

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет



Гусак О. Г., Панченко В. О.

ТЕОРІЯ ГІДРОМАШИН

Навчальний посібник

Рекомендовано вченою радою Сумського державного університету



Суми
Сумський державний університет
2022

УДК 621.65:621.22(075.8)

Г 96

Рецензенти:

А. І. Панченко – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри мехатронних систем та транспортних технологій Таврійського державного агротехнічного університету імені Дмитра Моторного (м. Мелітополь);

І. В. Павленко – доктор технічних наук, професор, професор кафедри комп'ютерної механіки імені Володимира Марцинковського Сумського державного університету

*Рекомендовано до видання
вченою радою Сумського державного університету
як навчальний посібник
(протокол № 6 від 16 грудня 2021 року)*

Гусак О. Г.

Г 96 Теорія гідромашин : навчальний посібник / О. Г. Гусак, В. О. Панченко. – Суми : Сумський державний університет, 2022. – 158 с.

ISBN 978-966-657-891-7

У навчальному посібнику наведені загальні відомості про гідравлічні машини. Викладені основи робочого процесу лопатевих насосів: кінематика потоку рідини в області лопатевого робочого колеса; основне рівняння лопатевих гідравлічних машин; вплив коефіцієнта реактивності на напір насоса; вплив кінцевого числа лопатей на роботу лопатевого насоса. Розглянуті методи теорії подібності в лопатевих насосах та основи теорії лопатевих ґраток.

Призначений для студентів закладів вищої освіти, які навчаються за спеціальністю 131 «Прикладна механіка» (освітня програма «Гідравлічні машини, гідроприводи та гідропневмоавтоматика») і може бути використаний науково-технічними працівниками, які займаються розрахунками й проєктуванням насосів.

УДК 621.65:621.22(075.8)

ISBN 978-966-657-891-7

© Сумський державний університет, 2022

© Гусак О. Г., Панченко В. О., 2022

Зміст

	С.
Вступ.....	6
Розділ 1 Загальні відомості про гідромашини.....	9
1.1 Основні визначення.....	9
1.2 Класифікація лопатевих насосів за конструкційним виконанням	11
1.3 Класифікація лопатевих насосів залежно від призначення і властивостей перекачуваної рідини	14
1.4 Основні конструкційні особливості лопатевих насосів	14
1.5 Підвідний пристрій гідромашин.....	19
1.6 Відвідний пристрій гідромашин	21
1.7 Насосна установка.....	23
1.8 Основні параметри насосів.....	25
1.8.1 Подача насоса	25
1.8.2 Напір насоса.....	25
1.8.3 Кавітаційний запас	26
1.8.4 Потужність насоса.....	27
1.9 Баланс енергії в лопатевому насосі	28
1.9.1 Механічні втрати	28
1.9.2 Об'ємні втрати	29
1.9.3 Гідравлічні втрати	30
1.10 Умови спільної роботи насоса та його зовнішньої мережі.....	31
1.11 Витрата, споживана мережею	31
1.12 Напір, споживаний мережею	32
Контрольні питання до розділу 1.....	34
Розділ 2 Основи теорії лопатевих насосів	35
2.1 Завдання теорії лопатевих насосів.....	35
2.2 Поняття про абсолютний і відносний рух рідини в насосі	36
2.3 Компоненти швидкостей у циліндричній системі координат	37
2.4 Розрахунковий режим.....	39
2.5 Умови, що забезпечують усталений рух.....	39
2.6 Потік ідеальної рідини в проточній частині насоса.....	41
2.6.1 Застосування схеми ідеальної рідини	41
2.6.2 Область використання теореми Бернуллі для елементарної струминки....	41
2.6.3 Зміна питомої енергії частинки рідини в області лопатевого колеса	44

2.6.4 Абсолютний рух ідеальної рідини в статорних робочих органах насоса ..	46
2.6.5 Відносний рух ідеальної рідини в області лопатевого насоса.....	48
2.6.6 Умови існування безвихрового руху рідини в проточній частині гідромашини.....	51
2.7 Циркуляція швидкості в області лопатевого колеса.....	51
2.7.1 Циркуляція швидкості по контуру, що охоплює лопать лопатевого колеса.....	51
2.7.2 Приєднані вихори.....	53
Контрольні питання до розділу 2.....	55
Розділ 3 Елементарна теорія відцентрового лопатевого колеса.....	56
3.1 Задачі елементарної теорії.....	56
3.2 Елементарна струминна теорія.....	57
3.3 Схема нескінченного числа лопатей.....	57
3.4 Течія рідини через робоче колесо відцентрового насоса.....	58
3.4.1 Течія рідини на вході до лопатевого колеса.....	60
3.4.2 Течія рідини каналами лопатевого колеса.....	63
3.4.3 Течія рідини на виході з лопатевого колеса.....	66
3.5 Основне рівняння лопатевих насосів.....	68
3.6 Коефіцієнт (ступінь) реактивності.....	70
3.7 Вплив ступені (коефіцієнта) реактивності на напір насоса.....	71
3.8 Урахування впливу скінченного числа лопатей на роботу лопатевого колеса.....	74
3.8.1 Кінематика потоку в міжлопатевому каналі за скінченного числа лопатей.....	74
3.8.2 Метод К. Пфлейдерера.....	83
3.8.3 Метод Стодоли – Майзеля.....	84
Контрольні питання до розділу 3.....	86
Розділ 4 Характеристики насосів.....	87
4.1 Теоретичні характеристики насосів.....	87
4.2 Вплив геометричних розмірів колеса на характеристику насоса.....	91
4.3 Залежність теоретичної гідравлічної потужності насоса від подачі.....	92
4.4 Дійсні характеристики насоса.....	95
4.4.1 Дійсна напірна характеристика насоса.....	95
4.4.2 Дійсна характеристика потужності насоса.....	97
Контрольні питання до розділу 4.....	99

Розділ 5 Методи теорії подібності в лопатевих насосах	100
5.1 Поставлення завдання	100
5.2 Геометрична, кінематична і динамічна подібності.....	101
5.3 Необхідні й достатні умови для існування механічної подібності	104
5.4 Фізичні основи подібності.....	104
5.5 Умови механічної подібності під час руху рідини в гідравлічних машинах.....	107
5.6 Метод розмірностей	110
5.7 Перерахунок характеристик лопатевих насосів на іншу частоту обертання	114
5.8 Коефіцієнт швидкохідності	117
Контрольні питання до розділу 5.....	124
Розділ 6 Основи теорії лопатевих ґраток (решіток).....	125
6.1 Ґратки (решітки) гідравлічних машин	125
6.2 Характеристика нерухомої плоскої ґратки.....	129
6.3 Характеристика плоскої колової обертової ґратки.....	137
6.4 Характеристики просторових ґраток	145
Контрольні питання до розділу 6.....	156
Список використаної літератури	157

Вступ

«Теорія гідромашин» є базовою теоретичною дисципліною, в якій закладені фундаментальні уявлення про робочий процес у гідромашинах та основні закономірності течії рідини в проточних трактах гідромашин.

Розвиток людської цивілізації тісно пов'язаний із створенням і використанням гідравлічних машин.

Першим гідравлічним двигуном було водяне колесо, що використовувало енергію протічної води, а першим насосом – поршневий насос.

Рушійною силою, що зумовила винайдення і створення гідравлічних машин, був розвиток продуктивних сил і землеробства у рабовласницьких державах. Найпростіші гідравлічні машини – водяні колеса – почали застосовувати понад 3 000 років тому в Єгипті, Індії, Китаї для піднімання води в зрошувальні канали та обертання жорен у млинах. Мистецтво будувати водяні млини й іригаційні канали з водопіднімальними пристроями згодом дійшло до Греції та Римської імперії, а потім – і до інших країн Європи.

Аристотель у трактаті «Механічні проблеми» дав опис колодезного журавля з противагою для піднімання води з колодезя.

У 16 році до нашої ери римський архітектор та інженер Вітрувій описав пожежний двоциліндровий поршневий насос, створений греком Кмезибієм з Олександрії.

У середні віки, в період феодалної роздробленості, водноенергетичне та іригаційне будівництво перебувало в стані застою.

У давньоруських літописах водяні млини вперше згадуються в 1267 р., а існували вони, безсумнівно, й раніше. Статут Ярослава Мудрого регулював питання затоплень, спричинюваних будівництвом водяних млинів.

У XIV–XVI ст. в Європі почали утворюватися національні держави, поліпшилися шляхи сполучення між ними. Це привело до розвитку торгівлі та ремесел. З розвитком гірничозаводської справи водяні колеса почали застосовувати на металургійних заводах для надання руху повітродувним машинам і молотам, а найпростіші поршневі насоси – для відкачування води з глибоких шахт.

Гідравлічні машини не були поза увагою і в Росії. Так, Михайло Ломоносов у своїх працях описав різноманітні насоси та, зокрема, навів конструкції насосів для відкачування води з глибоких шахт. У 1752 році М. В. Ломоносов розпочав будівництво Усть-Рудницької скляної фабрики, де водяні колеса широко використовували для надання руху лісопильним рамам, млинам та іншим установкам.

У 1689 році німецький професор математики Папен винайшов відцентровий насос. Спочатку він був недосконалий – колесо з двома радіальними лопатями та кільцевий кожух. Невдалими були розміри колеса, кожуха, патрубків. Але насос зразу ж привернув увагу. У подальшому Папен його вдосконалив: багатолопатеve колесо й спіральний кожух.

У середині XVIII століття лише на одному Уралі існувало більше ніж 150 заводів, що мали гідравлічні установки. У ті часи ще не було теорії та методів розрахунку водяних двигунів, їх виготовляли окремі вмільці. Вражає розмах творчої думки чудового російського гідротехніка К. Д. Фролова. У 1787 р. він на Зміїногорському руднику (Алтай) побудував чотиріступінчасту підземну установку з водяними колесами діаметром від 4 м до 17 м. До наших днів збереглася земляна гребля цієї споруди.

Парову машину, винайдену І. І. Ползуновим (1765), стали широко використовувати для приведення в дію поршневих насосів (проте патент на парову машину був отриманий Джейсом Уаттом у 1784 році).

У середині XVIII століття член Російської академії наук Леонард Ейлер (1707–1783) створив відому теорію відцентрових гідравлічних машин, яка була опублікована в праці «Більш повна теорія машин, що приводяться в рух дією води» (1754). У своїй праці академік Ейлер вивів залежності, що характеризують роботу відцентрових гідравлічних машин, випередивши техніку майже на 100 років.

Лише в середині XIX століття, коли в 1835 році видатним російським інженером А. А. Саблуковим був заново винайдений відцентровий насос, а також поступово почало розвиватися гідротурбінобудування, рівняння Ейлера почали використовувати під час проектування гідравлічних машин, зокрема, відцентрових насосів. У цьому разі особливо широке використання праць Ейлера почалося в кінці XIX століття, коли були створені достатньо швидкохідні двигуни для насосів, а гідроенергетика набувала значного розвитку. Таким чином, у Росії була створена теорія розрахунку відцентрових машин, був знову винайдений відцентровий насос, а в 1837 році уралець Ігнатій Сафонов побудував одну з перших у світі гідравлічних турбін. Також у Росії в 1889 році В. А. Пушечніков сконструював і виготовив перший у світі осьовий насос, який свого часу експлуатували на водопроводі в Москві. Пізніше насоси Пушечнікова зовсім несправедливо одержали назву «Фарко» (назва французького заводу).

Відомі російські вчені М. Є. Жуковський і С. О. Чаплигін розробили теоретичні основи обтікання потоком крила. Їх праці стали базою для проектування лопатей робочих коліс і напрямних апаратів відцентрових машин.

Цінними є й праці І. І. Куколевського, який перший застосував закони динамічної подібності до проектування відцентрових насосів (1904) і дав початок строго науковому лабораторному експерименту в галузі насособудування. І. І. Куколевський створив гідравлічну лабораторію в Московському імператорському училищі, заснувавши московську школу гідромашинобудування.

У 1913–1915 рр. Г. Ф. Проскура заснував гідравлічну лабораторію в Харківському технічному університеті.

Приблизно в той самий час Б. А. Бехметєв та І. Г. Єсьман створили гідравлічну лабораторію в Петербурзькому політехнічному інституті.

Важливим кроком у становленні радянського гідромашинобудування було створення в 1927 році гідравлічної лабораторії ЦАГІ (Центральний

аерогідравлічний інститут). На її базі в 1931 році виник Гідроенергетичний інститут, перейменованій у 1934 році у ВІГМ (Всесоюзний інститут гідромашинобудування). Після одержав назву ВНДІГідромаш. Цей інститут мав філії: ВНДІАЕН (Всесоюзний науково-дослідний інститут атомного і енергетичного машинобудування), м. Суми; УралГідромаш, м. Сисерт, Свердловська область; Лівгідромаш, м. Лівни, Орловська область. Сьогодні функціонує лише ВНДІАЕН.

У розвитку вітчизняного насособудування великі заслуги належать: С. С. Рудневу, І. М. Вознесенському, В. С. Квятковському, А. А. Ломакіну, Д. Я. Алексопольському та багатьом іншим.

В історичному аспекті розвиток гідравлічних машин відбувався за двома напрямками: теоретичним і практичним.

Теоретичний напрям передбачає вивчення закономірностей руху рідини в гідромашинах методом складання диференціальних (іноді інтегральних) рівнянь руху, що враховують специфіку конкретного гідродинамічного явища, і знаходження точних або наближених розв'язків.

На основі попереднього вивчення складається розрахункова модель або схема даного явища, в якій по можливості повністю враховують його істотні властивості.

Загальні рівняння спрощують на основі врахування характерних особливостей даного явища або задачі і вибирають відповідний математичний метод розв'язання одержаних таким способом рівнянь.

Практичний метод вивчення законів руху рідини в гідравлічних машинах базується на експерименті. Інколи він є єдиною можливістю одержання ефективного, тобто придатного для практичного застосування, розв'язання задачі.

Тісно з експериментальним методом пов'язана його теоретична основа – теорія подібності. Вона встановлює ті умови й правила, за якими результати експериментів на макетах (моделях) необхідно переносити на натурний об'єкт. Цим, однак, роль теорії подібності не вичерпується, оскільки вона є ефективним засобом узагальнення та оброблення експериментальних даних, а також містить методи якісного аналізу гідродинамічних явищ. Останню функцію виконує також теорія розмірностей, тісно пов'язана з теорією подібності.

Розділ 1

Загальні відомості про гідромашини

Класифікація гідромашин за принципом дії. Гідромашини динамічні та об'ємні. Класифікація гідромашин за напрямком передавання енергії. Насоси, зворотні гідромашини, гідродвигуни, гідропередачі. Класифікація гідродинамічних машин за конструктивними ознаками. Основні й допоміжні конструктивні ознаки. Робочі органи гідромашин: підвід, робоче колесо, відвід. Функції підводу і відводу у складі гідромашин. Основні конструктивні виконання підводів і відводів. Класифікація робочих коліс гідромашин. Основні параметри гідромашин. Подача та витрата. Напір насоса. Потужність, споживана насосом. Корисна потужність насоса. Коефіцієнт корисної дії насоса й турбіни. Теоретичний напір насоса і турбіни. Кавітаційний запас насоса. Геометрична та вакуумметрична висоти всмоктування насоса. Умови спільної роботи насоса і його зовнішньої мережі.

1.1 Основні визначення

Гідравлічні машини – це машини, в яких під час протікання через них рідини відбувається перетворення механічної енергії робочого органа на гідравлічну енергію рідини або, навпаки, гідравлічної енергії рідини на механічну енергію на валу, або той та інший процес одночасно.

Робочі органи гідромашин – це елементи, що омиваються або контактують із потоком рідини.

Проточна частина гідромашини – це сукупність робочих органів гідромашини.

За напрямком передавання енергії розрізняють такі гідромашини:

- насоси;
- гідравлічні двигуни (турбіни);
- зворотні гідромашини;
- гідродинамічні передачі.

Гідравлічна машина, в якій гідравлічна енергія рідини збільшується під час протікання через робочі органи завдяки енергії, що підводиться зовні, називаються насосом.

Гідравлічна машина, в якій гідравлічна енергія рідини зменшується за рахунок механічної енергії, що відводиться до зовнішнього споживача, називається гідравлічним двигуном (турбіною).

Зворотні гідравлічні машини можуть працювати і як насос, і як турбіна. Їх встановлюють на ГАЕС (гідроакумулювальні електричні станції).

Як насос ці гідравлічні машини перекачують воду з нижнього у верхній басейн станції для подальшого використання цієї води для виробництва електроенергії (зворотна гідромашина працює як турбіна).

Гідродинамічні передачі складаються з максимально наближених і розміщених співвісно в загальному корпусі лопатевих коліс відцентрового

насоса і гідравлічної турбіни. Гідропередачі поділяють на гідродинамічні муфти, які передають потужність, не змінюючи моменту, і гідродинамічні трансформатори, здатні змінювати передаваний момент.

Насосне колесо одержує енергію від двигуна. Його лопаті передають цю енергію потоку рідини. Під час обтікання лопатей турбінного колеса потік віддає свою енергію, використовувану на ведучому валу для подолання опору приводної машини (споживача енергії).

Гідропередачі здатні обмежувати передаваний момент і згладжувати його пульсації в разі несподіваної зміни опору споживача. Завдяки цьому вони захищають двигуни і механічну частину трансмісії від перевантаження та ударних навантажень, забезпечуючи довговічність машин.

Вони знешкоджують також перевантаження двигунів під час запускання, розганяння приводних об'єктів, що мають велику інерцію. Унаслідок цього зникає необхідність завищення встановленої потужності двигунів для забезпечення розганяння.

Гідротрансформатори, крім того, дозволяють автоматизувати процес зміни передач відповідно до зміни опору споживача. Це покращує використання потужності двигуна, підвищує продуктивність машин, спрощує й полегшує керування ними. Зазначені якості, незважаючи на деяку втрату ККД і ускладнення трансмісій, обумовили велике поширення гідравлічних передач.

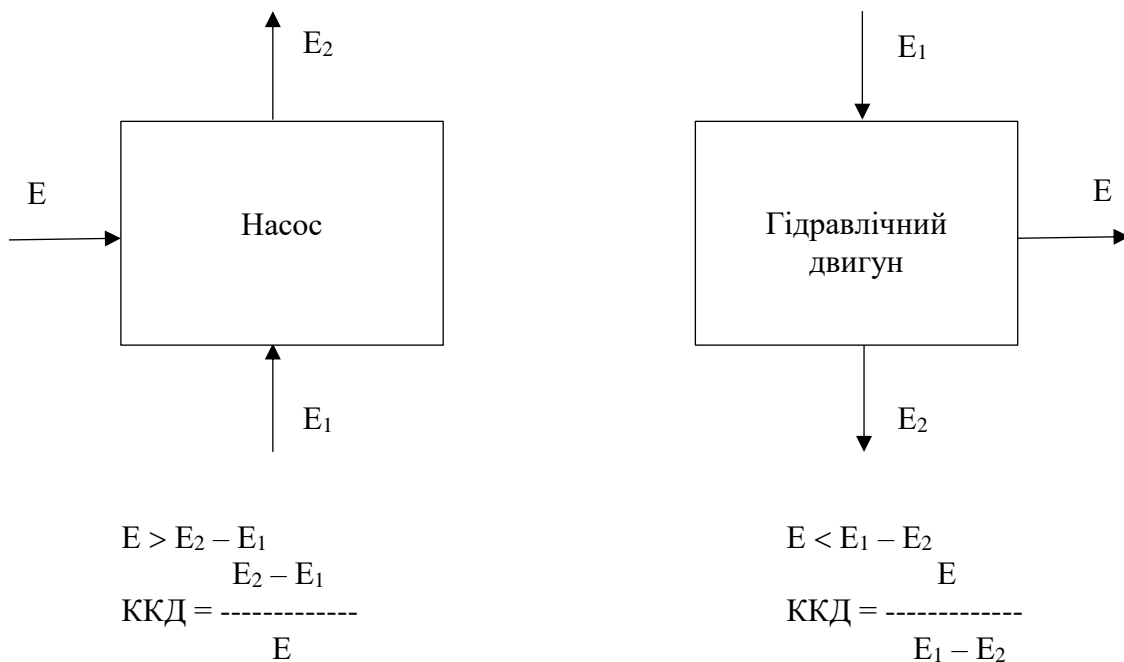


Рисунок 1.1 – Принцип зміни енергії в насосі та гідравлічному двигуні:

E – енергія, що підводиться до насоса від зовнішнього джерела

(відводиться до споживача від гідравлічного двигуна);

*E*₁ – енергія на вході в гідравлічну машину;

*E*₂ – енергія на виході з гідравлічної машини

Класифікація гідравлічних машин за принципом дії:

- об'ємні;
- динамічні (лопатеві, вихрові).

В об'ємних гідромашинах процес передавання енергії відбувається за рахунок силової дії твердого робочого тіла на замкнений об'єм рідини.

У лопатевих гідромашинах процес передавання енергії відбувається за рахунок силової взаємодії обертової лопатевої системи і потоку рідини, що протікає через неї.

У вихрових гідромашинах процес приросту енергії перекачуваної рідини здійснюється за рахунок турбулентного обміну енергією основного потоку в каналі насоса і вторинного потоку в робочому колесі.

1.2 Класифікація лопатевих насосів за конструкційним виконанням

Таблиця 1.1 – Класифікація лопатевих насосів за конструкційним виконанням

Насос (агрегат, установка)	Конструкційне виконання
Горизонтальний	Вісь обертання робочих органів розміщена горизонтально незалежно від розміщення осі привода або передачі
Вертикальний	Вісь обертання робочих органів розміщена вертикально незалежно від осі привода або передачі
Консольний	Робочі органи розміщені на консольній частині його вала
Моноблоковий	Робочі органи розміщені на валу двигуна
Із виносними опорами	Підшипникові опори ізольовані від перекачуваного рідинного середовища
Із внутрішніми опорами	Підшипникові опори контактують із перекачуваним рідинним середовищем
Із боковим входом	Рідинне середовище підводиться в напрямку, перпендикулярному до осі робочих органів.
Із осьовим входом	Рідинне середовище підводиться в напрямку осі робочих органів
Двобічного входу	Рідинне середовище підводиться в напрямку осі робочих органів із двох протилежних боків
Одноступінчастий	Рідинне середовище подається одним комплектом робочих органів
Багатоступінчастий	Рідинне середовище подається двома і більше послідовно з'єднаними комплектами робочих органів
Багатопотоковий	Рідинне середовище подається споживачу через декілька відводів

Продовження табл. 1.1

Насос (агрегат, установка)	Конструкційне виконання
Секційний	Багатоступінчастий або багатопотоковий насос із торцевим рознімом кожного ступеня
Із торцевим рознімом	Із рознімом корпусу в площині, перпендикулярній до осі робочих органів
З осьовим рознімом	Із рознімом корпусу в площині осі робочих органів
Двокорпусний	Із додатковим зовнішнім корпусом, розрахованим на більший статичний тиск
Із захисним корпусом	Із внутрішнім з'єднаним корпусом, стійким до дії перекачуваного рідинного середовища
Самовсмоктувальний	Забезпечує самозаповнення підвідного трубопроводу рідинним середовищем
Регульований	Забезпечує в заданих межах зміну подачі й напору
Свердловинний	Занурюваний насос, що встановлюється у свердловині
Із передувімкненим ступенем	Багатоступінчастий насос, у якому перший ступінь забезпечує покращання умов підведення рідинного середовища до другого ступеня
Із передувімкненим колесом	Із додатковим робочим колесом (шнеком) у підводі
Герметичний	Повністю виключений контакт перекачуваного рідинного середовища з навколишнім середовищем
Стаціонарний	Призначений для роботи на фундаменті
Пересувний	Переміщується в процесі експлуатації
Насосний агрегат	Складається з насоса або декількох насосів і приводного двигуна, з'єднаних між собою
Насосна установка	Насосний агрегат із комплектувальним обладнанням, змонтованим за визначеною схемою, що забезпечує роботу насоса
Електронасосний агрегат	Приводним двигуном є електродвигун
Турбонасосний агрегат	Приводним двигуном є гідравлічна, парова або газова турбіна
Дизельний агрегат	Приводним двигуном є дизель
Мотонасосний агрегат	Приводним двигуном є карбюраторний двигун
Гідроприводний насосний агрегат	Приводним двигуном є гідродвигун
Турбонасос	Насосний агрегат із приводом від турбіни, вузли якого входять до конструкції насоса

Продовження табл. 1.1

Насос (агрегат, установка)	Конструкційне виконання
Електронасос	Насосний агрегат із приводом від електродвигуна, вузли якого входять до конструкції насоса
Футерований	Проточна частина футерована матеріалом, стійким до впливу перекачуваного рідинного середовища
Занурюваний	Установлюється під рівнем перекачуваної рідини
Напівзанурюваний насосний агрегат	Насосний агрегат із занурюваним насосом, двигун якого розміщений над поверхнею рідинного середовища

Таблиця 1.2 – Класифікація відцентрових насосів згідно з Європейським стандартом API 610

Консольні	пружно з'єднані	горизонтальні	з опорними лапами	ОН1
			з опорами по центральній лінії	ОН2
		вертикальні, вмонтовані в трубопровід, із підшипниковою опорою		ОН3
	жорстко з'єднані	вертикальні, вмонтовані в трубопровід		ОН4
				ОН5
	моноблокові	вертикальні, вмонтовані в трубопровід		ОН6
з умонтованим мультиплікатором				
З колесом між опорами	1- і 2-ступінчасті	із горизонтальним різнімом		ВВ1
		із поперечним різнімом		ВВ2
	багатоступінчасті	із горизонтальним різнімом		ВВ3
		із поперечним різнімом	однокорпусні	ВВ4
			двокорпусні	ВВ5

Продовження табл. 1.2

Вертикальні підвісні	однокорпусні	для мокрої установки	з напрямним апаратом	VS1
			зі спіральним корпусом	VS2
			осьові	VS3
	резервні		із трансмісійним валом	VS4
			з одноопорним валом	VS5
	двокорпусні		із напрямним апаратом	VS6
			зі спіральним корпусом	VS7

1.3 Класифікація лопатевих насосів залежно від призначення і властивостей перекачуваної рідини

Залежно від призначення і властивостей перекачуваної рідини виділяють такі основні види лопатевих насосів:

- насоси загального призначення (для перекачування чистої води і рідин, що мають подібні до води властивості);
- насоси для теплових пароенергетичних установок на органічному і ядерному паливі (живильні, передувімкнені, конденсатні, циркуляційні, мережеві та інші);
- великі відцентрові та осьові насоси, що забезпечують перекачування великих об'ємів води;
- насоси для хімічно активних рідин;
- насоси для перекачування забруднених рідин;
- насоси для перекачування нафтопродуктів;
- насоси для перекачування цементних мас;
- шахтні насоси (для відкачування шахтних вод);
- змішувальні насоси для перекачування паперових мас;

І це не завершений перелік.

Залежно від температури перекачуваної рідини насоси поділяють на:

- холодні ($T \leq 373 \text{ K}$);
- гарячі ($T > 373 \text{ K}$).

1.4 Основні конструкційні особливості лопатевих насосів

Повертаючись до особливостей класифікації за конструкційними ознаками, необхідно мати на увазі таке:

– вибір конструкційних ознак, за якими ці машини поділяють на окремі види, передбачає незалежність одних ознак класифікації від інших – вони повинні бути автономними одна стосовно одної;

– цей вид класифікації ніколи не буває замкненим – конструкції машин змінюються і відповідно змінюються конструкційні ознаки, за якими їх класифікують.

Конструкційні ознаки поділяють на:

– основні – це ті елементи, які утворюють проточну частину (підвідний пристрій (підвід), робоче колесо і відвідний пристрій (відвід));

– допоміжні (підшипники, ущільнення).

Серед основних елементів основним є робоче колесо. Саме в ньому, власне, й здійснюється робочий процес – підвищення енергії потоку рідини, що протікає через нього.

За формою меридіанної проєкції (отримана перерізом робочого колеса площиною, паралельною осі обертання) робочі колеса поділяють так (рис. 1.2):

– відцентрові;

– діагональні;

– осьові.

У відцентрових колесах рідина під дією відцентрових сил переміщується від центра до периферії, тобто потік рідини перпендикулярний до осі обертання (має радіальний напрям).

В осьовому колесі потік рідини паралельний осі обертання.

У діагональних колесах потік рідини рухається під кутом $< 90^\circ$.

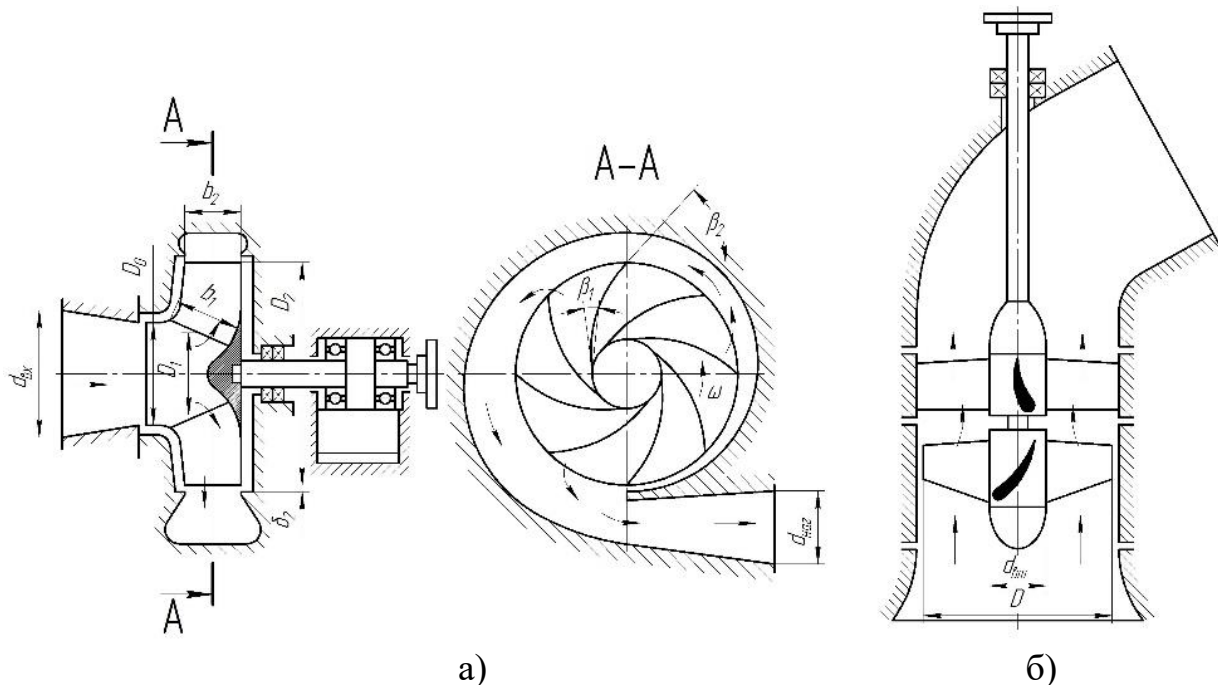


Рисунок 1.2 – Принципові схеми відцентрового (а) та осьового (б) лопатевих насосів

У більшості типів насосів застосовують робочі колеса закритого типу (рис. 1.3 а), що умовно складаються з трьох елементів: основного диска з маточиною 3, покривного диска 1 і лопатей 2. Лопаті можуть мати циліндричну (одинарної кривизни) або просторову (подвійної кривизни) форму. Лопаті й диски утворюють міжлопатеві канали дифузорового типу, по яких рідина протікає від центра до периферії.

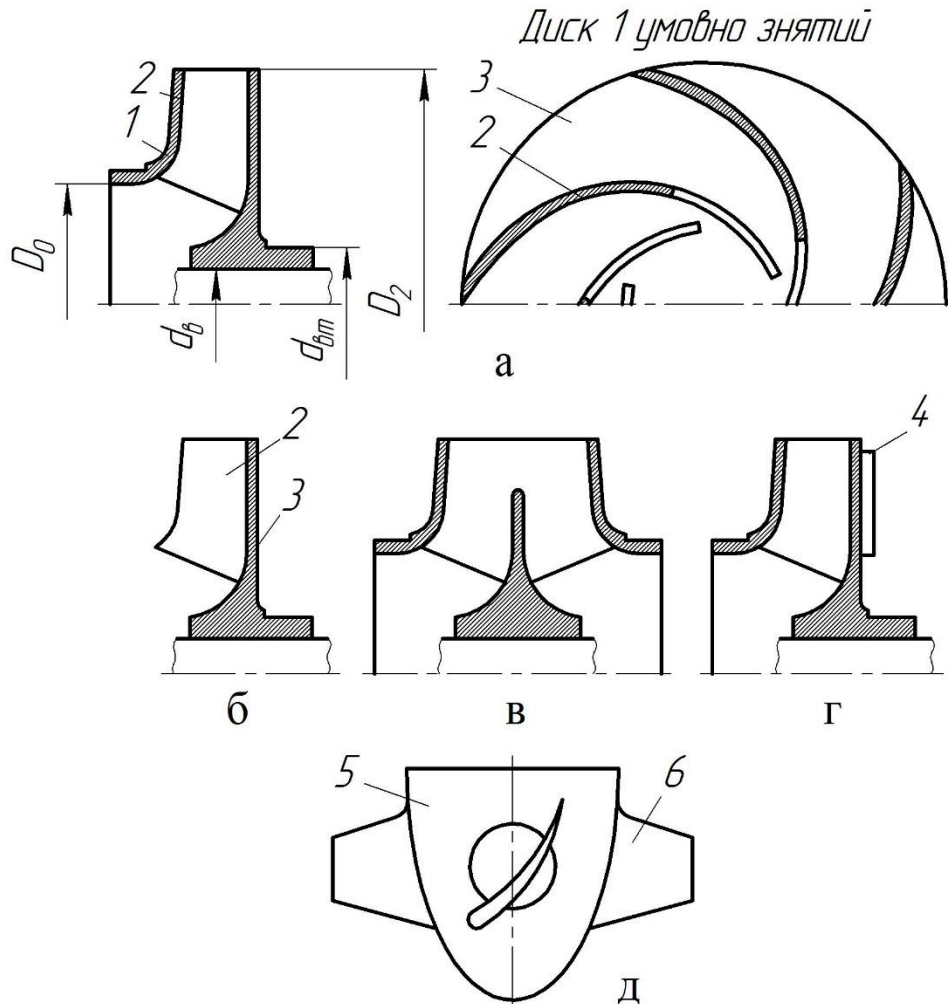


Рисунок 1.3 – Схеми робочих коліс лопатевих насосів:
 а – закритого типу; б – напіввідкритого типу; в – двобічного входу;
 г – з імперелером; д – робоче колесо осьового насоса

У маточині робочого колеса є шпонковий паз для закріплення колеса на валу насоса. На покривному диску і маточині виконані циліндричні проточки для ущільнень.

У шламових і хімічних насосах використовують робочі колеса напіввідкритого типу (рис 1.3 б), в якому відсутній покривний диск. Для перекачування особливо забруднених рідин застосовують відкриті робочі колеса, в яких відсутній і основний диск.

Робочі колеса двобічного входу (рис. 1.3 в) – це два однакових, з'єднаних між собою загальною маточиною, робочих колеса однобічного входу. Перевагою таких коліс є гарна розвантажуваність від дії осьових сил.

Для розвантаження від осьових сил або захисту ущільнень від потрапляння твердих частинок застосовують робочі колеса з радіальним імпелером. Це радіальні лопатки 4 із зовнішнього боку основного диска (рис. 1.3 з).

Робоче колесо осьового типу (рис. 1.3 д) складається із втулки 5, до якої прикріплені лопаті 6 профільної форми. Лопаті можуть жорстко закріплюватися (жорстко-лопатевий насос) або повертатися на певний кут навколо своєї осі (поворотно-лопатевий насос). Втулка може бути циліндричною або обтічної конічної форми.

Важливими конструктивними ознаками є кількість і спосіб розміщення робочих коліс у проточній частині гідромашини. Якщо є декілька робочих коліс, розміщених послідовно одне за одним, гідромашину називають багатоступінчастою (рис. 1.4). Якщо є декілька робочих коліс, розміщених паралельно одне одному, гідромашину називають багатопотоковою.

Реальна кількість ступенів у гідромашині може бути від одного до декількох сотень. У той самий час із багатопотокових широко використовують лише двопотокові гідромашини (рис. 1.5).

Питання про вибір конструктивної схеми проточної частини гідромашини самостійне і достатньо складне, воно виходить за рамки нашого розгляду. Водночас будь-яке ускладнення конструкції машини підвищує її вартість і знижує надійність у роботі. У цьому сенсі найкращою гідромашиною є одноступінчаста, однопотокова. Однак існує велика кількість різнобічних і суперечливих чинників, що роблять неминучим використання гідромашин складних конструкційних схем.

Нарешті, про спосіб розміщення робочого колеса на валу. У разі консольного розміщення колеса на валу гідромашину називають консольною (рис. 1.6), а в разі розміщення робочого колеса між опорами вала говорять, що це гідромашинна з прохідним валом (рис. 1.4, 1.5).

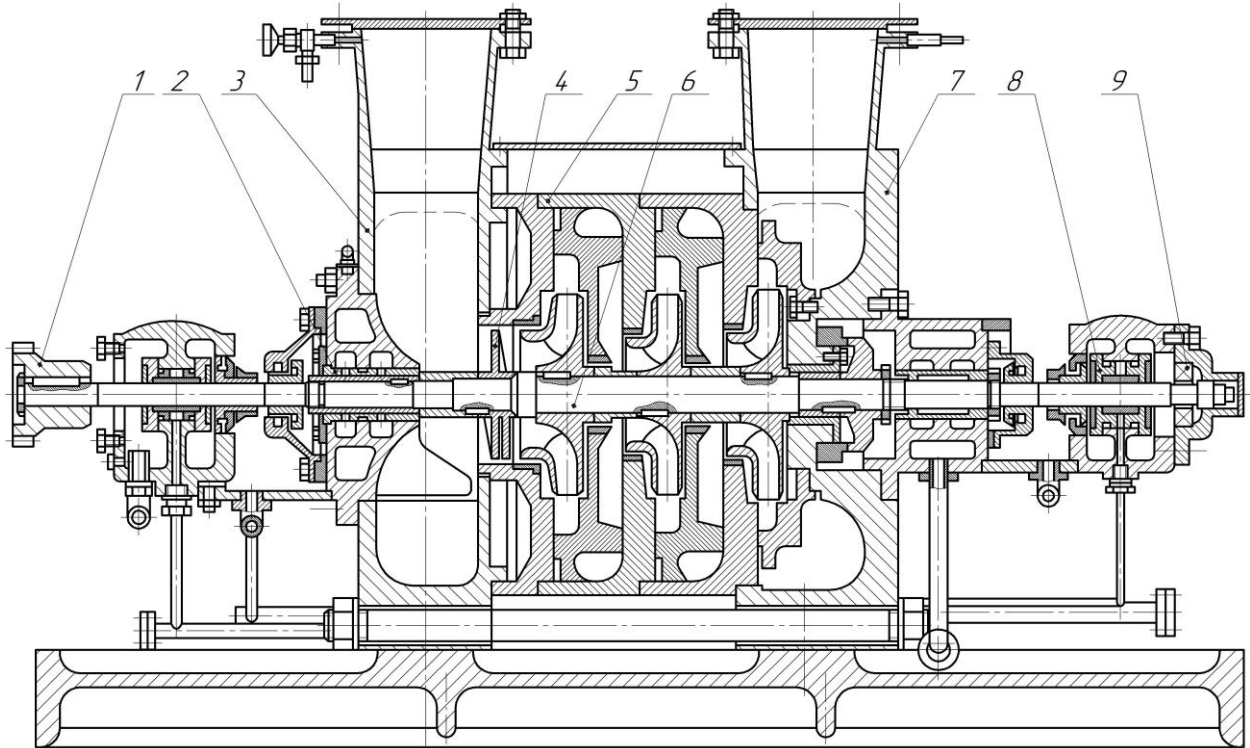


Рисунок 1.4 – Насос живильний СПЭ 1650-75:

1 – муфта; 2 – кінцеве ущільнення; 3 – кришка входна; 4 – передувімкнене робоче колесо; 5 – секція; 6 – ротор; 7 – кришка напірна; 8 – підшипник ковзання; 9 – упорний кульковий підшипник

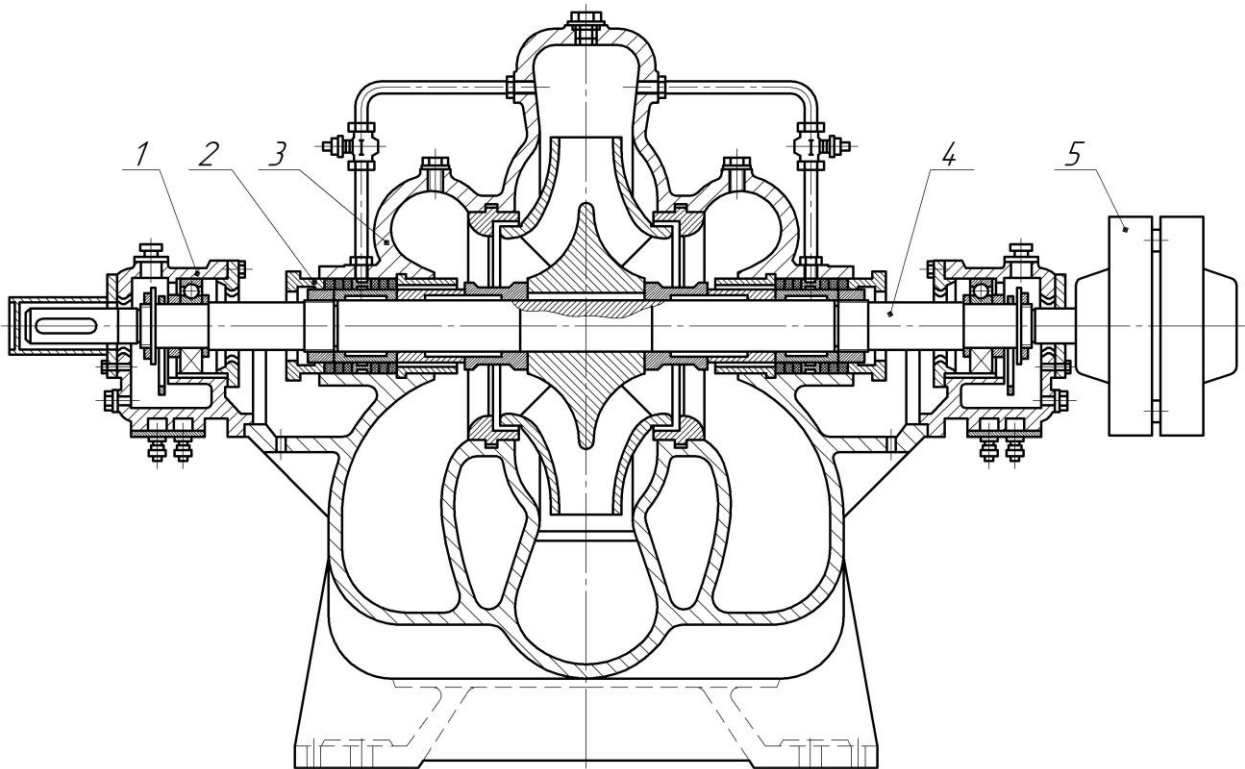


Рисунок 1.5 – Насос відцентровий типу Д (двобічного входу):

1 – корпус підшипника; 2 – кінцеве ущільнення; 3 – корпус; 4 – вал; 5 – муфта

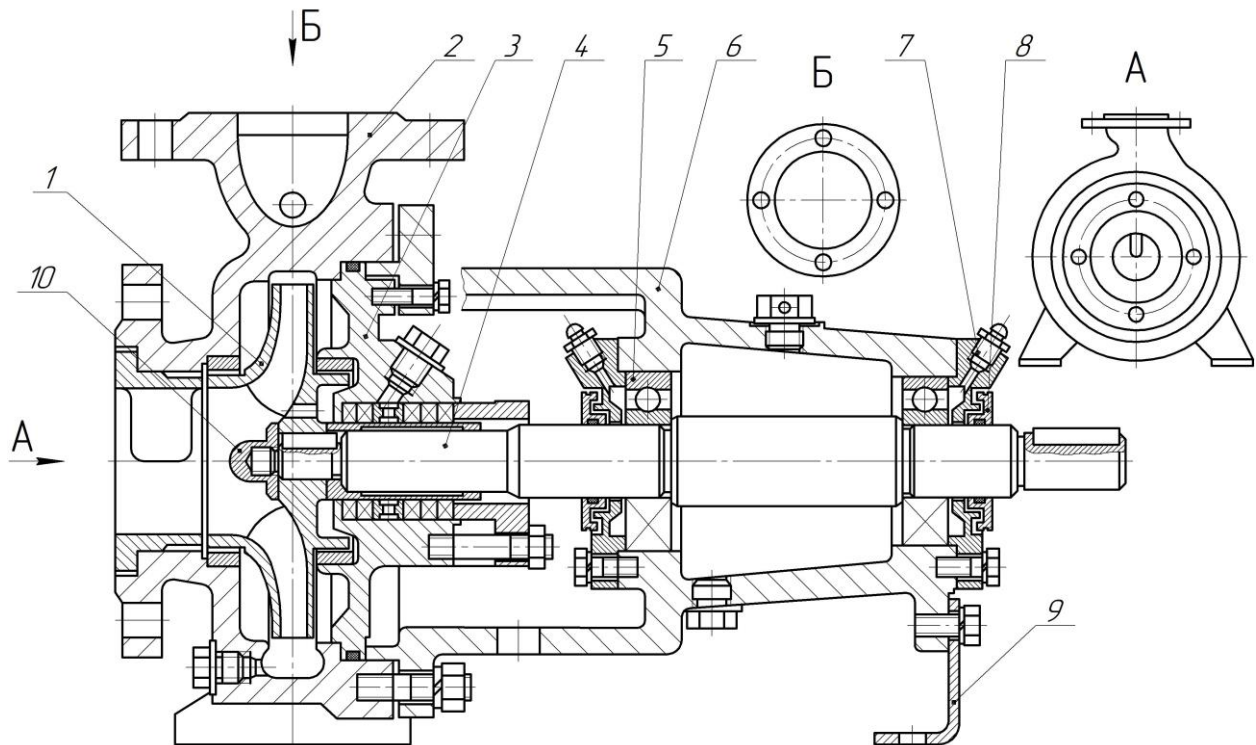


Рисунок 1.6 – Насос відцентровий типу К (консольний):
 1 – колесо; 2 – корпус; 3 – кришка; 4 – вал; 5 – підшипник; 6 – опорний кронштейн; 7 – штуцер; 8 – мастиловідбійне кільце; 9 – опорний стояк; 10 – вхідний обтічник

1.5 Підвідний пристрій гідромашин

Підвідні пристрої гідромашин призначені для підведення потоку рідини з певною швидкістю і певним напрямком до робочого колеса насоса.

