

Міністерство освіти і науки України  
Сумський державний університет  
Навчально-науковий інститут бізнесу, економіки та менеджменту  
Кафедра економічної кібернетики

## КВАЛІФІКАЦІЙНА БАКАЛАВРСЬКА РОБОТА

на тему «ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ  
ЦІН НА СМАРТФОНИ»

Виконав студент 4 курсу, групи ЕК-71 а  
(номер курсу) (шифр групи)

Спеціальності 051 «Економіка («Економічна  
кібернетика»)

Мільчаков Сергій Олегович  
(прізвище, ініціали студента)

Керівник доцент, д.е.н. Бойко А.О.  
(посада, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

Суми – 2021 рік

Міністерство освіти і науки України  
Сумський державний університет  
Навчально-науковий інститут бізнесу, економіки та менеджменту  
Кафедра економічної кібернетики

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри д.е.н.,  
професор

\_\_\_\_\_ О.В. Кузьменко  
“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2021 р.

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ БАКАЛАВРСЬКУ РОБОТУ  
(спеціальність 051 «Економіка («Економічна кібернетика»))  
студенту 4 курсу, групи ЕК 71 а

Мільчакову Сергію Олеговичу

(прізвище, ім'я, по батькові студента)

1. Тема роботи – Економіко-математичне моделювання динаміки цін на смартфони затверджена наказом по університету від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 року №
  2. Термін подання студентом закінченої роботи «\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 року
  3. Мета кваліфікаційної роботи – побудова моделей для оцінки зв'язку між цінами на смартфони та певними факторами; прогнозування зміни ціни від зміни значень факторів.
  4. Об'єкт дослідження – Об'єктом дослідження є світовий ринок смартфонів, що поданий у вигляді найбільш популярних моделей телефонів.
  5. Предмет дослідження – Предметом дослідження у роботі є методи прогнозування та моделювання залежності ціни на смартфони від групи факторів за допомогою регресійного аналізу.
  6. Кваліфікаційна робота виконується на матеріалах \_\_\_\_\_
  7. Орієнтовний план кваліфікаційної роботи, терміни подання розділів керівникові та зміст завдань для виконання поставленої мети
- Розділ 1 Теоретичні основи ціноутворення в галузі електроніки

(назва – термін подання)

У розділі 1 Ціноутворення як ключовий елемент ринкової економіки, підходи до моделювання цін, постановка завдання моделювання та формулювання вимог до моделі та власне розробка математичної моделі цін на смартфони.

(зміст конкретних завдань до розділу, які повинен виконати студент)

Розділ 2 Моделювання цін на продукцію електронної галузі

(назва – термін подання)

У розділі 2 Побудова математичної моделі цін на смартфони та перевірка адекватності математичної моделі цін на смартфони.

(зміст конкретних завдань до розділу, які має виконати студент)

8. Консультації з роботи:

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
1			
2			
3			

9. Дата видачі завдання: «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 року

Керівник кваліфікаційної роботи \_\_\_\_\_  
( підпис)

А.О. Бойко \_\_\_\_\_  
(ініціали, прізвище)

Завдання до виконання одержав \_\_\_\_\_  
( підпис)

С.О. Мільчаков \_\_\_\_\_  
(ініціали, прізвище)

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЦІНОУТВОРЕННЯ В ГАЛУЗІ ЕЛЕКТРОНІКИ.....	7
1.1 Ціноутворення як ключовий елемент ринкової економіки .....	7
1.2 Підходи до моделювання цін .....	13
1.3 Постановка завдання моделювання та формування вимог до моделі	17
1.4 Розроблення математичної моделі .....	19
РОЗДІЛ 2 МОДЕЛЮВАННЯ ЦІН НА ПРОДУКЦІЮ ЕЛЕКТРОННОЇ ГАЛУЗІ	25
2.1 Побудова математичної моделі цін на смартфони .....	25
2.2 Перевірка адекватності побудованої математичної моделі цін на смартфони .....	30
ВИСНОВКИ .....	43
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	44
ДОДАТКИ.....	49

## ВСТУП

Актуальність теми. Без мобільного телефону вже важко уявити собі сучасне життя. Сучасний ритм життя змушує бути завжди на зв'язку. Безперечно, мобільний телефон – це незамінний предмет стрімкого розвитку, це засіб зв'язку людини з інформаційним середовищем, це ключ до дверей соціальної активності, саме тому мобільний телефон уже давно не є розкішшю, скоріше він став необхідним елементом нашого повсякденного життя. Але функції цього компактного пристрою аж ніяк не обмежуються прийомом дзвінків і передачею повідомлень. Мобільний телефон сконцентрував майже все, що потрібно сучасній людині – можливість фотографувати, записувати звук та відео, зберігати всі контакти. Ринок засобів комунікаційного зв'язку надзвичайно динамічний, на якому споживчі властивості продукту стрімко змінюються і напряму пов'язані з ціною на продукт. При виборі телефону людина не розуміє, чому один такий дорогий, а інший дешевший.

Тому актуальним питанням є моделювання залежності цін на мобільні телефони від певних факторів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для повноцінного аналізу методичних підходів до моделювання і прогнозування цін на ринку смартфонів були вивчені роботи українських та зарубіжних вчених з питань ціноутворення та моделювання цін на різні продукти.

Мета роботи – побудова моделей для оцінки зв'язку між цінами на смартфони та певними факторами; прогнозування зміни ціни від зміни значень факторів.

Об'єкт дослідження. Об'єктом дослідження є світовий ринок смартфонів, що поданий у вигляді найбільш популярних моделей телефонів.

Предмет дослідження. Предметом дослідження у роботі є методи прогнозування та моделювання залежності ціни на смартфони від групи факторів за допомогою регресійного аналізу.

Завдання дослідження:

- Визначити роль та місце процесу ціноутворення в економіці;
- Проаналізувати стан моделювання цін на смартфони;
- Сформулювати завдання процесу моделювання та визначити специфікацію моделі;
- Розробити математичну модель;
- Побудувати математичну модель;
- Перевірити побудовану модель на адекватність.

Методи дослідження. Основою дослідження є метод регресійного аналізу. Моделювання здійснюється за допомогою лінійної економетричної моделі, багатокрокового аналізу та ступеневої економетричної моделі.

Теоретична, методична та практична значущість отриманих результатів. Полягає у отриманні прогнозів цін на смартфони того ж самого виробника за зміни певного фактора.

Інформаційна база дослідження. Дослідження базується на працях економістів, статистичних даних, інформації рейтингових агентств. Реальні дані о цінах на смартфони взяті з сайтів (інтернет магазинів), які займаються їх продажем.

## РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЦІНОУТВОРЕННЯ В ГАЛУЗІ ЕЛЕКТРОНІКИ

### 1.1 Ціноутворення як ключовий елемент ринкової економіки

Питанням ціноутворення в сучасній економічній науці приділяється багато уваги. Про це свідчать численні публікації як вітчизняних, так і зарубіжних вчених. Серед них роботи В. Божкової [1], А. Павленка [2], В. Тимошика [3], Ф. Котлера [4], В. Наумова [5], Т. Сміта [6], В. Рао [7] та ін.

На державному рівні процес ціноутворення регулюється Законом України «Про ціни і ціноутворення», згідно якому визначаються основні засади цінової політики і регулюються відносини, що виникають у процесі формування, встановлення та застосування цін, а також здійснюється державний контроль (нагляд) та спостереження у сфері ціноутворення [8].

Ціна – це вираз цінності товару у грошовому вигляді, яка заснована на збігу граничних величин витрат і корисності та остаточно визначається співвідношенням пропозиції і попиту на даний товар. При цьому залежність граничних величин корисності і витрат як би окреслює зону формування рівноважної ціни, а співвідношення попиту і пропозиції остаточно встановлює її рівень. Ціна в ринковій економіці виконує певні функції, які дуже пов'язані з дією об'єктивних економічних законів.

Функції ціни характеризуються сукупністю загальних властивостей, які об'єктивно притаманні ціні як економічній категорії. Ці властивості обумовлюють роль і місце ціни в ринковому механізмі і їх активний вплив на економічні процеси.

Виділяють такі функції ціни:

– стимулюючу – як у ринковій, так і в неринковій економіці ціни стимулюють зацікавленість підприємців та фірм у підвищенні обсягів

виробництва, в зниженні витрат заради збільшення прибутку. Стимулювання забезпечується шляхом варіювання рівнем прибутку в ціні, надбавками, знижками в ціні і т.і.;

– як засіб більш раціонального розміщення виробництва – за допомогою цінового механізму відбувається перелив капіталів у ті галузі економіки, де склалася висока норма прибутку;

– соціальну – зміна роздрібних цін викликає перерозподіл доходів і витрат населення, зміну в сімейному бюджеті, підвищує або знижує доступність різних видів товарів, соціальних благ і послуг. Тим самим ціна виконує соціальну функцію;

– планову – внутрішньо фірмове планування виробництва, розподіл, обмін та споживання продукції у вартісному вираженні неможливо здійснити без аналізу впливу цін на плановані процеси. Важлива роль цін і при розробці комплексних державних та регіональних програм і економічних прогнозів;

– контрольну – ціни переводять природне багатство в вартісні і фінансові показники. Тим самим вони служать інструментом обліку та контролю, збереженню та накопиченню грошових активів форм. Облік вартостей і контроль за їх рухом має місце і в ринковій, і в неринковій економіці;

– інформаційну – ціна є носієм інформації про кон'юнктуру ринку та його динаміку, про співвідношення попиту та пропозиції, про стан світового ринку і ступень його впливу на внутрішній ринок, про психологічну ситуацію на ринку і поведінку споживача, про якість товару, про цінову стратегію підприємства, тощо. Наявність інформації про динаміку цін дозволяє прогнозувати її подальший розвиток;

– регулюючу збалансованість попиту і пропозиції – саме через ціни здійснюється зв'язок виробництва і споживання, пропозиції та попиту. Рівновага, збалансованість в економіці можуть бути досягнуті або шляхом зміни цін, або одночасної зміни обох;



– обліково-вимірювальну – у цій функції ціна вимірює в єдиних визнаних грошових знаках вартість товару, відображає суспільно необхідні витрати праці на його виробництво;

– розподільчу – ця функція повною мірою використовується в централізованій економіці. Підвищуючи або знижуючи ціни, можна тим самим перерозподіляти доходи і прибуток регіонів, галузей, підприємств, соціальних груп, родин, окремих людей.

Треба зазначити, що як би не були важливі розподільна, інформаційна облікова чи інша функція ціни, пріоритет залишається за стимулюючої функцією, яка визначає загальне прискорення економічного кругообігу і зростання ефективності господарювання. Ця функція реалізується через взаємодію усіх складних цінових механізмів [38].

Ціноутворення – це процес, який встановлює ціни на товари та послуги. При ринковому ціноутворенні реальний процес формування цін відбувається не на виробництві, не на підприємстві, а у сфері реалізації продукції, тобто на ринку під впливом дії попиту і пропозиції, товарно-грошових відносин. Ціна товару та його користь проходять перевірку ринком і остаточно формуються на ринку. Кожна фірма ставить до проблем ціноутворення особисто.

Ціна є економічною категорією будь-якої економіки, від неї залежить діяльність підприємства та її ефективність. Процес встановлення та розробки ціни, залежно від різних чинників, називається ціноутворенням. Згідно з економічною системою держави виокремлюють ринкове і командно-адміністративне ціноутворення.

Ринкове ціноутворення базується на загальних об'єктивних та суб'єктивних законах у різних суспільствах, головними з яких є закон вартості, закон попиту, закон пропозиції, закон товарно-грошового обігу, закон корисності благ та ін. Ці закони визначають особливості ціноутворення й, у подальшому, політику на підприємстві.

Командно-адміністративне ціноутворення базується в основному на принципі витратного механізму формування ціни й здійснюється державними

органами. В основі цього напрямку ціноутворення лежать витрати підприємства на виробництво товару, надання послуг та встановлення нормативного прибутку, отримання та розподіл якого в основному перебувають під контролем держави.

