

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
КОНОТОПСЬКИЙ ІНСТИТУТ

Кафедра електронних  
приладів і автоматики

Кваліфікаційна робота бакалавра

**Робастне керування приводом складної технічної системи**

студента гр. Еіс2-71к

В.В.Ковалевський

Науковий керівник,

ст. викладач, к.т.н.

В.І.Васильєв

Нормоконтроль,

ст. викладач, к.т.н.

О.Д. Динник

2021

## РЕФЕРАТ

Об'єктом дослідження кваліфікаційної роботи є аналіз сучасних методів контролю параметрів руху технічних систем.

Метою роботи є дослідження сучасних технологій підвищення робастності (надійності) систем керування, за законами що забезпечують стійкість, якість і точність комфортні умови переміщення, безпеку і довговічність системи.

У результаті проведених досліджень встановлені шляхи виконання перелічених вище умов на основі технічних рішень із застосуванням сучасних цифрових технологій і досягнень електронної промисловості.

Робота викладена на 27 сторінках, у тому числі включає 12 рисунків,     таблиць, список цитованої літератури із 14 джерел.

СКЛАДНІ ДИНАМІЧНІ СИСТЕМИ, КООРДИНАТИ РУХУ: ПЕРЕМІЩЕННЯ, ШВИДКІСТЬ, ПРИСКОРЕННЯ (УПОВІЛЬНЕННЯ), РИВОК, ІНЕРЦІЙНІ ВЛАСТИВОСТІ, РОБАСТНІСТЬ, СТІЙКІСТЬ, ОПТИМАЛЬНЕ І РОБАСТНЕ КЕРУВАННЯ

## ЗМІСТ

с.

|  |    |
|--|----|
| <b>ВСТУП</b> .....   | 4  |
| <b>РОЗДІЛ 1 ОСОБЛИВОСТІ РОБАСТНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ</b> .....   | 5  |
| 1.1 Робастне керування .....   | 6  |
| 1.2 Робастний синтез .....   | 6  |
| <b>РОЗДІЛ 2 РОБАСТНЕ КЕРУВАННЯ НА БАЗІ РЕГУЛЯТОРА З<br/>ВНУТРІШНЬОЮ МОДЕЛЛЮ</b> .....                    | 8  |
| 2.1 Структура та міра робастності .....  | 8  |
| 2.2 Класичні показники робастності .....   | 9  |
| 2.3 Оптимізація керування в режимах аварійного гальмування .....   | 10 |
| <b>РОЗДІЛ 3. СИНТЕЗ РОБАСТНОГО КОНТУРУ КУТОВОЇ СТАБІЛІЗАЦІЇ<br/>БЕЗПЛОТНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ</b> ..... | 14 |
| 3.1 Синтез робастного контуру куткової стабілізації .....  | 15 |
| 3.2 Покращене робастне керування .....   | 18 |
| 3.3 Приклад розрахунку робастного контролера .....   | 19 |
| <b>ВИСНОВКИ</b> .....  | 25 |
| <b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ</b> .....  | 26 |

## ВСТУП

Сучасні системи керування в основному будуються на основі цифрової елементної бази, у вигляді цифрових автоматів або мікропроцесорних, або комп'ютеризованих систем. Це стало можливим коли на ринку систем керування з'явився попит на високоточні, високотехнологічні і гнучкі технічні системи. Ця проблема стосується зокрема, систем з розподіленими параметрами, систем керування безпілотними літальними апаратами, а також промислових підприємств що використовують складні для керування системи і технології, наприклад, системи електроприводу підймальних установок глибоких шахт.

На відміну від складних адаптивних систем побудованих таким чином, що вони можуть в процесі життєдіяльності самостійно само налаштовуватись, робастні системи будуються таким чином, щоб не втратити властивостей при змінах деяких параметрів в регламентованому діапазоні.

Процес роботи технічних систем супроводжується складними фізико-хімічними процесами. Зокрема енергетичні взаємодії елементів з інерційними властивостями приводять до коливань вихідного параметру, що погіршує динаміку, безпеку і ресурс роботи систем. Таки системи, як правило, складаються з стійких елементів і відносяться до статичних систем. Проблеми стійкості у них виникають в основному при дії зворотних зв'язків. Причому таких, які не передбачені принциповою схемою, т.н. "паразитними". В передавальній функції таких систем непередбачено виникають полюси які ускладнюють стійкість і якість процесів в системі, це відповідно ускладнює динаміку системи, обмежує область застосування, тому що вони вимагають спеціальних корегуючи систем і не можуть бути застосовані для деяких критичних режимів роботи, вимагають точного контролю частотних параметрів системи. Також, ці параметри не завжди відповідають вимогам безпеки системи по швидкодії в аварійних режимах роботи. Тому в останні десятиріччя в теорії автоматичного керування виникла нова тема робастних (високо надійних) систем.

## РОЗДІЛ 1

### РОБАСТНІ СИСТЕМИ

Подібні системи, що розглядаються як альтернатива адаптивним системам, отримали назву робастних (від англ. Robust - грубий, сильний).

Робастні системи не здатні змагатися за якістю управління з адаптивними системами, які можуть оптимально перебудовуватися слідом за зміною характеристик зовнішніх впливів. Однак, в тих випадках, коли не потрібно гранично високої якості управління, суттєву перевагу робастних систем, що складається в простоті реалізації, незаперечно.

Синтез робастних систем автоматичного управління може бути проведений на основі різних ідей, методів і приватних методик. Вельми корисними при цьому виявляються результати, отримані в теорії чутливості і теорії інваріантності. Іноді використовується так званий мінімаксий підхід, коли система синтезується як оптимальна (наприклад, за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки) при найбільш несприятливих характеристиках зовнішніх впливів.

Стосовно до радіолокаційним стежить системам особливо ефективний метод синтезу, пов'язаний з використанням для опису динамічних властивостей задає впливу не спектральної щільності, а більш грубих, але і більш достовірних числових характеристик. В якості таких характеристик беруть максимальні або середньоквадратичні значення першої і другої похідних що задають вплив, тобто швидкості і прискорення. Ці величини можна порівняно легко оцінити виходячи зі швидкісних і маневрових властивостей рухомих об'єктів, що є об'єктами стеження радіолокації [3]. Внаслідок того, що при синтезі системи не використовується спектральна щільність задає впливу, можливі зміни її форми не можуть спричинити за собою порушення вимог до якості управління. Розглянемо такий метод синтезу робастних систем більш докладно.

## 1.1 Робастне керування

**Робастне керування** — сукупність методів теорії керування, метою яких є синтез такого контролера або регулятора який забезпечував би хорошу якість керування (наприклад, запаси стійкості) якщо об'єкт керування відрізняється від розрахункового або його математична модель невідома.

Таким чином, робастність означає малу зміну виходу замкнутої системи керування при малій зміні параметрів об'єкта керування. Системи, що володіють властивістю робастності, називаються робастними (грубими) системами. Звичайно робастні контролери застосовуються для керування об'єктами з невідомою або неповною математичною моделлю, і що містять невизначеності.

Головним завданням синтезу робастних систем управління є пошук закону керування, який зберігав би вихідні змінні системи і сигнали помилки в заданих допустимих межах незважаючи на наявність невизначеностей в контурі управління. Невизначеності можуть приймати будь-які форми, однак найбільш істотними є шуми, нелінійності і неточності в знанні передавальної функції об'єкта управління.