Вони повинні задовольняти такі вимоги:

- 1) забезпечувати осесиметричне підведення рідини до робочого колеса з можливо більш рівномірним розподілом швидкостей;
- 2) забезпечувати зміну швидкості до величини, рекомендованої для входу в робоче колесо, що дорівнює 5–10 м/с;
- 3) за потреби забезпечувати необхідний напрямок швидкості, наприклад, створити «закручення» рідини як антикавітаційний засіб;
- 4) мати мінімальну величину гідравлічних витрат.

Конфігурація підвідного пристрою повинна забезпечувати необхідні умови як на оптимальному, так і на інших можливих режимах роботи насоса. Найбільш застосовані схеми підвідних пристроїв відцентрових насосів наведені на рисунку 1.7.

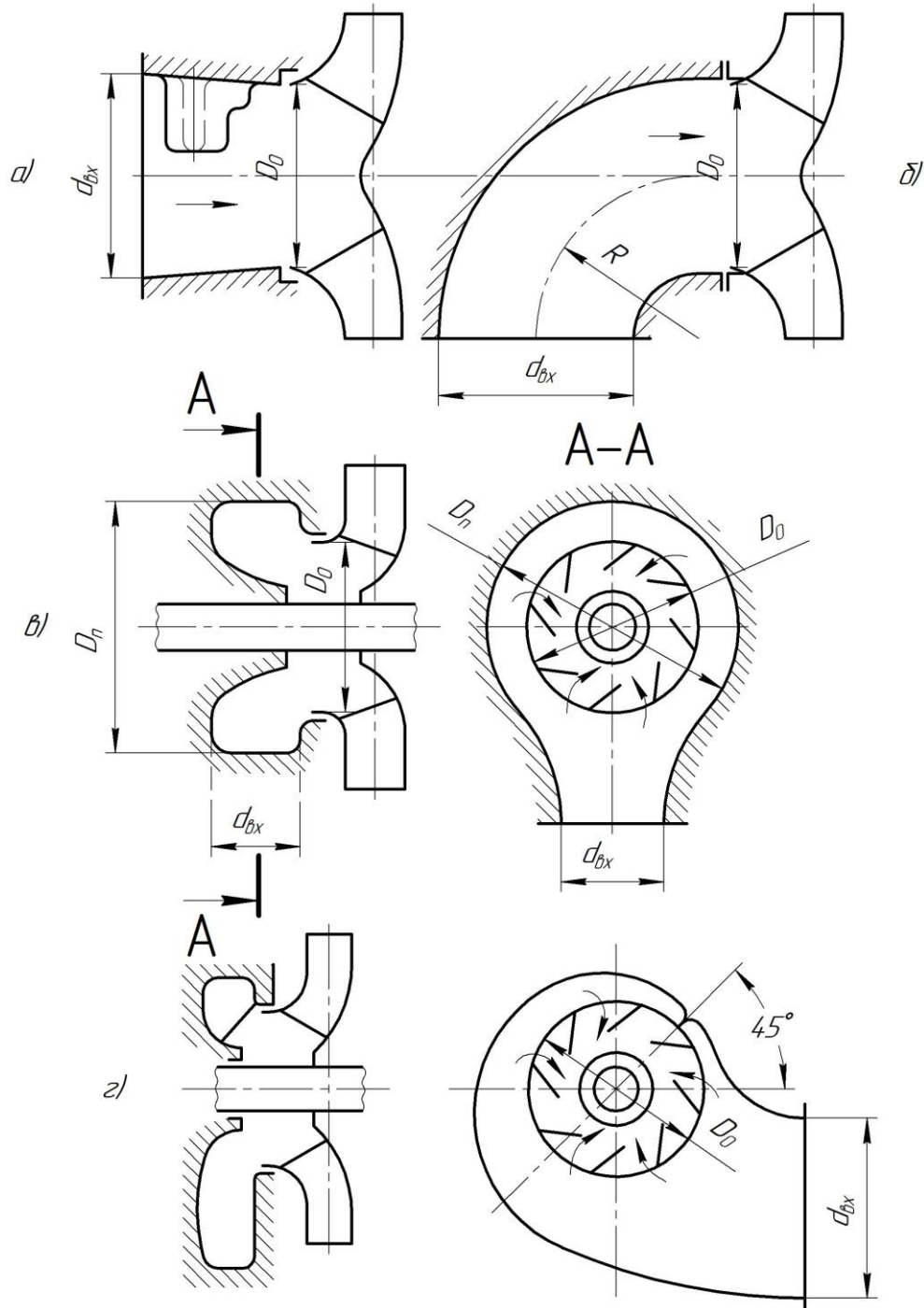


Рисунок 1.7 – Схеми підвідних пристроїв відцентрових насосів:
 а) осьовий; б) боковий (у вигляді коліна); в) боковий кільцевий;
 г) боковий напівспіральний

Найпростішим у конструктивному відношенні є осьовий підвід, виконаний у формі конфузорного ($d_{\text{вх}} > D_0$) або циліндричного ($d_{\text{вх}} = D_0$) патрубкa. Конфузорний патрубок забезпечує більш рівномірну структуру потоку рідини на вході (рис. 1.7 а).

Допустимий кут конфузорності – до 15° .

Вважають, що осьовий підвід не закручує потоку рідини на вході в робоче колесо. Для попередження закручування потоку в підводі самим робочим

колесом виконують ребро обтічної форми, спрямоване вздовж осі обертання ротора. Осьовий підвід набув широкого використання в консольних горизонтальних і вертикальних насосах.

Боковий підвід у вигляді коліна (рис. 1.7 б) для насосів із коефіцієнтом швидкохідності $n_s < 100$ в гідравлічному відношенні можна вважати рівноцінним з осьовим (про коефіцієнт швидкохідності буде йти мова у розділі 5). Радіус кривизни коліна вибирають максимальним із конструктивних міркувань, для того щоб зменшити можливість утворення відриву потоку рідини і мертвих (застійних) зон у ньому. Коліно може виконуватись конфузорним ($d_{\text{вх}} > D_0$) і постійного перерізу ($d_{\text{вх}} = D_0$). Підвід такого типу застосовують у консольних насосах, одно- і багатоступінчастих насосах із прохідним валом.

Кільцевий підвід (рис 1.7 в) – це кільцева камера діаметром D_p із постійними поперечними перерізами, плавно з'єднана з вхідним патрубком. Незважаючи на конструкційну простоту, підводи такого типу не забезпечують вісесиметричного потоку рідини на вході в робоче колесо. Під час обтікання вала в зоні, протилежній вхідному патрубку, утворюються «мертві» (застійні) зони. Це призводить до зниження ККД насоса. Кільцеві підводи часто застосовують у ґрунтових, шламових і деяких типах багатоступінчастих насосів.

Напівспіральний підвід (рис. 1.7 г) забезпечує більш сприятливе обтікання вала і створює рівномірне поле швидкостей за рахунок утворення визначеного закручення потоку рідини (іншими словами, моменту швидкості потоку рідини, тобто циркуляції потоку рідини). Рідина, надходячи з вхідного патрубка, розподіляється на дві частини: перша безпосередньо потрапляє у вхідну лійку робочого колеса, друга, проходячи по спіральній частині, рівномірно живить робоче колесо по колу до роздільного «язика». У процесі роботи точка розділення потоків залишається біля язика. За рахунок закручення потоку в підводі зменшується відносна швидкість на вході до лопаті робочого колеса. Усе це сприяє зниженню втрат у насосі. Напівспіральний підвід забезпечує кращі кавітаційні якості насосів, які працюють із додатною висотою всмоктування. Якщо насоси працюють зі значним підпором, то напівспіральні й кільцеві підводи практичні рівноцінні.

У кільцевому і напівспіральному підводах безпосередньо перед входом потоку рідини в робоче колесо виконують конфузорну ділянку, що забезпечує підвищення швидкості на 10–15 %. На цій ділянці також відбувається деяке вирівнювання поля швидкостей.

1.6 Відвідний пристрій гідромашин

Не менш значущим конструкційним елементом гідромашини є її відвід. Функції відводу у складі гідромашини:

1) зібрати рідину після робочого колеса за збереження осьової симетрії потоку, що забезпечує осьову симетрію відносного руху в міжлопатевих каналах робочого колеса;

2) зменшити момент швидкості потоку рідини і перетворити частину кінетичної енергії рідини на потенціальну;

3) підвести рідину до вихідного патрубку або наступного ступеня насоса.

У відводі – дифузорна форма течії рідини. Відзначимо, що організувати дифузорну течію на відміну від конфузорної – завжди більш складне завдання. У разі дифузорної течії можливі великомасштабні відриви потоку від стінок каналу, що призводять до різкого зростання втрат енергії.

За конструкційними ознаками відводи прийнято поділяти на бокові й осьові залежно від напрямку потоку, що виходить із них (рис. 1.8). Бокові відводи – потік із них виходить перпендикулярно (під кутом) до осі обертання ротора гідромашини. Осьові відводи – потік із них виходить паралельно осі обертання ротора турбомашини. Основними різновидами бокових відводів є спіральний і кільцевий. Перший із яких є найкращим у гідравлічному відношенні, але складний за технологією виготовлення. Протилежністю є кільцевий відвід – простий у виготовленні, але має погані гідравлічні якості. Бокові відводи часто виконують комбінованими – лопатковий відвід плюс спіральний чи кільцевий.

Умовно до осьових відводів можна віднести напрямний апарат багатоступінчастого насоса і випрямний апарат осьового насоса – потік із них виходить в осьовому напрямку. Водночас, напрямний апарат проміжного ступеня багатоступінчастого насоса поєднує функції відведення потоку рідини від попереднього ступеня і підведення потоку рідини до наступного ступеня насоса. Аналогічно, випрямний апарат осьового насоса зазвичай є лише складовою частиною комбінованого відвідного пристрою – за ним, найчастіше, розміщений колінний відвід, що є конструкційною частиною осьового насоса.

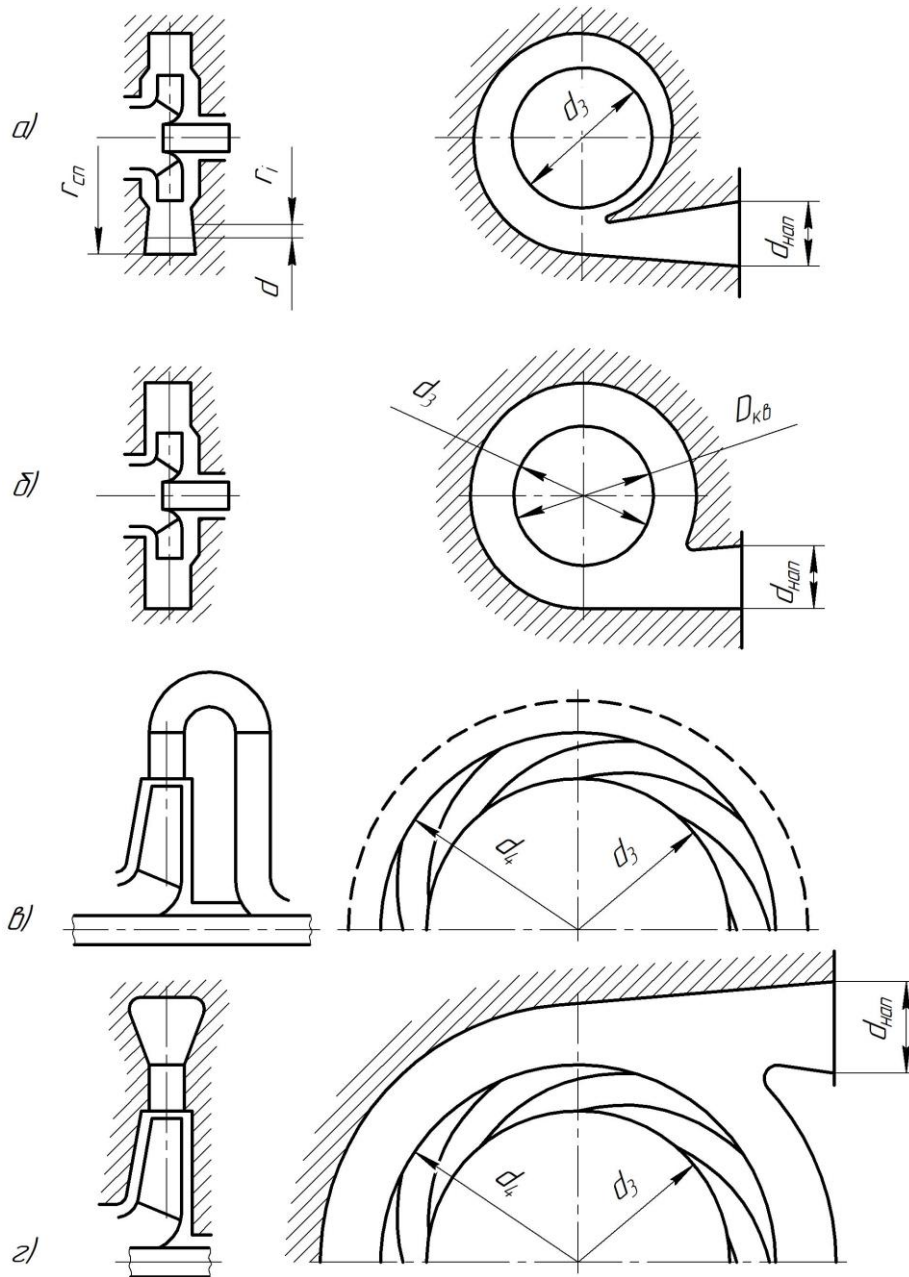


Рисунок 1.8 – Схеми відводів відцентрових насосів:
 а) спіральний; б) кільцевий; в) напрямний апарат; г) комбінований

1.7 Насосна установка

Насосний агрегат із трубопроводом і комплектувальним обладнанням, змонтованими за певною схемою, що забезпечує роботу насоса, називається насосною установкою.

Принципова схема насосної установки наведена на рисунку 1.9.

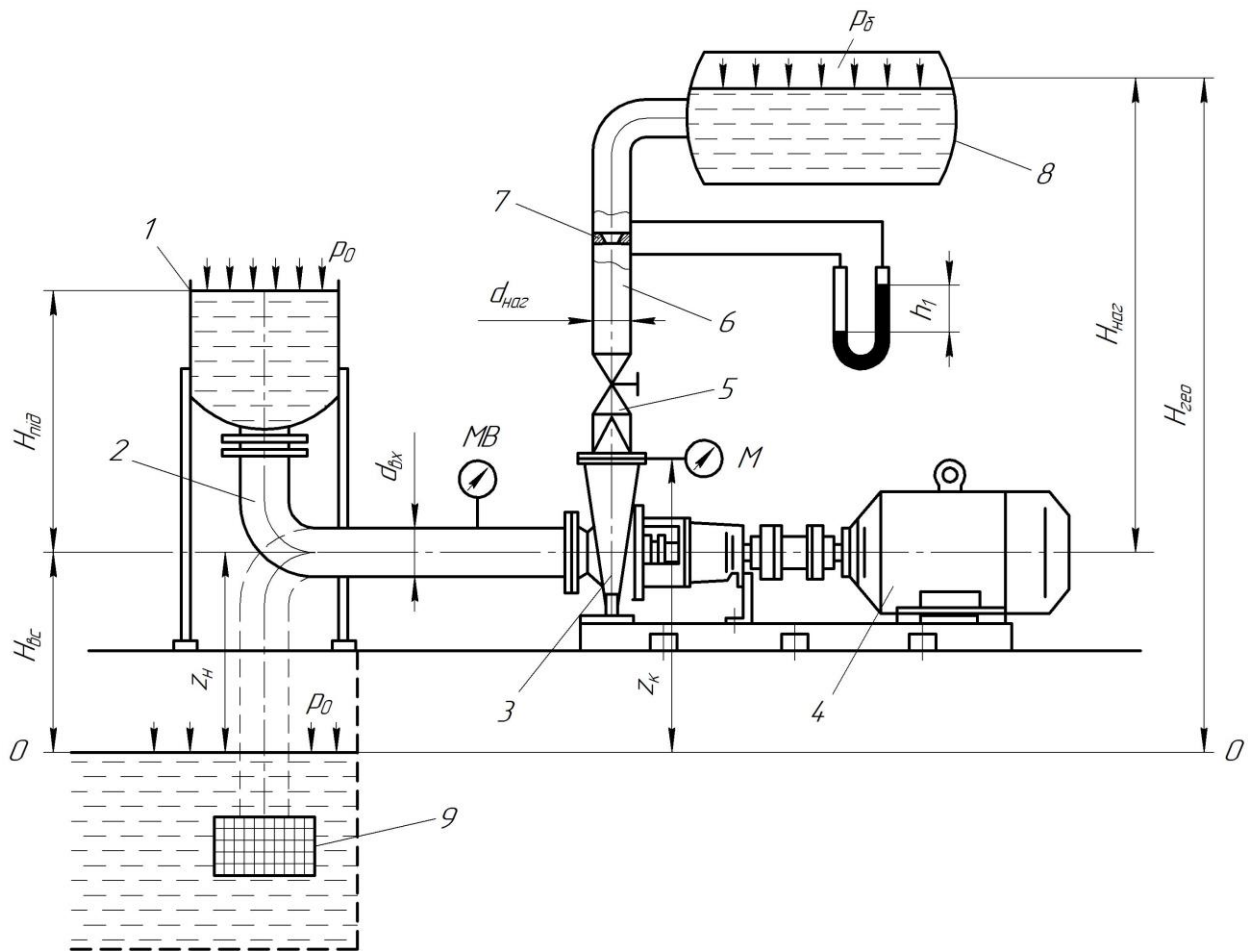


Рисунок 1.9 – Принципова схема насосної установки

Рідинне середовище з приймального резервуара 1 по підвідному трубопроводу 2 підводиться до насоса 3, який за допомогою муфти з'єднаний із приводним електродвигуном 4. Одержавши приріст енергії в насосі, рідина подається в напірний резервуар 8. На напірному трубопроводі встановлені запірно-регульовальна засувка 5 і звужувальний пристрій 7. Для захисту насоса від зворотної течії рідини в разі випадкового вимкнення двигуна на напірному трубопроводі встановлюють зворотний клапан. Приймальний резервуар може розміщуватися як вище від насоса, так і нижче від його осі (на рис. 1.9 поз. 9).

У першому випадку на підвідному трубопроводі встановлюють засувку; в другому випадку на нижньому кінці підвідної труби розміщений приймальний клапан. В обох випадках для попередження потрапляння в насос твердих частинок вхід до підвідного трубопроводу захищають сіткою.

1.8 Основні параметри насосів

1.8.1 Подача насоса

Розрізняють об'ємну і масову подачі насоса.

Об'ємна Q (масова Q_m) подача – це об'єм (маса) рідини, що подається насосом через напірний патрубок за одиницю часу. У цьому разі не враховують потоків рідини, що мають місце всередині насоса (наприклад, витоки через ущільнення і розвантажувальні пристрої). Сума подачі та внутрішніх витоків називається ідеальною подачею насоса.

Об'ємну подачу зазвичай вимірюють в м³/с, м³/год, л/с, л/хв, масову – в кг/с, т/год, т/добу.

Між об'ємною і масовою подачами існує зв'язок

$$Q_m = \rho Q, \quad (1.1)$$

де ρ – густина рідини.

В окремих випадках виділяють:

- номінальну подачу $Q_{\text{ном}}$ – подачу за технічним паспортом насоса;
- оптимальну подачу $Q_{\text{опт}}$ – подачу в режимі максимального ККД насоса;
- мінімальну подачу $Q_{\text{мін}}$ – мінімально допустиму подачу насоса за умовами експлуатації;
- максимальну подачу $Q_{\text{макс}}$ – максимальну допустиму подачу насоса за умовами експлуатації.

1.8.2 Напір насоса

Напір насоса H – це приріст механічної енергії, який отримує одиниця ваги рідини під час проходження через насос, тобто різниця питомих енергій рідини на виході з насоса і на його вході.

Напір насоса вимірюють у м:

$$H = Z_k - Z_n + \frac{P_k - P_n}{\rho g} + \frac{V_k^2 - V_n^2}{2g}, \quad (1.2)$$

де Z_k і Z_n – висоти, м, точок вимірювання тиску, відраховані від довільної горизонтальної площини порівняння (площина 0-0 на рис. 1.9);

P_k і P_n – абсолютний тиск на виході та вході в насос, Па;

V_k і V_n – середні швидкості на виході та вході в насос, м/с.

В окремих випадках виділяють:

- номінальний напір $H_{\text{ном}}$ – напір насоса за технічним паспортом;
- оптимальний напір $H_{\text{опт}}$ – напір за максимального ККД насоса;
- напір за нульової подачі, H_0 – напір за $Q = 0$.

Зазвичай величини $Z_k - Z_H$ і $\frac{V_k^2 - V_H^2}{2g}$ достатньо малі порівняно з питомою енергією тиску. Тому напір насоса орієнтовно можна оцінити за показниками манометрів на виході та вході до насоса:

$$H = \frac{P_k - P_H}{\rho g}. \quad (1.3)$$

1.8.3 Кавітаційний запас

Для забезпечення роботи насоса без кавітації на його вході повинен бути надлишок напору над напором $H_{\Pi} = \frac{P_{\Pi}}{\rho g}$, що визначається тиском P_{Π} насиченої пари за температури перекачування насосом рідини. Цей надлишок називають *кавітаційним запасом* і визначають, м, за формулою

$$\Delta h = \left(\frac{P_H}{\rho g} + \frac{V_H^2}{2g} \right) - \frac{P_{\Pi}}{\rho g}. \quad (1.4)$$

Величину кавітаційного запасу, що забезпечує роботу насоса без зміни основних його параметрів, називають *допустимим кавітаційним запасом* $\Delta h_{доп}$.

$H_{вс}$ (рис 1.9) – *геометрична висота всмоктування* – це різниця висот рівня рідини в приймальному резервуарі й центра ваги вхідного перерізу в робоче колесо насоса. Якщо рівень рідини в приймальному резервуарі розміщений вище від центра ваги визначеного вхідного перерізу, то величину $H_{вс}$ називають підпором (від’ємна геометрична висота всмоктування).

Геометричну висоту всмоктування можна визначити записавши рівняння Бернуллі для перерізу 0-0 і центра ваги вхідного перерізу:

$$\frac{P_0}{\rho g} = H_{вс} + \frac{P_H}{\rho g} + \frac{V_H^2}{2g} + h_{г}, \quad (1.5)$$

де $h_{г}$ – гідравлічні втрати в підвідному трубопроводі;
 P_0 – тиск навколишнього середовища (абсолютний тиск атмосфери).
 Звідси маємо

$$H_{вс} = \frac{P_0 - P_H}{\rho g} - \frac{V_H^2}{2g} - h_{г}. \quad (1.6)$$

Характерною величиною, що визначає роботу насоса на боці всмоктування, є *вакууметрична висота всмоктування*

$$H_{вак} = \frac{P_0 - P_H}{\rho g} - \frac{V_H^2}{2g} \quad (1.7)$$

Вакуумметричну висоту всмоктування, за якої забезпечується робота насоса без зміни основних параметрів, називають *допустимою вакуумметричною висотою всмоктування* $H_{\text{вак}}^{\text{доп}}$.

Стандарт ISO 2548 визначає дещо інше поняття кавітаційного запасу. У цьому документі введений термін «сумарний напір усмоктування під час нагнітання» (тобто під час роботи насоса). Цей термін позначають NPSH. Математично NPSH виражають так:

$$\text{NPSH} = Z_1 + \frac{P_H}{\rho g} + \frac{V_H^2}{2g} - \frac{P_{\Pi}}{\rho g}, \quad (1.8)$$

де Z_1 – відстань від площини входу до осі робочого колеса.

Порівняючи вираз NPSH із формулою кавітаційного запасу (1.4), легко впевнитися, що він відрізняється лише наявністю члена Z_1 , який ураховує різницю геометричного центра ваги вхідного патрубку насоса і робочого колеса. Для великих насосів ця величина може бути істотною.

1.8.4 Потужність насоса

Потужність насоса N (потужність, споживана насосом) – це енергія, що підводиться до вала насоса від двигуна за одиницю часу.

Потужність визначають таким чином. Кожна одиниця ваги рідини, що протікає через насос, одержує енергію кількістю H (напір насоса). За одиницю часу через насос протікає рідина вагою $\rho g Q$. Отже, енергія, одержана рідиною за одиницю часу під час проходження через насос, або корисна потужність насоса, становить

$$N_K = \rho g Q H. \quad (1.9)$$

Потужність насоса N більша від корисної потужності N_K на величину втрат у насосі. Ці втрати оцінюються коефіцієнтом ККД насоса η , що дорівнює відношенню корисної та споживаної потужності:

$$\eta = \frac{N_K}{N}. \quad (1.10)$$

Звідси потужність насоса

$$N = \frac{\rho g Q H}{\eta}. \quad (1.11)$$

На практиці розрізняють характерні значення потужностей:

- номінальна (паспортна) $N_{\text{ном}}$ – потужність насоса $Q_{\text{ном}}$, $H_{\text{ном}}$, $\eta_{\text{ном}}$;
- оптимальна $N_{\text{опт}}$ – у режимі насоса з максимальним ККД;
- за нульової подачі N_0 – у режимі з $Q = 0$.

Потужність насосного агрегата N_a – потужність, споживана насосним агрегатом. Потужність насосного агрегата більша від потужності насоса на величину втрат потужності в двигуні й передачі.

1.9 Баланс енергії в лопатевому насосі

На рисунку 1.10 наведений баланс енергії в лопатевому насосі. До насоса підводиться потужність N . Частина цієї потужності втрачається (перетворюється на тепло). Втрати потужності в насосі поділяють на механічні, об'ємні та гідравлічні.

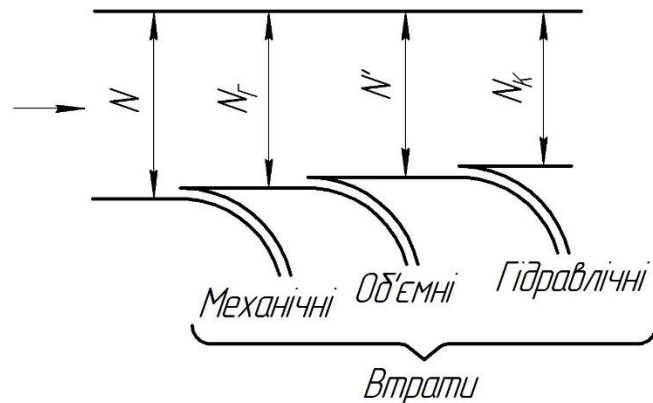


Рисунок 1.10 – Баланс енергії в лопатевому насосі

1.9.1 Механічні втрати

Механічними є втрати на тертя в підшипниках, ущільненнях вала (зовнішні механічні втрати) і на тертя зовнішньої поверхні робочих коліс об рідину, так зване дискове тертя (внутрішні механічні втрати).

Потужність, що залишається після віднімання механічних втрат, передається робочим колесом рідині. Її прийнято називати *гідравлічною*. Енергія, передана робочим колесом одиниці ваги рідини, що проходить через нього, називається *теоретичним напором* H_T . Він більший від дійсного напору H насоса на величину гідравлічних витрат h_r за течії рідини в робочих органах насоса:

$$H_T = H + h_r. \quad (1.12)$$

Через робоче колесо протікає за 1 секунду рідина об'ємом Q_k , або вагою $\rho g Q_k$. Отже, гідравлічна потужність насоса, тобто потужність, що передається рідині в колесі,

$$N_r = \rho g Q_k H_T. \quad (1.13)$$

Величину механічних втрат оцінюють механічним ККД, що дорівнює відношенню залишеної після подолання механічних опорів гідравлічної потужності N_r до потужності N , споживаної насосом:

$$\eta_{\text{мех}} = \frac{N_r}{N}. \quad (1.14)$$

1.9.2 Об'ємні втрати

Розглянемо об'ємні втрати в одноступінчастому насосі. Рідина, що витікає з робочого колеса кількістю Q_k , загалом надходить у відвід (Q), отже, в напірний патрубок насоса, і частково повертається в підвід через зазор в ущільненні l між робочим колесом та корпусом насоса (витоку q_k , рис 1.11). Енергія рідини, що повертається в підвід, втрачається. Ці втрати називають об'ємними. Витоки рідини зумовлені тим, що тиск на виході з робочого колеса більший, ніж у підводі.

Витоки тим значніші, чим більший зазор в ущільненні l між робочим колесом і корпусом насоса. Для того щоб знизити витоки, необхідно зменшити цей зазор до мінімального, допустимого технологією виготовлення і деформацією вала і корпусу насоса в разі їх навантаження під час роботи.

Крім розглянутих витоків рідини, мають місце витоки через ущільнення вала. Вони зазвичай малі і під час розглядання балансу потужності ними можна знехтувати.

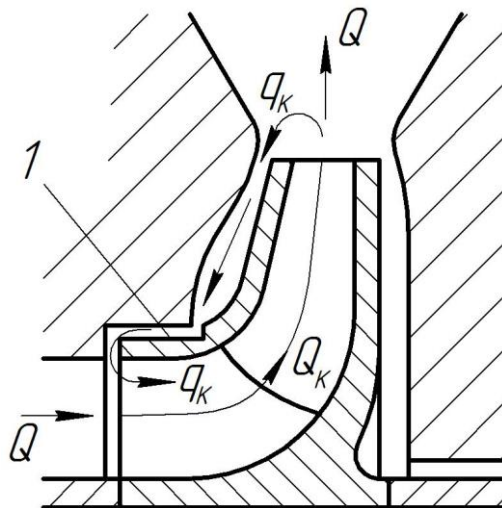


Рисунок 1.11 – Витоки рідини в ущільненні робочого колеса

Об'ємні втрати оцінюють об'ємним ККД, який дорівнює відношенню потужності N' , що залишалася після віднімання потужності, яка витрачається на об'ємні втрати, до гідравлічної потужності N_r (див. рис. 1.10):

$$\eta_0 = \frac{N'}{N_r} = \frac{N_r - N_0}{N_r}, \quad (1.15)$$

де N_0 – потужність, яка витрачається на об'ємні втрати.

Кожна одиниця ваги рідини, що протікає через ущільнення, виносить енергію N_T . Отже, потужність, що витрачається на об'ємні втрати:

$$N_0 = \rho g q_k H_T. \quad (1.16)$$

Оскільки витрата через колесо $Q_k = Q + q_k$ (див. рис. 1.11),

$$N' = N_r - N_0 = \rho g Q_k H_T - \rho g q_k H_T = \rho g Q H_T. \quad (1.17)$$

Підставивши вирази (1.17) і (1.13) у рівняння (1.15), одержимо

$$\eta_0 = \frac{Q}{Q_k} = \frac{Q}{Q + q_k}. \quad (1.18)$$

У багатоступінчастих насосах секційного типу також є витоки рідини через зазори між валом та перегородками – діафрагмами, що розділяють ступені, і через вузол розвантажування осьової сили (гідравлічну п'яту). Втрати енергії, зумовлені витоками через ущільнення діафрагм, відносять до гідравлічних і механічних втрат, а через гідравлічну п'яту – до об'ємних. Для багатоступінчастих секційних насосів об'ємний ККД визначають також за залежністю (1.18), проте в цьому разі під q_k необхідно розуміти не витік рідини через ущільнення робочого колеса одного ступеня, а суму цього витоку і витоку $q_{\text{п}}$ у гідравлічній п'яті.

1.9.3 Гідравлічні втрати

Третім видом втрат енергії в насосі є втрати на подолання гідравлічного опору підводу, робочого колеса і відводу, або гідравлічні втрати. Їх оцінюють гідравлічним ККД η_r , що дорівнює відношенню корисної потужності N_k до потужності N' (див. рис. 1.10). Згідно з рівняннями (1.9), (1.12) і (1.17)

$$\eta_r = \frac{N_k}{N'} = \frac{H}{H_T} = \frac{H}{H + h_r}. \quad (1.19)$$

ККД визначають за залежністю

$$\eta = \frac{N_k}{N}.$$

Помноживши і поділивши праву частину цього рівняння на $N_r N'$, одержимо

$$\eta = \frac{N_k}{N'} \frac{N'}{N_r} \frac{N_r}{N} = \eta_r \eta_0 \eta_{\text{мех}}. \quad (1.20)$$

Тобто ККД насоса дорівнює добутку гідравлічного, об'ємного й механічного ККД.

1.10 Умови спільної роботи насоса та його зовнішньої мережі

Насосна установка складається з насоса і зовнішньої мережі. Подачу і напір насоса вибирають відповідно до потреб зовнішньої мережі. Усталений режим, або рівновагу, системи «насос – мережа» визначають рівняннями матеріального та енергетичного балансів. Рівняння матеріального балансу приводить до рівності вагової подачі G_H насоса витраті G_M , споживаної мережею:

$$G_H = G_M. \quad (1.21)$$

В умовах нестисливої рідини ($\rho = \text{const}$)

$$Q_H = Q_M. \quad (1.22)$$

Рівняння енергетичного балансу системи «насос – мережа» приводить до рівності енергії $G_M H_M$, споживаної мережею, енергії $G_H H_H$, що надходить до мережі з потоком рідини від насоса:

$$G_M H_M = G_H H_H,$$

або, враховуючи (1.21), одержуємо, що усталений режим має місце за

$$H_H = H_M. \quad (1.23)$$

1.11 Витрата, споживана мережею

Витрати рідини Q_M у мережі зазвичай змінюється в часі t , що наведено графіком (рис. 1.12). На графіку витрат необхідно відрізнити максимальне значення витрати $Q_{M, \max}$, мінімальні $Q_{M, \min}$ і середнє значення витрати, що за час $t_2 - t_1$ становить

$$Q_{\text{сеп}} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} Q dt}{t_2 - t_1}. \quad (1.24)$$

Форма графіка витрати визначається властивостями включених у мережу споживачів і не може бути загальним принципом розрахунку цього графіка.

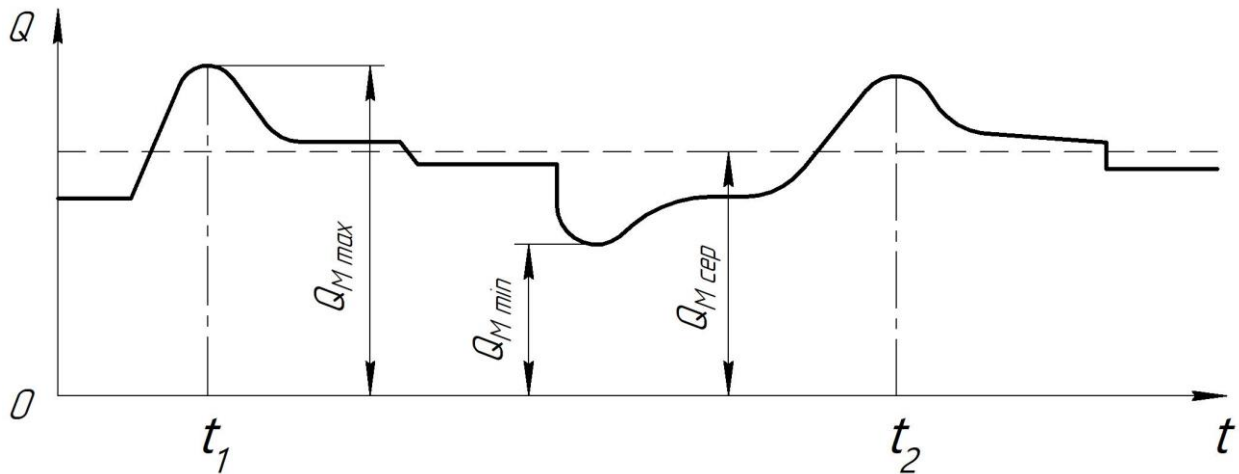


Рисунок 1.12 – Графік витрат споживання

1.12 Напір, споживаний мережею

Величина H_M визначається властивостями установок, включених у мережу, і значною мірою залежить від конструкції самої мережі.

Визначимо H_M для найбільш простої схеми (рис. 1.9), що складається з двох резервуарів і насоса. Вважаючи властивості об'єктів, включених у мережу, заданими, позначимо тиск на вільній поверхні 1 і 8 рідини в резервуарах P_0 і P_6 , а відмітки цих поверхонь Z_0 ($Z_0 = 0$) і $Z_6 = H_{гео}$ (розглядаємо випадок додатної геометричної висоти всмоктування, тобто резервуар знаходиться нижче від осі насоса).

За заданих конфігурації і розмірів мережі для даної витрати Q_M величини h_{M1} і h_{M2} (гідравлічні втрати в підвідному і нагнітальному трубопроводах) можна розрахувати. Тоді позначивши через E_1 і E_2 енергію на початку і в кінці мережі, одержимо для енергії в контрольних перерізах нагнітального і підвідного (всмоктувального) патрубків насоса

$$E_{вих} = E_2 + h_{M2} = \frac{P_6}{\rho g} + H_{гео} + \frac{V_6^2}{2g} + h_{M2}, \quad (1.25)$$

$$E_{вх} = E_1 - h_{M1} = \frac{P_0}{\rho g} + Z_0 + \frac{V_0^2}{2g} - h_{M1}, \quad (1.26)$$

де V_0 і V_6 – швидкості на поверхні приймального резервуара і бака.
Звідси напір, споживаний мережею,

$$H_M = E_{вих} - E_{вх} = \frac{P_6 - P_0}{\rho g} + H_{гео} - Z_0 + \frac{V_6^2 - V_0^2}{2g} + h_{M1} + h_{M2}. \quad (1.27)$$

Позначивши через $h_{M1} + h_{M2} = h_M$ опір усієї системи і врахувавши, що для наведеної мережі $Z_0 = 0$, одержимо

$$H_M = \frac{P_6 - P_0}{\rho g} + H_{\text{гео}} + \frac{V_6^2 - V_0^2}{2g} + h_M. \quad (1.28)$$

До напору H_M , споживаного мережею, входять такі складові:

$\frac{P_6 - P_0}{\rho g}$ – різниця питомих енергій тиску в кінці й на початку системи, що виражається в метрах стовпа рідини;

$H_{\text{гео}}$ – геометричний напір;

$\frac{V_6^2 - V_0^2}{2g}$ – різниця швидкісних напорів на початку і в кінці системи;

$h_M = h_{M1} + h_{M2}$ – гідравлічний опір мережі, за винятком опору насоса.

Відзначимо, що гідравлічний опір мережі пропорційний квадрату швидкостей і, отже, квадрату витрати:

$$h_M = \text{const}Q^2, \quad (1.29)$$

так як і різниця швидкісних напорів.

Отже,

$$H_M = \frac{P_6 - P_0}{\rho g} + H_{\text{гео}} + \text{const}Q^2. \quad (1.30)$$

Графічна залежність H_M від Q виражається параболою з вершиною в точці $\frac{P_6 - P_0}{\rho g} + H_{\text{гео}}$ на осі напорів (рис. 1.13). Наносячи на цьому самому графіку

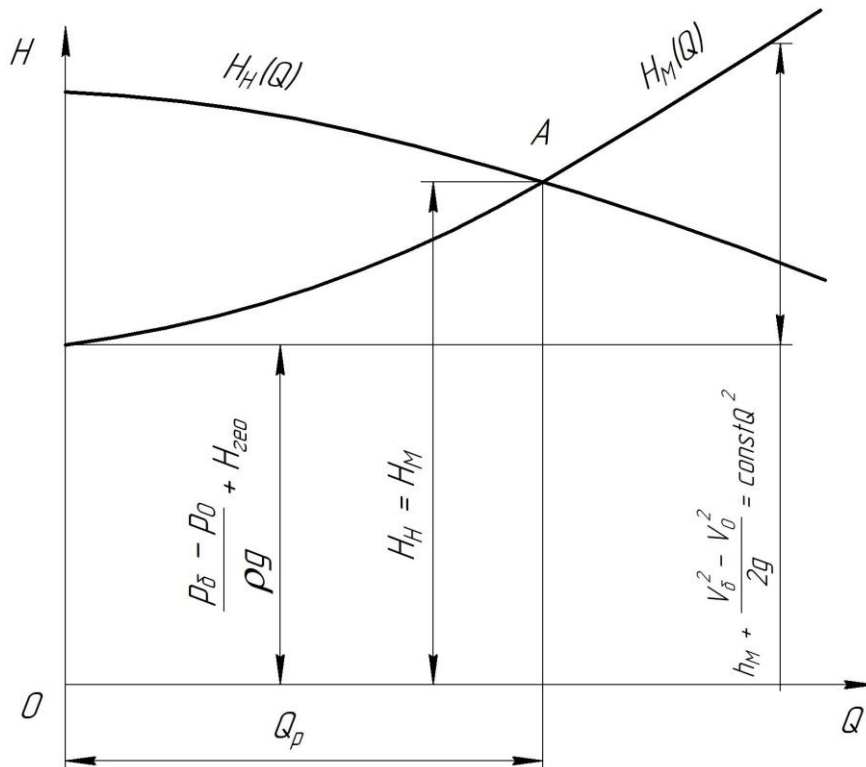


Рисунок 1.13 – Характеристика системи «насос – мережа»:

A – робоча точка

напірну характеристику насоса $H(Q)$, одержуємо в точці перетину A режим, що задовольняє умови матеріального й енергетичного балансів системи, тобто усталений режим роботи насоса в заданій мережі. Очевидно, що зміна властивостей мережі приводить до переміщення робочої точки A по характеристиці насоса.

Контрольні питання до розділу 1

- 1 Наведіть визначення гідравлічних машин за напрямками передавання енергії.
- 2 У чому полягає принципова відмінність у робочому процесі об'ємних і динамічних насосів?
- 3 Які типи робочих коліс лопатевих насосів використовують в інженерній практиці?
- 4 У яких робочих органах насоса проходить зміна (збільшення, зменшення) питомої енергії рідини?
- 5 Яким чином і з якою метою розміщують робочі колеса на валу лопатевих насосів?
- 6 Наведіть основні конструкційні схеми підвідних пристроїв лопатевих насосів.
- 7 Яке призначення підвідних пристроїв у насосі?
- 8 Наведіть основні конструкційні схеми відвідних пристроїв лопатевих насосів.
- 9 Яке призначення відвідних пристроїв у насосі?
- 10 Що входить до складу насосної установки?
- 11 Наведіть визначення основних параметрів насоса: подачі, напору, кавітаційного запасу, геометричної висоти всмоктування, вакуумметричної висоти всмоктування, потужності, корисної потужності, коефіцієнта корисної дії.
- 12 Поясніть фізичний зміст механічних, об'ємних і гідравлічних втрат у лопатевому насосі.
- 13 Які умови спільної роботи насоса та його зовнішньої мережі?
- 14 Яким чином визначають робочий режим насоса?

Розділ 2

Основи теорії лопатевих насосів

Предмет і завдання теорії лопатевих насосів. Поняття про абсолютний і відносний рух рідини в насосі. Компоненти швидкостей у циліндричній системі координат. Розрахунковий режим роботи. Умови усталеного руху рідини. Застосування схеми ідеальної рідини до розв'язування завдань теорії лопатевих насосів. Область застосування теореми Бернуллі для елементарної струминки під час абсолютного і відносного руху. Абсолютний рух ідеальної рідини в статорних робочих органах насоса. Відносний рух ідеальної рідини в області робочого колеса. Умови існування безвихрового руху рідини в проточній частині насоса. Циркуляція швидкості в області робочого колеса. Поняття про приєднані вихори.