Процес ціноутворення здійснюється на підставі методології, тобто сукупності загальних принципів, правил, методів розробки ціни, формування концепції ціноутворення, визначення системи цін у державі та керівництва процесом ціноутворення в цілому. Методологія утворення цін є єдиною для будь-якої системи, незалежно від того, хто їх встановлює, а також строку їх дії, сфери діяльності підприємства та ін. На підставі методології розробляються політика ціноутворення підприємства та стратегії, які можуть бути застосовані. Політика ціноутворення конкретизується різними методами встановлення та контролю за цінами, які відрізняються спрямованістю, метою, механізмом утворення та дії. Тобто методика як елемент методології дає змогу проводити ту політику, яка в першу чергу відповідає економічній стратегії діяльності підприємства в цілому.

Систематичний підхід до ціноутворення вимагає прийняття рішення про те, щоб окрема ситуація з ціноутворенням узагальнилася та була кодифікована в політику, яка охоплює всі основні проблеми ціноутворення. Політика може і повинна бути пристосована до різних конкурентних ситуацій. Політичний підхід, який стає нормальним для торгової діяльності, є порівняно рідким у ціноутворенні.

Більшість добре керованих виробничих підприємств мають чітку рекламну політику, політику щодо споживчих товарів та політику каналів розповсюдження. Але рішення про ціноутворення залишається переплетінням спеціальних рішень. У багатьох інших добре керованих фірмах, цінова політика розглядалася на кризовій основі. Такий вид управління цінами в разі катастрофи перешкоджає систематичному аналізу, необхідному для чіткої цінової політики.

Рішення щодо ціноутворення фірми в цілому матиме значні наслідки для її маркетингових стратегій. Це означає, що коли фірма приймає рішення про ціну, вона повинна враховувати всі свої маркетингові зусилля. Рішення щодо ціноутворення зазвичай вважаються частиною загальної стратегії досягнення широко визначеної мети.

Встановлюючи ціну, фірма може ставити собі за мету наступні цілі:

- Задоволення ціною та прибутком. Фірми зацікавлені у збереженні своїх цін стабільними протягом певного періоду часу, незалежно від змін попиту та витрат, щоб вони могли отримати очікуваний прибуток.

- Максимізація та зростання продажів. Фірма повинна встановити ціну, яка забезпечує максимальний продаж товару. Фірми встановлюють ціну, яка б підвищила продаж усієї лінійки товарів. Лише тоді можна досягти зростання.

- Заробіток. Деякі фірми хочуть зайняти своє особливе становище у галузі, продаючи продукт із премією та максимально швидко отримуючи прибуток.

- Запобігання конкуренції. Безмежна конкуренція та відсутність планування можуть призвести до марного використання ресурсів. Система цін у конкурентній економіці може не відображати реальних потреб суспільства. Вживаючи відповідну цінову політику, фірма може обмежити вступ конкурентів.

- Частка ринку. Фірма хоче забезпечити значну частку на ринку, дотримуючись відповідної цінової політики. Вона хоче здобути домінуюче лідерське становище на ринку. Багато менеджерів вважають, що максимізація доходів призведе до довгострокової максимізації прибутку та зростання ринкової частки.

- Виживання. У дні жорсткої конкуренції та невизначеності бізнесу фірма повинна встановити ціну, яка б гарантувала добробут фірми. Фірма завжди знаходиться у стадії виживання. Заради свого подальшого існування вона повинна терпіти всілякі перешкоди та виклики з боку суперників.

– Проникнення на ринок. Деякі компанії хочуть максимально збільшити обсяг продажу. Вони вважають, що більший обсяг продажів призведе до зниження витрат на одиницю продукції та більшого довгострокового прибутку. Вони встановлюють найнижчу ціну, якщо припустити, що ринок чутливий до ціни. Це називається ціноутворенням задля проникнення на ринок.

– Ковзання на ринку. Багато компаній віддають перевагу встановленню високих цін, щоб «ковзати» ринком. Dupont – головний практик цінового ринкового ціноутворення. Кожна інновація визначає найвищу ціну, яку вона може стягувати, враховуючи порівняльні переваги її нового продукту порівняно з наявними заміниками.

– Раннє повернення готівкових коштів. Деякі фірми встановлюють ціну, яка призведе до шаленого попиту на продукт і достроково поверне готівку. Вони також можуть встановити низьку ціну як застереження від невизначеності майбутнього.

– Задовільна норма прибутку. Багато компаній намагаються встановити ціну, яка дозволить максимізувати поточний прибуток. Для оцінки попиту та витрат, пов'язаних з альтернативними цінами, вони вибирають ціну, яка виробляє максимальний поточний прибуток, грошовий потік або норму прибутковості інвестицій.

Контроль цін на вироблену і реалізовану продукцію прямо залежить від конкурентного середовища. Як правило, в умовах ринку на більшість товарів і послуг конкуренція зберігається на досить високому рівні, що вимагає від виробника забезпечення наступних умов для ціноутворення продукту.

1. Якщо товар за якісними характеристиками наближений до товарів конкурентів або повністю аналогічний, то при встановленні ціни виробник не може сильно відхилитися від її середнього значення на такий же товар на ринку.

2. Для забезпечення просування товару і отримання інтересу споживачів, виробник повинен виділяти кошти на проведення якісної рекламної кампанії для продукту.

3. З огляду на те, що ціна на товар не може сильно відрізнятись від середньої ціни на ринку, необхідно слідкувати за обсягом і структурою витрат у собівартості. Однак, якщо зростання витрат забезпечує інші, більш якісні характеристики товару, то це є вагомим аргументом для підвищення ціни на такий товар. В такому випадку, необхідно донести до споживача, за рахунок чого ціна на товар даного виробника вище середньої ціни на ринку.

## 1.2 Підходи до моделювання цін

Моделювання цін на будь яку продукцію є дуже гострим і актуальним питанням, яке обговорюється науковою спільнотою та провідними аналітиками по всьому світі. Кількість підходів достатньо велика і різноманітна: економіко-математичне, економетричне моделювання, моделювання на основі індексу споживчих цін, імітаційне моделювання, моделювання на основі інтегральних рівнянь, використання нейронних мереж, тощо. Про це свідчать чисельні публікації українських і зарубіжних науковців, огляди відомих світових аналітичних агентств, дослідницьких компаній та провідних компаній, які виробляють товари повсякденного і довготривалого споживання.

Так, Д. Пяткина досліджує питання економетричного моделювання цін на ринку мобільних телефонів [18]. Авторка розглядає традиційні кроки побудови моделей та оцінки їх якісних характеристик: у статті докладно розглядаються всі етапи побудови моделей такого типу, обговорюються аспекти їх якісних характеристик. Дослідження питань ціноутворення на мобільні телефони дало можливість з'ясувати, які технічні особливості

пристроїв є більш привабливими на ринку і сприяють збільшенню ціни на них, а які не дозволяють підвищити ціну на мобільні пристрої.

Стаття О. Мельникова [19] присвячена питанням розробки економіко-математичної моделі оцінки очікуваної ціни закупівлі залежно від кількості учасників торгів з урахуванням контрольованих і неконтрольованих чинників, які впливають на ціноутворення в системі державних закупівель. Результатом досліджень є модель на основі інтегрального рівняння, яка надає можливість здійснювати кількісну оцінку ефективності функціонування системи державних закупівель за непрямими ознаками, такими як середня кількість учасників конкурсних торгів.

Однією з фундаментальних праць з питань моделювання є монографія колективу авторів під загальною редакцією З. Соколовської [20]. В неї розглядаються різноманітні аспекти, зокрема особливості моделювання підприємств різних сфер діяльності як складних економічних систем, в тому числі, питання досягнення стратегічних фінансових цілей. При цьому розглядається широкий спектр економіко-математичних, імітаційних (комп'ютерних) і статистичних моделей в дослідженні складних економічних систем та процесів і об'єктів різних типів на мікрорівні, включаючи використання фракталів в моніторингу процесів на фондових ринках.

Білоруські дослідники у статті [21] представили систему економетричних моделей для аналізу і короткострокового прогнозування динаміки цін і рівня інфляції в Республіці Білорусь, яка включає моделі індексу споживчих цін, індексу цін виробників промислової продукції, грошової маси (M2) і дефлятора ВВП. На її основі для вищеназваних показників зроблені прогнози в залежності від цін імпорту природного газу і сирої нафти. Згодом, у розвиток тієї системи моделей, була представлена вдосконалена її версія для аналізу і короткострокового прогнозування основних індексів цін в Республіці Білорусь [22] і досліджено її здатність кількісно відображати вплив зміни цін на імпортовані природний газ і сировину.

нафту, а також номінальної середньої заробітної плати одного працівника і ставки рефінансування Національного банку на цінові індекси.

Робота вчених з Албанії [23] присвячена питанням прогнозування індексу споживчих цін (ІСЦ) як офіційного індексу для вимірювання інфляції в Албанії, гармонізованих індексів споживчих цін (ГІСП) як бази для порівняльного вимірювання інфляції в європейських країнах та інших фінансових показників, які можуть впливати на ІСЦ. Було вжито два підходи, оснований на поєднанні моделі множинної регресії з моделями прогнозування часових рядів. У першому випадку моделі часових рядів були використані безпосередньо для отримання прогнозу ІСЦ. Другий підхід полягав у застосуванні моделей часових рядів (SARIMA, ETS) для моделювання та отримання прогнозу для кожної з підкомпонент зі значною кореляцією з ІСЦ. А далі використовувалася модель множинної регресії для отримання прогнозу індексу споживчих цін.

Моделюванню динаміки цін на нафту присвячена робота О. Веселкової [24], в якій авторка за допомогою методів кореляційного і регресійного аналізу досліджує питання, що стосуються динаміки світових цін на нафту, впливу на ціну різних факторів, а також розвитку та стану світового ринку нафти із застосуванням методології системного аналізу.

У статті американських дослідників Хаусмана та Роса [25] розглядаються питання аналізу цін на телекомунікаційні послуги в Мексиці, за допомогою панельних даних по країнах, які подібні Мексиці, включаючи дев'ять країн ОЕСР. На основі цих даних були розроблені моделі для оцінки попиту на мобільні та стаціонарні телекомунікації, які дали можливість довести, що у зв'язку з нижчою ціною в Мексиці на мобільні та стаціонарні лінії у порівнянні з подібними країнами, мексиканські споживачі платять нижчі ціни і отримують споживчий надлишок від цих нижчих цін на мобільні телефони. Дослідження дало можливість спростувати думку, що концентровані ринки телекомунікацій в Мексиці, які вважаються найбільш

концентрованим серед інших країн ОЕСР, призводять до високих цін і шкодять споживачам.

Вчені Київського національного університету імені Тараса Шевченка Г. Черноус та С. Рибальченко розглядають питання використання моделей інтелектуального аналізу даних для оптимізації ціноутворення [26]. В їх роботі зроблено аналіз питань щодо формування оптимальних цін на продукцію або послугу на основі продуктивного використання інформаційних ресурсів підприємств, доведено, що одним з найважливіших завдань управління підприємством у сфері роздрібної торгівлі є визначення оптимальних цін на товар. Автори запропонували використовувати гібридні моделі інтелектуального аналізу даних (ІАД) на основі нейронних мереж для розв'язання питання оптимізації ціни для різних груп споживачів. Зроблено наголос на тому, що «гібридні комбінації моделей підсилюють можливості використання окремого методу або моделі ІАД, що уможлиблює формування систем моделей для вирішення комплексних завдань управління. ...в перспективі подальших досліджень у цьому напрямі є формування більш складних гібридних оптимізаційних моделей, а також пошук ефективних методів знаходження глобальних екстремумів неявно заданих функцій» [26, с. 58].

Реалізація класичного підходу знаходження оптимальної ціни на основі закону «попиту-пропозиції» знайшла своє втілення в роботах [27, 28, 29, 30] та ін.

Таким чином, з вищенаведеного можна констатувати, що кількість методів, які застосовуються в моделюванні процесу ціноутворення дуже велика і різноманітна, при чому серед розглянутих підходів переважають методи економіко-статистичного моделювання. Саме з цих міркувань для подальшого розгляду питання будемо використовувати саме метод кореляційно-регресійного аналізу.