У робастній управлінні розглядаються два види невизначеностей - структурні і неструктурні. Неструктурні невизначеності зазвичай представляють собою елементи, залежні від частоти, такі як, наприклад, насичення в силових приводах або обурення в низькочастотній області АФЧХ об'єкта управління. Вплив неструктурних невизначеностей на номінальний об'єкт управління може бути як адитивним так і мультиплікативним.

## 1.2 Робастний синтез:

Синтез систем високої точності при наявності істотної невизначеності об'єкта змушує проектувальника шукати рішення в класі робастних систем. Робастна система має малу чутливість і зберігає стійкість при зміні її параметрів в широкому діапазоні. Метою робастного синтезу є проектування такого контролера, який би задовольняв критерію робастності.

Синтез робастних систем управління включає в себе два завдання: визначення структури регулятора і налаштування його параметрів з метою отримати

«оптимальну» якість системи. Процедура синтезу зазвичай виконується в припущенні про наявність «повної інформації про об'єкт». Крім того, об'єкт зазвичай представляється у вигляді лінійної неперервної моделі з постійними параметрами. Структура регулятора вибирається так, щоб реакція системи задовольняла певним критеріям якості.

Починаючи з 50-х років ХХ століття було розроблено ряд процедур і алгоритмів, що дозволяють вирішити завдання робастного синтезу. Робастні системи управління можуть поєднувати риси як класичного управління, так і адаптивного і нечіткого. Нижче представлені основні технології синтезу робастних систем управління:

1. р-синтез - метод працює як із стійкістю, так і з чутливістю системи. До переваг методу можна віднести такі аспекти: замкнений контур завжди стійкий, точне формування передавальної функції контролера. До недоліків - велику кількість ітерацій.

2. LQG-синтез - лінійно-квадратичне управління Гауса(англ. Linear quadratic Gaussian control, LQG control) -- набір методів і математичного апарату теорії управління для синтезу систем управління з негативним зворотнім зв'язком для лінійних систем з аддитивним шумом гауса. Синтез проводиться шляхом мінімізації заданого квадратичного функціоналу. Метод використовує доступну інформацію про шуми, але при цьому не гарантується запас стійкості, потрібна точна модель об'єкту, виконується велика кількість ітерацій.

3. LQR-синтез - лінійно-квадратичний регулятор (англ. Linear quadratic regulator, LQR) -- в теорії управління один з видів оптимальних регуляторів, що використовує квадратичний функціонал якості. Переваги методу - гарантоване забезпечення робастної стійкості, без інерційний регулятор. Недоліки - потрібний зворотний зв'язок по всьому вектору стану, потрібна точна модель об'єкту, велика кількість ітерацій .

4. H<sup>∞</sup>-синтез - метод працює як із стійкістю, так і з чутливістю системи. За цим методом замкнений контур завжди стійкий, метод має прямий однопрохідний алгоритм синтезу. Але метод H<sup>∞</sup> вимагає особливої уваги до параметричної робастності об'єкту управління.

## РОЗДІЛ 2

### РОБАСТНЕ КЕРУВАННЯ НА БАЗІ РЕГУЛЯТОРА З ВНУТРІШНЬОЮ МОДЕЛЛЮ

#### 2.1 Структура та міра робастності

Вважається, що концепція грубості систем вперше була представлена в 1937 р. в роботі Андронова А.А. та Понтрягіна Л.С. Саме тому, у вигляді прямого запозичення з англійської літератури, термін «грубість» виявився витісненим терміном «робастність» (від англ. *robustness* – грубий, міцний)

Класична структура систему керування представлена на рис, де  $C$  – регулятор,  $P$  – об'єкт керування,  $r$  – завдання,  $y$  – вихід системи,  $d$  і  $d'$  – зовнішні збурення відповідно на вході і на виході об'єкта,  $u$  – вихід регулятора,  $e$  – сигнал неузгодження.

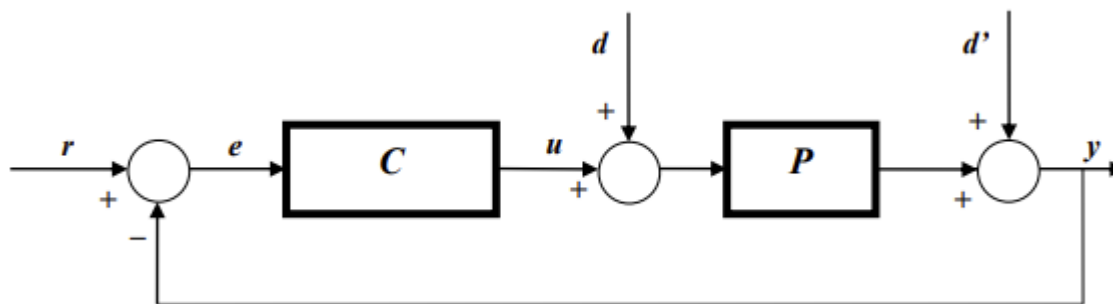


Рис. 1 Система керування зі зворотнім зв'язком

Під стійкістю системи керування зазвичай розуміють абсолютну стійкість. Це означає, що всі полюси передавальної функції замкненої системи лежать у лівій напівплощині. Тим не менше, якщо треба описати показники стійкості, використовують принцип відносної стійкості. Відносна стійкість використовується для визначення наскільки система є стійкою або наскільки вона близько до границі стійкості. Ідея відстані до границі стійкості породжує різноманітні інтерпретації, оскільки це відноситься до різних джерел похибок у моделі, яка використовується для синтезу регулятора. Таким чином, поєднання кількісних показників робастності та принципи методик налаштування призвело до появи синтезу робастних регуляторів.



## 2.2 Класичні показники робастності

Вимірювання робастності розвивається роками, що призводить до появи нових підходів у робастному керуванні. Із цієї точки зору запас по модулю і фазі відомі як класичні показники відносної стійкості. Ці показники виходять із критерія стійкості Найквіста і розглядають можливість охоплення критичної точки  $(-1, j0)$ , що може виникнути при зміні підсилення або фази системи.

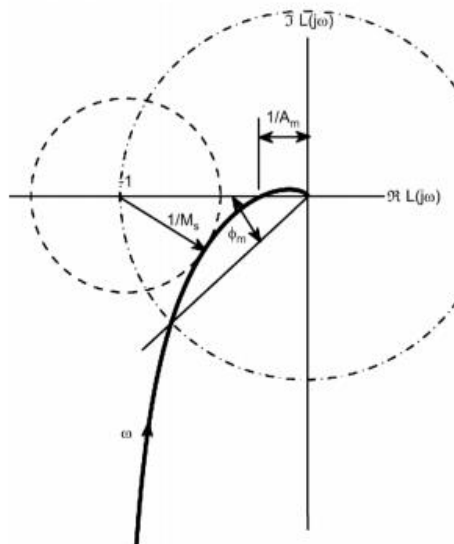


Рис.2 Визначення запасів стійкості по модулю і фазі

Запас по модулю  $A_m$  визначається точкою, де годограф Найквіста перетинає від'ємну дійсну вісь. Ця міра визначає наскільки повинен збільшитися коефіцієнт підсилення, щоб система стала нестійкою. Він визначається із такого співвідношення:

$$A_m = \frac{1}{|C(j\omega_z)P(j\omega_z)|}$$

Запас по модулю обчислюється на частоті  $\omega_1$ . Це частота, на якій фазовий зсув складає  $180^\circ$ . Типові значення  $2.5 \leq A_m \leq 3.3$ . Запас по фазі показує на яку фазу система може запізнюватися, щоб годограф Найквіста перетнув критичну точку.