2.1 Завдання теорії лопатевих насосів

Предметом теорії лопатевих насосів є рух рідини та її взаємодія з елементами насосів. Знання законів, що визначають ці явища, дозволяють створити методи гідравлічних розрахунків насосів. Вивчення руху рідини в насосах зазвичай повинно проходити на основі загальних положень механіки рідини і враховувати досвід досліджень у суміжних галузях знань: гідротурбінобудуванні, авіації, компресоробудуванні.

Під час вивчення будь-якого фізичного явища необхідно насамперед виділити основне, від чого залежить характер явища, і відкинути другорядні обставини, які не відіграють істотної ролі. Таке попереднє спрощення завдання дуже необхідне. Без нього дослідження навіть найпростіших реальних явищ призвело б до надзвичайно складних, не розв'язуваних задач.

Тому під час вивчення одного й того самого реального об'єкта, залежно від поставленого завдання, необхідно віддавати перевагу тим або іншим фізичним властивостям. Будь-яка теорія відповідає лише деякій спрощеній схемі реального об'єкта. Достовірність теорії перевіряється зіставленнями з даними дослідів, висновків, що логічно з неї випливають. Тому теорія не може розвиватися без дослідної перевірки, в той самий час узагальнення даних дослідів неможливе без теорії.

Під використання теорії завжди необхідно чітко усвідомлювати, яку групу явищ вона задовольняє. У розрахунковій практиці проектування лопатевих машин існують різні методи для розрахунку однакових за своїм призначенням, але конструкційно по-різному виконаних елементів машин. Так, власне, є, наприклад, під час розрахунку відцентрових та осьових лопатевих коліс. Це пояснюється тим, що в обох випадках користуються наближеними методами розрахунку, кожний із яких справедливий лише для деякої групи лопатевих систем певної геометричної форми. Для успішного користування теорією і різними методами розрахунку необхідне знання обмежень, покладених в їх основу.

Чим менше обмежень покладено в основу теорії, тим більш загальний характер вона має.

До основ теорії лопатевих насосів будемо відносити закономірності, що безпосередньо впливають з основних положень механіки рідини. Наприклад, визначення за допомогою рівняння моментів кількості руху роботи, що передається робочим колесом рідині; дослідження потоку ідеальної рідини в проточній частині насоса на основі узагальненого рівняння Бернуллі під час абсолютного і відносного руху тощо.

Багато питань щодо руху рідини ще не мають достатнього теоретичного розроблення:

- рух рідини з нерівномірним розподілом енергії по перерізу потоку;
- вихрові форми руху рідини, що призводять до вирівнювання поля швидкостей під час повороту потоку в робочих колесах насосів і турбін;
- явища, що визначають гідравлічні втрати під час руху рідини в проточній частині гідромашин.

2.2 Поняття про абсолютний і відносний рух рідини в насосі

Гідродинамічні властивості насосів визначаються напрямками і величинами швидкостей в потоці рідини. Матеріальними межами потоку рідини в насосі є стінки проточної частини.

Залежно від форми, наданої стінкам проточної частини корпусу і лопатевого колеса, а також числа обертів колеса досягається певна характеристика $H-Q$ насоса і величина ККД.

Таким чином, проектування насоса на задані значення подачі, напору і числа обертів зводиться до розрахунку форми та розмірів каналів проточної частини корпусу й лопатевого колеса.

Стінки каналів корпусу нерухомі, й швидкості потоку відносно цих стінок є швидкостями абсолютного руху.

Лопатеве колесо обертається, і стінки його рухаються. Це робить доцільним дослідження потоку в лопатевому колесі під час відносного руху в разі використання відомого з механіки методу побудови планів швидкостей.

Для характеристики кінематики потоку в деякій області достатньо встановити величину і напрямок швидкості в кожній точці цієї області залежно від часу, тобто задати поле швидкостей. Абсолютну швидкість \vec{V} в області лопатевого колеса можна одержати як геометричну суму відносної \vec{W} і переносної \vec{U} (рис. 2.1).

У векторній формі

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{U}. \quad (2.1)$$

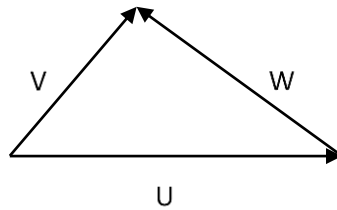


Рисунок 2.1 – План (трикутник) швидкостей

Переносним рухом є обертання лопатевого колеса з кутовою швидкістю ω відносно нерухомої осі. Якщо відстань розглядуваної частинки від осі насоса дорівнює r , то величина переносної швидкості дорівнює коловій:

$$U = \omega \cdot r.$$

Із трикутника швидкостей за значенням однієї з них (відносної або абсолютної) можна одержати іншу, оскільки для вибраної частинки значення колової швидкості завжди легко визначити.

2.3 Компоненти швидкостей у циліндричній системі координат

Для спрощення зв'язку компонентів абсолютних і відносних швидкостей у координатній формі необхідно підбирати систему відліку так, щоб переносна швидкість збігалася з одним із координатних напрямків. Такою координатною системою є циліндрична з віссю, спрямованою по осі обертання лопатевого колеса (рис. 2.2).

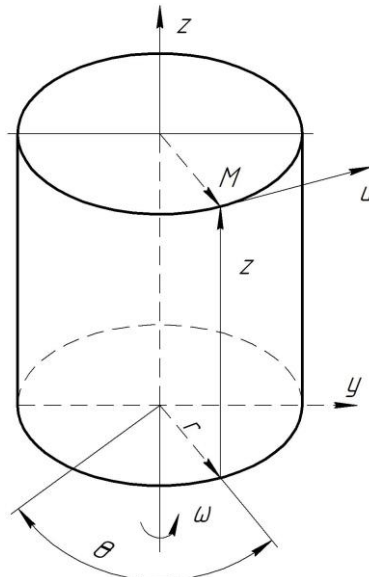


Рисунок 2.2 – Циліндрична система координат

Положення точки M у циліндричній системі координат визначається радіусом r , кутом Θ і координатою z . Вектор абсолютної швидкості \vec{V} у точці M

може розглядатись як геометрична сума трьох взаємно ортогональних компонентів:

$$\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_{U(\Theta)} + \vec{V}_z. \quad (2.2)$$

Під час обертання системи відліку, зв'язаної з лопатевим колесом, відносно осі z із кутовою швидкістю ω переносна швидкість U буде спрямована в координатному напрямку Θ . Тому вираз компонентів абсолютної швидкості V через відносну W і переносну набере такого вигляду:

$$\begin{aligned} V_r &= W_r + U_r, \\ V_u &= W_u + U_u, \\ V_z &= W_z + U_z. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Враховуючи, що $U_r = 0$, $U_z = 0$, одержуємо:

$$\begin{aligned} V_r &= W_r, \\ V_u &= W_u + U, \\ V_z &= W_z. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Складаючи компоненти швидкостей, що лежать у меридіональній площині, яка проходить через точку M , одержуємо так звані меридіональні складові швидкості (враховано, що $V_u = 0$ у меридіональній площині):

$$\begin{aligned} V_m &= V_r + V_z, \\ W_m &= W_r + W_z. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Очевидно, що меридіональні складові абсолютної та відносної швидкостей рівні, тобто

$$V_m = W_m. \quad (2.6)$$

Переносна швидкість U нормальна до меридіональної площини, отже, вона нормальна і до меридіональної складової швидкості. Це дозволяє легко визначити її з плану швидкостей (рис. 2.3).

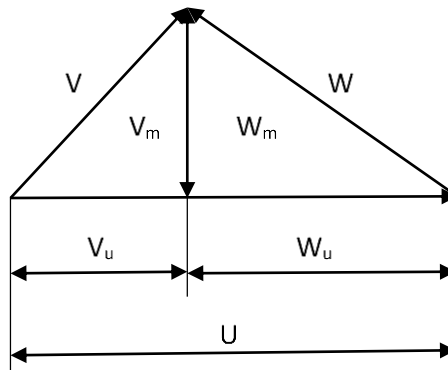


Рисунок 2.3 – План (трикутник) швидкостей

2.4 Розрахунковий режим

Проточна частина лопатевої гідромашини складається з трьох основних елементів: підводу потоку до лопатевого колеса, лопатевого колеса і відводу потоку від нього. Такий поділ природно випливає з будови машини. Проте потік у лопатевій машині є нерозривно цілим. Його структура визначається не лише формою й розмірами кожного елемента окремо, а й їх поєднанням, а також швидкістю обертання лопатевого колеса відносно елементів корпусу.

Найбільш практичне значення має таке поєднання елементів проточної частини машини і режиму її роботи, за якого створюються умови для усталеного руху потоку: абсолютного – у проточній частині корпусу і відносного – у лопатевому колесі. За цих умов у лопатевій машині може бути досягнутий найбільший ККД.

Усталений рух цікавий і з теоретичної точки зору, оскільки більш доступний для математичного аналізу.

За цих умов маємо підстави окремо ставити задачі про рух потоку рідини в лопатевому колесі, підвідному каналі, спіральному відводі тощо.

Переваги, що забезпечуються такою постановкою задачі, очевидні.

2.5 Умови, що забезпечують усталений рух

Розглянемо потік рідини в лопатевому колесі відцентрового насоса (рис. 2.4).

Корисна робота, здійснювана робочим колесом, є результатом силової взаємодії лопатей із потоком унаслідок наявності різниці тисків із напірного та всмоктувального боків лопаті.

Тиск у точках на колі радіусом r зменшується в межах каналу між лопатями від точки x на робочій поверхні до точки y – на тильній. Графік зміни тиску по довжині всього кола має вигляд функції з розривами безперервності в місцях розміщення лопатей.

Під час обертання колеса одну й ту саму точку в нерухомому просторі, зв'язаному з корпусом насоса, проходять різні точки кола колеса. Тиск у цій

нерухомій точці буде циклічно змінюватися залежно від положення лопатевого колеса. Тому абсолютний рух потоку в робочому колесі неусталений.

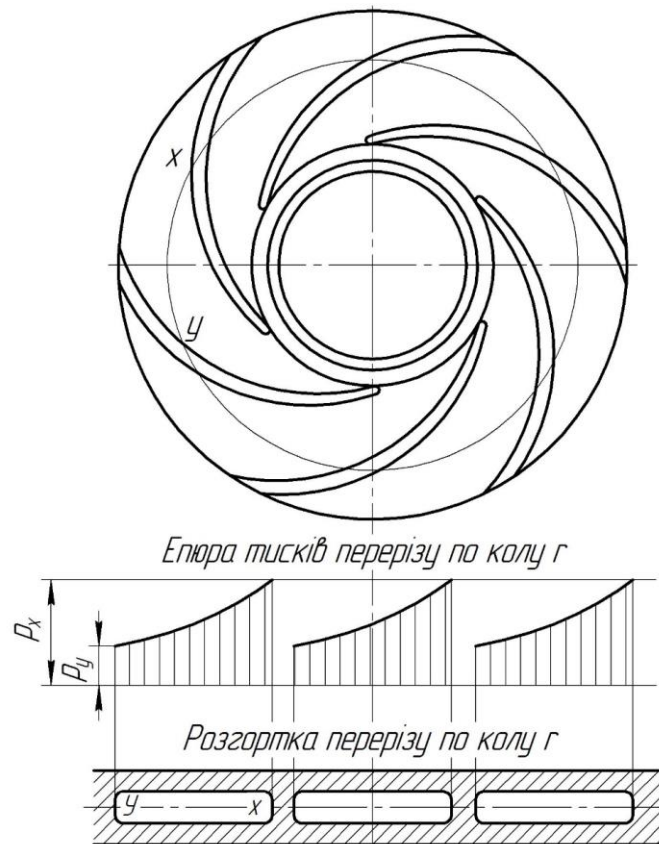


Рисунок 2.4 – Розподіл тисків у циліндричному перерізі області лопатевого колеса відцентрового насоса

Проте якщо систему відліку зв'язати з лопатевим колесом і розглядати відносний рух, то в разі виконання деяких умов він може бути усталеним, оскільки на деякій відстані до та після лопатевого колеса циклічні «збурення» тиску й швидкості, зумовлені окремими лопатями, вирівнюються, і рух стає симетричним відносно осі обертання, якщо елементи проточної частини корпусу не перешкоджають виникненню такого руху. Для цього вони повинні мати відповідні розміри й форми.

Одночасно створюються умови, що забезпечують усталений абсолютний рух потоку в підводі і відводі насоса. Проте форма елементів проточної частини насоса, що забезпечує усталений відносний рух на розрахунковому режимі за подачею, не відповідає цим вимогам до інших режимів за тієї самої кількості обертів колеса.

Дослідження режимів із неусталеними формами руху потоку рідини здійснюється переважно за допомогою узагальнення дослідних даних на основі закону механічної подібності.

2.6 Потік ідеальної рідини в проточній частині насоса

2.6.1 Застосування схеми ідеальної рідини

Використання рівнянь руху в'язкої рідини для дослідження потоку в проточній частині насоса загалом сьогодні складне. Нехтування в'язкістю рідини і використання схеми ідеальної рідини, як показує досвід, дозволяють розв'язувати складні задачі теорії лопатевих машин:

- визначення поля швидкостей і тисків у проточній частині (пряма задача);
- визначення форми і розмірів проточної частини насоса за заданим полем швидкостей (обернена задача).

Рівняння руху й теореми механіки ідеальної рідини складають основу теорії і методів розрахунку лопатевих машин.

Застосування основних теорем динаміки ідеальної рідини пов'язані з обмеженнями, що визначають область можливого застосування цих теорем під час розв'язування задач із дослідження руху рідини в проточній частині лопатевих машин.

2.6.2 Область використання теореми Бернуллі для елементарної струминки

Рівняння Бернуллі для елементарної струминки можна досить просто одержати як інтеграл роботи сил, прикладених до частинки рідини.

Для одержання цього інтеграла скористаємося рівнянням руху у формі Ейлера в напрямку переміщення частинки рідини:

$$F_s - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial S} = \frac{dV}{dt},$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial S} \cdot \frac{dS}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial S} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial S} \cdot \left(\frac{V^2}{2} \right), \quad (2.7)$$

$$F_S - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial S} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{V^2}{2} \right),$$

де F_S – складова масових сил у напрямку S , віднесених до одиниці маси;

V – абсолютна швидкість у напрямку руху частинки рідини.

Помноживши почленно рівняння (2.7) на переміщення $dS = Vdt$, одержимо елементарну роботу:

$$F_S \cdot dS - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial S} dS = \frac{\partial V}{\partial t} \cdot dS + \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{V^2}{2} \right) dS. \quad (2.8)$$

Під час усталеного руху $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$, тоді маємо

$$F_S \cdot dS - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial S} dS - \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{V^2}{2} \right) dS = 0. \quad (2.9)$$

Під час розгляду абсолютного руху як масову силу будемо мати лише силу ваги, спрямовану вертикально вниз. Беручи за додатний напрямок осі z вертикально вгору, одержуємо для сили ваги, віднесеної до одиниці маси, значення, що дорівнює прискоренню сили ваги з протилежним знаком:

$$F_g = -g.$$

Складова сили ваги в напрямку елементарного переміщення dS

$$F_S = F_g \cdot \cos(\widehat{z, dS}) = -g \frac{dz}{dS}. \quad (2.10)$$

Підставивши (2.10) у (2.9), одержимо:

$$\begin{aligned} -g \frac{dz}{dS} dS - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial S} dS - \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{V^2}{2} \right) dS &= 0, \\ gdz + \frac{dP}{\rho} + d \left(\frac{V^2}{2} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Ураховано, що частинна похідна замінена повною, оскільки елементарна струминка є одновимірним потоком (швидкість і тиск залежать лише від однієї координати S).

Якщо густина ρ є функцією лише тиску $\rho = f(P)$, то, інтегруючи рівняння (2.11) уздовж елементарної струминки, одержуємо рівняння Бернуллі, справедливе лише для даної струминки:

$$gz + \frac{V^2}{2} + \int \frac{dP}{\rho} = const. \quad (2.12)$$

У разі переходу від однієї струминки до іншої стала, власне кажучи, може набувати різних значень.

Для нестисливої рідини густина ρ не залежить від тиску, тому рівняння Бернуллі набуває вигляду

$$z + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = const. \quad (2.13)$$

Таким чином, зміна енергії частинки ідеальної рідини під час усталеного абсолютного руху потоку не можлива, що зайвий раз підтверджує неминучість неусталеного абсолютного руху рідини в робочому колесі.

Рівняння Бернуллі не можна застосовувати для дослідження абсолютного руху рідинного середовища в області лопатевого колеса. Воно може бути використане лише для аналізування руху рідини в елементах проточної частини корпусу машини, де абсолютний рух є усталеним. Для дослідження потоку рідини в лопатевому колесі необхідно розглядати рівняння енергії вздовж елементарної струминки під час відносного руху, що на розрахунковому режимі є усталеним.

Під час розгляду відносного руху в рівнянні елементарної роботи (2.9) вздовж елементарної струминки як масові сили, крім сили ваги F_g , необхідно враховувати сили інерції: відцентрову F_c та Кориоліса F_k .

Головний вектор масових сил

$$\vec{F} = \vec{F}_g + \vec{F}_c + \vec{F}_k. \quad (2.14)$$

Відцентрова сила віднесена до одиниці маси: $F_c = \omega^2 r$, і спрямована по радіусу. Кориолісова сила також віднесена до одиниці маси:

$$F_k = 2 \cdot \omega \cdot W \cdot \sin(\widehat{\omega, W}), \quad (2.15)$$

і спрямована по нормалі до векторів відносної швидкості W та кутової швидкості ω .

Складова головного вектора масових сил у напрямку елементарного переміщення $dS = Wdt$ уздовж елементарної струминки:

$$F_S = F_g \cos(\widehat{z, dS}) + F_c \cos(\widehat{r, dS}) + F_k \cos(\widehat{F_k, dS}). \quad (2.16)$$

Спрямовуючи вісь обертання по вертикалі вгору, одержуємо під час відносного руху вираз для проєкції масових сил у напрямку елементарної струминки:

$$F_S = -g \frac{dz}{ds} + \omega^2 r \frac{dr}{ds}. \quad (2.17)$$

Пояснення: $F_{kS} = F_k \cos(\widehat{F_k, dS}) = 0$ внаслідок нормальності (перпендикулярності) напрямку \vec{F}_k до елемента переміщення dS , що збігається за напрямком із відсноною швидкістю W .

Підставляючи до рівняння елементарної роботи (2.9) значення складової масової сили (2.17), одержуємо

$$-g \frac{dz}{ds} \cdot dS + \omega^2 \frac{dr}{ds} dS - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial S} \left(\frac{W^2}{2} \right) dS = 0,$$

$$-gdz + \omega^2 r dr - \frac{dP}{\rho} - d\left(\frac{W^2}{2}\right) = 0,$$

$$gdz - \omega^2 d\left(\frac{r^2}{2}\right) + \frac{dP}{\rho} + d\left(\frac{W^2}{2}\right) = 0.$$

Вважаючи, що густина ρ є лише функцією тиску P , та інтегруючи, одержуємо

$$gz - \frac{\omega^2 r^2}{2} + \int \frac{dP}{\rho} + \frac{W^2}{2} = const.$$

Ураховуючи, що переносна швидкість $U = \omega r$, маємо

$$gz + \frac{W^2 - u^2}{2} + \int \frac{dP}{\rho} = const. \quad (2.18)$$

Для інших струминок того самого потоку стала може мати інші значення. Для нестисливої рідини густина постійна і не залежить від тиску P . Рівняння (2.18) у цьому разі набере вигляду

$$z + \frac{P}{\rho g} + \frac{W^2 - u^2}{2g} = const. \quad (2.19)$$

Рівняння енергії під час відносного руху аналогічне рівнянню Бернуллі під час абсолютного руху. Воно справедливе для даної елементарної струминки за сталого відносного руху ідеальної рідини.

2.6.3 Зміна питомої енергії частинки рідини в області лопатевого колеса

Простежимо за зміною питомої енергії кожної частинки рідини в області лопатевого насоса, користуючись рівнянням (2.19). Для визначення сталої ($const$) складаємо це рівняння від перерізу, що знаходиться на певній відстані від робочого колеса, де як абсолютний, так і відносний рух є усталеним, до деякої частинки X , розміщеної в середині робочого колеса:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{W_1^2 - U_1^2}{2g} = z_x + \frac{P_x}{\rho g} + \frac{W_x^2 - U_x^2}{2g} = const. \quad (2.20)$$

Відносну швидкість W можна виразити через абсолютну V і переносну U . З плану (трикутника) швидкостей (рис. 2.3)

$$\begin{aligned} W^2 &= (U - V_U)^2 + V^2 - V_U^2 = U^2 - 2UV_U - V_U^2 + V^2 + V_U^2 = \\ &= V^2 + U^2 - 2UV_U, \end{aligned} \quad (2.21)$$

де V_U – проєкція абсолютної швидкості V на напрямок переносної U .
З виразів (2.20) і (2.21) маємо

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{U_1 V_{U1}}{g} = z_x + \frac{P_x}{\rho g} + \frac{V_x^2}{2g} - \frac{U_x V_{Ux}}{g}$$

або, позначивши питому енергію частинки під час її абсолютного руху через $E = z + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g}$, одержимо

$$E_1 - \frac{U V_{U1}}{g} = E_x - \frac{U_x V_{Ux}}{g},$$

звідси приріст питомої енергії частинки рідини під час її руху на розглядуваній ділянці $\Delta_{1-x} E$ дорівнює

$$\Delta_{1-x} E = E_x - E_1 = \frac{U_x V_{Ux} - U_1 V_{U1}}{g} = \frac{\omega}{g} (r_x V_{Ux} - r_1 V_{U1}). \quad (2.22)$$

Рівняння (2.22) показує, що за усталеного відносного руху ідеальної нестисливої рідини приріст питомої механічної енергії частинки відбувається пропорційно зміні її моменту швидкості.

Застосовуючи рівняння (2.22) в межах від точки 1 у перерізі потоку на вході до робочого колеса до точки 2 в перерізі на виході з робочого колеса, одержуємо повну зміну питомої енергії частинки рідини в лопатевому колесі, тобто теоретичний напір

$$\Delta_{1-x} E = H_T = \frac{U_2 V_{U2} - U_1 V_{U1}}{g}. \quad (2.23)$$

Це рівняння належить не до потоку загалом, а до кожної струминки окремо.

У той самий час воно справедливе лише з точністю до величини гідравлічних втрат у лопатевому колесі для окремих струминок.

У насосах зазвичай $V_{U1} = 0$. Тоді

$$H_T = \frac{U_2 V_{U2}}{g}. \quad (2.24)$$

У такому вигляді основне рівняння найбільш широко використовують для розрахунків насосів.

2.6.4 Абсолютний рух ідеальної рідини в статорних робочих органах насоса

Розглянемо обмеження, що визначають область застосування основних теорем динаміки ідеальної рідини до руху її в проточній частині лопатевих машин. Ці обмеження випливають із умов інтегрування основних рівнянь руху ідеальної рідини. Skorистаємося для виявлення умов інтегрування рівнянням руху рідини у формі Громеко – Лемба:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \text{grad} \left(\frac{V^2}{2} \right) + \text{rot} \vec{V} \times \vec{V} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} \rho. \quad (2.25)$$

Під час розгляду абсолютного руху в проточній частині гідромашини масові сили F – це сили ваги, і вони мають потенціал $\Pi = -gz$:

$$\vec{F} = \text{grad} \Pi = -\text{grad}(gz), \quad (2.26)$$

тобто $F_z = \frac{\partial \Pi}{\partial z} = -g$,

де z – координата спрямованої вгору осі.

Для випадку стисливої рідини через змінність густини ρ її не можна вводити під знак grad . Щоб для цього випадку одержати інтеграл рівняння (2.25), введемо для розгляду деяку функцію $\mathcal{P}(x, y, z)$, яку називають функцією тиску і визначають диференціальним рівнянням:

$$d\mathcal{P} = \frac{dP}{\rho}, \quad \mathcal{P} = \int_{P_0}^P \frac{dP}{\rho}. \quad (2.27)$$

Вважаємо далі, що густина рідини ρ залежить лише від тиску:

$$\rho = f(P). \quad (2.28)$$

У цьому разі рух називають баротропним. Форма зв'язку густини і тиску залежить від описуваного процесу. Наприклад, для нестисливої рідини цей зв'язок $\rho = \text{const}$.

Баротропними процесами є також ізотермічний процес $\rho = \text{const} \cdot P$ і адіабатний процес $\rho = \text{const} \cdot P^{1/k}$, k – показник адіабати.

Тоді

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y}, \quad \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (2.29)$$

Помноживши кожне з цих рівнянь на відповідні орти $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, додамо та одержимо

$$\mathit{grad} \mathcal{P} = \frac{1}{\rho} \mathit{grad} P. \quad (2.30)$$

Рівняння Громеко – Лемба може бути подане у вигляді

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \mathit{grad} \left(\frac{V^2}{2} - \Pi + \mathcal{P} \right) + \mathit{rot} \vec{V} \times \vec{V} = 0. \quad (2.31)$$

Це рівняння визначає баротропний рух ідеальної рідини під дією потенціального поля масових сил.

Визначимо умови, за яких воно інтегрується. Розглянемо найважливіші форми руху рідини, які його задовольняють. Зупинимося, насамперед на стаціонарному (усталеному) русі рідини $\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = 0$.

Ця форма руху найбільш технічно доцільна для проточної частини статора гідромашин.

Під час стаціонарного руху рівняння (2.31) набере вигляду

$$\mathit{grad} \left(\frac{V^2}{2} - \Pi + \mathcal{P} \right) + \mathit{rot} \vec{V} \times \vec{V} = 0, \quad (2.32)$$

яке інтегрується за однієї з двох умов:

1) $\mathit{rot} \vec{V} = 0$ – безвихровий рух рідини; ця умова технічно простіше може бути забезпечена в області підводу потоку до робочого колеса;

2) $\mathit{rot} \vec{V} \times \vec{V} = 0$ – вектор вихору, спрямований паралельно абсолютній швидкості – так званий гвинтовий рух. У цьому разі сила взаємодії між основним потоком рідини і вільним вихором зводиться до нуля. Вихрові шнури, що виникають в області робочого колеса, набувають такого напрямку в області відводу. Цей тип руху характерний для області відводу насоса.

У разі виконання кожної з цих умов, інтегруючи рівняння (2.32), одержимо такий результат:

$$\frac{V^2}{2} + \mathcal{P} - \Pi = \frac{V^2}{2} + \int_{P_0}^P \frac{dP}{\rho} + gz = \mathit{const}, \quad (2.33)$$

що виражає теорему Бернуллі, узагальнену на весь потік рідини, і має назву інтеграла Лагранжа. Для нестисливої рідини інтеграл Лагранжа набирає вигляду

$$z + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = \mathit{const}. \quad (2.34)$$

Останні рівняння можуть бути застосовані для дослідження руху стислової і нестислової рідин у проточній частині статора лопатевих машин.

2.6.5 Відносний рух ідеальної рідини в області лопатевого насоса

Складемо рівняння для відносного руху в області робочого колеса, оскільки він є усталеним, і, отже, наявними є умови для інтегрування. Використаємо для цієї мети рівняння Громеко – Лемба у векторній формі, позначивши відносну швидкість через \vec{W} , а переносну – через \vec{U} :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \text{grad} \frac{w^2}{2} + \text{rot} \vec{W} \times \vec{W} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} P. \quad (2.35)$$

Рухому систему координат зв'яжемо з лопатевим колесом так, щоб переносний рух був обертанням відносно нерухомої осі з постійною кутовою швидкістю ω .

В умовах відносного руху зовнішні масові сили будуть складатися з трьох складових: сили ваги \vec{F}_g , відцентрової \vec{F}_c і коріолісової \vec{F}_k сил інерції:

$$\vec{F} = \vec{F}_g + \vec{F}_c + \vec{F}_k. \quad (2.36)$$

Сила ваги має потенціальну функцію Π :

$$F_g = \text{grad} \Pi = -\text{grad}(gz), \quad (2.37)$$

$$F_z = \frac{\partial \Pi}{\partial z} = -\frac{\partial(gz)}{\partial z} = -g.$$

Відцентрова сила переносного руху також має потенціальну функцію, що легко перевірити безпосередньо:

$$F_c = \text{grad} \frac{U^2}{2}, \quad (2.38)$$

$$\text{grad} \frac{U^2}{2} = \text{grad} \frac{\omega^2 r^2}{2} = \omega^2 \text{grad} \frac{r^2}{2} = \omega^2 \frac{2r}{2} = \omega^2 r = F_c.$$

Коріолісова сила інерції

$$\vec{F}_k = -2(\vec{\omega} \times \vec{W}). \quad (2.39)$$

Розглянемо векторний добуток $\text{rot} \vec{W} \times \vec{W}$

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{W} \times \vec{W} &= \text{rot}(\vec{V} - \vec{U}) \times \vec{W} = \text{rot} \vec{V} \times \vec{W} - \text{rot} \vec{U} \times \vec{W} = \\ &= \text{rot} \vec{V} \times \vec{W} - 2(\vec{\omega} \times \vec{W}). \end{aligned}$$

Враховуємо, що $\text{rot} \vec{U} = 2\vec{\omega}$.

Тоді маємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} + \text{grad} \frac{W^2}{2} + \text{rot} \vec{V} \times \vec{W} - 2(\vec{\omega} \times \vec{W}) = \\ = \text{grad} \Pi + \text{grad} \frac{U^2}{2} - 2(\vec{\omega} \cdot \vec{W}) - \frac{1}{\rho} \text{grad} P, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \text{grad} \left(-\Pi + \mathcal{P} + \frac{W^2 - U^2}{2} \right) + \text{rot} \vec{V} \times \vec{W} = 0. \quad (2.40)$$

Це рівняння під час відносного руху допускає за усталеного руху $\frac{\partial W}{\partial t} = 0$ інтегрування у двох випадках:

1) під час безвихрового (потенціального) абсолютного руху, коли $\text{rot} \vec{V} = 0$;

2) під час вихрового абсолютного руху за умови паралельності вектора абсолютного вихору відносній швидкості: $\vec{W} \times \text{rot} \vec{V} = 0$.

У разі виконання цих обмежень маємо

$$\text{grad} \left(-\Pi + \mathcal{P} + \frac{W^2 - U^2}{2} \right) = 0. \quad (2.41)$$

Інтегруючи одержуємо

$$-\Pi + \mathcal{P} + \frac{W^2 - U^2}{2} = \text{const}. \quad (2.42)$$

Ураховуючи, що $\Pi = -gz$ і $\mathcal{P} = \int_{P_0}^P \frac{dP}{\rho}$, маємо

$$gz + \frac{W^2 - U^2}{2} + \int_{P_0}^P \frac{dP}{\rho} = \text{const}. \quad (2.42)$$

Це узагальнене рівняння енергії під час відносного руху.

Для нестисливої рідини

$$z + \frac{P}{\rho g} + \frac{W^2 - U^2}{2g} = \text{const}. \quad (2.43)$$

Рівняння (2.42) і (2.43) справедливі за зазначених обмежень для всієї області руху в лопатевому колесі.

Узагальнене рівняння енергії під час відносного руху (2.43) дозволяє встановити принципову картину зміни відносних швидкостей по перерізу каналу лопатевого насоса (рис. 2.5).

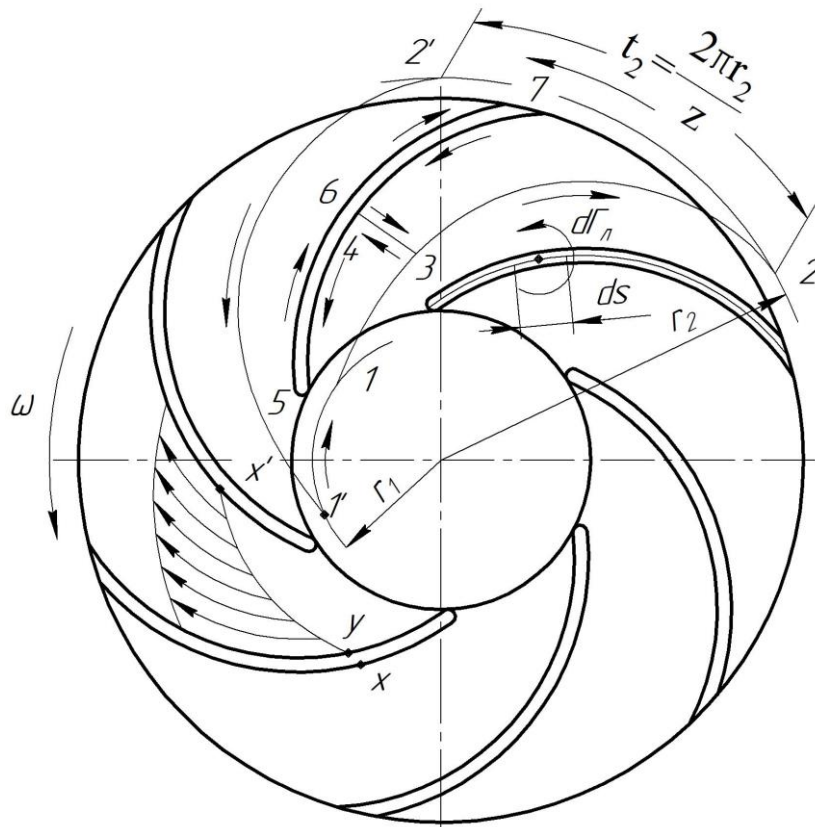


Рисунок 2.5 – Розподіл відносних швидкостей по перерізу каналу лопатевого колеса

Тиск P_x у деякій точці на напірній поверхні лопаті більший, ніж тиск P_y в точці, розміщеній на протилежному боці лопаті, що необхідно для передавання енергії від колеса потоку рідини. За рівнянням енергії (2.43) маємо

$$z_x + \frac{P_x}{\rho g} + \frac{W_x^2 - U_x^2}{2g} = z_y + \frac{P_y}{\rho g} + \frac{W_y^2 - U_y^2}{2g}.$$

Оскільки точки з тисками P_x та P_y розділені лише стінкою лопаті і практично майже збігаються, то $z_x = z_y$ і $U_x = U_y$:

$$\frac{P_x}{\rho g} + \frac{W_x^2}{2g} = \frac{P_y}{\rho g} + \frac{W_y^2}{2g}. \quad (2.44)$$

Отже, за $P_x > P_y$ одержуємо $W_x < W_y$.

Різниця тисків з обох боків лопаті створюється за рахунок різниці відносних швидкостей. Значення швидкості W у точці x' , розміщеній відповідно до точки x , але на наступній лопаті, дорівнює швидкості в точці x .

Відносна швидкість у каналі колеса збільшується від точки x до точки y . Найменше значення відносної швидкості – на боці тиску лопаті, найбільше – на всмоктувальному боці.

2.6.6 Умови існування безвихрового руху рідини в проточній частині гідромашини

Розглянемо теоретичні умови існування безвихрового руху і технічні засоби збереження такого руху як основної схеми руху рідини в лопатевій гідромашині.

Теоретичне обґрунтування існування безвихрового руху впливає з двох теорем Кельвіна і Лагранжа гідродинаміки ідеальної рідини.

Теорема Кельвіна формулюється так: за баротропного руху ідеальної рідини під дією масових сил з однозначним потенціалом циркуляція швидкості по замкненому рідинному контуру не змінюється.

Стосовно руху рідини в лопатевих гідромашинах теорема Кельвіна справедлива лише для абсолютного руху як усталеного, так і неусталеного, оскільки лише в цьому разі масові сили – сили ваги – мають однозначний потенціал.

Відомо, що циркуляція швидкості по замкненому контуру дорівнює сумарній інтенсивності вихрових трубок, оперізаних цим контуром, і, таким чином, на основі теореми Кельвіна зберігається інтенсивність вихрових трубок. Якщо рідина надходить у гідромашину з області, в якій вона перебуває в стані спокою, де відсутні вихори, то на основі теореми Кельвіна в усій проточній частині гідромашини завихреність повинна залишатися такою, що дорівнює нулю.

Теорема Лагранжа: якщо в усіх точках ідеальної рідини, що баротропно рухається під дією масових сил з однозначним потенціалом, вихор швидкості в деякий початковий момент дорівнював нулю, то рух залишається безвихровим і в кожний інший момент часу.

Перенесення загальних теоретичних положень про існування безвихрового руху в ідеальній рідині на потік реальної рідини з достатньою для технічних задач точністю можливе лише за додержання певних умов. Відомо, що вихровий рух у реальній рідині загасає під впливом внутрішніх сил в'язкості. У той самий час під час течії реальної рідини в каналах погано обтічної форми виникають вихори.

2.7 Циркуляція швидкості в області лопатевого колеса

2.7.1 Циркуляція швидкості по контуру, що охоплює лопать лопатевого колеса

За теоремою Кельвіна, якщо потік ідеальної рідини до лопатевого колеса безвихровий, то і в області колеса він залишається безвихровим (потенціальним). Циркуляція швидкості по замкненому контуру в такому потоці повинна дорівнювати нулю. Проте це стосується лише контура в однозв'язній області, тобто такого контура, який може бути без перешкод стягнутий в одну точку. Якщо контур охоплює тверде тіло, наприклад, лопать робочого колеса, то

область є багатозв'язною, і в цьому разі циркуляція по контуру в потенціальному потоці може і не дорівнювати нулю. Це наглядно видно хоча б із проведеного аналізу розподілу швидкостей по профілю лопаті колеса. Внаслідок наявності позитивного перепаду тиску з напірного і всмоктувального боків лопаті, швидкості на всмоктувальному боці більші, ніж на напірному. У зв'язку з цим циркуляція швидкості по контуру лопаті не дорівнює нулю.

Визначимо величину цієї циркуляції. Складемо контур (рис. 2.5), що охоплює лопать і складається з відрізків 1-2 і 1'-2' ліній течії, розміщених на відстані кроку лопатей $t = \frac{2\pi r}{z}$ (z – кількість лопатей) і дуг кола 2-2' і 1-1' радіусів r_2 та r_1 . Визначимо циркуляцію абсолютної швидкості по замкненому контуру 1, 2, 2', 1', 1.

Оскільки циркуляція швидкості по відрізках ліній течії, розміщених симетрично відносно лопатей, рівні за величиною, але протилежні за знаком у зв'язку з протилежним напрямком руху по контуру під час інтегрування, то

$$\Gamma_1 = \oint V dS \cos(\widehat{V, dS}) = \int_{2,2'} V_{U2} dS - \int_{1,1'} V_{U1} dS = \frac{2\pi}{z} (\overline{V_{U2}} r_2 - \overline{V_{U1}} r_1), \quad (2.45)$$

де $\overline{V_{U2}}$ і $\overline{V_{U1}}$ – середні значення колових складових абсолютних швидкостей на виході та вході з колеса на радіусах r_1 і r_2 .

Знак мінус на ділянці контуру 1'1 зумовлений рухом по контуру, протилежному напрямку V_{u1} . Для визначення циркуляції Γ_L по контуру лопаті 4, 7, 6, 5, 4 з'єднаємо його з контуром 1, 2, 2', 1', 1 лінією 3-4. Складемо циркуляцію швидкостей по контуру 1, 3, 4, 5, 6, 7, 4, 3, 2, 2', 1', 1. Цей контур уже не охоплює лопать і тому знаходиться в однозв'язній області. Циркуляція по ньому згідно теореми Кельвіна повинна дорівнювати нулю:

$$\Gamma_{(1,3,4,5,6,7,4,3,2,2',1',1)} = \Gamma_{(1,2,2',1',1)} + \Gamma_{(3,4)} + \Gamma_{(4,5,6,7,4)} + \Gamma_{(4,3)} = 0, \quad (2.46)$$

але $\Gamma_{(3,4)} = -\Gamma_{(4,3)}$.

Тоді

$$\Gamma_{(4,5,6,7,4)} = -\Gamma_{(4,7,6,5,4)} = -\Gamma_L. \quad (2.47)$$

Із рівнянь (2.45), (2.46) і (2.47) випливає

$$\Gamma_L = \Gamma_{(1,2,2',1',1)} = \frac{2\pi}{z} (\overline{V_{U2}} r_2 - \overline{V_{U1}} r_1), \quad (2.48)$$

тобто за безвихрового абсолютного потоку циркуляція швидкості по будь-якому контуру, що охоплює лопать, включаючи контур самої лопаті, зберігає постійне значення.

Циркуляція швидкості по контуру Γ_K , що охоплює все колесо, дорівнює сумі циркуляцій Γ_L відносно кожної лопаті окремо:

$$\Gamma_k = \sum_{i=1}^z \Gamma_{li}.$$

Оскільки внаслідок симетрії циркуляція навколо різних лопатей однакова і дорівнює Γ_{li} , то

$$\Gamma_k = z \cdot \Gamma_{li} = 2\pi(\overline{V_{U2}}r_2 - \overline{V_{U1}}r_1). \quad (2.49)$$

2.7.2 Приєднані вихори

Збурення, що створюється лопаттю в потоці, еквівалентне дії системи вихорів, розміщених усередині лопаті. Такі вихори на відміну від дійсних називають приєднаними. Вони служать для подання поля швидкостей у потенціальному багатозв'язному потоці й розміщуються поза областю потоку – всередині обтічних потоком рідини твердих тіл. Приєднані вихори не мають усіх властивостей реальних вихорів, оскільки вони не рухаються з частинками рідини в потоці. Інтенсивність елементарного приєданого вихору, що відповідає елементу довжини лопаті dS , може бути виміряна циркуляцією $d\Gamma_{li}$. Складаючи вираз для циркуляції за елементом лопаті dS під час відносного руху, одержуємо

$$d\Gamma_{W,li} = \vec{W}d\vec{S}. \quad (2.50)$$

Переходячи до інтеграла по контуру лопаті, одержуємо

$$\Gamma_{W,li} = \oint_{(S_{li})} (\vec{V} - \vec{U})d\vec{S} = \oint_{(S_{li})} \vec{V}d\vec{S} - \oint_{(S_{li})} \vec{U}d\vec{S} = \Gamma_{li} - \oint_{(S_{li})} \vec{U}d\vec{S}. \quad (2.51)$$

Для визначення циркуляції переносної швидкості \vec{U} по контуру лопаті скористаємося відомою теоремою Стокса про те, що циркуляція швидкості по контуру, розміщеному на поверхні вихрової трубки, дорівнює інтенсивності вихрової трубки:

$$\oint_{(S_{li})} \vec{U}d\vec{S} = \int_{f_{li}} (\text{rot}\vec{U})_n df, \quad (2.52)$$

де df – поверхня перерізу лопаті.

Переносна швидкість U є коловою швидкістю робочого колеса, що обертається з кутовою швидкістю ω відносно осі z . Вибираючи переріз лопаті f_{zli} площиною, перпендикулярною до осі обертання, одержуємо, як відомо,

$$(\text{rot}\vec{U})_z = 2\vec{\omega}. \quad (2.53)$$

Із рівнянь (2.52) і (2.53) маємо

$$\oint_{(S_{li})} \vec{U}d\vec{S} = 2\omega f_{zli}. \quad (2.54)$$

У кінцевому підсумку циркуляція відносної швидкості $\Gamma_{W, л}$ по контуру лопаті $S_{л}$ дорівнює

$$\Gamma_{W, л} = \Gamma_{л} - 2\omega f_{z л}. \quad (2.55)$$

Якщо лопаті тонкі й переріз $f_{z л}$ достатньо малий, то величиною $2\omega f_{z л}$ порівняно з $\Gamma_{л}$ можна знехтувати і

$$\Gamma_{W, л} = \Gamma_{л}. \quad (2.56)$$

Циркуляція швидкості по контуру лопаті у відносному потоці дорівнює її значенню в абсолютному потоці. Це схема відцентрового колеса з так званими нескінченно тонкими лопатями.

У теорії осевих машин часто розглядають циліндричні перерізи потоку і лопатевої системи. Проекція циліндричних перерізів лопатей на площину, перпендикулярну до осі гідромашин z , дорівнює нулю. Умова (2.56) поширюється, таким чином, і на циліндричні перерізи лопатей.

Дамо фізичне тлумачення поняття приєднаного вихору. Розглянемо обтікання профіля лопаті в'язкою рідиною (рис. 2.6), розділивши всю область течії рідини на прилежний шар біля поверхні лопаті та зовнішній потік, як зазвичай прийнято в теорії руху реальної рідини.