### 1.3 Постановка завдання моделювання та формування вимог до моделі

На ринку мобільних телефонів України представлена продукція великої кількості виробників загальною кількістю понад 55 одиниць. Найбільш популярними з них є Samsung, Xiaomi, Apple, Huawei, Lenovo, Meizu і т.д. (див. табл. 1.1).

Таблиця 1.1 – Найбільш популярні бренди смартфонів в Україні [34].

№	Виробник	Частка ринку, %
1	Samsung	23,82
2	Xiaomi	21,53
3	Apple	20,68
4	Huawei	9,01
5	Lenovo	4,94
6	Meizu	3,4
7	Nokia	1,62
8	Sony	1,45
9	LG	1,4
10	Motorola	0,76
11	HTC	0,71
12	Asus	0,6
13	OnePlus	0,53
14	ZTE	0,53
15	Google	0,4
16	Other	8,62

Продажі смартфонів в Україні постійно зростають. Так, у 2018 році їх було продано 5,4 млн штук, та ще 1,5 млн телефонів, що на 15% перевищило продажі 2017 року. Щодня в Україні в середньому продавалося 14769 смартфонів [35]. Найбільш популярними моделями смартфонів в 2020 році є iPhone 11, Xiaomi Redmi Note 8 Pro, Samsung Galaxy M31, Samsung Galaxy S10e, Xiaomi Redmi Note 8T, Xiaomi Mi 9T, Samsung Galaxy A51, iPhone Xs, Samsung Galaxy A71, iPhone Xr [36].

Рік від року моделі смартфонів удосконалюються, їх функції ускладнюються, стають більш різноманітними, розширюються можливості їх

застосування, що тягне за собою зміну цін продажів. З огляду на велику конкуренцію, цей процес розвивається плавно.

Серед основних якісних характеристик, які впливають на ціну і на вибір смартфона споживачем будемо розглядати такі фактори: діагональ екрана (в дюймах), операційну пам'ять (ГБ), вбудовану пам'ять (ГБ), роздільну здатність матриці камери (МП), кількість ядер процесора (шт.), вагу телефона (кг), тактову частоту процесора (ГГц).

В якості досліджуваних взяті 33 моделі телефонів наступних виробників: APPLE, HTC, SAMSUNG, HUAWEI, Lenovo, Meizu, XIAOMI, LG.

В задачі необхідно розрахувати залежність ціни на смартфони від перелічених якісних характеристик з метою прогнозування зміни ціни під впливом покращення цих характеристик і можливого розширення.

В якості математичного апарату для моделювання означеної залежності обраний кореляційно-регресійний аналіз. В задачі потрібно проаналізувати різні типи залежності між обраними факторами на основі моделей багатофакторної регресії і вибрати найкращу, яка б могла бути використана як для оцінки впливу кожної з якісних характеристик на ціну смартфона, так і для розрахунку прогнозу на нові моделі смартфонів, які можуть з'явитися у майбутньому.

В моделях будемо використовувати наступні позначення змінних:

Y – ціна смартфона (грн.) – залежна змінна;

незалежні змінні:

X<sub>1</sub> – діагональ екрана (дюйми);

X<sub>2</sub> – операційна пам'ять (ГБ);

X<sub>3</sub> – вбудована пам'ять (ГБ);

X<sub>4</sub> – роздільна здатність матриці камери (МП);

X<sub>5</sub> – кількість ядер процесора (шт.);

X<sub>6</sub> – вага телефона (кг);

X<sub>7</sub> – тактова частота процесора (ГГц);

Ці вихідні дані наведені у Додатку Б.

## 1.4 Розроблення математичної моделі

Обробка статистичних даних вже давно застосовується в найрізноманітніших видах людської діяльності. Важко назвати ту сферу, в якій вона б не використовувалася. Але, мабуть, ні в одній галузі знань і практичної діяльності обробка статистичних даних не грає такої виключно великої ролі, як в економіці, яка має справу з обробкою і аналізом величезних масивів інформації про соціально-економічні явища і процеси. Всебічний і глибокий аналіз цієї інформації, так званих статистичних даних, передбачає використання різних спеціальних методів, важливе місце серед яких займають кореляційний і регресійний аналіз. Методи кореляційного і регресійного аналізу є складовою частиною економетрії – науки, що вивчає кількісні та якісні економічні взаємозв'язки за допомогою математичних і статистичних методів і моделей.

Суть методу кореляційно-регресійного аналізу полягає у визначенні оцінок кількісного впливу показників на досліджувану величину і побудові на цій основі строгої залежності між ними, яка в загальному вигляді записується у вигляді деякої функції (або системи функцій) – економетричної моделі.

Економетрична модель – це функція чи система функцій, що описує кореляційно-регресійний зв'язок між економічними показниками, один чи кілька з яких є залежною змінною, інші – незалежними.

У загальному вигляді економетрична модель запишеться так:

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, u), \quad (1.1)$$

де  $Y$  – залежна змінна;

$X_j$  – незалежні змінні;

$u$  – стохастична складова [31].

Стохастична складова  $u$  має бути присутня в рівнянні регресії з кількох причин:

1. Безліч показників, які незначно впливають на  $Y$ , не включаються до рівняння (наприклад, тому що відсутні дані спостережень);
2. Практично неможливо уникнути деякого виду помилок вимірювань, щонайменше, в однієї змінної рівняння;
3. Теоретичне рівняння регресії може відрізнятися від побудованої залежності (так, наприклад, дійсний взаємозв'язок може бути нелінійним, в той час як побудована лінійна залежність між змінними);
4. Крім розглянутих, на досліджувану величину можуть впливати і випадкові фактори;
5. Всі спроби узагальнити людську поведінку повинні враховувати деяку невизначеність, чисто випадкову варіацію досліджуваних показників.

Економетричні моделі являють собою системи взаємопов'язаних рівнянь і використовуються для кількісних оцінок параметрів економічних процесів та явищ.

Побудова будь-якої економетричної моделі, незалежно від того, на якому рівні і для яких показників вона будується, здійснюється як послідовність певних кроків.

Крок 1. Знайомство з економічною теорією, висунення гіпотези взаємозв'язку. Чітка постановка задачі.

Крок 2. Специфікація моделі. Використовуючи всі ті форми функцій, які можуть бути застосовані для вивчення взаємозв'язків, необхідно сформулювати теоретичні уявлення і прийняті гіпотези у вигляді математичних рівнянь. Ці рівняння встановлюють зв'язки між основними визначальними змінними за припущення, що всі інші змінні є випадковими.

Крок 3. Формування масивів вихідної інформації згідно з метою та завданнями дослідження.

Крок 4. Оцінка параметрів економетричної моделі методом найменших квадратів, що дає змогу проаналізувати залишки і відповісти на запитання: чи

не суперечить специфікація моделі передумовам «класичної» моделі лінійної регресії?

Крок 5. Якщо деякі передумови моделі не виконуються, то для продовження аналізу треба замінювати специфікацію або застосовувати інші методи оцінювання параметрів.

Крок 6. Проведення аналізу достовірності моделі та визначення прогнозу за побудованою моделлю [32, с.91-93].

Схематично всі кроки можна зобразити так:

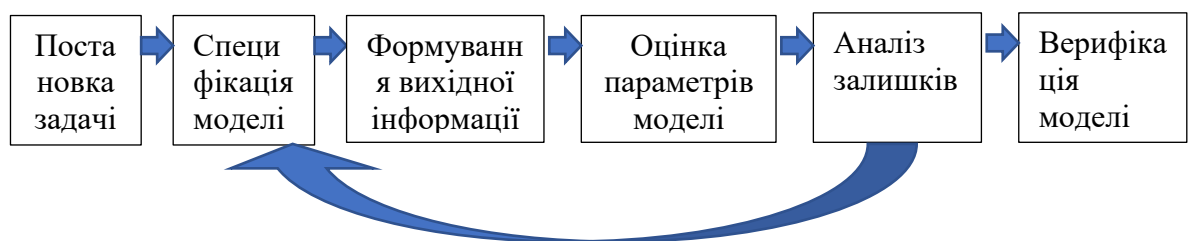


Рисунок 1.1 – Схема побудови економетричної моделі [32]

При побудові економетричної моделі потрібно враховувати, що дані спостережень, на основі яких будується економетрична модель, мають бути однорідними та відповідати критеріям якості (тобто не мати помилок).

Щодо першої вимоги, то розглядають якісну і кількісну однорідність.

Під якісною розуміється однотипність економічних об'єктів, їх однакову якість і певне призначення; під другою – однорідність групи одиниць сукупності, яка визначається на основі кількісних показників (наприклад, коефіцієнта варіації, дисперсії і т.п.).

При формуванні масиву спостережень необхідно переконатися, що дані будуть мати:

- однаковий ступінь агрегування;
- однорідну структуру одиниць сукупності;
- одні й ті ж методи розрахунку показників у часі;
- однакову періодичність обліку окремих змін;

– порівнянні ціни і однакові інші зовнішні економічні умови. При економетричному моделюванні дуже гостро стоїть питання про точність (погрішності, помилки) економічних показників.

Похибки можуть виникати при формуванні алгоритму розрахунку показників, при округленні, повторному обліку тих чи інших показників і т.п. Всі помилки ділять на систематичні і випадкові.

Систематичні або мають постійну величину, або змінюються, підкорюючись певній функціональній залежності. Вони викликані недосконалістю методів та інструментів, що застосовуються при проведенні дослідження. Вони завжди мають однакову спрямованість та можуть бути істотними за величиною. Теоретично все систематичні помилки спостереження можуть бути виключені.

Випадкові помилки обумовлені впливом випадкових чинників при формуванні показників. При цьому кожен з цих факторів окремо викликає часткову помилку, а результатом спільної дії всіх випадкових факторів є сумарна випадкова помилка, яка вже підлягає оцінці. При повторних розрахунках економічних показників ці помилки можуть взаємно погашатися. Однак це не означає, що економічні наслідки цих помилок мають такі ж особливості. Будь-які помилки можуть привести до втрат, тому при формуванні сукупності спостережень слід звертати увагу на можливість виникнення помилок.

Специфікація моделі – це аналітична форма економетричної моделі. Вона складається з певного виду функції чи функцій, що використовуються для побудови моделей, має ймовірнісні характеристики, які притаманні стохастичним залишкам моделі.

З досвіду економетричних досліджень, а також на підставі якісного теоретичного аналізу взаємозв'язків між економічними показниками можна навести деякі класи функцій (не виключаючи інших), які можуть описувати ці взаємозв'язки:

1) лінійна функція:

$$Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n \quad (1.2)$$

2) гіперболічна функція:

$$Y = a_0 + \frac{a_1}{X_1} + \frac{a_2}{X_2} + \dots + \frac{a_n}{X_n} \quad (1.3)$$

3) квадратична функція:

$$Y = a_0 + a_1X_1^2 + a_2X_2^2 + \dots + a_nX_n^2 \quad (1.4)$$

4) логарифмічна функція:

$$Y = a_0 + a_1\ln(X_1) + a_2\ln(X_2) + \dots + a_n\ln(X_n) \quad (1.5)$$

5) експоненціальна функція:

$$Y = a_0e^{a_1X_1+a_2X_2+\dots+a_nX_n} ; \quad (1.6)$$

6) степенева функція:

$$Y = a_0X_1^{a_1}X_2^{a_2} \dots X_n^{a_n} \quad (1.7)$$

У цих функціях:

$Y$  – залежна (пояснювана) змінна;

$X_j$  – незалежні, або пояснювальні, змінні;

$a_j$  – параметри функцій.

Інтерпретація параметрів  $a_j$  залежить від класу функцій. Так, наприклад для лінійної функції коефіцієнт  $a_j$  (коефіцієнт регресії) показує, на скільки одиниць свого виміру зміниться залежна змінна, якщо незалежна змінна збільшиться на одиницю свого виміру за решти незмінних умов. Для степеневої функції коефіцієнт регресії  $a_j$  є одночасно коефіцієнтом еластичності (пояснення нижче).

