заштрихованій області. Знаючи

$P(x \leq a)$ , можна встановити імовірність, що  $x$  будуть не менші за значення  $a$ , тобто  $P(x \geq a)$ .

Вочевидь, що  $P(x \leq a) + P(x \geq a) = 1$  (як сума несумісних подій), тоді  $P(x \geq a) = 1 - P(x \leq a)$ , що відповідає не заштрихованій області (рис. 3.1, а)).

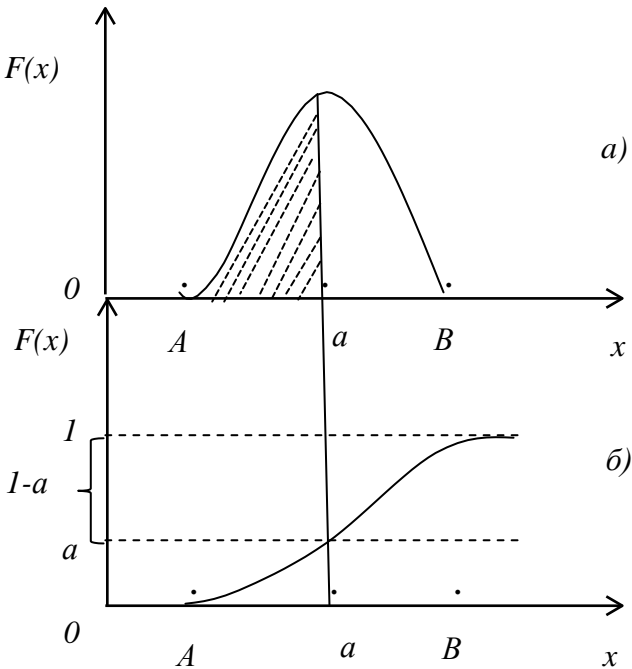


Рисунок 3.1 – Приклад визначення ймовірності

Значне поширення одержала інша форма розподілу (тому що площу криволінійної фігури важко обчислити) – функція розподілу  $F(x)$  (рис. 3.1, б). Тут імовірність  $P(x \leq a)$  дорівнює ординаті кривої  $F(x)$ . Отже,  $P(x \leq a) = F(a)$ , тобто  $P(x \geq a) = 1 - F(a)$ . Для забезпечення розрахунків за нормальним

законом розподілу від реальної випадкової величини  $x$  переходять до нормованої (центрованої) випадкової величини

$$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma_x} \quad (3.6)$$

При цьому  $P(xa) = F(t)$ . Для визначення  $P(t)$  використовують спеціальні таблиці, за даними яких можна побудувати графік функції розподілу:

t	-3	-2	-1	-0,25	0	0,25	1	2	3
F(t)	0,001	0,02	0,16	0,4	0,5	0,6	0,84	0,98	0,999

Наприклад, яка імовірність того, що наявний ресурс буде не менший за 98.

Вочевидь, що  $P(x \geq 98) = 1 - P(x \leq 98)$ . Для даного прикладу:

$$t = \frac{98 - \bar{b}}{\sigma_b}$$

Раніше встановили, що  $\bar{b} = 100$ ,  $\sigma_b = 9$ .

$$\text{Отже, } t = \frac{98 - 100}{9} = -0,25$$

Оскільки  $P(x \leq a) = F(t)$ ; то  $P(x \leq 98) = F(-0,25) = 0,4$ .  
Тоді  $P(x \geq 98) = 1 - P(x \leq 98) = 1 - 0,4 = 0,6$

Можна поставити і обернену задачу, при якому значенні  $t_\alpha$  імовірність появи випадкової величини задовольняла умові  $P(t \leq t_\alpha) = \alpha$  – заданий рівень імовірності. Якщо  $\alpha$  задати 0,6, то  $t_\alpha = 0,25$ .

*Регресійний аналіз* представляє собою статистичну процедуру для математичного розрахунку середнього співвідношення залежної і незалежної змінних. Виділяють два

види регресії: просту і множинну. Проста регресія включає одну незалежну перемінну, множинна - дві та більше.

Для характеристики методу побудови регресійної залежності розглянемо сукупність двох величин  $x(i)$  і  $y(i)$ . Потрібно на базі цих даних побудувати залежність  $y = a + bx$ .

Значення коефіцієнтів  $a$  і  $b$  слід підібрати так, щоб розрахункові значення  $y$  по рівнянню були найбільш близькими до заданих значень  $y(i)$ . Умова близькості формулюється як сума квадратів відхилень по кожному із значень  $y$ .

Значення коефіцієнтів  $a$  і  $b$  визначаємо із співвідношень:

$$\begin{aligned} b &= \frac{nR(x, y) - m(x)m(y)}{nD(x) - m(x)m(x)}; \\ a &= m(y) - bm(x) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Тут використані наступні попередньо обчислені параметри:  $n$  – кількість пар значень розглянутих змінних;  $m(y)$  – сума значень  $y$ ;  $m(x)$  – сума значень  $x$ ;  $R(x, y)$  – сума добутків значень  $x(i)$  і  $y(i)$ .

Сума квадратів розбіжностей значень  $y$ , обчислених за розрахунковим співвідношенням, і значень, обчислених за вихідними даними, називається стандартною помилкою регресійного рівняння.

### *Питання для самоперевірки*

1. Загальна характеристика методів і моделей аналізу інформації операційних і маркетингових досліджень.

2. Охарактеризувати статистичні методи аналізу інформації операційних і маркетингових досліджень.
3. Охарактеризувати традиційні методи аналізу інформації операційних і маркетингових досліджень.
4. Охарактеризувати економіко-математичні методи аналізу інформації операційних і маркетингових досліджень.
5. Охарактеризувати математичні моделі аналізу інформації операційних і маркетингових досліджень.
6. Охарактеризувати регресійний аналіз інформації операційних і маркетингових досліджень.

---

ТЕМА 4  
МОДЕЛІ ПЛАНУВАННЯ ДОСЛІДЖЕНЬ У  
МЕНЕДЖМЕНТІ Й МАРКЕТИНГУ

---

4.1. Моделі аналізу стратегій.

4.2. Моделі планування досліджень у менеджменті й маркетингу.

#### 4.1. Моделі аналізу стратегії

У менеджменті і маркетингу широко використовують портфельні методи аналізу стратегії. Класичною портфельною моделлю є матриця БКГ (Консультаційної групи Бостона). Матриця була розроблена в 1960-х рр. і дотепер є актуальною. Цю матрицю ще називають матриця «зростання/частка ринку», вона є найпростішим методом портфельного аналізу. У моделі використовують дві змінні: відносна частка ринку і темп зростання ринку. На підставі цих критеріїв будують матрицю вибору стратегії, на яку наносять різні бізнес-лінії компанії.

У цілому модель БКГ є досить спрощеною і більшість чинників, які необхідно враховувати при виборі стратегії, залишаються за межами аналізу (рис. 4.1).

<i>Темпи зростання ринку</i>	Високі	«Важка дитина»	«Зірка»
	Низькі	«Собака»	«Дійна корова»
		Низька	Висока
<i>Відносна частка ринку</i>			



Рисунок 4.1 – Матриця визначення товарної стратегії фірми,  
що розроблена американською консультативною фірмою  
«Бостон консалтинг груп»

«Зірка» – товар з високою часткою на ринку, що швидко розвивається. Товар посідає лідируюче місце на цьому ринку, дає значні доходи, однак переважна їх частка витрачається на підтримання лідируючого стану, а тому відчувається постійна нестача коштів.

«Дійна корова» – товар з високою часткою на ринку, що слабо зростає або є стабільним. Попит постійний, тому доходи досить високі й сталі. Надлишок прибутку спрямовується на підтримку інших товарів, насамперед «Зірок».

«Важка дитина» – товар, що характеризується низькою часткою на швидко зростаючому ринку. Становище товару на ринку не певне. Для фірми складна ситуація; чи залишити ринок цього товару, чи поширити частку ринку і стати «Зіркою» (для цього потрібна фінансова підтримка з боку «Дійної корови»).

«Собака» – товар має низьку частку на слабо зростаючому або стабільному ринку. Товар прибутку не дає, а вимагає коштів. Вихід; піти з ринку або знайти вузькоспеціалізований сегмент для прибуткової роботи.

Товари «Зірки» дозволяють покращити конкурентні позиції фірми, а «Дійні корови» – їх зберегти. «Важкі діти» примушують робити інвестиції для розвитку або готуватися до виходу з цієї позиції. Щодо «Собак», то треба покинути цю позицію.

Умова товарної стратегічної стабільності фірми – досягнення оптимального співвідношення між її «Зірками», «Дійними коровами» та «Важкими дітьми».

Так, по суті, моделі Артура Д. Литла і МакКінсі є вдосконаленим варіантом матриці БКГ. У моделі Артура Д. Литла (АДЛ) вибір стратегії для кожної зони може здійснюватися залежно від фази життєвого циклу сектора (не товару) і конкурентної позиції підприємства на ринку. Концепція життєвого циклу сектора добре відома і є моделлю зміни в часі ряду ринкових змінних (збут, покриття витрат, прибуток, рівень конкуренції і т.д.). У моделі АДЛ життєвий цикл включає чотири фази: упровадження, зростання, насичення і спад.

Фаза ЖЦ сектора визначає сутність стратегії. Інтенсивність, з якою повинні здійснюватися стратегічні зусилля, диктується конкурентною позицією компанії, яка відображає силу фірми щодо конкурентів.

Визначення конкурентної позиції здійснюється в два етапи:

- на першому етапі виділяються ключові чинники успіху (КФУ) для ринку, на якому діє компанія;
- на другому етапі проводять оцінювання конкурентоспроможності.

***Ключовими чинниками успіху можуть бути:***

- виробничі чинники (номенклатура, рівень витрат, технологічні можливості);
- ринкові чинники (рівень цін, якість продукції, надійність збутової мережі, престижність торговельної марки, частка ринку);

– фінансові чинники (рівень кредиторської заборгованості, ліквідність, ділова активність, фінансовий леверидж тощо);

– організаційні чинники (організаційна структура, якість менеджменту, рівень управлінського персоналу).

Для оцінювання конкурентоспроможності будують і заповнюють таблицю 4.1, де для даної фірми і конкурентів дають оцінки ступеня відповідності виділеним КФУ. Інтегральний показник конкурентоспроможності можна розрахувати з урахуванням вагових коефіцієнтів, що визначають відносну важливість окремих КФУ за формулою:

$$K = \sum_{i=1}^n a_i \cdot E_i \quad (4.1)$$

де  $K$  – інтегральний показник конкурентоспроможності;  $n$  – число виділених КФУ;  $a$  – вага  $i$ -го чинника;  $E_i$  – експертна оцінка  $i$ -го чинника.

Таблиця 4.1 – Вибір стратегії маркетингу залежно від фази ЖЦ сектора

Елемент програми	Фази ЖЦ			
	Впровадження	Зростання	Насичення	Спад
Мета/ Комплекс маркетингу	Ввести товар на ринок	Завоювати позицію	Утримувати позицію	Реалізувати всі запаси
Товар	Основний варіант	Вдосконалений	Диференційований	Підвищеної рентабельності
Ціна	Висока	Нижче	Ще нижче	Мінімальна
Збут	Малий	Росте	Інтен-	Необхідний

			сивний	
Просування товару	Зусилля	Максимальні зусилля	Слабкі зусилля	Переключаються на новий ЖЦ

Порівнюючи показники конкурентоспроможності, позицію аналізованої фірми в конкуренції можна визначити як слабку, середню, сильну або лідируючу. Фаза життєвого циклу сектора і позиція фірми в конкурентній боротьбі визначає положення зони господарювання на матриці вибору стратегії.

У стратегічній моделі Мак-Кінсі, на відміну від моделі АДЛ, у матриці вибору стратегії, разом з показником конкурентоспроможності, замість фази ЖЦ використовується оцінка привабливості ринку (рис. 4.2). Інтегральне оцінювання привабливості ринку зводиться до опису сприятливих можливостей і загроз, з якими може зіткнутися фірма, діючи в тій або іншій стратегічній зоні господарювання.

Для позиціонування груп товарів на матриці можна скористатися методом, описаним у моделі АДЛ, застосувавши його як для оцінювання конкурентоспроможності, так і для оцінювання привабливості ринку.

<i>Оцінка привабливості ринку</i>	Висока	Зберігати лідерство Захищати позиції	Вкладати у виробництво	Вибіркове зростання Концентрація зусиль
	Низька	Зберігати позиції Вибіркове зростання	Управління над отриманням прибутку	Обмеження діяльності
		Переорієнтація діяльності	Управління над отриманням прибутку Захист позицій	Відхід Припинення діяльності

Висока	Середня	Низька
<i>Конкуренентоспроможність</i>		

Рисунок 4.2 – Матриця вибору стратегії моделі Мак-Кінсі

Привабливість ринку компанії визначається за формулою:

$$\Pi = \sum_{j=1}^m b_j \cdot E_j \quad (4.2)$$

де  $\Pi$  – інтегральний показник привабливості ринку;  $m$  – число критеріїв оцінки;  $b$  – вага  $j$ -го критерію оцінки;

$E_j$  – експертна оцінка  $j$ -го критерію оцінки привабливості. Експертні оцінки виставляються в інтервалі від 1 до 5.

Індикатори привабливості ринку визначаються табл. 4.2.

Вагові коефіцієнти, що відображають відносну значущість чинників, можна визначити за допомогою методу аналізу ієрархії. Цей метод полягає в парному порівнянні чинників стосовно ступеня їх дії на конкурентоспроможність і ринкову привабливість.

Таблиця 4.2 – Індикатори привабливості ринку

Критерії	Вага (всього 1,0)	Діапазон оцінок		
		низька	середня	висока
Доступність	експертно	експертно	експертно	експертно
Темп зростання	експертно	до 5%	5-10%	від 10%
Цикл життя	експертно	до 2 років	2-5 років	від 5 років
Прибуток	експертно	до 15%	15-25%	від 25%
Гострота конкуренції	експертно	олігополія	неструктурна	часткова
Нецінова конкуренція	експертно	товар стандартний	товар слабо диферен-	товар сильно

			ційований	диференційований
Концентрація клієнтів	експертно	від 2000	2000-200	до 200

Система парних порівнянь приводить до результату, який може бути зображений у вигляді обернено симетричної матриці. Елементом цієї матриці  $a_{ij}$  є інтенсивність впливу  $i$ -го чинника щодо  $j$ -го оцінюваного за шкалою інтенсивності від 1 до 5, де оцінки мають такий сенс:

- 1) однакова важливість;
- 2) помірна перевага однієї над іншою;
- 3) істотна або сильна перевага;
- 4) значна перевага;
- 5) дуже сильна перевага.

Індикатори конкурентоспроможності відображені в таблиці 4.3.

Відносна важливість кожного окремого чинника визначається оцінкою відповідного йому елемента власного вектора матриці пріоритетів, нормалізованого до одиниці. Процедура визначення власних векторів матриць піддається наближенню за допомогою обчислення геометричної середньої.

Таблиця 4.3 – Індикатори конкуренто-спроможності

Критерії	Вага (всього 1,0)	Діапазон оцінок		
		низька	середня	висока
Віднесення частки ринку	експертно	до 1/3 лідера	від 1/3 лідера	лідер
Витрати	експертно	> прямого конкурента	= прямому конкурентові	<прямого конкурента
Відмінна властивість	експертно	товар стандартизований	товар диференційований	товар унікальний
Технологія	експертно	освоєна	освоєна легко	освоєна

		насилу		повністю
Метод продажів	експертно	посередники не контролюються	посередники контролюються	прямі поставки
Імідж	експертно	відсутній	розмитий	сильний імідж

Аналіз матриці Мак-Кінсі дозволяє дати компанії ряд рекомендацій: розвиватися в найцікавішій зоні, де фірма має реальний потенціал (висока привабливість ринку і продукція достатньо конкурентоспроможна); утримуватися в середній зоні; йти з несприятливої зони.

Інший підхід до оцінки ринкової привабливості запропонований І. Ансоффом. Він пропонує використання двох оцінок зростання ринку (для непройденої частини поточної фази ЖЦ і наступної фази), двох оцінок рівня рентабельності (в довгостроковій перспективі), а також врахування рівня майбутньої нестабільності зовнішнього середовища. Оцінку майбутньої ринкової привабливості (П) слід розраховувати за формулою:

$$П = \alpha G + \beta P + \gamma O - \sigma T \quad (4.3)$$

де  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$  – коефіцієнти, що характеризують відносний внесок кожного чинника і в сумі складають 1;  $G$  – кількісна характеристика майбутньої тенденції попиту;  $P$  – оцінка можливих змін у тенденції рентабельності;  $O$  – сприятливі тенденції зміни зовнішніх умов;  $T$  – несприятливі тенденції змін зовнішніх умов.

Матриця Ансоффа (табл. 4.4) пропонує чотири способи збільшення обсягу продажів у таких квадрантах:

1. Збільшення продажів товарів на раніше освоєних ринках, що випускаються, – це безпечна стратегія збільшення частки ринку.

2. Розробка нових або модифікація існуючих товарів на вже існуючих ринках.

3. Продаж існуючих товарів на нових ринках або новим покупцям.

4. Нові товари на нових ринках – це найризикованіша стратегія: сегменти ринку, в які вступає фірма, не є суміжними для існуючого бізнесу, а значить, починати доводиться з нуля.

Таблиця 4.4 – Матриця Ансоффа

Товари Ринки	Існуючий	Новий
Існуючий	1. Глибоке проникнення на ринок	3. Абсолютно новий товар
Новий	2. Розширення ринку	4. Диверсифікація

Вибір тієї або іншої моделі портфельного аналізу слід здійснювати з урахуванням особливостей конкретної компанії, продукції, що випускають, та інформації. У ряді випадків зручно комбінувати моделі і методи, що використовуються у процесі аналізу.

Модель ділового аналізу PIMS здатна дати оцінку відповідності можливостей підприємства потребам ринку, розроблена Б. Карлоффом.

Модель аналізує вплив ринкової стратегії компанії на рівень прибутку, хоча коефіцієнт кореляції різний для різних галузей. Створюють базу даних, що містить інформацію про фірми на цьому ринку (частка ринку, прибутковість, обсяг інвестицій та ін.). Під час аналізу показники, що впливають на рівень прибутку, поділяють на три групи (табл. 4.5):



конкурентна ситуація; ринкова ситуація; виробнича структура.

Таблиця 4.5 – Складові блоки моделі PIMS

1. Конкурентна ситуація	2. Виробнича структура	3. Ринкова ситуація
доля ринку (+)	відношення суми вкладеного капіталу до обсягів продажів (-)	показники зростання ринку (+)
відносна доля ринку (+)	відношення суми вкладеного капіталу до доданої вартості (-)	капіталоємність галузі (-)
відносна якість продукції (+)	ступінь використання виробничих потужностей (+)	відношення витрат на маркетинг до суми продажів (-)
	продуктивність праці (+)	загальний обсяг закупівель (-)

Збільшення значення кожного показника першого блоку (конкурентна ситуація) позитивно впливає на прибутковість підприємства. Збільшення показників відношення суми вкладеного капіталу до обсягів продажів та доданої вартості другого блоку (виробнича структура) негативно впливає на прибутковість підприємства, збільшення значення ступеню використання виробничих потужностей та продуктивності праці позитивно впливає на діяльність підприємства. Збільшення значень всіх показників третього блоку (ринкова ситуація) негативно впливають на діяльність підприємства, крім збільшення значення показника зростання ринку: при його збільшенні збільшується і прибутковість підприємства.

Зживання даного методу пов'язано з двома проблемами: метод засновано на самостійно проведеній фірмою сегментації, яка може неправильно описувати бізнес-сегменти або недостатньо розмежовувати їх між собою; у рамках

даного методу недостатньо уваги приділяють розмірам відносної частки ринку.

Модель Мак-Кінсі 7С-діагностичних інструментів для вивчення будь-якої компанії, запропонований Т.Пітерсом і Р.Уотерманом 1980 р. Сім основних елементів фірми, що починаються з літери С, – стратегія, структура, системи, стиль, здібності, співробітники, сумісні цінності, – чинять вплив на справжній і майбутній розвиток компанії (рис. 4.3).

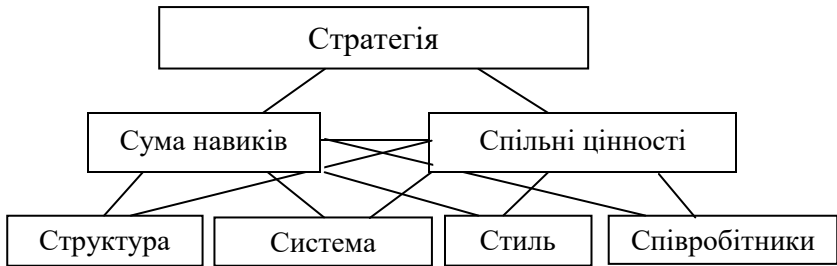


Рисунок 4.3– Модель Мак-Кінсі 7С

Модель «П'ять конкурентних сил» М. Портера – модель аналізу конкурентних позицій фірми, що використовується і поширена (рис. 4.4). Визнаний лідер конкурентного аналізу, професор Гарвардської школи бізнесу М.Портер, запропонував для розгляду п'ять таких чинників:

- загроза появи нових конкурентів;
- загроза появи товарів-замінників, виробництво яких засновано на іншій технології;
- ринкова сила споживачів;
- ринкова сила постачальників;
- конкуренція серед постачальників.

На базі цієї схеми М.Портер побудував надзвичайно корисну модель привабливості галузі та можливих її змін з часом як у результаті дії об'єктивних економічних чинників, так і внаслідок амбіцій її учасників.

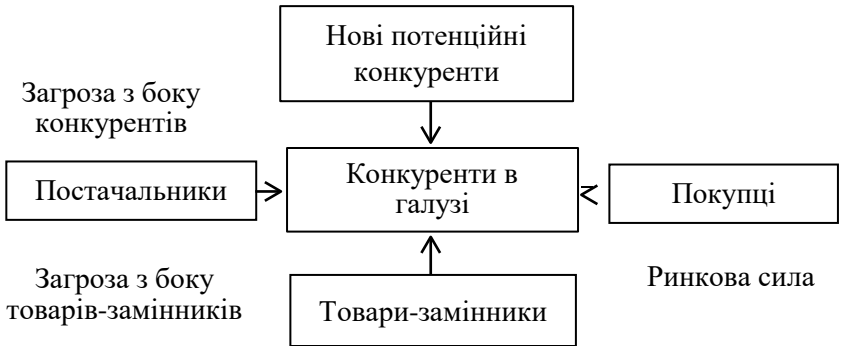


Рисунок 4.4 – Модель «П'ять конкурентних сил» М. Портера

На основі описаної моделі М.Портер виділив три основні стратегії:

- стратегія лідерства в зниженні витрат (для товару, що має масовий попит і орієнтований на ринок);
- стратегія диференціації продукту (для унікального товару - часто з торговельною маркою);
- стратегія фокусування (зосередження на одному із сегментів ринку);

Кожна з перелічених стратегій вимагає наявності економічних ресурсів і планування діяльності фірми.

Гребінцевий аналіз – дуже простий і корисний метод порівняння купівельних критеріїв клієнтів з оцінкою, що дають виробникам клієнта. Для того, щоб одержати необхідну

інформацію, слід привернути незалежних дослідників, які представникам підприємств зададуть по два запитання: як оцінити за п'ятибальною шкалою значущість різних купівельних критеріїв; як оцінити кожного з конкуруючих виробників за кожним критерієм знову за шкалою (табл. 4.6).

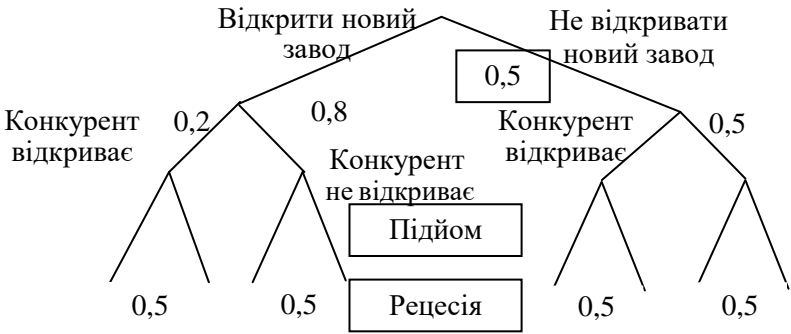
Таблиця 4.6 – Приклад гребінцевого аналізу

Критерій	Важливість
Привабливість фасону одягу	4,9
Сила торгівельної марки	4,6
Сервіс і швидкість доставки	4,5
Готовність виконувати замовлення	3,5
Ціна виробника	3,0
Довговічність	2,3

Дерево рішень може бути дуже корисним під час планування важливих рішень. Дерево рішень можна будувати зліва направо, або зверху вниз. Ця блок-схема відображає можливі майбутні події та, найголовніше, результати рішень або випадкових подій в логічній послідовності.