Частота  $\omega_1$  – це частота, на якій коефіцієнт передачі системи дорівнює 1. Запас по фазі показує, що якщо існує помилка у моделі об'єкта, то наскільки додаткове запізнення по фазі призведе до нестійкості системи. Типові значення Синтез на основі запасів стійкості може вважатися першим, де робастність оцінюється явними показниками робастності.

Недоліком такого підходу є те, що кінцеві вирази для обчислення параметрів регуляторів є нелінійними. Для їх вирішення повинні бути обчислені частоти  $\omega_L$ , а їх поява у рівняннях з функціями  $\text{tg}-1$  обмежує їх аналітичне обчислення. Через цю проблему було створено різні підходи, які використовують апроксимацію, яка зв'язує запаси стійкості з якимось параметром регулятора, і значення цього параметра приводить до отримання конкретних величин запасів.

### 2.3 Внутрішня стійкість та якість

Поняття стійкості характеризує здатність системи повертатися в стан рівноваги після нанесення збурення. У системі керування не можна допустити, що невелике збурення в одному місці призведе до сигналів необмеженого рівня в деяких інших місцях. Слід бути впевненим, що обмежені внутрішні сигнали гарантують стійкість для всіх обмежених зовнішніх сигналів. Для цього не досить, перевіряти на стійкість тільки передавальну функцію замкнутої системи. Щоб гарантувати обмежені внутрішні сигнали, замкнута система повинна бути внутрішньо стійкою.

У системі керування, будь-які дві точки можуть бути вибрані для тестування внутрішньої стійкості, але деякі варіанти еквівалентні. У системі, є тільки два незалежних виходи і два незалежні входи.

Нагадаємо концепцію стійкості. Система стійка тоді і тільки тоді, коли всі полюси її замкненої передавальної функції знаходяться у відкритій лівій напівплощині ЛНП (або, що еквівалентно, замкнута передавальна функція

не має полюсів в  $\text{Re } s \geq 0$ ). У порівнянні з концепцією внутрішньої стійкості, поняття стійкості не є повним, тому що анулювання нулів і полюсів в правій напівплощині (ПНП) для замкненої системи не розглядається.

Анулювання нуля-полюсу означає, що нуль і полюс знаходяться в одній і тій же точці. Це може відбутися в певній складовій системи (наприклад, в регуляторі) або між двома розділеними складовими (наприклад, між регулятором і об'єктом). Деякі анулювання є знімними, наприклад,  $(s-1)/(s-1) = 1$ . Така передавальна функція є нестійкою до анулювання. Деякі анулювання не є знімними, які  $(e^{-s} - 1)/s$ . Загалом, такий випадок відбувається в системах з запізненням.

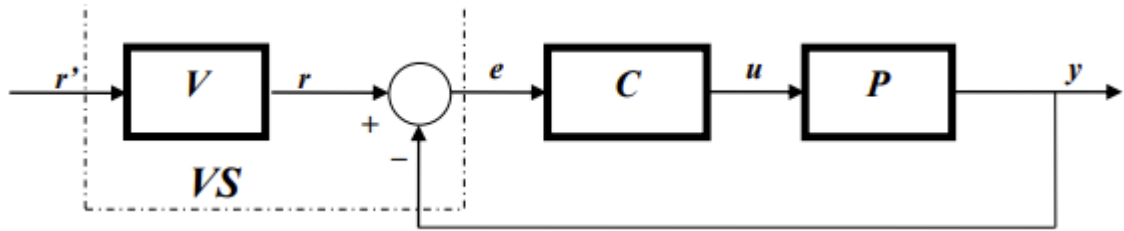


Рис. 3 Нормалізація входу системи

Найважливішим завданням для синтезу системи керування є отримання регулятора, який гарантує потрібний вихід. Компроміс, притаманний системі керування означає, що, хоча норми або показники якості можуть відрізнятися в значній мірі, отримані виходи не дуже відрізняються.

У більшості промислових систем, синтез стосується в основному регулятора. З цією метою, отримана система зазвичай має хорошу здатність до подавлення зовнішніх збурень.

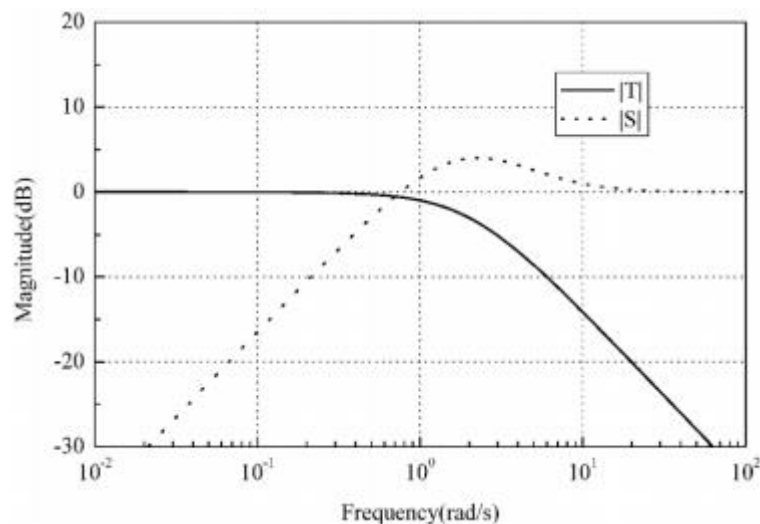


Рис. Основна та додаткова функції чутливості

### Типи невизначеностей при розгляді робастних систем

В більшості випадків, коли мова йде про робастні системи, то мається на увазі робастність зі стійкості. Тобто кажуть, що система робастна в заданому класі збурень, якщо при будь-яких збуреннях з цього класу вона залишається стійкою.

Адекватний математичний опис теплоенергетичних об'єктів керування аналітичними методами з усім різномаяттям характеристик сировинних та енергетичних потоків, станів робочих органів та активних зон агрегатів є вельми складною та тривалою процедурою. Альтернативою такому підходу в отриманні

адекватних моделей є апіорне визнання і відображення в моделях їх неповноти (невизначеності). Враховуючи наявну практику використання моделей при розробці САК для теплоенергетичних об'єктів, невизначеності моделей можна умовними чином поділити на три складові: структурну, параметричну та координатну.

Структурна невизначеність відображає принципову неможливість задання розмірності моделі об'єкта керування, що точно відповідатиме властивостям об'єкта-оригінала, тобто порядку її диференційних рівнянь або розмірності простору станів. Параметрична невизначеність – неможливість точного задання значень коефіцієнтів диференційних рівнянь. Координатна невизначеність – неможливість отримання точних значень змінних та статистичних оцінок, які вимірюються та обчислюються на їх основі. Структурну невизначеність можна задати введенням у структуру моделі ланок чистого запізнювання; параметричну – у вигляді моделей неконтрольованих параметричних збурень; координатну – у формі моделі шумів вимірювання, адитивних координат, що вимірюються.