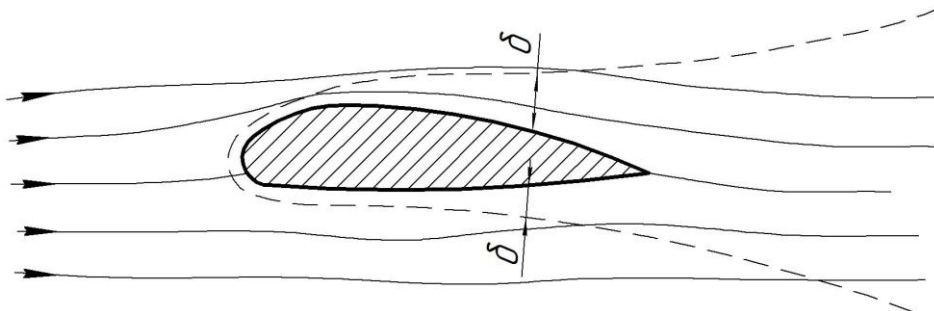


Рисунок 2.6 – Схема прилежного шару під час обтікання крилового профілю

Поле швидкості реальної рідини в зовнішньому потоці достатньо добре збігається з полем швидкостей потоку ідеальної рідини в тих самих крайових умовах. У тонкому прилежному шарі біля поверхні лопаті швидкість зростає від нульового значення на стінці до повного значення у відповідній точці зовнішнього потоку. Прилежний шар за обтічним профілем переходить в аеродинамічний слід. На рисунку 2.6 δ – прилежний шар. За звичайних для гідромашин умов товщина δ біля задньої кромки профілю становить приблизно 1 % від розміру хорди.

З урахуванням наявності прилежного шару циркуляцію швидкості по контуру профілю в дійсності потрібно розуміти як циркуляцію по зовнішньому контуру прилежного шару. На поверхні профілю швидкість у потоці в'язкої рідини дорівнює нулю. Тому циркуляція швидкості по контуру профілю також

дорівнює нулю. Застосовуючи теорему Стокса, визначаємо, що циркуляція по зовнішній межі примежового шару дорівнює сумарній інтенсивності вихорів примежового шару. Таким чином, штучне поняття приєднаного вихору теорії ідеальної рідини має цілком реальне значення – сумарна інтенсивність вихорів примежового шару.

Контрольні питання до розділу 2

- 1 Поясніть поняття абсолютного і відносного руху рідини в насосі.
- 2 Як визначають компоненти швидкостей у циліндричній системі координат?
- 3 У яких елементах проточної частини насоса є усталений абсолютний і відносний рух рідини?
- 4 Чи можлива зміна питомої енергії частинки рідини за усталеного абсолютного руху рідини?
- 5 Дайте визначення прямої та оберненої задач теорії гідромашин.
- 6 Що означає баротропний рух рідини?
- 7 Наведіть розподіл відносних швидкостей у межах міжлопатевого каналу робочого колеса.
- 8 За яких умов можна інтегрувати рівняння відносного руху рідини в області робочого колеса?
- 9 Як пов'язані циркуляція швидкості по контуру лопаті у відносному та абсолютному потоках рідини?
- 10 Який фізичний зміст має поняття приєднаного вихору?

Розділ 3

Елементарна теорія відцентрового лопатевого колеса

Задачі елементарної теорії. Елементарна струминна теорія. Схема нескінченного числа лопатей. Течія рідини через робоче колесо відцентрового насоса. Вхід до лопатевого колеса. Течія рідини по каналах лопатевого колеса. Вихід із лопатевого колеса. Коефіцієнти стиснення на вході та виході з лопатевого колеса. Основне рівняння лопатевих насосів. Основне рівняння лопатевих насосів у формі С. С. Руднева. Коефіцієнт (ступінь) реактивності. Вплив коефіцієнта реактивності на напір насоса. Урахування впливу скінченного числа лопатей на роботу лопатевого насоса. Метод К. Пфлейдерера. Метод Стодоли – Майзеля.

3.1 Задачі елементарної теорії

Лопатеве колесо є основним елементом насоса і значною мірою визначає всю його конструкцію. Тому теорія лопатевого колеса займає ключове місце в теорії насосів. Основне рівняння лопатевих гідромашин дозволяє звести задачу з визначення напору лопатевого колеса до визначення приросту моменту кількості руху потоку рідини в колесі, тобто звести задачу динамічну до кінематичної. Але основне рівняння лопатевих гідромашин не встановлює зв'язку між формою і розмірами лопатевого колеса, з одного боку, і створюваною ним зміною моменту кількості руху потоку рідини, з іншого. Кінематичне дослідження руху ідеальної рідини в області лопатевого колеса на основі рівнянь гідродинаміки приводить у загальному вигляді до нерозв'язних на сьогодні задач.

Рух реальної рідини в області колеса ще меншою мірою придатний до дослідження теоретичним способом. Тому вивчення руху рідини в колесі проводять на основі спрощених теоретичних схем явищ із подальшим коригуванням одержаних результатів даними дослідів.

Під час розрахунку проточної частини лопатевих коліс із густо розміщеними лопатями (між ними утворюються канали достатньої довжини порівняно з розмірами поперечного перерізу) використовують елементарну струминну теорію.

Для розрахунку коліс із рідко розміщеними лопатями, якщо в першому наближенні можна знехтувати їх взаємним впливом, допустиме використання гідродинамічної теорії лопатевих машин, у якій лопаті розглядають як обтічні профілі, а колесо – як колову ґратку профілів (автори теорії – академіки І. М. Вознесенський і Г. Ф. Проскура).

Гідродинамічна теорія долає істотний недолік струминної теорії, в якій профіль лопаті по суті не враховують. Вона розглядає вплив профілю на робочий процес і втрати в колесі.

Гідродинамічна, або вихрова, теорія для колеса з короткими, окремо розміщеними лопатями, без сумніву, краще відповідає сутності процесу, але математично більш складна і не доведена до інженерних методів розрахунку.

Таким чином, існують дві елементарні теорії. Придатність тієї чи іншої для розрахунку лопатевого колеса визначається відносною величиною поправки на невідповідність результатів розрахунку даним дослідів, а також стабільністю значення поправки.

Якщо теорія містить найголовніші риси реального явища, то вона є базою для накопичення та узагальнення даних дослідів.

3.2 Елементарна струминна теорія

Елементарна струминна теорія відцентрових гідромашин була створена в Росії. Її творцем є знаменитий математик і механік Леонард Ейлер (1707–1783 рр.), член Петербурзької академії наук.

Струминна теорія до цього часу є основною теоретичною схемою під час розрахунків відцентрових гідромашин. Необхідно визнати, що у XVIII столітті, за часів Ейлера, відцентрові гідромашини значно більше відповідали за своєю конструкцією струминній теорії, ніж сьогодні. В одних із них канали робочого колеса являли собою окремі трубки (сегнерове колесо), в інших – довжина каналу значно перевищувала відстань між окремими лопатями колеса. Таким чином, траєкторія руху частинки рідини в колесі достатньо точно визначалася формою каналу, і результати дослідів задовільно збігалися з даними розрахунку.

Промислового значення відцентрові гідромашини до кінця XX століття не набули, і теорія, створена Ейлером, не дістала великого поширення.

Поява електродвигунів і парових турбін як двигунів із великим числом обертів створила сприятливі умови для розвитку відцентрових насосів. Проте досить швидко досвід показав доцільність зміни співвідношення між довжиною і шириною каналу колеса в бік зменшення довжини, і струминна теорія почала меншою мірою відповідати реальному об'єкту, оскільки кінематична характеристика потоку істотно ускладнилася. За відсутності більш досконалої теорії застосування елементарної струминної теорії зумовило необхідність значного спрощення реальної картини руху рідини і привело до теоретичної схеми колеса з нескінченним числом нескінченно тонких лопатей. З метою забезпечення задовільного узгодження теорії з даними експерименту розрахунки за схемою з нескінченним числом лопатей потребували коригування на скінченне число лопатей.

3.3 Схема нескінченного числа лопатей

Рух рідини в каналі між лопатями відцентрового колеса за достатньо великого їх числа і незначної ширини колеса наближено можна розглядати як струминний. У цьому разі величина середнього значення відносної швидкості для кожного перерізу може бути визначена з рівняння нерозривності, а її напрямок є дотичним до середньої лінії каналу.

При переході до нескінченно великого числа нескінченно тонких лопатей потік рідини в області колеса стає вісесиметричним (рис. 3.1 а), і відносна

швидкість, величина якої визначається рівнянням нерозривності для кожної точки області, стає спрямованою по дотичній до поверхні лопатей у розглядуваній точці. Таким чином, схема нескінченного числа лопатей створює елементарне уявлення про кінематику потоку рідини в області колеса і дозволяє розв'язати задачу з визначення збурення, викликаного колесом у потоці, і отже, напору колеса.

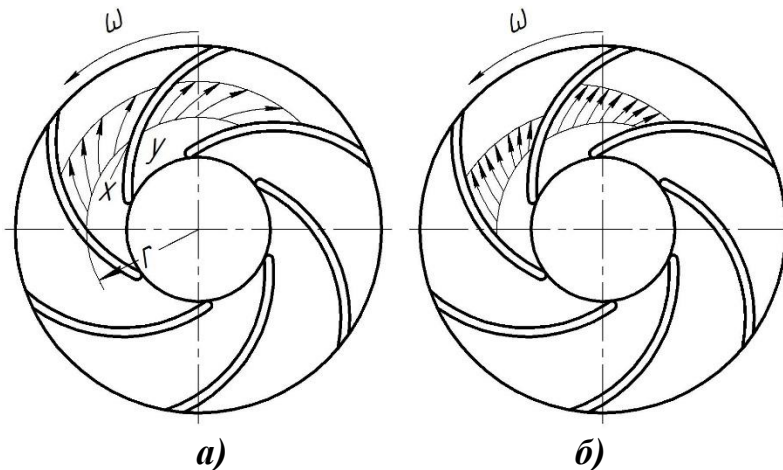


Рисунок 3.1 – Схема розподілу відносних швидкостей у каналі лопатевого колеса:
 а) за нескінченного; б) за скінченного числа лопатей

Дійсний розподіл відносних швидкостей у каналі колеса скінченних розмірів не може бути вісесиметричним унаслідок наявності силової взаємодії між лопатями і потоком. Швидкості зі всмоктувального боку лопаті повинні бути більшими, ніж із напірного (рис. 3.1 б).

Теоретичний напір лопатевого колеса H_{∞} , розрахований за схемою з нескінченим числом лопатей, не збігається достатньо точно з дослідним значенням теоретичного напору H_T . Проте різниця між H_{∞} і H_T , коли лопаті розміщені достатньо близько (щільно) і можемо говорити про наявність каналів між ними, може бути врахована спеціальною поправкою на невідповідність розрахункової схеми реальному явищу:

$$H_T = \mu H_{\infty}, \quad (3.1)$$

де $\mu < 1$ – поправковий коефіцієнт на скінченне число лопатей.

3.4 Течія рідини через робоче колесо відцентрового насоса

Виходячи з передумов струминної течії, розглянемо плани (трикутники) швидкостей для характерних перерізів лопатевого колеса. Зображення та основні геометричні розміри колеса відцентрового насоса наведені на прикладі колеса з циліндричними лопатями, тобто лопатями, що являють собою циліндричні поверхні з твірною, паралельною осі обертання колеса.

Колесо відцентрового насоса зображується у вигляді проєкції в плані і у вигляді радіального, або, як це загальноприйнято, меридіанного перерізу (рис. 3.2).

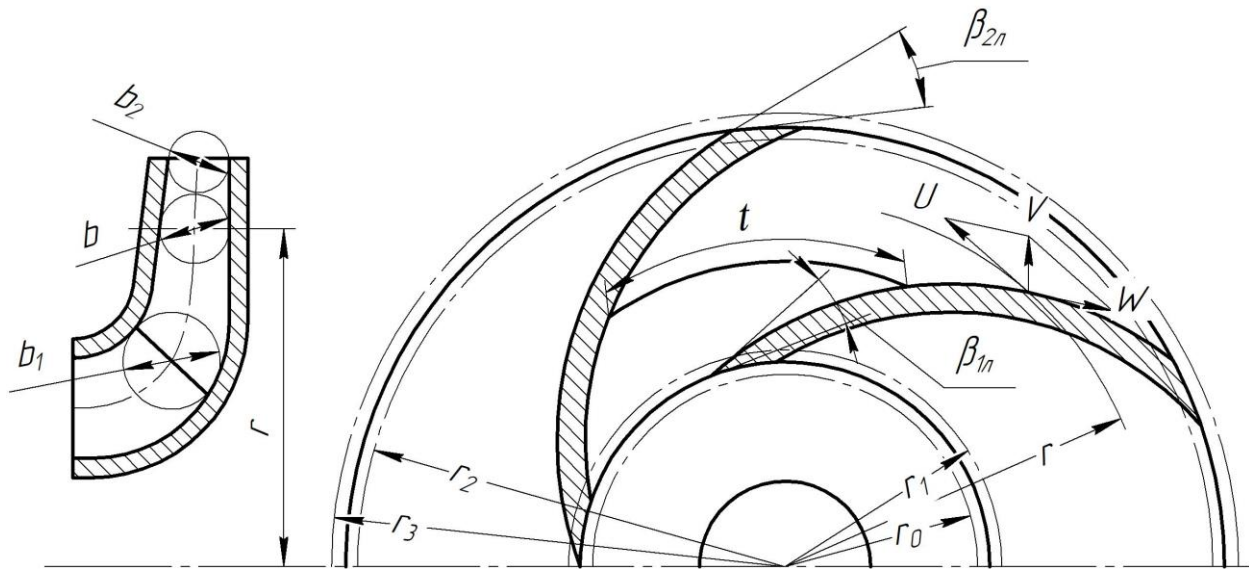


Рисунок 3.2 – Схема робочого колеса відцентрового насоса

Виберемо чотири контрольні перерізи:

- 1) коло з радіусом r_0 – безпосередньо перед лопатями колеса;
- 2) коло з радіусом r_1 – безпосередньо після входу в лопатеві канали;
- 3) коло з радіусом r_2 – безпосередньо перед вихідним перерізом лопатевих каналів;
- 4) коло з радіусом r_3 – безпосередньо після колеса.

Відповідно всі параметри в цих перерізах будемо позначати індексами «0», «1», «2», і «3».

Поточні радіуси та інші параметри будемо позначати буквою без індексів. Ширина прохідного перерізу колеса в меридіональній площині умовно визначається діаметром колеса b , вписаного між покривним та основним дисками меридіанного перерізу робочого колеса. Відстань між відповідними точками лопатей по колу назвемо кроком лопатей і позначимо t .

Кут між дотичною до лопаті біля входу і дотичною до кола на даному радіусі, спрямований у бік, протилежний обертанню, позначимо $\beta_{1л}$.

Кут між дотичною до лопаті на виході й дотичною до кола позначимо $\beta_{2л}$.

Меридіональна складова швидкості V_m визначається величиною витрати Q' і площею поперечного перерізу F_m колеса, нормального до меридіональної складової абсолютної швидкості:

$$V_m = \frac{Q'}{F_m} \quad (3.2)$$

3.4.1 Течія рідини на вході до лопатевого колеса

Припустимо, що абсолютна швидкість на вході не має колової складової V_u , тобто $V_0 = V_{0m}$, де V_{0m} – меридіональна складова абсолютної швидкості, яку можна визначити із співвідношення

$$V_{0m} = \frac{Q'}{F_{0m}}, \quad (3.3)$$

де F_{0m} – прохідний переріз, що є поверхнею обертання з твірною, нормальною до меридіональної складової швидкості. Він являє собою кільцеву конічну поверхню з довжиною по твірній b_0 і середнім радіусом r (це не зовсім строго, оскільки ми замінили нормальну лінію до обох бокових поверхонь колеса відрізком прямої b_0).

$$F_{0m} = 2\pi r_0 b_0 = z t_0 b_0 = z t_1 b_1, \quad (3.4)$$

$$b_0 = b_1 \text{ і } t_0 = t_1,$$

оскільки відстань по радіусу між перерізами 0 і 1 нескінченно мала (t – крок лопатей, z – їх число).

У разі надходження рідини в міжлопатеві канали абсолютна швидкість рідини, точніше її меридіональна складова, збільшиться, оскільки прохідний переріз зменшиться за рахунок скінченної товщини лопатей. Зміна швидкості відбувається зазвичай у деякій області, але для спрощення припустимо, що швидкість V_{0m} змінюється на V_{1m} на вхідному колі.

Прохідний переріз на радіусі r_1 з урахуванням товщини лопатей позначимо F_{1m} . Відношення F_{0m}/F_{1m} називають коефіцієнтом стиснення перерізу k_1 :

$$k_1 = \frac{F_{0m}}{F_{1m}} = \frac{z t_1 b_1}{z(t_1 - \sigma_1) b_1} = \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}, \quad (3.5)$$

$$F_{1m} = \frac{F_{0m}}{k_1} = \frac{2\pi r_1 b_1}{k_1},$$

де σ_1 – товщина лопаті, що визначається по дузі вхідного кола колеса (приблизно по хорді).

Зв'язок між нормальною товщиною δ_1 і товщиною σ_1 легко знайти користуючись рисунком 3.3:

$$\sigma_1 = \frac{\delta_1}{\sin \beta_{1л}} \quad (3.6)$$

У виконаних конструкціях насосів k_1 знаходяться в межах 1,05–1,2.

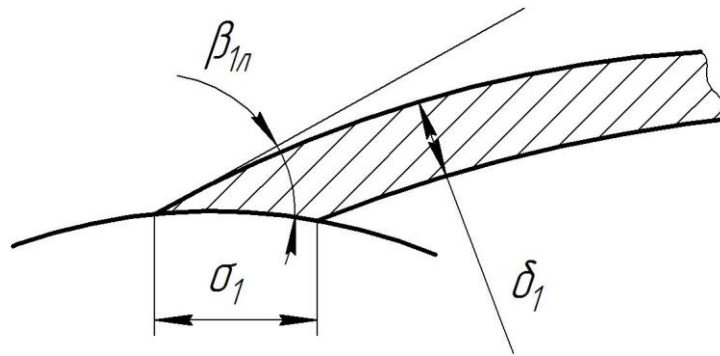


Рисунок 3.3 – Вхідна частина лопаті лопатевого колеса

У зв'язку зі звуженням перерізу меридіональна складова швидкості збільшується відразу ж під час надходження в міжлопатеві канали. Отже, V_{1m} визначають із співвідношення

$$V_{1m} = \frac{Q'}{F_{1m}} = \frac{Q'k_1}{2\pi r_1 b_1}. \quad (3.7)$$

Очевидно, $V_{1m} = k_1 V_{0m}$.

Надійшовши до каналів колеса, частинки рідини набувають обертального руху, тобто рухаються з колесом у коловому напрямку. Швидкість рідини відносно лопатей колеса \vec{W} обчислюють як різницю векторів \vec{V} і \vec{U} :

$$\vec{W} = \vec{V} - \vec{U}.$$

На вході до колеса в перерізі кола радіусом r_0 відносно швидкість W_0 визначають побудовою трикутника швидкостей за відомою швидкістю $V_0 = V_{0m}$ та U_1 .

Візьмемо напрямок вертикалі в площині креслення за меридіональний напрямок (напрямок швидкості V_{0m}). Тоді колову швидкість U_1 зобразимо горизонтальною лінією і W_0 визначимо як різницю векторів V_{0m} і U_1 . Така побудова і є планом (трикутником) швидкостей на вході до лопатевого колеса відцентрового насоса (рис. 3.4).

Кут β_0 є кутом між напрямком потоку рідини під час відносного руху, що визначається вектором швидкості W_0 , і протилежним напрямком колової швидкості. У загальному випадку кут β_0 може не збігатися з кутом нахилу лопаті $\beta_{1л}$. Кут між напрямком потоку рідини під час відносного руху біля входу до лопаті й напрямком лопаті називається кутом атаки. Отже, кут атаки i визначається кутом між вектором швидкості W_0 і дотичною до лопаті на вході. За аналогією з криловим профілем кут атаки вважають додатним, якщо швидкість спрямована з боку вектора сумарної сили тиску (рис. 3.5), тобто кут установлення лопаті на вході $\beta_{1л}$ більший за кут набігання потоку β_1 .

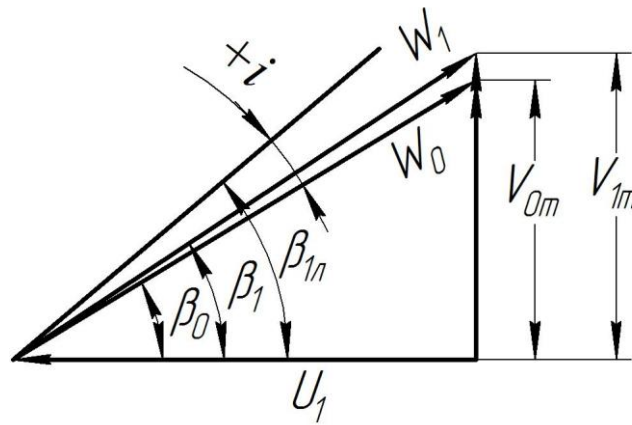


Рисунок 3.4 – План (трикутник) швидкостей на вході до лопатевого колеса за $V_{1u} = 0$

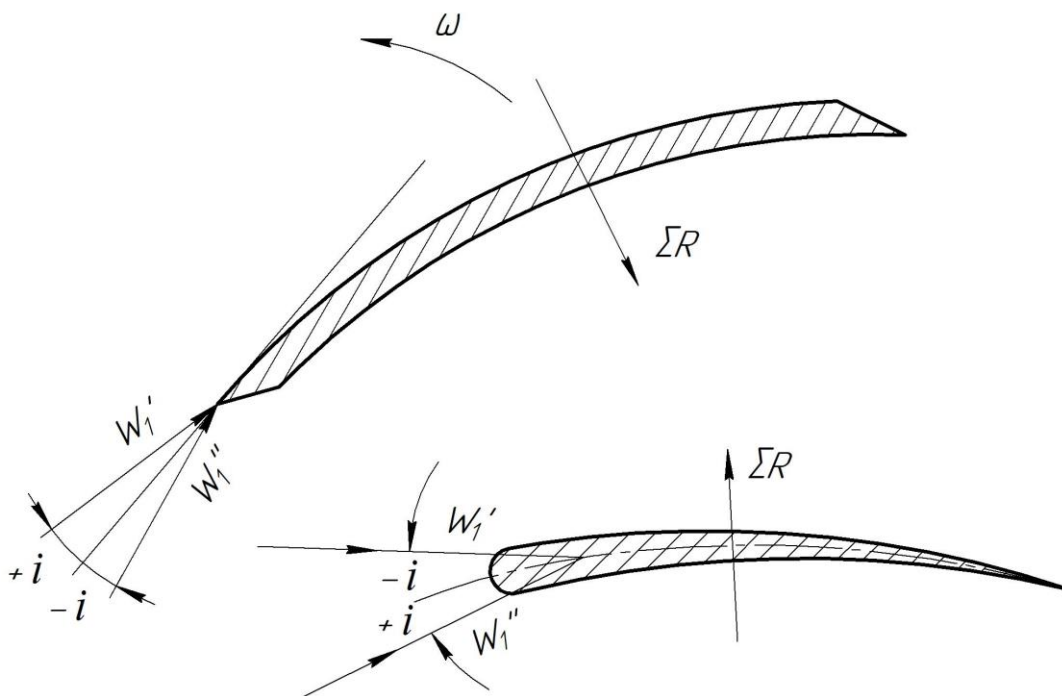


Рисунок 3.5 – До визначення кута атаки біля входу до лопаті

Вище був розглянутий план (трикутник) швидкостей на вході до лопатевого колеса, коли абсолютна швидкість на вході не має колової складової. Колова складова швидкості може з'явитися в разі застосування передувімкнених насосів, напрямних апаратів на вході, закручення потоку, що зумовлено поворотом у колінах усмоктувального трубопроводу.

Вхідний план (трикутник) швидкостей за $V_{1u} \neq 0$ має вигляд, наведений на рисунку 3.6.

Якщо необхідно визначити відносну швидкість потоку рідини на вході до колеса W_1 , тобто на радіусі r_1 , то висотою трикутника повинна бути швидкість V_{1m} . Відзначимо, що $V_{0u} = V_{1u}$, оскільки за рахунок зміни перерізу не повинно

бути силової дії колеса на рідину, тобто не повинен змінюватися момент кількості руху рідини відносно осі.

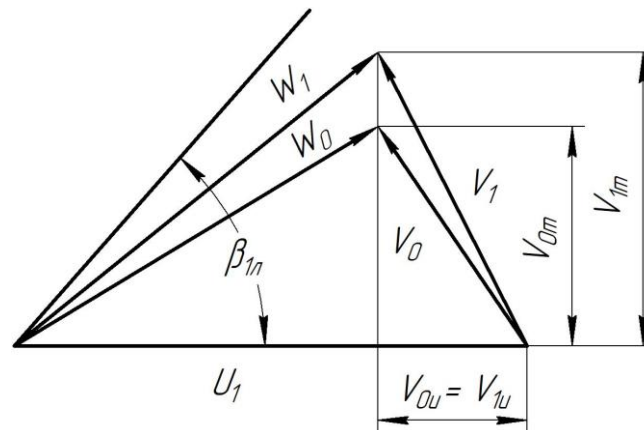


Рисунок 3.6 – План (трикутник) швидкостей на вході до лопатевого колеса за $V_{1u} \neq 0$

Струминна теорія виходить із того, що відносна швидкість рідини в каналі колеса спрямована по дотичній до лопаті, тобто траєкторія руху рідини збігається з кривою форми лопаті. Це справедливо лише за дуже вузьких каналів і великого числа лопатей, тобто, за $Z = \infty$. Прийнемо спочатку припущення про збіг напрямку відносної швидкості з напрямком дотичної до лопаті, тобто розглянемо роботу колеса за $Z = \infty$.

Надійшовши в міжлопатевий канал, у загальному випадку з деяким кутом атаки, потік повинен набути напрямку лопатей. Це відхилення потоку відбудеться в деякій області, але, схематизуючи явище, часто допускають, що на входному колі швидкість набуває напрямку, дотичного до поверхні лопаті, тобто вектор W_1 необхідно замінити вектором $W_{1л}$ на плані (трикутнику) швидкостей.

Замикаючи трикутник швидкостей, що складений із $W_{1л}$ і U_1 , одержуємо вектор абсолютної швидкості на вході $V_{1л}$, що має колову складову (рис. 3.7). Звідси випливає, що збурювальна дія лопатей в області входу до колеса проявляється в наданні потоку колової складової швидкості – $V_{1лу}$.

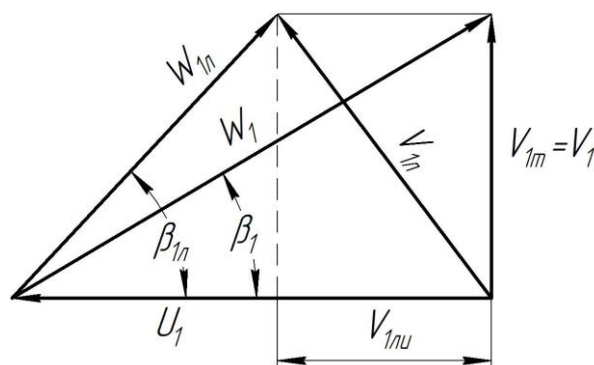


Рисунок 3.7 – План (трикутник) швидкостей на вході до лопатевого колеса

3.4.2 Течія рідини каналами лопатевого колеса

Користуючись припущенням струминної теорії, вважаємо, що відносна швидкість, набувши напрямку лопатей, зберігає його. Це справедливо лише за нескінченного числа лопатей, тобто $Z = \infty$.

За необхідності вектори швидкостей, що відповідають цій розрахунковій схемі, будемо позначати ∞ . За цього припущення зміна швидкості за величиною буде визначатися лише прохідними перерізами міжлопатевого каналу. У випадку дифузорного каналу відносні швидкості будуть зменшуватись, а у випадку конфузорного – збільшуватися. Оскільки дифузорні течії супроводжуються великими втратами, то часто намагаються одержати зростання W уздовж міжлопатевого каналу. Це забезпечується профілюванням каналів (зменшенням прохідних перерізів).

Відносну швидкість W на поточному радіусі знаходять за напрямком, який визначають у першому наближенні напрямком лопаті β_l , і величиною меридіональної складової швидкості. Меридіональну складову швидкості V_m обчислюють із співвідношення

$$V_m = \frac{Q'}{F_m},$$

де F_m – прохідний переріз, утворений боковими стінками колеса і поверхнею обертання, нормальною до меридіональних складових швидкості.

Знаючи за заданих розмірів колеса колову швидкість U і відносну швидкість W на поточному радіусі за величиною й напрямком, абсолютну швидкість V визначають за законом складного руху, додаючи вектори W і U (рис. 3.8 і 3.9). На рисунку 3.9 показані траєкторії відносного (за $Z = \infty$), переносного та абсолютного рухів частинок рідини.

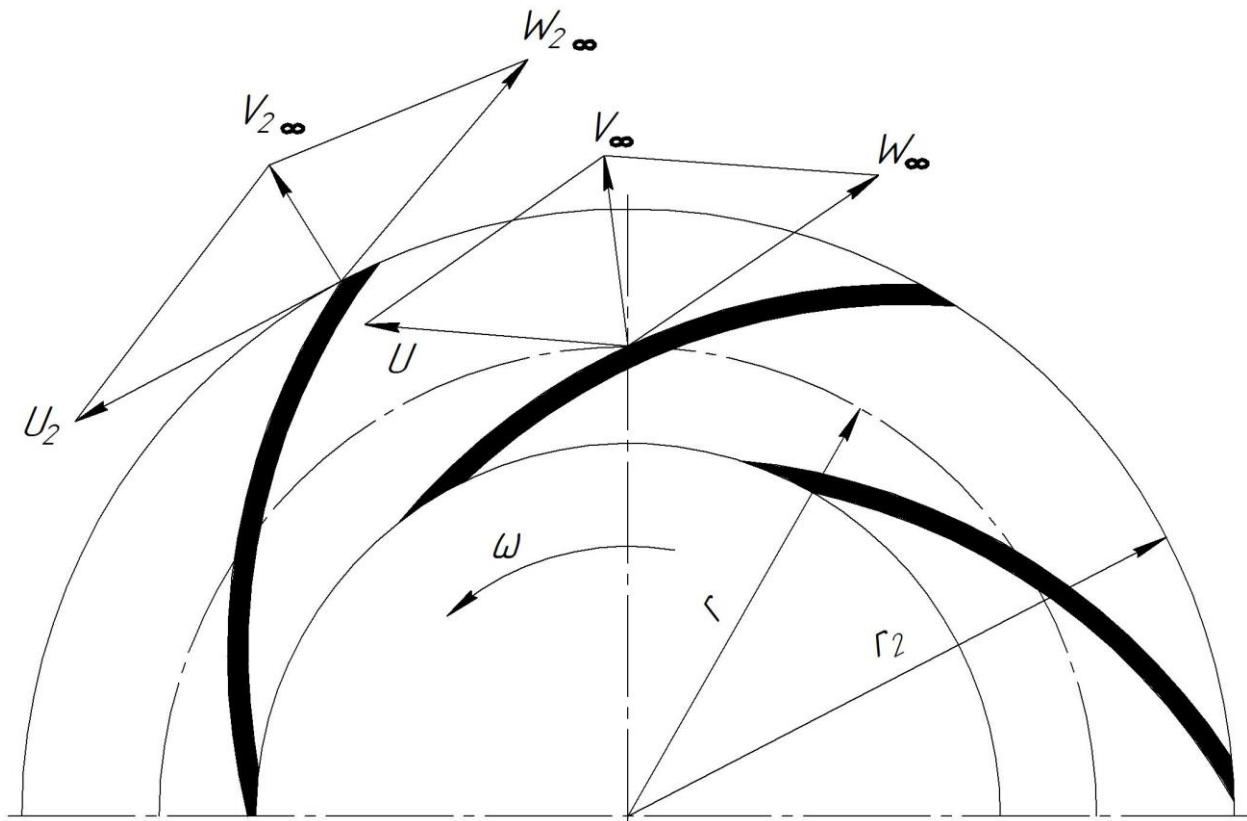


Рисунок 3.8 – Побудова планів (трикутників) швидкостей для руху рідини в лопатевому колесі та на виході з нього

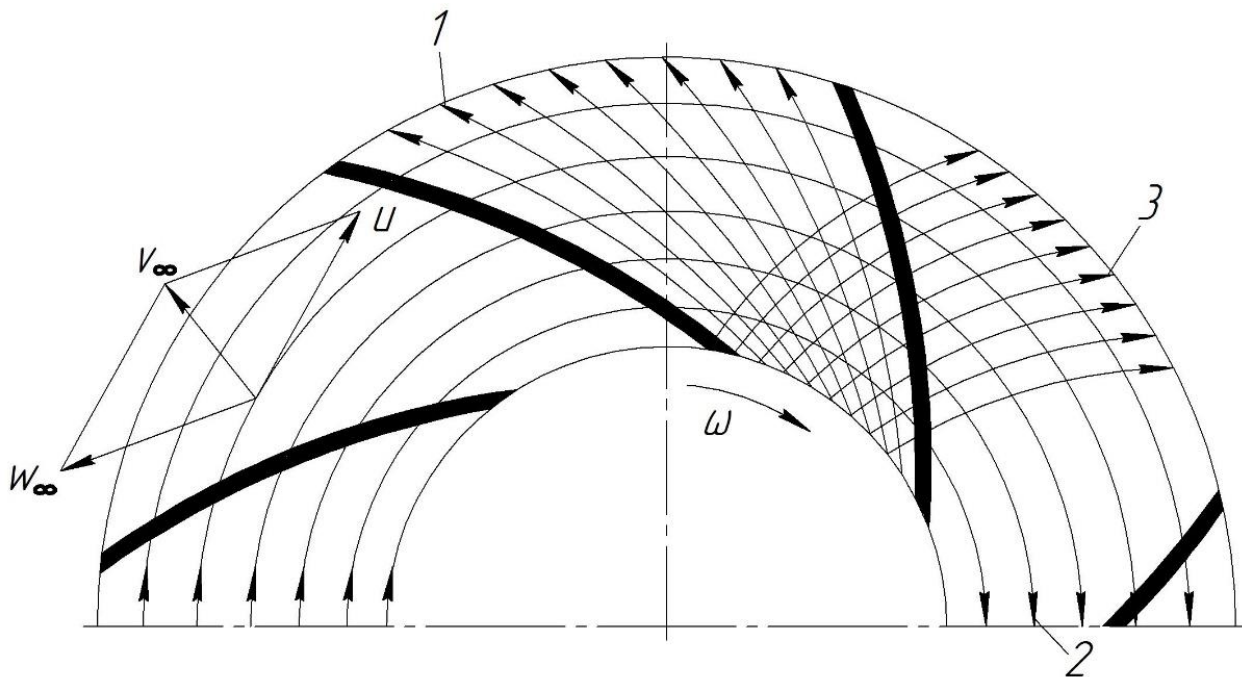


Рисунок 3.9 – Траєкторії відносного (за $Z = \infty$) 1, переносного 2 та абсолютного 3 рухів частинок рідини

3.4.3 Течія рідини на виході з лопатевого колеса

Трикутник швидкостей на виході з робочого колеса побудований на рисунках 3.8 і 3.10 для кола радіусом r_2 . Його починають будувати відкладаючи U_2 , напрямком $W_{2\infty}$ і меридіональну швидкість V_{2m} . Швидкість V_{2m} визначають за відомою величиною прохідного перерізу F_{2m} ,

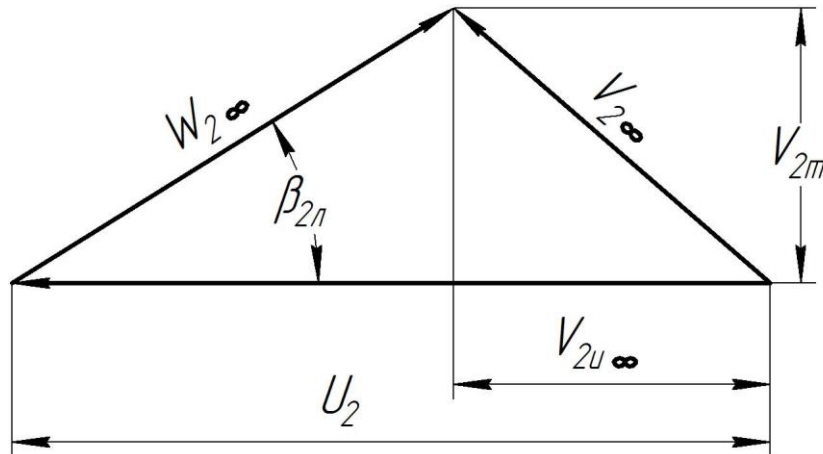


Рисунок 3.10 – План (трикутник) швидкостей на виході з лопатевого колеса

Переріз F_{2m} являє собою циліндричну поверхню радіусом r_2 з шириною b_2 (див. рис. 3.2):

$$F_{2m} = 2\pi r_2 b_2, \quad V_{2m} = \frac{q'}{2\pi r_2 b_2}.$$

Швидкість V_{2m} відкладають нормально до колового напрямку U_2 .

Припускаючи, що під час переходу до радіуса r_3 , тобто відразу ж на виході з колеса, трикутник швидкостей зміниться, оскільки меридіональна складова абсолютної швидкості зменшиться на виході з колеса (у зв'язку зі збільшенням перерізу за рахунок відсутності лопатей), V_{3m} знаходимо зі співвідношення

$$V_{3m} = \frac{q'}{F_{3m}} = \frac{q'}{2\pi r_3 b_3} = \frac{q'}{2\pi r_2 b_2} = \frac{q'}{t_2 z b_2}, \quad (3.8)$$

де t_2 – крок лопатей на виході.

Назвемо коефіцієнтом стиснення на виході k_2 відношення прохідних площ перерізів F_{3m}/F_{2m} . Очевидно, що $F_{2m} = (t_2 - \sigma_2) z b_2$, де σ_2 – товщина лопаті, що визначається по дузі кола з радіусом r_2 (приблизно по хорді) (рисунок 3.11).

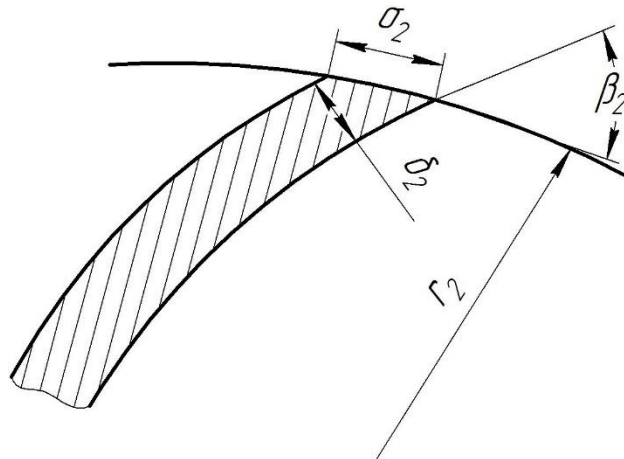


Рисунок 3.11 – Вихідна частина лопаті колеса

А σ_2 визначають через нормальну товщину δ_2 із співвідношення

$$\sigma_2 = \frac{\delta_2}{\sin \beta_{2л}}. \quad (3.9)$$

Тоді

$$k_2 = \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2} = \frac{1}{1 - \frac{\delta_2}{t_2 \sin \beta_{2л}}}. \quad (3.10)$$

Швидкості V_{2m} і V_{3m} пов'язані співвідношенням $V_{2m} = k_2 V_{3m}$.

Трикутник швидкостей для кола радіусом r_3 будують висотою V_{3m} за $V_{2U\infty} = \text{const}$ (рис. 3.12).

Колова складова $V_{2U\infty}$ не може змінитись, оскільки між перерізами радіусів r_2 і r_3 енергія рідини не збільшується, і момент її кількості руху залишається сталим:

$$r_2 V_{2U\infty} = r_3 V_{3U\infty}, \quad V_{2U\infty} = V_{3U\infty}.$$

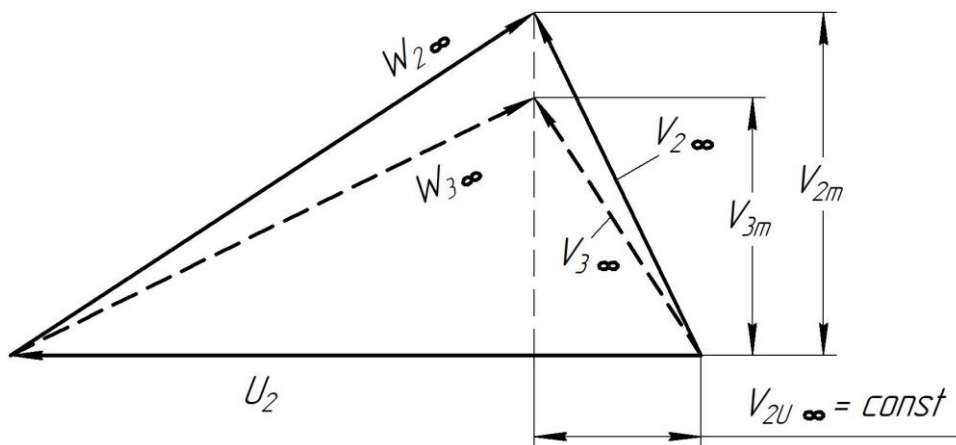


Рисунок 3.12 – Плани (трикутники) швидкостей на виході з колеса

3.5 Основне рівняння лопатевих насосів

Для аналізу роботи робочого колеса застосовують схему нескінченно великого числа лопатей $Z = \infty$. У цьому разі потік рідини в робочому колесі вісесиметричний, а відносна швидкість W у кожній точці спрямована по дотичній до профілю лопаті.

Для визначення результуючого моменту сил взаємодії лопатей робочого колеса з потоком рідини необхідно знайти дійсне поле швидкостей у міжлопатевих каналах, що й на сьогодні залишається складним завданням. Л. Ейлер показав, що цей момент із достатньою точністю можна визначити на підставі закону зміни моменту кількості руху рідини до та після колеса за єдиного принципового обмеження – наявності усталеного відносного руху рідини в робочому колесі.

Найпростіше рівняння роботи (рівняння Ейлера) виводиться за таких припущень: рідина ідеальна, $Z = \infty$ і кутова швидкість $\omega = \text{const}$.

Якщо секундна подача через нескінченно малий канал дорівнює q ($\text{м}^3/\text{с}$), то зміна моменту кількості руху елементарної струминки відносно осі обертання дорівнює

$$\Delta M e.c = \rho q (V_2 r_2 \cos \alpha_2 - V_1 r_1 \cos \alpha_1). \quad (3.11)$$

Зміну моменту кількості руху всієї маси рідини одержуємо як суму. За прийнятих припущень $\sum q = Q$, а інші складові залишаються сталими:

$$\sum \Delta M e.c = M = \rho Q (V_2 r_2 \cos \alpha_2 - V_1 r_1 \cos \alpha_1). \quad (3.12)$$

Корисна потужність, що витрачається на створення напору за заданих умов, дорівнює

$$N_k = \rho g Q H_{T\infty}, \quad (3.13)$$

де $H_{T\infty}$ – теоретичний напір за нескінченного числа лопатей.

Із формули (3.13), беручи до уваги, що $V_u = V \cos \alpha$, одержуємо

$$H_{T\infty} = \frac{\omega}{g} (r_2 V_{2U} - r_1 V_{1U}). \quad (3.14)$$

С. С. Руднєв запропонував методику визначення рівняння роботи лопатевого колеса на основі використання рівнянь енергії. У проточній частині насоса виберемо ряд характерних перерізів (рис. 3.13). Переріз 1-1 і 2-2 розмістимо в безпосередній близькості перед колесом і після нього. Запишемо рівняння Бернуллі для струминки для отриманих ділянок проточної частини:

для ділянки 0-1:

$$\frac{P_0}{\rho g} + \frac{V_0^2}{2g} = \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + h_{0-1}, \quad (3.15)$$

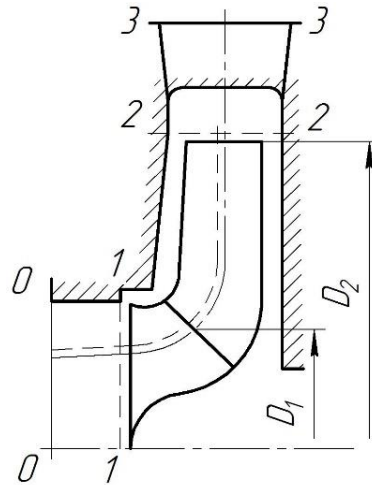


Рисунок 3.13 – Схема для визначення основного рівняння роботи лопатевого колеса

для ділянки 1-2:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{W_1^2}{2g} - \frac{(r_1\omega)^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{W_2^2}{2g} - \frac{(r_2\omega)^2}{2g} + h_{1-2}, \quad (3.16)$$

для ділянки 2-3:

$$\frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} = \frac{P_3}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + h_{2-3}. \quad (3.17)$$

Склавши ці рівняння, одержимо приріст питомої енергії рідини без урахування зміни енергії положення:

$$\begin{aligned} \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + h_{0-1} + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{W_2^2}{2g} - \frac{(r_2\omega)^2}{2g} + h_{1-2} + \frac{P_3}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + h_{2-3} = \\ = \frac{P_0}{\rho g} + \frac{V_0^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{W_1^2}{2g} - \frac{(r_1\omega)^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}, \\ \frac{P_3 - P_0}{\rho g} + \frac{V_3^2 - V_0^2}{2g} + h_{0-1} + h_{1-2} + h_{2-3} = \\ = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2g} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Ліва частина рівняння (3.18) може бути подана у вигляді

$$\begin{aligned} H + \sum h_{0-3} = H_T, \\ H_T = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2g} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Із трикутника швидкостей (рис. 2.3)

$$V = V_m^2 + V_U^2, \quad W^2 = V_m^2 + (U - V_U)^2. \quad (3.20)$$

Підставивши (3.20) у (3.19), після нескладних перетворень одержимо

$$H_T = \frac{1}{g}(U_2 V_{2U} - U_1 V_{1U}). \quad (3.21)$$

Провівши осереднення виразу (3.21) за моментом кількості руху для перерізів 1-1 і 2-2, одержимо вираз питомої енергії для всієї маси рідини:

$$H_T = \frac{1}{g}(U_2 \bar{V}_{2U} - U_1 \bar{V}_{1U}). \quad (3.22)$$

Рівняння (3.22) аналогічне виразу (3.14) для $Z = \infty$.