Приклад дерева рішень наведено на рисунку 4.5.

Дерево рішень допомагає визначити ймовірність і розрахувати дохід при всіх варіантах розвитку подій. Аналіз даного прикладу свідчить, що при ухваленні рішення про здійснення інвестицій очікують отримання набагато вищого прибутку на капітал (22%), ніж при ухваленні рішення про відмову від інвестицій, де очікуване значення показника прибутку на капітал, що використовується, складає 8%. Це в основному пояснюється тим, що найімовірніше конкурент відмовиться від інвестицій, якщо виробник зробить це першим.



Обсяг продажів	100	150	120	300	60	100	100	125
Рентабельність продажів	5	10	5	20	0	3	5	6
Операційний прибуток	5	15	6	40	0	3	5	7,5
Капітал, що використовується	90	90	90	90	50	50	50	50
Прибуток на капітал (%)	6	17	7	44	0	6	10	15
Ймовірність	0,1	0,1	0,4	0,4	0,25	0,25	0,25	0,25
	Очікуване значення показника				Очікуване значення показника			

Рисунок 4.5 – Дерево рішень з вказівкою ймовірності та очікуваних значень

Дерево рішень використовують для різних цілей; дозволяє ухвалити зважене рішення в ситуації невизначеності, коли результат залежить від випадкових подій.

### **Крива S**

Дана крива нагадує своєю формою букву S: фаза повільного підйому змінюється максимальним зростанням і

знову настає сповільнення. Вивчення епідемії чуми 1665 р. в Англії привело до висновку про можливість прогнозу за допомогою математики динаміки розповсюдження епідемій. Аналогічним чином на підставі наявних емпіричних даних можна зробити прогноз темпів проникнення якого-небудь продукту на новий ринок. Наприклад, якщо відомо, що початковий рівень проникнення посудомийних машин на ринок склав 1 %, через рік – 2 %, ще через рік 4,5 %, то можна розрахувати прогнозоване значення рівня проникнення для майбутніх років.

Формула для розрахунку щорічних показників:

$$f/(1 - f) \quad (4.4)$$

де  $f$  – проникнення на ринок (виражене як частка, тобто 1% = 0,01);  $(1 - f)$  – одиниця мінус є показником ступеня проникнення (наприклад:  $1 - 0,01 = 0,99$ ).

$f/(1 - f) = 0,01/0,99$  – для даного прикладу. Для рівня проникнення, що дорівнює 2%:  $0,02/0,98 = 0,0204$ . Для рівня проникнення на ринок 1%:  $0,01/(0,99 - 0,01) = 0,1695$ .

Дана методика корисна тим, що допомагає визначити той момент, коли зростання сповільниться у зв'язку з тим, що менша кількість людей буде лояльною до даного товару.

Крива досвіду розроблена ще 1926 р. Вона пов'язує визначення стратегії з досягненням переваги у витратах. Крива досвіду відображає той факт, що при подвоєнні накопиченого обсягу випуску якогось товару або послуги витрати компанії на виробництво одиниці продукції в реальному численні

знижуються на 20-30%. Накопичений обсяг виробництва є сумарною кількістю одиниць продукції, яка коли-небудь була проведена всіма учасниками ринку. Накопичений обсяг виробництва може подвоїтися протягом одного року, якщо товар реалізується на новому ринку, що швидко росте, або ж його подвоєння може відбуватися сторіччями, коли йдеться про ринок старого товару, що дуже поволі росте.

Наприкінці 1960-1970-х рр. фахівці БКГ зафіксували безліч прикладів швидкого збільшення накопиченого обсягу виробництва, супроводжуваного скороченням витрат на 70-80% (з урахуванням інфляції). Один з найяскравіших прикладів – зниження витрат на виробництво мікросхем і, як наслідок, різке падіння цін на калькулятори.

Перевага даного методу полягає в тому, що він точно вказує на точку, в якій певного моменту часу повинні знаходитися витрати компанії, та ставить перед фірмою чітку мету, якої їй слід досягти.

У рамках вивчення конкурентної стратегії БКГ запропонувала другий тин кривої досвіду: пов'язаний не з витратами, а з цінами. Крива «витрати/досвід» може відповідати, а може і не відповідати формі кривої «ціна/досвід».

Фахівці стверджували, що компанія чинить безглуздо, якщо допускає, щоб крива «ціна/досвід» мала менший кут нахилу, ніж крива «витрати/досвід».

Така політика приводить до втрати частки ринку і втрати лідерських позицій, що не дозволяє знизити витрат. Навпаки, лідер ринку, який зберігає свою частку за рахунок того, що утримує витрати нижче витрат конкурентів, неухильно

нарощує перевагу. Отже, лідер ринку повинен знижувати свої ціни принаймні в тому самому темпі, в якому відбувається зменшення витрат, для того, щоб не допускати на ринок нових конкурентів або сприяти збитковості їх виробництва, зміцнюючи таким чином свої лідерські позиції.

Матриця «Можливість/Уразливість», розроблена наприкінці 1970-х початку 1980-х рр. У матриці нормативна крива характеризує прибутковість середнього бізнес-сегмента в будь-якій галузі промисловості або в усіх галузях, відповідно до нормального очікування стосовно відносної частки ринку сегмента. Ця нормативна смуга показана на рисунку 4.6.

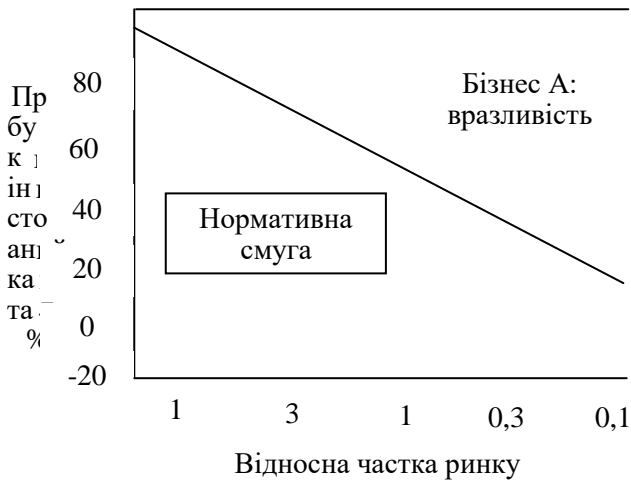


Рисунок 4.6 – Матриця «Можливість/Уразливість»

Нормативну смугу будують за фактичними даними про позицію бізнес-сегмента і його прибутковість (обов'язково після сегментації). Нормативна смуга часто забарвлюється в жовтий колір. Позиції бізнесу, межі якого знаходяться в



нормативній смузі, мають високу відносну частку ринку, тому компанії повинні прагнути того, щоб брати участь у подібному бізнесі, й не повинні розраховувати, що одержать вищу норму прибутку, ніж вимагають інвестори, доти, доки велика частина продукції, що випускають, не захопить лідируючих позицій на ринку або, принаймні, позицій сильного послідовника (відносна частка ринку складає принаймні 0,7х, тобто 70% частки ринку лідера).

Незалежно від стартової ринкової позиції компанії доцільно постійно прагнути до збільшення частки ринку в бізнес-сегменті. Має сенс «попрацювати» над бізнесом з відносною часткою ринку 0,3х і добитися того, щоб його позиція стала 0,6х; поліпшити позиції деякого бізнесу з 0,5х до 1,0х; з 2,0х до 4,0х і т.д.

Діаграма дозволяє розрахувати, які рентабельності можна чекати для конкретної позиції, і, таким чином, приблизно визначити вигоду від зміни певної позиції та порівняти її з очікуваними короткостроковими витратами на здійснення переходу. Але найбільша вигода отримується не тими, хто посідає одну з 80% позицій, що лежать у межах «банана» (нормативної смуги), а тими, хто розташувався в 20-відсотковій області, що лежить за його межами. «Бананограма» кидає виклик усталеним уявленням і, як правило, вона є правомірною. Урешті-решт ринкова позиція лідера містить у собі величезні потенційні переваги, але їх треба уміти заробити і використовувати, оскільки самі вони не забезпечать компанії невичерпні річки прибутку.

## 4.2. Моделі планування досліджень у менеджменті й маркетингу

Об'єм мінімального дослідження залежить від того, на які питання ми бажаємо експериментальним шляхом одержати відповіді. Якщо ми ставимо перед собою задачу знайти чисельні значення двох параметрів, що входять у вибрану двопараметричну модель кривої попиту, тоді достатньо здійснити всього два прості цінові експерименти. Якщо ж ми хочемо збільшити точність розрахунків цих двох параметрів, або використати модель з більшим, ніж два, кількістю параметрів, або, наприклад, вибрати якнайкращу цінову модель з декількох можливих, тоді потрібно більше двох окремих експериментальних вимірювань при різних цінах.

Розглядаємо простий варіант мінімального дослідження. Метою експерименту є знаходження маркетингових параметрів вибраної цінової двопараметричної моделі. Ця процедура в даному випадку полягає у тому, що на певному ринку у різний час при двох різних цінах  $y_1$  і  $y_2$  проводяться два пробні продажі деякого товару (продажі короткочасні і ведуться, наскільки це можливо, за однакових зовнішніх умов). Обидві пробні ціни бажано вибрати в розумній області цін.

Спочатку ми розглянемо методику досліджень, в ході яких ведеться реєстрація темпу збуту. Потім розглянемо іншу методику, при якій реєструється темп виручки.

Залишається ще одне питання про вибір області цін, в якій проводитиметься цінове дослідження. Питання це заслуговує уваги, тому що чим ближче експериментальні ціни виявляться

до тієї ціни, яка згодом буде визнана оптимальною, тим точніше будуть знайдені значення ринкових параметрів моделі.

Нехай собівартість одиниці товару рівна  $x$ . За нашими оцінками, збути товар за ціною, що перевищує ціну  $y_\infty$  за штуку, нереально. Тоді можна прийняти ціни продажу, близькі до ціни:

$$(xy_\infty)^{1/2} \quad (4.5)$$

Саме в цій області цін слід ставити мінімальне дослідження, якщо немає інших вагомих міркувань для вибору іншої області цін для експерименту.

#### Приклад 4.1

Нехай, наприклад, собівартість одиниці товарів  $x=1$  \$, а гранична ціна збуту, за нашими оцінками,  $y_\infty=4$  \$. Тоді згідно формулі (4.5) мінімальне цінове дослідження слід ставити в області  $y \sim 2$  \$.

#### *Мінімальне дослідження з реєстрацією темпу збуту.*

Перейдемо тепер до докладного розгляду процедури дослідження. Вважатимемо, що в ході кожного пробного продажу реєструється темп збуту (на практиці деякий середній темп збуту)  $R$ .

Окремий експеримент з кожною окремою ціною проводиться протягом деякого часу, який в ході супутніх розрахунків буде визнаний достатнім.

Ціну  $y$ , при якій проводилось дослідження, і одержану обробкою експериментальних даних середню величину  $< R >$  надалі розглядаємо як одну експериментальну пару, або, у разі

графічного представлення експериментальних даних, як одну експериментальну точку з координатами  $y$  і  $R$ .

Мінімальне дослідження, організоване з метою знаходження двох параметрів, вимагає проведення вимірювань темпу збуту як мінімум при двох різних цінах.

Нехай досвід показав, що при ціні продажу  $y_1$ : темп збуту був рівний  $R_1$ , а при ціні продажу  $y_2$  він був рівний  $R_2$ . Це означає, що результатом експерименту з'явилися дві пари чисел:

$$y_1 \text{ і } R_1, y_2 \text{ і } R_2$$

Ми тут обмежимося розглядом лише монотонно спадаючих кривих попиту. Тоді при  $y_2 > y_1$ , зареєстровані темпи збуту задовольняють нерівності  $R_2 < R_1$ .

Використовуючи певну двопараметричну модель кривої попиту  $R(y, a, b)$ , ми обчислюємо параметри моделі  $a$  і  $b$  шляхом рішення такої системи рівнянь:

$$R_1 = R(y_1, a, b); R_2 = R(y_2, a, b) \quad (4.6)$$

#### *Лінійна цінова модель*

Для наочності внесемо одержані числа ( $y_1$  і  $R_1$ ,  $y_2$  і  $R_2$ ) у вигляді двох точок в систему координат (рис. 4.7). Розглянемо лінійну цінову модель. Перенесемо обидві точки з рис. 4.7 на рис. 2.19 і проведемо через них пряму лінію, як показано на останньому малюнку. Відсічення на осях відповідно до формули (4.6) дадуть нам шукані величини ринкові параметри лінійної цінової моделі  $y_L$  і  $R_L$ .

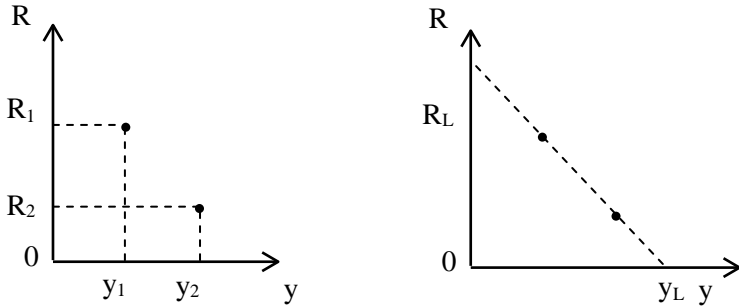


Рисунок 4.7 – Графічний опис двопараметричної моделі

Ці параметри можна знайти також і алгебраїчним шляхом (див. систему рівнянь (4.6)). Підставимо експериментально одержані пари чисел у формулу цінової моделі темпу збуту:

$$R(y) = R_L(1 - y/y_L) \quad (4.7)$$

і запишемо так:

$$R_1 = R_L(1 - y_1/y_L); R_2 = R_L(1 - y_2/y_L). \quad (4.8)$$

Одержали систему двох рівнянь з двома невідомими:  $y_L$  і  $R_L$ . Рішення цієї системи має такий вигляд:

$$y_L = (y_2 R_1 - y_1 R_2) / (R_1 - R_2); \quad (4.9)$$

$$R_L = (y_2 R_1 - y_1 R_2) / (y_2 - y_1). \quad (4.10)$$

В деяких випадках, наприклад, при великій різноманітності товару, може виявитися зручнішим в ході мінімального маркетингового дослідження реєструвати не темпи збуту  $R$ , продажі окремих видів товару, що відносяться

до різних пробних цін, а інші величини, наприклад, темпи виручки  $g$  при продажу всієї досліджуваної групи товару.

*Гіперболічна модель*

Використовуємо тут форму кривої попиту:

$$R(y) = R_H(Y - y)/y. \quad (4.11)$$

Для такого випадку система рівнянь (4.6) має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} R_1 &= R_H(Y/y_1 - 1); \\ R_2 &= R_H(Y/y_2 - 1) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Її розв'язок:

$$Y = y_1 y_2 (R_1 - R_2) / (y_1 R_1 - y_2 R_2) \quad (4.13)$$

$$R_H = (y_1 R_1 - y_2 R_2) / (y_2 - y_1) \quad (4.14)$$

*Ізоеластичная модель*

Тут в системі рівнянь (4.6) використовується форма кривої попиту:

$$R(y) = S_\lambda / y^\lambda. \quad (4.15)$$

При цьому одержуємо таку систему:

$$R_1 = S_\lambda / y_1^\lambda ; R_2 = S_\lambda / y_2^\lambda \quad (4.16)$$

Її розв'язок:

$$\lambda = \ln(R_1/R_2) / \ln(y_2/y_1) \quad (4.17)$$

$$S_\lambda = R_1 y_1^\lambda \quad (4.18)$$

*Експоненціальна модель*

В цьому випадку використовується модельна крива попиту:

$$R(y) = R_v \exp(-y/v). \quad (4.19)$$

Тоді система рівнянь (4.5) приймає наступний вигляд:

$$R_1 = R_v \exp(-y_1/v); R_2 = R_v \exp(-y_2/v). \quad (4.20)$$

Її розв'язок:

$$v = (y_2 - y_1) / \ln(R_1/R_2) \quad (4.21)$$

$$R_v = R_1(R_1/R_2)^w; w = y_1/(y_2 - y_1) \quad (4.22)$$

*Еліптична модель*

Тут використовується форма кривої попиту:

$$R(y) = R_e [1 - (y/y_e)^2]^{1/2}; y < y_e. \quad (4.23)$$

Для такого випадку система рівнянь (4.5) приймає наступний вигляд:

$$R_1 = R_e [1 - (y_1/y_e)^2]^{1/2}; R_2 = R_e [1 - (y_2/y_e)^2]^{1/2} \quad (4.24)$$

Її розв'язок:

$$y_e = [(y^2 R^2 - y^2 R^2) / (R^2 - R^2)]^{1/2} \quad (4.25)$$

$$R_e = [(y^2 R^2 - y^2 R^2) / (y^2 - y^2)]^{1/2} \quad (4.26)$$

**Питання для самоперевірки**

1. Загальна характеристика моделі БКГ.

2. Особливості моделі АДЛ.
3. Матриця вибору стратегії моделі Мак-Кінсі.
4. Загальна характеристика моделі Мак-Кінсі.
5. Охарактеризувати моделі планування досліджень у менеджменті й маркетингу.



---

ТЕМА 5  
МОДЕЛЮВАННЯ СТАНІВ І ДИНАМІКИ  
ФУНКЦІОНУВАННЯ ТОВАРНИХ РИНКІВ І ОБСЯГІВ  
ПРОПОНУВАННЯ ТОВАРІВ ТА ПОСЛУГ

---

- 5.1. Базові моделі функціонування товарного ринку
- 5.2. Оптимізація пропонування товарів та послуг (збуту) на простому стаціонарному товарному ринку
- 5.3. Оптимізація діяльності компанії на товарному ринку у мінливих умовах.

### 5.1. Базові моделі функціонування товарного ринку

Розглянемо основні типи найпростіших моделей ринку, що відрізняються вибором основних чинників впливу.

*Простий збут при попиті, що не змінюється в часі*

Ця модель є найчастіше вживаною на практиці при дослідженнях процесу збуту в стаціонарних умовах. У цій моделі явно враховується залежність темпу збуту  $R$  тільки від однієї величини – ціни продажу одиниці товару у:

$$R = R(y) \tag{5.1}$$

Графічна залежність темпу збуту від ціни продажу називається кривою попиту.

Введемо ще одне позначення:  $x$  – собівартість одиниці товару.

Цю величину, як і ціну продажу, надалі будемо виражати в доларах. Відзначимо, що в собівартість  $x$  не включені витрати, безпосередньо пов'язані із збутом товару. Їх ми враховуватимемо окремо.

Для підприємця крива попиту представляє практичний інтерес звичайно тільки в обмеженій області цін (т. н. «робочій» області цін) і, звичайно, при  $y > x$ .

Характерною особливістю кривої попиту є падіння темпу збуту товару із зростанням ціни продажу (принаймні, у області середніх і високих цін). Деякі типові криві попиту показані на рисунку 5.1.

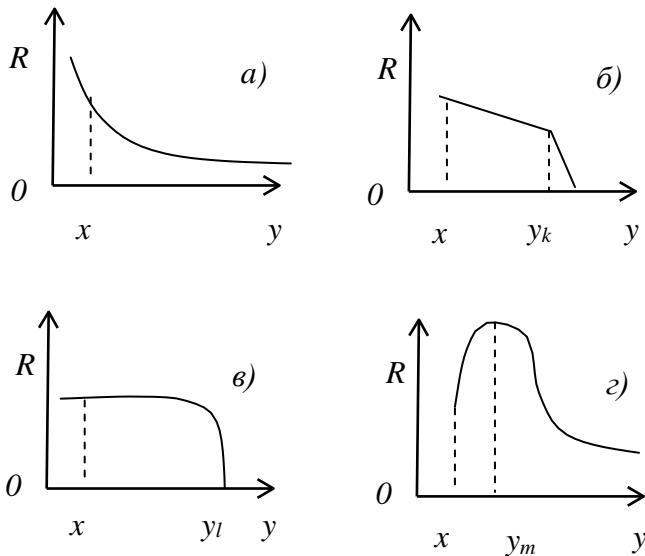


Рисунок 5.1 – Приклади кривих попиту

На рисунку 5.1 а) зображена крива попиту, властива ринку вільної конкуренції. Для неї характерний швидкий спад

попиту (а, отже, і числа продажів) у міру збільшення ціни товару.

Крива, показана на рисунку 5.1 б) відноситься до олігополістичного ринку. Тут є характерна ціна  $y_k$ , при якій крива попиту має більш менш помітний злам. Звичайно, це ціна на такий же товар, встановлена конкурентом.

На рисунку 5.1 в) представлена типова крива попиту для товару фірми-монополіста. При низьких цінах попит практично не залежить від ціни. Але існує ціна, ми її позначили як  $y_l$ , вище за яку споживач вимушений відмовлятися від товару як недоступного. Звичайно в такій ситуації споживач шукає відповідний замітник даного товару або зникає з думкою, що доведеться обходитися без нього.

Крива рисунку 5.1 г) характеризує так званий «престижний товар». Престижним вважається товар, який при невисокій ціні не представляє великого інтересу для основних покупців даного продукту (низька ціна часто справедливо асоціюється з низькою якістю). Таким престижним товаром є, наприклад, розкішні автомобілі, деякі види нерухомості, дорогі ювелірні вироби і ін. Ціна  $y_m$  відноситься до максимуму темпу збуту. До речі, вона зовсім не є найкращою ціною збуту.

*Простий збут при попиті, що змінюється в часі*

В цьому випадку темп збуту залежить явним чином не тільки від ціни товару  $y$ , але також і від часів  $t$ . Таким чином,

$$R = R(y, t) \quad (5.2)$$

Залежність  $R$  від  $t$  в загальному випадку пов'язана із зовнішніми процесами, що впливають на ринок, і з

внутрішніми процесами, що відбуваються на самому ринку. Це можуть бути різні соціальні процеси, або природна зміна однієї пори року іншої, або поява на ринку нових поколінь товарів, що замінюють старий товар. Так само темп збуту товарів даної фірми може змінюватися в часі внаслідок появи або зникнення на ринку конкуруючих фірм, що торгують таким же товаром або товаром-замінником.

При попиті, що змінюється в часі, на товар даної фірми криві попиту вигляду, показаного, наприклад, на рис. 5.1, відносяться тільки до одного фіксованого моменту часу.

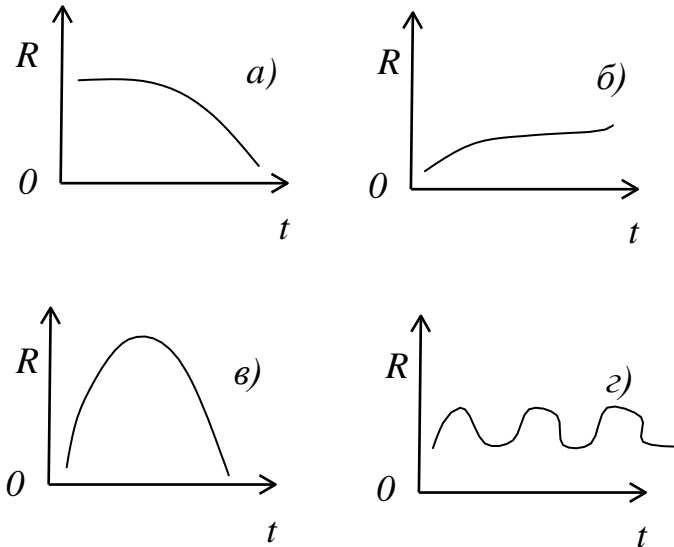


Рисунок 5.2 – Приклад кривих попиту, що змінюються в часі  $t$

В інший момент вид цих кривих кількісно (при збереженні загального стилю) може відрізнитися від попереднього. При фіксованій ціні продажу у залежність темпу збуту від часу

може бути представлена графічно. Наприклад, так, як це показано на рис. 5.2 а) (спадаючий в часі попит), на рис. 5.2 б) – попит, що збільшується в часі, на рис. 5.2 в) – попит, що змінюється в часі немонотонно і на рис. 5.2 г) – попит, що коливається в часі.

Фірма, що діє на нестаціонарному ринку, вимушена вирішувати задачі, що не є першочерговими у разі стаціонарного ринку. Так, у разі помітно затухаючого в часі попиту (рис. 5.2 а)) фірма повинна добре розрахувати, з якою кількістю товару варто виходити на такий ринок. Якщо ж кількість товару вже задана, то фірмі слід добре розрахувати ціни збуту, щоб одержати максимум можливого прибутку, а в несприятливому варіанті - мінімум збитків.