Неструктуровані невизначеності важливі з двох причин:

- 1) Всі моделі, що використовуються в структурі регулятора повинні включати неструктуровані невизначеності для покриття немодельованої динаміки (наприклад, нелінійності).
- 2) З неструктурованої невизначеності, можуть бути отримані прості і загальні результати не тільки для робастної стійкості, а й для робастної якості.

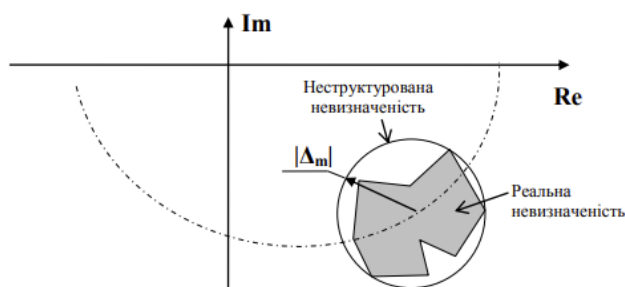


Рис. 3 Коло для опису неструктурованої невизначеності

### Принцип регулювання на базі внутрішньої моделі

У випадку, коли є можливість точної ідентифікації об'єкта керування, то можна уникнути процедури складного налаштування системи керування, якщо використати регулятор з внутрішньою моделлю. Така ідея є відправною точкою для подальших

розробок, які згодом стали називатися керуванням із внутрішньою моделлю або ІМС (від англ. Internal Model Control), тому що модель об'єкта є явною внутрішньою частиною регулятора.

Принцип керування з використанням внутрішньої моделі базується на твердженні, що керування буде ефективним тоді, коли система в певній мірі включає в себе особливості об'єкта, яким керує.

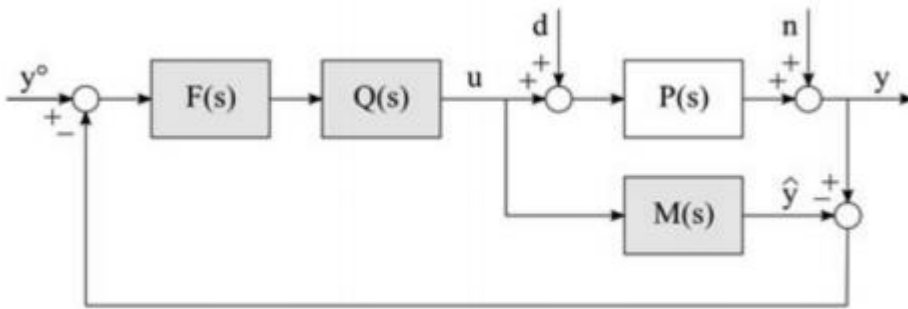


Рис. 4 Структура ІМС

Регулятор з внутрішньою моделлю був запропонований як альтернатива класичній структурі зі зворотним зв'язком. Головна перевага полягає у тому, що стійкість замкнутої системи досягається за рахунок вибору стійкого ІМСрегулятора. Крім того, показники якості перехідних процесів (наприклад, час регулювання) прямо залежать від параметрів контролера, що робить налаштування ІМС-регулятора дуже зручним.

## РОЗДІЛ 3

### СИНТЕЗ РОБАСТНОГО КОНТУРУ КУТОВОЇ СТАБІЛІЗАЦІЇ БЕЗПЛОТНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ

Системи управління сучасними безпілотними літальними апаратами (БЛА) по своїй складності і пропонованим до них вимогам не поступаються аналогічним системам в пілотованій авіації. Важливу роль у забезпеченні керованого польоту БЛА відіграє система кутової стабілізації, призначена для відпрацювання регулярних керуючих впливів і парирування випадкових збуджень по каналах тангажу, курсу і нахилу.

Всі контури кутової стабілізації будуються як замкнуті системи зі зворотними зв'язками, що визначаються параметрами власного обертального руху літального апарату. По виду сигналів зворотних зв'язків розрізняють закони управління:

- за кутом і першою похідною кута;
- за кутом, першої та другої похідним кута;
- по куту, першої похідної і інтегралу від кута.

Основною проблемою, що виникає при використанні регуляторів з постійними коефіцієнтами, є нестационарність контура стабілізації, обумовлена зміною параметрів літального апарату. Зміна параметрів літального апарату можуть бути викликані як зміною його аеродинамічних характеристик у зв'язку зі зміною режиму польоту (висота, швидкість, число  $M$  і т.д.), так і зміною маси, моментів інерції і центрування БЛА. Нестационарність об'єкта управління може призвести до неприпустимого зниження якості регулювання в контурах стабілізації, а в деяких випадках і до втрати їх стійкості.

Адаптивні системи стабілізації містять основний контур стабілізації і управління польотом, а також контур самоналаштування регулятора, завданням якого є ідентифікація характеристик об'єкта управління, формування необхідного критерію якості регулювання і пошук його екстремуму. Такі системи досить складні в реалізації, мають наступні недоліки і вимагають:

- розв'язання задачі ідентифікації параметрів літального апарату в реальному часі;

- застосування спеціальних тестуючих зовнішніх сигналів (імпульсних або гармонійних);

- використання досить складних алгоритмів пошуку екстремумів нелінійних функцій декількох змінних.

Для безпілотних літальних апаратів, особливо класів мікро і міні, більш раціональним є використання робастних систем автоматичної стабілізації. Такі системи мають слабку чутливість їх динамічних характеристик до зміни параметрів літального апарату в певному діапазоні зміни цих параметрів.

### 3.1 Синтез робастного контуру кутової стабілізації

Синтез робастного контуру кутової стабілізації розглянемо на прикладі каналу стабілізації і управління БЛА по куту тангажа. Даний приклад є найбільш загальним і дозволяє врахувати всі особливості, характерні для інших каналів управління.

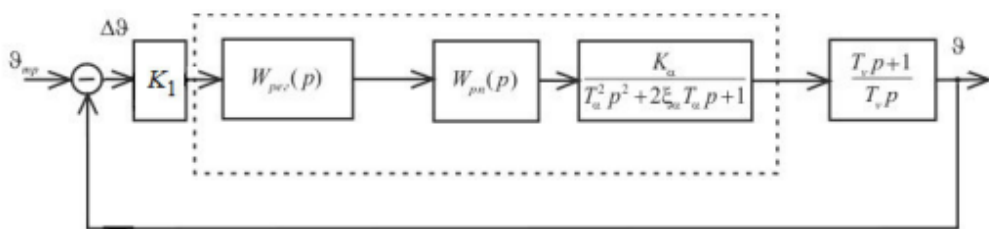


Рис. 5 Структурна схема контуру стабілізації по каналу тангажа

#### Результаты математического моделирования контура стабилизации

Перевірка якості функціонування робастного контуру стабілізації по куту тангажу проводилася шляхом комп'ютерного моделювання з використанням пакету MATLAB SIMULINK.

Математична модель контуру кутової стабілізації включає в себе наступні зіставні частини:

- - математичну модель була по каналу тангажа;
- математичну модель рульового приводу;
- математичну модель досліджуваного робастного регулятора;
- математичну модель класичного pid-регулятора;
- математичну модель вхідних сигналів;
- засоби візуалізації результатів моделювання.

Для порівняльного аналізу характеристик процесів управління в контур стабілізації введена модель класичного PID-регулятора паралельного типу, коефіцієнти якого визначаються, виходячи з необхідних характеристик процесів при номінальних значеннях параметрів моделі БЛА.