За скінченного числа лопатей $H_T < H_{T\infty}$.

Ураховуючи, що циркуляції на вході та виході з робочого колеса дорівнюють

$$\Gamma_1 = 2\pi r_1 \bar{V}_{1U}, \quad \Gamma_2 = 2\pi r_2, \quad (3.23)$$

вираз (3.22) зводять до вигляду

$$H_T = \frac{\omega}{2\pi g}(\Gamma_2 - \Gamma_1). \quad (3.24)$$

Різниця циркуляцій $\Gamma_2 - \Gamma_1$ створюється за рахунок циркуляції навколо лопатей робочого колеса:

$$H_T = \frac{\omega}{2\pi g} Z \Gamma_l, \quad (3.25)$$

де Γ_l – циркуляція навколо однієї лопаті.

3.6 Коефіцієнт (ступінь) реактивності

Лопатеве колесо є єдиним робочим органом насоса, де проходить приріст повної питомої енергії рідини, що визначається рівнянням (3.19) без урахування втрат.

Перший член рівняння (3.19) $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$ характеризує приріст кінетичної енергії рідини (динамічний напір $H_{T \text{ дин}}$) в робочому колесі.

Сума двох інших $\frac{W_1^2 - W_2^2}{2g} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g}$ визначає статичний напір $H_{T \text{ ст}}$ (питому енергію тиску).

Відносний приріст потенціальної енергії потоку рідини в робочому колесі називають ступенем (коефіцієнтом) реактивності:

$$\rho = \frac{H_{т. ст}}{H_{т}} = \frac{U_2^2 - U_1^2 + W_1^2 - W_2^2}{2(U_2 V_{2U} - U_1 V_{1U})}. \quad (3.26)$$

Виконаємо нескладні перетворення, враховуючи дві обставини. Вважаємо, що на вході в робоче колесо не має закручення потоку, тобто $\alpha_1 = 90^\circ$ і $V_{1U} = 0$ (так званий радіальний вхід). Для відцентрових насосів можна вважати, що $V_{1m} = V_{2m} = V_m$

Тоді з трикутників швидкостей на вході та виході з робочого колеса

$$W_1^2 = U_1^2 + V_m^2, \quad W_2^2 = V_m^2 + (U_2 - V_{2U})^2 = V_m^2 + U_2^2 - 2U_2 V_{2U} + V_{2U}^2.$$

Підставивши останні рівняння у формулу (3.26), одержимо

$$\rho_{т} = \frac{U_2^2 - U_1^2 + U_1^2 + V_m^2 - V_m^2 - U_2^2 + 2U_2 V_{2U} - V_{2U}^2}{2U_2 V_{2U}} = \frac{2U_2 V_{2U} - V_{2U}^2}{2U_2 V_{2U}},$$

$$\rho_{т} = 1 - \frac{V_{2U}}{2U_2}. \quad (3.27)$$

Для насосів зазвичай $\rho_{т} = 0,6-0,8$.

Степінь (коефіцієнт) реактивності залежить від кута β_2 і впливає на напір, створюваний робочим колесом.

3.7 Вплив степені (коефіцієнта) реактивності на напір насоса

Побудуємо поєднані трикутники швидкостей на виході для різних кутів β_2 і розглянемо залежність $H_{т}$, $H_{т. ст}$, $H_{т. дин}$ і $\rho_{т}$ від кута β_2 .

$$1 \quad \text{За } V_{2U} = 0 \quad \rho_{т} = 1, \quad H_{т} = 0, \quad H_{т. ст} = 0, \quad H_{т. дин} = 0.$$

Суто реактивне колесо не доцільне для насоса, оскільки робоче колесо ніякого напору не створює. Таке положення за заданих U_2 і V_{2m} має місце за певного значення кута β_{2min} (рис. 3.14). Звідси випливає важливий висновок: не потрібно всю енергію, що підведена до насоса, перетворювати лише на статичний напір робочого колеса. Передача механічної енергії рідині можлива лише за збільшення її моменту кількості руху, тобто якщо $V_{2U} > 0$ (за $V_{1U} = 0$) або $V_{2U} > V_{1U}$ (за $V_{1U} \neq 0$).

$$2 \quad \text{За } V_{2U} = U_2 \quad \rho_{т} = 0,5, \quad H_{т. ст} = H_{т. дин} = \frac{U_2^2}{2g},$$

$$H_{т. дин} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \frac{V_m^2 + V_{2U}^2 - V_m^2}{2g} = \frac{U_2^2}{2g}.$$

У цьому разі $\beta_2 = 90^\circ$ (рис. 3.14).

$$3 \quad \text{За } V_{2U} = 2U_2 \quad \rho_{т} = 0, \quad H_{т. ст} = 0, \quad H_{т. дин} = \frac{2U_2^2}{g} = H_{т}.$$

Тобто колесо працює за активним принципом. Увесь напір є динамічним. Очевидно, що таке колесо недоцільне для отримання високих тисків на виході з насоса.

Значення $\rho_T = 0$ за заданих U_{2m} і V_m має місце за $\beta_2 = \beta_{2max}$ (рис. 3.14). Напір H_T зростає за збільшення кута β_2 .

Залежність повного теоретичного, статичного і динамічного напорів показана на рисунку 3.15. Крім коефіцієнта реактивності, по осі абсцис нанесена величина кутів $\beta_{2л}$.

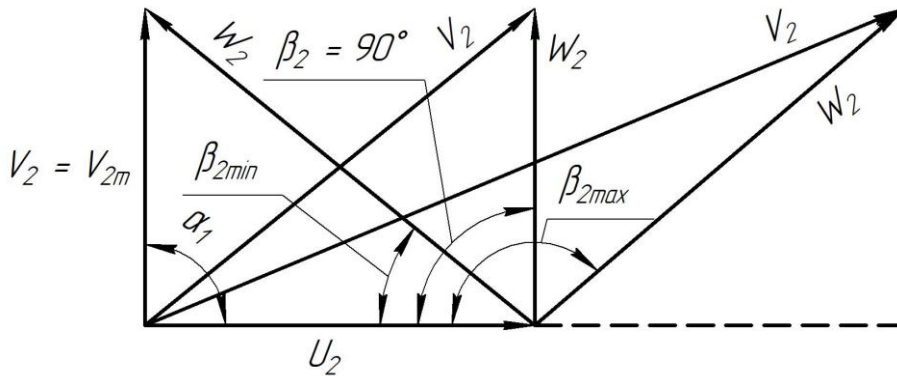


Рисунок 3.14 – Плани (трикутники) швидкостей для різних коефіцієнтів реактивності лопатевих коліс

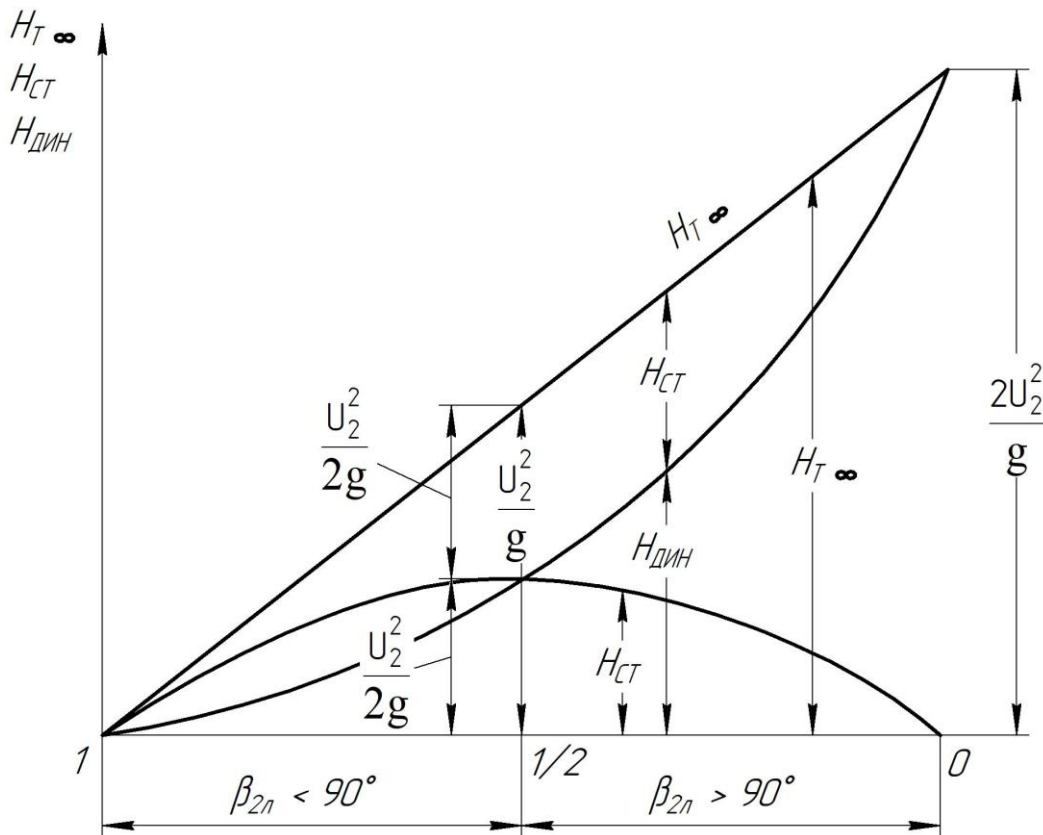


Рисунок 3.15 – Вплив коефіцієнта реактивності робочого колеса на величину напору

З вищенаведеного можна зробити такі висновки:

1) чим більший кут $\beta_{2л}$, тим більший напір, створюваний робочим колесом. Але, починаючи з $\beta_{2л} = 90^\circ$, зростає частка динамічного напору;

2) максимум статичного напору маємо за $\beta_{2л} = 90^\circ$ (дорівнює половині теоретичного напору).

Робочі колеса насосів, таким чином, можуть мати лопаті трьох основних типів (рис. 3.16):

а) $\beta_{2л} < 90^\circ$; б) $\beta_{2л} = 90^\circ$; в) $\beta_{2л} > 90^\circ$.

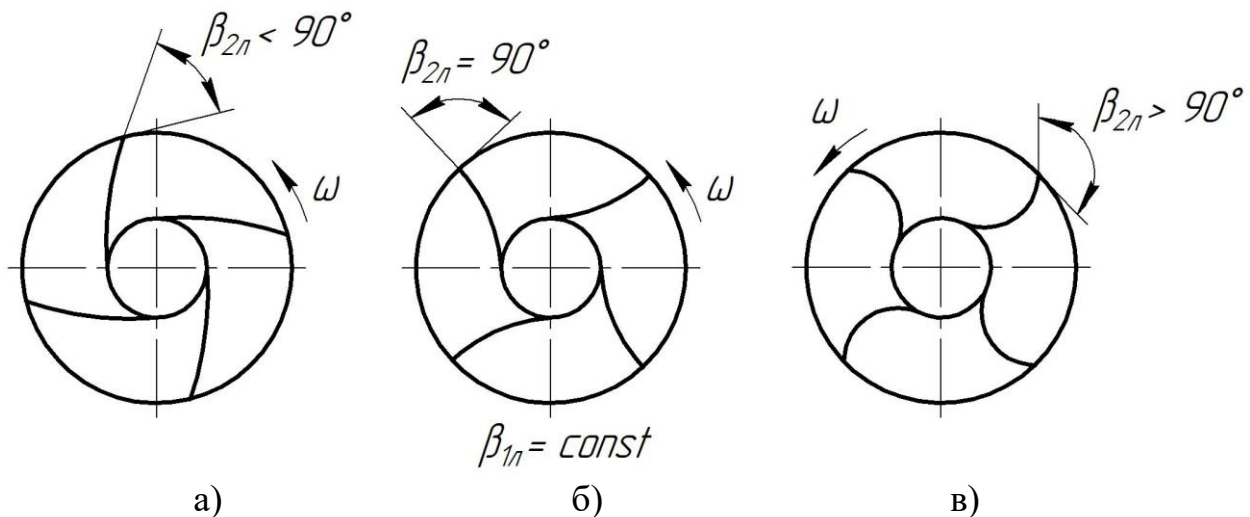


Рисунок 3.16 – Схеми робочих коліс із різними кутами лопатей на виході з робочого колеса

Розглянемо, які робочі колеса, що мають різні вихідні кути лопатей, більш задовольняють вимоги, які ставляться до насосів:

1. Виходячи з вимог одержання максимального гідравлічного ККД насоса:

а) доцільно мати більшу частку статичного напору, оскільки втрати, що супроводжують процес перетворення великих величин кінетичної енергії на енергію тиску у відповідних пристроях, значні. Тому доцільне $\beta_{2л} < 90^\circ$;

б) форма міжлопатевого каналу в площині обертання (рис. 3.17, на ньому показані форми каналу за виправленою осі) найбільш приваблива за малих кутів $\beta_{2л}$. За малих $\beta_{2л}$ менший кут конусності каналу, а отже, менша можливість відриву потоку і менша можливість появи зворотних течій.

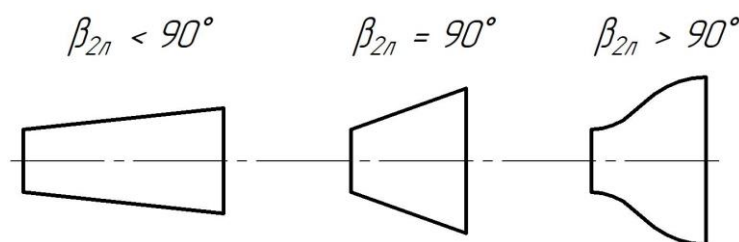


Рисунок 3.17 – Форма розгорнутого міжлопатевого каналу за різних $\beta_{2л}$

Але за зовсім малих кутів $\beta_{2л}$ канал може бути досить вузьким і довгим, що, також призведе до збільшення гідравлічних втрат.

Виходячи з найбільш привабливої гідравлічної форми міжлопатевого каналу в площині обертання, доцільно вибирати кут $\beta_{2л}$ у межах 20–40°.

2. Зі збільшенням теоретичного напору зростають втрати, пов'язані з витоками рідини з вихідної порожнини (великий тиск на виході з насоса). А це призводить до зменшення об'ємного ККД.

3. Абсолютна величина N_T^∞ за заданої колової швидкості незначна за малих кутів $\beta_{2л}$. Тому, щоб отримати великий напір від робочого колеса з лопатями малих кутів на виході, необхідно збільшувати колову швидкість обертання, що призводить до значних втрат на дискове тертя.

4. Виходячи з вимог одержання стабільної і в той самий час достатньо пологої напірної характеристики (залежності $H = f(Q)$), краще мати кути $\beta_{2л} = 20\text{--}40^\circ$.

5. Для отримання максимальної роботи з одиниці ваги більш доцільні великі кути $\beta_{2л}$ (великий напір за тієї самої колової швидкості). Але з точки зору мінімального навантаження силами прями лопаті за $\beta_{2л} = 90^\circ$ мають істотні переваги, оскільки не навантажені великими згинальними моментами від дії відцентрових сил. Тому колеса авіаційних відцентрових компресорів (дуже навантажені машини) виконують із радіальними лопатями.

Але враховуючи вищесформульовані вимоги до величини кута, найбільш оптимальна величина кута $\beta_{2л}$ для насосних систем – у межах 15–30°, у цьому разі коефіцієнт реактивності $\rho_T = 0,75$.

3.8 Урахування впливу скінченного числа лопатей на роботу лопатевого колеса

3.8.1 Кінематика потоку в міжлопатевому каналі за скінченного числа лопатей

Загальний ККД насоса достатньо легко визначити експериментальним способом:

$$\eta = \frac{N_K}{N} = \frac{\rho g Q H}{N}, \quad (3.28)$$

де корисну потужність N_K обчислюють за вимірними значеннями Q, H, ρ , а споживану потужність N безпосередньо вимірюють (точніше, вимірюють $M_{кр}$ і n).

З виразу $\eta = \eta_r \eta_{об} \eta_{мех}$ одержуємо

$$\eta_r = \frac{\eta}{\eta_{об} \eta_{мех}}. \quad (3.29)$$

Провівши спеціальні експерименти, можна визначити з певним наближенням $\eta_{об}$ та $\eta_{мех}$ і розрахувати η_r . Знаючи η_r , знаходять $N_T = N/\eta_r$.

Цей теоретичний напір завжди менший від напору, що визначають за формулою Ейлера, в якій прийнято, що напрямок відносних швидкостей збігається з напрямком профілю лопаті:

$$H_T < H_{T\infty}.$$

По суті $H_{T\infty}$ є розрахунковим теоретичним напором за основного допущення $Z = \infty$. Зазвичай $\frac{H_T}{H_{T\infty}} = 0,65-0,75$. Таким чином, різниця між H_T і $H_{T\infty}$ досить істотна.

Це явище пояснюється тим, що за скінченного числа лопатей рідина не може сприйняти, а робоче колесо передати енергію, більшу за H_T .

Щоб передати енергію колеса рідині, тиск на робочому (набіжному) боці лопаті повинен бути більшим, ніж на тильному. Лопать чинить нагнітальну дію на потік у коловому напрямку.

Момент, що передається робочим колесом рідині, зумовлює однаковий за величиною, але протилежно спрямований реактивний момент. Цей реактивний момент може існувати лише за умови різниці тисків з обох боків лопаті (нехтуємо моментом тертя). Тиск на робочому боці лопаті буде більшим. У цьому й полягає силова реактивна дія рідини на колесо.

Кінематична нерівномірність відносних швидкостей у міжлопатевому каналі пояснюється наявністю циркуляції навколо лопаті, як і навколо будь-якого обтічного профілю. На рисунку 3.18 наведені епюри відносних швидкостей у міжлопатевому каналі.

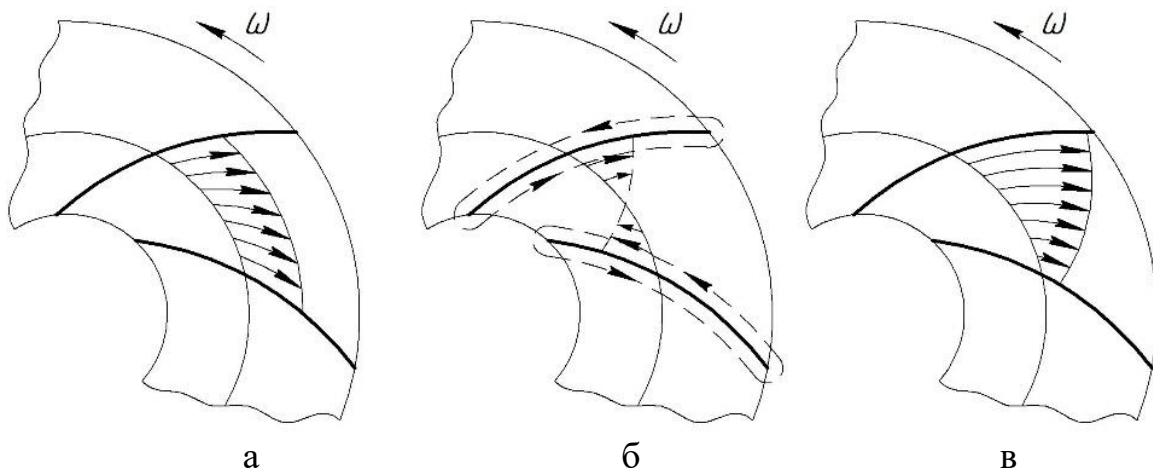


Рисунок 3.18 – Розподіл відносних швидкостей у міжлопатевому каналі

На ньому показані епюри швидкостей суто витратного руху (а) й циркуляційного руху навколо профілів лопатей (б). Сумарна еюра відносних швидкостей показана на рис 3.18 в. Циркуляційне обтікання лопатей зумовлює перекіс відносних швидкостей. Уздовж робочого боку лопаті відносні швидкості будуть меншими, а вздовж тильного – більшими. Розподіл тисків буде протилежним.

За малих витрат перекіс поля відносних швидкостей буде особливо великим. Це може сприяти зворотній течії на робочому боці лопаті, як це показано на рисунку 3.19.

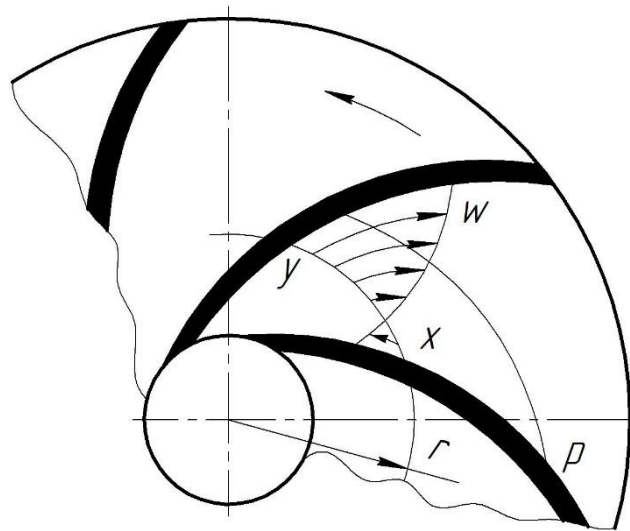


Рисунок 3.19 – Розподіл відносних швидкостей за витрат, менших від розрахункової

За скінченного числа лопатей течія рідини в робочому колесі характеризується наявністю осьового вихору в міжлопатевих каналах. Він зумовлює відхилення потоку рідини під час відносного руху від напрямку лопатей. Це відхилення відносних швидкостей та їх нерівномірність є причинами незбігу теоретичного напору, що передається рідині, та розрахункового напору, який обчислюють за рівнянням Ейлера, виходячи зі схеми нескінченного числа лопатей.

Зупинимося на походженні й природі осьового вихору. Осьовий вихор виникає за будь-якого обертального руху рідини. Розглянемо рух циліндра, заповненого ідеальною рідиною, навколо осі O з постійною кутовою швидкістю ω (рис. 3.20). Точка a належить ємності, точка b – рідині.

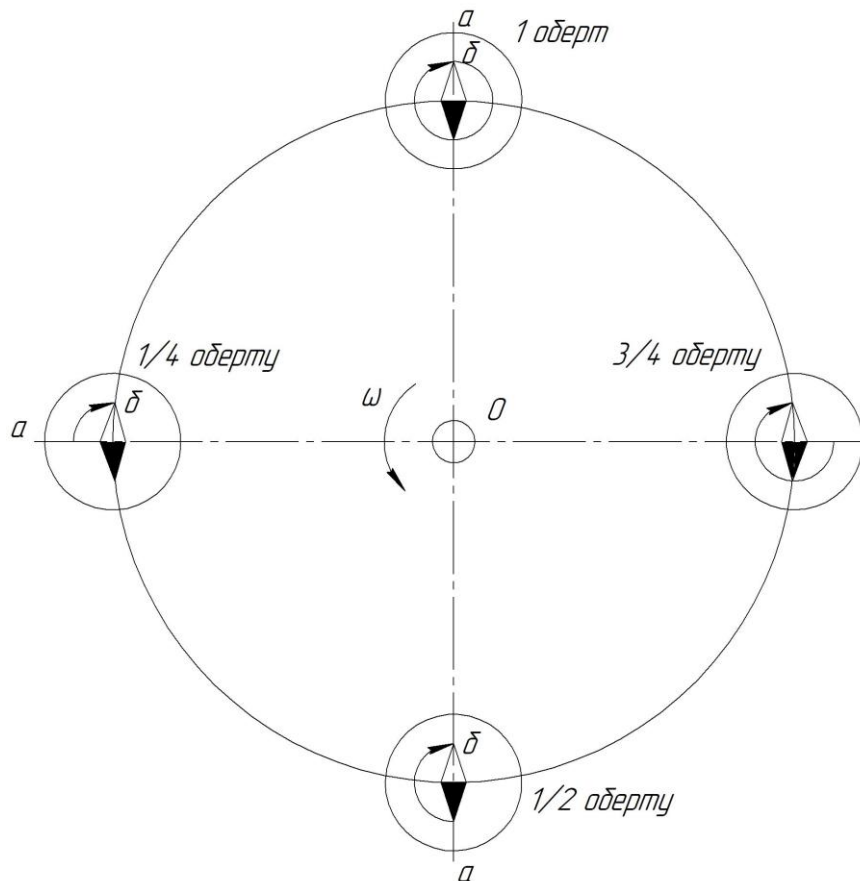


Рисунок 3.20 – Коловорот переносного руху в круглій ємності

Під час обертання ємності з нев'язкою рідиною рідина внаслідок інерції, як і скріплена з нею стрілка, залишається весь час в одному положенні. Проте рідина буде обертатися відносно стінок циліндра з тією самою кутовою швидкістю ω , але протилежно обертанню циліндра відносно осі. Дійсно, за один оберт циліндра рідина в циліндрі також повертається на один оберт. Розглянемо рух рідини в каналі колеса, закритого з боків входу та виходу (рис. 3.21). Під час обертання колеса рідина між лопатями також починає рухатися відносно лопатей, тобто в каналі має місце коловий обертальний рух рідини, який у подальшому будемо називати коловоротом.

Якщо на відносний витратний рух з урахуванням обтікання лопатей, що має місце в каналі колеса, накласти міжлопатевий коловорот (осьовий вихор), то одержимо картину руху рідини в каналі відцентрового насоса.

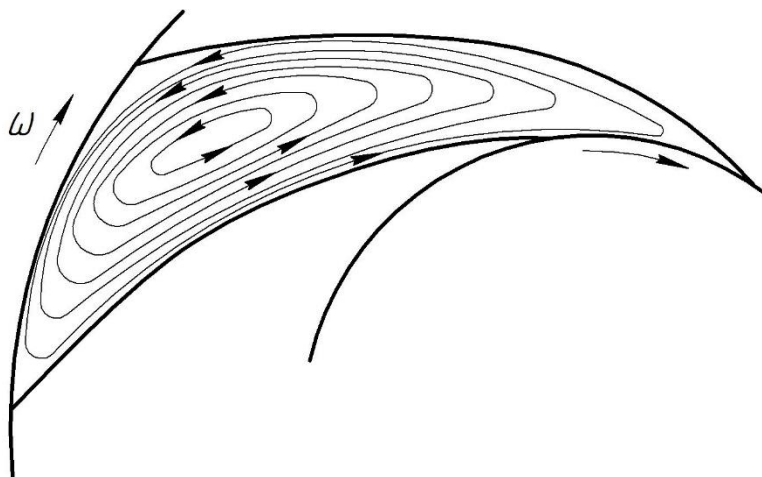


Рисунок 3.21 – Коловорот у закритому міжлопатевому каналі

На рисунку 3.22 показані приблизні лінії течії під час відносного руху. Густина ліній течії менша біля робочого (набіжного) боку лопаті. Потік відхилений на виході в бік, протилежний обертанню. Пунктирною лінією показані коловорот і циркуляція навколо лопаті. Приблизну картину ліній течії відносного руху в міжлопатевому каналі за особливо малих витрат показано на рисунку 3.23.

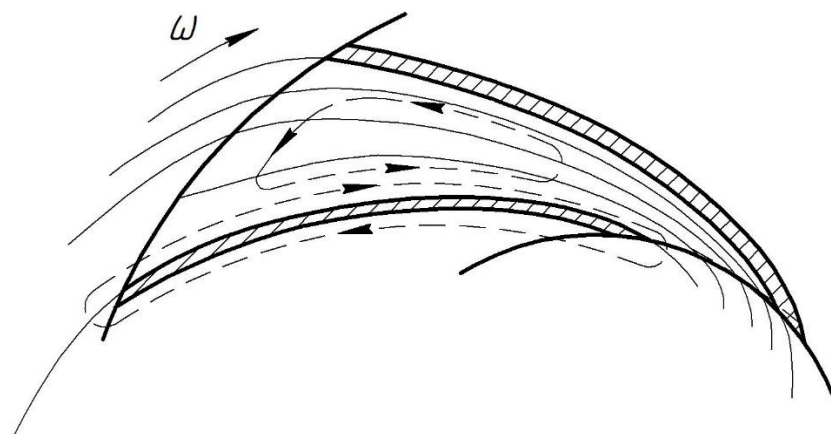


Рисунок 3.22 – Лінії течії в міжлопатевому каналі

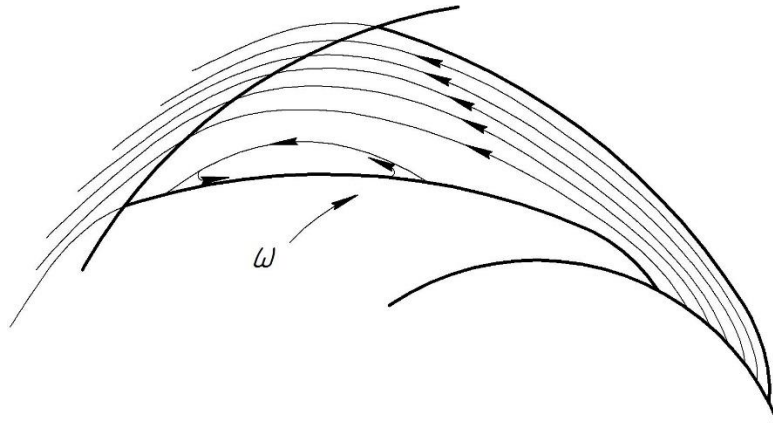


Рисунок 3.23 – Лінії течії рідини в міжлопатевому каналі за витрати, меншої від розрахункової

Напрямок відносних швидкостей буде відрізнятися від напрямку швидкостей, взятих за струминною теорією. Умовний трикутник швидкостей після входу струминки рідини в міжлопатевий канал з урахуванням міжлопатєвого коловороту для нескінченно тонкої лопаті показаний на рисунку 3.24.

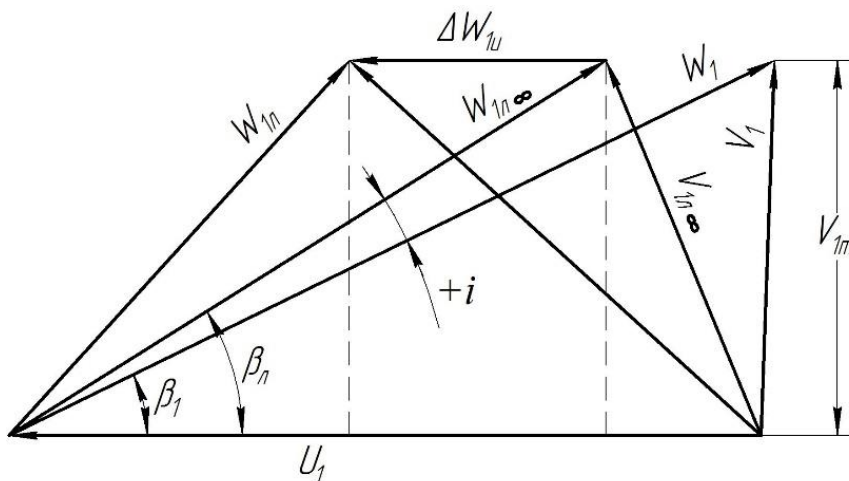


Рисунок 3.24 – Трикутники швидкостей на вході в міжлопатєвий канал з урахуванням відхилення потоку від напрямку лопатей

Трикутник швидкостей на виході з колеса з урахуванням коловороту також змінює свій вигляд (рис. 3.25).

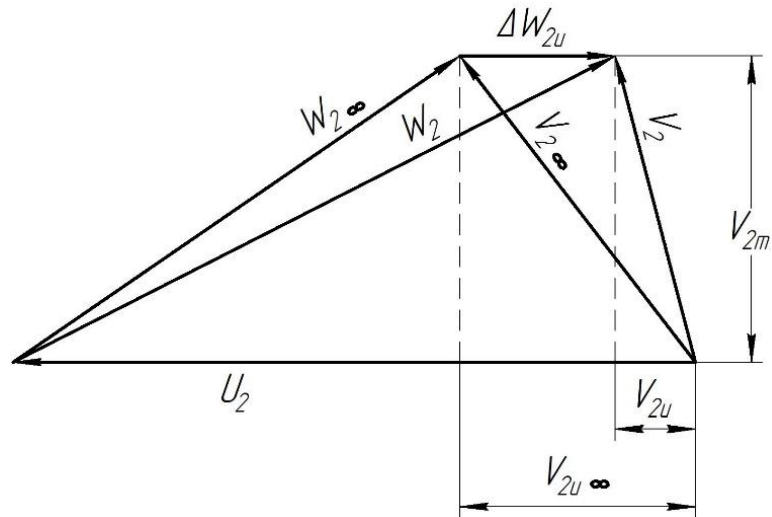


Рисунок 3.25 – Трикутники швидкостей на виході з міжлопатевого каналу з урахуванням відхилення потоку

Колові складові швидкості коловороту ΔW_{1U} і ΔW_{2U} будуть відхиляти потік на вході в бік обертання, на виході – в протилежний бік. Як впливає з трикутника швидкостей (рис. 3.25), побудованого для осередненої швидкості на виході з урахуванням відхилення потоку, колова складова абсолютної швидкості, що визначає напір, зменшиться.

За $V_{2U} < V_{2U\infty}$ теоретичний напір $H_T = \frac{U_2 V_{2U}}{g}$ (візьмемо $V_{1U} = 0$), а $H_{T\infty}$ визначимо за формулою $H_{T\infty} = \frac{U_2 V_{2U\infty}}{g}$. Очевидно, що $H_T < H_{T\infty}$. Це потрібно розуміти таким чином: колесо передає рідині енергію, меншу ніж впливає з рівняння Ейлера в разі припущення збігу напрямку відносних швидкостей із напрямком лопаті (схема $Z = \infty$). Таким чином, напір $H_{T\infty}$, що визначається рівнянням Ейлера, виходячи зі схеми $Z = \infty$, є розрахунковим напором, який не реалізується на практиці. Це не означає, що рівняння Ейлера несправедливе. Невідповідною є схема розрахунку $Z = \infty$.

Ми виходимо з цієї схеми, тому що вона найбільш просто, в першому наближенні, дозволяє оцінити кінематику потоку, напірність робочого колеса тощо. Якщо б можна було відразу знати дійсний напрямок і величину осередненої швидкості, то можна було б не вираховувати $H_{T\infty}$, а відразу визначати H_T за рівнянням Ейлера.

Вплив швидкості коловороту на величину V_{1U} не повинен враховуватися під час розрахунку напору, оскільки коловорот виник унаслідок дії робочого колеса, а за рівнянням Ейлера зменшувати напір буде колова складова швидкості, що була в потоці до дії робочого колеса.

Відхилення потоку на виході з колеса не є єдиною причиною незбігу H_T і $H_{T\infty}$.

Нерівномірний розподіл відносних швидкостей по перерізу каналу також зумовлює зниження напору, що передається рідині колесом.

На рисунку 3.26 показаний трикутник швидкостей на виході для різних струминок. Швидкість W_{2y} відповідає задньому боку, а швидкість W_{2x} – передньому (набіжному) боку лопаті. Чим більша відносна швидкість за того самого кута виходу, тим менша V_{2U} . А оскільки більшим W_2 відповідають більші V_{2m} (що визначають витрату), то звідси випливає, що більша частина рідини протікає з більшими відносними швидкостями (рис. 3.27). Це призводить до зниження V_{2U} і в кінцевому підсумку – до зниження напору порівняно з напором, що визначають за середньою швидкістю (осередненою за витратою).

Таким чином, зменшення напору навіть у разі ідеальної рідини за скінченного числа лопатей зумовлене не лише відхиленням потоку, а й нерівномірним розподілом відносних швидкостей у міжлопатевому каналі.

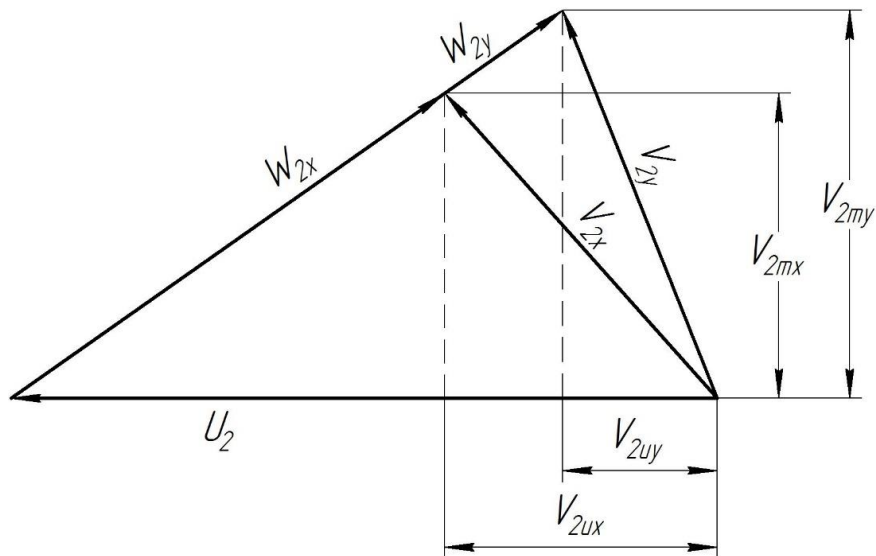


Рисунок 3.26 – Трикутники швидкостей на виході з колеса для струминок, що течуть біля передньої і задньої стінок лопатей

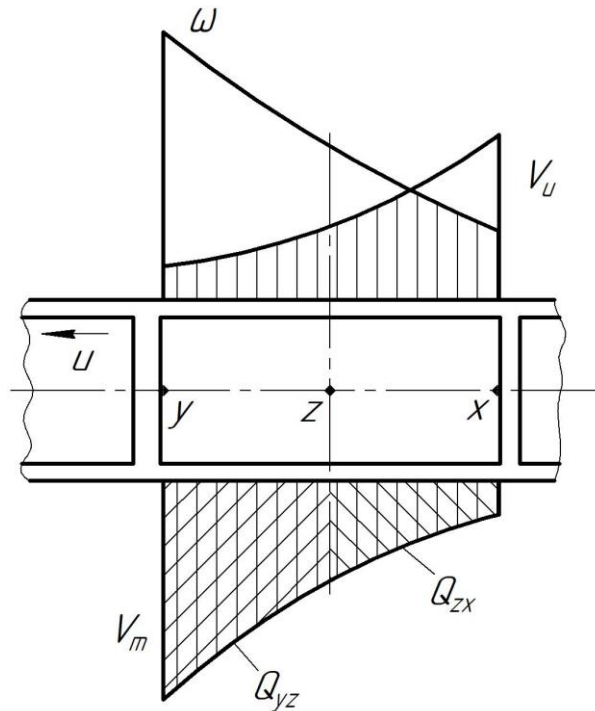


Рисунок 3.27 – Розподіл V_m і V_U за шириною міжлопатевого каналу

Деяка частка нерівномірностей відносних швидкостей, а отже, і зміна теоретичного напору можуть бути зумовлені нерівномірністю абсолютних швидкостей ще до потрапляння рідини на лопаті, наприклад, за рахунок повороту перед входом на лопаті, особливо для великих швидкостей і малих радіусів повороту.

Таким чином, теоретичний напір для ідеальної рідини знижується внаслідок двох причин:

- 1) відхилення потоку в бік, протилежний обертанню;
- 2) нерівномірності розподілу відносних швидкостей, за якої потік із неробочого боку лопатей протікає з більшими відносними швидкостями.

Відмінність H_T і $H_{T\infty}$ має місце не внаслідок втрат, а у зв'язку з обмеженою можливістю колеса щодо створення напору за скінченного числа лопатей.

Величина сил в'язкості (тертя) і вплив скінченного числа лопатей на напір взаємозв'язані. За рахунок тертя рух коловороту зменшується, і біля стінки відносна швидкість може мати напрямок, близький до напрямку лопатей. Отже, за рахунок тертя біля стінок зменшується відхилення потоку в бік, протилежний обертанню. Поряд із цим можливий відрив потоку від поверхні лопаті з неробочого боку призводить до зменшення перерізу потоку, збільшення відносної швидкості і, як наслідок (рис. 3.27), зменшення колової складової V_{2U} , тобто зменшення напору.

3.8.2 Метод К. Пфлейдерера

Кількісне оцінювання впливу скінченного числа лопатей на теоретичний напір досить складне. Найбільшого поширення набула формула, запропонована К. Пфлейдерером.

За Пфлейдерером

$$\frac{H_T}{H_{T\infty}} = \frac{1}{1+n_L}, \quad (3.30)$$

де n_L – коефіцієнт, що враховує скінченне число лопатей,

$$n_L = \Psi \frac{r_2^2}{zS}, \quad (3.31)$$

де Ψ – дослідний коефіцієнт, що враховує вплив в'язкості;

r_2 – радіус зовнішнього діаметра колеса;

z – число лопатей колеса;

S – статичний момент середньої лінії відносно осі обертання (рис. 3.28),

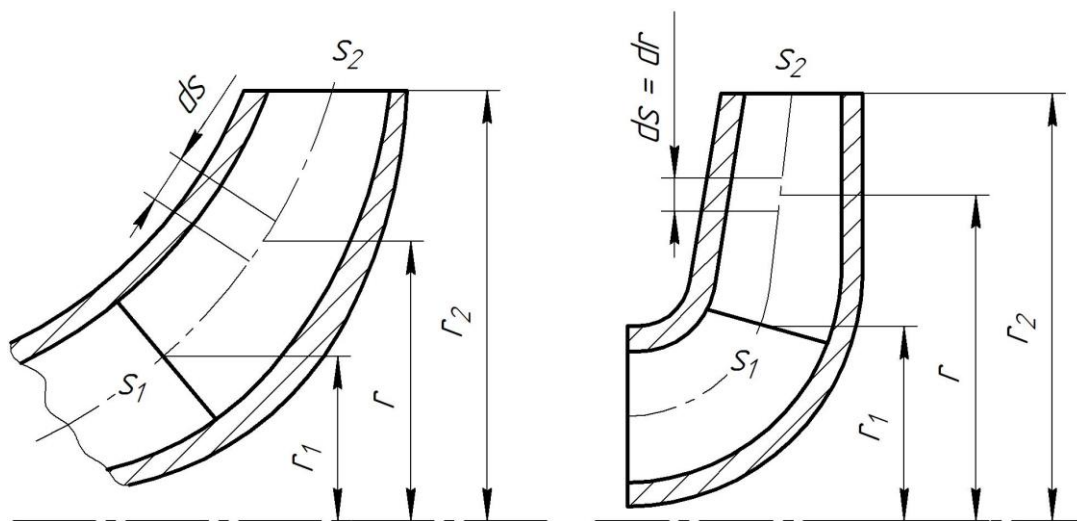


Рисунок 3.28 – До визначення статичного моменту середньої лінії меридіанного перерізу

$$S = \int_{r_1}^{r_2} r dS. \quad (3.32)$$

Для коліс, у яких середня лінія меридіанного перерізу перпендикулярна або майже перпендикулярна до осі, тобто коли можна dS замінити dz , S обчислюють так:

$$S = \int_{r_1}^{r_2} r dr = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}. \quad (3.33)$$

Підставляючи (3.33) у формулу (3.31), одержуємо

$$n_{л} = 2 \frac{\Psi}{z} \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

або

$$n_{л} = 2 \frac{\Psi}{z} \frac{1}{1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}}. \quad (3.34)$$

Для Ψ наводиться формула, одержана дослідним шляхом

$$\Psi = 0,55 - 0,68 + 0,6 \sin \beta_{2л}. \quad (3.35)$$

Як приклад підрахуємо $n_{л}$ для колеса насоса, що має такі параметри:

$$z = 8, \quad \frac{r_1}{r_2} = 0,5, \quad \beta_{2л} = 30^\circ.$$

Водночас $\Psi = 0,6 + 0,6 \sin 30^\circ = 0,9$,

$$n_{л} = 2 \frac{0,9}{8} \frac{1}{1 - 0,5^2} = 0,3.$$

3.8.3 Метод Стодоли – Майзеля

У цьому методі також вважається, що відносний потік у міжлопатевому каналі складається з потоку протікання I і потоку коловороту II (відносного вихору) (рис. 3.29 а).