У разі наростаючого в часі попиту (рис. 5.2 б)) фірмі слід правильно оцінити найкращий рівень темпу інвестицій в розвиток виробництва і комерційної діяльності.

При роботі на ринку сезонного товару (рис. 5.2 в)) фірмі слід правильно оцінити не тільки кількість товару, з якою слід виходити на ринок, але також і найкращий час виходу на ринок (і дуже ранній вихід, і дуже пізній помітно знижують результуючий прибуток).

У разі попиту (рис. 5.2 г); звичайно період рівний одному року), що періодично змінюється, фірмі слід виробити найкращий варіант створення запасів товару під час затишшя, щоб добитися найкращого результату при реалізації його під час піків попиту.

*Модель збуту, обмеженого кількістю товару*

Для цієї моделі ринку характерна явна залежність тим па збуту  $R$  від кількості товару  $N$ , що знаходиться у продажу. Таку модель називають ринком продавця, або моделлю збуту, обмеженого кількістю товару.

Ця модель охоплює велику кількість різноманітних випадків. Почнемо з елементарного. Абсолютно очевидно, що сумарний темп збуту в двох однакових магазинах зразково удвічі більше, ніж в одному (якщо магазини не знаходяться дуже близько один до одного) і т.п. Модель ринку продавця, зрозуміло, є основною в умовах товарного голоду.

Набагато цікавіше інше значення залежності  $R$  від  $N$ . У багатьох випадках товари, близькі за призначенням, але певні відмінності, зручно згрупувати в єдиний тип. При цьому величина  $N$  на практиці відображатиме не тільки число, але і різноманітність товарів, що входять до цієї типової групи. Чим більше число  $N$ , тим більше за покупців знайде собі відповідний товар (прикладом може служити книжкова торгівля, збут автомобілів, одягу, взуття і т. д.). Це одна з причин, що створюють безперечну перевагу крупного підприємства перед дрібним. Таким чином стає зрозумілою перевага великих універсальних магазинів. Для невеликих фірм у випадку, що розглядається тут, звичайно використовують просту лінійну модель, тобто вважають, що темп збуту пропорційний кількості товару:  $R \propto N$ . Введемо коефіцієнт пропорційності в зручній формі, додаючи останньому співвідношенню такий вигляд:

$$R(N) = N/T_N \quad (5.3)$$

Тут величина  $T_N$ , має розмірність часу і називається характерним часом збуту для ринку продавця (по величині вона близька до згадуваного раніше характерного часу  $T_{2/3}$ ).

У випадку, коли всі дії на ринку здійснюються при фіксованій ціні продажу і умовах, що не змінюються в часі, величина  $T_N$  розглядається як ринковий параметр. Якщо ж ціни можуть мінятися, явна залежність темпу збуту  $R$  від ціни у переноситься на явну залежність характерного часу від ціни товару. Величина  $T_N$  може розглядатися як явна функція і часу у тому випадку, коли ситуація на ринку змінюється достатньо швидко. Отже вираз (5.3) може бути записаний і в більш розгорненому вигляді:

$$R(N, y, t) = N/T_N(y, t) \quad (5.4)$$

На рис. 5.3 показана залежність темпу збуту від кількості товару, що задається формулою (5.3). Чим більше характерний час збуту  $T_N$ , тим менше нахил графіка на вказаному малюнку. Для крупних фірм-монополістів залежність темпу збуту  $R$  від кількості товару  $N$  носить більш складний характер. Звичайно вона має вигляд, показаний на рис. 5.4, Спочатку темп збуту наростає лінійно, як на рис. 5.3, потім темп зростання сповільнюється і крива виходить на насичення. Звідси можна зробити висновок, що існує оптимальне значення величини  $N$ .

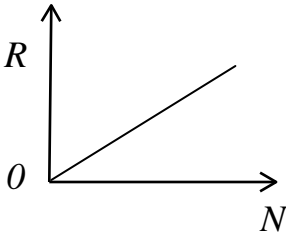


Рисунок 5.3 – Лінійна залежність темпу збуту від кількості товару

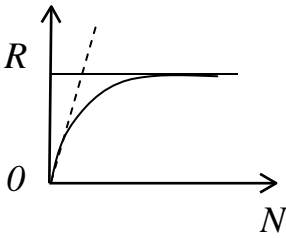


Рисунок 5.4 – Нелінійна залежність темпу збуту від кількості товару

### *Модель збуту, обмеженого кількістю покупців*

Ця модель враховує явну залежність темпу збуту  $R$  від кількості покупців  $P$  даного товару. В цьому випадку ми говоримо про збут; обмежену кількістю покупців, або про ринок покупця. Зв'язок величин  $R$  і  $P$  звичайно задається простою формою, що відображає пряму пропорційну залежність:

$$R(P) = P/T_P \quad (5.5)$$

Ця формула вимагає пояснення. Тут для зручності розрахунків під покупцем (можемо назвати його умовним



покупцем) мається на увазі клієнт фірми, який придбав одну одиницю товару. Фізичний покупець, якщо він придбав  $m$  одиниць товару, прирівнюється до  $m$  умовних покупців.

Відзначимо, що на відміну від цілком реальної і розрахункової величини  $N$ , у формулі (5.5) фігурує величина  $P$ , яка по суті є мірою числа не стільки реальних, скільки потенційних покупців. Прямого вимірюванню в такому випадку ця величина не підлягає і може бути знайдена тільки шляхом розрахунків в процесі обробки експериментальних даних.

Формула (5.5) містить також величину  $T_P$  – характерний час збуту для ринку покупця. Він завжди є функцією ціни продажу  $y$  і може залежати від часу. Тому в загальному випадку слід записувати так:

$$R(P, y, t) = P/T_P(y, t) \quad (5.6)$$

Падаюча залежність темпу збуту від ціни (див., наприклад, рис. 5.2 а)) виражається в залежності характерних проміжків часу  $T_N$  або  $T_P$ , що росте від ціни (рис. 5.5).

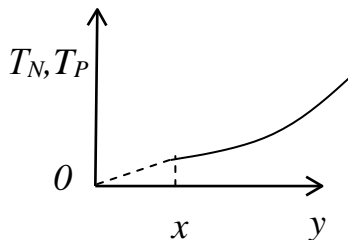


Рисунок 5.5 – Зростання темпу збуту при зростанні ціни

Існують і складніші моделі, наприклад, модель, що враховує залежність темпу збуту і від кількості товару  $N$ , і від кількості покупців  $P$ :

$$R(P, N, y, t) = PN/T_{PN}(y, t) \quad (5.7)$$

При дослідженні впливу рекламних витрат на темп збуту слід врахувати в явному вигляді залежність від цих витрат характерних часів  $T_N$ ,  $T_P$  і  $T_{NP}$ .

## **5.2. Оптимізація пропонування товарів та послуг (збуту) на простому стаціонарному товарному ринку**

Розглянемо оптимальні дії фірми на простому ринку, що не змінюється в часі. Це означає, що якщо ринок і міняється поступово, то ця зміна відбувається за час, що значно перевищує час збуту крупної партії товару. Ринок вважається простим, тобто вважаємо темп збуту явно залежним лише від ціни продажу товару.

Оптимізація збуту повинна проводитися з урахуванням положення фірми на ринку, типу ринку, режиму збуту, а також при явному розумінні цілий її, які фірма переслідує в ході операції збуту. Абсолютно очевидно наперед, що при будь-якій вибраною фірмою формі або тактиці збуту існує деяка оптимальна ціна продажу. Тому що при дуже малій ціні продажу виручка не покриває витрати підприємства, а при дуже великій ціні продавець втрачає майже всіх можливих покупців. Оптимальна ціна, повторюємо, існує, але, як буде

показано далі, вона виявляється різною при різних режимах збуту і при різних цілях підприємства.

Надалі будуть детально розглянуті два режими дій фірми на ринку. Перший режим полягає в збуті обмеженої по величині партії товару, без поповнення і з можливим поповненням товару в ході збуту.

Другий режим збуту полягає у тому, що фірма знаходиться на ринку постійно. При цьому спад товару в ході збуту безперервно повною мірою заповнюється шляхом закупівель або виробництва цього товару фірмою, що веде даний збут. У цьому режимі кількість товару, що знаходиться у продажу, залишається постійною в часі.

### *Максимізація прибутку при збуту обмеженої партії товару*

Розглянемо таку ситуацію: фірма виставила на продаж партію товару об'ємом  $N_0$  одиниць. Вважатимемо, що збут товару почався в деякий момент часу  $t$ , якому ми привласнюємо значення  $t = 0$ . Збут йде за ціною  $u$  за одиницю товару  $p$  темпом  $R$ , залежним від цієї ціни. Це єдина явна залежність, що враховується в рамках моделі простого збуту. Решта можливих залежностей відображається в чисельному значенні маркетингових параметрів, що входять в цінову модель темпу збуту.

Собівартість одиниці товару –  $x$ . Але витрати фірми пов'язані не тільки з певною собівартістю товару. Процес збуту також супроводжується немінучими витратами. Тому, крім витрат на закупівлю або виробництво товару, слід обов'язково враховувати і немінучі поточні витрати, зв'язані

винятково з ходом процесу реалізації товару. Позначимо темп таких поточних витрат (тобто витрата в одиницю часу перебування фірми на ринку) символом  $L$ .

Використовуючи певну цінову модель і знаючи її параметри, підприємець має можливість розрахувати найкращу ціну збуту, знайти область цін, в якій підприємство залишається прибутковим. Зараз же вважатимемо, що основна проблема, що стоїть перед підприємцем, зводиться до знаходження оптимальної ціни збуту товару.

Що ж ми маємо на увазі під оптимальною ціною збуту? Виявляється, тут немає однозначної відповіді. Все залежить від того, яку мету ставить перед собою підприємець. Від цього залежатиме вибір тієї величини, яку йому доведеться максимізувати. Як один з найімовірніших варіантів можна розглянути намір підприємця одержати максимальний прибуток від продажу всієї партії товару. Така задача має рішення, але може трапитися, що при тій ціні, яка забезпечить найбільший завершальний прибуток, розрахунковий час реалізації всієї партії виявиться з ряду причин неприйнятно великим. Точніше, сам підприємець порахує цей час дуже великим (наприклад, його не задовольнить прибуток, що доводиться на одиницю часу реалізації), В такій ситуації може трапитися, що підприємець буде вважати вигіднішим для свого бізнесу забезпечення максимального середнього темпу прибутку. Він погодиться одержати дещо менший результуючий прибуток, але за коротший термін. В цьому випадку, як побачимо, оптимальна ціна продажу, тобто ціна, що приводить до максимуму темпу прибули, відрізнятиметься від ціни, що максимізує завершальний прибуток. Може

трапитися і так, що підприємець, чії можливості інвестувати значні засоби обмежені, визнає необхідним максимізувати рентабельність акції.

Можливі і інші варіанти. Несприятливий збіг обставин може примусити підприємця діяти так, щоб забезпечити максимальний темп виручки (тобто максимальну щоденну виручку). Цьому випадку відповідатиме своя оптимальна ціна продажу. І, нарешті, підприємець може поставити перед собою задачу найкращим чином розпродати деяку партію товару за строго визначений час. І тут теж необхідно провести **відповідний** розрахунок ціни збуту.

*Збут без поточного поповнення запасу товару*

У цьому розділі вважаємо, що в ході збуту початковий запас  $N_0$  виставленого на ринок товару не поповнюється. Розглянемо, як змінюються в часі кількість товару і поточний прибуток.

Зміна кількості товару  $N$  в часі  $t \geq 0$  описується формулою:

$$N(t) = N_0 - R(y)t \quad (5.8)$$

і графічно представлено на рис. 5.6. Ця формула припускає, що в початковий момент збуту ( $t = 0$ ) кількість товару складала  $N_0$  одиниць.

Час  $t_0$ , показане на рис. 5.6, є часом повного розпродажу розраховується за формулою:

$$t_0(y) = N_0/R(y) \quad (5.9)$$

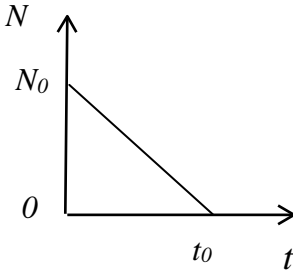


Рисунок 5.6 – Зміна кількості товару в часі

Для конкретних практичних розрахунків, мета яких полягає в тому, щоб знайти найкращу ціну продажу у вигляді числа, необхідно вибрати цілком конкретну цінову модель, тобто конкретний вид функції  $R(y)$ . Для такого випадку залежність часу розпродажу від ціни приймає форму (рис. 5.7):

$$t_0(y) = N_0/[R_L(1 - y/y_L)] \quad (5.10)$$

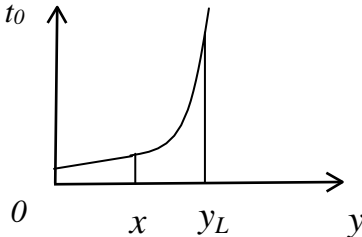


Рисунок 5.7 – Зміна кількості товару в часі

З цього виразу видно, що час повного розпродажу прямо пропорційний початковій кількості товару  $N_0$  і обернено пропорційно до  $i$ -параметру цінової моделі. Час  $t_0$  зростає (нелінійно) у міру зростання ціни продажу або спадання р-

параметра. При ціні продажу, рівній граничній ціні або вище, час повного розпродажу йде в нескінченність.

Нагадуємо, що при зміні ціни продажу вся решта характеризуючих збут величин передбачається незмінними.

Перейдемо до розрахунків прибутку і інших величин, що відносяться до даної операції збуту. Рахуємо прибуток безперервною функцією поточного часу  $t$  і призначаємо (для визначеності) в початковий момент прибуток негативний, рівній по абсолютній величині собівартості всієї партії товару. Отже, вважаємо

$$B(t = 0) = -xN_0 \quad (5.11)$$

Тоді з урахуванням поточних витрат і виручки, що з'являється в процесі збуту, залежність прибутку від часу записується у такому вигляді:

$$B(t) = -xN_0 - Lt + yR(y)t \quad (5.12)$$

У цьому виразі перший доданок в правій частині відображає початкову інвестицію; другий – загальні витрати, пов'язані з проведенням самої операції збуту, за час від нуля до теперішнього моменту  $t$ , останній доданок – виручка, одержана до цього моменту часу. Складові, що відносяться до витрат, входять в рівняння (4.12) із знаком «мінус», що відносяться до прибуткової частини - із знаком «плюс».

З формули (4.12) видно, що прибуток наростає у часі, якщо в ході збуту темп виручки  $g = yR(y)$  перевищує темп поточних витрат  $L$ . Таким чином, необхідною (але ще не достатнім) умовою прибутковості підприємства є умова:

$$yR(y) > L \quad (5.13)$$

Якщо виконана зворотна нерівність, підприємство є гарантовано збитковим. У такій ситуації кожен день, проведений на ринку, приносить збиток. Надалі розглядатимемо тільки такі випадки, коли нерівність (4.13) в актуальній області цін строго виконується і тому прибуток лінійно наростає в часі.

Тепер візьмемо до уваги, що процес збуту обмеженої партії товару закінчується у момент часу  $t_0$  (рис. 5.6, 5.7). Тому формула (5.12), що описує монотонне наростання прибутку в часі, справедлива тільки в інтервалі часів  $0 \leq t \leq t_0$ .

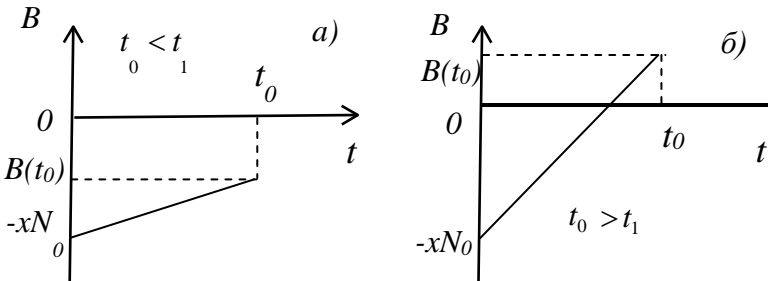


Рисунок 5.8 – Зміна прибутку в часі

Введемо час  $t_1$  умовою  $B(t_1) = 0$ . У цей момент часу (якщо він досяжний) наростаючий прибуток підприємства проходить через нуль і в подальшому стає позитивним. Вище, на рисунку 4.8, показано хід прибутку в часі при двох можливих співвідношеннях часів  $t_0$  і  $t_1$

Використовуючи вираз (4.12) і умову  $B(t_1) = 0$ , одержуємо:



$$t_1 = xN_0/[yR(y) - L] \quad (5.14)$$

Цей час реально існує (і все підприємство виявляється у результаті прибутковим) тільки тоді, коли виконана умова:

$$t_1 < t_0 \quad (4.15)$$

Дійсно, з рис. 5.8 а) видно, що при  $t_1 > t_0$  завершальний прибуток  $B(t_0)$  негативний, тобто початкова витрата і поточні витрати не покриваються прибутковою частиною. За допомогою формул (5.9) і (5.14) нерівність (5.15), що забезпечує позитивний кінцевий результат, можна представити у такому вигляді:

$$(y - x)R(y) - L > 0 \quad (5.16)$$

Це нерівність, жорсткіша, ніж умова (5.13), є необхідною і достатньою умовою прибутковості підприємства. Як бачимо, воно накладає цілком певні обмеження і на собівартість товару, і на темп поточних витрат. Відзначимо, що величина початкового запасу товару  $N_0$  до нерівності (5.16) не увійшла.

Значення умови (5.16) легко зрозуміти, якщо записати його у формі такої нерівності:

$$y > x + L/R(y) \quad (5.17)$$

Величина  $L/R(y)$  як неважко помітити, є витратами на реалізацію однієї одиниці товару. Природно, підприємство

буде прибутковим, якщо ціна продажу кожної одиниці товару буде вищим за суму цієї витрати і собівартості цієї одиниці.

Прибуток в завершальний момент збуту одержуємо, підставивши час повного розпродажу (5.9) у формулу (5.12). Тоді кінцевий прибуток дається таким виразом:

$$B(y, t_0) = N_0[y - x - L/R(y)] \quad (5.18)$$

Запишемо тепер фактичний темп прибутку, що одержуємо при даній операції збуту (тобто прибуток підприємства, віднесений до одного дня перебування на ринку):

$$Q_f(y) = B(y, t_0)/t_0(y) = (y - x)R(y) - L \quad (5.19)$$

З останніх двох виразів видно, що при виконанні нерівності (5.16) прибуток у момент повного розпродажу, а з нею і середній темп прибутку обов'язково позитивні.

Для досліджуваного режиму збуту представляє інтерес також темп виручки, тобто виручка за один день збуту:

$$g(y) = yR(y) \quad (5.20)$$

Запишемо тепер вираз для рентабельності ринкової операції (позначимо її символом  $C$ ). Цю величину визначимо тут як відношення завершального прибутку до сумарних витрат на закупівлю (виробництво) партії товару і ведення самої операції збуту:

$$C(y) = \frac{N_0[y - x - L/R(y)]}{N_0[x + L/R(y)]} = \frac{yR(y)}{xR(y) + L} - 1 \quad (5.21)$$

З формули (5.18) виходить, що завершальний прибуток  $B(t_0, y)$  досягає максимуму при деякій ціні  $y_B^*$ , що є корінням наступного рівняння (усюди приймаємо до розгляду приймається тільки позитивні корені):

$$1 + \frac{L}{R^2(y)} \frac{dR(y)}{dy} = 0 \quad (5.22)$$

Ціну  $y_B^*$  вважаємо оптимальною, якщо фірма, що веде збут обмеженої партії товару, ставить перед собою задачу одержати максимальний завершальний прибуток.

Фактичний темп прибули  $Q_f(y)$ , що визначається формулою (5.19), досягає максимуму при ціні  $y_Q^*$ , що є коренем рівняння:

$$R(y) + (y - x) \frac{dR}{dy} = 0 \quad (5.23)$$

Ціна  $y_Q^*$  є оптимальною для варіанту безперервного збуту, при якому фірма ставить перед собою задачу одержати максимальний фактичний темп прибутку.

Темп виручки  $g(y)$ , що задається формулою (5.20), досягає максимуму при деякій ціні  $y_g^*$ , що є корінням рівняння:

$$y \frac{dR(y)}{dy} + R(y) = 0 \quad (5.24)$$

Ціна  $y_g^*$ , якщо вона існує, є оптимальною в тому разі коли фірма в силу певних причин набудована максимізувати темп виручки (щоденну виручку).

Рентабельність  $C(y)$  досягає максимуму при деякій ціні  $y_c^*$  яка є оптимальною, якщо фірма націлена на максимум рентабельності (при будь-якому варіанті збуту). Ціна  $y_c^*$  є корінням такого рівняння:

$$yL \frac{dR(y)}{dy} + R(L + xR) = 0 \quad (5.25)$$

З формули (5.22) видно, що при будь-якій формі кривої попиту  $R(y)$  ціна  $y_B^*$  не залежить від собівартості  $x$ . З формули (5.23) видно, що при будь-якій формі кривої попиту  $R(y)$  ціна  $y_Q^*$  не залежить від темпу поточних витрат  $L$ . З формули (5.24) видно, що при будь-якій формі кривої попиту  $R(y)$  ціна  $y_g^*$  не залежить ні від собівартості  $x$ , ні від темпу поточних витрат  $L$ . Із формули (5.25) видно, що ціна  $y_c^*$  залежить і від собівартості  $x$ , і від темпу поточних витрат  $L$ . Вже ця обставина підказує, що всі чотири оптимальні ціни  $y_B^*$ ,  $y_Q^*$ ,  $y_g^*$  і  $y_c^*$  є абсолютно різними цінами. Таким чином, єдиної оптимальної ціни продажу не існує.

*Збут в умовах довільного темпу поповнення запасу товару*

Позначимо символом  $G$  темп поточного випуску товару на ринок. Фактично величина  $G$  показує, скільки одиниць товару додатково до початкового запасу  $N_0$  щодня поставляється на ринок.

При  $G \neq 0$  рівняння, що описує зміну в часі прибули, тепер набувають такий вигляд:

$$N(t) = N_0 + (G - R)t \quad (5.26)$$

$$B(t) = -xN_0 + (yR - L - xG)t \quad (5.27)$$

Останній вираз враховує, що кожна одиниця товару, що випускається на ринок, отримується фірмою за ціною  $x$  або виробляється нею за відповідною собівартістю.

Приведені тут рисунки 5.9 і 5.10 побудовані за формулами (5.26) і (5.27). Вони показують можливі залежності кількості товару  $N$  і прибутку  $B$  від поточного часу  $t$ . На першому з них представлені три різні **співвідношення між темпом збуту товару  $R$  і темпом поточного випуску його на ринок  $G$** . Розглянемо ці три варіанти окремо.

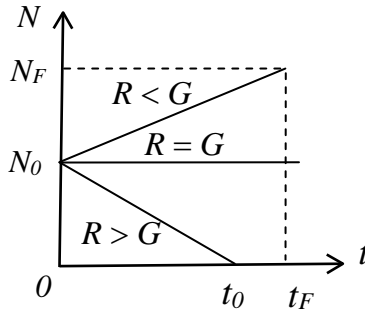
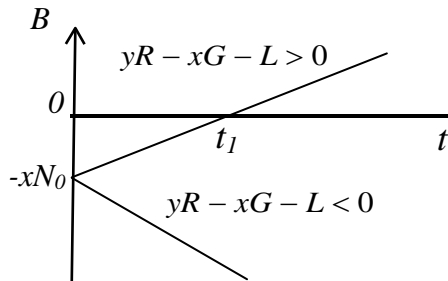


Рисунок 5.9. – Залежність товару і прибутку



## Рисунок 5.10. – Залежність товару і прибутку

При показаній рівності товар, що знаходиться у продажу, поповнюється в тому ж темпі, в якому ведеться збут його. З формули (5.26) виходить, що при такій умові кількість товару у продажу залишається постійною (наприклад, рівним початковій кількості одиниць товару):

$$N(t) = N_0 \quad (5.28)$$

У даному варіанті часу повного розпродажу  $t_0$  не існує, оскільки саме явище не виникає. У результаті даний варіант відноситься до випадку, коли у момент часу  $t = 0$  встановлено початок безперервного перебування на ринку. При цьому темп прибутку (в даному випадку миттєвий темп прибутку не відрізняється від середнього темпу прибутку) дається виразом (5.19) і має такий вигляд:

$$Q = (y - x)R - L \quad (5.29)$$

За допомогою рівняння (5.29) знаходимо, що у випадку, що розглядається тут, поточний прибуток стає позитивним, починаючи з моменту часу:

$$t_1 = \frac{xN_0}{(y - x)G - L} \quad (5.30)$$

Цей момент існує тільки в тому випадку (рис. 5.10), коли поточні витрати, пов'язані із збутом, не дуже великі, що дозволяє виконатися нерівності:

$$L < (y - x)R \quad (5.31)$$

Інакше, при протилежній нерівності, час  $t_1$ , не існує; прибуток негативний і постійно убуває в часі, як це показано на рис. 5.10.