Найбільш повну характеристику динамічних властивостей системи як в перехідному, так і в сталому режимах дає реакція системи на одиничне ступінчастий вплив.

Тому цей вид вхідного сигналу є основним. Крім цього, при тестуванні можуть використовуватися гармонійний і лінійно змінюється сигнали.

Методика проведення експериментів полягає у визначенні залежності характеристик перехідного процесу (тривалість  $T$  і перерегулювання  $\sigma$ ) в залежності від зміни параметрів об'єкта управління. Зміна параметрів об'єкта управління наводиться у відносних одиницях-відсотках від їх номінальних значень.

Отримання перехідних процесів при стрибкоподібному зміні  $\theta = 5^\circ$  і заданих значень параметрів моделі БЛА повторюється для двох досліджуваних схем: запропонованого регулятора і класичного PID-регулятора. Коефіцієнти PID-регулятора настроюються для номінальних значень параметрів БЛА.

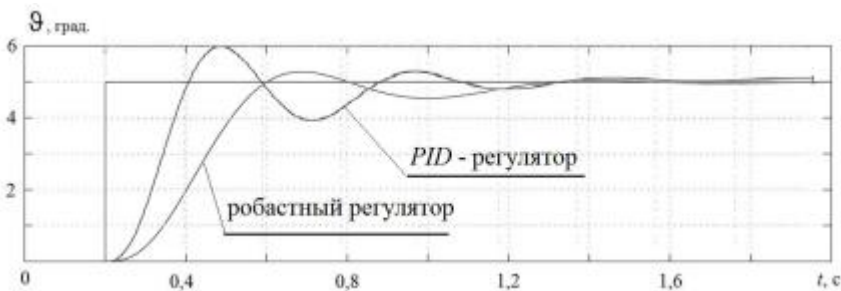


Рис.6 Перехідний процес при номінальних значеннях параметрів об'єкта управління

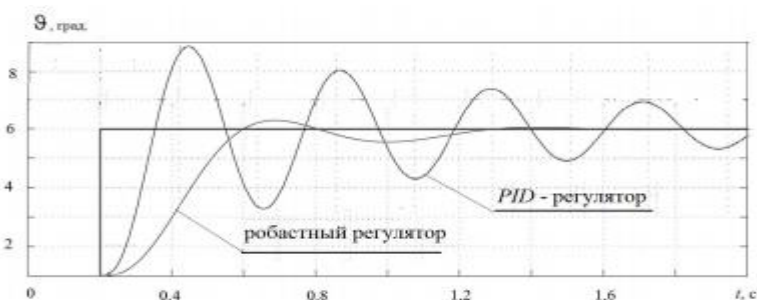


Рис.7 Перехідний процес при збільшенні  $T_a$  в 2 рази



З використанням наведеної вище моделі досліджувався також вплив випадкового вхідного впливу на процеси, що протікають в контурі. В експериментах на вхід контуру стабілізації подавався одиничний ступінчастий вплив, додатково до якого на вхід об'єкта управління подавалося випадкове збурення різної інтенсивності та ширини спектра.

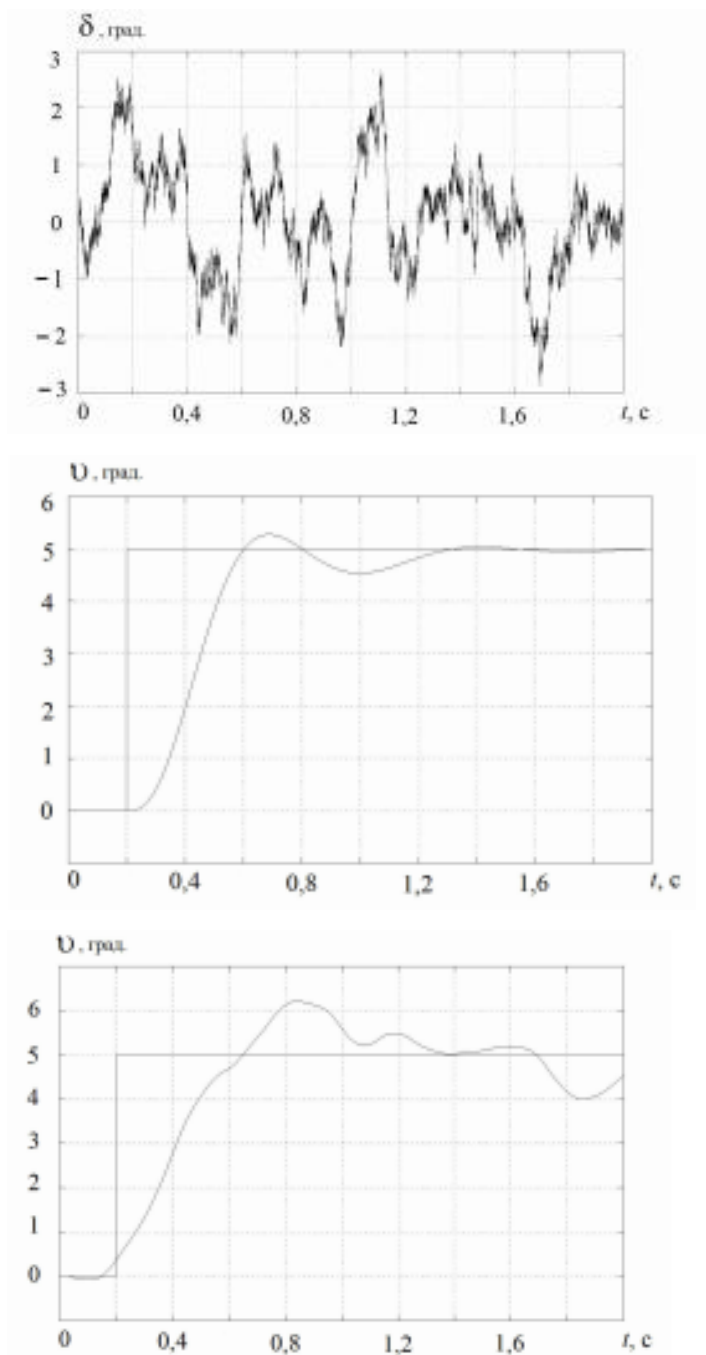


Рис. 8 Перехідні процеси при обробці одиничного ступінчастого вхідного сигналу з урахуванням випадкового збурення

### 3.2 Покращене робастне керування

Робастна стійкість системи з невизначеністю передбачає асимптотичну стійкість будь-якої динамічної системи з цілого класу, який виділяється на основі наявної апіорної інформації, а синтез робастного управління полягає в побудові регулятора, який забезпечить виконання мети управління для будь-якого можливого об'єкту з цього класу.

Синтезу регуляторів на основі лінійних матричних нерівностей в останні роки було присвячено величезну кількість публікацій в таких відомих журналах як IEEE

Transactions on Automatic Control, Automatica, Systems and Control Letters, International Journal of Control і багатьох інших, а також в працях всіх останніх конференцій з теорії управління (World IFAC Congresses, IEEE Conferences on Decision and Control, European Control Conferences та інших).

Лінійні матричні нерівності дозволяють з єдиних позицій розглядати і вирішувати багато проблем теорії управління і, зокрема, такі важливі як стабілізація нестійкого об'єкта станом і по вимірюваній виходу, модальне керування, оптимальне лінійно-квадратичне управління, оптимальне гасіння зовнішніх збурень в рамках теорії  $H_\infty$  - управління, робастна стійкість і стабілізація, абсолютна стійкість і стабілізація, робастне  $H_\infty$ -управління.