У результаті наявності потоку II, спрямованого проти обертання робочого колеса, на вході і виході міжлопатевого каналу виникають додаткові швидкості ΔW_1 і ΔW_2 . Водночас змінюється трикутник швидкостей (рис. 3.29 б) порівняно з трикутником швидкостей для $z = \infty$; зменшується кут β_2 потоку на виході з робочого колеса.

Для розрахунку ΔW_2 будують криволінійний трикутник, катети якого нормальні до лінії течії відносного вихору. Майзель установив, що нормалі до лінії течії в точках А і С є бісектрисами кутів.

За теоремою Стокса циркуляція швидкості по замкненому контуру дорівнює потоку вихорів через цю область:

$$\Gamma = 2\omega \cdot F = t_2 \Delta W_2, \quad (3.36)$$

де F – площа розглядуваного контуру (рис. 3.29 в);

$$t_2 \text{ – крок лопатей на виході: } t_2 = \frac{2\pi r_2}{z}.$$

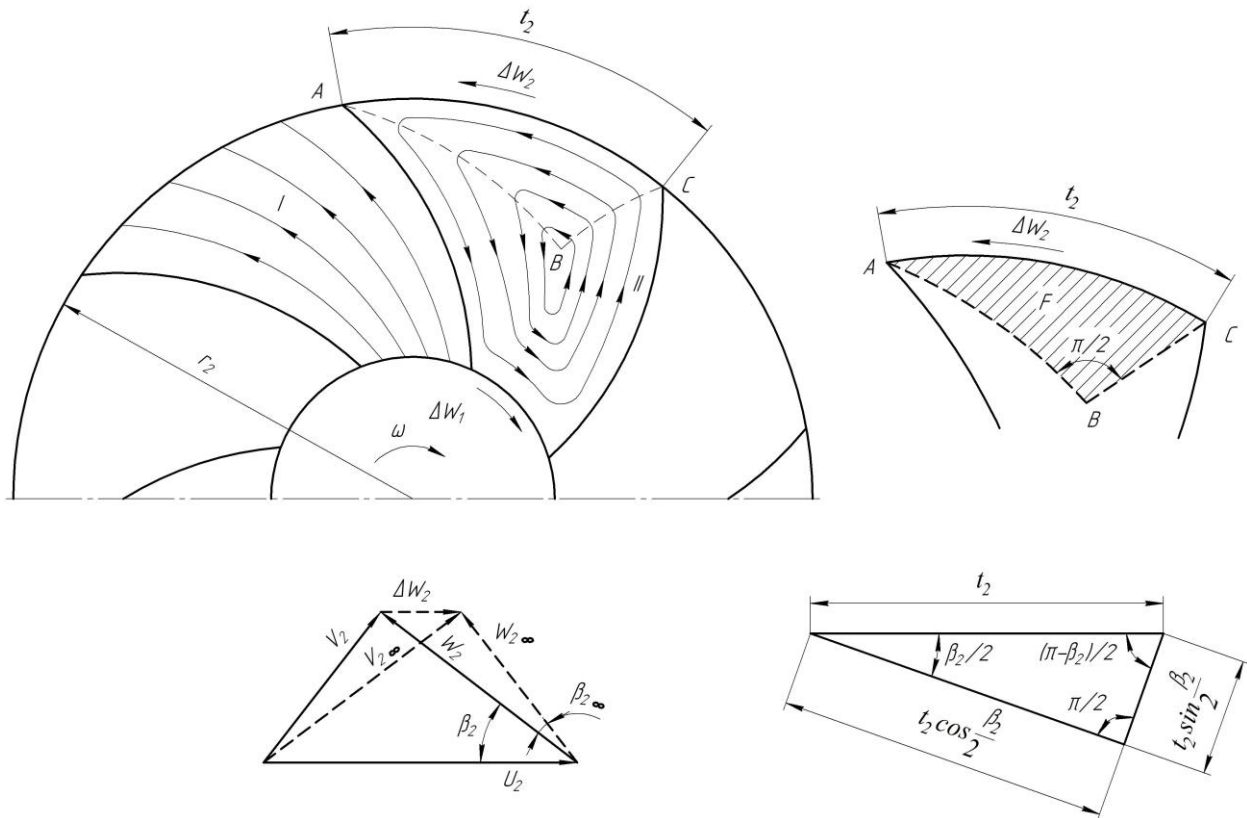


Рисунок 3.29 – Схема для визначення поправки на скінченне число лопатей

На двох інших сторонах трикутника, нормальних до лінії течії, проекція швидкості дорівнює нулю:

$$F = \frac{1}{2} t_2^2 \cos \frac{\beta_2}{2} \sin \frac{\beta_2}{2}. \quad (3.37)$$

Врахуємо, що $2 \cos \frac{\beta_2}{2} \sin \frac{\beta_2}{2} = \sin \beta_2$,

тоді $F = \frac{t_2^2 \sin \beta_2}{4}$,

$$\Delta W_2 = \frac{2\omega F}{t_2} = \frac{\omega}{2} t_2^2 \sin \beta_2 = \frac{\omega}{2} \cdot \frac{2\pi r_2}{z} \sin \beta_2 = U_2 \frac{\pi}{z} \sin \beta_2.$$

З трикутника швидкостей

$$V_{2U} = V_{2U\infty} - \Delta W_2 = V_{2U\infty} \left(1 - \frac{U_2}{V_{2U\infty}} \cdot \frac{\pi}{z} \sin \beta_2 \right).$$

Використовуючи рівняння Ейлера, одержуємо

$$\mu = \frac{H_T}{H_{T\infty}} = \frac{V_{2U}}{V_{2U\infty}} = 1 - \frac{U_2}{V_{2U\infty}} \cdot \frac{\pi}{z} \sin \beta_2. \quad (3.38)$$

Поправка μ , що визначається таким чином, добре погоджується з практикою.

Контрольні питання до розділу 3

- 1 Які допущення покладені в основу елементарної теорії лопатевих насосів?
- 2 Наведіть схему розподілу відносних швидкостей у каналі лопатевого насоса.
- 3 У чому полягає фізичний зміст коефіцієнта стиснення перерізу на вході і виході лопатевого колеса?
- 4 Яким чином визначають крок лопатей?
- 5 Яким чином визначають кути β_1 і β_2 ?
- 6 Як визначають момент швидкості потоку рідини на вході і виході лопатевого колеса?
- 7 Який фізичний зміст має коефіцієнт реактивності?
- 8 Який взаємозв'язок між коефіцієнтом реактивності і кутом β_2 ?
- 9 Як впливає коефіцієнт реактивності робочого колеса на величину напору?
- 10 Як впливає міжлопатевий коловорот (осьовий вихор) на трикутники швидкостей на вході і виході міжлопатєвого каналу?
- 11 Назвіть причини зниження теоретичного напору ідеальної рідини в лопатєвому колесі.
- 12 Як пов'язані теоретичні напори H_T і $H_{T\infty}$?
- 13 Зазначте особливості визначення поправки на скінченне число лопатей за методами К. Пфлейдерера і Стодоли – Майзеля.

Розділ 4

Характеристики насосів

Теоретичні характеристики насосів. Вплив геометричних розмірів робочого колеса на характеристику насоса. Залежність теоретичної гідравлічної потужності насоса від подачі. Дійсні напірні характеристики насоса. Дійсна характеристика потужності насоса.

4.1 Теоретичні характеристики насосів

Характеристика насоса – це залежність напору, потужності і ККД насоса від подачі за сталих значень обертів, густини і в'язкості.

Розглянемо залежність теоретичного напору від подачі, яка може бути названа теоретичною напірною характеристикою насоса. Теоретичний напір за нескінченного числа лопатей визначається рівнянням Ейлера в припущенні $V_{OU} = 0$:

$$H_{T\infty} = \frac{U_2 V_{2U\infty}}{g}.$$

З трикутника швидкостей oab (рис. 4.1) випливає, що

$$V_{2U\infty} = U_2 - \frac{V_{2m}}{\operatorname{tg}\beta_{2л}}. \quad (4.1)$$

Підставивши (4.1) у формулу для $H_{T\infty}$, одержимо

$$H_{T\infty} = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2 V_{2m}}{g \operatorname{tg}\beta_{2л}}. \quad (4.2)$$

Використовуючи співвідношення

$$V_{2m} = \frac{Q' k_2}{\pi D_2 b_2},$$

одержимо

$$H_{T\infty} = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2 k_2 Q'}{\pi D_2 b_2 g \operatorname{tg}\beta_{2л}}. \quad (4.3)$$

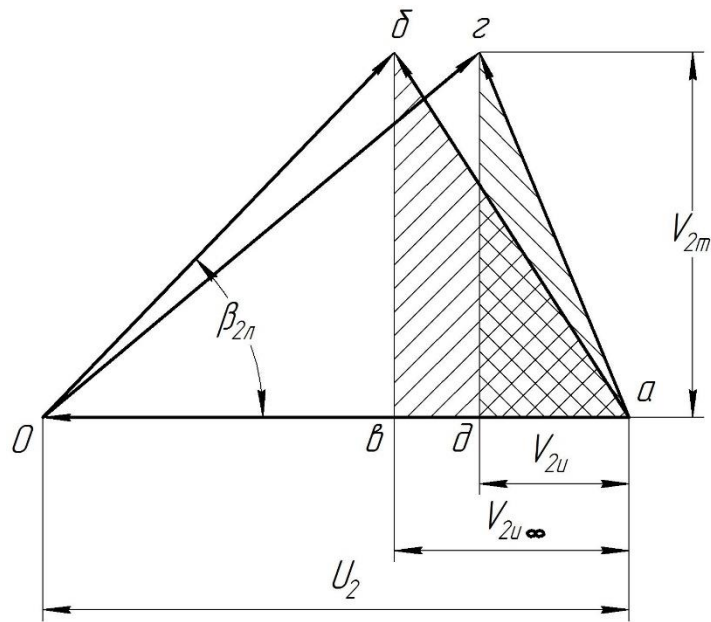


Рисунок 4.1 – Трикутники швидкостей на виході з колеса

Дослідимо формулу (4.3). Для цього насоса за сталого числа обертів ($U_2 = \text{const}$) з рівняння (4.3) виводиться рівняння прямої в координатах $H_{T\infty} = f(Q')$. Беручи, що $Q' = 0$, знайдемо теоретичний напір за нескінченно великого числа лопатей для нульової подачі:

$$H_{T\infty} = \frac{U_2^2}{g}.$$

За $\text{tg}\beta_{2л} > 0$, що відповідає $\beta_{2л} < 90^\circ$, $H_{T\infty}$ може також дорівнювати нулю. Припускаючи у формулі (4.3) $H_{T\infty} = 0$, знайдемо відповідну подачу:

$$\frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2 k_2}{\pi D_2 b_2 g \text{tg}\beta_{2л}} Q' = 0,$$

$$Q' = \frac{\pi D_2 b_2 U_2 \text{tg}\beta_{2л}}{k_2}. \quad (4.4)$$

Трикутник швидкостей для цього випадку показаний на рисунку 4.2 $V_{2m} = U_2 \text{tg}\beta_{2л}$. Водночас $V_{2u\infty} = 0$ і напір дорівнює нулю.

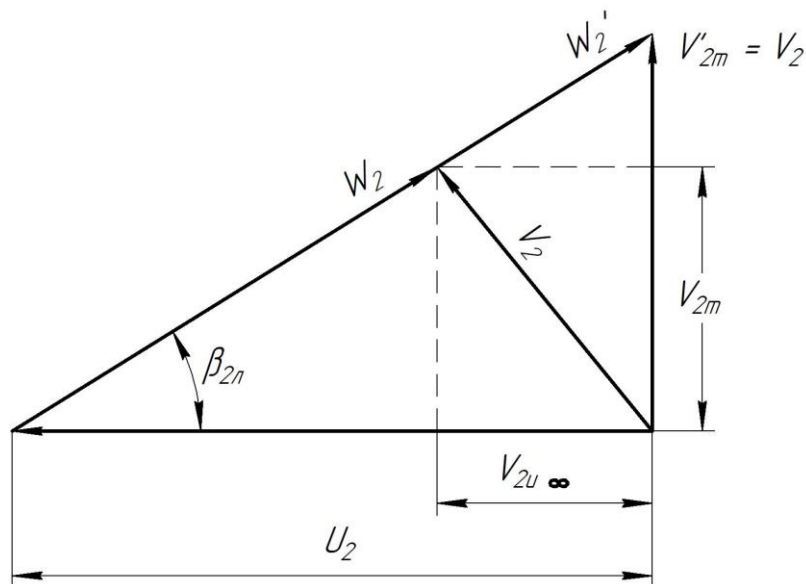


Рисунок 4.2 – Трикутник швидкостей на виході з колеса для випадку $V_{2u\infty} = 0$

Отже, для лопатей, загнутих проти обертання ($\beta_{2л} < 90^\circ$), залежність теоретичного напору за нескінченно великого числа лопатей від подачі зображується в координатах $H_{T\infty} = f(Q')$ прямою лінією, що відтинає на осі ординат відрізок $\frac{U_2^2}{g}$, а на осі абсцис $-\frac{U_2 \pi D_2 b_2}{k_2} \operatorname{tg} \beta_{2л}$ (рис. 4.3).

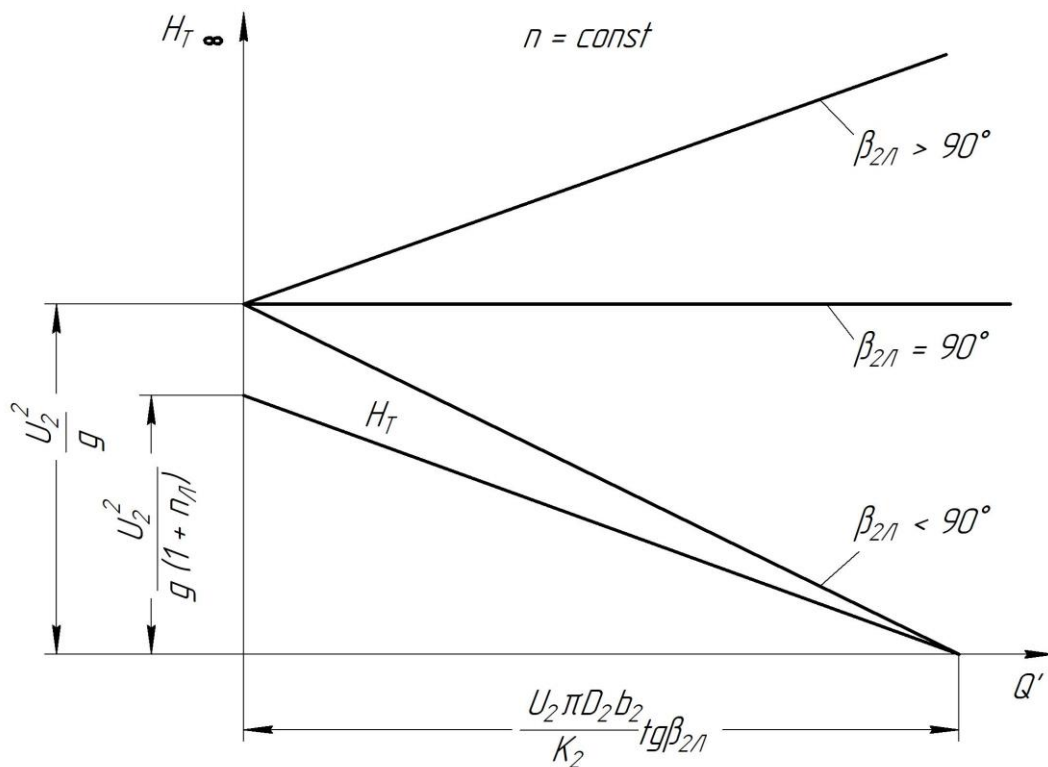


Рисунок 4.3 – Теоретичні напірні характеристики насоса за різних кутів виходу

За радіальних на виході з колеса лопатях $tg\beta_{2л} = \infty$ з формули (4.3) впливає

$$H_{T\infty} = \frac{U_2^2}{g} = const.$$

Водночас напір $H_{T\infty}$ не залежить від подачі і зображується прямою лінією, паралельною осі абсцис (рис. 4.3).

Трикутник швидкостей на виході з колеса для $\beta_{2л} = 90^\circ$ наведений на рисунку 4.4. Для $\beta_{2л} > 90^\circ$ ($tg\beta_{2л} < 0$) напір $H_{T\infty} = f(Q')$ зображується також прямою лінією. $H_{T\infty}$ зростає в міру збільшення подачі (див. рис. 4.3 і 4.5, на яких зображений трикутник швидкостей для $\beta_{2л} > 90^\circ$).

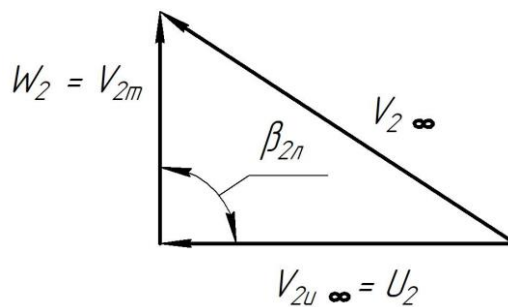


Рисунок 4.4 – Трикутник швидкостей на виході для колеса з $\beta_{2л} = 90^\circ$

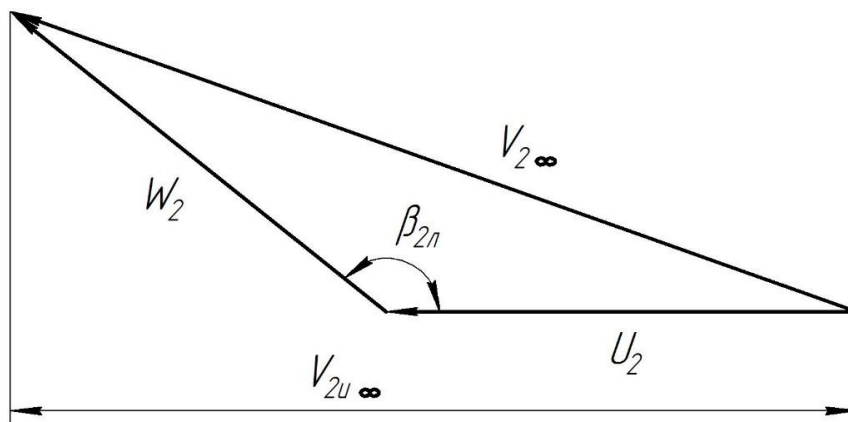


Рисунок 4.5 – Трикутник швидкостей на виході з колеса за $\beta_{2л} > 90^\circ$

У подальшому будемо розглядати лише характеристику насоса, що має кути лопатей на виході з колеса менші ніж 90° , як найбільш типові для насосів.

Залежність теоретичного напору H_T для кінцевого числа лопатей від подачі має такий самий характер що й $H_{T\infty} = f(Q')$:

$$H_T = \frac{H_{T\infty}}{1+n_l}$$

Експериментальні дослідження показують, що зі збільшенням витрати коефіцієнт n_l збільшується, тобто H_T швидше зменшується зі збільшенням

подачі, ніж $H_{T\infty}$. Графічно це означає, що прямі $H_T = f(Q')$ і $H_{T\infty} = f(Q')$ перетинаються нижче від осі абсцис (рис. 4.6).

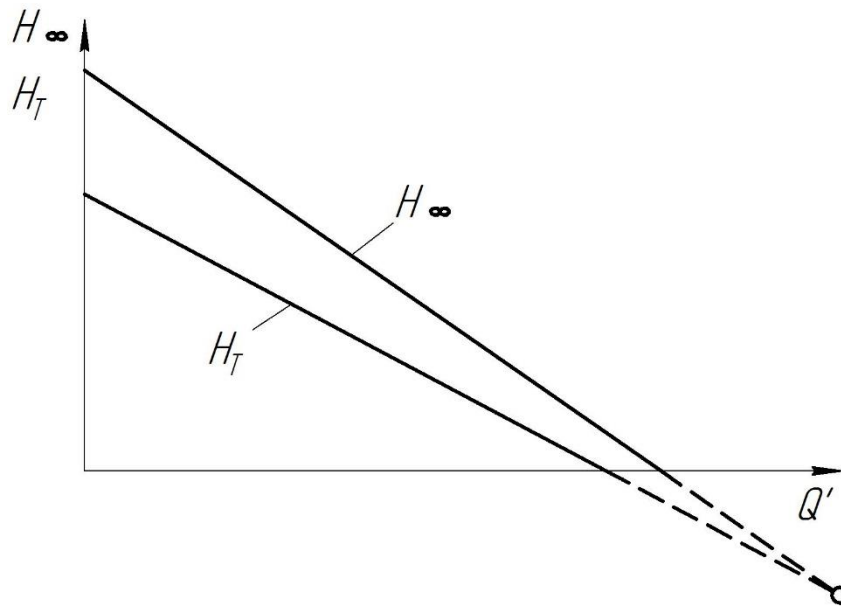


Рисунок 4.6 – Залежність теоретичних напорів від подачі

Фізично це можна пояснити частково тим, що за збільшення подачі меридіональна швидкість течії рідини збільшується і за заданої колової швидкості може мати місце проковзування частинок – вони будуть виходити з міжлопатевого каналу, не отримавши закручування.

Вважаємо в першому наближенні коефіцієнт n_d , який враховує вплив кінцевого числа лопатей, незалежним від подачі. У цьому разі H_T зображується прямою лінією, ординати якої зменшуються в $(1 + n_d)$ разів порівняно з $H_{T\infty}$ (див. рис. 4.3).

Зміна числа обертів n призводить до зміни нахилу кривої $H_T = f(Q')$. Крутість кривої збільшується у міру збільшення обертів, оскільки відрізок, що відтинається лінією $H_T = f(Q')$ на осі ординат, пропорційний n^2 , а на осі абсцис – n .

4.2 Вплив геометричних розмірів колеса на характеристику насоса

Розглянемо залежність теоретичної напірної характеристики насоса від геометричних розмірів колеса. Відповідно до теоретичної буде змінюватися й дійсна напірна характеристика. Зміна зовнішнього діаметра колеса D_2 призводить до паралельного переміщення лінії $H_{T\infty} = f(Q')$, оскільки відрізки, що відтинаються на осі ординат і на осі абсцис пропорційні D_2^2 (рис. 4.7).

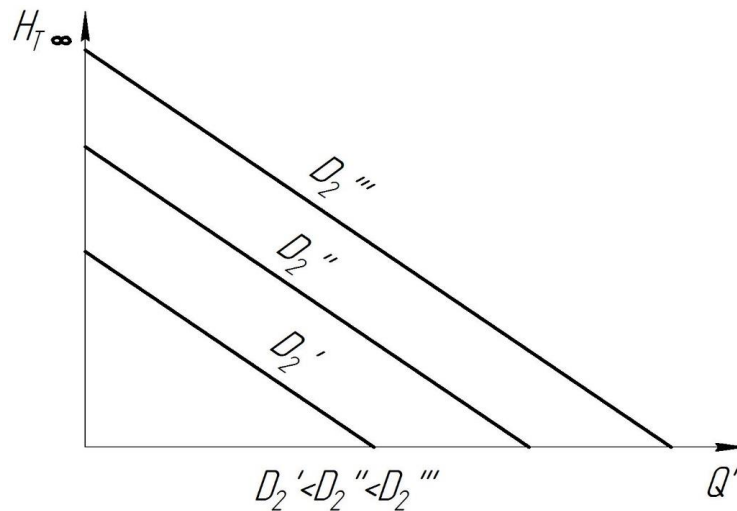


Рисунок 4.7 – Вплив зовнішнього діаметра колеса на теоретичну напірну характеристику насоса

Збільшення ширини колеса b_2 приводить до більш пологої напірної характеристики (рис. 4.8). Ордината $H_{T\infty}$ за $Q' = 0$ не залежить від b_2 , а відрізок, що відтинається лінією $H_{T\infty} = f(Q')$ на осі абсцис, збільшується пропорційно b_2 .

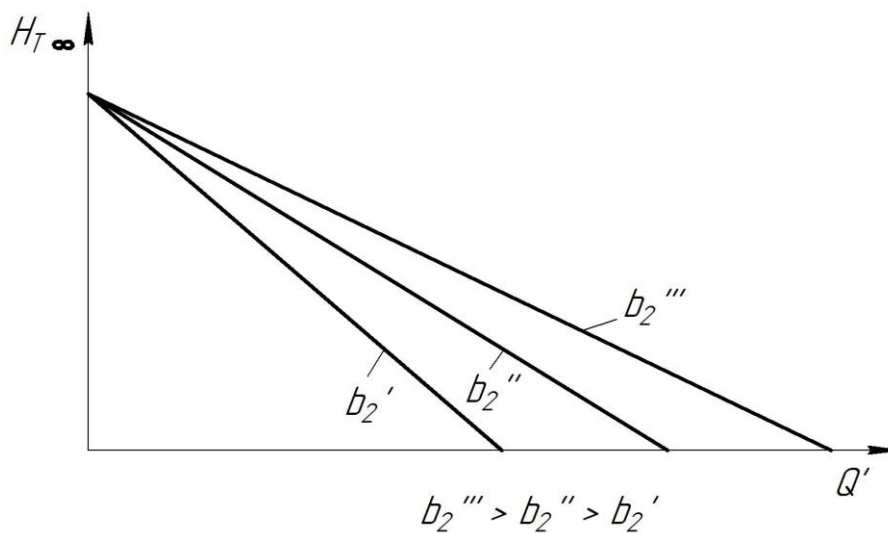


Рисунок 4.8 – Вплив ширини колеса на теоретичну напірну характеристику насоса

4.3 Залежність теоретичної гідравлічної потужності насоса від подачі

Теоретична гідравлічна потужність насоса $N_{T\infty}$ визначається теоретичним напором $H_{T\infty}$ і витратою Q' через колесо:

$$N_{T\infty} = \rho g Q' H_{T\infty}.$$

Залежність гідравлічної потужності насоса від подачі для різних $\beta_{2л}$ за $n = \text{const}$ показана на рисунку 4.9.

За $Q' = 0$, $N_{Г\infty} = 0$, якщо $\beta_{2л} < 90^\circ$, то $N_{Г\infty}$ проходить через нуль там, де $N_{Г} = 0$, тобто за

$$Q' = \frac{\pi D_2 b_2 U_2 \text{tg} \beta_{2л}}{k_2} = F_{2m} U_2 \text{tg} \beta_{2л}.$$

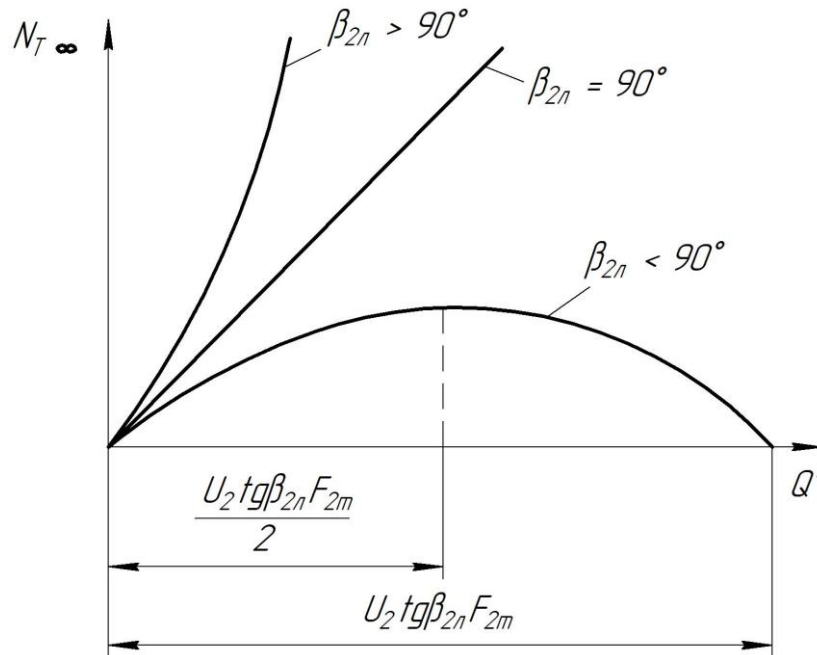


Рисунок 4.9 – Залежність теоретичної гідравлічної потужності від витрати через колесо за різних $\beta_{2л}$

Якщо $\beta_{2л} = 90^\circ$, то $N_{Г\infty}$ зростає пропорційно Q' , оскільки $N_{Г\infty} = \text{const}$.

Якщо $\beta_{2л} > 90^\circ$, то $N_{Г\infty}$ швидко зростає зі збільшенням Q' . Для підбору двигуна до насоса зручно мати невелику зміну потужності за подачею, оскільки двигун вибирають за потужністю, яка відповідає максимальній подачі. На менших за подачею режимах двигун буде недовантаженим. Таким чином, насоси із загнутими назад лопатями ($\beta_{2л} < 90^\circ$) мають переваги перед насосами з радіальними або загнутими вперед лопатями.

Формула гідравлічної потужності насоса в розгорнутому вигляді може бути записана так:

$$N_{Г} = \rho F_{2m} U_2 V_{2m} V_{2U}.$$

Оскільки $Q' = F_{2m} V_{2m}$, де F_{2m} – площа прохідного перерізу на виході з насоса, то $F_{2m} = \pi D_2 b_2$, а $N_{Г} = \frac{V_{2U} U_2}{g}$.

Цікаво зазначити, що за заданої U_2 гідравлічна потужність пропорційна площі $agд$ вихідного трикутника швидкостей (див. рис. 4.1). Ця площа

визначається добутком $V_{2m}V_{2U}$. Теоретична гідравлічна потужність за нескінченно великого числа лопатей відповідно визначається площею abv вихідного трикутника швидкостей, тобто добутком $V_{2m}V_{2U\infty}$.

Визначимо режим, за якого теоретична потужність насоса ($z = \infty$) з лопатями, загнутими назад, буде максимальною. На цьому режимі колесо передає максимально можливу енергію рідині для даного насоса за заданого числа обертів:

$$N_{\Gamma\infty} = \rho F_{2m} U_2 V_{2m} V_{2U\infty}. \quad (4.5)$$

З трикутника швидкостей (див. рис. 4.1) випливає

$$V_{2U\infty} = \left(U_2 - \frac{V_{2m}}{\operatorname{tg}\beta_{2л}} \right).$$

Отже,

$$N_{\Gamma\infty} = \rho F_{2m} U_2 V_{2m} \left(U_2 - \frac{V_{2m}}{\operatorname{tg}\beta_{2л}} \right) = \rho F_{2m} U_2 \left(V_{2m} - \frac{V_{2m}^2}{U_2 \operatorname{tg}\beta_{2л}} \right).$$

Візьмемо похідну потужності за V_{2m} :

$$\frac{dN_{\Gamma\infty}}{dV_{2m}} = \rho F_{2m} U_2^2 \left(1 - \frac{2V_{2m}}{U_2 \operatorname{tg}\beta_{2л}} \right).$$

Для знаходження $V_{2m \text{ опт}}$, тобто V_{2m} , що відповідає максимуму $N_{\Gamma\infty}$, прирівняємо $\frac{dN_{\Gamma\infty}}{dV_{2m}}$ до нуля.

Одержуємо

$$1 - \frac{2V_{2m}}{U_2 \operatorname{tg}\beta_{2л}} = 0, \quad V_{2m \text{ опт}} = \frac{U_2 \operatorname{tg}\beta_{2л}}{2}.$$

За трикутником швидкостей $V_{2m \text{ опт}}$ визначаємо половиною катета прямокутного трикутника, що має другий катет U_2 ; $V_{2U\infty}$, що відповідає $V_{2U \text{ опт}}$, буде дорівнювати

$$V_{2U\infty \text{ опт}} = U_2 - \frac{U_2 \operatorname{tg}\beta_{2л}}{2 \operatorname{tg}\beta_{2л}} = \frac{U_2}{2},$$

тоді

$$H_{T\infty} = \frac{U_2^2}{2g}.$$

Отже, максимум теоретичної потужності одержуємо при подачі, що відповідає $V_{2m \text{ опт}}$. Чисельно ця подача дорівнює $\frac{U_2 \operatorname{tg}\beta_{2л} F_{2m}}{2}$, тобто половині подачі, що відповідає $H_{T\infty} = 0$.

4.4 Дійсні характеристики насоса

4.4.1 Дійсна напірна характеристика насоса

У зв'язку з неминучими гідравлічними втратами теоретичні характеристики насоса не відповідають дійсним.

Розглянемо дійсну напірну характеристику насоса – залежність напору H від подачі Q за сталого числа обертів $n = \text{const}$. Дійсний напір H відрізняється від теоретичного на величину гідравлічних втрат Δh , $H = H_T - \Delta h$. Характер зміни гідравлічних втрат за зміни подачі Q визначає вигляд характеристики $H = f(Q)$.

Гідравлічні втрати залежать від величини і напрямку швидкостей за зміни подачі.

На рисунку 4.10 показаний характер зміни Δh для насосів зі спіральним відводом. Втрати в колесі зростають зі збільшенням подачі, що пояснюється збільшенням відносних швидкостей W_1 і W_2 (див. рис. 4.2).

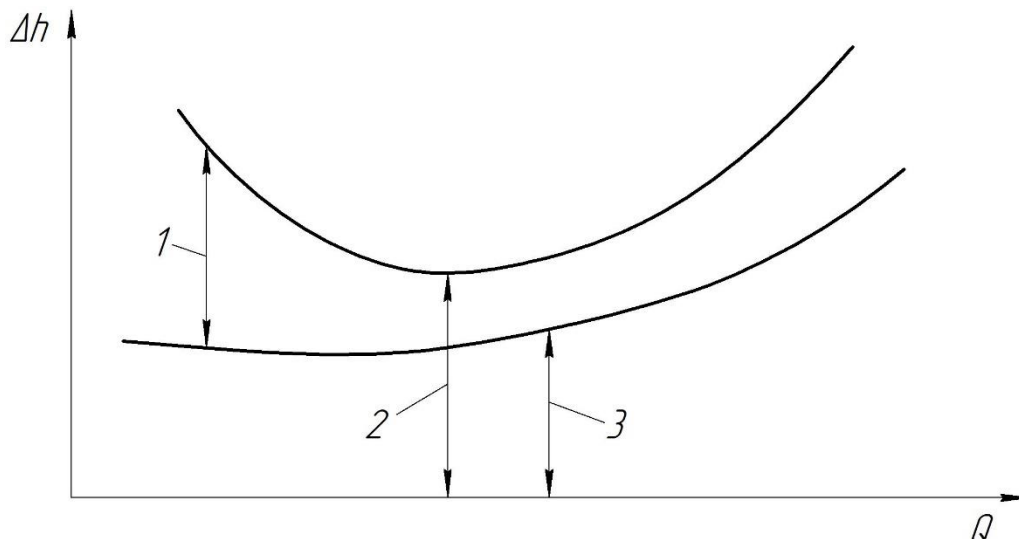


Рисунок 4.10 – Залежність гідравлічних втрат в насосі від подачі:
 1 – гідравлічні втрати у відвідних пристроях; 2 – мінімальні гідравлічні втрати; 3 – гідравлічні втрати в колесі

Втрати в спіральному відводі за відхилення подачі від розрахункової величини (зазвичай за розрахункову беруть подачу, що відповідає мінімальним гідравлічним втратам) зростають, що пояснюється збільшенням вихрових зон. Крім того, зміна подачі в спіральному відводі може призводити до збільшення втрат в колесі за рахунок порушення кругової симетрії і виникнення неусталеного режиму течії в колесі. Зазначимо, що в спіральних відводах, особливо з розширеним вихідним перерізом, витрата через спіраль може залишатися майже постійною, незважаючи на зміну подачі насоса. За $Q < Q_{\text{роз}}$ будуть з'являтися рециркуляційні маси, частина загального подання рідини, яка, витікаючи з колеса, не відразу потрапляє в кінцевий дифузор, а циркулює в спіральній камері. Поява рециркуляційних мас пов'язана з тим, що на режимах

за подачею, меншою від розрахункової, кут виходу рідини з колеса менший від кута нахилу середньої лінії спіралі (малі V_m).

За подач, більших від розрахункової, рідина витікає з кутами, більшими ніж кут нахилу середньої лінії спіралі (великі V_m). Водночас більша, ніж за розрахункової подачі, частина рідини, виходячи з колеса, потрапляє відразу в конічний дифузор. Таким чином, за $Q \neq Q_{роз}$ в області виходу зі спіральної камери істотно порушується колова симетрія.

Віднімаючи Δh (гідравлічні втрати) для різних Q з H_T , знаходимо залежність $H = f(Q)$ за $n = \text{const}$ (рис. 4.11).

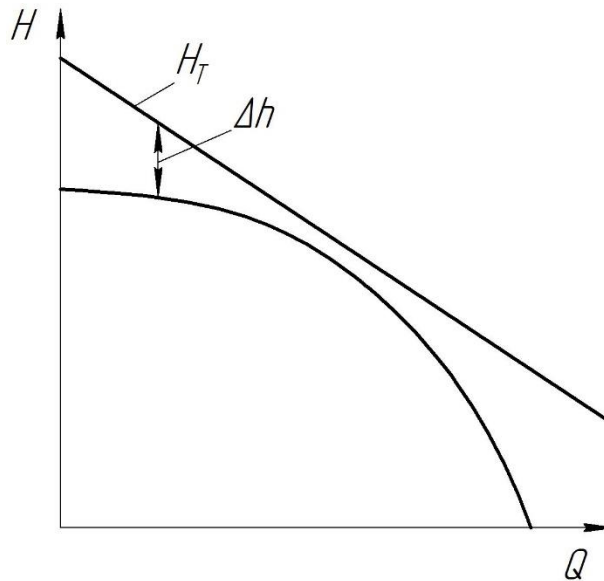


Рисунок 4.11 – Залежність напору насоса від подачі

Характер зміни H_T і Δh залежно від величини подачі визначає вигляд кривої $H = f(Q)$. За малих $\beta_{2л}$ напір зазвичай зростає за малих подач. У деяких насосах є максимум за малих подач. За збільшення кута нахилу лопатей на виході з колеса до $\beta_{2л} \geq 90^\circ$ максимум на кривій $H = f(Q)$ стає більш явним і переміщується в зону великих подач (рис. 4.12).

Відсутність перегину або незначний перегин кривої $H = f(Q)$ виключає можливість нестійкої роботи насоса. Наявність стабільної напірної характеристики є однією з основних переваг насосів із загнутими назад лопатями.

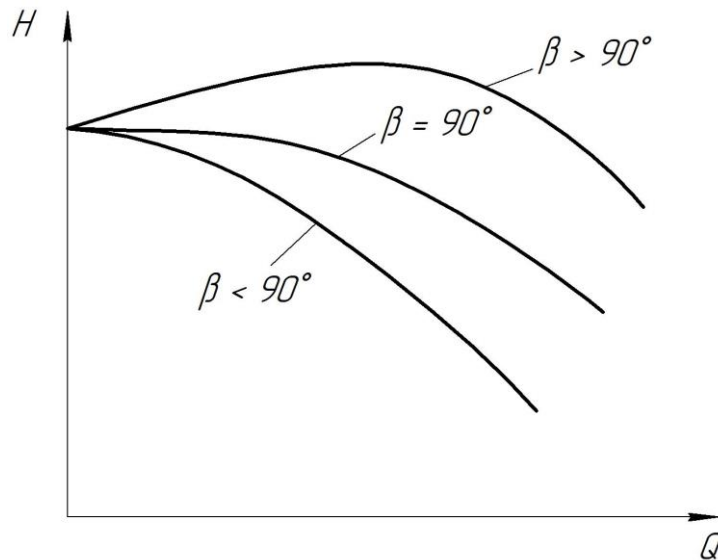


Рисунок 4.12 – Напірні характеристики насоса за різних кутів $\beta_{2л}$

Вплив геометричних параметрів насоса на форму кривої $H = f(Q)$ може бути встановлений на основі впливу цих параметрів на H_T .

4.4.2 Дійсна характеристика потужності насоса

Повна потужність насоса, тобто потужність на валу насоса, перевищує гідравлічну, що пов'язано з витратами потужності на механічні втрати, включаючи втрати на дискове тертя $N_{\text{терт. диск.}}$, тертя в ущільненнях N_y і підшипниках $N_{\text{підш.}}$:

$$= N_{\text{терт. диск.}} + N_y + N_{\text{підш.}} + N_{\text{гідр. гальм.}} \quad (4.6)$$

До механічних втрат входять також втрати $N_{\text{гідр. гальм.}}$, пов'язані з гідравлічним гальмуванням на подачах, менших від розрахункової.

Типова (експериментальна) залежність повної потужності насоса від подачі показана на рисунку 4.13.

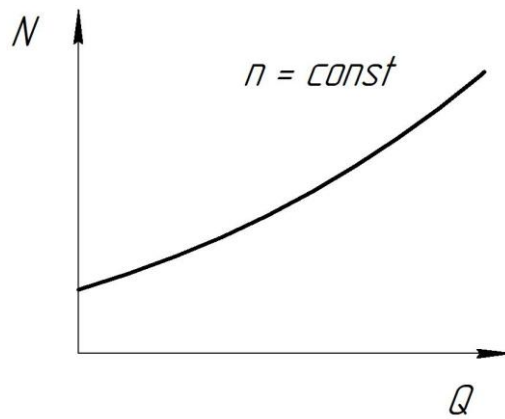


Рисунок 4.13 – Типова (експериментальна) залежність потужності насоса від подачі

З порівняння рисунків 4.13 і 4.9 випливає, що характеристика повної потужності істотно відрізняється від характеристики гідравлічної потужності. Досвід засвідчує, що на привод насоса за нульової подачі витрачається значна потужність. На рисунку 4.14 показаний приблизний баланс потужності насоса від подачі на подачах менших від розрахункової.

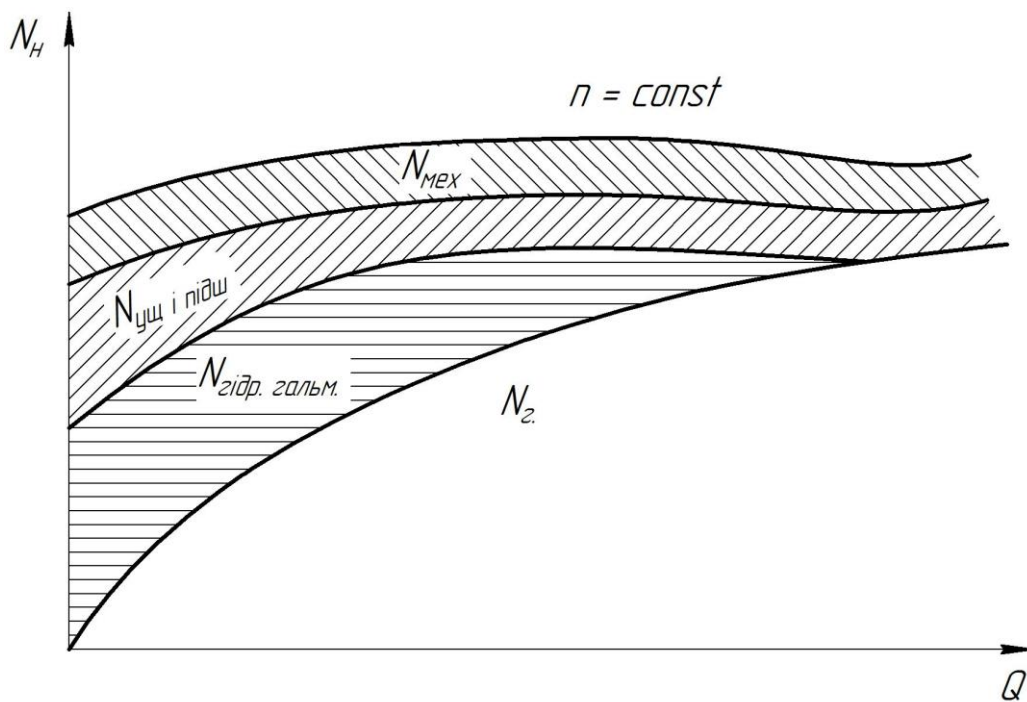


Рисунок 4.14 – Баланс потужності залежно від подачі (за малих подач)

Контрольні питання до розділу 4

- 1 Дайте визначення характеристик насосів.
- 2 Як впливає значення кута $\beta_{2л}$ (кут установлення лопаті на виході) на теоретичні напірні характеристики насоса?
- 3 Як впливає зовнішній діаметр лопатевого колеса D_2 на теоретичні напірні характеристики насоса?
- 4 Як впливає ширина лопатевого колеса на виході на теоретичні напірні характеристики насоса?
- 5 Наведіть графічну залежність теоретичної гідравлічної потужності насоса від подачі за різних кутів $\beta_{2л}$.
- 6 Наведіть дійсні напірні характеристики лопатевого (відцентрового) насоса за різних кутів $\beta_{2л}$.

Розділ 5

Методи теорії подібності в лопатевих насосах

Поставлення завдання. Геометрична, кінематична і динамічна подібності. Необхідні і достатні умови для існування механічної подібності. Фізичні основи подібності. Критерії Фруда, Рейнольдса, Ейлера, Струхаля. Метод розмірностей. Рівняння подібностей. Перерахунок характеристик лопатевих насосів на іншу частоту обертання. Парабола подібних режимів. Визначення частоти обертання, за якої напірна характеристика проходить через задану режимну точку. Коефіцієнт швидкохідності.