*Збут в умовах безперервного перебування компанії на ринку*

Дотепер ми розглядали збут обмеженої по величині партії товару. Перейдемо тепер до розгляду режиму безперервного перебування фірми на ринку. Вважатимемо, що товар, що знаходиться у продажу, поповнюється шляхом виробництва або заготівок в тому ж темпі, в якому йде збут його. Таким чином,  $G = R$ .

Оскільки ринок є стаціонарним (початковий момент збуту вважаємо таким, що відсуне в далеке минуле), темп прибутку залишається постійним за часом. При цьому миттєвий темп прибутку дається виразом (5.29), який ми ще раз перепишемо тут:

$$Q(y) = (y - x)R(y) - L \quad (5.32)$$

У даному виразі в правій частині добуток  $yR$  виражає собою темп виручки, добуток  $xR$  – темп витрат на заготівлю або виробництво (за ціною  $x$  за одиницю товару), останній доданок – темп поточних витрат, пов'язаних з операцією збуту.

Розглянемо для різних цінових моделей темпу збуту питання про область прибутковості, тобто про ту область цін продажу  $u_{(-)} < u < u_{(+)}$ , в якій темп прибутку є позитивним.

Ми вже відзначали, що для фірми представляє інтерес не тільки оптимальна ціна збуту, але також і вся область прибутковості. Це пов'язано з певною неточністю даних, а також з тим, що фірма може працювати не тільки в режимі отримання оптимального прибутку, але і, наприклад, в режимі проникнення на ринок. У останньому випадку ціна збуту може свідомо призначатися нижче оптимальною.

Розглянемо питання про властивості області прибутковості в загальному вигляді. Ця область існує, якщо рівняння  $Q(y) = 0$  має два речовинні позитивні рішення. Таким чином, нам слід вивчити рішення рівняння:

$$R(y) = L/(y - x) \quad (5.33)$$

Досліджуємо це рівняння графічно. Для визначеності зображатимемо функцію  $R(y)$  графіком, що відноситься до лінійної цінової моделі темпу збуту. Зроблені нами висновки будуть справедливими для будь-якої цінової моделі, що характеризується тим, що темп збуту убуває із зростанням ціни, причому у області великих цін темп збуту  $R$  убуває достатньо швидко, щоб в цій області виконувалася умова  $R(y) < L/(y - x)$ . Все детально розглянуті нами раніше цінові моделі задовольняють цій умові.



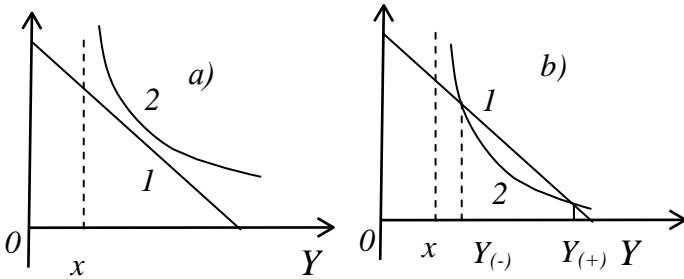


Рисунок 5.11 – Графічний опис рівняння

На рис. 5.11 зображені дві криві. Крива-1 представляє ліву частину рівняння (5.33), тобто функцію  $R(y)$ . Для прийнятої нами тут лінійній моделі вона є прямою лінією. Крива-2 є правою частиною рівняння (5.33), тобто функцію  $L/(y - x)$ . Ця крива є гіперболою, однією асимптотою якої є горизонтальна вісь координат, а другий - пряма вертикальна лінія  $y = x$ . Рис. 5.11 а) відноситься до випадку  $Q_M = Q(y^*) < 0$ , рис. 5.11 б) – до випадку  $Q_M = Q(y^*) > 0$ . Як бачимо, область прибутковості існує тільки при умові  $Q_M > 0$ .

Досліджуємо, як змінюється область прибутковості при зміні параметрів використовуваної цінової моделі.

На рис. 5.12 показані варіанти, що відносяться до зміни і-параметра лінійної цінової моделі темпу попиту. Видно, що ця область існує лише у тому випадку, коли і-параметр перевищує деяке граничне значення. На приведеному малюнку це відбувається при виконанні умови  $R_L > R_L^*$ . У міру подальшого зростання і-параметра область прибутку, виникла в крапці  $y_Q^*$ , розширяється. При цьому величина  $y(+)$  прагне до нескінченності (у моделях без граничної ціни; до них відносяться, наприклад, ізоеластична і експоненціальна

моделі) або до граничної ціни (у моделях з граничною ціною; до них відносяться, наприклад, лінійна, гіперболічна, еліптична моделі). А величина  $y(-)$ , прагне до собівартості  $x$ . На рис. 5.12 область прибутковості обмежено проєкціями на горизонтальну вісь точок перетину ліній.

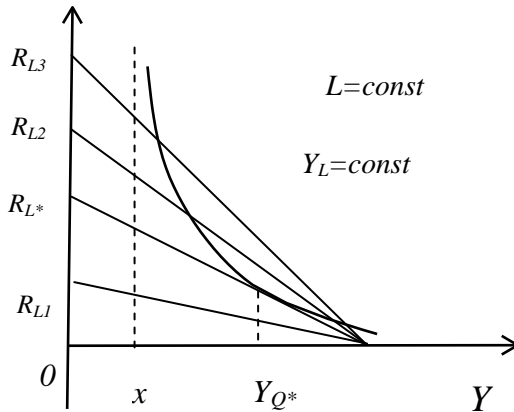


Рисунок 5.12 – Зміни  $i$ -параметра лінійної цінової моделі темпу попиту

### 5.3. Оптимізація діяльності фірми на ринку, що змінюється в часі

Перейдемо до дослідження такої ситуації, коли ринок певного товару очевидним чином змінюється в часі під дією різних причин. Це може бути і загальна зміна кон'юнктури, і поява на ринку продавців-конкурентів, і зростання інтересу покупців до заміщуючих товарів, і зміна сезонів і ін.

Збут товару на нестационарному ринку має істотні відмінності від збуту в умовах стаціонарності. Наприклад, в

умовах, коли зміна стану ринку носить такий характер, що в осяжному майбутньому ринкова діяльність стане неприбутковою, кількість товару, яка можна буде реалізувати на такому ринку, завжди буде обмеженим.

Розгляд, що проводиться нижче, відноситиметься до трьох найсприятливіших варіантів, що представляють найбільший інтерес для підприємця:

- 1) монотонно спадаючий в часі попит;
- 2) попит, обмежений в часі і проходить в часі через один максимум (наприклад, попит на сезонний товар);
- 3) падіння ціни товару при фіксованому рівні попиту;

Звичайно, у всіх вказаних випадках умови збуту менш сприятливі, ніж при стаціонарній ситуації, але це не означає, що від ринку, що змінюється в часі так само, слід відмовлятися. І на такому ринку можна одержати прибуток, і потрібно прагнути до того, щоб узяти при даній ситуації максимум можливого., проте, враховуватимемо, що фактичний час перебування на ринку, що змінюється в часі, у випадках, що розглядаються тут, опиняється обмеженим. І з цього ринку доведеться піти, коли попит на даний товар стане неприпустимо малий. При цьому важливо наперед розрахувати час, протягом якого фірмі є значення знаходитися на даному ринку. І, звичайно, дуже важливо також наперед розрахувати, з якою кількістю товару краще всього виходити на ринок.

Обсягом ринку (для конкретної фірми) називається кількість товару, яка при фіксованій ціні у може бути продано на цьому ринку за весь подальший час, починаючи з вибраного моменту  $t = 0$ . Формально об'єм ринку визначається таким чином:

$$N_M(y) = \int_0^{\infty} R(y,t) dt \quad (5.34)$$

Тут  $R(y,t)$  – темп збуту, істотно залежний на нестаціонарному ринку щонайменше від двох аргументів: ціни продажу і часу. У загальному випадку обсяг ринку є площею фігури, обмеженої лінією  $R(y,t)$  та координатними осями (рис. 5.13)

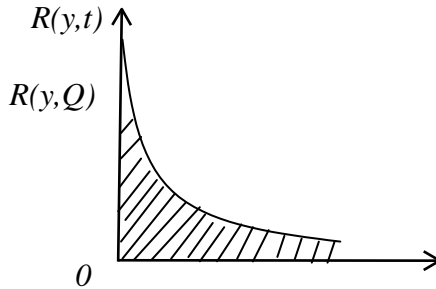


Рисунок 5.13 – Обсяг ринку

Величина  $N_M$  формально може бути нескінченно великою, але на практиці для більшості конкретних товарів завжди буде кінцевою. Природно, тільки у тому випадку, коли об'єм ринку кінцевий, він представляє інтерес як розрахункова величина.

Слід помітити, що при будь-якій формі конкретної залежності темпу збуту  $R$  від часу  $t$  для опису цієї залежності потрібно, як мінімум, два параметри. Один з параметрів повинен відображати рівень попиту в довільно вибраний момент часу (наприклад, у момент часу  $t = 0$ , другий - швидкість зміни попиту. Величини обох параметрів належить

оцінити або шляхом прямого ринкового експерименту, або з якихось розумних міркувань, пов'язаних з попереднім досвідом підприємця.

Зміна в часі кількості товару і прибутку описується рівняннями:

$$dN/dt = -R(y, t) \quad (5.34)$$

$$dB/dt = yR(y, t) - xG(t) - L \quad (5.35)$$

Тут  $G(t)$  – темп закупівель (виробництва) товару; він може залежати від часу.

Приймемо в якості початкових умов, що накладаються на кількість товару і прибуток, такі умови:

$$N(t=0) = N_0; \quad B(t=0) = -xN_0. \quad (5.36)$$

Тоді формальне рішення задачі (4.34) - (4.36) при постійній в часі ціні продажу запишеться так:

$$N(y, t) = N_0 - \int_0^t R(y, t') dt' \quad (5.37)$$

$$B(y, t) = -xN_0 - x \int_0^t G(t') dt' - Lt + y \int_0^t R(y, t') dt' \quad (5.38)$$

При спадаючому в часі попиту і  $G = 0$  якісну залежність прибутку від часу може бути представлено одним з трьох графіків, показаних на рис. 5.14. Тут крива 1 і крива-2 відносяться до випадку  $L < yR(y, 0)$ , а кривая-3 – до випадку  $L > yR(y, 0)$ .

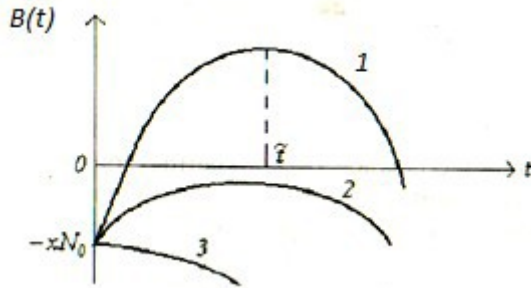


Рисунок 5.14 – Залежність прибутку від часу при спадаючому попиту

Графіки реалізуються залежно від співвідношення між початковою кількістю товару, ціною продажу і параметрами кривої попиту (ці співвідношення ми покажемо нижче для конкретного прикладу). Всі показані тут графіки відносяться до одного і того ж значення  $N_0$ . Криві-1 і 2 досягають максимального значення у момент часу, визначуваний як коріння рівняння:

$$yR(y, t) = L \quad (5.39)$$

Для практики представляє інтерес лише випадок, представлений кривий-1. Звідси видно, що перебування на ринку після моменту  $\hat{t}$  позбавлене значення.

*Питання для самоперевірки*

1. Описати найпростіші моделі функціонування товарного ринку.
2. Якими параметрами характеризується діяльність підприємства на товарному ринку.
3. Яким чином здійснюється оптимізація пропонування товарів та послуг (збуту) на простому стаціонарному товарному ринку.

---

## ТЕМА 6. МОДЕЛІ І МЕТОДИ СЕГМЕНТУВАННЯ РИНКУ

---

- 6.1. Сегментування ринку та його основні принципи.
- 6.2. Особливості збуту (на основі сегментування ринку) при широкому асортименті товару:

### **6.1. Сегментування ринку та його основні принципи.**

**Сегментація** ринків означає суб'єктивну діяльність фахівців в області маркетингу по класифікації потенційних споживачів певних товарів і послуг відповідно до якісних особливостей їх потреб і попиту. Здійснюючи сегментацію і керуючись при цьому певними науковими принципами, маркетологи виявляють існуючі сегменти і тих споживачів, які імовірно характеризуються однаковою реакцією на маркетингові дії фірми. Сегментація ринків дозволяє:

- виявити в максимальному ступені реальні і потенційні потреби покупців;
- зосередити маркетингову діяльність фірми на конкретних групах покупців;
- мінімізувати (раціоналізувати) витрати підприємств на розробку, випуск і реалізацію товарів;
- максимізувати прибуток на одиницю продукції;
- фірмі з невеликими ресурсами успішніше конкурувати з фірмами великих розмірів на спеціалізованих ринках.

Головне ж призначення сегментації – вибрати цільовий ринок фірми.



### ***Критерії ефективного сегментації***

Ефективність сегментації ринку залежить від наступних умов (сформульовані З. Маджаро).

1. Потреби покупців повинні бути гетерогенними, різними, інакше не буде необхідності сегментувати ринок, а основною стратегією стане масовий маркетинг.

2. У кожному сегменті повинен бути достатня схожість в потребах покупців, щоб можна було розробити один комплекс маркетингу для всього сегменту.

3. Сегменти повинні піддаватися кількісному аналізу, бути вимірними. Тільки в цьому випадку можна усвідомлено вибрати цільовий сегмент, оцінивши для нього купівельну здатність споживачів, потенційний обсяг продажів, витрати і прибутки фірми.

4. Принаймні один з сегментів ринку повинен мати достатній потенціал прибутковості, під який розроблятиметься спеціальний комплекс маркетингу. Бажано також, щоб це був сегмент з новим, перспективним попитом.

5. Розміри сегменту повинні бути достатньо великими, щоб фірма, діюча на диференційованій ділянці ринку, змогла забезпечити необхідний обсяг продажів і окупути свої витрати.

6. Споживачі в сегментах повинні бути легко досяжними для продавців.

Найбільш оптимальним деякі фахівці рахують сегмент, де присутні близько 20 % покупців даного ринку, що

придбавають близько 80 % продукції фірми (ще одне прочитання «правила 80/20»).

### ***Вибір змінних для сегментації***

Показники або характеристики покупців (індивідів, груп і організацій), що використовуються для розподілу ринку на сегменти, називаються **змінними сегментації**.

Для споживчих ринків їх групують по чотирьох категоріях: демографічні, географічні, психографічні і поведінкові змінні. Деякі автори додають також економічні (майнові), соціальні і культурні змінні, а також сегментацію ринку по параметрах продукції і основних конкурентах (табл. 6.1).

Таблиця 6.1 – Змінні сегментації споживчих ринків

<p><b>Географічні змінні</b> величина регіону, адміністративний розподіл (місто, сіло), ступінь урбанізації, розмір населених пунктів, віддаленість від підприємства-виробника, кліматичні умови, рельєф, інше</p>	<p><b>Демографічні змінні</b> чисельність населення, щільність населення, вікова структура (піраміда), статевая структура, рівень народжуваності і смертності, національність, етнічні групи, розмір сім'ї, життєвий цикл сім'ї, освітній рівень, професія, род діяльності, мова, інше</p>
<p><b>Економічні (майнові) змінні</b> рівень розвитку країни, динаміка ВВП, рівень доходів населення, рівень споживання, рівень заощаджень, житлові умови, інше</p>	<p><b>Соціальні і культурні змінні</b> соціальне походження, соціальне положення, соціальне оточення, відношення до релігії, відношення до партій і суспільним рухам, звичаї і традиції, інше</p>
<p><b>Психографічні змінні</b> особисті якості (риси вдачі, звички,</p>	<p><b>Поведінкові змінні</b> знання товару і особливостей його</p>

уявлення про самих себе), стиль <b>життя</b> , життєва позиція, інше	використання, споживацькі ситуації, очікувані вигоди від придбання товару, статус користувача, ступінь лояльності до торгової марки виробника, адаптація до нової продукції, чутливість до ціни, інше
<b>Змінні по параметрах продукції</b> ціна товару, якість товару, новизна товару, технічні характеристики продукції, канали збуту, інше	<b>Змінні по конкурентах</b> основні конкуренти фірми і контрольовані ними частки ринку

**Види сегментації.** Сегментація ринку може відбуватися як по одній, так і по декількох змінних.

**Сегментація по одній змінній** є найпростішою і найлегшою формою сегментації для маркетологів.

Подвійна сегментація може здійснюватися методом складання функціональних карт, наприклад, за яким-небудь параметром товару і питомій вазі товару з даним параметром в загальному об'ємі продажів на географічних сегментах ринку.

**Сегментація по багатьох змінних, або множинна сегментація,** проводиться з використанням більш ніж однієї змінної.

## **6.2. Особливості збуту (на основі сегментування ринку) при широкому асортименті товару**

Розглянемо випадок, при якому фірма на стаціонарному ринку веде збут такого товару, який при одному і тому ж функціональному призначенні представлений широким асортиментом, численним набором сортів. Для розрізнення товарів, що мають абсолютно однакове призначення, але відмінних рамками функціональних можливостей, дизайном і

т. п., вводиться характеристика якості. Вважатимемо, що відмінність товарів усередині певної групи, певного типу товарів можна трактувати як відмінність за якістю.

Зручно ввести якість як деяку безрозмірну величину, як якийсь параметр  $q$ , що характеризує як кожен окремий зразок товару, так і кожен сорт товару, і приймаючий різні можливі значення в інтервалі  $0 \leq q \leq \infty$ . Чим більше  $q$ , тим вище якість.

Відзначимо, що чисельну величину цього параметра для кожного виду товару з обшій групи встановлює сам підприємець, орієнтуючись і на собівартість  $x$  і на інші елементи, які можуть показатися привабливими для покупця.

*Наприклад*, фірма «Fabeg» (Італія) веде збут кухонних очищувачів повітря (газових витяжок). Покупцю надається можливість вибирати з доброї сотні типів витяжок різної якості (тобто параметр  $q$  приймає близько 100 різних значень). Ціна продажу при цьому залежно від якості міняється від 60 \$ до 1200 \$ за одиницю товару.

Хоча  $q$  є дискретною величиною, при великій кількості варіантів товару, що розрізняються за якістю, і при малих змінах якості від сорту до сорту зручно розглядати якість  $q$  як формально безперервну величину.

Темп збуту товару, природно, залежить від його якості і пов'язаної з останнім ціни продажу. Для випадку широкої різноманітності сортів, що розглядається, загальний темп збуту  $R$ , що відноситься до всіх типів товару, що охоплює всі можливі рівні якості, не є достатньо інформативною величиною. Слід більше знати про те, якої якості товари усередині даного типу мають великий попит, які менший,

наскільки розрізняється попит на товари різної якості і т.д. Тому у разі широкого асортименту товарів усередині одного типу в розгляд крім загального темпу збуту  $R$  вводиться нова величина, що більш детально характеризує швидкість збуту товару залежно від якості його.

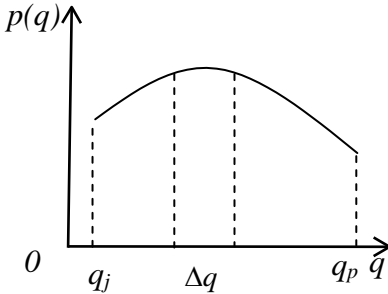


Рисунок 6.1 – Розрахунок темпу збуту

Ця величина називається щільністю темпу збуту  $\rho(q)$  і вводиться так:  $\rho(q)\Delta q$  – темп збуту всіх товарів, якість яких знаходиться в інтервалі від  $q$  до  $q + \Delta q$ . Повний темп збуту  $R$  розраховується як площа під графіком щільності темпу збуту в межах від мінімального  $q_1$  до максимального  $q_2$  якості :

$$R = \int_{q_1}^{q_2} \rho(q) dq \quad (6.1)$$

Таким чином, ми фактично виходимо за межі моделі простого збуту, оскільки темп збуту явним чином залежить не тільки від ціни, але і від якості товару.

**Приклад.** Нехай в інтервалі  $1 < q < 5$  щільність темпу збуту має вигляд, показаний на рис. 5.2.

Тоді  $\Delta q = 4$  і загальний темп збуту товару в цьому інтервалі  $\Delta R = [(100/\text{дн.} + 90/\text{дн.})/2] * 4 = 380/\text{дн.}$

### *Збут престижного товару*

Престижним ми називаємо такий товар, інтерес покупців до якого гранично малий при низькій якості і різко зростає у міру збільшення його якості. Зрозуміло, цей інтерес декілька стримується збільшенням ціни, супутнім збільшенню якості. Керуючись такими міркуваннями, моделюємо функцію  $\rho(q)$  такою формою:

$$\rho(q) = q^\mu \rho_0 \exp[-y(q)/w] \quad (6.2)$$

У основу даної форми встановлена експоненціальна цінова модель. Прийнята тут форма щільності темпу збуту не є єдиною можливою, але ми обмежимося лише нею однією.

У приведеному виразі для щільності темпу збуту чинник  $\rho_0$  виконує роль ринкового і-параметра (параметра інтересу), а величина  $w$  є р-параметром (параметром, що встановлює допустиму область цін продажу). Розмірність величини  $\rho_0$  така ж, як і повного темпу збуту:  $[\rho_0] = 1/\text{дн}$ . У разі престижного товару безрозмірний показник  $\mu$  позитивний і є ще одним ринковим параметром. Він показує, наскільки швидко зростає інтерес до товару у міру збільшення якості цього товару. Присутня і формулі (6.2) функція  $y(q)$  є ціною продажу одиниці товару; вона залежить заданим чином від якості  $q$ .

Питання про фактичний розподіл товару за якістю завжди розв'язується самою фірмою, що виходить зі своїх власних уявлень про достоїнства і недоліки товару, а, отже, про якість його. Тут же ми для визначеності вважатимемо, що фірма встановила градацію якості за однією лише собівартістю

товару і прийняла простий варіант: якість пропорційно індивідуальної собівартості одиниці товару. Таким же чином і ціна продажу товару теж встановлюється пропорційною його якості. В результаті прийнята залежність собівартості  $x$  і ціни продажу  $y$  від якості  $q$  у вигляді лінійних форм, що відображають просту пропорційну залежність:

$$\begin{aligned} x(q) &= qx_0, \\ y(q) &= qy_0 \end{aligned} \quad (6.3)$$

Тут  $x_0$  і  $y_0$  - собівартість і ціна продажу товару з якістю  $q=1$ . Назвемо такий товар опорним, а собівартість і ціну продажу одиниці цього товару - опорними цінами. При цьому, як бачимо, для будь-якого значення якості  $q$  зберігається постійне, рівне опорному, відношення ціни продажу і собівартості:

$$y(q)/x(q) = y_0/x_0 \quad (6.4)$$

Підприємець сам встановлює, якому варіанту товару приписати якість  $q=1$ . Можна, зокрема, приписати його найдешевшому товару, хоча звичайно зручніше це значення приписати деякому товару з проміжною якістю. Після того, як значення  $q = 1$  встановлено, тим самим автоматично чисельно визначена величина опорної ціни  $x_0$  (адже всі собівартості добре відомі підприємцю). При цьому одразу ж встановлюються межі зміни якості. Опорну ціну продажу  $y_0$  підприємець теж встановлює сам або знаходить за допомогою спеціально організованого експерименту.