Серед наведених видів функцій лише перша лінійна, решта – нелінійні. Але за допомогою нескладних перетворень незалежних і залежних змінних кожна з розглянутих функцій може бути зведена до лінійної або шляхом заміни змінної:

гіперболічна  $Z_i = \frac{1}{X_i}, (i = \overline{1, n}) \Rightarrow Y = a_0 + a_1Z_1 + a_2Z_2 + \dots + a_nZ_n \quad (1.8)$

квадратична  $T_i = X_i^2, (i = \overline{1, n}) \Rightarrow Y = a_0 + a_1T_1 + a_2T_2 + \dots + a_nT_n \quad (1.9)$

логарифмічна  $M_i = \ln(X_i), (i = \overline{1, n}) \Rightarrow Y = a_0 + a_1M_1 + a_2M_2 + \dots + a_nM_n, \quad (1.10)$

або шляхом логарифмування:

експоненціальна  $\ln Y = \ln a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n$

$$G = \ln Y, b_0 = \ln a_0 \Rightarrow G = b_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n \quad (1.11)$$

степенева  $\ln Y = \ln a_0 + a_1 \ln(X_1) + a_2 \ln(X_2) + \dots + a_n \ln(X_n);$

$$Q = \ln Y, d_0 = \ln a_0, K_i = \ln(X_i), (i = \overline{1, n}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = d_0 + a_1 K_1 + a_2 K_2 + \dots + a_n K_n \quad (2.12)$$

Отже, всі записані функції можуть бути реалізовані на практиці як лінійні [32, с.87].



## РОЗДІЛ 2 МОДЕЛЮВАННЯ ЦІН НА ПРОДУКЦІЮ ЕЛЕКТРОННОЇ ГАЛУЗІ

### 2.1 Побудова математичної моделі цін на смартфони

<p>Незалежні змінні:</p> <p><math>X_1</math> – діагональ екрана (дюйми);</p> <p><math>X_2</math> – операційна пам'ять (ГБ);</p> <p><math>X_3</math> – вбудована пам'ять (ГБ);</p> <p><math>X_4</math> – роздільна здатність матриці камери (МП);</p> <p><math>X_5</math> – кількість ядер процесора (шт.);</p> <p><math>X_6</math> – вага телефону (кг);</p> <p><math>X_7</math> – тактова частота процесора (ГГц);</p>	$Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_7X_7$ $Y = a_0X_1^{a_1}X_2^{a_2} \dots X_7^{a_7}$	<p><math>Y</math> – ціна смартфона (грн.)</p>
<p>Залежна змінна:</p> <p><math>y</math> – ціна смартфона (грн.)</p>		

Рисунок 2.1 – Концептуальна модель дослідження

Оскільки лінійні функції найпростіші й найпоширеніші в економетричному моделюванні, то це твердження може пояснити той факт, що економетричні залежності між економічними показниками обґрунтовуються, як правило, на базі лінійних моделей. Потрібно лише пам'ятати, інтерпретування перетворених моделей має враховувати попередні перетворення.

Маючи на увазі, що вибір аналітичної форми економетричної моделі не може розглядатись без конкретного переліку незалежних змінних, специфікація моделі передбачає добір чинників для економетричного дослідження. Питання про вибір найкращої форми залежності має базуватися на перевірці ступеня узгодженості виду функції з вихідними даними спостережень [32].

Тобто, спочатку ми робимо вибірку даних. Перевіряємо її на достатність спостережень і однорідність. Для оцінки вибірки на достатність в математичній статистиці використовуються спеціальні формули, але з практичних застосувань методу кореляційно-регресійного аналізу відомо, що кількість спостережень має у 6-8 разів перевищувати кількість незалежних змінних. Перевірка кількісної однорідності даних може відбуватися за допомогою декількох показників, серед яких дисперсія, середньоквадратичне відхилення, відносний розмах варіації (коефіцієнт осциляції), відносне відхилення по модулю (лінійний коефіцієнт варіації), коефіцієнт варіації та ін. Останній з перелічених розраховується за формулою:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}}, \quad (2.1)$$

де  $\sigma$  – середньоквадратичне відхилення змінної;  
 $\bar{x}$  – середнє значення змінної.

Коефіцієнт варіації випадкової величини є мірою відносного розкиду випадкової величини. Він показує, яку частку середнього значення цієї величини складає її середній розкид. Обчислюється у відсотках тільки для кількісних даних. На відміну від середньоквадратичного відхилення вимірює не абсолютну, а відносну міру розкиду значень ознаки у статистичній сукупності. Автор даного коефіцієнту, К. Пірсон, вважає, що коефіцієнт варіації ефективніше абсолютного показника варіації.

Загальноприйняте вважати, що вибірка є кількісно однорідною, якщо відсоткове значення коефіцієнта варіації не перевищує 30. Хоча, в залежності від мети дослідження, цей показник може зменшуватися.

Далі, для отримання оцінок параметрів та аналізу моделі ми користуємося функцією «ЛИНЕЙН» або надбудовою «Аналіз даних» EXCEL, або будь-яким іншим пакетом прикладних програм. Так, наприклад, при застосуванні функції «ЛИНЕЙН» EXCEL, ми отримаємо наступну інформацію у вигляді таблиці:

Для оцінки параметрів та аналізу моделі ми користуємося надбудовою «Анализ данных» Excel і отримуємо дані, які наведені в табл. 2.1.

Проведені розрахунки дозволяють представити економетричну модель залежності ціни на телефони від обраних факторів наступним чином:

$$\hat{Y} = -22627,65155 + 3562,032021 * X_1 + 1311,614637 * X_2 + 86,06248512 * X_3 - 15,87625362 * X_4 - 350,782999 * X_5 + 112,0480179 * X_6 - 2654,7748667 * X_7 + U \quad (2.2)$$

Таблица 2.1 – Результати розрахунків за моделлю лінійної регресії

<i>Регрессионная статистика</i>						
Множественный R	0,673					
R-квадрат	0,452					
Нормированный R-квадрат	0,299					
Стандартная ошибка	7828,808					
Наблюдения	33,000					
<i>Дисперсионный анализ</i>						
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
Регрессия	7	1265493478	180784783	2,950	0,021	
Остаток	25	1532255828	61290233			
Итого	32	2797749306				
	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
Y-пересечение	-22627,652	26567,451	-0,852	0,402	-77344,3	32089,0
Переменная X 1	3562,032	4142,034	0,860	0,398	-4968,6	12092,7
Переменная X 2	1311,615	1743,131	0,752	0,459	-2278,4	4901,7
Переменная X 3	86,062	35,464	2,427	0,023	13,0	159,1
Переменная X 4	-15,876	837,826	-0,019	0,985	-1741,4	1709,7
Переменная X 5	-350,783	839,029	-0,418	0,679	-2078,8	1377,2
Переменная X 6	112,048	71,725	1,562	0,131	-35,7	259,8
Переменная X 7	-2654,775	2489,549	-1,066	0,296	-7782,1	2472,5

*Джерело: розроблено автором*

Дамо інтерпретацію отриманих результатів:

$\hat{a}_0$  – константа (характеризує перетин гіперплощини моделі з віссю Y);

$\hat{a}_1$  – параметр, що відображає зміну ціни на телефон на 3562,03 грн за зміни діагоналі екрану на 1 дюйм;

$\hat{a}_2$  – параметр, що відображає підвищення ціни на телефон на 1311,61 грн за збільшення його операційної пам'яті на 1 ГБ;

$\hat{a}_3$  – параметр, що відображає збільшення ціни на телефон на 86,06 грн за зміни його внутрішньої пам'яті на 1 ГБ;

$\hat{a}_4$  – параметр, що відображає зменшення ціни на телефон на 15,86 грн за зміни кількості МП у камері;

$\hat{a}_5$  – параметр, що відображає зменшення ціни на телефон на 350,78 грн за зміни кількості ядер;

$\hat{a}_6$  – параметр, що відображає збільшення ціни на телефон на 112,05 грн за зміни ваги телефона;

$\hat{a}_7$  – параметр, що відображає зменшення ціни на телефон на 2654,77 грн за зміни частоти.

Для оцінки щільності зв'язку між змінними розраховані коефіцієнти парної кореляції. Матриця коефіцієнтів виглядає наступним чином (табл. 2.2).

Таблиця 2.2 – Коефіцієнти парної кореляції між змінними моделі.

	Y	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
Y	1,00	0,44	0,36	0,52	-0,01	0,03	0,40	-0,12
X1	0,44	1,00	0,47	0,25	-0,13	0,16	0,22	-0,33
X2	0,36	0,47	1,00	0,32	0,09	0,33	0,15	-0,01
X3	0,52	0,25	0,32	1,00	0,03	0,08	0,26	0,15
X4	-0,01	-0,13	0,09	0,03	1,00	-0,27	0,08	0,27
X5	0,03	0,16	0,33	0,08	-0,27	1,00	-0,19	-0,23
X6	0,40	0,22	0,15	0,26	0,08	-0,19	1,00	0,17
X7	-0,12	-0,33	-0,01	0,15	0,27	-0,23	0,17	1,00

З матриці видно, що між факторами кількості мегапікселів камери, кількості ядер процесора і частоти процесора з ціною майже відсутній зв'язок (відповідні коефіцієнти парної кореляції дорівнюють: -0,01077, 0,026045 і -0,12274). З рештою факторів зв'язок існує, хоча і на невисокому рівні.

З метою підбору моделі, яка найбільш підходить для визначення залежності між ціною на смартфони та обраними факторами, розрахуємо степеневу модель.

$$Y = a_0 X_1^{a_1} X_2^{a_2} X_3^{a_3} X_4^{a_4} X_5^{a_5} X_6^{a_6} X_7^{a_7} e^u \quad (2.3)$$

Для побудови моделі знайдемо логарифми залежної та незалежних змінних (Додаток В) і застосуємо до них метод найменших квадратів.

Користуючись надбудовою «Анализ данных» Excel, отримуємо результати, які наведені в табл. 2.3.

Таблица 2.3 – Результаты расчетов по степеневой модели

<i>Регрессионная статистика</i>						
Множественный R	0,915					
R-квадрат	0,837					
Нормированный R-квадрат	0,749					
Стандартная ошибка	0,713					
Наблюдения	33					
<i>Дисперсионный анализ</i>						
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
Регрессия	7	6,392	0,913	1,798	7,132	
Остаток	25	12,697	0,508			
Итого	32	19,089				
	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
Y-пересечение	-2,488	5,944	-0,419	0,679	-14,729	9,753
Переменная X 1	2,904	1,921	1,512	0,143	-1,053	6,860
Переменная X 2	0,187	0,500	2,373	0,012	-0,843	1,217
Переменная X 3	0,178	0,236	0,754	0,458	-0,308	0,664
Переменная X 4	-0,287	0,881	-2,326	0,047	-2,101	1,527
Переменная X 5	-0,220	0,451	-2,488	0,030	-1,150	0,709
Переменная X 6	1,470	1,039	1,415	0,169	-0,670	3,609
Переменная X 7	-0,317	0,469	-0,675	0,506	-1,283	0,649

*Джерело: розроблено автором*

Враховуючи, що

$$a_0 = e^{-2,488} = 0,0830805,$$

отримаємо наступне рівняння степеневі регресії:

$$\hat{Y} = 0,08308 * X_1^{2,904} * X_2^{0,1867} * X_3^{0,17795} * X_4^{-0,2869} * X_5^{-0,2203} * X_6^{1,4696} * X_7^{-0,3166} \quad (2.4)$$

## 2.2 Перевірка адекватності побудованої математичної моделі цін на смартфони

Після побудови економетричної моделі, рівняння якої, наприклад, виглядає як лінійна функція, перевіряємо загальну якість економетричної моделі.

Для цього розглядається коефіцієнт множинної детермінації  $R^2$ .

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (2.5)$$

Який показує, на скільки включені в модель фактори пояснюють зміну залежної змінної.

З коефіцієнтом множинної детермінації тісно пов'язаний коефіцієнт множинної кореляції  $R$  ( $R = \sqrt{R^2}$ ), який показує ступінь лінійності взаємозв'язку між змінними. Чим ближче  $R$  значення до 1, тим більш щільнішим є лінійний зв'язок.