Основна ідея, покладена в основу синтезу, полягає в наступному. Мета управління формулюється у вигляді нерівності щодо квадратичної функції Ляпунова замкнутої системи  $V(x) = x^T X x$  із симетричною позитивно певною матрицею  $X = X^T > 0$ . Для завдання стабілізації це просто нерівність Ляпунова, а для завдання  $H_\infty$ -управління це нерівність безпосередньо виходить шляхом перетворення на основі частотної теореми цільового умови, вираженого в частотній області, в еквівалентну йому матричне нерівність. У будь-якому випадку отримана нерівність може бути представлено у вигляді лінійного матричного нерівності щодо невідомої матриці параметрів регулятора  $\Theta$  деякого спеціального виду:

$$\Psi^T R \Theta^T Q + Q^T \Theta P < 0, \quad (I)$$

де  $P$ ,  $Q$  і  $\Psi$  - матриці відповідних порядків, що залежать від вихідних даних, причому симетрична матриця  $\Psi$  залежить також від невідомої матриці  $X$  функції Ляпунова.

### 3.3 Приклад розрахунку робастного контролера

Що таке робастний контролер і навіщо нам ускладнювати собі життя? Чим нас не влаштовує стандартний, всіма впізнаваний, ПІД-регулятор?

Відповідь криється в самій назві, з англ. "robustness" - the quality of being strong and not easy to break (властивість бути сильним і складно зламати). У випадку з контролером це означає, що він повинен бути «жорстким», невіддатливим до змін об'єкта управління. Наприклад: в мат. моделі DC мотора є 3 основних параметри: опір і індуктивність обмотки, і постійні  $K_t$   $K_e$ , які рівні між собою. Для розрахунку класичного ПІД регулятора, дивляться в даташит, беруть ті 3 параметри і розраховують коефіцієнти під, начебто все просто, що ще потрібно. Але мотор - це реальна система, в якій ці 3 коефіцієнта не постійні, наприклад в слідстві високочастотної динаміки, яку складно описати або потрібно високий порядок системи. Наприклад:  $R=1$  Ом, а насправді  $R$  знаходиться в інтервалі  $[0.9, 1.1]$  Ом. Так у показники якості у випадку з під регулятором можуть виходити за задані, а робастний контролер враховує невизначеності і здатний утримати показники якості замкнутої системи в потрібному інтервалі.

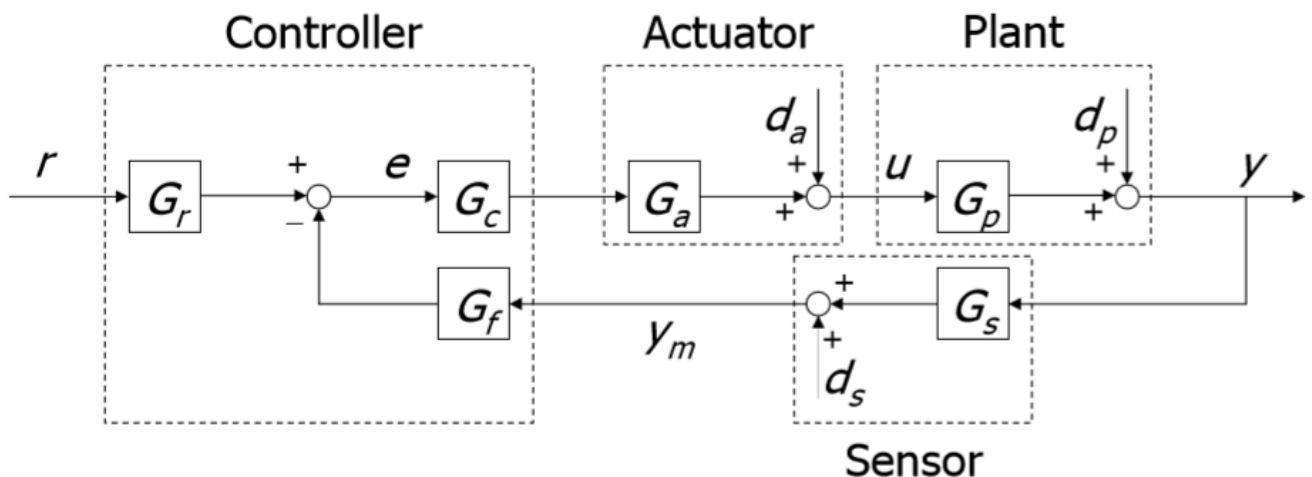


Рис.9 Блок схема системи управління

Постановка завдання:

Знайти:  $G_c(s)$  і  $G_f(s)$  які задовольняють всі задані умови.

Дано – 
$$G_p(s) = \frac{K}{s(1+s/p_1)(1+s/p_2)}$$
 - об'єкт управління  $S$  невизначеностями, які

$$9 \leq K \leq 16,$$

$$0.55 \leq p_1 \leq 1.05,$$

задані інтервалами:  $1.9 \leq p_2 \leq 3.1$

Для подальших розрахунків будемо використовувати номінальні значення, а невизначеності врахуємо далі.

$K_n = (16+9)/2 = 12.5$ ,  $p_1 = 0.8$ ,  $p_2 = 2.5$ , відповідно отримав номінальний об'єкт управління:

$$G_{pn}(s) = \frac{12.5}{s(1+s/0.8)(1+s/2.5)}$$

$$G_s(s) = 1, G_a(s) = 0.095, G_r(s) = 1$$

Типи збуджень:

\*  $d_a(t) = D_{a0} |D_{a0}| \leq 5.5 \cdot 10^{-3}$  - ступінчасте збудження підсилювача з амплітудою  $D_{a0}$

\*  $d_p(t) = a_p \sin(w_p t), |a_p| \leq 2 \cdot 10^{-2}, w_p \leq 0.02 \text{ rad/s}$  - синусоїдальне збудження об'єкта управління з амплітудою  $a_p$  і частотою  $w_p$

\*  $d_s(t) = a_s \sin(w_s t), |a_s| \leq 10^{-1}, w_s \leq 40 \text{ rad/s}$  - синусоїдальне збудження сенсора з амплітудою  $a_s$  і частотою  $w_s$

Рішення

Одним з ключових кроків в  $H_\infty$  методі це визначення вхідних і вихідних вагових функцій. Ці вагові функції використовуються для нормування входу і виходу і відображення тимчасових і частотних залежностей вхідних збурень і робочих характеристик вихідних змінних (помилки). Чесно кажучи, мені це практично ні про що не говорить, особливо якщо вперше стикаєшся з даним методом. У двох словах, вагові функції використовуються для завдання потрібних властивостей системи управління. Наприклад, в зворотному зв'язку варто сенсор, який має шум, зазвичай високочастотний, так ось, вагова функція буде свого роду кордоном, яку контролер не повинен перетинати, що б відфільтрувати шум сенсора.