Надалі ми користуємося моделлю (6.2), (6.3) і вважаємо:

$$\begin{aligned} q_{min} &\rightarrow 0 \\ q_{max} &\rightarrow \infty \end{aligned} \quad (6.5)$$

Остання умова сильно спрощує остаточні вирази. При необхідності можна обійтися і без нього, але ми такий випадок через його громіздкість тут розглядати не будемо. Повний темп збуту згідно формулам (6.1), (6.3) - (6.5):

$$R = \Pi(\mu)\rho_0(w/y_0)^{\mu+1} \quad (6.6)$$

Повний темп виручки:

$$g = \int_{q_1}^{q_2} y(q) \rho(q) dq = (\mu + 1)\Pi(\mu)\rho_0 y_0 (w/y_0)^{\mu+2} \quad (6.7)$$

Загальний темп прибутку:

$$\begin{aligned} Q &= \int_{q_1}^{q_2} [y(q) - x(q)] \rho(q) dq - L = \\ &= (\mu + 1)\Pi(\mu)\rho_0(y_0 - x_0)(w/y_0)^{\mu+2} - L \end{aligned} \quad (6.8)$$

Тут

$$\Pi(\mu) = \mu! = \int_0^{\infty} z^{\mu} \exp(-z) dz \quad (6.9)$$

При розрахунках може виявитися також корисною наступна рекурентна формула:

$$\Pi(\mu - 1) = \Pi(\mu)/\mu \quad (6.10)$$



З виразу (6.2) видно, що прийнята цінова модель щільності темпу збуту містить три параметри:  $\rho_0$ ,  $\mu$ ,  $w$ . Для того, щоб організувати збут товару оптимальним чином, необхідно задалегідь за допомогою маркетингового експерименту знайти ці параметри. Розглянемо один з можливих варіантів ринкового експерименту. Він починається з того, що належним чином вибрана опорна собівартість  $x_0$  і довільно встановлюється деяка опорна ціна продажу  $y_0 > x_0$ . Тим самим згідно формулі (6.3) визначена ціна продажу товару будь-якої якості. Після цього в ході звичного збуту товарів реєструється, якої якості товар характеризується найбільшим приватним темпом збуту. Позначимо цю якість символом  $q_M$  (рис. 6.2). Реєструються також повний темп збуту  $R$  і повний темп виручки  $g$ . Відомі, вимірні величини  $R$ ,  $g, y_0$  і  $q_M$  дозволяють знайти ринкові параметри  $w$ ,  $\rho_0$  і  $\mu$ . Вони розраховуються по таких формулах, наступних з формул (6.6) - (6.7):

$$\mu = y_0 R (\mu + 1) q_M / g \quad (6.11)$$

$$w = g / R (\mu + 1) \quad (6.12)$$

$$\rho_0 = (\mu / q_M)^{\mu+1} R / \Pi(\mu) \quad (6.13)$$

Якщо в реальних умовах наближення (6.5) не виконується, робочі розрахункові формули (вони існують) є вельми громіздкими, оскільки в них явним чином входять спеціальні функції від величин  $q_{min}$  і  $q_{max}$ .

Визначимо середню ціну збуту  $\langle y \rangle$  формулою:

$$\langle y \rangle = g / R \quad (6.14)$$

З формул (6.11) і (6.12) видно, що для даної моделі (6.2), (6.3) набувають виду:

$$\langle y \rangle = (\mu + 1)w \quad (6.15)$$

Відзначимо, що в даному випадку середня ціна продажу не залежить від опорної ціни  $y_0$ . З формули (6.8) виходить вираз для оптимальної опорної ціни продажу:

$$y_0^* = x_0(\mu + 2)/(\mu + 1) \quad (6.16)$$

Їй відповідає максимальний темп прибутку:

$$Q(y_0^*) = x_0 \Pi(\mu) \rho_0 [(\mu + 1)w / (\mu + 2)x_0]^{\mu+2} - L \quad (6.17)$$

Знаючи параметри розподілу збуту за якістю, ми тепер можемо розрахувати очікуваний темп збуту в будь-якому інтервалі якостей, що цікавить нас. Так, темп збуту товарів, якість яких знаходиться усередині деякого інтервалу  $q_a < q < q_b$ , визначається виразом:

$$\Delta R(q_a; q_b) = S(q_a < q < q_b) \quad (6.18)$$

Розглянемо інший варіант встановлення фірмою розподілу цін збуту за якістю (він більш близький до розглянутого раніше випадку збуту товару однієї якості). Замість виразів (6.3), що задають цей розподіл, вибираємо такі:

$$x(q) = qx_0, y(q) = x(q) + u = qx_0 + u \quad (6.19)$$

Як бачимо, в даному випадку ціна продажу встановлюється шляхом єдиної націнки до собівартості. Тоді форма щільності темпу збуту відповідно до формули (6.2) має вигляд:

$$\rho(q) = q^\mu \rho_0 \exp\left[-(qx_0 + u) / v\right] \quad (6.20)$$

де  $v$  – ринковий  $p$ -параметр.

Повний темп збуту  $R$ , темп виручки  $g$  і темп прибутку  $Q$  тепер запишуться так:

$$R = (v/x_0)^{\mu+1} \rho_0 \exp[-(u/v)] \Pi(\mu) \quad (6.21)$$

$$g = (v/x_0)^{\mu+1} \rho_0 [v(\mu + 1) + u] \exp[-(u/v)] \Pi(\mu) \quad (6.22)$$

$$Q(u) = u(v/x_0)^{\mu+1} \rho_0 \exp[-(u/v)] \Pi(\mu) - L \quad (6.23)$$

З цих формул видно, що для моделі розподілу цін збуту, що розглядається тут, за якістю середня ціна збуту  $\langle y \rangle$  визначається співвідношенням (6.14), приймає такий вигляд:

$$\langle y \rangle = g/R = v(\mu + 1) + u \quad (6.24)$$

Неважко переконатися, що величина  $Q(u)$  досягає максимуму при націнці:

$$u=v. \quad (6.25)$$

При цьому загальний темп прибутку досягає максимуму і дорівнює:

$$Q(v) = v(v/x_0)^{\mu+1} \rho_0 \exp[-1] \Pi(\mu) - L \quad (6.26)$$

Для того, щоб мати нагоду вести конкретні оптимізаційні розрахунки, необхідно знайти чисельні значення параметрів  $\mu$ ,  $v$  і  $\rho_0$ . Їх можна одержати, провівши збут при двох різних значеннях націнки  $u$  (див. формули 6.19)).

Вважатимемо, що при досвіді з націнкою  $u_1$  повний темп збуту дорівнював  $R$ , а темп виручки –  $g_1$ . Так само націнці  $u_2$  відповідали величини  $R_2$  і  $g_2$ . Тоді на основі виразів (6.21) і (6.22) одержуємо наступні розрахункові формули:

$$v = (u_2 - u_1) / \ln(R_1/R_2) \quad (6.27)$$

$$\mu = [(g_1/R_1) - u_1] / v - 1 \quad (6.28)$$

$$\rho_0 = R_1(x_0/v)^{\mu+1} \exp(u_1/v) / \Pi(\mu) \quad (6.29)$$

Цікаво порівняти вирази (6.17) і (6.26) для оптимального темпу прибутку, одержані при різних підходах до формування розподілу ціни збуту за якістю. Для спрощення запису порівнюватимемо не самі величини  $Q$ , а темпи доходу  $r=Q+L$ . Одержуємо:

$$r(v)/r(y_0^*) = C(\mu) = [(\mu + 2)/(\mu + 1)]^{\mu+2} \exp(-1) \quad (6.30)$$

Неважко переконатися, що  $C(\mu) > 1$ ; при цьому

$$C(0) = 4 \exp(-1) \approx 1.4716, C(\infty) = 1 \quad (6.31)$$

Таким чином, варіант з постійною націнкою (див. формули (6.17)) в рамках моделі (6.2) обіцяє декілька вищий темп прибутку, ніж варіант, що задається формулою (6.3). Проте виграшний варіант ускладнюється необхідністю провести попередній експеримент по збуту при різних цінах (точніше, при різних націнках  $u_1$ ).

### ***Збут товарів широкого споживання***

Тут розглядається випадок, при якому залежність щільності темпу збуту  $p$  від якості  $q$  є скрізь монотонною, тим принципово відрізняючись від немонотонної залежності, характерної для раніше розглянутого престижного товару.

Цю залежність ми можемо як і раніше моделювати формою (6.2), вважаючи при цьому величину  $\mu$  негативної, а, точніше, що знаходиться в межах  $-1 < \mu < 0$ . Це означає, що основна маса споживачів не стільки цікавиться якістю, скільки можливістю придбати товар за невисокою ціною. Розподіл ціни за якістю знову приймаємо у формі (6.3).

У випадку, що розглядається тут, ми маємо повну нагоду як і раніше користуватися формулами (6.6) - (76.8) і (6.14) - (6.17), але, зважаючи на монотонність графіка  $\rho(q)$  і відсутності репера  $q_M$ , не можемо для знаходження ринкових параметрів  $\mu$ ,  $w$  і  $p_0$  користуватися формулами (6.11) - (6.13). Тут необхідно провести експериментальний збут товару при двох різних опорних цінах  $y_{01}$  і  $y_{02}$ . Помітимо, що для перевірки застосовності прийнятої нами моделі (6.2) розподілу ціни продажу за якістю слід переконатися, що середня ціна збуту не залежить від вибору опорної ціни (див. формулу (6.15)).

Опишемо можливу в даному випадку процедуру мінімального маркетингового експерименту. У ході експерименту реєструватимемо відповідні кожній опорній ціні повний темп збуту і повний темп виручки. У результаті ми одержимо два набори чисел:

$$y_{01}, R_1, g_1; y_{02}, R_2, g_2 \quad (6.32)$$

Тоді за допомогою виразів (6.6) і (6.7) приходимо до таких розрахункових робочих формул:

$$\mu = \ln(R_1/R_2) / \ln(y_{02}/y_{01}) - 1 \quad (6.33)$$

$$w = (g_1/R_1) \ln(y_{02}/y_{01}) / \ln(R_1/R_2) \quad (6.34)$$

$$\rho_0 = R_1(y_{01}/w)^{\mu+1} / \Pi(\mu) \quad (6.35)$$

Крім моделі (6.3), що дає один з багатьох можливих способів розподілу ціни продажу за якістю, в певних випадках може опинитися більш відповідною модель (6.19). Вибір серед цих двох можливостей здійснюється шляхом простого розрахунку. Складемо дві такі комбінації:

$$U_1 = g_1 R_2 / g_2 R_1 \quad (6.36)$$

$$U_2 = [(g_1/R_1) - y_1 + x_1] / [(g_2/R_2) - y_2 + x_2] \quad (6.37)$$

Якщо з цих величин ближча до одиниці величина  $U_1$ , тоді краще працює модель (6.3). Якщо ж до одиниці ближча величина  $U_2$ , краще скористатися моделлю (6.19).

### ***Продаж товарів взаємозамінників***

У тому випадку, коли на ринку представлені товари взаємозамінники, необхідно враховувати, що збут одного з них

в більшості випадків явно скорельований із збутом іншого, наприклад, залежить від попиту на інший товар, від ціни другого товару, від сумарного бюджету покупців. Для європейської країни з низьким рівнем економічного розвитку такими взаємозаміщуючими продуктовими товарами є, наприклад, картопля і борошняні вироби. Можна також вказати на особливості одночасного збуту різноманітних цитрусових плодів або напоїв, алкогольних і безалкогольних.

При розгляді взаємозаміщення можна виділити два типи товарів, що відносяться сюди. Першим типом є загальне взаємозаміщення, при якому в заміщенні беруть участь хоча і близькі, але все таки різні товари (наприклад фрукти різних видів або вказана вище пара картопля-хліб). Тут при виборі відсотка заміщення покупець керується власними міркуваннями про споживацьку цінність того або іншого товару. Другим типом взаємозаміщення, повним взаємозаміщенням, є вибір покупцем серед товарів одного і того ж типу той, який більше відповідає можливостям покупця. Так повністю може замістити одна марка телевізора, холодильника, автомобіля іншу марку того ж товару.

#### А. Загальне взаємозаміщення

##### А. 1. Фіксований бюджет покупця

Тут розглядається ситуація, коли одна і та ж потреба покупця може бути задоволена товарами різними, але близькими по суті потреби. У цьому розділі ми припускатимемо, що є група товарів, вибір з яких для покупця не дуже принциповий і носить до певної міри випадковий характер. За відсутності якогось товару з даної групи покупець порівняно легко задовольняється іншим взаємозаміщуючим

товаром в межах тієї суми, яку покупець має намір витратити на задоволення цілком певної потреби. Якщо всі взаємозамінюючі товари представлені в широкому асортименті, покупець різноманітності ради швидше за все придбає декілька різновидів взаємозаміщючих товарів.

Продавець в подібній ситуації повинен будувати свою тактику на тому, щоб настирливо пропонувати покупцю найвигідніші для фірми товари з групи взаємозаміщення. Нижче ми постараємося відповісти на питання, як на практиці встановити, які зі взаємозаміщючих товарів найбільш вигідні для фірми.

Вважатимемо, що взаємозаміщючі товари утворюють групу з  $R$  різних товарів. Величину

$$B_C = y_1 N_1 + y_2 N_2 + y_3 N_3 + y_4 N_4 + \dots + y_K N_K \quad (6.38)$$

назвемо бюджетом покупця і вважатимемо її відомою, постійною величиною. Тут  $y_i$  – відпускна ціна одиниці  $i$ -го товару,  $N_i$  – кількість одиниць цього товару, що придбається в рамках бюджету покупця.

Маржа продавця при покупці загальною ціною  $B_C$  рівна

$$M = (y_1 - x_1)N_1 + (y_2 - x_2)N_2 + (y_3 - x_3)N_3 + \dots + (y_K - x_K)N_K, \quad (6.39)$$

де  $x_i$  – собівартість одиниці  $i$ -го товару.

Наша задача при заданих цінах  $x_i$  і  $y_i$  і фіксованому бюджеті  $B_C$  підібрати той вид товару, який забезпечить продавцю найбільшу величину маржі  $M$ .



У системі координатних осей  $ON_1, ON_2, \dots, ON_K$  формула для бюджету (6.38) є формулою площини в  $K$ -мірному просторі. При двох взаємозаміщючих товарах ( $K=2$ ) це пряма лінія (т.з. бюджетна лінія, рис. 6.2).

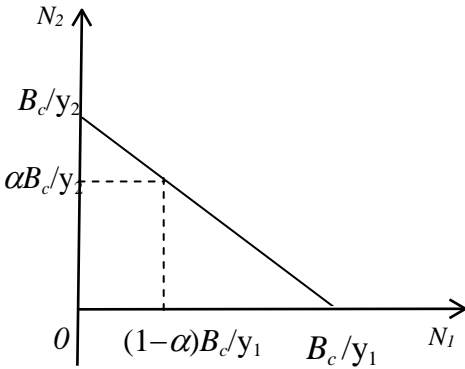


Рисунок 6.2 – Бюджетна лінія

При трьох взаємозаміщючих товарах ( $K = 3$ ) це площина в тривимірному просторі (бюджетна площина, рис. 6.3).

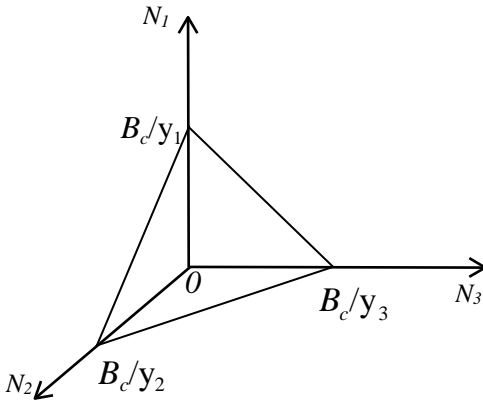


Рисунок 6.3 – Бюджетна площина

Почнемо з дослідження простого випадку:  $K = 2$ . Кожна крапка на бюджетній лінії, показаній на рисунку 5.7, відповідає бюджету покупця, рівному  $B_C$ . Крайні крапки на бюджетній лінії відносяться до збуту товару тільки одного найменування. Проміжні крапки відносяться до збуту обох товарів в деякій пропорції:

$$\alpha = 1 - y_1 N_1 / B_C = y_2 N_2 / B_C; 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (6.40)$$

Введемо такі позначення:

$$g_1 = x_1 / y_1; g_2 = x_2 / y_2. \quad (6.41)$$

Природно, величини  $g_1$ , і  $g_2$  менше одиниці.

Дослідження показує, що при  $g_2 > g_1$  продавцю вигідно збільшувати величину  $N_1$  до найбільшого можливого значення, рівного  $B_C / y_1$ . При цьому  $N_2 = 0$  (рис. 6.2). Маржа продавця в цьому випадку:

$$. M = B_C(1 - g_1) = B_C(1 - x_1 / y_1) \quad (6.42)$$

При  $g_2 < g_1$ , продавцю вигідно зменшувати величину  $N_1$  до якнайменшого значення, тобто до нуля. При цьому  $N_2 = B_C / y_2$ , і маржа

$$. M = B_C(1 - g_2) = B_C(1 - x_2 / y_2) \quad (6.43)$$

Висновок: з двох взаємозаміщуючих товарів фірмі потрібно тримати у продажу в основному той товар, у якого відношення  $x/y$  найменше.

Отже, в рамках фіксованого бюджету покупця оптимумом для продавця виявилася не найбільша різниця ціни продажу і собівартості  $y-x$ , а їх найменше відношення  $x/y$ .

Якщо  $g_1 = g_2$ , маржа не залежить від того, в якій пропорції представлені взаємозаміщуючі товари. На рис. 6.4 показана залежність маржі від пропорційного відношення товарів.

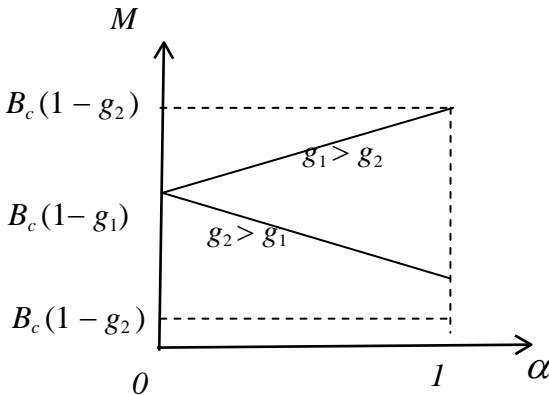


Рисунок 6.4 – Залежність маржі від пропорційного відношення товарів

Дослідження загальнішого випадку, коли взаємозаміщуючих товарів три і більше ( $R > 2$ ), показує, що при будь-якій кількості взаємозаміщуючих товарів найвигіднішим для продавця при фіксованому бюджеті покупця є той товар, для якого відношення  $x/y$  є найменшим.

*А.2. Загальне взаємозаміщення в умовах конкуренції цін*

Для простоти тут ми обмежимося розглядом лише однієї пари взаємозаміщуючих товарів (привласнимо їм номери 1 і 2). Темпи збуту першого і другого товарів позначимо відповідно  $R_1$  і  $R_2$ , а їх ціни продажу символами  $y_1$  і  $y_2$ .

Спершу спробуємо уявити собі якісно, як залежить, наприклад, темп збуту від цін  $y_1$  і  $y_2$  (рис. 6.5). Залежність темпу збуту першого товару від його ж власної ціни має цілком стандартний вигляд (рис 6.5а)). В той же час залежність темпу збуту одного товару від ціни іншого носить абсолютно інший характер (рис. 6.5 б)). Якщо ціна іншого товару дуже мала, збут першого товару, природно, буде зовсім незначним. При високій ціні другого товару, його ціна, легко зміркувати, перестас скільки-небудь помітно впливати на збут першого (крива виходить на насичення).

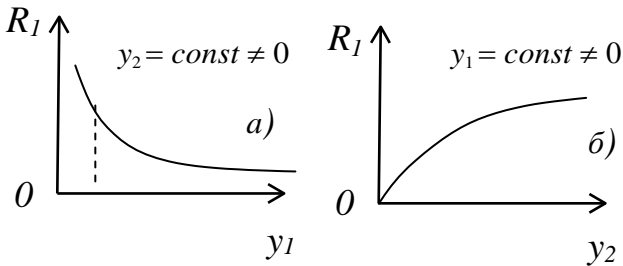


Рисунок 6.5 – Залежність темпу збуту товару від ціни

Одна з можливих математичних моделей така:

$$R_1(y_1, y_2) = [y_2 / (y_1 + y_2)] C_1 (1 - y_1 / b_1) \quad (6.44)$$

$$R_2(y_1, y_2) = [y_1 / (y_1 + y_2)] C_2 (1 - y_2 / b_2) \quad (6.45)$$

Тут  $0 \leq p_1 \leq b_1$ ,  $0 \leq p_2 \leq b_2$ .

Проте вирази (6.44) і (6.45) незручні для наочного аналітичного дослідження. Тому ми тут обмежимося простішими моделями ( $0 \leq p_1 \leq b_1$ ,  $0 \leq p_2 \leq b_2$ ):

$$R_1(y_1, y_2) = [y_2/b_2]C_1(1 - y_1/b_1) \quad (6.46)$$

$$R_2(y_1, y_2) = [y_1/b_1]C_2(1 - y_2/b_2) \quad (6.47)$$

Тут величини  $R_1$  і  $R_2$  мають розмірність темпу збуту, а величини  $b_1$  і  $b_2$  – розмірність ціни. Таким чином, ми маємо справу з чотирма ринковими параметрами, що підлягають визначенню експериментальним шляхом.

*Експериментальне знаходження ринкових параметрів*

Вважатимемо, що в ході першого проведеного фірмою експерименту перший товар продавався за ціною  $y_1$  (1), а другий – за ціною  $y_2$  (1). При цьому було знайдено, що перший товар збувається в темпі  $R_1$  (1,1), а другий – в темпі  $R_2$  (1,1). Другий хід експерименту полягав у встановленні нових цін  $y_1$  (2) і  $y_2$  (2). При цьому зареєстровані інші темпи збуту першого і другого товарів. Позначимо їх, відповідно,  $R_1$  (2,2) і  $R_2$  (2,2). Використовуючи одержані в ході дослідження числа, розраховуємо ринкові параметри  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $C_1$  і  $C_2$  по таких робочих формулах:

$$\begin{aligned} b_1 &= A/B; \quad b_2 = L/Q \\ C_1 &= AL/Q\{y_2(1)y_2(2)[y_1(1) - y_1(2)]\} \\ C_2 &= AL/Q\{y_1(1)y_1(2)[y_2(1) - y_2(2)]\} \end{aligned} \quad (6.48)$$

Тут

$$\begin{aligned} A &= R_1(2,2)y_1(1)y_2(1) - R_1(1,1)y_1(2)y_2(2) \\ B &= R_1(2,2)y_2(1) - R_1(1,1)y_2(2) \\ L &= R_2(2,2)y_2(1)y_1(1) - R_2(1,1)y_2(2)y_1(2) \end{aligned}$$

$$Q = R_2(2,2)y_1(1) - R_2(1,1)y_1(2)$$

### *Оптимальні ціни збуту*

Знаючи величину ринкових параметрів, ми маємо нагоду вирішити питання про найкращу ціну збуту, що забезпечує максимальний темп прибули. З'являється можливість розрахувати і цей максимальний темп теж.

Запишемо загальний вираз для темпу прибутку, одержуваного в ході реалізації фірмою обох взаємозаміщуючих товарів одночасно:

$$\begin{aligned} Q &= (y_1 - x_1)R_1(y_1, y_2) + (y_2 - x_2)R_2(y_1, y_2) - L = \\ &= (y_1 - x_1)[y_2/b_2]C_1(1 - y_1/b_1) + \\ &+ (y_2 - x_2)[y_1/b_1]C_2(1 - y_2/b_2) - L \end{aligned} \quad (6.49)$$

Тут  $x_1$  і  $x_2$  – собівартості одиниць першого і другого товарів, відповідно,  $L$  – загальний темп поточних витрат.

Дослідження виразу (6.49) показує, що найбільший загальний темп прибутку забезпечать ціни  $y_1^*$  і  $y_2^*$ , що є розв'язком такої системи рівнянь:

$$\begin{aligned} 2y_1 &= b_1 + x_1 + C_2(y_2 - x_2)(b_2 - y_2)/C_1y_2 \\ 2y_2 &= b_2 + x_2 + C_1(y_1 - x_1)(b_1 - y_1)/C_2y_1 \end{aligned} \quad (6.50)$$

### *Отримання найбільшої виручки*

Розрахунки по максимізації темпу виручки  $g$  можна довести до кінця в аналітичному вигляді. У випадку, що розглядається тут

$$\begin{aligned}
 g &= y_1 R_1(y_1, y_2) + y_2 R_2(y_1, y_2) = \\
 &= (y_1 y_2) [(1/b_2) C_1 (1 - y_1/b_1) + (1/b_1) C_2 (1 \\
 &\quad - y_2/b_2)]
 \end{aligned} \tag{6.51}$$

Розрахунок показує, що величина  $\S$  досягає найбільшого значення при таких цінах:

$$\begin{aligned}
 y_1^{**} &= (b_1 C_1 + b_2 C_2) / 3 C_1 \\
 y_2^{**} &= (b_1 C_1 + b_2 C_2) / 3 C_2
 \end{aligned} \tag{6.52}$$

При цих оптимальних цінах:

$$g(y_1^{**}, y_2^{**}) = (b_1 C_1 + b_2 C_2)^3 / 27 C_1 C_2 b_1 b_2 \tag{6.53}$$

Дослідження показує, що тримати обидва товари у продажу одночасно має сенс лише у разі, коли виконується ланцюг нерівностей

$$1/2 < C_1 b_1 / C_2 b_2 < 2 \tag{6.54}$$

У разі  $C_1 b_1 / C_2 b_2 < 1/2$  фірмі слід зняти з продажу перший товар і обмежитися одним лише збутом другого. У разі  $C_1 b_1 / C_2 b_2 > 2$ , навпаки, слід зняти з продажу другий товар і обмежитися збутом першого.