Оцінка загальної якості моделі здійснюється за допомогою критерію Фішера, який оцінює статистичну значущість моделі на основі коефіцієнту множинної детермінації  $R^2$ :

$$F_{\text{роз}} = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} = \frac{R^2 \cdot (n-k)}{(1-R^2) \cdot (k-1)}, \quad (2.6)$$

де  $k$  – кількість змінних,

$n$  – кількість спостережень.

Якщо  $F_{\text{роз}} > F_{\text{табл}}$ , для відповідних числа ступенів свободи і рівня значущості (допустимої похибки), то модель вважається є статистично значущою, і навпаки [39].

Оцінка значущості параметрів моделі  $a_i$  здійснюється за  $t$ -критерієм (критерієм Стьюдента):

$$t_{a_i} = \frac{|a_i|}{\sigma_{a_i}} \quad (2.7)$$

Якщо  $t_{a_i} > t_{\text{табл}}$ , для відповідних числа ступенів свободи і рівня значущості (допустимої похибки), то параметр, що оцінюється, є статистично значущим, і навпаки. Зазвичай статистично незначущі параметри виключаються з моделі і робиться перерахунок нових її параметрів з урахуванням лише тих змінних, параметри яких пройшли перевірку.

На додаток розраховуються коефіцієнти парної кореляції між змінними

$$r_{y/x_j} = \frac{\text{cov}(x_j, y)}{\sqrt{\text{var}(x_j)\text{var}(y)}}; \quad r_{x_i/x_j} = \frac{\text{cov}(x_j, x_i)}{\sqrt{\text{var}(x_j)\text{var}(x_i)}}, \quad (2.8)$$

$$(-1 \leq r_{y/x_j} \leq 1; \quad -1 \leq r_{x_i/x_j} \leq 1), \quad (2.9)$$

які характеризують тісноту і напрямок зв'язку між змінними.

Крім того, для оцінки впливу незалежних змінних на залежну знаходять коефіцієнти еластичності:

$$E_{y/x_i} = \frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}} = \hat{a}_i \cdot \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}} \quad (2.10)$$

Коефіцієнт показує, на скільки відсотків зміниться незалежна змінна при зміні відповідного параметра на 1%, за умови, що решта факторів залишаються незмінними. [33, с.51-56]

Для перевірки якості моделі з точки зору можливості її використання для прогнозування розраховують показники:

- 1) Середня помилка прогнозу (абсолютний показник зміщення прогнозу)

$$ME = \bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \quad (2.11)$$

- 2) Середня абсолютна похибка прогнозу

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |u_i| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (2.12)$$

- 3) Середньоквадратична похибка

$$MSE = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \right]^{0,5} \quad (2.13)$$

- 4) Середня процентна помилка апроксимації (відносний показник зміщення прогнозу)

$$MPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{y_i} 100\% = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} 100\% \quad (2.14)$$

- 5) Середня абсолютна процентна помилка

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|u_i|}{y_i} 100\% = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i} 100\% \quad (2.15)$$

- 6) Коефіцієнт невідповідності Тейла



$$K_T = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n}}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{y_i^2}{n}} + \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\hat{y}_i^2}{n}}} \quad (2.16)$$

Для показників  $MPE$  та  $K_T$  важливим є наближення їх до 0. Щодо тлумачення показника  $MARE$ , то за розрахованим його значенням у порівнянні з діапазонами його змін:

Таблиця 2.4 – Діапазони зміни показника  $MARE$

№	Рівень $MARE$	Рівень якості прогнозу
1	< 10 %	Висока
2	10 – 20 %	Досить добра
3	21 – 50 %	Задовільна
4	> 50 %	Незадовільна

Таким чином, за допомогою методу кореляційно-регресійного аналізу можна не тільки побудувати модель, яка відображає залежність між залежною змінною (в нашому випадку – ціною на смартфони) і незалежними змінними (в нашому випадку – діагоналлю екрана, операційною пам'яттю, вбудованою пам'яттю, розміром камери, кількістю ядер, вагою та частотою процесору), але й провести всебічний аналіз цього зв'язку і зробити прогноз.

Перевіримо загальну якість лінійної економетричної моделі.

Коефіцієнт множинної детермінації  $R^2 = 0,452$ . Тобто варіація значень ціни на телефон на 45,2% визначається варіацією значень діагоналі екрана, операційної пам'яті, внутрішньої пам'яті, якості камери, кількості ядер, ваги та частоти. Це свідчить про середню якість прогнозованих значень ціни.

Коефіцієнт множинної кореляції  $R=0,6725$  показує, що між залежною та незалежними змінними існує лінійний зв'язок, близький до тісного.

Перевіримо значущість моделі за критерієм Фішера.

Розрахункове значення критерію Фішера для лінійної моделі дорівнює  $F_{\text{роз}} = 2,9496508$ , а погрішність цієї оцінки –  $0,021380935$  (тобто має місце 2-відсоткова похибка). Це означає, що наша економетрична модель є статистично значущою. Інакше, якщо знайти табличне значення критерію (2,4047) і порівняти його з розрахованим, то виходить, що  $F_{\text{роз}} > F_{\text{табл}}$ , і це також підтверджує зроблений висновок.

Для перевірки значущості параметрів моделі розглянемо розраховані значення  $t$ -критерію Стьюдента (табл. 2.5) і порівняємо їх з табличним (2,064).

Таблиця 2.5 – Розрахункові значення  $t$ -критерія

Параметр	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_1$	$\hat{a}_2$	$\hat{a}_3$	$\hat{a}_4$	$\hat{a}_5$	$\hat{a}_6$	$\hat{a}_7$
$t$ -статистика	-0,8517	0,8599	0,7524	2,4267	-0,0189	-0,4180	1,5621	-1,0663

Ми бачимо, що за рівнем значущості 5% майже усі оцінки показників моделі є незначущими.

Незважаючи на отримані негативні характеристики щодо якості отриманих показників, оцінимо ціни на смартфони за обраною моделлю в розрізі моделей. Прогнозовані ціни наведені в табл. 2.6.

Таблиця 2.6 – Прогнозні ціни на смартфони за лінійною функцією

№ моделі	$Y$ – фактична ціна, грн.	$\hat{Y}$ – прогнозована ціна, грн.
1	36000	35094
2	29000	20638
3	24000	10758
4	25000	19673
5	19000	14905
6	27000	21749
7	24000	19594
8	21000	16887
9	19000	15317
10	11000	18071
11	4569	15745
12	5395	12403
13	7473	13398
14	2844	3101
15	4044	12833
16	4909	7148
17	1730	3902
18	4361	15414
19	10578	12879

20	14006	8766
21	6899	8202
22	7868	9579
23	4999	8380
24	6705	9757
25	5880	11195
26	5299	12572
27	8853	8505
28	5046	7992
29	20582	10746
30	26939	8545
31	11140	2578
32	6454	10488
33	8459	13201

*Джерело: розраховано автором*

Для оцінки впливу зміни факторів у відсотках на залежну змінну були розраховані коефіцієнти еластичності, які представлені у наступній таблиці:

Таблиця 2.7 – Значення коефіцієнтів еластичності

Коефіцієнт еластичності	Значення
$E_{y/x1}$	1,477
$E_{y/x2}$	0,285
$E_{y/x3}$	0,272
$E_{y/x4}$	-0,015
$E_{y/x5}$	-0,177
$E_{y/x6}$	1,337
$E_{y/x7}$	-0,402

*Джерело: розраховано автором*

Розраховані коефіцієнти еластичності відображають наступні залежності:

- якщо діагональ екрана збільшиться на 1 % за незмінності інших факторів, то ціна телефона відповідно збільшиться на 1,47%;
- якщо операційна пам'ять збільшиться на 1 % за незмінності інших факторів, то ціна телефона відповідно збільшиться на 0,28%;
- якщо збільшиться об'єм вбудованої пам'яті на 1 %, то ціна телефона відповідно збільшиться на 0,27%;

- якщо збільшиться роздільна здатність матриці камери на 1 %, то ціна телефона відповідно зменшиться на 0,015 %;
- якщо збільшиться кількість ядер на 1 %, то ціна телефона відповідно зменшиться на 0,177%;
- якщо збільшиться вага телефона на 1 %, то ціна відповідно збільшиться на 1,33%;
- якщо збільшиться частота процесора на 1 %, то ціна телефона відповідно зменшиться на 0,40 %.

Таким чином, найбільший вплив на ціну телефона має діагональ екрана (показник, що має найбільшу еластичність).

Для більш чіткого розуміння, які фактори є істотно впливаючими, а які ні, було використано багатокроковий регресійний аналіз. Його результати представлені нижче.

З параметрів в нашій моделі залишилися тільки X2, X3, X5 та X7, надалі X1, X2, X3 та X4.

Користуючись функцією ЛИНЕЙН, отримуємо такі дані (табл. 2.8).

Таблиця 2.8 – Результати багатокрокового регресійного аналізу

-3902,85	-2086,11	104,75	3690,17	19216,44
2013,81	756,76	31,31	1478,61	6570,98
0,49	7160,38	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
6,64	28,00	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
1362158738,00	1435590568,00	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д

*Джерело: розраховано автором*

Рівняння моделі має такий вигляд:

$$Y = 19216.4358 + 3690.17X1 + 104.7485X2 - 2086.1098X3 - 3902.8527X4 \quad (2.17)$$

Інтерпретація коефіцієнтів регресії:

- збільшення оперативної пам'яті на 1 гб призводить до збільшення ціни в середньому на 3690,17 грн.;

- збільшення вбудованої пам'яті на 1 гб призводить до збільшення ціни в середньому на 104,749 грн.;
- збільшення кількості ядер на 1 одиницю призводить до зменшення ціни в середньому на 2086,11 грн.;
- збільшення частоти процесора на 1 гГц. призводить до зменшення ціни в середньому на 3902,853 грн.

Перевіримо загальну якість економетричної моделі.

Коефіцієнт множинної детермінації  $R^2 = 0,487$ : варіація ціни на смартфони на 48,7 відсотка залежить від варіації факторів, які включені у модель. Це свідчить про невисоку якість прогнозованих значень ціни.

Коефіцієнт множинної кореляції  $R=0,69$  показує, що між залежною та незалежними змінними існує майже тісний зв'язок.

Значущість моделі за критерієм Фішера.

Розрахункове значення критерію  $F_{роз} = 6,64$  перевищує табличне значення –  $F_{табл} = 2,4$ . Отже, у нашому випадку  $F_{роз} > F_{табл}$ , а це означає, що наша економетрична модель є значущою.

Значущість параметрів моделі за  $t$ -критерієм Стьюдента.

Зіставимо табличне значення критерію  $t_{табл} = 1,708$  з розрахованими (табл. 2.9) і зробимо висновок про те, що в моделі залишилися тільки значущі показники.

Таблиця 2.9 – Розраховані значення критерію Стьюдента

$t$ -критерій	
$t_{a0}$	2,924441
$t_{a1}$	2,495706
$t_{a2}$	3,345689
$t_{a3}$	2,756647
$t_{a4}$	1,938049

*Джерело: розраховано автором*

Це означає, що оперативна пам'ять, вбудована пам'ять, кількість ядер та частота мають значний вплив на ціну телефона.

Таблиця 2.10 – Прогнозування цін на смартфони за новою моделлю

№ моделі	$Y$ – фактична ціна, грн.	$\hat{Y}$ – прогнозована ціна, грн.
1	36000	35609,352
2	29000	15497,632
3	24000	14641,922
4	25000	18269,325
5	19000	17931,108
6	27000	27469,631
7	24000	18918,435
8	21000	13890,505
9	19000	12834,485
10	11000	16186,438
11	4569	12266,597
12	5395	18137,865
13	7473	9551,5889
14	2844	5487,7583
15	4044	10315,171
16	4909	14074,034
17	1730	5454,1452
18	4361	15537,328
19	10578	10326,446
20	14006	3046,5217
21	6899	10951,752
22	7868	12627,729
23	4999	5339,3097
24	6705	7015,2863
25	5880	6510,1655
26	5299	8186,1421
27	8853	15244,89
28	5046	7192,8889
29	20582	10544,842
30	26939	14074,034
31	11140	10171,181
32	6454	7192,8889
33	8459	9534,6005

Джерело: розроблено автором

Розрахуємо коефіцієнти еластичності.