### Steady-state response to polynomial reference inputs

| Input order \ System type | Step input<br>(order 0)               | Ramp input<br>(order 1)         | Parabola input<br>(order 2)     |
|---------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 0                         | $\frac{K_d^2 R_0}{K_d + K_p K_c G_a}$ | $\infty$                        | $\infty$                        |
| 1                         | 0                                     | $\frac{K_d^2 R_0}{K_p K_c G_a}$ | $\infty$                        |
| 2                         | 0                                     | 0                               | $\frac{K_d^2 R_0}{K_p K_c G_a}$ |

Рис.10 Помилки по положенню, швидкості і прискорення

System type або астатизм ( $p$ ) - позначає кількість полюсів в нулі, об'єкта управління.

$$\mu + p = h$$

Де  $h$ -порядок вхідного сигналу, для ramp  $h=1$ ;

$$\mu = h - p = 1 - 1 = 0$$

Тепер скористаємося теоремою кінцевих значень, щоб знайти  $e_{r\infty}$

$$e_{r\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_r(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s * e_r(s)$$

Де  $e_r$ -помилка стеження,

$$e_r(t) = y_r(t) - y_d(t) = y_r(t) - K_d r(t)$$

$y_r$ -дійсний вихід,  $y_d$ -бажаний вихід.

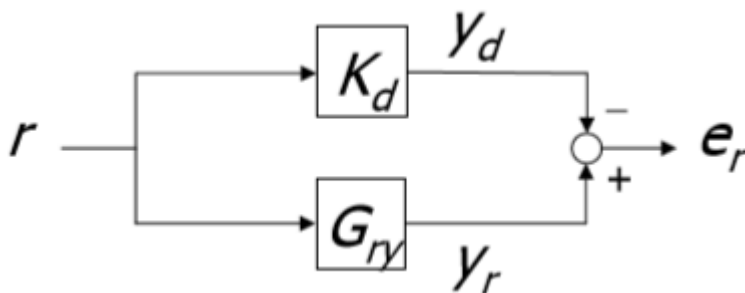


Рис.11 Визначення помилки стеження

У підсумку отримаємо таке:

$$\left| e_r^\infty \right| = \lim_{s \rightarrow 0} s * K_d * S^*(s) * s^{\mu+p} * R(s) = \begin{cases} \mu = 0, p = 1 \\ R(s) = \frac{R_0}{s^2} \end{cases} = \lim_{s \rightarrow 0} K_d * R_0 * S^*(s) \leq 0.15$$

Це формула сталої помилки, невідома в даному рівнянні S (sensitivity function)

$$S^*(0) = \frac{e_r^\infty}{K_d * R_0} \rightarrow S^*(0) \leq 0.15$$

$$T(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} \quad S^*(s) = \frac{1}{1+L(s)} = \frac{1}{1+G_c G_d G_p G_i G_f}$$

Де -sensitivity function, L (s) – loop

function.. Також complementary sensitivity function (як видно з формул, до складу S і T входять GC – розраховується контролер, відповідно межі для S і T ми знайдемо з помилок і робочих характеристик, вагові функції визначимо з S і T, а матлаб з вагових функцій знайде бажаний контролер.)

У двох словах про S і T .

\* Sensitivity function, S(s), описує вихід у (s) як функцію збурення  $d_a$  і  $d_p$ , також пов'язує помилку стеження і вхідний вплив (для низьких частот)

$$S(s) = \frac{y(s)}{d_{a,p}(s)} = \frac{e_r(s)}{r(s)}$$

\* Complementary sensitivity function, T ( s), пов'язує вихід системи з вхідним впливом, а також показує на скільки шум сенсора DS впливає на вихід системи (для високих частот).

$$T(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{-y(s)}{d_i(s)}$$

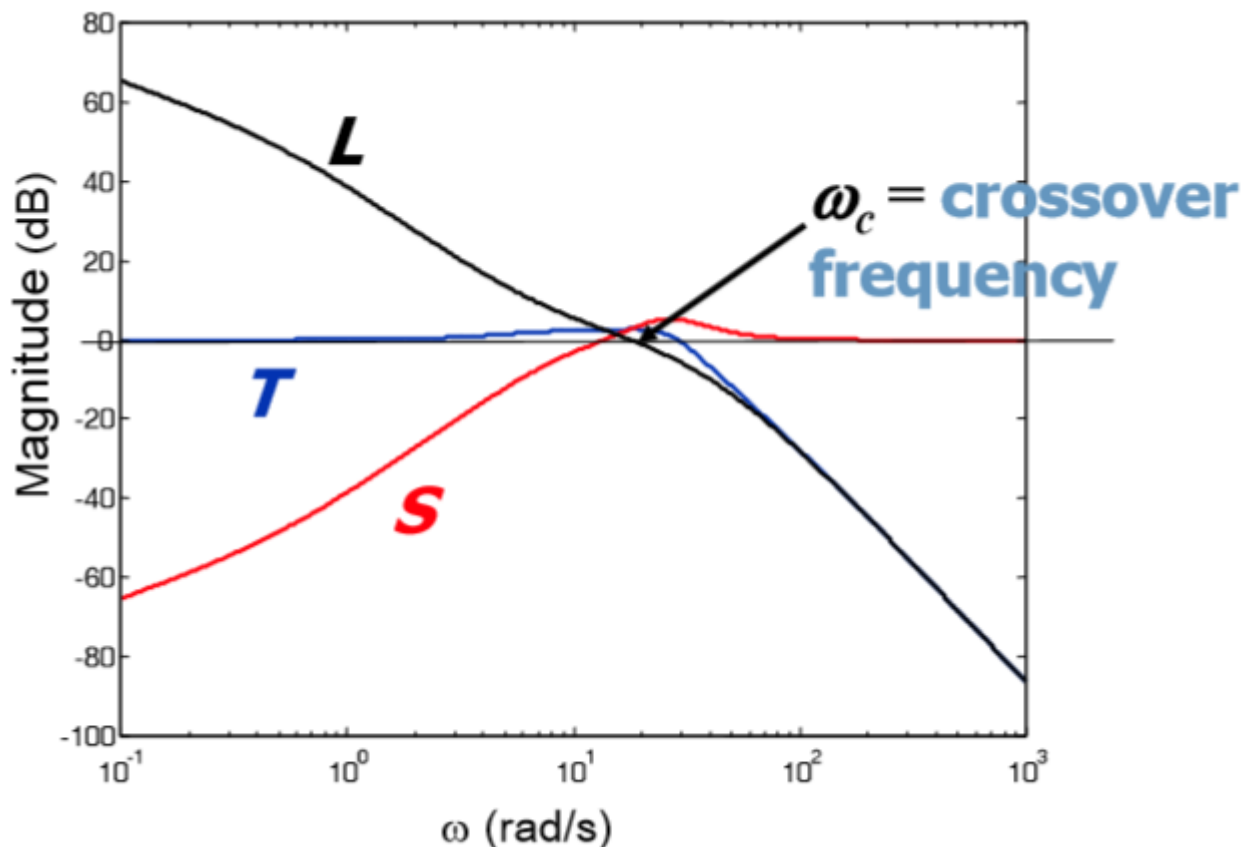


Рис.12 Діаграма Боде для S,T и L

### Generalized plant

Нінф метод або метод мінімізації нескінченної норми Infinity відноситься до загальної формулюванні проблеми управління яка ґрунтується на наступній схемі представлення системи управління зі зворотним зв'язком:

**$M$**  is the **generalized plant**  
 **$G_c$**  is the controller  
 **$u$**  are the control inputs  
 **$v$**  are the controller inputs  
 **$w$**  are the external inputs  
 **$z$**  are the external outputs

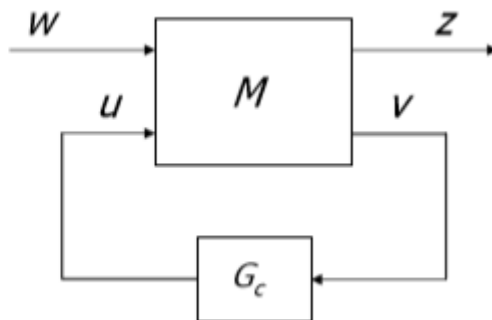


Рис.13 Узагальнена схема системи управління

$$G_c(s) = \operatorname{arg\,min}_{G_c \in G_c^{stab}} T_{WZ}(s)_\infty$$

$T_{WZ}(s)$  - замкнута передавальна функція від  $W$  до  $Z$ .