5.1 Поставлення завдання

Раніше ми одержали вираз для моменту, потужності і напору на робочому колесі гідромашини. Як бачимо, ці важливі для гідромашин величини одержані за відомих параметрів на вхідному і вихідному перерізах виділеного об'єму рідини. У цьому велика перевага інтегральних формул механіки рідини, оскільки до усіх формул не входять параметри, що характеризують потік усередині розглядуваного об'єму.

Проте може виникнути формальне уявлення про незалежність підсумкових силових характеристик від внутрішніх процесів. Це, звичайно, не правильно. Саме внутрішні процеси в розглядуваному обмеженому просторі визначають кінцевий ефект від протікання рідини.

Використовуючи диференціальні рівняння руху рідини: рівняння руху в напруженнях, Рейнольдса, нерозривності, можна одержати відповіді на багато питань про особливості течії рідини. Проте одержання їх точного розв'язку відбувається з труднощами. Не приводить до повного успіху і такий шлях теоретичного дослідження, як числовий розрахунок на ЕОМ.

Єдиним надійним джерелом пізнання гідромеханічних процесів у машині, а також одержання їх зовнішніх характеристик, є експеримент.

Тому встановимо деякі особливості і методологічні принципи експериментальних досліджень.

Зазвичай нас цікавлять зовнішні характеристики гідромашин: подача (витрата) Q , напір H , швидкість обертання ω , потужність N і ККД η .

Проте не всі вони є незалежними величинами.

До незалежних параметрів, що характеризують роботу гідромашин із фіксованою геометрією і розмірами, можна віднести:

- насоси – ω , Q ;
- турбіни – ω , H .

Усі інші параметри залежать від них.

Але навіть за такої невеликої кількості незалежних параметрів на практиці одержують нескінченну множину їх сполучення (поєднання).

До того ж геометричні розміри машин змінюються в широкому діапазоні.

Виникає запитання: чи можна ввести які-небудь узагальнені (комплексні) параметри, що характеризують протікання рідини і через них узагальнити результати експериментальних досліджень. Тоді появиться можливість різні потоки, що відрізняються за швидкостями, геометричними розмірами і енергетичними параметрами, об'єднати за цими комплексними параметрами. І якщо вони є однаковими, то за результатами експериментального дослідження одного потоку можна розрахувати параметри другого потоку. Таким чином, з'являється можливість говорити про подібність явищ, що проходять у різних машинах.

Теорія подібності гідромашин має на меті встановити загальні закономірності, які дозволяють простим перерахунком одержати зовнішні характеристики, отримані експериментально для іншої машини.

Водночас появляється можливість створення спеціальних модельних машин, провести їх різнобічне дослідження в лабораторних умовах, що дозволить прогнозувати кількісні характеристики інших машин.

Подібність гідромеханічних процесів у гідромашинах і їх окремих елементах є основою методу моделювання, який широко застосовують у гідромашинобудуванні.

«Натура» – це гідравлічна машина, або її окремий елемент (робоче колесо, підвід, відвід, напрямний апарат, лопать тощо) і потік протікання, які працюють у реальних умовах.

«Модель» – це гідравлічна машина, або її окремі елементи і відповідно потік протікання, що спеціально виготовлені в певному масштабі для досліджень у лабораторних умовах.

5.2 Геометрична, кінематична і динамічна подібності

Під час досліджень гідромашин у лабораторіях методом моделювання широко застосовують теорію подібності і теорію розмірності.

Дві задачі теорії подібності:

– яким умовам повинен відповідати потік моделі, щоб процеси моделі і натури були подібними;

– яким способом можна визначити будь-яку величину N_n , якщо відомо N_m .

У теорії подібності вирізняють геометричну подібність меж області течії. До цього поняття входять не лише обтічні поверхні, а й контрольні перерізи потоку на вході в область і на виході з неї. Геометрична подібність форми поверхні включає поняття про подібність стану поверхні – умова рівності відносної шорсткості.

Умова подібності поля швидкостей за контрольними перерізами потоку має назву кінематичної подібності. Подібність початкових умов необхідно брати до уваги лише для перехідних процесів.

Динамічна подібність – це подібність сил.

У подальшому будемо використовувати такі позначення:

«Н» – індекс для параметрів натурального потоку.

«М» – індекс для параметрів модельного потоку.

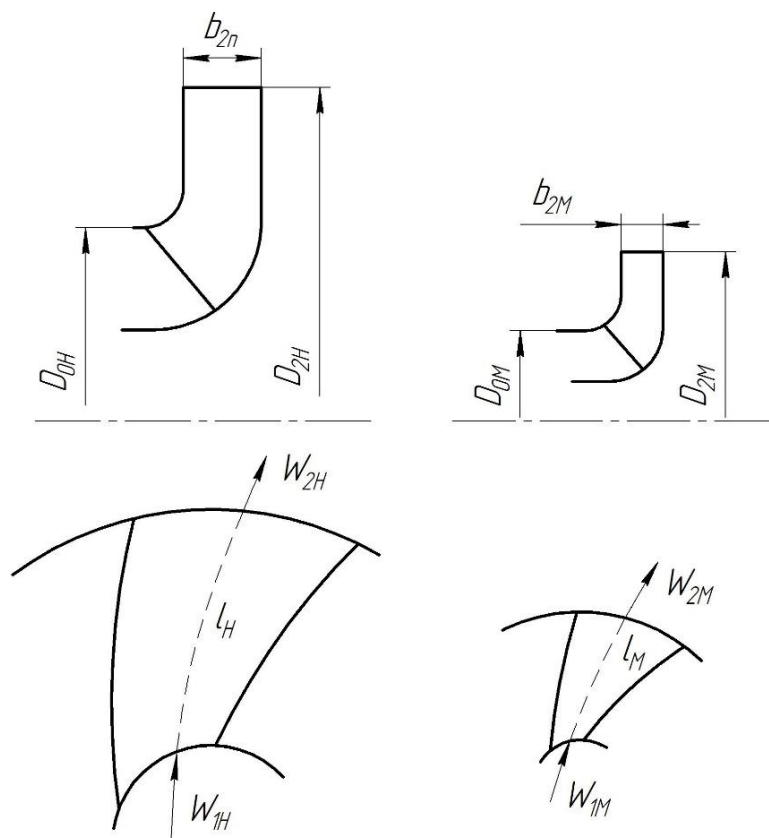


Рисунок 5.1 – Схема для ілюстрації геометричної і кінематичної подібностей

Щоб одержати область течії, геометрично подібну до натурального потоку, поділимо всі лінійні розміри останнього на деяке число λ – лінійний масштаб і одержані результати візьмемо за відповідні лінійні розміри модельного потоку. Число λ вибирають із продиктованих практичних міркувань, наприклад, виробничими можливостями лабораторії.

Таким чином, одержуємо зв'язок між геометричними параметрами натурального і модельного потоків

$$\frac{D_{2H}}{D_{2M}} = \lambda. \quad (5.1)$$

Лінійні розміри, пов'язані співвідношенням (5.1), називають відповідними. Точки, координати яких задовольняють (5.1), називають відповідними.

Модельний потік, геометричні характеристики якого задовольняють умови (5.1), називають геометрично подібним до натурального потоку.

Іншими словами, два потоки будуть геометрично подібними, якщо будь-який лінійний розмір одного з них можна одержати з лінійного розміру іншого множенням на постійний множник:

$$\frac{D_{2H}}{D_{2M}} = \frac{D_{0H}}{D_{0M}} = \frac{b_{2H}}{b_{2M}} = \dots = \lambda. \quad (5.2)$$

Припустимо, що натурний і модельний потоки геометрично подібні. Позначимо через W_H і W_M швидкості в їх відповідних точках.

Якщо Δt_H і Δt_M – малі інтервали часу, за які частинки рідини проходять відповідні відрізки шляхів, то

$$W_H = \frac{\Delta l_H}{\Delta t_H}, \quad W_M = \frac{\Delta l_M}{\Delta t_M}, \quad \frac{\Delta l_H}{\Delta l_M} = \lambda, \quad \frac{\Delta t_H}{\Delta t_M} = \tau,$$

$$\frac{W_H}{W_M} = \frac{\lambda}{\tau}, \quad W_H = \frac{\lambda}{\tau} W_M.$$

Кінематична подібність визначається подібністю полів швидкостей.

Кінематично подібними називають потоки, для яких відношення відрізків часу, що витрачається частинками рідини для проходження відповідних відрізків шляху однакове (постійне).

Очевидно, що за кінематичної подібності безрозмірні швидкості у відповідних точках однакові.

Якщо відношення $\frac{F_H}{F_M} = r$ є величина стала для будь-якої пари відповідних точок у відповідні моменти часу, то натурний і модельний потоки називають динамічно подібними.

Кінематична і динамічна подібності можуть мати місце лише за наявності геометричної подібності.

Сили бувають масовими і поверхневими. Поверхневі – залежать від площі і напружень, а напруження від градієнта швидкості і в'язкості. Масові – від маси, а вона – від густини.

Тому вимога пропорційності сил зводиться до вимоги пропорційності густин:

$$\frac{\rho_H}{\rho_M} = r.$$

Можна впевнитися, що безрозмірні значення сил у динамічно подібних потоках постійні.

Якщо для якої-небудь групи гідродинамічних явищ має місце кінематична і динамічна подібність, то їх називають механічно подібними. Механічна подібність є окремим випадком загальної подібності фізичних процесів, які можна визначити для теплових, електричних та інших явищ.

Через масштаби подібності можна визначити всі інші параметри натур, якщо відомі параметри моделі:

$$\text{Площа} \quad \frac{S_H}{S_M} = \frac{l_H^2}{l_M^2} = \lambda^2, \quad S_H = \lambda^2 \cdot S_M.$$

Об'єм	$\frac{V_H}{V_M} = \frac{l_H^3}{l_M^3} = \lambda^3,$	$V_H = \lambda^3 \cdot V_M.$
Подача	$\frac{Q_H}{Q_M} = \frac{S_H \cdot V_H}{S_M \cdot V_M} = \lambda^2 \cdot \frac{\lambda}{\tau} = \frac{\lambda^3}{\tau},$	$Q_H = \frac{\lambda^3}{\tau} Q_M.$
Питома вага	$\frac{\gamma_H}{\gamma_M} = \frac{F_H / l_H^3}{F_M / l_M^3} = \frac{r}{\lambda^3},$	$\gamma_H = \frac{r}{\lambda^3} \cdot \gamma_M.$
Маса	$\frac{m_H}{m_M} = \frac{\rho_H \cdot V_H}{\rho_M \cdot V_M} = r \cdot \lambda^3,$	$m_H = r \cdot \lambda^3 m_M.$
Сила енергії	$\frac{m_H \cdot a_H}{m_M \cdot a_M} = \frac{m_H \cdot \frac{v_H}{t_H}}{m_M \cdot \frac{v_M}{t_M}} = r \cdot \lambda^3 \cdot \frac{\lambda}{\tau} \cdot \frac{1}{\tau} = \frac{\lambda^4 \cdot r}{\tau^2}.$	
Тиск	$\frac{\rho_H}{\rho_M} = \frac{F_H / S_H}{F_M / S_M} = r,$	$\rho_H = \frac{r}{\lambda^2} \rho_M.$

5.3 Необхідні й достатні умови для існування механічної подібності

З визначень кінематичної і динамічної подібностей випливає, що якщо вони забезпечені, то безрозмірні координати відповідних точок, швидкості і сили однакові. Не важко впевнитися, що безрозмірні прискорення і густина також рівні у відповідних точках. Тобто, всі фізичні параметри механічно подібних потоків, що подані в безрозмірному вигляді для відповідних точок, однакові.

Фізичні параметри в будь-якому з потоків зв'язані системою диференціальних рівнянь, що описують рух. Але коли мова йде про механічно подібні потоки, для яких безрозмірні параметри однакові, то самі рівняння, наведені в безрозмірному вигляді, повинні бути однакові.

Сукупність параметрів, які визначають який-небудь гідродинамічний процес, можна розглядати як конкретний розв'язок диференціальних рівнянь цього процесу. Йому відповідають цілком визначені початкові і граничні умови. Це залежності, або константи, що визначають фізичні параметри в початковий момент і на межах під час руху.

Отже, не лише рівняння процесу, а й також безрозмірні форми початкових і граничних умов (умов однозначності) механічно подібних потоків повинні бути однаковими.

5.4 Фізичні основи подібності

Рух в'язкої нестисливої рідини визначається відомою системою двох рівнянь:

Загальне рівняння динаміки в'язкої рідини

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \vartheta \Delta^2 \vec{V} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} \quad (5.3)$$

і рівняння нерозривності

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0. \quad (5.4)$$

Для турбулентного руху, з яким переважно маємо справу в гідромашинобудуванні, зазначені рівняння необхідно розуміти як рівняння осередненого турбулентного руху. Лише кінематичний коефіцієнт в'язкості ϑ в цьому разі є сумою кінематичного коефіцієнта в'язкості молекулярного тертя і кінематичного коефіцієнта турбулентної в'язкості. Кінематичний коефіцієнт в'язкості молекулярного тертя, що характерний для ламінарного руху, є фізичною константою рідини, не залежить від форми руху.

Кінематичний коефіцієнт турбулентної в'язкості, навпаки, є змінною величиною навіть по перерізу потоку: біля стінки він дорівнює нулю, а в середній частині потоку збільшується, і його значення починає істотно привалювати над значенням молекулярної в'язкості.

Усе це свідчить про те, що поширення поданих рівнянь на турбулентну течію не може претендувати на строгість і має певною мірою емпіричний характер.

Наведемо рівняння до безрозмірного вигляду. Виберемо характерні фізичні параметри L, U, T, P, F_0 (якщо F – сила тяжіння, то як F_0 зручно взяти прискорення g вільного падіння) і віднесемо до них відповідні розмірні величини:

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{y} = \frac{y}{L}, \quad \bar{z} = \frac{z}{L}, \quad \bar{V}_x = \frac{V_x}{U}, \quad \bar{V}_y = \frac{V_y}{U}, \quad \bar{V}_z = \frac{V_z}{U},$$

$$\bar{p} = \frac{p}{P}, \quad \bar{F}_x = \frac{F_x}{F_0}, \quad \bar{F}_y = \frac{F_y}{F_0}, \quad \bar{F}_z = \frac{F_z}{F_0}, \quad \bar{t} = \frac{t}{T}.$$

Для густини і в'язкості, які вважаємо постійними, характерні величини не вибираємо, оскільки вони самі ними є.

Візьмемо також до уваги розмірність диференціальних операторів ∇ і grad :

$$[\nabla] = \left[\frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right] = \frac{1}{L},$$

$$[\operatorname{grad} \varphi] = \frac{1}{L} [\varphi].$$

Векторне рівняння Нав'є – Стокса подамо у вигляді

$$F_0 \cdot \bar{F} - \frac{P}{\rho L} \text{grad } \bar{p} + \frac{\vartheta U}{L^2} \nabla^2 \bar{V} = \frac{U}{T} \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{t}} + \frac{U^2}{L} (\bar{V} \nabla) \bar{V}. \quad (5.5)$$

Щоб надати цьому рівнянню безрозмірного вигляду, поділимо всі його члени на коефіцієнт $\frac{U^2}{L}$ за конвективного прискорення:

$$\frac{L \cdot F_0 \cdot \bar{F}}{U^2} - \frac{P}{\rho U^2} \text{grad } \bar{p} + \frac{\vartheta}{UL} \nabla^2 \bar{V} = \frac{L}{UT} \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{t}} + (\bar{V} \nabla) \bar{V}. \quad (5.6)$$

У цьому рівнянні всі диференціальні операції виконуються з безрозмірними змінними. Пояснення: всі члени рівняння мають однакову розмірність. Коли поділимо всі розмірні коефіцієнти на один розмірний коефіцієнт – одержимо безрозмірний коефіцієнт.

Таким чином, члени рівняння, включаючи комбінації характерних параметрів, безрозмірні. Для всіх динамічно подібних потоків рівняння (5.6) повинно бути однаковим, а отже необхідно, щоб коефіцієнти кожного з членів для цієї групи потоків були однаковими:

$$\frac{F_0 \cdot L}{U^2} = idem, \quad \frac{P}{\rho U^2} = idem, \quad \frac{V}{UL} = idem, \quad = idem. \quad (5.7)$$

Ці безрозмірні комплекси є критеріями подібності:

$$\begin{aligned} \frac{U^2}{F_0 L} &= Fr - \text{число Фруда}, & Fr &= idem. \\ \frac{P}{\rho U^2} &= Eu - \text{число Ейлера}, & Eu &= idem. \\ \frac{UL}{\vartheta} &= Re - \text{число Рейнольдса}, & Re &= idem. \\ \frac{L}{UT} &= Sh - \text{число Струхала}, & Sh &= idem. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Однакові диференціальні рівняння, які описують групу гідродинамічних процесів разом із безрозмірними умовами однозначності (початковими і граничними умовами), а також однакові значення критеріїв подібності є необхідними умовами механічної подібності:

Fr – характеризує відношення сили інерції до сили тяжіння.

Re – характеризує відношення сили інерції до сили в'язкості.

Eu – характеризує відношення сили тиску до сили інерції.

Sh – характеризує відношення локальної інерційної сили до конвективної.

$$\frac{1}{Fr} \cdot \bar{F} - Eu \text{grad } \rho + \frac{1}{Re} \nabla^2 \bar{V} = Sh \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{t}} + (\bar{V} \nabla) \bar{V}. \quad (5.9)$$

Для забезпечення умов подібності самих явищ необхідно забезпечити подібність граничних і початкових умов, що визначають розв'язок рівнянь (5.9),

(5.3) та (5.4). Рівняння нерозривності в безрозмірному вигляді зберігає свою форму.

5.5 Умови механічної подібності під час руху рідини в гідравлічних машинах

У гідравлічних машинах рух рідини відбувається в області з фіксованою формою меж: не має вільної поверхні рідини, яка змінює свою форму в часі. За цих умов поле гідростатичних тисків є стаціонарним. Ця обставина дозволяє спростити рівняння руху (5.3). Відповідно зменшується число критеріїв динамічної подібності

Наявність потенціальної функції $\Pi = -gz$ сил тяжіння дозволяє подати рівняння (5.3) у вигляді

$$-grad \left(gz + \frac{p}{\rho} \right) + \vartheta \nabla^2 \vec{V} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V}. \quad (5.10)$$

Поле гідростатичних тисків $P_{ст}$ визначається за умовою рівноваги рідини

$$\frac{P_{ст}}{\rho} + gz = \frac{P_o}{\rho} + gz_o = const, \quad (5.11)$$

де P_o і z_o – задані за умовами задачі тиск і геометрична позначка в деякій характерній для області руху точці.

Подамо повне значення тиску P в потоці як суму статичного $P_{ст}$ і динамічного $P_{дин}$ тисків:

$$P = P_{ст} + P_{дин}.$$

Динамічна складова тиску $P_{дин}$ – це ті зміни в значенні тиску, що зумовлені рухом рідини. Ураховуючи зазначене розкладання тиску і вираз (5.11), подамо рівняння (5.10) у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} &= -grad \left(gz + \frac{P_{ст}}{\rho} + \frac{P_{дин}}{\rho} \right) + \vartheta \nabla^2 \vec{V} = \\ &= -grad \left(gz_o + \frac{P_o}{\rho} + \frac{P_{дин}}{\rho} \right) + \vartheta \nabla^2 \vec{V}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Беручи до уваги, що $gz_o + \frac{P_o}{\rho} = const$, отримуємо

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} grad \rho + \vartheta \nabla^2 \vec{V}. \quad (5.13)$$

У цьому рівнянні p означає лише динамічну складову тиску. У цьому разі рух не залежить від сили ваги, як це бачимо з рівняння (5.13).

Рівняння (5.13) у безрозмірному вигляді

$$Sh \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}\nabla)\vec{V} = -Eu \operatorname{grad} p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{V}. \quad (5.14)$$

Коли в області течії відсутні вільні поверхні, поле гідростатичних сил тиску урівноважується дією на рідину сили тяжіння і відпадає умова забезпечення динамічної подібності $Fr = idem$.

Таким чином, під час моделювання руху рідини в проточній частині гідравлічної машини критерій Фруда не входить до умови динамічної подібності.

Розглянемо рух рідини в проточній частині гідравлічної машини, коли виключена можливість виникнення кавітації. У цьому разі величина абсолютного тиску в області руху рідини не впливає на динаміку потоку, як це впливає з рівняння (5.14), і вибір за масштаб абсолютного тиску P для величини динамічної складової тиску не доцільний.

Рівняння Бернуллі $\rho gz + P + \frac{\rho U^2}{2} = const$, де $\rho gz + P$ – гідростатичний тиск, а $\frac{\rho U^2}{2}$ – гідродинамічний тиск.

Візьмемо в цьому разі за масштаб для динамічного тиску величину

$$P = \frac{\rho U^2}{2},$$

де U – масштаб швидкості потоку.

Критерій Ейлера ($Eu = \frac{P}{\rho u^2}$) перетворюється на число 0,5 і перестає бути незалежним комплексом, що визначає умови динамічної подібності.

Отже у важливому застосуванні в області гідромашинобудування для випадку руху за суцільного заповнення всієї області і відсутності можливості виникнення кавітаційних явищ, динамічними критеріями подібності є лише числа Re і Sh .

Покажемо, що $Sh = \frac{L}{TU}$ виражає стосовно руху рідини в гідравлічних машинах умову подібності режимів.

Дійсно, беручи за масштаб часу період одного оберту $T = \frac{60}{n}$, за масштаб швидкості входу потоку в колесо $U = \frac{4Q}{\pi D_0^2}$, за масштаб довжини – діаметр входу в колесо $L = D_0$, одержуємо

$$Sh = \frac{D_0 \cdot n \cdot \pi D_0^2}{60 \cdot 4Q} = const D_0^3 \frac{n}{Q}.$$

Для забезпечення умови $Sh = idem$ одержуємо вираз

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3 \frac{n_1}{n_2} = \lambda^3, \quad (5.15)$$

де індексами (1) і (2) позначені параметри відповідно натури і моделі.

Цей вираз повністю збігається з рівнянням подібності, яке буде виведено пізніше.

Вплив комплексу Re на рух рідини в широкій області значень досить неістотний. За $Re > 10^5$ течія проходить у зоні автомодельності, в якій досить значні зміни числа Re не впливають на форму руху рідини і величину коефіцієнта опору.

Під час моделювання робочого процесу гідравлічних машин умовами механічної подібності на базі викладеного є:

- 1) забезпечення умов автомодельності явищ, тобто $Re > 10^5$;
- 2) геометрична подібність форми проточної частини моделі і натури, враховуючи відносну шорсткість стінок;
- 3) подібність поля швидкостей за перерізами потоку на вході в машину і виході з неї.

Легко побачити, що виконання всіх умов динамічної подібності (5.7) на моделі одночасно не здійснене. Але, як було показано, в цьому й немає необхідності.

$$Re_1 = Re_2 = idem, \quad Fr_1 = Fr_2 = idem,$$

$$\frac{U_1 D_1}{\vartheta_1} = \frac{U_2 D_2}{\vartheta_2}, \quad U_2 = \frac{D_1}{D_2} U_1 \cdot \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} = \lambda, \quad \vartheta_2 = \vartheta_1,$$

тобто швидкість у моделі необхідно збільшити.

$$\frac{U_1^2}{g D_1} = \frac{U_2^2}{g D_2}, \quad V_2 = V_1 \sqrt{\frac{D_2}{D_1}}, \quad V_2 = \frac{V_1}{\sqrt{\lambda}},$$

тобто швидкість у моделі необхідно зменшити.

За необхідності моделювання явищ руху рідини в каналі з вільною поверхнею або в інших елементах систем, де є вільна поверхня, необхідно виконання умови $Fr = idem$.

Це зумовлює небажане зменшення значення числа Re , що приводить до виходу системи з області автомодельності. Достатні дані, що характеризують явище загалом, можуть бути одержані за результатами двох груп дослідів: із виконанням умови автомодельності процесу і порушенням умови $Fr = idem$ і з виконанням умови $Fr = idem$, але з виходом з області автомодельності.

5.6 Метод розмірностей

Рівняння, що зв'язують параметри гідродинамічних процесів, виражають ті або інші фізичні закони, і тому їх структура не повинна залежати від системи одиниць вимірювання.

Ураховуючи цю обставину і беручи до уваги можливість застосувати для опису гідродинамічних процесів різні, зокрема спеціально вибрані системи одиниць, можна встановити деякі загальні властивості зазначених рівнянь. Знання цих властивостей дозволяє в багатьох випадках прогнозувати структуру шуканих зв'язків між фізичними розмірними і безрозмірними параметрами.

Використовуючи формулу розмірностей, можна зазначити також раціональні комбінації фізичних параметрів, визначення зв'язків між якими дає результати, що стосуються відразу до цілого класу явищ.

Сукупність усіх цих питань становить теорію розмірностей, яка особливо корисна на перших етапах вивчення явища, коли ще відсутні достовірні математичні описи.

π -теорема: Функціональну залежність, яка виражає деякий фізичний закон, між $n = k + s$ розмірними величинами, з яких k величин мають незалежні розмірності, можна подати у вигляді залежності між $n-k$ -безрозмірними комплексами Π_i ($i = g, t, v, \dots$), кожний з яких є комбінацією з $k + 1$ -розмірних величин.

Застосування методу розмірностей дозволяє знати про явище менше, ніж під час складання рівнянь руху. Можна не знати функціональних зв'язків між досліджуваними величинами, а обмежитися лише відомостями, одержаними з досліду або загальних фізичних уявлень про наявність цього зв'язку.

Під час встановлення певних параметрів необхідна схематизація явищ, як і під час складання рівнянь руху. Знайдемо, користуючись методом розмірностей і методом подібності, закономірності, що зв'язують напір H і потужність насосів із подачею Q і числом обертів n за умови наявності геометричної подібності їх проточних частин. Складемо систему параметрів. Для визначення проточної частини достатньо в умовах геометричної подібності зазначити який-небудь лінійний розмір. Нехай це буде діаметр робочого колеса D . Режим роботи насоса визначимо подачею Q і числом обертів n , властивості рідини характеризуються її густиною ρ і коефіцієнтом в'язкості μ . Допустимо, що рідина нестислива. Тоді рух рідини в насосі буде визначатися такою системою розмірних параметрів D , Q , n , ρ і μ .

Момент M , що діє з боку робочого колеса на рідину і напір H , створюваний насосом, визначається формою руху рідини в насосі і відповідно наведеною вище системою п'яти параметрів:

$$M = f(D, Q, n, \rho, \mu); \text{ або } \varphi(D, Q, n, \rho, \mu) = 0.$$

Згідно з теорією розмірностей число безрозмірних комбінацій з n розмірних величин дорівнює

$$n-k,$$

де k – число величин, що мають незалежні розмірності, тобто такі, що їх розмірності не можуть бути подані як ступеневий одночлен розмірностей інших величин.

$$[D] = \text{м}, \quad [Q] = \frac{\text{м}^3}{\text{с}}, \quad [n] = \frac{1}{\text{с}}, \quad [\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

$$[M] = H \cdot \text{м} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2},$$

$$[\mu] = \text{Па} \cdot \text{с} = \frac{H}{\text{м}^2} \cdot \text{с} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{м}^2} \cdot \text{с} = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}.$$

Величини D, n, ρ мають незалежні розмірності.

Тоді повне рівняння, що описує залежність між n розмірними величинами ($n = 6$) і k незалежними величинами ($k = 3$), згідно з π -теоремою може бути зведене до вигляду

$$\varphi(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0,$$

$$\begin{cases} \pi_1 = \frac{M}{D^{x_1} n^{y_1} \rho^{z_1}}, \\ \pi_2 = \frac{Q}{D^{x_2} n^{y_2} \rho^{z_2}}, \\ \pi_3 = \frac{\mu}{D^{x_3} n^{y_3} \rho^{z_3}}, \end{cases} \quad (5.16)$$

де $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, \dots$ – невідомі показники, які повинні бути визначені.

Виразимо величини, що входять до системи рівнянь (5.16) через їх розмірності:

$$\pi_1 = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{y_1} \cdot \text{м}^{3z_1}}{\text{с}^2 \cdot \text{м}^{x_1} \cdot \text{кг}^{z_1}}.$$

Щоб комплекс π_1 став безрозмірною величиною, показники за $\text{м}, \text{кг}, \text{с}$ повинні дорівнювати нулю.

$$\begin{cases} \text{м} \left\{ \begin{array}{l} 3z_1 + 2 - x_1 = 0, \\ 1 - z_1 = 0, \\ y_1 - 2 = 0, \end{array} \right. & \begin{array}{l} x_1 = 5, \\ z_1 = 1, \\ y_1 = 2, \end{array} \end{cases} \quad \pi_1 = \frac{M}{D^5 n^2 \rho}. \quad (5.17)$$

$$\pi_2 = \frac{M^3 \cdot C^{Y_2} \cdot M^{3Z_2}}{C \cdot M^{X_2} \cdot K\Gamma^{Z_2}},$$

$$\begin{cases} M & \left\{ \begin{array}{l} 3 + 3Z_2 - x_2 = 0, \\ K\Gamma & \left\{ \begin{array}{l} z_2 = 0, \\ C & \left\{ \begin{array}{l} y_2 - 1 = 0, \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 3, \\ z_2 = 0, \\ y_2 = 1, \end{cases} \quad \pi_2 = \frac{Q}{D^3 n}. \quad (5.18)$$

$$\pi_3 = \frac{K\Gamma \cdot C^{Y_3} \cdot M^{3Z_3}}{M \cdot C \cdot M^{X_3} \cdot K\Gamma^{Z_3}}.$$

$$\begin{cases} M & \left\{ \begin{array}{l} 3Z_3 - 1 - x_3 = 0, \\ K\Gamma & \left\{ \begin{array}{l} 1 - z_3 = 0, \\ C & \left\{ \begin{array}{l} y_3 - 1 = 0, \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = 2, \\ z_3 = 1, \\ y_3 = 1, \end{cases} \quad \pi_3 = \frac{\mu}{D^2 n \rho}. \quad (5.19)$$

Поділимо π_2 на π_3 :

$$\frac{\pi_2}{\pi_3} = \pi_4 = \frac{Q}{D^3 \cdot n} \cdot \frac{D^2 n \rho}{\mu} = \frac{Q \rho}{D \mu}, \quad (5.20)$$

де $\frac{1}{\pi_2}$ аналогічне числу $Sh \left(\frac{L}{UT} \right)$, тобто є безрозмірним критерієм режиму роботи насоса;

$$\pi_4 = \frac{Q \rho}{D \mu} = \frac{Q}{D \vartheta} = \frac{V \cdot D^2}{D \vartheta} = \frac{VD}{\vartheta} - \text{число Re.}$$

Безрозмірна величина моменту $\frac{M}{\rho D^5 n^2}$ є функцією цих двох безрозмірних параметрів:

$$\frac{M}{\rho D^5 n^2} = f_M \left(\frac{\rho Q}{\mu D}, \frac{n D^3}{Q} \right). \quad (5.21)$$

Функціональну залежність для внутрішньої потужності насоса $N_{\text{вн}}$, що визначається моментом взаємодії робочого колеса з рідиною, тобто за винятком зовнішніх втрат (тертя в підшипниках і кінцевих ущільненнях вала) одержимо множенням моменту на число обертів:

$$N_{\text{вн}} = \rho n^3 D^5 f_M \left(\frac{\rho Q}{\mu D}, \frac{n D^3}{Q} \right). \quad (5.22)$$

Безрозмірну величину напору насоса одержимо, відносячи напір до швидкісного напору:

$$\frac{H}{V^2/2g} \sim \frac{H}{D^2 n^2/g}, \quad [V] = \frac{M}{c} = [D \cdot n],$$

$$H = \frac{D^2 n^2}{g} f_M \left(\frac{Q\rho}{D\mu}, \frac{nD^3}{Q} \right). \quad (5.23)$$

Залежності (5.22) і (5.23) показують зв'язок потужності і напору насоса з безрозмірними критеріями режиму $\frac{Q\rho}{D\mu}$ і $\frac{nD^3}{Q}$ в умовах геометричної подібності проточних частин насосів. Ці залежності наближені, оскільки вони не враховують стану поверхні проточної частини, її шорсткість.

Залежність потужності напору насоса від критерію $\frac{Q\rho}{D\mu}$ в широкому діапазоні його зміни практично майже відсутня. Це зона автомодельності.

У цій області умовами механічної подібності явищ руху рідини в насосі є:

1) геометрична подібність форми проточної частини;

$$2) \text{ рівність } \frac{n_1 D_1^3}{Q_1} = \frac{n_2 D_2^3}{Q_2} \text{ або } \frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^3 \frac{n_1}{n_2} = \lambda^3 \frac{n_1}{n_2}. \quad (5.24)$$

За виконання цих умов

$$\frac{N_{\text{вн.1}}}{N_{\text{вн.2}}} = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^5 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^3 \frac{\rho_1}{\rho_2} = \lambda^5 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^3 \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad (5.25)$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 = \lambda^2 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2. \quad (5.26)$$

Залежності (5.24), (5.25) і (5.26) мають назву рівнянь подібності для насосів.

Необхідно мати на увазі, що до поняття подібності граничних умов для течії рідини, крім геометричної подібності форми проточної частини, входить також подібність поля швидкостей на вході потоку в насос і виході з насоса – кінематична подібність. Проте в нормальних умовах підведення і відведення рідини від насоса ці умови практично виконуються.

Рівняння (5.24), (5.25) і (5.26) справедливі з точністю до масштабного ефекту, пов'язаного зі зміною критерію Re і відносною шорсткості.

З метою уточнення рівнянь подібності їм надають наступного вигляду:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \lambda^3 \frac{n_1}{n_2} \frac{\eta_{01}}{\eta_{02}}, \quad (5.27)$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \lambda^2 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \frac{\eta_{\Gamma 1}}{\eta_{\Gamma 2}}, \quad (5.28)$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \lambda^5 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^3 \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\eta_{\text{зовн. мех. 2}}}{\eta_{\text{зовн. мех. 1}}}. \quad (5.29)$$

5.7 Перерахунок характеристик лопатевих насосів на іншу частоту обертання

Припустимо, що є характеристика насоса за частоти обертання n_1 , а двигун цього насоса працює за частоти обертання n_2 . Для того, щоб говорити про експлуатаційні властивості насоса, необхідно мати його характеристику за частоти обертання n_2 , за якої він практично буде працювати.

Цю характеристику можна одержати перерахунком наявної характеристики на нову частоту обертання n_2 за формулами подібності. Для цього задаються рядом значень подач Q_1 і за наявною характеристикою насоса знаходять відповідні їм напір H_1 , потужність N_1 і ККД η_1 (рис. 5.2).

Підставляємо знайдені для частоти обертання n_1 величини Q_1 , H_1 , N_1 і η_1 в рівняння подібності (5.30) та одержуємо значення подачі Q_2 , напору H_2 , потужності N_2 і ККД η_2 , які є координатами точок характеристики насоса за частоти обертання n_2 :

$$\begin{cases} Q_2 = \frac{n_2}{n_1} Q_1, \\ H_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 H_1, \\ N_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 \frac{\rho_2}{\rho_1} N_1, \\ \eta_1 \approx \eta_2. \end{cases} \quad (5.30)$$

За цими координатами будуюмо на характеристиці ряд точок, з'єднавши які плавними кривими одержуємо характеристику насоса за частоти обертання n_2 .

Знайдемо в координатах Q-N геометричне місце точок режимів, подібних до режиму, який визначається точкою 1 (рис. 5.3).

Для цього, підставивши координати Q_1 і H_1 точки 1 в рівняння (5.30), визначаємо напір і подачу за різних значень частоти обертання. У результаті знайдемо ряд точок: 2, 3, 4, ..., з'єднавши які плавною лінією одержимо криву подібних режимів роботи насоса. Покажемо, що ця крива є квадратичною параболою з вершиною на початку координат.

Зважаючи на рівняння подібності при $\lambda = 1$, одержуємо

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad \frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2.$$

Звідси

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^2.$$

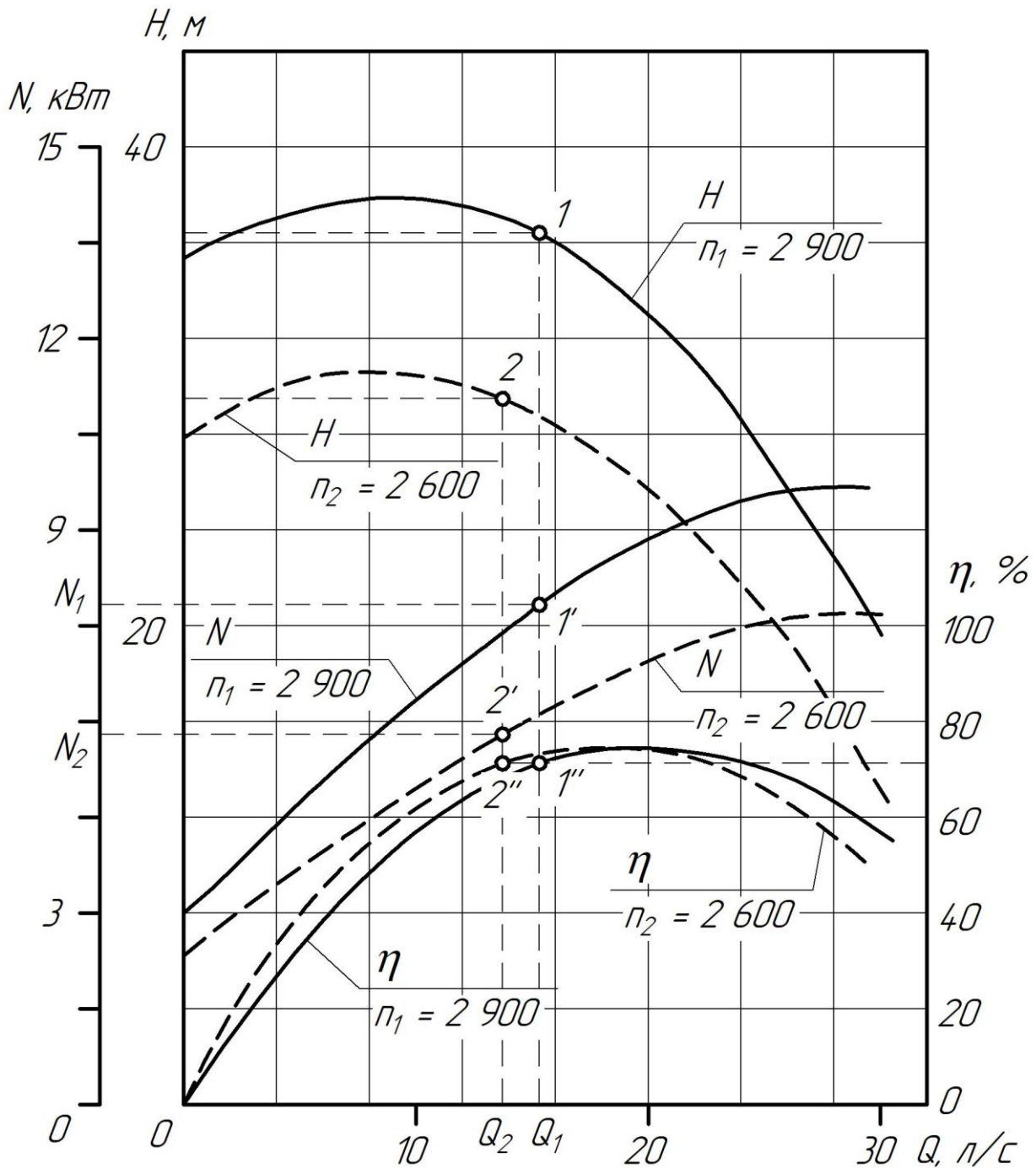


Рисунок 5.2 – Перерахунок характеристики насоса на іншу частоту обертання

Таким чином,

$$\frac{H_1}{Q_1^2} = \frac{H_2}{Q_2^2} = \frac{H_3}{Q_3^2} = \dots = \frac{H}{Q^2} = \text{const} = S. \quad (5.31)$$

Рівняння параболи подібних режимів

$$H = S \cdot Q^2. \quad (5.32)$$

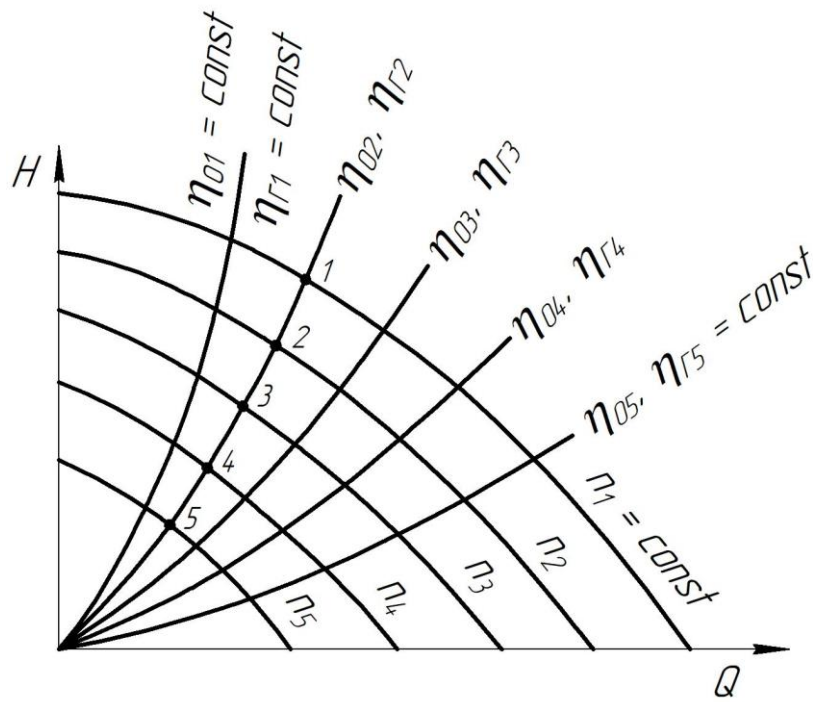


Рисунок 5.3 – Криві параболі подібних режимів

Для подібних режимів гідравлічний і об'ємний ККД з достатньою точністю можна вважати однаковими. Отже, криві подібних режимів є також кривими рівних об'ємних і гідравлічних ККД насоса. Механічний ККД для подібних режимів не залишається сталим, оскільки механічні втрати складаються з втрат як на дискове тертя, так і на тертя в ущільненнях вала і підшипниках. За збільшення частоти обертання потужність дискового тертя збільшується пропорційно гідравлічній потужності (або частоті обертання в третьому степені), втрати ж на тертя в підшипниках і ущільненнях вала зростають значно повільніше, ніж гідравлічна потужність. У результаті за збільшення частоти обертання роль втрат на тертя в ущільненнях вала і підшипниках у балансі енергії зменшується, що приводить до збільшення механічного і відповідно загального ККД.

Допустимо, що від насоса необхідно одержати подачу Q_2 за напору H_2 і що режимна точка з координатами Q_2 і H_2 не знаходиться на напірній характеристиці насоса, одержаної за частоти обертання n_1 (рис. 5.4). Потрібно визначити таку частоту обертання, за якої насос зможе забезпечити заданий режим роботи, іншими словами, визначити таку частоту обертання n_2 , за якої крива напорів $H = f(Q)$ характеристики пройде через задану точку 2 з координатами Q_2 і H_2 .

Шукану частоту обертання n_2 можна визначити використовуючи формули (5.30). Оскільки вони справедливі лише для подібних режимів, то для того, щоб можна було ними скористатися, необхідно знайти такий режим (Q_1, H_1) роботи насоса за частоти обертання n_1 , який би був подібний до заданого режиму (Q_2, H_2) .

Вище було показано, що подібні режими роботи насоса знаходяться на параболі подібних режимів $H = S \cdot Q^2$. Цьому рівнянню повинні відповідати координати заданої точки 2 і шуканої точки 1.

Положення точки 1 знаходимо графічно. Для цього проводимо через задану точку 2 параболу подібних режимів. Перетин параболи з кривою напорів $H = f(Q)$ за частоти обертання n_1 дає режимну точку 1 з координатами Q_1 і H_1 . Оскільки точки 1 і 2 знаходяться на одній і тій самій параболі подібних режимів, то режими 1 і 2 подібні і для них справедливі формули

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad \frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2. \quad (5.33)$$

У цих формулах невідома лише частота обертання n_2 , яку можна визначити за будь-яким із цих рівнянь.