Таблиця 2.11 – Значення коефіцієнтів еластичності

Коефіцієнт еластичності	Значення
$E_{y/x1}$	0,803
$E_{y/x2}$	0,331
$E_{y/x3}$	-1,052
$E_{y/x4}$	-0,591

Джерело: розраховано автором

Коефіцієнти еластичності відображають наступну залежність:

- якщо операційна пам'ять збільшиться на 1 % за незмінності інших факторів, то ціна телефона відповідно збільшиться на 0,80%;
- якщо збільшиться об'єм вбудованої пам'яті на 1 %, то ціна телефона відповідно збільшиться на 0,33%.
- якщо збільшиться кількість ядер на 1 %, то ціна телефона відповідно зменшиться на 1,05%.
- якщо збільшиться частота на 1 %, то ціна телефона відповідно зменшиться на 0,59%.

Найбільший вплив на ціну телефона має кількість ядер (показник, що має найбільшу еластичність).

Таким чином, з результатів розрахунків можна зробити висновок, що в моделі залишилися тільки ті параметри, які мали найбільший вплив на ціну в першій моделі.

Перевіримо загальну якість ступеневої економетричної моделі:

Коефіцієнт множинної детермінації  $R^2 = 0,837$ . Це свідчить, що 83,7 відсотка варіації залежної змінної пояснюється варіацією незалежних змінних, тобто ми маємо високу якість побудованої моделі.

Значення коефіцієнту множинної кореляції  $R = 0,915$  говорить про те, що між змінними існує високий зв'язок.

Значущість моделі за критерієм Фішера підтверджується, оскільки розраховане значення критерію (7,132) більше за табличне його значення (2,4). Значимими коефіцієнти регресії є  $X_2$ ,  $X_4$ ,  $X_5$  (табл. 2.12) за умови, що при 5% рівні значущості табличне значення критерію дорівнює:  $t_{\text{табл}} = 2,064$ .

Враховуючи, що в ступеневій моделі коефіцієнти регресії є коефіцієнтами еластичності, то можна говорити про оцінку впливу факторів на залежну зміну у відсотковому вимірі [40].

Для порівняння зіставимо коефіцієнти еластичності для лінійної і ступеневої моделей (див. табл. 2.13).

Таблиця 2.12 – Оцінювання значущості моделі за критерієм Стьюдента

t-критерій	
$t_{a0}$	-0,419
$t_{a1}$	1,512
$t_{a2}$	2,373
$t_{a3}$	0,754
$t_{a4}$	-2,326
$t_{a5}$	-2,488
$t_{a6}$	1,415
$t_{a7}$	-0,675

Таблиця 2.13 – Порівняльні значення коефіцієнтів еластичності двох моделей

Коефіцієнт еластичності	Лінійна модель	Степенева модель
$E_{y/x1}$	1,477	2,904
$E_{y/x2}$	0,285	0,187
$E_{y/x3}$	0,272	0,178
$E_{y/x4}$	-0,015	-0,287
$E_{y/x5}$	-0,177	-0,220
$E_{y/x6}$	1,337	1,469
$E_{y/x7}$	-0,402	-0,317

При оцінці цін на смартфони за степеневою моделлю отримуємо наступні їх значення в розрізі розглянутих моделей (табл. 2.14):

Таблиця 2.14 – Порівняльна таблиця прогнозованих та вхідних даних ціни на смартфони

№	Y, ціна, грн	Прогнозована ціна (лінійна модель)	Прогнозована ціна (лінійна за допом. багатокрокової регресії.)	Прогнозована ціна (степенева модель)
1	36000	35094,13416	35609,352	22454,39
2	29000	20638,87192	15497,632	18724,86
3	24000	10758,40018	14641,922	7687,682
4	25000	19673,85353	18269,325	18837,84
5	19000	14905,17227	17931,108	9857,354
6	27000	21749,32228	27469,631	19293,39
7	24000	19594,00017	18918,435	17397,19
8	21000	16887,81369	13890,505	16498,58
9	19000	15317,80229	12834,485	13803,53
10	11000	18071,80182	16186,438	15615,64
11	4569	15745,43832	12266,597	4117,81
12	5395	12403,78697	18137,865	7488,668
13	7473	13398,21135	9551,5889	10294,04



## Продовження таблиці 2.14

14	2844	3101,12575	5487,7583	5343,569
15	4044	12833,50239	10315,171	4409,797
16	4909	7148,86217	14074,034	5925,318
17	1730	3902,278474	5454,1452	1821,426
18	4361	15414,87399	15537,328	4589,14
19	10578	12879,14179	10326,446	10915,16
20	14006	8766,994944	3046,5217	8599,58
21	6899	8202,505075	10951,752	7413,504
22	7868	9579,504837	12627,729	8386,741
23	4999	8380,893551	5339,3097	7755,115
24	6705	9757,893313	7015,2863	8773,199
25	5880	11195,04566	6510,1655	9530,498
26	5299	12572,04542	8186,1421	5781,65
27	8853	8505,534719	15244,89	6748,978
28	5046	7992,960452	7192,8889	6391,566
29	20582	10746,95998	10544,842	20730,644
30	26939	8545,342996	14074,034	26688,109
31	11140	2578,402896	10171,181	10817,878
32	6454	10488,08877	7192,8889	6108,072
33	8459	13201,43387	9534,6005	8965,13

*Джерело :розроблено автором*

Порівнюючи дві залежності (лінійну і степеневу), можна дістатися висновку, що степенева модель, незважаючи на її не досить гарні параметри, є більш точнішою. Про це говорить той факт, що коефіцієнт множинної детермінації степеневої моделі є більшим за коефіцієнт лінійної моделі, розрахункове значення критерію Фішера для лінійної моделі також, MAPE має менше значення для степеневої моделі (25,89 % відповідає задовільній якості моделі) та для степеневої моделі менший Коефіцієнт Тейла (табл. 2.15).

Таблиця 2.15 – Порівняльні дані двох моделей

Показник	Лінійна модель (до перерахунків)	Степенева модель
$R^2$	0,4523	0,837
F-критерій	2,949	7,132
MAPE	66,35	25,89
Коефіцієнт Тейла	0,228	0,189

*Джерело: складено автором, проміжні розрахунки у додатку В*

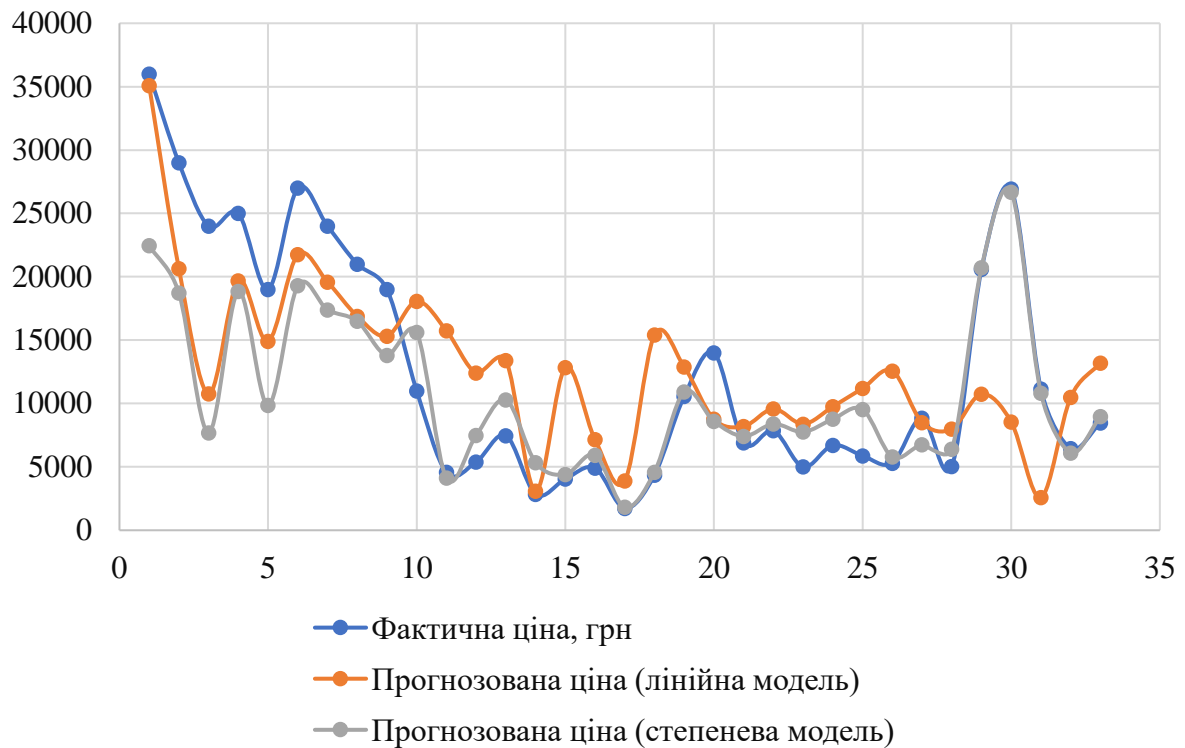


Рисунок 2.2 – Порівняння моделей

Таким чином, в результаті проведеного аналізу отриманих результатів розрахунків можна зробити загальний висновок, що в умовах поставленої задачі для оцінки прогнозованої ціни на смартфони в залежності від включених в модель факторів: діагональ екрана (в дюймах), операційна пам'ять (ГБ), вбудована пам'ять (ГБ), роздільна здатність матриці камери (МП), кількість ядер процесора (шт.), вага телефону (кг) і тактова частота процесора (ГГц) краще використовувати степеневу модель. Візуально також підтверджується краща підгонка за степеневою моделлю (рис. 2.2.)

## ВИСНОВКИ

Різницю у ціні можна пояснити, наприклад, том, що якщо реальна ціна нижча, чим прогнозована, то це, можливо, акційний товар, стара модель телефону або наявність дефекту. А, в протилежному випадку, коли реальна ціна вища, ніж прогнозована, то це пояснюється, наприклад, новою моделлю.

В даній роботі було розраховано та проаналізовано модель багатофакторної регресії з кількісними змінними.

Головна характеристика моделі – коефіцієнт детермінації (чим ближчим він є до 1, тим кращою є наша модель. Коли ми розраховували лінійну модель, то отримали  $R^2=0,4523$ . Коли ми розраховували степеневу модель, то отримали  $R^2= 0,837$ , тому, виходячи з даних, ми можемо визначити, що модель, в якій застосовуються степенева функція, є кращою, бо коефіцієнт множинної детермінації є ближче до 1.

Порівнюючи F-критерії, виявилось, що всі моделі є статистично значущими.

Оцінюючи модель на значущість за t-критерієм, можна говорити про те, що:

- в лінійній моделі значущими факторами є показники по операційній пам'яті, вбудованій пам'яті, кількості ядер та частоти;

- у степеневій статистично значущими є операційна пам'ять, роздільна здатність матриці камери та кількість ядер процесора.

За показниками якості моделі MAPE та Коефіцієнтом Тейла, кращою виявилась степенева модель.