### *Питання для самоперевірки*

1. Загальні положення сегментації ринку.
2. Особливості збуту престижного товару.

3. Характеристики збуту товарів широкого споживання.
4. Особливості продажу товарів взаємозамінників.



---

## ТЕМА 7

### МОДЕЛЮВАННЯ ПОПИТУ І ПОВЕДІНКИ СПОЖИВАЧІВ

---

- 7.1. Математична модель раціональної поведінки споживача на ринку товарів.
- 7.2. Функція попиту та функція граничної вартості грошей.
- 7.3. Основне рівняння теорії споживання.
- 7.4. Еластичність попиту за цінами та доходом. Перехресна еластичність.

#### **7.1. Математична модель раціональної поведінки споживача на ринку товарів**

Кожна людина (споживач) виступає як учасник голосування і використовує свої гроші як голоси, що примушують виробляти ті речі, які вона потребує, її голоси конкурують із голосами інших людей, і той, хто має найбільшу кількість голосів, у кінцевому підсумку здійснює визначальний вплив на те, що виробляється, і куди йдуть вироблені товари. Завдання полягає в тому, щоб проаналізувати і дослідити, як відбувається це витрачання грошових голосів, і, в першу чергу, з'ясувати, як залежить попит на різні товари при зміні на них цін і доходів споживача.

Безперечно, передумовою можливості проведення такого аналізу є допущення про існування вільного ринку і про раціональний характер поведінки індивідуумів на ринку товарів, що є, безумовно, допустимою ідеалізацією практики, без чого були б неможливі дослідження будь-якого процесу.

Зважаючи на визначальний вплив попиту на виробництво, розглянемо і проаналізуємо проблему впливу змін цін і доходу на попит.

### 1. Математична модель раціональної поведінки споживача на ринку товарів

Індивіди (домашні господарства тощо) споживають різноманітні споживчі вартості (товари, послуги, блага), щоб у відповідь на виниклі в них бажання отримати корисний ефект або, іншими словами, задовольнити ці бажання. Нехай домашнє господарство споживає  $n$  видів благ (товарів) відповідно в кількостях  $x_1; x_2; \dots; x_n$ .

$n$  – вимірний вектор  $x = (x_1; x_2; \dots; x_n)$  називають планом споживання. Господарство порівнює вектор споживання (набір споживчих благ)  $a = (x_1^a; x_2^a; \dots; x_n^a)$  з іншим вектором споживання  $b = (x_1^b; x_2^b; \dots; x_n^b)$  і оголошує одне з таких

висловлювань:

- а) вектор  $a$  має перевагу над вектором  $b$ ;
- б) вектор  $b$  має перевагу над вектором  $a$ ;
- в) вектори  $a$  і  $b$  рівноважні (споживачу байдуже, який з векторів  $a$  чи  $b$  вибрати).

Функцію  $u = u(x) = u(x_1; x_2; \dots; x_n)$ , на підставі якої споживач обирає одне з висловлювань а), б) чи в), називають функцією або, інакше кажучи, індексом корисності, яку споживач може отримати від споживання благ, заданих вектором  $x = (x_1; x_2; \dots; x_n)$ .

В загальному виді в неокласичному розумінні функція корисності – це двічі неперервно диференційована функція, що задовольняє гіпотезу про спадання граничної корисності. Якщо зафіксувати споживання всіх благ, крім  $j$ -го, на сталому

рівні, а споживання  $j$ -го блага збільшити, то корисність для домашнього господарства буде зростати (тобто гранична корисність  $\frac{\Delta u}{\Delta x_j} > 0$ ). Разом з тим ця корисність не буде зростати в тому ж степені, що й об'єм споживання (тобто  $\frac{\Delta \frac{\Delta u}{\Delta x_j}}{\Delta x_j} < 0$ ), в чому й полягає зміст спадної граничної корисності. Математично цю економічну умову (гіпотезу) для функції корисності можна записати таким чином:

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} > 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} < 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (7.1)$$

Слід зауважити, що побудова конкретної функції корисності для окремого індивіда є однією із самих складних проблем економічної науки.

Рациональною поведінкою споживача на ринку товарів (благ) в неокласичному розумінні вважають таку, при якій споживач обирає (при його бюджетних можливостях) такий вектор споживчих товарів, який приносить йому найбільшу користь, тобто його функція корисності набуває максимального значення.

Отже, математичну модель про раціональну поведінку споживача на ринку товарів можна сформулювати (описати) таким чином.

### ***Задача про раціональну поведінку споживача***

Вважаємо, що ми маємо скінчену множину товарів  $n$ , об'єми споживання кожного виду товарів

$x = (x_1; x_2; \dots; x_n), x \in X \subset \mathbb{R}^n$ , де  $\mathbb{R}^n$  – простір товарів,  $x \geq 0$ .

Розглянемо неокласичну задачу споживання. Вона пов'язана з раціональним вибором набору матеріальних благ та послуг споживачем при заданій функції корисності  $u(x)$  та бюджетному обмеженні:

$$u(x) \rightarrow \max x \cdot p \leq I, x \in X \subset \mathbb{R}^n, x \geq 0 \quad (7.2)$$

Умови існування та єдиності розв'язку задачі (7.2) дає теорема Куна-Таккера. У випадку диференційованості функції корисності  $u(x)$  ця теорема формулюється таким чином.

Для того щоб  $x^*$  був розв'язком задачі (7.2) необхідно і достатньо, щоб для функції Лагранжа  $L(x, \lambda) = u(x) + \lambda(I - xp)$  існував множник  $\lambda^*$ , для якого виконувалися б умови:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(x^*, \lambda^*)}{\partial x} &\leq 0, \quad \diamond x^*, \quad \frac{\partial L(x^*, \lambda^*)}{\partial x} \diamond = 0, \quad x^* \geq 0, \\ \frac{\partial L(x^*, \lambda^*)}{\partial \lambda} &\geq 0, \quad \diamond x^*, \quad \frac{\partial L(x^*, \lambda^*)}{\partial \lambda} \diamond = 0, \quad \lambda^* \geq 0 \end{aligned} \quad (7.3)$$

На підставі цієї теореми умови оптимальності розв'язку  $x^*$  для задачі (7.2) матимуть вигляд:

$$\begin{cases}
 \frac{\partial L(x^*, \lambda^*)}{\partial x} = u'(x^*) - \lambda^* \cdot p \leq 0 \\
 \frac{\partial L(x^*, \lambda^*)}{\partial \lambda} = 1 - x^* \cdot p \geq 0 \\
 x^* = (u'(x^*) - \lambda^* \cdot p) \cdot (x^*)^T = 0 \\
 \frac{\partial L(x^*, \lambda^*)}{\partial x} \cdot \lambda^* = \lambda^* \cdot (1 - x^* \cdot p) = 0 \\
 x^* \geq 0, \lambda^* \geq 0
 \end{cases} \quad (7.4)$$

де  $u'(x^*) = \begin{matrix} \frac{\partial u}{\partial x_1} & \frac{\partial u}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial u}{\partial x_n} \end{matrix} ; \quad \frac{\partial u}{\partial x_i} \Big|_{x=x^*}$

Будемо вважати, що споживач закуповує всі види товарів (у супротивному випадку можна зменшити розмірність простору товарів, вилучивши з розгляду товари, що не купуються). Тоді в умовах оптимальності (7.4) вперших двох нерівностях виконуватимуться рівності. Тому з першої умови системи (7.4) дістанемо  $u'(x^*) - \lambda^* \cdot p = 0$  або в розгорнутому вигляді  $\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_i} = \lambda^* \cdot p_i, i = 1, n$ . Оскільки  $\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_i}$  дорівнює частинній граничній корисності  $(Mu_i(x^*))_{i=1, n}$  і-го товару, тоді маємо, що відношення частинних граничних корисностей до відповідних цін є сталим:

$$\frac{Mu_i(x^*)}{p_i} = \lambda^*, x^* > 0, i = 1, n \quad (7.5)$$

Тому  $\lambda^*$  можна трактувати як граничну вартість грошей.

Таким чином, необхідні та достатні умови (7.4) оптимальності розв'язку  $x^*$  задачі (7.2) про раціональну поведінку споживача набувають вигляду системи рівнянь:

$$\diamond u(x^*) - \lambda^* \cdot p = 0 \quad (7.6)$$

Система рівнянь (7.4) складається з  $n+1$  рівняння, з яких можна однозначно визначити  $n+1$  невідоме  $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*, \lambda^*$

## 7.2. Функція попиту та функція граничної вартості грошей

Якщо ж ціна  $p$  може бути вибрана з множини цін  $\wp$ , а дохід  $I$  змінюється на проміжку  $I_1 \leq I \leq I_2$ , тоді споживач має справу із сім'єю задач:

$$\begin{aligned} u(x) &\rightarrow \max \\ x \cdot p &\leq I, x \geq 0, \\ p &\in \wp, I_1 \leq I \leq I_2 \end{aligned} \quad (7.7)$$

кожна з яких має єдиний розв'язок:  $x = x^*(p, I)$  і  $\lambda = \lambda^*(p, I)$ .

Функції  $\xi(p, I) = x^*(p, I)$  та  $\Lambda(p, I) = \lambda^*(p, I)$  при  $p \in \wp, I_1 \leq I \leq I_2$  називаються функцією попиту та функцією граничної вартості грошей споживача відповідно.

Формально їх можна розглядати як розв'язки родини систем рівнянь:

$$\begin{aligned}
 \phi(\lambda^*, x^*, p, I) &= I - x^* \cdot p = 0, \\
 \psi(\lambda^*, x^*, p, I) &= \frac{du(x^*)}{dx} - \lambda^* \cdot p = 0, \\
 p &\in \wp, I_1 \leq I \leq I_2
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

Системи (7.5)  $\xi$ , та (7.4) існують, оскільки відповідна матриця Якобі ( $\vartheta$ ) рівна матриці Гессе (H):

$$\begin{aligned}
 \vartheta &= \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} & \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} & \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{pmatrix} = H = \begin{pmatrix} 0 & -p^T \\ -p & \ddot{u}(x^*) \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} 0 & -p_1 & -p_2 & \dots & -p_n \\ -p_1 & \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_n} \\ -p_2 & \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -p_n & \frac{\partial^2 u}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 u}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 u}{\partial x_n \partial x_n} \end{pmatrix} \tag{7.9}
 \end{aligned}$$

і  $\det|\vartheta| \neq 0$ , оскільки  $\ddot{u}(x^*) < 0$ .

Тому система (7.8) має єдиний розв'язок  $\xi(p, I)$  та  $\Lambda(p, I)$  котрий має неперервні перші частинні похідні в деякому малому околі розв'язку системи (7.8) за теоремою про неявні функції.

### 7.3. Основне рівняння теорії споживання

#### 7.3.1. Вплив зміни ціни на поведінку споживача

Задачами впливу зміни ціни на поведінку споживача є аналіз чутливості розв'язку задачі раціональної поведінки споживача до зміни параметрів  $p$  і  $I$ , тобто дослідження поведінки функції попиту та граничної вартості грошей при зміні цін та доходу.

Розглянемо вплив зміни ціни  $p_i$  при незмінних інших цінах та доході.

За означенням функції попиту та граничної вартості грошей, вони є розв'язком системи рівнянь:

$$\begin{aligned} I - \xi(p, I) \cdot p &= 0 \\ u(\xi(p, I)) - \Lambda(p, I) \cdot p &= 0 \end{aligned} \quad (7.10)$$

Для розгляду питань, пов'язаних із впливом зміни ціни  $p_i$  при незмінних інших цінах та доході, ми повинні продиференціювати (7.10) за  $p_i$ . Перепишемо (7.10) у вигляді:

$$\begin{aligned} I - \xi(p, I) \cdot p &= 0 \\ \frac{\partial u(\xi(p, I))}{\partial x} - \Lambda(p, I) \cdot p &= 0 \end{aligned} \quad (7.11)$$

Розглянемо перше рівняння системи (7.11):

$$\xi(p, I) \cdot p = I \quad (7.12)$$

Продиференціюємо його за  $p_i$ , маємо:



$$\frac{\partial I}{\partial p_i} = 0, \frac{\partial \sum_{j=1}^n \xi_i(p, I) \cdot p_j}{\partial p_i} = \xi_i \cdot 1 + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \xi_j}{\partial p_i} p_j = 0 \quad (7.13)$$

Розглянемо друге рівняння системи (7.11):  $\frac{\partial u(\xi(p, I))}{\partial x} -$

$$\Lambda(p, I) \cdot p = 0$$

Продиференціюємо його по  $p_i$ :

$$\frac{\partial u}{\partial x}(\xi(p, I)) = \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_j \partial x_k} \frac{\partial \xi_k}{\partial p_i}, \quad (7.14)$$

$$\frac{\partial (\Lambda(p, I) p_i)}{\partial p_i} = p_j \frac{\partial \Lambda}{\partial p_i} + \Lambda \delta_{ij}$$

де  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера, що дорівнює 1, коли  $i = j$  ( $j = \overline{1, n}$ ) та 0, коли  $i \neq j$ .

Зібравши отримані рівняння в одну систему, дістанемо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для знаходження величин  $\frac{\partial \Lambda}{\partial p_i}, \frac{\partial \xi}{\partial p}$

$$\begin{cases} \xi_i + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \xi_j}{\partial p_i} p_j = 0, \\ \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_j \partial x_k} \frac{\partial \xi_j}{\partial p_i} - p_j \frac{\partial \Lambda}{\partial p_i} - \Lambda \delta_{ij} = 0 \end{cases} \quad (7.15)$$

Якщо ввести матричну похідну  $\frac{\partial \xi}{\partial \Lambda} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_j}{\partial p_i} \end{bmatrix}, j = 1, n, i = 1, n$  та векторну похідну  $\frac{\partial \xi}{\partial p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_j}{\partial p_i} \end{bmatrix}, i = 1, n$  то попереднє рівняння для значень  $i = 1, n$  можна записати у вигляді векторних рівнянь:

$$\begin{cases} -p^T \frac{\partial \xi}{\partial \Lambda} = \xi, \\ -p \frac{\partial \Lambda}{\partial p} + \ddot{u} \frac{\partial \xi}{\partial p} = \Lambda \cdot E_n \end{cases} \quad (7.16)$$

$E_n = \begin{bmatrix} \delta_{ij} \end{bmatrix}, j = 1, n, i = 1, n$  — одинична матриця розміру  $n \times n$ . Попередню систему можна записати в матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -p \end{bmatrix} - p^T \ddot{u} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Lambda}{\partial p} \\ \frac{\partial \xi}{\partial p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi \\ \Lambda E_n \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

### 7.3.2. Вплив зміни доходу на поведінку споживача

Для дослідження питань, пов'язаних із впливом зміни доходу на поведінку споживача, розглянемо систему рівнянь (7.11):

$$\begin{cases} I - \sum_{j=1}^n (p, I) \cdot p_j = 0, \\ \frac{\partial u(\xi(p, I))}{\partial x} - \Lambda(p, I) \cdot p = 0 \end{cases}$$

Вважаємо, що дохід  $I$  змінюється. Продиференціюємо систему рівнянь (7.11) по  $I$ .

Розглянемо перше рівняння системи:

$$\sum_{j=1}^n \xi_j(p, I) \cdot p_j = I$$

Продиференціювавши це рівняння по  $I$ , отримаємо:

$$\frac{\partial}{\partial I} \sum_{j=1}^n \xi_j(p, I) \cdot p_j = \sum_{j=1}^n p_j \frac{\partial \xi_j}{\partial I} \quad (7.18)$$

Розглянемо тепер друге рівняння системи (7.11):

$$\frac{\partial u(\xi(p, I))}{\partial x} - \Lambda(p, I) \cdot p = 0$$

Продиференціювавши дане рівняння маємо:

$$\frac{\partial}{\partial I} \left( \frac{\partial u}{\partial x}(\xi(p, I)) \right) = \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_j \partial x_k} \frac{\partial \xi_k}{\partial I} \quad (7.19)$$

$$\frac{\partial(\Lambda(p, I)p_i)}{\partial I} = p_i \frac{\partial \Lambda}{\partial I}$$

Поєднавши отримані рівняння, ми матимемо лінійну систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} I - \frac{\partial \xi_j}{\partial I} p_j = 0, \\ \frac{\partial \Lambda}{\partial x_j \partial x_k} \frac{\partial \xi_j}{\partial I} - p_j \frac{\partial \Lambda}{\partial I} = 0 \end{cases} \quad (7.20)$$

Розв'язком даної системи є величини  $\frac{\partial \Lambda}{\partial I}, \frac{\partial \xi_j}{\partial I}$ , які відображають ступінь чутливості функцій  $\xi$  та  $\Lambda$  відносно змін доходу  $I$ .

Використовуючи векторно-матричні позначення:  $\frac{\partial \xi}{\partial I} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial I} \\ \vdots \\ \frac{\partial \xi_n}{\partial I} \end{pmatrix}$ ,  $\ddot{u} = \begin{pmatrix} \ddot{u}_1 \\ \vdots \\ \ddot{u}_n \end{pmatrix}$ ,  $i, j = 1, n$  систему (7.20) можна переписати у вигляді векторних рівнянь:

$$\begin{cases} -p \frac{\partial \xi}{\partial I} = -1 \\ -p \frac{\partial \Lambda}{\partial I} - \ddot{u} \frac{\partial \xi}{\partial I} = 0 \end{cases} \quad (7.21)$$

Останню систему (7.21) можна записати в матричному вигляді:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -p \end{pmatrix} - p^T \ddot{u} \begin{pmatrix} \frac{\partial \Lambda}{\partial I} \\ \frac{\partial \xi}{\partial I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.22)$$

### 3.3. Вплив зміни компенсованої ціни на поведінку споживача

Розглянемо випадок, коли змінюються одночасно ціна  $p_i$  та доход  $I$ .

Будемо розглядати випадок, коли зміна ціни компенсується зміною доходу таким чином, щоб корисність при цьому залишалась такою, якою вона була до зміни ціни  $p_i$ .

Оскільки повні диференціали функцій  $u(x)$  та  $I$  мають вигляд:

$$dI = d(xp) = x(dp) + (dx)p,$$

$$du(x) = \frac{du(x)}{dx} dx = Mu(x)dx = \lambda p^T dx$$

то для того щоб функція корисності  $u(x)$  залишалась сталою (тобто, щоб виконувалась рівність  $du = 0$ ), необхідно, щоб  $dx \cdot p^T = 0$ , а це буде виконуватися, коли  $dI = x(dp)$ . Зокрема, якщо ціна  $p_i$  зростає до значення  $p_i + dp_i$ , то додатковий доход  $dI = x_i(dp_i)$  забезпечує незмінну корисність.

Диференціюючи систему рівнянь (711) по  $p_i$  коли  $dI = x_i(dp_i)$ , маємо:

$$\begin{cases} I - \sum_{i=1}^n p_i \cdot p_j = 0, \\ \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_j \partial x_k} \frac{\partial \xi_k}{\partial p_i} - p_j \frac{\partial \Lambda}{\partial p_i} - \Lambda \delta_{ij} = 0 \end{cases} \quad (7.23)$$

Дану систему рівнянь для індексів  $i = 1, 2, \dots, n$  можна у векторній формі записати у вигляді:

$$\begin{aligned}
 -p^T \ddot{u} &= 0, \\
 -p \frac{\partial \overline{\partial p}}{\partial \xi} \text{comp} + \ddot{u} \frac{\partial \xi}{\partial p} \text{comp} &= \Lambda E
 \end{aligned} \tag{7.24}$$

Або ще систему можна записати в матричному вигляді:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -p^T \ddot{u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Lambda}{\partial \xi} & \frac{\partial \Lambda}{\partial p} \\ \frac{\partial p}{\partial \xi} \text{comp} & \frac{\partial p}{\partial p} \text{comp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \Lambda E_n \end{pmatrix} \tag{7.25}$$

$$\text{де } \ddot{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x_n \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 u}{\partial x_n \partial x_n} \end{pmatrix}$$

Зробимо підсумки. На підставі формул (7.20), (7.22), (7.25) можемо записати рівняння, яке називається основним рівнянням теорії споживання:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -p^T \ddot{u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Lambda}{\partial \xi} & \frac{\partial \Lambda}{\partial p} & \frac{\partial \Lambda}{\partial p} \text{comp} \\ \frac{\partial \Lambda}{\partial \xi} & \frac{\partial \Lambda}{\partial p} & \frac{\partial \Lambda}{\partial p} \text{comp} \\ \frac{\partial \Lambda}{\partial \xi} & \frac{\partial \Lambda}{\partial p} & \frac{\partial \Lambda}{\partial p} \text{comp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \Lambda E_n \\ \Lambda E_n \end{pmatrix} \tag{7.26}$$

#### 7.4. Еластичність попиту за цінами та доходом

Для аналізу поведінки покупця на ринку (відповідно закономірності формування ринкового попиту) дуже важливо визначити не тільки характер взаємозв'язку між залежними (кількість) та незалежними (ціна, доход тощо) змінними, але й інтенсивність реакції залежної змінної у відповідь на зміну незалежної.

Для цього можна було б використати відношення зміни попиту до зміни ціни. Але, не дивлячись на легкість, використання даного показника проблематично, тому що він буде змінюватися для одного і того ж товару в залежності від вибору розмірності. Тому більш переважним є використання так званого показника еластичності.

Еластичність – це показник інтенсивності реакції залежної змінної у відповідь на зміну незалежної змінної.

Якщо ж казати про алгебраїчну форму вираження у випадку  $y = F(x)$ , то еластичність – це відношення процентної зміни залежної змінної у відповідь на процентну зміну незалежної, тобто:

$$E = \frac{\% \text{зміна приросту } F(x)}{\% \text{зміна приросту аргументу}} = \frac{\Delta F / F}{\Delta x / x} = \frac{x}{F} \cdot \frac{\Delta F}{\Delta x} \quad (7.28)$$

Що ж стосується еластичності попиту за ціною, то це показчик інтенсивності реакції величини попиту у відповідь на зміну ціни, кількісний вираз якої складається у відношення процентної зміни величини попиту і процентної зміни ціни.

$$E_p = \frac{aQ}{dp} \cdot \frac{p}{Q} \quad (7.29)$$

Крім еластичності попиту за ціною, існує значення для пояснення зміни попиту та інтенсивності його зміни на ринку – це показник еластичності за доходом. Як і показник еластичності попиту за ціною, еластичність попиту за доходом може бути точковою або дуговою. Показник точкової еластичності:

$$E_p = \frac{aQ}{dp} \cdot \frac{p}{Q} \quad (7.30)$$

$I$  – доход споживача;  $Q$  – попит на благо.

Величина еластичності попиту за доходом залежить від кількості благ, тобто від відношення його до визначеної системи переваг індивіда.

Більш точний аналіз еластичності попиту за доходом припускає використання кривих Енгеля (що показують залежність попиту від доходу), а також кривих попиту за доходом.

У зв'язку з тим, що кількість благ, які можуть придбати покупці залежить не тільки від ціни блага, але й від цін на зв'язані по споживанню товари, то закономірно виникає питання про зміну інтенсивності залежності попиту на дане благо від зміни ціни на інше благо. Відповідь на таке питання дає перехресна еластичність, тобто показник інтенсивності реакції попиту на даний товар у відповідь на зміну ціни зв'язаного товару, обчислюване через відношення процентної



зміни попиту до процентної зміни ціни доповнюючого товару (або замітника).

В загальному випадку показник точкової перехресної еластичності попиту  $y$  по ціні  $p_x$  блага  $x$  можна записати таким чином:

$$E_{yx} = \frac{ay}{dp_x} \cdot \frac{p_x}{y} \quad (7.31)$$

$y$  – попит на благо;  $p_x$  – ціна блага  $x$ .

Відомо, що потреби характеризуються відношенням: нейтральності, заміності та доповнення. Тому значення має не тільки абсолютна величина показника перехресної еластичності, але й її знак. Оскільки у випадку відношення заміності між двома благами збільшення ціни на одне з них викликає збільшення попиту на інше, залежність тут буде прямою, що виражається в додатному значенні коефіцієнта перехресної еластичності ( $E_{xy} > 0$ ).