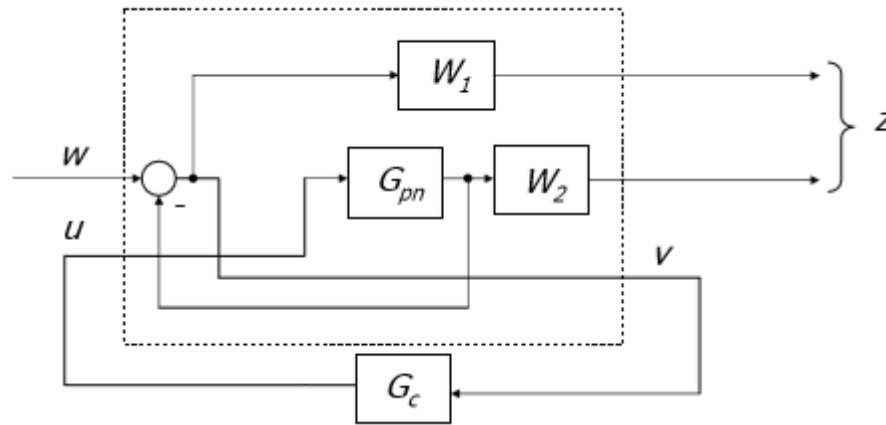


Рис.14 Розкрита схема управління

І так для знаходження  $W_u$  скористаємося матлаб. Нам потрібно побудувати Body всіляких відхилень від номінального об'єкта управління, і потім побудувати передавальну функцію яка опише всі ці невизначеності:

$$\left| \frac{G_p(j\omega)}{G_{pn}(j\omega)} - 1 \right| \leq |W_u(j\omega)| \quad \forall \omega$$



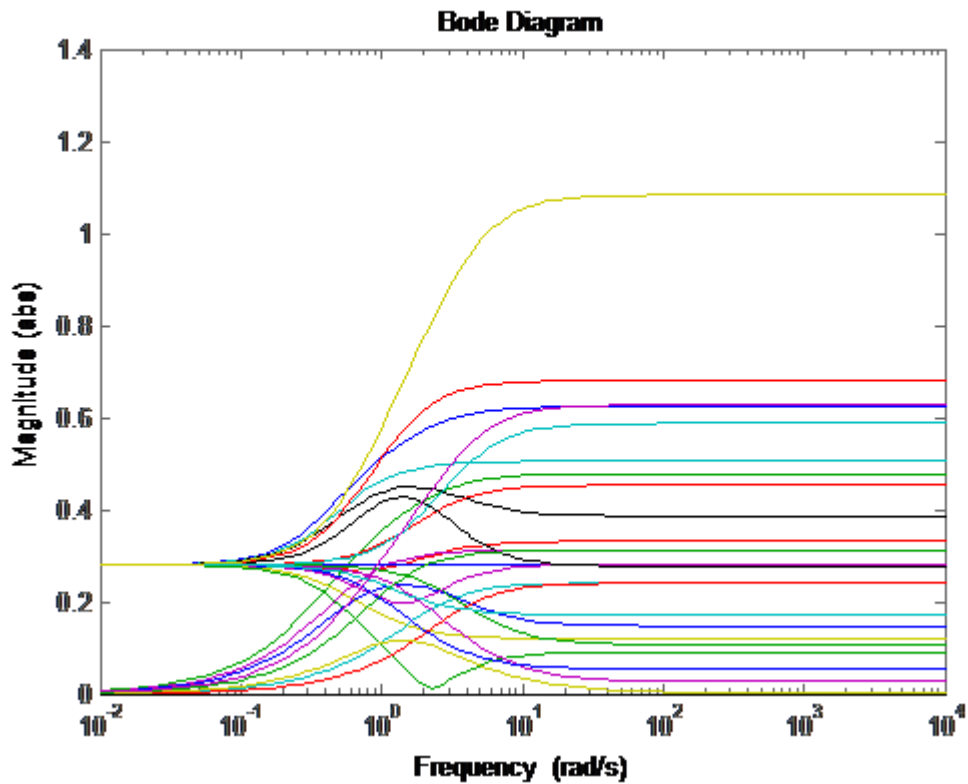


Рис.15 Діаграма Бode невизначеностей

Ми буде лежати вище цих ліній. У матлаб є tool який дозволяє мишкою вказати точки і по цих точках будує передавальну функцію.

## ВИСНОВКИ

В роботі проведений аналіз стану техніки в області розробки, наладки і застосування сучасних робастних систем керування

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Солодовников В.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования / В.В.Солодовников, В.Н.Плотников, А.В.Яковлев. // – М.: Машиностроение, 1985. – 536 с.
2. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического регулирования. В.А. Бесекерский, Е.П. Попов // М., Наука, Гл. ред. ф.-м. литер. / 1975. –768 с.
3. Dorf, Richard C. Modern control systems / Richard C. Dorf, Robert H. Bishop. // – 12th ed. – 2011. – 1082 p.
4. Б. Т. Поляк, Я. З. Цыпкин, Робастный критерий Найквиста, Автомат. и телемех., 1992, выпуск 7, 25–31
5. Д.В. Баландин Алгоритмы синтеза робастного управления динамическим системами. Уч.-метод. Материалы по программе повыш. Квалифик. “Информационные технологии и компьютерное моделирование в прикладной математике” Н-Новгород, 2007, 88 с.
6. <https://habr.com/ru/post/306934/> - Пример расчета робастного контроллера (H-infinity control)
7. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление - М.: Наука, 2002. - 303 с.
8. Методы робастного, нейро-нечеткого, и адаптивного управления : Учебник./ Под ред. Н. Д. Егупова - М.: Изд-во МГТУ им Н. Э. Баумана, 2001. - 744с, ил.
9. Дорф Р. - Современные системы управления. Пер. с англ. Б. И. Копылова. - М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. - 832 с.: ил.
10. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник в 5-ти тт.; 2-е изд., перераб. о доп. Т.3: Синтез регуляторов систем автоматического управления/ Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. - М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. - 616 с., ил.

11. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник в 5-ти тт.; 2-е изд., перераб. о доп. Т.4: Методы оптимизации систем автоматического управления/ Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. - М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. - 744с., ил.
12. Ротач В. Я. Теория автоматического управления: Учебник для вузов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Издательство МЭИ, 2004. - 400с., ил.
13. Ротач В. Я. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами: Учебник для вузов. - М.: Энергоатомиздат. 1985. - 296 с.: ил.
14. Филипс Ч., Харбор Р. Системы управления с обратной связью. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. - 616 с., ил.