Найбільш адекватною моделлю є степенева багатофакторна модель.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Божкова В. В., Рябченко І.М. Систематизація методів маркетингового ціноутворення. *Маркетинг і менеджмент інновацій*, 2012. № 4. С. 74-80. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Mimi\\_2012\\_4\\_10](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Mimi_2012_4_10).
2. Павленко А.Ф. Маркетинг: підручник / А.Ф. Павленко, А.В. Войчак. К. : КНЕУ, 2003. 246 с.
3. Тимошик В. Ю. Формування ціни на підприємстві в умовах сучасного ринку. *Сталий розвиток економіки*, 2013. № 4. С. 121-124. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/sre\\_2013\\_4\\_28](http://nbuv.gov.ua/UJRN/sre_2013_4_28).
4. Котлер Ф. Основы маркетинга: перевод с английского В.Б. Боброва. М.: Прогресс, 1991. 645 с.
5. Наумов В.В., Вагин В.Д. Ценообразование: Учебное пособие. (в схемах). М.: МИЭМП, 2005. 49 с. URL: <http://www.aup.ru/files/m1106/m1106.pdf>
6. Smith T., Pricing Strategy: Setting Price Levels, Managing Price Discounts and Establishing Price Structures, Cengage Learning, 2011
7. Rao V.R., Handbook of Pricing Research in Marketing, Edward Elgar Publishing, 2009, 616 pp.
8. Закон України «Про ціни і ціноутворення». *Відомості Верховної Ради (ВВР)*, 2013, № 19-20, ст.190. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/5007-17>
9. Chappelow Jim. Demand: Investopedia. URL: <https://www.investopedia.com/terms/d/demand.asp> (date accessed 15.05.2021)
10. Chappelow Jim. Law of Demand Reviewed by Brian Barner: Investopedia. URL: <https://www.investopedia.com/terms/l/lawofdemand.asp> (date accessed 15.05.2021)
11. Kenton, Will. Supply: Investopedia. URL: <https://www.investopedia.com/terms/s/supply.asp> (date accessed 15.05.2021)

12. Chappelow, Jim Law of Supply: Investopedia. URL: <https://www.investopedia.com/terms/l/lawofsupply.asp> (date accessed 15.05.2021)
13. Chappelow, Jim Law of Supply and Demand: Investopedia. URL: <https://www.investopedia.com/terms/l/law-of-supply-demand.asp> (date accessed 15.05.2021)
14. Murray N. Rothbard. Man, Economy, and State: A Treatise on Economic Principles. (2 volumes.) Princeton, NJ: D. Van Nostrand Co., 1962. URL: [https://cdn.mises.org/Man,%20Economy,%20and%20State,%20with%20Power%20and%20Market\\_2.pdf](https://cdn.mises.org/Man,%20Economy,%20and%20State,%20with%20Power%20and%20Market_2.pdf) (date accessed 15.05.2021)
15. Українці віддають перевагу смартфонам із двома SIM-картками й великим екраном на Android. СТС-новини. URL: <http://sts.sumy.ua/society/ukrayinczi-viddayut-perevagu-smartfonam-iz-dvoma-sim-kartkami-j-velykym-ekranom-na-android.html> (дата доступу 15.05.2021)
16. Аналітика Vodafone Retail: ринок смартфонів в Україні. Dialogue. URL: <https://dialogue.techtoday.in.ua/vodafone-retail-2/> (дата доступу 15.05.2021)
17. Диванная аналитика №129. Как меняются цены на электронику со временем <https://mobile-review.com/articles/2017/armchair-analytics-129.shtml> (дата доступу 15.05.2021)
18. Пяткина Д.А. Методология эконометрического моделирования цен на рынке сотовых телефонов. Российский университет дружбы народов, г. Москва, Россия. 2016. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodologiya-ekonometricheskogo-modelirovaniya-tsen-na-rynke-sotovyh-telefonov> (дата доступу 15.05.2021)
19. Мельников О.С., Смиричинський В.В. Логістичні підходи до економіко-математичного моделювання процесів ціноутворення при здійсненні державних закупівель. *Економіка і управління*, 2013. № 3. С. 104-113. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/econupr\\_2013\\_3\\_17](http://nbuv.gov.ua/UJRN/econupr_2013_3_17)
20. Математичне та комп'ютерне моделювання економічних процесів : [монографія] / З. М. Соколовська, В. М. Андрієнко, І. Ю. Івченко [та ін.] ; за

заг. ред. З. М. Соколовської. Одеса : Астропринт, 2016. 308 с. URL: <https://economics.opu.ua/files/scientific-base/monogr/Коллективна%20монографія%20під%20редакцією%20Соколовської%202016.pdf>

21. Кравцов М., Картун А. Эконометрическое моделирование динамики цен и уровня инфляции в Беларуси. *Банкаўскі веснік*, 2008. № 22/423. С. 16-24. URL: <https://www.nbrb.by/bv/arch/423.pdf>

22. Кравцов М., Картун А. Эконометрическое моделирование и прогнозирование основных индексов цен в Беларуси. *Банкаўскі веснік*. 2010. No 22/495. С. 25-33. URL: <https://www.nbrb.by/bv/articles/8191.pdf>

23. Eralda Gjika E., Puka L., Zaçaj J. Forecasting consumer price index (CPI) using time series models and multi regression models (Albania case study). - 10th International Scientific Conference “Business and Management 2018”. May 3–4, 2018, Vilnius, LITHUANIA. Section: Financial Engineering. URL: [https://www.researchgate.net/profile/Eralda\\_Dhamo\\_Gjika/publication/327736083\\_FORECASTING\\_CONSUMER\\_PRICE\\_INDEX\\_CPI\\_USING\\_TIME\\_SERIES\\_MODELS\\_AND\\_MULTI\\_REGRESSION\\_MODELS\\_ALBANIA\\_CASE\\_STUDY/links/5ba4b66292851ca9ed1a7e2a/FORECASTING-CONSUMER-PRICE-INDEX-CPI-USING-TIME-SERIES-MODELS-AND-MULTI-REGRESSION-MODELS-ALBANIA-CASE-STUDY.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Eralda_Dhamo_Gjika/publication/327736083_FORECASTING_CONSUMER_PRICE_INDEX_CPI_USING_TIME_SERIES_MODELS_AND_MULTI_REGRESSION_MODELS_ALBANIA_CASE_STUDY/links/5ba4b66292851ca9ed1a7e2a/FORECASTING-CONSUMER-PRICE-INDEX-CPI-USING-TIME-SERIES-MODELS-AND-MULTI-REGRESSION-MODELS-ALBANIA-CASE-STUDY.pdf)

24. Веселкова О.А. Моделювання динаміки цін на нафту. Lviv Polytechnic National University Institutional Repository, 2007. URL: [http://ena.lp.edu.ua/bitstream/ntb/34222/1/33\\_209-215.pdf](http://ena.lp.edu.ua/bitstream/ntb/34222/1/33_209-215.pdf)

25. Hausman, Jerry A., Ros, Agustin J. An econometric assessment of telecommunications prices and consumer surplus in Mexico using panel data. *Journal of Regulatory Economics*, 2013, vol. 43, issue 3, 284-304. URL: [https://www.researchgate.net/publication/257644262\\_An\\_econometric\\_assessment\\_of\\_telecommunications\\_prices\\_and\\_consumer\\_surplus\\_in\\_Mexico\\_using\\_panel\\_data](https://www.researchgate.net/publication/257644262_An_econometric_assessment_of_telecommunications_prices_and_consumer_surplus_in_Mexico_using_panel_data)

26. Черноус Г., Рибальченко С. Оптимізація ціноутворення на основі моделей інтелектуального аналізу даних. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Економіка*, 2015. № 7. С. 52-58. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/VKNU\\_Ekon\\_2015\\_7\\_9](http://nbuv.gov.ua/UJRN/VKNU_Ekon_2015_7_9)

27. Калитин Б.С., Кузьмич М.С. Математическая модель экономического равновесия с учетом конкуренции в рыночной экономике. *Белорусский экономический журнал*. 2017. № 1. С. 143-152. URL: [http://edoc.bseu.by:8080/bitstream/edoc/72162/1/Kalitin.\\_B.\\_S.\\_Kuzmich.\\_M.\\_S.\\_pdf](http://edoc.bseu.by:8080/bitstream/edoc/72162/1/Kalitin._B._S._Kuzmich._M._S._pdf)

28. Binata Rani Sen, Md. Maznur Rahman & Mohammad Iqbal Hossain. Cobweb Model for the Stabilization of Vegetable Prices in Some Selected Villages of Noakhali District. *International Journal of Science and Business*, 2018. № 4(2). P: 707-717. URL: [https://www.researchgate.net/publication/329104330\\_Cobweb\\_Model\\_for\\_the\\_Stabilization\\_of\\_Vegetable\\_Prices\\_in\\_Some\\_Selected\\_Villages\\_of\\_Noakhali\\_District](https://www.researchgate.net/publication/329104330_Cobweb_Model_for_the_Stabilization_of_Vegetable_Prices_in_Some_Selected_Villages_of_Noakhali_District)

29. Serena Brianzoni, Cristiana Mammana, Elisabetta Michetti, and Francesco Zirilli. A Stochastic Cobweb Dynamical Model. *Discrete Dynamics in Nature and Society*. Hindawi Publishing Corporation, 2008. № 3. 18 p. URL: [https://www.researchgate.net/publication/26523136\\_A\\_Stochastic\\_Cobweb\\_Dynamical\\_Model](https://www.researchgate.net/publication/26523136_A_Stochastic_Cobweb_Dynamical_Model)

30. Садыков В.М., Черненко С.В. Моделирование динамики рыночных цен с помощью паутинообразных моделей. *Автомобильно-дорожный институт ГВУЗ «ДонНТУ»*, 2010. URL: [http://www.rusnauka.com/36\\_PWMN\\_2010/Economics/76962.doc.htm](http://www.rusnauka.com/36_PWMN_2010/Economics/76962.doc.htm)

31. Капінус Л.В., Скригун Н.П. Сутність та систематизація методів встановлення цін в ринкових умовах. *Економіка та управління АПК*, 2011. № 5(85). С. 51-55

32. Наконечний С.І., Терещенко Т.О. Економетрія: Навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. К.: КНЕУ, 2001. 192 с.

33. Васильєва Л.В., Кльованик О.А. Регресійні моделі та аналіз часових рядів: навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. Краматорськ: ДДМА, 2010. 176 с.
34. Юдін А. Топ найпопулярніших виробників смартфонів 2019. Marketer. URL: <https://marketer.ua/ua/mobile-device-provider-market-2019/>
35. Скільки смартфонів купують в Україні щодня. The Village. URL: <https://www.the-village.com.ua/village/business/news/282641-skilki-smartfoniv-kupuyut-v-ukrayini-schodnya>
36. ТОП-10 популярних смартфонів в Україні 2020. ГЛАВКОМ. URL: <https://glavcom.ua/techno/devices/top-10-populyarnih-smartfoniv-v-ukrajini-668089.html>
37. Sharifi R. An economic demand response model in liberalized electricity markets with respect to flexibility of consumers, IET Gener., Transm. Distrib. P. 1–20 (2017). URL: <https://doi.org/10.1049/iet-gtd.2017.0412>
38. Alam S.M. Ikhtiar & Islam, Mohammad. Price for Quality in Vertically Differentiated Smartphone Markets, 2021. DOI: 10.13140/RG.2.2.21314.61125.
39. Vostrov G., Khrinenko A. Mathematical Models of Pseudorandom Processes Behavior for Nonlinear Dynamical Systems. ICST 2020: 93-106. URL: [http://ceur-ws.org/Vol-2845/Paper\\_29.pdf](http://ceur-ws.org/Vol-2845/Paper_29.pdf)
40. Ranjan A., Jha J.K. Pricing and coordination strategies of a dual-channel supply chain considering green quality and sales effort. *Journal of Cleaner Production*, 2019. № 218. P 409-424. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.01.297>.



## ДОДАТКИ

## Додаток А

## SUMMURY

Мільчаков С.О. Економіко -математичне моделювання динаміки цін на смартфони. Кваліфікаційна робота бакалавра. Сумський державний університет, Суми, 2021 рік

У роботі досліджуються основні процеси, пов'язані з ціноутворенням на смартфони. Був проведений аналіз поточного стану ринку смартфонів. Розроблено та побудовано економіко -математичні моделі визначення залежності основних характеристик смартфонів від їх цін. Визначено, що степенева функція є статистично значущою залежністю. Перевіряється адекватність побудованих моделей.

Ключові слова: економіко -математичне моделювання, регресія, ринок смартфонів, динаміка цін, ціноутворення.

## АНОТАЦІЯ

Milchakov S.O. Economic and mathematical modeling of the dynamics of prices for smartphones. Qualifying work of the bachelor. Sumy State University, Sumy, 2021

The paper examines the main processes associated with the pricing of smartphones. An analysis of the current state of the smartphone market was conducted. Economic and mathematical models for determining the dependence of the main characteristics of smartphones on their prices have been developed and built. It is determined that the power function is a statistically significant dependence. The adequacy of the constructed models is checked.

Keywords: economic and mathematical modeling, regression, smartphone market, price dynamics, pricing.