Навпаки, підвищення (зниження) ціни на взаємодоповнює благо діє в напрямку зниження (підвищення) попиту на дане благо, і, звідси, матимемо обернену залежність, що виражається у від'ємному значенні коефіцієнта перехресної еластичності ( $E_{xy} < 0$ ).

Для нейтрального блага, оскільки інтенсивність зміни в попиті на даний товар у відповідь на зміну ціни іншого товару достатньо мала, тобто нею можна знехтувати, коефіцієнт перехресної еластичності буде майже рівний нулю.

Кожне благо має, як правило, і взаємодоповнюючі і взаємозамінюючі блага, тому коефіцієнти еластичності утворюють систему, яку можна представити у вигляді таблиці (матриці):

$$\begin{array}{cccccc}
 & 1 & 2 & \dots & n & \\
 1 & E_{11} & E_{12} & \dots & E_{1n} & \\
 2 & E_{21} & E_{22} & \dots & E_{2n} & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\
 n & E_{n1} & E_{n2} & \dots & E_{nn} & 
 \end{array} \quad (7.32)$$

В кожній клітинці даної таблиці (матриці) представлена еластичність попиту на благо  $i$  за ціною  $j$ -го блага ( $E_{ij}$ ). Таким чином, там, де  $i=j$ , тобто на головній діагоналі, будуть розміщені показники еластичності попиту на благо за його власною ціною.

### ***Побудова матриці перехресних еластичностей у випадку неокласично-квадратичної функції корисності***

Для кожного споживача частина товарів завжди має корисність при їх необмеженому збільшенні, а інша частина — межу насичення, тобто споживач буде мати користь при величині, що не більше деякої верхньої межі. Формулою, яка відображає першу властивість товару, є неокласична функція корисності  $u(x) = \gamma x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$ , а другу властивість відображає квадратична функція корисності  $u(x) = \alpha x + \frac{1}{2} x B x^T$ . Тому в даній роботі вибрана функція, що відображає обидві ці властивості, вона має вигляд:



<i>квадратична:</i>	$y = b_0 + b_1x + b_2x^2;$
<i>модифікована експонента:</i>	$y = \alpha\beta^x + \gamma;$
<i>крива Гомперця:</i>	$y = \frac{1}{e^{\alpha\beta^x + \gamma}};$
<i>логістична крива:</i>	$y = \frac{1}{\alpha\beta^x + \gamma}.$

Розглянемо квадратично-неокласичну функцію. Для функції корисності (7.34) проведемо аналіз впливу змін ціни доходу на попит та граничну вартість грошей. Такий вплив виражається коефіцієнтами еластичностей, тобто матрицею (8.20).

Кількість товару, на яку споживач має попит, залежить не тільки від ціни даного товару, а й від цін інших товарів. Виходить, треба знати зміну об'єму попиту товару при зміні ціни іншого товару. Отже, визначимо, що таке перехресна еластичність при зміні ціни та доходу відповідно. Але для цього ми повинні знати похідні  $\frac{\partial \xi_j}{\partial p_i}, \frac{\partial \Lambda}{\partial p_i}, i, j = 1, n$  (де  $\Lambda$  – гранична вартість грошей) користуючись основним рівнянням теорії споживання (8.19).

Якщо ми знаємо ці похідні, тоді можемо обчислити і перехресну еластичність  $j$ -го товару по ціні  $i$ -го.

#### ***а) Вплив зміни ціни***

Якщо розглянути нескінченно малу зміну ціни, то отримаємо, що перехресна еластичність має вигляд:

$$E_{ij} = \frac{\partial \xi_j / \partial p_i}{\xi_j / p_i}, j = 1, n, i = 1, n \quad (7.36)$$

де  $i, j$ - визначають вид товару.

### б) Вплив зміни доходу

При розгляді зміни по доходу споживача отримаємо, що перехресна еластичність має вигляд:

$$E_j = \frac{\partial \xi_j / \partial I}{\xi / I}, j = 1, n \quad (7.37)$$

Розглянемо знаходження матриці перехресних еластичностей за допомогою чисельних розрахунків.

Розпишемо це у вигляді алгоритму.

1. Згідно з функцією Лагранжа  $L(x, \lambda) = u(x) + \lambda(I - xp) \rightarrow \max$  тах записуємо умови оптимальності для нашої функції корисності. Підраховуємо першу та другу частинні похідні функції Лагранжа. З отриманих значень утворюємо матрицю Гессе – H.

2. З утвореної матриці Гессе знаходимо обернену  $H^{-1}$  враховуючи, що дана матриця блочного типу.

3. Застосуємо узагальнений метод Ньютона, що використовує другі частинні похідні, для знаходження невідомого  $x^*$ . Позначимо для зручності  $F(x^i) = \nabla^2 L(x^i)$ . Припустимо, що матриця  $F(x^i)$  не-вироджена.

Ітерації визначаються співвідношенням:  $x^{i+1} = x^i - \lambda^i F(x^i)^{-1} \nabla L(x^i)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots$

де  $\lambda^i > 0$  вибирається так, щоб мінімізувати  $L$  по напрямку  $-F(x^i)^{-1} \nabla L(x^i)$ , починаючи з точки  $x^i$ . Якщо  $\lambda^i = 1$ , то це «чистий» метод Ньютона. Ідея методу ґрунтується на заміні функції двома першими членами її розкладу Тейлора і наступною мінімізацією отриманої квадратичної форми.

Якщо  $L$  – додатньо визначена квадратична форма, тоді ітеративний метод з  $\lambda^i = 1$  зведе в мінімум за один крок. Якщо  $L$  – випукла функція (необов’язково квадратична), тоді  $x^{i+1} = x^i - \lambda^i F(x^i)^{-1} \nabla L(x^i)$  гарантує її монотонне зменшення від ітерації до ітерації (якщо, звичайно,  $x^i$  ще не точка мінімуму).

4. Обчислюємо значення функцій попиту та граничної вартості грошей за допомогою узагальненого методу Ньютона.

5. Використовуючи обернену матрицю Гессе можна знайти частинні похідні  $\frac{\partial \xi_j}{\partial p_i}, \frac{\partial \xi}{\partial I}$ . Тобто:

$$H^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -p^T \\ -p & \ddot{u}(x^*) \end{pmatrix}^{-1} \quad (7.38)$$

$$= \begin{pmatrix} \mu & \mu p^T \ddot{u}^{-1} \\ \mu \ddot{u}^{-1} p & \mu \ddot{u}^{-1} p p^T \ddot{u}^{-1} + \ddot{u}^{-1} \end{pmatrix}$$

де  $\mu = -(p^T \ddot{u}^{-1} p)^{-1} > 0$ .

Враховуючи (7.38) та (7.34), отримаємо, що:

$$\mu = - \frac{\partial \Lambda}{\partial I} = - \frac{\partial}{\partial I} \frac{\partial u(\xi)}{\partial I} = - \frac{\partial^2 u(\xi)}{\partial I^2} \quad (7.39)$$

тобто скаляр  $\mu$  можна трактувати як коефіцієнт зменшення граничної вартості грошей.

Користуючись явним виразом матриці  $H^{-1}$  і підставляючи його в рівняння (7.34), отримаємо явний вигляд показників порівняльної статистики споживання:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial I} &= -\mu \ddot{u}^{-1} p, & \frac{\partial \xi}{\partial p} &= \mu \ddot{u}^{-1} p \xi + \mu \ddot{u}^{-1} p p^T \ddot{u}^{-1} \Lambda + \ddot{u}^{-1} \Lambda \\ \frac{\partial \Lambda}{\partial I} &= -\mu, & \frac{\partial \Lambda}{\partial p} &= \mu \xi + \mu \Lambda \ddot{u}^{-1} p^T \end{aligned} \quad (7.40)$$

Заносимо отримані значення в матрицю.

6. На основі отриманої матриці робимо аналіз залежності між товарами.

### *Питання для самоперевірки*

1. Сутність раціональної поведінки споживача на ринку товарів.
2. Основні положення задачі про раціональну поведінку споживача.
3. Охарактеризувати вплив зміни ціни на поведінку споживача.
4. Охарактеризувати вплив зміни доходу на поведінку споживача.
5. Охарактеризувати вплив зміни компенсованої ціни на поведінку споживача.
6. Алгоритм знаходження матриці перехресних еластичностей

---

ТЕМА 8.  
МОДЕЛЮВАННЯ ПЛАТОСПРОМОЖНОГО ПОПИТУ  
НАСЕЛЕННЯ, ГРОШОВОЇ МІСТКОСТІ РИНКУ І ЦІНОВОЇ  
ПОЛІТИКИ

---

8.1. Грошова місткість ринку. Взаємозв'язок із платоспроможним попитом населення.

8.2. Підходи до моделювання цінової політики

**8.1. Грошова місткість ринку. Взаємозв'язок із платоспроможним попитом населення**

*Грошова місткість ринку* – величина, що відображає кількість грошей, яку можуть поглинути запропоновані на ринку товари, цінні папери і послуги. Лімітується розмірами послуг і рівнем виробництва.

Кон'юнктура ринку є станом економіки загалом, окремої галузі або конкретного товарного ринку, що формується певними чинниками і виражається в конкретних показниках. До чинників, які впливають на кон'юнктуру ринку, належать стихійні лиха, соціальні та політичні конфлікти, науково-технічний прогрес, рівень монополізації, валютна та кредитно-грошова системи, державне регулювання економіки, енергетичні та екологічні проблеми, сезонність, стан інформаційних систем та ін.

Показники, які зумовлюють кон'юнктуру ринку, наведено на схемі (рис. 8.1)





Рисунок 8.1 – Показники кон'юнктури ринку

*Визначення поточного та майбутнього розмірів ринку. Вивчення попиту.*

З'ясування попиту має важливе значення для дослідження можливостей ринку, планування маркетингових зусиль і визначення їх ефективності. В умовах посилення конкуренції й загострення проблем реалізації товарів безпосередній контакт

із споживачем є обов'язковим чинником підтримки конкурентоспроможності.

Існує кілька аспектів визначення попиту, якими може оперувати будь-яка компанія: регіональний, товарний і часовий. Потенційний ринок складається з покупців, які виявляють інтерес до певних пропозицій, але цього недостатньо для здійснення купівлі. Потенційні покупці повинні мати адекватний дохід, тобто купівельну спроможність. Тому розмір ринку є функцією зацікавленості та доходу. Отже, готівковий ринок складається з покупців, які зацікавлені в покупці, мають дохід і перебувають на ринку в конкретному місці та в певний час. Крім того, окремі покупці є досить "кваліфікованими" для участі в купівлях. Сукупність таких покупців становить ринок, який обслуговує фірма.

Визначаючи попит, потрібно розрізнити ринковий попит і попит на товари конкретної фірми. Перш ніж оцінювати можливості продажу своєї продукції, кожна компанія, як правило, має вивчити ринковий попит.

Ринковий попит – кількість товарів, що буде придбана певною групою покупців у певному регіоні у визначений період і в певному маркетинговому оточенні за умови конкретної маркетингової програми.

Ринковий попит можна визначити в масштабах внутрішнього ринку загалом або його окремих сегментів. Так, виробник тканин може оцінити попит на свою продукцію в усіх галузях і окремо в легкій промисловості. Певна річ, його можна визначити в масштабах окремої території, за певний період, а також спрогнозувати на перспективу. Крім чинників, про які йшлося, на формування ринкового попиту впливають різні маркетингові програми. Попит на більшості ринків

характеризується певною еластичністю, пов'язаною з ціною, поліпшенням якості товарів, заходами щодо вдосконалення розподілу та просування товарів на ринку. Отже, сукупні витрати фірми на маркетинг впливають на ринковий попит, тому їх варто враховувати при прогнозуванні. Залежність ринкового попиту від активізації маркетингової діяльності показано на рис. 8.2.

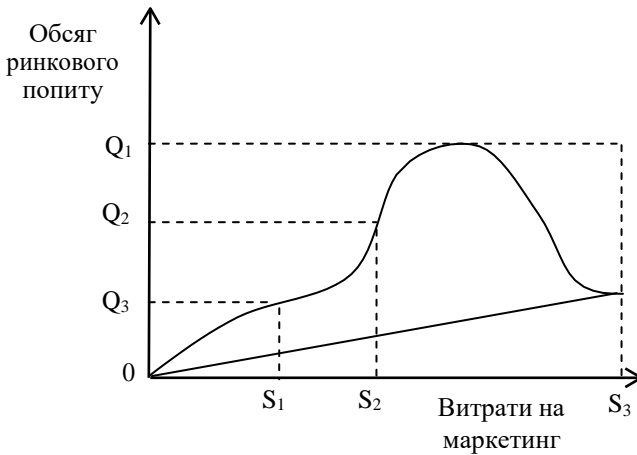


Рисунок 8.2 – Залежність ринкового попиту від витрат на маркетинг

Напевно, мінімальний обсяг продажу  $P_1$  буде забезпечений і без особливих зусиль, що стимулюють попит (обсяг попиту)

Збільшення витрат на маркетинг сприяє істотному зростанню обсягу попиту, який, у свою чергу, намагатиметься досягти верхньої межі  $Q_y$  що називається місткістю ринку. Проте подальша активізація маркетингової діяльності вже не буде пропорційно підвищувати ринковий попит: він знижуватиметься. Різниця між мінімальним обсягом ринкового

попиту і потенційною місткістю ринку характеризує маркетингову чутливість попиту ринку. Певний час обсяг попиту перебуватиме на максимальному рівні, але настане мить, коли надто сильна маркетингова програма породить у споживачів зворотню реакцію. Вони поступово обмежуватимуть контакти з фірмою, вважаючи, що надто настирливий маркетинг використовують лише фірми, які вичерпали виробничий і товарний потенціал. З огляду на це вирізняють три типи ринку: той, що розвивається; стабільний; той, що занепадає. Місткість ринку, що розвивається (наприклад, ринок нових товарів), здебільшого залежить від обсягу витрат на маркетинг (велика відстань між  $Q_1$  і  $Q_3$ ). На стабільний ринок маркетингові витрати суттєво не впливають.

Ринковий попит, що відповідає передбачуваним витратам на маркетинг, називають прогнозом ринку. Цей прогноз характеризує очікуваний попит, що сформується в результаті маркетингових зусиль у конкретних умовах. Граничний обсяг ринкового попиту максимальних витрат на маркетинг в цих умовах відображає потенційну місткість ринку.

Припущення щодо незмінності зовнішніх умов є вразливим місцем у міркуваннях про взаємозв'язки маркетингової активності й ринкового попиту. Тому на наступному етапі необхідно враховувати можливі зміни цих умов. Так, місткість ринку збільшуватиметься при загальному піднесенні економіки і зменшуватиметься в разі її спаду. Місткість зростатиме також тоді, коли спостерігається дефіцит товарів і водночас підтримуються штучні ціни. Загалом окремий виробник не може впливати на умови формування ринкового попиту.

Попит на товари компанії ( $Q_i$ ) – це частка фірми в загальному ринковому попиті:

$$Q_i = S_i \cdot Q, \quad (8.1)$$

де  $S_i$  – ринкова частка  $i$ -ї компанії;  $Q$  – загальний ринковий попит.

Попит на товари фірми, як і ринковий попит, має функціональну природу. На нього впливають такі самі чинники, що й на загальний попит; крім того, він залежить від чинників, що визначають частку товарів фірми в загальному обсязі продажу товарів на цьому ринку. На ринку покупців, коли діє конкуренція і не обмежується боротьба за певний сегмент ринку, частка товарів фірми в загальному обсязі продажу їх на ринку практично пропорційна ринковому попиту.

Виходячи з цього припущення, частку товарів фірми на ринку можна визначити за формулою:

$$S = \frac{M_i}{M}; M = \sum_{i=1}^n M_i, \quad (8.2)$$

де  $M$ ,  $M_i$  – сукупні витрати на маркетинг на ринку та витрати на маркетинг  $i$ -ї компанії;  $n$  – кількість компаній на ринку.

Водночас відомо, що витрати на маркетинг різняться за ефективністю. Виходячи з цього, дістаємо:

$$S = \frac{A_i M_i}{AM}; AM = \sum_{i=1}^n A_i M_i, \quad (8.3)$$

де  $AM$ ,  $A_i M_i$  – ефективність кожної грошової одиниці, що витрачена на маркетинг відповідно іншими фірмами та  $i$ -ю компанією.

Розглянемо найпростіший приклад, коли дві фірми продають однаковий товар, але витрачають на маркетинг різні суми – відповідно 100 і 80 тис. грн. на квартал. Тоді ринкова частка першої фірми  $S_1 = 100 : (100 + 80) = 0,55$ , другої –  $S_2 = 0,45$ . Далі припустимо, що ефективності витрат цих фірм на маркетинг різняться і становлять відповідно 0,9 і 1,2. Тоді ринкова частка першої фірми  $S_1 = 0,9 \cdot 100 : (0,9 \cdot 100 + 1,2 \cdot 80) = 0,48$ , другої –  $S_2 = 0,52$ . Як бачимо, якщо конкуруюча фірма ефективніше витрачає кошти на маркетинг, частка  $i$ -ї фірми на ринку дещо зменшується: 0,55 проти 0,48. Якщо є підстави очікувати зменшення ефективності маркетингових заходів, то

$$S_i = (A_i M_i)^{e_{mi}} : \prod_{i=1}^n (A_i M_i)^{e_{mi}} \quad (8.4)$$

де  $e_{mi}$  – коефіцієнт еластичності частки продажу товарів  $i$ -ї фірми на ринку залежно від витрат на маркетинг ( $0 < e_{mi} < 1$ ).

Припустимо, що в розглянутому прикладі еластичність маркетингової діяльності висока і становить 0,8. Отже, хоча перша фірма і витрачає на маркетинг 55 % капіталу, її частка на ринку становить лише 49 % за рахунок зниження ефективності її маркетингової діяльності й порівняно високого коефіцієнта еластичності.

Можна уточнити частку фірми на ринку, виокремивши різні елементи маркетингу кожної фірми та проаналізувавши ефективність кожного з них. У результаті отримаємо чотири основних чинники, що впливають на частку фірми на ринку: витрати на маркетинг, комплекс елементів маркетингової діяльності, ефективність маркетингу, еластичність попиту.

Подальша деталізація показників стосується територіального розподілу маркетингових зусиль. Ефективність маркетингової діяльності визначає обсяг продажу, який називають прогнозованим.

Прогноз продажу – передбачуваний обсяг продажу товарів фірми, що ґрунтується на плані маркетингу і враховує зовнішні чинники. Заслуговують на увагу дві концепції прогнозування попиту на товари фірми: квота продажу та бюджет продажу.

Квота продажу – сукупність цілей щодо реалізації окремих товарів різними підрозділами фірми. Її встановлюють переважно для визначення обсягу продажу й стимулювання діяльності фірми в напрямку його збільшення.

Бюджет продажу – занижена оцінка очікуваного обсягу продажу. Використовують бюджет продажу здебільшого для визначення витрат на виробництво й обігу коштів. Іншими словами, бюджет продажу – це кошторис витрат на реалізацію. При цьому слід урахувувати прогноз обсягу збуту та сприяти зменшенню витрат за умови, що прогнози справдяться. Методи оцінювання поточного попиту. Найпоширенішими є методи оцінки загальної та територіальної місткості ринку.

Загальна місткість ринку – максимально можливий обсяг продажу (в натуральних чи вартісних показниках) для всіх фірм галузі протягом конкретного періоду за певного рівня маркетингової діяльності, а також за певних умов розвитку ринку.

Фактична місткість ринку:

$$Q = N \cdot q \cdot P, \quad (8.5)$$

де  $N$  – кількість покупців специфічного товару;  $q$  – кількість покупок, здійснених пересічним покупцем;  $P$  – середня ціна одиниці товару.

Цей метод називають також методом ланцюгових відносин. Найчастіше його застосовують тоді, коли фірма починає просувати новий товар на ринок або припиняє продаж застарілого. Саме за цих умов треба з'ясувати, чи достатньо є місткість ринку, щоб новий товар виправдав витрати, пов'язані з його виробництвом.

Припустимо, директор кондитерської фабрики має визначити місткість ринку для нових видів шоколадних цукерок. Початкова оцінка:

$$Q_n = n \cdot q \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 \cdot \dots \cdot q_s, \quad (8.6)$$

де  $n$  – чисельність населення;  $q$  – дохід на душу населення;  $q_1, q_2, q_3, q_4, q_s$  – частка коштів, що витрачаються відповідно на продукти харчування, кондитерські вироби, цукерки, шоколадні цукерки;  $q_s$  – очікувана частка витрат на новий вид шоколадних цукерок.

Фірма працює, як правило, не на одному, а на кількох територіальних ринках. Тому постає проблема оптимального розподілу витрат маркетингу, виходячи з оцінки місткості різних територіальних ринків. З цією метою можна використати два методи. Перший – метод підсумовування – використовують здебільшого підприємства, що виробляють засоби виробництва, другий – метод розрахунку індексу купівельної спроможності – переважно фірми, що випускають товари широкого вжитку.



Метод підсумовування. Виявляють всіх можливих покупців певного товару на кожному ринку та підсумовують оцінки потенційних обсягів продажу. Припустимо, розрахунки показали, що в галузі виробництва принтерів для кольорового друку є 6 покупців, яким для виготовлення своєї продукції на суму 1 млн грн. необхідно 10 принтерів, і 2 покупці, яким така сама кількість принтерів необхідна для виготовлення продукції на суму 6 млн грн. Підсумкові дані розрахунку місткості ринку за двома виробниками наведено в табл. 7.1.

Індекс купівельної спроможності визначається за формулою:

$$B_t = 0,5y_i + 0,3R_i + 0,2P_i, \quad (8.7)$$

де  $B_t$  – індекс купівельної спроможності  $i$ -го регіону в сумарній купівельній спроможності населення, %;  $y_i$  – частка доходу  $i$ -го регіону в чистому (після сплати податків) доході населення загалом по країні;  $R_i$  – частка обсягу продажу  $i$ -го регіону в загальному обсязі продажу загалом по країні;  $P_i$  – частка кількості населення  $i$ -го регіону в загальній чисельності населення країни.

Таблиця 8.1 – Підсумкові дані розрахунку місткості ринку

Виробники принтерів	Обсяг реалізації, млн. грн.	Кількість покупців	Кількість устаткування для виготовлення продукції на суму 1 млн. грн.	Місткість ринку, млн. грн. (2 гр. x 3 гр. x 4 гр.)
Для кольорового друку	1	6	10	60
	6	2	10	120
Для чорно-	4	4	5	80

білого друку	6	6	5	180
Разом				440

Частка ринку розраховується у відсотках і може бути визначена різними способами:

1. Частка ринку за обсягами продажу:

$$R_{np} = \frac{q_{пнев.тов}}{q_p}, \quad (8.8)$$

де  $q_{пнев.тов}$  – кількість проданих товарів певного виду у натуральних показниках;  $q_p$  – загальний обсяг продажу товарів на базовому ринку в натуральних показниках.

2. Частка ринку за вартісними показниками:

$$R = \frac{Q_{пнев.тов}}{Q}, \quad (8.9)$$

де  $Q_{пнев.тов}$  – продаж товарів певного виду у вартісних показниках;  $Q$  – місткість ринку у грошових одиницях.

3. Відносна частка ринку:

$$R'' = \frac{R_{\phi}}{R_k}, \quad (8.10)$$

де  $R_{\phi}$  – частка ринку фірми;  $R_k$  – частка ринку конкурента або групи конкурентів.

4. Насиченість ринку:

$$H = \frac{N_n}{N} \times 100\%, \quad (8.11)$$

де  $N_n$  – загальна кількість споживачів;  $N$  – кількість споживачів, які придбали товар.

Вважається, що за рівня насиченості 85-90 % ринок є безперспективним, 5-15 % – ринок привабливий для фірми.

### *Доходи та платоспроможність населення*

Платоспроможний попит – потреба в товарах, яка забезпечена грошовими коштами покупця.

У деяких літературних джерелах попит визначають як кількість товарів, яку може придбати споживач, що володіє відповідною сумою грошей. Іншими словами, сутність попиту зводиться до наявності певної величини грошової маси. Зрозуміло, що коли немає грошей, то немає і реальної можливості купити товар. Однак, реальною є й інша ситуація: можна мати гроші, але не купити той чи інший товар, не побачивши в ньому тієї чи іншої для себе корисності. В зв'язку з цим в понятті попиту можна виділити два аспекти:

– ідеальне бажання споживача придбати даний товар в зв'язку з тим, що він має суб'єктивну корисність для даного покупця;

– реальну можливість купити даний товар, тобто наявність грошей.

На величину попиту впливають:

- кількість покупців;
- грошові доходи;
- оцінка перспектив майбутніх доходів;
- мода;
- реклама та ін.