## Додаток Б

Марка телефону	У ціна (грн)	X1 Діагональ екрану	X2 Операцій на пам'ять (ГБ)	X3 Вбудована пам'ять (ГБ)	X4 Камера (МП)	X5 К-сть ядер	X6 Вага (г)	X7 Частота, ГГц
Apple iPhone 10	36000	5,8	3	256	12	6	174	2,3
Apple iPhone 8+	29000	5,5	3	64	12	6	202	2,3
Apple iPhone 8	24000	4,7	3	16	13	4	170	2,3
Apple iPhone 7+	25000	5,5	3	32	13	4	200	1,8
Apple iPhone 7	19000	4,7	2	64	13	4	170	1,8
Samsung Galaxy S9+	27000	6,2	6	64	12	8	130	1
Samsung Galaxy S9	24000	5,8	4	64	12	8	154	1,3
Samsung Galaxy S8+	21000	6,2	4	16	12	8	154	1,3
Samsung Galaxy S8	19000	5,8	4	32	12	8	157	2
Samsung Galaxy S7	11000	5,8	4	64	12	8	157	2
<a href="#">Xiaomi Redmi 5 Plus 3/32GB</a>	4569	5	3	32	12	8	179	1,2
<a href="#">Xiaomi Redmi 5 Plus 4/64GB</a>	5395	5	4	64	12	8	120	1,5
<a href="#">Xiaomi Redmi Note 5 Pro 4/64GB Black</a>	7473	5	4	64	12	8	181	3,7
<a href="#">Xiaomi Redmi 5a 2/16GB Gray</a>	2844	5	2	16	13	4	137	3,7
<a href="#">Xiaomi Redmi Note 4x 3/32GB</a>	4044	5	3	32	13	8	165	1,7
<a href="#">Lenovo K6 Grey</a>	4909	5	2	16	13	4	121	1,5
Lenovo A Plus	1730	4,5	2	32	13	8	120	2
Lenovo K6 Note	4361	5,5	3	32	16	4	179	2,5
LG G6 32GB Black	10578	5,7	1	8	13	4	163	1,3
LG G6 64GB Black	14006	5,7	1,5	8	8	8	137	1,5
LG G2 16GB (White)	6899	5,2	2	16	13	4	143	2,3
LG G2 32GB (Black)	7868	5,2	2	32	13	4	143	2,3
Meizu M3note	4999	5,1	2	16	8	8	143	1,6
Meizu M3	6705	5,1	2	32	8	8	143	1,6
Meizu MX6	5880	5,5	2	16	13	8	149	1,3
Meizu M5	5299	5,5	2	32	13	8	149	1,3
HTC U Ultra 64GB	8853	5	2	16	13	4	126	1,2
HTC 10 Evo 32GB	5046	5,1	3	32	16	8	138	2,5
HTC U11 4/64GB Black	20582	5,1	3	64	16	8	138	2,5
HUAWEI P20 Pro 6/128GB Twilight	26939	5	2	16	13,1	8	146	1,5
HUAWEI P20 Lite 4/64GB Black	11140	4,6	2	16	12	8	129	2,5
HUAWEI P Smart 3/32GB Gold	6454	5,2	3	32	12	4	144	2,5
HUAWEI Mate 10 Lite 64GB Black	8459	5,2	3	32	12	4	154	1,9

Рисунок Б.1 – Вихідні дані для побудови моделі

## Додаток В

Таблиця В.1 – Дані для побудови степеневі моделі

ln Y	ln X1	ln X2	ln X3	ln X4	ln X5	ln X6	ln X7
10,491274	1,7578579	1,0986123	5,5451774	2,4849066	1,7917595	5,1590553	0,8329091
10,275051	1,7047481	1,0986123	4,1588831	2,4849066	1,7917595	5,3082677	0,8329091
10,085809	1,5475625	1,0986123	2,7725887	2,5649494	1,3862944	5,1357984	0,8329091
10,126631	1,7047481	1,0986123	3,4657359	2,5649494	1,3862944	5,2983174	0,5877867
9,8521943	1,5475625	0,6931472	4,1588831	2,5649494	1,3862944	5,1357984	0,5877867
10,203592	1,8245493	1,7917595	4,1588831	2,4849066	2,0794415	4,8675345	0
10,085809	1,7578579	1,3862944	4,1588831	2,4849066	2,0794415	5,0369526	0,2623643
9,9522777	1,8245493	1,3862944	2,7725887	2,4849066	2,0794415	5,0369526	0,2623643
9,8521943	1,7578579	1,3862944	3,4657359	2,4849066	2,0794415	5,0562458	0,6931472
9,3056506	1,7578579	1,3862944	4,1588831	2,4849066	2,0794415	5,0562458	0,6931472
8,4270496	1,6094379	1,0986123	3,4657359	2,4849066	2,0794415	5,1873858	0,1823216
8,5932279	1,6094379	1,3862944	4,1588831	2,4849066	2,0794415	4,7874917	0,4054651
8,9190518	1,6094379	1,3862944	4,1588831	2,4849066	2,0794415	5,198497	1,3083328
7,9529668	1,6094379	0,6931472	2,7725887	2,5649494	1,3862944	4,9199809	1,3083328
8,3049896	1,6094379	1,0986123	3,4657359	2,5649494	2,0794415	5,1059455	0,5306283
8,4988255	1,6094379	0,6931472	2,7725887	2,5649494	1,3862944	4,7957905	0,4054651
7,4558767	1,5040774	0,6931472	3,4657359	2,5649494	2,0794415	4,7874917	0,6931472
8,3804567	1,7047481	1,0986123	3,4657359	2,7725887	1,3862944	5,1873858	0,9162907
9,2665317	1,7404662	0	2,0794415	2,5649494	1,3862944	5,0937502	0,2623643
9,5472411	1,7404662	0,4054651	2,0794415	2,0794415	2,0794415	4,9199809	0,4054651
8,8391318	1,6486586	0,6931472	2,7725887	2,5649494	1,3862944	4,9628446	0,8329091
8,9705592	1,6486586	0,6931472	3,4657359	2,5649494	1,3862944	4,9628446	0,8329091
8,5169932	1,6292405	0,6931472	2,7725887	2,0794415	2,0794415	4,9628446	0,4700036
8,8106088	1,6292405	0,6931472	3,4657359	2,0794415	2,0794415	4,9628446	0,4700036
8,679312	1,7047481	0,6931472	2,7725887	2,5649494	2,0794415	5,0039463	0,2623643
8,5752734	1,7047481	0,6931472	3,4657359	2,5649494	2,0794415	5,0039463	0,2623643
9,0885117	1,6094379	0,6931472	2,7725887	2,5649494	1,3862944	4,8362819	0,1823216
8,5263511	1,6292405	1,0986123	3,4657359	2,7725887	2,0794415	4,9272537	0,9162907
9,9321722	1,6292405	1,0986123	4,1588831	2,7725887	2,0794415	4,9272537	0,9162907
10,20133	1,6094379	0,6931472	2,7725887	2,5726122	2,0794415	4,9836066	0,4054651
9,3182975	1,5260563	0,6931472	2,7725887	2,4849066	2,0794415	4,8598124	0,9162907
8,7724554	1,6486586	1,0986123	3,4657359	2,4849066	1,3862944	4,9698133	0,9162907
9,0429862	1,6486586	1,0986123	3,4657359	2,4849066	1,3862944	5,0369526	0,6418539

Таблиця В.2 – Проміжні розрахунки для МАРЕ та Коефіцієнта Тейла

№	Y, ціна, грн	Прогнозована ціна (лінійна модель)	Прогнозована ціна (степенева модель)	МАРЕ (лінійна)	МАРЕ (степенева)	Дисперсія з лінійною моделлю	$(Y_{\text{факт}}^2)/n$	$(Y_{\text{лін}}^2)/n$	Дисперсія з степеневою моделлю	$(Y_{\text{істен}}^2)/n$
1	36000	35094,1	22454,39	0,025	0,376	24866,45	39272727,3	37321159,2	5560107,6	15278777
2	29000	20638,9	18724,86	0,288	0,354	2118438	25484848,5	12907970,7	3199348,5	10624860
3	24000	10758,4	7687,682	0,552	0,680	5313332	17454545,5	3507368,92	8063385,4	1790922,9
4	25000	19673,9	18837,84	0,213	0,246	859631,4	18939393,9	11729106,4	1150673,2	10753461
5	19000	14905,2	9857,354	0,216	0,481	508109,5	10939393,9	6732247,28	2532969	2944467,5
6	27000	21749,3	19293,39	0,194	0,285	835442,9	22090909,1	14334333,9	1799752,7	11279845
7	24000	19594	17397,19	0,184	0,275	588267,7	17454545,5	11634086,1	1321124,2	9171582,4
8	21000	16887,8	16498,58	0,196	0,214	512426,6	13363636,4	8642371,25	614023,7	8248580,1
9	19000	15317,8	13803,53	0,194	0,273	410866,1	10939393,9	7110153,55	818281,83	5773861,8
10	11000	18071,8	15615,64	0,643	0,420	1515466	3666666,67	9896667,3	645579,78	7389339,8
11	4569	15745,4	4117,81	2,446	0,099	3785236	632598,818	7512691,75	6168,8611	513829,07
12	5395	12403,8	7488,668	1,299	0,388	1488579	882000,758	4662240,34	132831,69	1699398,4
13	7473	13398,2	10294,04	0,793	0,377	1063883	1692294,82	5439759,62	241159,6	3211129,1
14	2844	3101,13	5343,569	0,090	0,879	2003,444	245101,091	291423,664	189328,64	865264,54
15	4044	12833,5	4409,797	2,173	0,090	2341071	495573,818	4990872,23	4054,7711	589282,11
16	4909	7148,86	5925,318	0,456	0,207	152029,8	730250,939	1548673,65	31300,069	1063921
17	1730	3902,28	1821,426	1,256	0,053	142993,8	90693,9394	461447,797	253,29435	100533,11
18	4361	15414,9	4589,14	2,535	0,052	3702671	576312,758	7200555,76	1577,2079	638188,06
19	10578	12879,1	10915,16	0,218	0,032	160462,2	3390729,82	5026433,13	3444,7535	3610324,8
20	14006	8766,99	8599,58	0,374	0,386	831732,5	5944485,94	2329096,98	885738,7	2240993,2
21	6899	8202,51	7413,504	0,189	0,075	51488,65	1442309,12	2038820,89	8021,6475	1665455,8
22	7868	9579,5	8386,741	0,218	0,066	88765,12	1875921,94	2780815,54	8154,3099	2131437,1
23	4999	8380,89	7755,115	0,677	0,551	346581,9	757272,758	2128465,96	230186,97	1822479,1
24	6705	9757,89	8773,199	0,455	0,308	282429	1362334,09	2885347,94	129619,61	2332394,6
25	5880	11195	9530,498	0,904	0,621	856051,8	1047709,09	3797849,92	403822,29	2752436,1
26	5299	12572	5781,65	1,373	0,091	1602945	850890,939	4789585,64	7059,1219	1012953,8
27	8853	8505,53	6748,978	0,039	0,238	3658,549	2375018,45	2192246,09	134148,74	1380263,8

## Продовження таблиці Б.2

28	5046	7992,96	6391,566	0,584	0,267	263169	771579,273	1935982,33	54865,087	1237942,9
29	20582	10747	20730,644	0,478	0,007	2931152	12836931	3499913,6	669,54663	13023018
30	26939	8545,34	26688,109	0,683	0,009	10252322	21991203,7	2212814,76	1907,4635	21583490
31	11140	2578,4	10817,878	0,769	0,029	2221241	3760593,94	201459,439	3144,3207	3546257,1
32	6454	10488,1	6108,072	0,625	0,054	493147,6	1262245,94	3333333,52	3626,2479	1130561,9
33	8459	13201,4	8965,13	0,561	0,060	681535,7	2168323,67	5281147,16	7762,6538	2435562,3
Сума				21,89749	8,545105	46431995	21,897	8,545	28194092	153842814
Корінь квадратний						6814,103	15709,502	14154,732	5309,8109	12403,339
МАРЕ				66,34	25,89					
Коефіцієнт Тейла						0,228			0,189	