Визначальне значення мають **ціна і дохід**.

Платоспроможний попит – це запропонована на ринку потреба населення у товарах і послугах. У кількісному відношенні попит відображається сумою грошових коштів, які

можуть бути використані населенням на купівлю товарів і оплату послуг. Таким чином попит виступає як потреба в матеріальних благах і послугах, обмежена платіжними можливостями. Чинники, що впливають на формування платоспроможного попиту, можна класифікувати за трьома основними групами: економічні, соціальні, демографічні (рис. 8.3).

Основним чинником є грошові доходи населення. Їх величина залежить від ступеня розвитку суспільного виробництва і таких показників, як динаміка ВВП, обсяг промислової продукції та продуктивність праці. На величину та структуру платоспроможності впливають і такі фактори, як розмір податків, рівень заощаджень населення, величина індексу споживчих цін, а також розмір неплатежів. Вплив перелічених чинників рівнозначний впливу зміни грошових доходів у їх реальних розрахунках.

Крім економічних факторів, процес формування попиту залежить від факторів соціального характеру – таких, як соціальна структура суспільства, а також політика держави у сфері становлення величини соціальних нормативів: величини прожиткового мінімуму, мінімальна заробітна плата і пенсії, а також розмір допомоги.

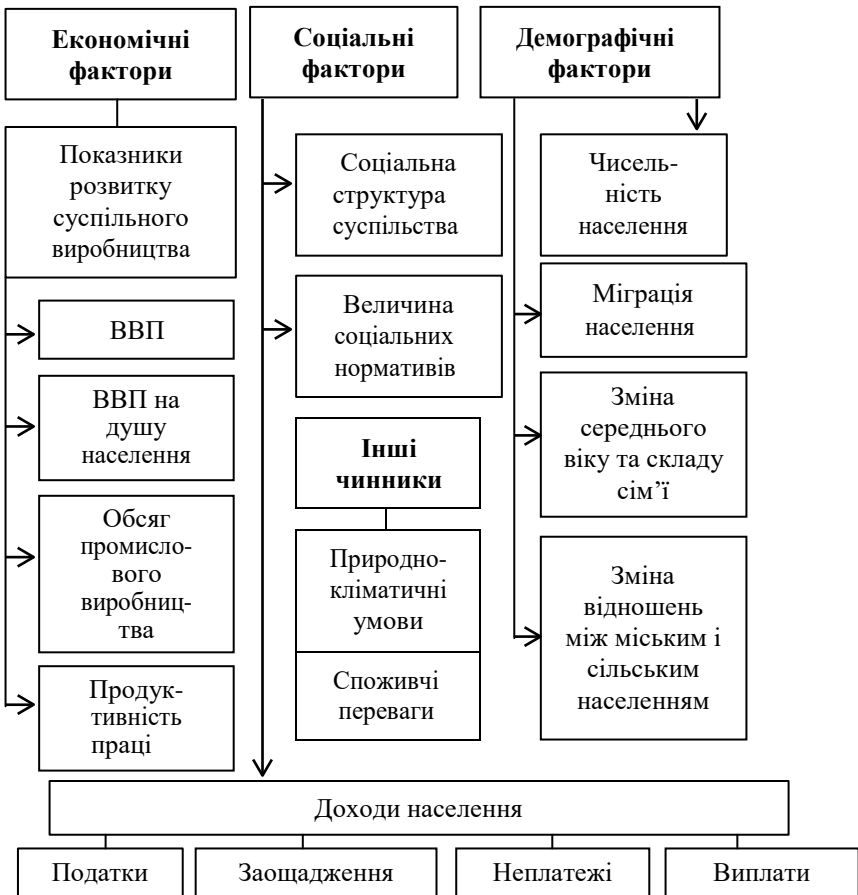


Рисунок 8.3 – Класифікація чинників, які впливають на формування платоспроможного попиту населення

Формування платоспроможного попиту залежить також і від демографічної ситуації – чисельності населення, середнього віку та складу сім'ї, статево-вікового складу населення, міграції. Крім того, платоспроможний попит

формують природнокліматичні умови життя, споживчі переваги. Регулювання платоспроможного попиту населення здійснюється в масштабах країни та передбачає застосування усього комплексу економічних важелів впливу на попит, включаючи систему народногосподарських і галузевих пропорцій, грошових доходів населення, зміни співвідношення різних цін на товари народного споживання та тарифів на послуги.

Ситуація в межах платоспроможного попиту характеризується взаємовідносинами двох складових – доходів населення та споживчого ринку. Збалансоване формування платоспроможного попиту має проходити так, щоб виникало необхідне співвідношення:

- між виробництвом товарів споживання та платоспроможним попитом (між попитом і пропозицією);
- між платоспроможним попитом і купівельною спроможністю населення (між попитом і доходами).

Незадоволений попит може бути визначений як співвідношення між обсягом грошових доходів і заощадженнями населення, які вони готові та бажають запропонувати до реалізації, і сумою цін товарів та тарифів на платні послуги, які функціонують на ринку в даний час:

$$\text{СРД} = \text{РПП} / \text{ЧД}, \quad (8.12)$$

де СРД – ступінь реалізації доходів; РПП –реалізований платіжний щомісячний попит; ЧД – чисті доходи населення, які становлять номінальні доходи населення в даному році,

скориговані на індекс цін з відрахуванням податків, з урахуванням неплатежів і заощаджень.

Реалізований платіжний щомісячний попит можна виразити через обсяг роздрібного товарообігу та платних послуг у даному періоді.

Критеріями оптимальної зміни ступеня реалізації грошових доходів населення можуть бути:

– в умовах збалансування пропозиції та попиту поступове зростання показника ступеня реалізації грошових доходів за рахунок зростання пропозиції на товари і платні послуги, а також доходів населення з тим, щоб співвідношення наведеної формули завжди було більшим від 1;

– в умовах відхилення даного співвідношення в бік переваги зростання доходів стосовно до пропозиції товарів і послуг необхідно, щоб показник ступеня реалізації грошових доходів прямував до 1;

– в умовах, коли пропозиція товарів випереджає доходи населення, слід створити умови для зростання доходів, щоб співвідношення формули прямувало до 1.

Отже, важливим завданням соціально-економічного розвитку є забезпечення таких розмірів доходів, які дозволяють не лише створити стимули зростання номінальних та реальних доходів, а й довести їх до сфери споживання.

## **8.2. Підходи до моделювання цінової політики**

*Моделі ціноутворення*

У практиці ціноутворення використовують різноманітні методи визначення вихідної ціни на товари, які можна об'єднати у три базові моделі, відповідно до факторів, що визначають цінову політику фірми:

1) модель ціноутворення, що базується на витратах виробництва;

2) модель ціноутворення, що базується на попиті;

3) модель ціноутворення, що базується на конкуренції. Використання будь-якої з цих моделей передбачає урахування факторів, які покладено в основу двох інших моделей. Так, якщо використано витратну модель, визначену ціну на товар доцільно скоригувати з урахуванням ринкового попиту на цей товар і цін на товари конкурентів.

Кожна модель містить конкретні методи ціноутворення. Розглянемо найбільш поширені з них.

#### *Метод надбавок*

Цей найпоширеніший метод ціноутворення належить до *витратної моделі*. Згідно з цим методом ціну товару визначають додаванням до витрат на його виробництво і збут певної *надбавки*.

Існує два способи визначення цієї надбавки і внесення її у ціну товару.

1) Розрахунок здійснюють, виходячи із собівартості продукції:

$$C = S \cdot 1 + \frac{H_s}{100}, \quad (8.13)$$

де  $S$  – собівартість товару;  $H_s$  – надбавка у відсотках до собівартості.



2) Розрахунок роблять, виходячи з бажаного доходу з обороту (ціни продажу):

$$C = \frac{S}{\frac{H_{\text{ЦП}}}{100}} \quad (8.14)$$

де  $H_{\text{ЦП}}$  – надбавка у відсотках до ціни продажу.

Багато виробників використовує стандартний розмір надбавки, характерний для даної галузі.

У Німеччині, наприклад, середні значення надбавок становлять 17 % для продуктів харчування, 30 % для текстильних виробів, 20 % для тютюнових виробів тощо. Загалом надбавки вищі для товарів із великими витратами на складування та зберігання і уповільненим обігом.

Виникає запитання: чи доцільно використовувати в ціноутворенні *тверді надбавки*? Найчастіше відповідь негативна, оскільки при тому не враховують поточні зміни попиту й конкурентне оточення. Це означає, що використання твердих надбавок доволі часто веде до неоптимальних цінових рішень.

І все ж даний метод дуже популярний з огляду на декілька причин:

- по-перше, він простий у використанні, адже фірма значно більше знає про власні витрати, ніж про ринковий попит;

- по-друге, якщо всі виробники галузі застосовують саме цей метод, то ціни на їх товари будуть близькими, і цінова конкуренція не набуде жорстких форм;

– по-третє, багато виробників і споживачів вважає, що метод середніх надбавок найбільш коректний і не дає можливості кожній із сторін збагачуватись за рахунок іншої.

Найбільшого ефекту від використання цього методу можна очікувати, якщо брати середні надбавки по галузі лише за орієнтир, а далі ціну коригувати з урахуванням кон'юнктури конкретного ринку.

*Метод забезпечення цільового прибутку на інвестований капітал*

Він також належить до *витратної моделі ціноутворення*. Фірма прагне встановити таку ціну, яка дасть їй змогу покрити всі витрати й отримати заплановану норму прибутку на інвестований капітал.

Ціну розраховують за формулою:

$$Ц = S + \frac{H_{np} \cdot K_{инв}}{100 \cdot N_{нл}} \quad (8.15)$$

де  $S$  – собівартість одиниці продукції;  $H_{np}$  – запланована норма прибутку на інвестований капітал у відсотках;  $K_{инв}$  – величина інвестованого капіталу;  $N_{нл}$  – запланований обсяг виробництва і збуту продукції.

Цей метод застосовує, зокрема, компанія «Дженерал моторз». Вона встановлює ціни на свої автомобілі з таким розрахунком, щоб забезпечити собі 15–20% прибутку на інвестований капітал.

Однак, використовуючи цей метод, слід пам'ятати, що значні відхилення фактичних обсягів збуту від запланованих суттєво вплинуть на величину норми прибутку на капітал.

Тому фірмі треба проводити аналіз беззбитковості, який розглянемо в кінці цього параграфа, оскільки його варто виконувати і при використанні інших методів ціноутворення.

*Метод максимізації поточного прибутку*

Належить він до другої моделі ціноутворення – моделі, що базується на ринковому попиті на товар.

Оскільки згідно із законом попиту зниження ціни на товар збільшує попит на нього (обсяг його збуту) і навпаки, фірма хоче знайти таку точку ціни на кривій попиту, яка забезпечить максимальний прибуток у найближчій перспективі.

Даний метод доцільно використовувати для товарів із доволі високою еластичністю попиту по ціні. Математична модель цієї задачі має вигляд:

$$\Pi = [C \cdot N - (F + V \cdot N)] \rightarrow \max \quad (8.16)$$

де  $\Pi$  – прибуток фірми;  $C$  – ціна товару;  $N$  – обсяг його збуту;  $F$  – постійні витрати фірми за певний період;  $V$  – змінні витрати на одиницю продукції.

Найскладнішим при використанні даного методу є встановлення залежності і між ціною товару і попитом на нього (обсягом його збуту).

Для отримання необхідних даних може проводитись ринкове тестування товару, в ході якого ціну декілька разів знижують і фіксують кількість товару, реалізованого при кожному значенні ціни. Результати дослідження обробляють із використанням прийомів кореляційно-регресійного аналізу й отримують рівняння регресії:

$$N = b_0 + b_1 \cdot C \quad (8.17)$$

Оскільки взаємозв'язок між ціною і попитом, як звичайно, обернено пропорційний, коефіцієнт регресії  $b_1$  має від'ємне значення.

Після визначення взаємозв'язку між  $C$  і  $N$  функцію прибутку максимізують із використанням першої похідної  $d\Pi/dC$ .

У наслідку знаходять оптимальну ціну, використання якої забезпечує фірмі максимальний прибуток протягом певного періоду. Якщо надалі ситуація зміниться, ціну слід скоригувати.

#### *Аукціон*

Цей своєрідний метод ринкового ціноутворення *базується на попиті*, тобто належить до другої цінової моделі.

Споживачі змагаються між собою за право купівлі якогось унікального товару (найчастіше це предмети антикваріату, твори мистецтва тощо). Ціну визначає попит на товар, сила бажання придбати його. *Аукціон можна проводити у двох формах:*

1. Звичайний аукціон, коли виграє той покупець, який у відкритому змаганні запропонував найвищу ціну.

2. Так званий «зворотний аукціон», який проходить ніби згори вниз. Призначену максимальну ціну поступово знижують через рівні проміжки часу. Товар отримує той, хто озветься першим. Цей метод пов'язаний з великою невизначеністю і напруженням, оскільки жоден із покупців не знає, при якому рівні ціни зголоситься інший і придбає товар.

#### *Метод ціноутворення на основі рівня поточних цін*

Цей метод належить до *конкурентної моделі ціноутворення*. Його широко застосовують на олігопольних ринках металу, паперу, мінеральних добрив тощо, де коливання цін на однорідні товари незначні. У такій ситуації

фірми орієнтуються передусім не на власні витрати чи попит, а на ціни конкурентів.

Поведінка фірм адекватна їх становищу на ринку. Дрібні фірми «прямують за лідером», змінюючи власні ціни лише в разі відповідних дій ринкового лідера.

Іноді вони дозволяють собі маленькі знижки чи надбавки, як, приміром, власники невеликих автозаправних станцій.

Цей метод ціноутворення має популярність. У тих випадках, коли еластичність попиту складно виміряти, фірмам здається, що рівень поточних цін ніби втілює колективну мудрість галузі, є запорукою справедливої норми прибутку і дає змогу зберігати ринкову рівновагу.

*Метод визначення ціни за рівнем конкурентоспроможності товару*

Цей метод також належить до конкурентної моделі ціноутворення.

Якщо фірма розробила новий товар із певними технічними та економічними параметрами, кращими чи гіршими за аналогічні параметри товару свого основного ринкового конкурента, то вона може встановлювати товару ціну з урахуванням інтегрального показника конкурентоспроможності:

$$C = C_6 \cdot k, k = \frac{I_{ТП}}{I_{ЕП}} \quad (8.18)$$

де  $C_6$  – ціна базового виробу конкурента;  $k$  – інтегральний показник конкурентоспроможності товару,  $I_{ТП}$  – індекс технічних параметрів (індекс якості);  $I_{ЕП}$  – індекс економічних параметрів (індекс ціни споживання).

Визначену за цим методом ціну доцільно проаналізувати з огляду витрат на виробництво і збут товару, а також ринковий попит.

#### *Метод встановлення ціни на підставі торгів*

Це ще один своєрідний метод *конкурентного ціноутворення*. Покупець (замовник) оголошує конкурс на виробництво складного товару із заздалегідь визначеними параметрами, масштабну науково-дослідну розробку, будівництво певного об'єкта тощо.

Одержавши та порівнявши пропозиції, замовник підписує контракт із виробником (продавцем), який пропонує найвигідніші умови.

Для організації торгів замовник створює *тендерний комітет*, який готує документацію, проводить торги, аналізує і оцінює пропозиції – оферти, надані учасникам й торгів.

Торги можуть бути відкриті або закриті. *Відкриті* торги проводять, як звичайно, для порівняно нескладних проектів, у здійсненні яких захоче взяти участь багато фірм. Умови проведення конкурсів публікують у пресі.

До участі в *закритих* торгах залучають обмежену кількість фірм із високою репутацією. Оголошення про проведення таких торгів не публікують, запрошення надсилають індивідуально.

У ході торгів кожна фірма-конкурсант призначає свою *ціну пропозиції*. Чим вища ціна, тим менша ймовірність отримання замовлення і навпаки. Множачи прибуток, закладений у тому чи іншому варіанті ціни, на ймовірність отримання за такою ціною замовлення, можна одержати так звану *оцінку очікування прибутку*.

### ***Питання для самоперевірки***

1. Який вид приймає функція витрат на виробництво продукції із врахуванням податку на об'єм виробництва та без його врахування?
2. Запишіть умови отримання максимального прибутку фірми?
3. Назвіть припущення дуополії Карно.
4. Назвіть припущення дуополії Стакельберга.
5. Який вид приймає вираз, що характеризує максимальний прибуток фірм-виробників продукції?
6. Порівняти прибутки фірм-виробників при дуополії Карно та Стакельберга.

## ДОДАТОК А

Таблиця А.1 – Систематизація статистичних методів аналізу інформації операційних і маркетингових досліджень у банківській сфері

Назва методу	Сутність методу	Сфера застосування (задачі)
Метод відносних величин	Різновид узагальнюючих статистичних показників, які виражають міру кількісних співвідношень, що притаманні конкретним явищам	Визначення середнього рівня дохідності кредитних операцій (співвідношення одержаних відсотків і середніх залишків за короткостроковими і довгостроковими позичками, співвідношення валових відсоткових доходів і середніх залишків за всіма позичковими рахунками, співвідношення отриманих відсотків за окремими групами позичок і середніх залишків по групі, що аналізується), оцінка показників ліквідності, платоспроможності, прибутковості
Метод середніх величин	Узагальнюючий показник, що характеризує типовий рівень варіюючої ознаки в розрахунку на 1 однорідної сукупності	Розрахунок середньозважених відсоткових ставок, питомої ваги окремих типів активів і пасивів у загальній структурі портфелів; показники плинності клієнтів, залучення клієнтів, закріплення клієнтів за банком
Групування	Визначення напрямів і тісноти зв'язку між явищами	Дослідження мотивацій клієнтів, структурних зрушень, що відбуваються на ринку банківських продуктів за певний період, аналіз балансу банку
Балансовий метод	Співвідношення двох груп взаємопов'язаних економічних показників	Характеристика поточного фінансового стану, ефективності активно-пасивних операцій, визначення збалансованості попиту і пропозиції а ринку банківських послуг, обґрунтування цінової політики
Індексний	Приведення всіх	Порівняння ділової активності за різні



	числових значень до 100% за певний період	періоди, вивчення динамічних характеристик ринку банківських продуктів
--	---	--

*Продовження таблиці А.1*

<b>Назва методу</b>	<b>Сутність методу</b>	<b>Сфера застосування (задачі)</b>
Регресійний, кореляційний аналіз	Визначення ступеня впливу досліджуваних факторів на показник, що аналізується	Встановлення взаємозв'язків між групами змінних, що описують маркетингову діяльність (обсяг збуту, залежність від витрат на рекламу, цін), виявлення тенденцій розвитку елементів ринку банківських продуктів під впливом відібраних факторів
Кластерний аналіз	Розподіл групи об'єктів на підмножини, що взаємно не перетинаються, відносно однорідних об'єктів	Сегментація ринку
Дискримінантний аналіз	Статистична оцінка наявної залежності результативної ознаки від одного чи декількох факторів і взаємодії між ними	Визначення ступеня впливу факторів на рішення клієнта щодо купівлі; визначення ознак, що відрізняють вдало розташовані філії і відділення банку
Дисперсійний аналіз	Статистична оцінка наявної залежності результативної ознаки від одного чи декількох факторів і взаємодії між ними	Дослідження впливу маркетингових факторів та інструментів на економічні показники (вплив реклами на обсяг продажу банківських продуктів)
Факторний аналіз	Виокремлення системи незалежних змінних, що лежить в основі великого набору взаємопов'язаних величин	Сегментація ринку, аналіз рейтингу банківських продуктів, складеного клієнтами

Таблиця А.2 – Систематизація традиційних методів аналізу

інформації операційних і маркетингових досліджень у банківській сфері

Назва методу	Сутність методу	Сфера застосування (задачі)
Структурний аналіз	Визначення кожної позиції у відсотках від загального обсягу	Аналіз фінансових результатів, зміни у структурі активів і пасивів протягом певного часу
Графічний метод	Візуальна оцінка динаміки окремих показників і структурних змін	Аналіз балансу, характеристика розвитку явищ на ринку банківських продуктів у часі
Метод порівняння	Зіставлення досліджуваних предметів з відомими з метою визначення загальних рис або відмінностей. Визначення причини й рівня динамічних змін та відхилень	Аналіз ліквідності, прибутковості операцій, оцінка діяльності на ринку банківських послуг, оцінювання ступеню виконання планів, зіставлення результатів діяльності до і після проведення рекламних компаній, заходів щодо стимулювання збуту
Метод коефіцієнтів	Виявлення кількісного взаємозв'язку між показниками	Аналіз балансу, з'ясування якісних характеристик активів і пасивів, аналіз ліквідності
Нормативний метод	Показники, що регулюють діяльність банків, встановлюються і контролюються НБУ	Аналіз діяльності банків, зіставлення фактичних показників з нормативами

Таблиця А.3 – Систематизація економіко-математичних методів аналізу інформації операційних і маркетингових досліджень у банківській сфері

Назва методу	Сутність методу	Сфера застосування (задачі)
Математичне програмування, в т.ч. лінійне програмування	Визначення значення параметрів, за яких досягають оптимума ті чи інші функції, обмежені деякими умовами	Опрацювання оптимальних рішень при управлінні активами; визначення найбільш вигідного асортименту банківських продуктів для максимізації прибутку

Методи теорії ймовірностей	Вирахування значення ймовірностей певних математичного або іншої величини очікування випадкової	Оцінювання рішень щодо виходу на ринок банківських продуктів, розробки певного виду банківського продукту, розширення продуктового ряду
Теорія зв'язку	Розгляд обернених отримання інформації щодо процесів, які виходять за межі встановлених параметрів механізму зв'язків, сигнальної процесів, які виходять за межі встановлених параметрів	Управління процесами розробки банківських продуктів і збуту, вдосконалення зв'язків банку з ринком
Метод експрес-оцінки	Знаходження показників нормативів банками в динаміці, враховуючи різні групи зацікавлених осіб зведених виконання банками в динаміці, враховуючи різні групи зацікавлених осіб	Аналіз надійності (стійкості) банку
Методи мережного планування	Встановлення послідовності і взаємної залежності окремих видів робіт або операцій у межах будь-якої програми	Рішення щодо розробки нового банківського продукту, організація пробного продажу, підготовка і проведення рекламних компаній
Методи теорії ігор	Визначення порядку дій, що мінімізує можливі втрати в умовах невизначеності поведінки одного або декількох учасників	Вибір оптимальних стратегій виходу на нові ринки

Таблиця А.4 – Систематизація математичних методів аналізу інформації операційних і маркетингових досліджень у банківській сфері

Назва методу	Сутність методу	Сфера застосування (задачі)
Імітаційне моделювання	Створення моделі та її експериментальне застосування для моніторингу змін у реальних ситуаціях	Прогноз очікуваного обсягу збуту банківських продуктів у зв'язку зі змінами цін або реклами продукту

Модель портфельного аналізу	Створення аналітичної моделі стратегічного маркетингу на основі використання матриці «привабливість ринку – конкурентоздатність банку»	Визначення ефективності стратегії маркетингу
Моделювання марковських процесів	Показ ймовірності переходу з існуючого стану в той або інший стан у майбутньому	Опис різних стадій життєвого циклу банківського продукту, розрахунок максимальної частки свого продукту на ринку
Модель тестування нового продукту	Оцінка взаємозв'язків між поінформованістю клієнтів про банківський продукт, ознайомлення з ним і повторними звертаннями клієнтів	Пробний продаж
Моделі типу “відповідна реакція на продаж”	Оцінка впливу маркетингових змінних на результат	Аналіз рівня збуту в залежності від витрат на рекламу. Стимулювання збуту
Моделі розумного вибору	Розрахунок ймовірності вибору між декількома варіантами як функцій від властивостей всіх можливих варіантів	Оцінка впливу маркетингових інструментів на вибір торговельної марки банку клієнтом

**Кузьменко** Ольга Віталіївна,  
**Бойко** Антон Олександрович,  
**Боженко В.В.**,  
**Койбічук В.В.**,  
**Доценко Т.В.**

*МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В МЕНЕДЖМЕНТІ ТА МАРКЕТИНГУ*

*Навчальний посібник*

За загальною редакцією О. В. Кузьменко.

Відповідальна за випуск О. В. Кузьменко

Підписано до друку 16.10. 2020.  
Формат 60x84/16. Папір офсетний. Друк офсетний.  
Умовн. друк. арк. 9,98. Обл.-вид. арк. 9,86  
Наклад 300 прим. Вид. №200/220.

**Видавець і виготовлювач:** видавництво «Ярославна», Україна,  
40030, м. Суми, вул. Горького, 2,

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру ДК №  
332 від 09.02.2001 р.*