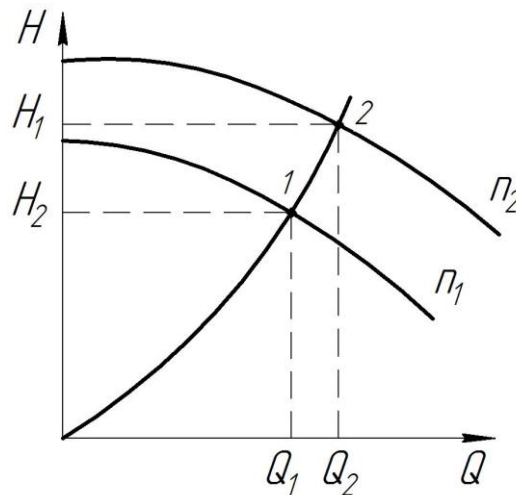


Рисунок 5.4 – До визначення частоти обертання, за якої напірна характеристика $H = f(Q)$ проходить через задану режимну точку

5.8 Коефіцієнт швидкохідності

Одержані раніше формули подібності (5.27), (5.28), (5.29) дають можливість:

1. Перерахувати дані випробувань модельного насоса на натурний насос за відомим коефіцієнтом геометричної подібності λ , задаючись співвідношенням чисел обертів і беручи в першому наближенні ККД для моделі і натурности рівними.

2. Розрахувати параметри насоса для других чисел обертів за даними випробувань на одному числі обертів.

3. Визначити для заданих Q_1 і H_1 розміри і число обертів насоса за відомих розмірів і параметрів модельного насоса.

Знайдемо ці співвідношення:

$$\frac{H_1}{H_2} = \lambda^2 \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \frac{\eta_{r1}}{\eta_{r2}},$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \lambda^3 \frac{n_1}{n_2} \frac{\eta_{o1}}{\eta_{o2}}.$$

У цих формулах індекс «1» – параметри натурального насоса, індекс «2» – параметри модельного насоса. Знехтувавши різницею ККД і поділивши друге рівняння на перше, одержимо

$$\begin{aligned} \frac{Q_1 H_2}{Q_2 H_1} &= \lambda \frac{n_1}{n_2}, \\ \lambda &= \frac{Q_1 n_1 H_2}{Q_2 n_2 H_1}. \end{aligned} \quad (5.33)$$

Виключимо із співвідношень для $\frac{H_1}{H_2}$ і $\frac{Q_1}{Q_2}$ коефіцієнт геометричної подібності λ .

Для цього перше рівняння піднесемо до куба, а друге – до квадрата, і поділимо одне на інше:

$$\frac{H_1^3}{H_2^3} = \lambda^6 \frac{n_1^6}{n_2^6},$$

$$\frac{Q_1^2}{Q_2^2} = \lambda^6 \frac{n_1^2}{n_2^2},$$

$$\frac{H_1^3}{H_2^3} \cdot \frac{Q_2^2}{Q_1^2} = \frac{n_1^4}{n_2^4}.$$

Звідки

$$\frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} \frac{H_1^{3/4}}{H_2^{3/4}}. \quad (5.34)$$

Підставивши (5.34) в (5.35), одержимо

$$\lambda = \sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}} \cdot \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{1/4}. \quad (5.35)$$

Введемо поняття коефіцієнта швидкохідності. Це поняття дозволяє поділити насоси і взагалі лопатеві машини на групи з різними геометричними співвідношеннями.

Коефіцієнтом швидкохідності називають число обертів еталонного (модельного) насоса, геометрично подібного до натурального, який працює на воді з тим самим гідравлічним і об'ємним ККД, але створює напір в 1 м за подачі 75 л/с (або споживає потужність 1 кінської сили).

Із співвідношення (5.34) одержуємо

$$n_2 = \frac{n_1 \cdot \sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}}}{\left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{3/4}}$$

Відкинувши індекси і підставивши $Q_2 = 0,075 \text{ м}^3/\text{с}$ і $H_2 = 1 \text{ м}$,

$$n_s = \frac{n \cdot \sqrt{\frac{Q}{0,075}}}{H^{3/4}},$$

$$n_s = \frac{3,65n \cdot \sqrt{Q}}{H^{3/4}}, \quad (5.36)$$

де: Q , $\text{м}^3/\text{с}$; H , м ; n_s , n , об/хв .

Для багатоступінчастого насоса n_s визначається за параметрами ступеня, для багатопотокових – за параметрами одного боку робочого колеса.

З формули (5.36) випливає, що чим більша подача насоса і чим більше число обертів, тим n_s більше. І навпаки, збільшення напору призводить до зменшення n_s .

За різних вихідних параметрів Q і H геометрична форма колеса значною мірою визначається числом обертів. За відомим значенням Q , H і n натурального колеса знаходимо n_s – число обертів модельного насоса, для якого $Q = 0,075 \text{ м}^3/\text{с}$, $H = 1 \text{ м}$. За заданих величин напору і подачі геометричні співвідношення цього модельного насоса будуть однозначно визначатися його числом обертів. Число обертів модельного насоса n_s відповідає цілком визначене геометричне співвідношення для робочого колеса насоса, а оскільки натурний насос подібний до модельного, то геометричні співвідношення натурального насоса будуть такими самими, як і в модельного. Отже, насоси з різними параметрами Q , H і n можуть порівнюватися та групуватися, виходячи з n_s за геометричними співвідношеннями.

Знайдемо зв'язок коефіцієнта швидкохідності з геометричними розмірами робочого колеса насоса. Нехтуючи товщиною лопатей, подачу насоса виразимо через геометричні розміри входу в робоче колесо:

$$Q' = \pi D_1 b_1 V_{1m}$$

Із вхідного трикутника швидкостей (див. рис. 3.7) за $V_{1U} = 0$ і кута атаки $i = 0$ випливає:

$$V_{1m} = U_1 \operatorname{tg} \beta_{1л}$$

Підставляючи це співвідношення у формулу для подачі, одержимо

$$Q' = \pi D_1 b_1 U_1 \operatorname{tg} \beta_{1л}$$

Виразимо напір насоса через геометричні параметри робочого колеса:

$$H = H_T \eta_\Gamma = \frac{H_{T\infty}}{1 + n_\lambda} \eta_\Gamma,$$

за $V_{1U} = 0$, $H_{T\infty} = \frac{U_2 V_{2U}}{g}$, отже,

$$H = \frac{U_2 V_{2U}}{1 + n_\lambda} \eta_\Gamma.$$

З трикутника швидкостей на виході з робочого колеса (див. рис. 3.12) випливає, що

$$V_{2U} = U_2 - V_{2m} \operatorname{ctg} \beta_{2л},$$

звідки

$$H = \frac{U_2 (U_2 - V_{2m} \operatorname{ctg} \beta_{2л}) \eta_\Gamma}{1 + n_\lambda}.$$

Ураховуючи, що

$$V_{2m} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2} = \frac{\pi D_1 b_1 U_1 \operatorname{tg} \beta_{1л}}{\pi D_2 b_2},$$

і підставляючи розгорнуті вирази для Q і H у формулу для n_s , після деяких перетворень одержимо

$$n_s = 3,65 \frac{60}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{g}{\eta_\Gamma} \right)^{3/4} \frac{\frac{D_1}{D_2} \sqrt{\frac{b_1}{D_2} \operatorname{tg} \beta_{1л} (1 + n_\lambda)^{3/4}}}{\left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \frac{b_1}{b_2} \frac{\operatorname{tg} \beta_{1л}}{\operatorname{tg} \beta_{2л}} \right)^{3/4}}. \quad (5.37)$$

Формула (5.37) встановлює зв'язок коефіцієнта швидкохідності з геометричними розмірами робочого колеса насоса, точніше, з їх співвідношенням.

Простежимо зв'язок геометричних співвідношень і n_s .

n_s збільшується за:

1) збільшення $\frac{D_1}{D_2}$;

2) збільшення $\frac{b_1}{D_2}$;

3) збільшення $\beta_{1л}$;

4) зменшення $\beta_{2л}$;

5) великого n_λ , тобто меншої кількості лопатей і меншої їх робочої поверхні.

На рисунку 5.5 показані геометричні форми меридіанного перерізу робочих коліс, що мають різний коефіцієнт швидкохідності.

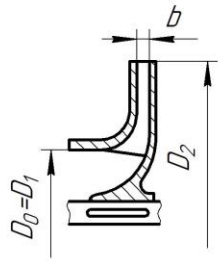
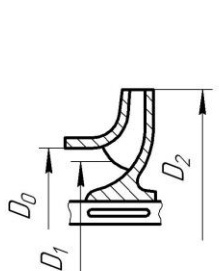
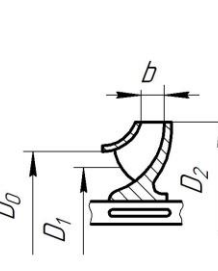
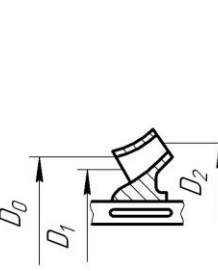
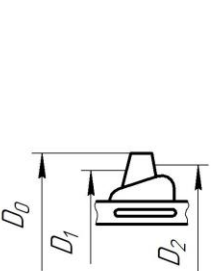
Відцентровий насос			Колесо діагонального насоса	Колесо пропелерного насоса
Тихохідне колесо	Нормальне колесо	Швидкохідне колесо		
 <p>$n_s = 40-80$ $D_2/D_0 \approx 2,5$</p>	 <p>$n_s = 80-150$ $D_2/D_0 \approx 2,0$</p>	 <p>$n_s = 150-300$ $D_2/D_0 \approx 1,8...1,4$</p>	 <p>$n_s = 300-600$ $D_2/D_0 \approx 1,2...1,1$</p>	 <p>$n_s = 600-1200$ $D_2/D_0 \approx 0,8$</p>

Рисунок 5.5 – Меридіанні перерізи робочих коліс за різних коефіцієнтів швидкохідності

З цього рисунка бачимо, як змінюється геометрична форма робочого колеса за збільшення n_s . За малих n_s – тихохідні колеса, міжлопатевий канал колеса вузький і довгий. Зі збільшенням n_s канал розширюється, діаметри входу і виходу зближуються між собою і колесо поступово з радіального перетворюється на діагональне, а за подальшого збільшення n_s – в колесо осевого (пропелерного) типу. Основний сенс введення коефіцієнта швидкохідності полягає в тому, що він дозволяє класифікувати насоси за геометричною формою.

У технічній літературі можна натрапити на значення n_s , що виражається англійськими та американськими одиницями вимірювання. Для довідки наведемо формули перерахунку. Підставляючи у формулу для n_s об'ємну подачу в англійських галонах за 1 хвилину, а напір – у футах, одержимо

$$n_{S \text{ англ}} = 12,93 n_s$$

(англійський галон = 4,546 л, фут = 0,305 м).

Підставляючи у формулу для n_s об'ємну подачу в американських галонах за 1 хвилину, а напір – у футах (американський галон = 3,785 л), одержуємо

$$n_{S \text{ амер}} = 14,15 n_s.$$

Зазвичай застосовуване поняття коефіцієнта швидкохідності як число обертів еталонного насоса, що споживає потужність 1 к. с. за напору 1 м, не є вдалим, оскільки коефіцієнт швидкохідності в цьому разі залежить від густини ρ

робочої рідини модельного насоса, і тому потрібно зазначити, що такою рідиною є вода. Таке поняття коефіцієнта швидкохідності склалося історично, оскільки він вперше був застосований для гідравлічних турбін, для яких величина одержуваної потужності є визначальною величиною.

Більш правильно було б взяти за коефіцієнт швидкохідності насосів число обертів еталонного насоса, що створює напір 1 м за подачі робочої рідини 1 м³/с. Позначимо число обертів такого еталонного насоса через n_q .

Із попереднього випливає, що

$$n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}}, \quad (5.38)$$

і n_q не залежить від густини рідини модельного насоса.

Під час роботи моделі на воді зв'язок n_s і n_q легко встановлюється:

$$n_q = \frac{n_s}{3,65}. \quad (5.39)$$

Взагалі n_s не є критерієм подібності і за формальною ознакою (має розмірність об/хв), і по суті, оскільки повністю не визначає характеристик насоса. Рівність коефіцієнтів швидкохідності ще не означає ідентичності всіх показників насоса, наприклад, коефіцієнта корисної дії. Так, $n_s = 200$ може мати низькообертовий насос, малонапірний насос ($n = 1\,500\text{--}2\,000$ об/хв і $H = 15\text{--}20$ м) і високообертовий високонапірний насос ($n = 20\,000$ об/хв і $H = 600\text{--}700$ м). Гідравлічні напори і гідравлічні ККД можуть бути істотно різними в цих насосів. Як показав досвід, гідравлічні втрати в колесі сильно залежать від кутової швидкості обертання.

Проте коефіцієнт швидкохідності певною мірою характеризує багато властивостей насоса і дозволяє попередньо оцінити за заданими параметрами геометричні співвідношення робочого колеса і порядок величини деяких коефіцієнтів, як, наприклад, η_o , $\eta_{\text{мех}}$ тощо.

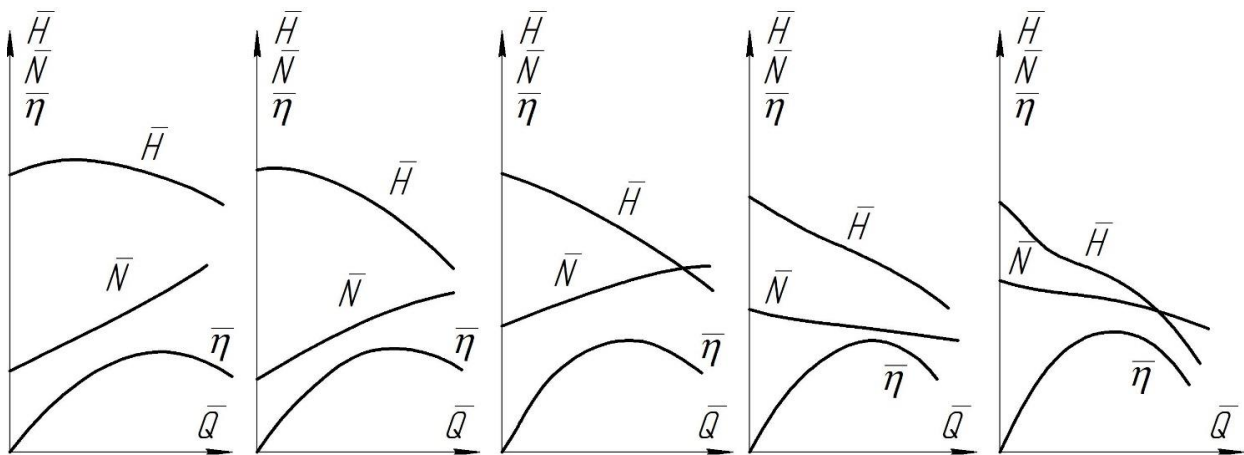
Від коефіцієнта швидкохідності залежить також форма характеристики насоса і поряд із подачею Q він за заданої частоти обертання визначає значення максимально досяжного ККД (рис. 5.6).

Коефіцієнт швидкохідності може бути виражений через широко застосовувані в насособудуванні безрозмірні коефіцієнти:

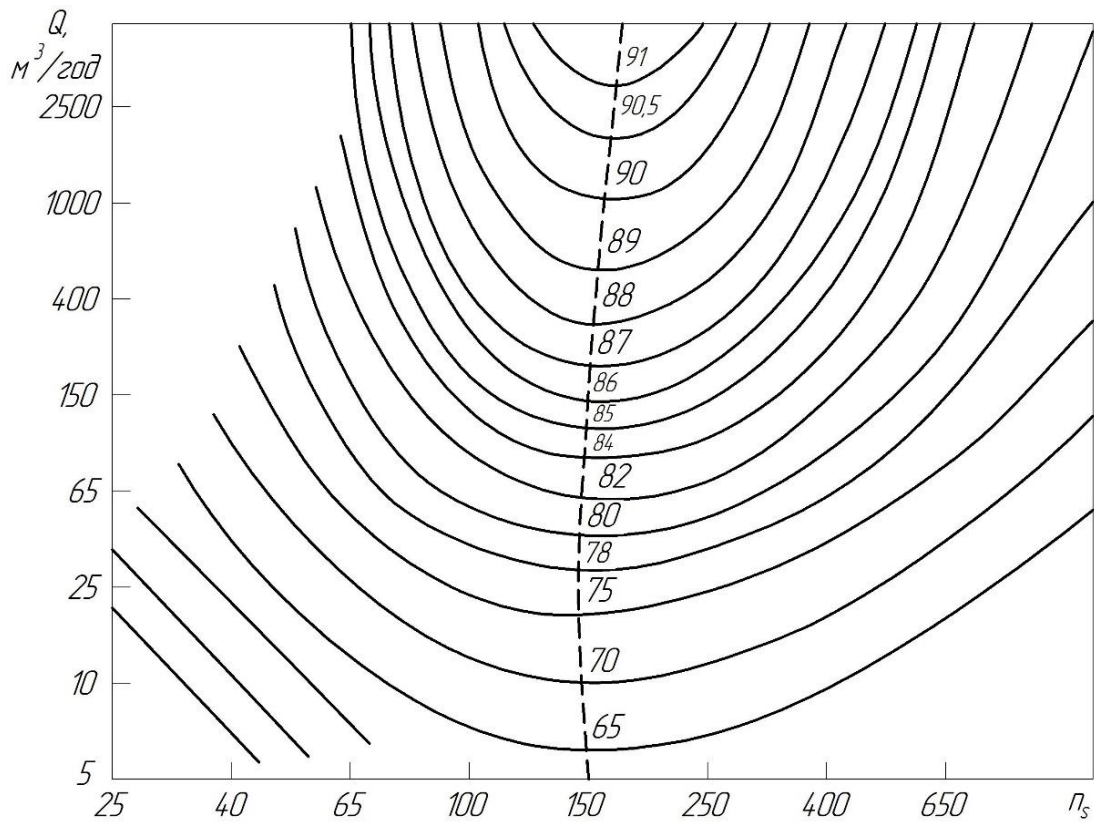
$$\text{коефіцієнт подачі } q = \frac{Q}{nD_2^3} \text{ і коефіцієнт напору } \psi = \frac{gH}{U_2^2}.$$

Підставивши у формулу для n_s напір і подачу, виражені через ці коефіцієнти

$$H = \psi \frac{U_2^2}{g}, \quad Q = qnD_2^3,$$



а



б

Рисунок 5.6 – Вплив n_s на характеристики (а) і ККД насоса (б)

і подавши n у вигляді

$$n = \frac{30}{\pi} \frac{U_2}{D_2},$$

одержимо

$$n_s = \frac{30}{\pi} \frac{U_2}{D_2} \sqrt{q \frac{U_2}{D_2} D_2^3} \cdot \psi^{3/4} \cdot U_2^{3/2}, \quad (5.40)$$

і звідси

$$n_s = \frac{30}{\pi} \frac{q^{1/2}}{\psi^{3/4}}. \quad (5.41)$$

Отже, лише за заданого q коефіцієнт швидкохідності n_s визначає коефіцієнт напору ψ .

Контрольні питання до розділу 5

- 1 Які дві задачі розв'язуються за допомогою теорії подібності?
- 2 Що покладено в основу геометричної, кінематичної і динамічної подібностей у лопатевих гідромашинах?
- 3 Які необхідні і достатні умови для існування механічної подібності лопатевих гідромашин?
- 4 Який фізичний зміст критеріїв динамічної подібності: числа Фруда, Ейлера, Рейнольдса, Струхаля?
- 5 Чи можливе одночасне виконання всіх критеріїв динамічної подібності?
- 6 Коли доцільно застосовувати метод розмірностей?
- 7 Який зв'язок між розмірними величинами, які характеризують деякий фізичний закон, установлює π -теорема?
- 8 Наведіть рівняння подібності для лопатевих насосів.
- 9 Яким чином перераховують характеристики лопатевих насосів на іншу частоту обертання?
- 10 З якою метою використовується парабола подібних режимів?
- 11 Дайте визначення коефіцієнта швидкохідності насоса.
- 12 Яким чином коефіцієнт швидкохідності насоса визначає форму меридіанних перерізів лопатевих коліс насосів?
- 13 Чи існує взаємозв'язок між коефіцієнтом швидкохідності і зовнішніми характеристиками лопатевого насоса?
- 14 Чи є коефіцієнт швидкохідності критерієм подібності лопатевих насосів?

Розділ 6

Основи теорії лопатевих ґраток (решіток)

ґратки (решітки) гідравлічних машин. Характеристика нерухомої плоскої ґратки. Коефіцієнт прозорості ґратки. Коефіцієнт неробочого (нульового) режиму ґратки. Елементарна циліндрична ґратка. Характеристика плоскої колової обертової ґратки. Графічне зображення ліній неробочого і нормального режимів. Елементарна циліндрична обертова ґратка. Характеристики просторових ґраток.

6.1 ґратки (решітки) гідравлічних машин

Робоче колесо гідромашини має ряд рівномірно розміщених по колу однакових за формою лопатей, обмежених двома концентричними поверхнями обертання.

У загальному випадку лопаті мають складну просторову форму (рис. 6.1). Таку лопатеву систему називають гідродинамічною ґраткою (решіткою).

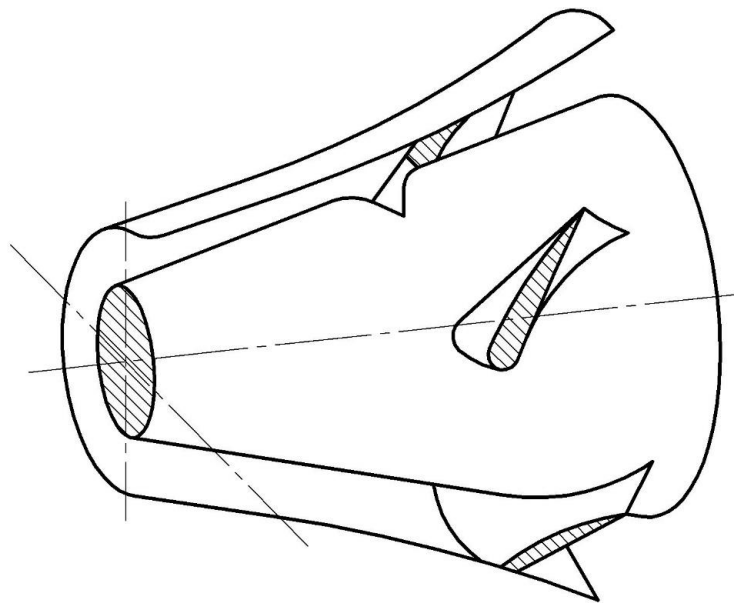


Рисунок 6.1 – Просторова гідродинамічна ґратка

Напрямний апарат – це нерухома ґратка, яка має ряд однакових за формою лопаток, рівномірно розміщених по колу та обмежених концентричними поверхнями обертання або площинами.

Завданням гідродинамічної теорії ґраток є визначення течії в ґратці довільної форми: яка обертається, або нерухома. Під час розв'язання задачі в загальному випадку для ґратки довільної форми трапляються великі труднощі: наявність примежового шару, що впливає на розподіл швидкостей у каналі, вихрових зон, зворотних течій і взаємний вплив ґраток. Тому течію подають у схематизованому і дещо спрощеному вигляді. Розв'язок основної задачі до того ж буде наближеним. В інженерних розрахунках під час розв'язування різних

задач потрібна і різна точність, тому одну й саму течію схематично можна показати по-різному.

Розглянемо схеми гідравлічних машин, які мають однотипні ґратки.

На рисунку 6.2 подані схеми проточної частини тихохідної турбіни (а), насосного колеса низької швидкохідності (б) і багатоступеневого гідротрансформатора (в).

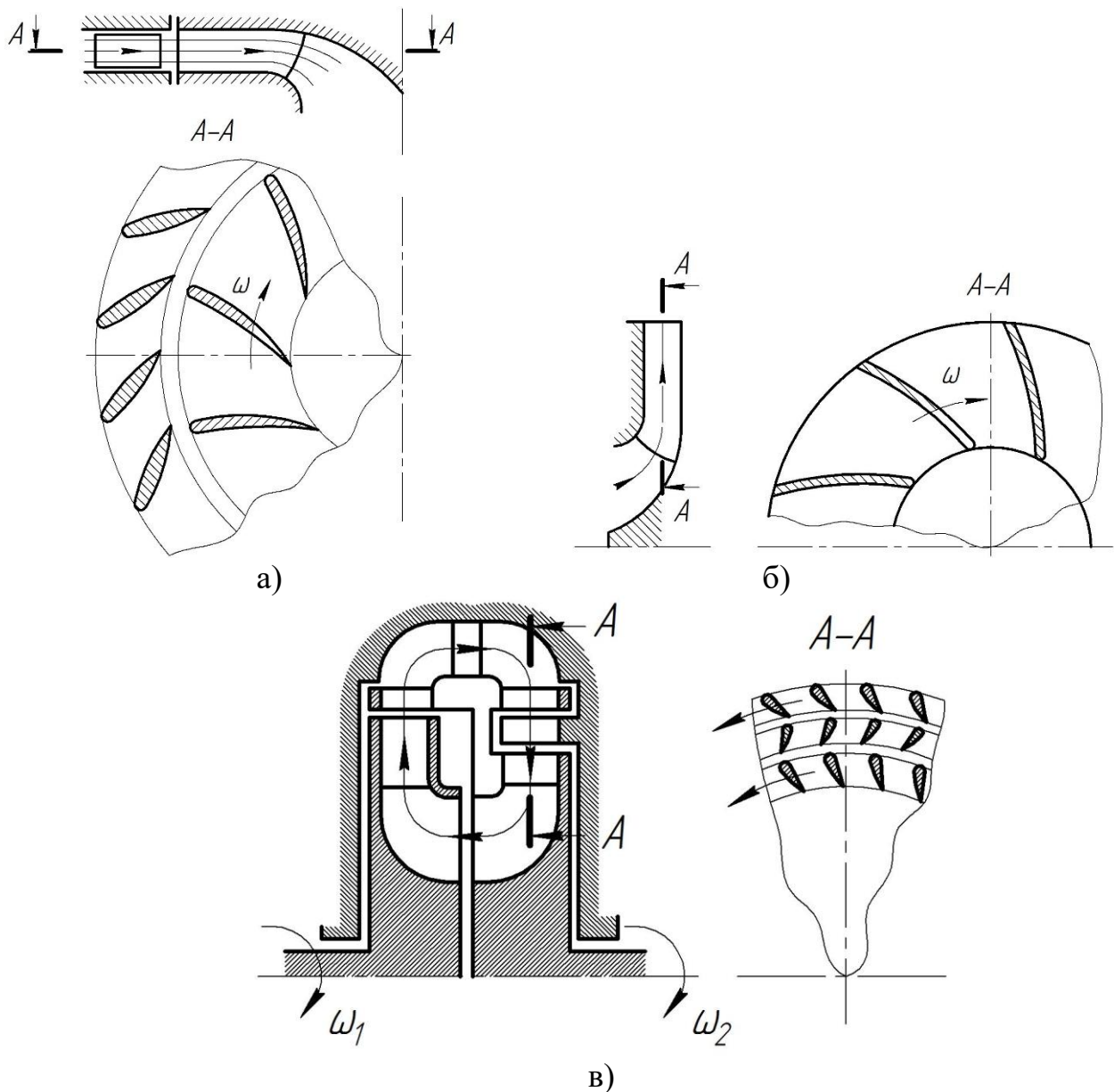


Рисунок 6.2 – Просторова гідродинамічна ґратка

Для цих гідромашин у першому наближенні можна взяти, що в області робочого колеса і напрямного апарата поверхні течії є площинами, перпендикулярними до осі обертання, а течія на різних поверхнях однакова. Відхилення мають місце поблизу виходу з робочого колеса гідротурбіни (а) і на

вході в робоче колесо насоса (б). У зв'язку з цим лопатки напрямного апарата і лопаті робочих коліс у таких гідромашинах мають циліндричну форму з деяким відхиленням на виході в робочому колесі турбіни (а) і на вході в насосне колесо (б).

На різних плоских поверхнях течії відбувається обтікання однакових за формою ґраток. Таким чином, складна просторова течія наближено зведена до плоскої течії.

Для розв'язування задачі обтікання такого типу просторових ґраток необхідно знайти розв'язок плоскої задачі.

Переріз ґратки площиною, перпендикулярною до осі машини, дає плоску ґратку, яку називають коловою. На рисунку 6.2 в перерізі по А–А отримані колові ґратки для зображених типів гідромашин.

До плоских колових ґраток можна також віднести просторові ґратки гідромашин, показаних на рисунку 6.3. Тут показана проточна частина діагональної гідротурбіни з діагональним робочим колесом і конічним напрямним апаратом, де лінії течії знаходяться на поверхнях, близьких до конусів. Якщо наближено взяти, що течії проходять по конічних поверхнях течії, то складний потік у просторовій ґратці можна розкласти на ряд незалежних течій на конусах. У кожному нескінченно тонкому шарі відбувається обтікання конічної ґратки, отриманої від перерізу конусом ґратки робочого колеса і напрямного апарата. Розгортка конічної ґратки на площину дає колову ґратку.

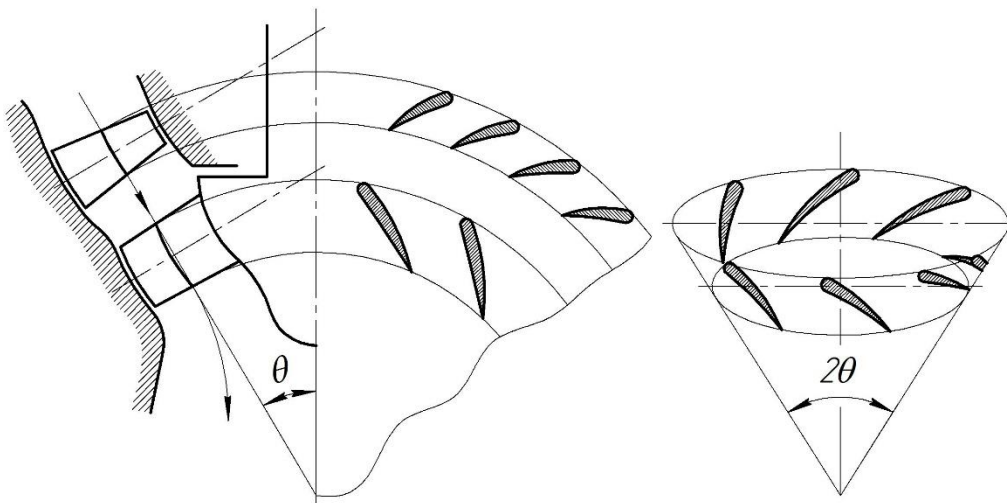


Рисунок 6.3 – Просторова ґратка діагональної гідравлічної турбіни

На рисунку 6.4 показана схема проточної частини осьової гідротурбіни. Течія в області робочого колеса відбувається на поверхнях течії, наближених до циліндричних. У перерізі робочого колеса циліндром радіусом R отримуємо циліндричну ґратку. Розгортаючи циліндричну поверхню течії разом із циліндричною ґраткою на площину нескінченне число разів, отримуємо плоску нескінчену пряму ґратку.

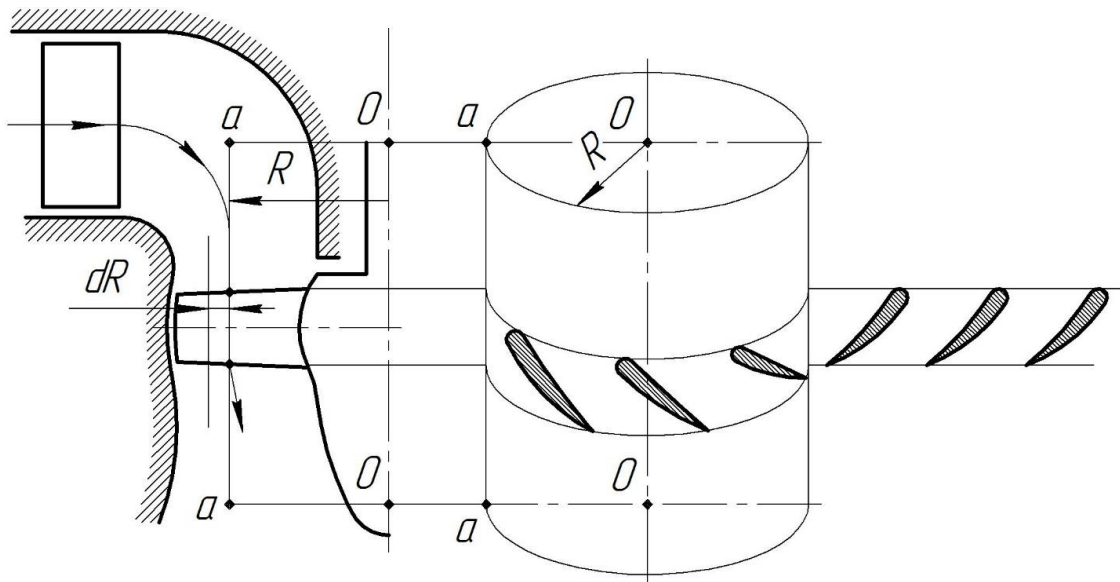


Рисунок 6.4 – Просторова ґратка осьової гідротурбіни

Таким чином, лопаті робочого колеса осьової гідротурбіни, лопатки випрямного апарата осьового насоса можна подати як сукупність циліндричних або плоских прямих нескінченних ґраток. Природно, що в разі заміни складної просторової ґратки рядом плоских ґраток можливий лише наближений розв'язок задачі обтікання.

Допущення під час розгляду лопатевих ґраток:

- 1) течія безвідривна, вихрові зони відсутні;
- 2) наявність достатньо великих вільних ділянок перед ґраткою і за нею;
- 3) течію в ґратці розглядають незалежно від можливого впливу сусідніх частин гідромашини;
- 4) течію в області перед ґраткою беруть безвихровою.

Оскільки витрата до і за ґраткою однакова, ґратка не може вплинути на меридіанну складову течії в області за ґраткою. Незалежно від форми ґратки меридіанна течія і відповідний розподіл її швидкостей у цій області залишається таким самим, як і в разі відсутності ґратки.

Таким чином, увесь вплив ґратки на потік зводиться лише до зміни циркуляції під час протікання рідини через ґратку.

Течія після ґратки буде цілком визначена, якщо можна знайти циркуляцію Γ'' після ґратки за заданих:

- витрати Q ;
- циркуляції перед ґраткою Γ' ;
- кутової швидкості ω .

Зв'язок між цими параметрами у вигляді рівняння або графічної залежності називають характеристикою ґратки.

6.2 Характеристика нерухомої плоскої ґратки

Установимо умови, що визначають усталений безвихровий рух у плоскій коловій ґратці. Розглянемо спочатку нерухому ґратку з лопатками, в загальному випадку неоднаковими і розміщеними несиметрично навколо осі. Лопатки обмежені циліндричними поверхнями з твірними, паралельними осі, мають кінцеву товщину і таку форму, яка практично допускає їх безвідривне обтікання. На боці виходу потоку з ґратки лопатки загострені – це місце сходження струминок. На рисунку 6.5 показані схеми колових ґраток для випадку руху ззовні до центра і зворотню – від центра назовні.

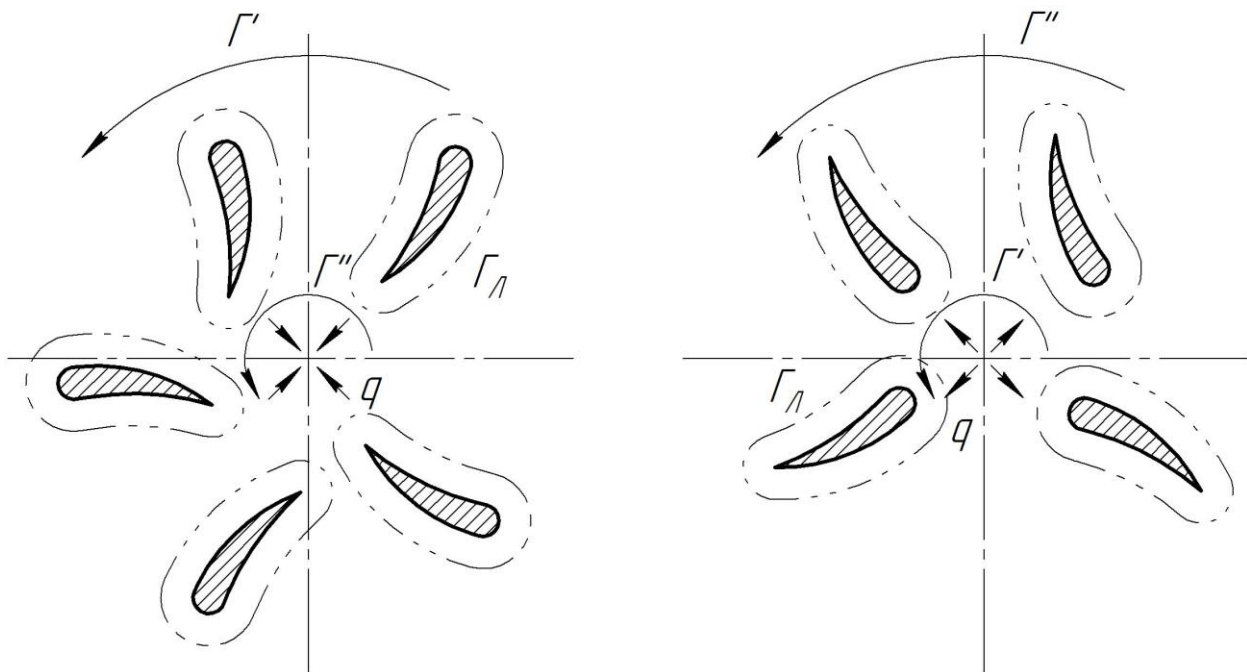


Рисунок 6.5 – Схеми колових ґраток

Безвихровий рух визначається такими граничними умовами:

- 1) до ґратки на достатній відстані від лопаток потік вісесиметричний і визначається витратою ($\text{м}^2/\text{с}$) $q = \frac{Q}{b}$ і циркуляцією Γ' (b – ширина ґратки);
- 2) на контурах лопаток швидкість спрямована по дотичній до контуру;
- 3) за ґраткою на достатній відстані від лопаток потік має таку саму витрату $q = \frac{Q}{b}$, що й до ґратки, і буде цілком визначений, якщо відома циркуляція Γ'' .

Оскільки область ґратки багатозв'язна, то необхідні додаткові умови, що визначають значення циркуляції Γ_L навколо лопаток. За ці умови беремо вимогу збігу точки сходження струмин із точкою загострення профілю кожної лопатки. Цими умовами однозначно визначається потенціальний потік навколо ґратки і відповідно визначається й величина циркуляції Γ'' за ґраткою.

Щоб знайти в загальній формі залежність Γ'' від витрати q і циркуляції перед ґраткою Γ' , встановимо таке основне положення:

Сума двох потоків, кожний з яких обтікає дану ґратку, дає потік, що також обтікає цю ґратку.

Нехай нам відомі два потоки, що обтікають дану нерухому ґратку з виконанням зазначених умов. Ці потоки характеризуються величинами:

$$\begin{array}{l} 1) \quad \Gamma'_1 \quad q_1 \quad \Gamma''_1; \\ 2) \quad \Gamma'_2 \quad q_2 \quad \Gamma''_2. \end{array}$$

Змінивши всі швидкості потоку в однаковому відношенні без зміни їх напрямку, одержимо кінематично подібну течію, що також обтікає ґратку, водночас витрата і циркуляція зміняться пропорційно швидкостям потоку.

Користуючись цим, створимо складанням сумарний потік, що характеризується довільно вибраними величинами:

$$\Gamma' = a \Gamma'_1 + b \Gamma'_2, \quad (6.1)$$

$$q = a q_1 + b q_2, \quad (6.2)$$

де a і b – деякі дійсні числа.

Одержаний сумарний потік також буде безвихровим і задовольняє умови обтікання ґратки. Це впливає з того, що під час складання потоків швидкості складають за правилом складання векторів. Складання швидкостей, спрямованих по дотичній до контуру лопатки, дає швидкість, що також спрямована по дотичній. Поблизу місця сходження струминок швидкості кожного з додаваних потоків мають однаковий напрямок відносно точки загострення в разі підходу з обох сторін контуру. Те саме одержуємо і для сумарного потоку, що дає для нього положення точки сходження, яка збігається з точкою загострення. Отже, для циркуляції за ґраткою можемо записати

$$\Gamma'' = a \Gamma''_1 + b \Gamma''_2. \quad (6.3)$$

Виключимо a і b з рівнянь (6.1), (6.2), (6.3):

$$\begin{vmatrix} \Gamma' & \Gamma'_1 & \Gamma'_2 \\ q & q_1 & q_2 \\ \Gamma'' & \Gamma''_1 & \Gamma''_2 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Gamma' \begin{vmatrix} q_1 & q_2 \\ \Gamma''_1 & \Gamma''_2 \end{vmatrix} - q \begin{vmatrix} \Gamma'_1 & \Gamma'_2 \\ \Gamma''_1 & \Gamma''_2 \end{vmatrix} + \Gamma'' \begin{vmatrix} \Gamma'_1 & \Gamma'_2 \\ q_1 & q_2 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Gamma'' = -\Gamma' \frac{\begin{vmatrix} q_1 & q_2 \\ \Gamma''_1 & \Gamma''_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \Gamma'_1 & \Gamma'_2 \\ q_1 & q_2 \end{vmatrix}} + q \frac{\begin{vmatrix} \Gamma'_1 & \Gamma'_2 \\ \Gamma''_1 & \Gamma''_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \Gamma'_1 & \Gamma'_2 \\ q_1 & q_2 \end{vmatrix}},$$

$$\Gamma'' = \Gamma' \frac{\begin{vmatrix} \Gamma_1'' \Gamma_2'' \\ q_1 q_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \Gamma_1' \Gamma_2' \\ q_1 q_2 \end{vmatrix}} + q \frac{\begin{vmatrix} \Gamma_1' \Gamma_2' \\ \Gamma_1'' \Gamma_2'' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \Gamma_1' \Gamma_2' \\ q_1 q_2 \end{vmatrix}},$$

$$\Gamma'' = k\Gamma' + mq. \quad (6.4)$$

Рівняння (6.4) дає лінійну залежність для циркуляції за ґраткою Γ'' від Γ' і q , що визначається двома параметрами k і m .

Очевидно, необхідно мати

$$\begin{vmatrix} \Gamma_1' \Gamma_2' \\ q_1 q_2 \end{vmatrix} = \Gamma_1' q_2 - \Gamma_2' q_1 \neq 0, \text{ або } \frac{\Gamma_1'}{q_1} \neq \frac{\Gamma_2'}{q_2}.$$

Тобто два початкових потоки не повинні бути кінематично подібними.

Рівняння (6.4) – це загальна характеристика нерухомої плоскої ґратки.

За його допомогою можна розв'язувати різні задачі. Знайдемо, наприклад, умови, за яких ґратка не змінює циркуляції в потоці:

$$\Gamma'' = \Gamma' = \Gamma_0. \quad (6.5)$$

Підставивши в рівняння (6.4), одержуємо:

$$\Gamma_0 = k \Gamma_0 + mq,$$

$$(1 - k)\Gamma_0 = mq, \quad \Gamma_0 = \frac{m}{1-k} q = \tau_0 q, \quad (6.6)$$

$$\tau_0 = \frac{m}{1-k}, \quad (6.7)$$

$$\Gamma'' = k\Gamma' + (1 - k) \tau_0 q, \quad (6.8)$$

де k – коефіцієнт прозорості ґратки;

τ_0 – коефіцієнт неробочого (нульового) режиму.

Параметри k і τ_0 для даної ґратки постійні і залежать лише від її геометрії.

Як бачимо з рівняння (6.6), τ_0 визначає таке співвідношення між витратою і циркуляцією, за якого ґратка не впливає на потік. Оскільки

$$\frac{\Gamma_0}{q} = \frac{V_u}{V_r} = \tau_0, \quad (6.9)$$

де V_r , V_u – відповідно радіальна і колова складові абсолютної швидкості на значній відстані від ґратки,

то коефіцієнт τ_0 визначає кут між лінією течії і радіусом на неробочому режимі:

$$\tau_o = tg \varphi_o. \quad (6.10)$$

Підставою для назви параметра k є таке. Нехай за постійної заданої витрати q циркуляція Γ' перед ґраткою зміниться на величину $\Delta\Gamma'$.

Позначаючи зміну циркуляції Γ'' за ґраткою через $\Delta\Gamma''$, одержимо згідно з рівнянням (6.8):

$$\Gamma'' + \Delta\Gamma'' = k(\Gamma' + \Delta\Gamma') + (1 - k)\tau_o q.$$

Віднімаючи початкову величину циркуляції

$$\Gamma'' = k\Gamma' + (1 - k)\tau_o q,$$

одержуємо

$$\Delta\Gamma'' = k\Delta\Gamma'. \quad (6.11)$$

Отже, параметр k показує, якою мірою відображується зміна циркуляції Γ' перед ґраткою на величині циркуляції Γ'' за ґраткою.

Параметр k – величина додатна і змінюється в межах

$$0 \leq k \leq 1.$$

За $k = 0$ циркуляція Γ'' повністю не залежить від величини циркуляції Γ' і визначаються лише витратою q . Зміна циркуляції Γ' перед ґраткою не впливає на Γ'' . Ґратка є достатньою густою, «непрозорою» і рівняння (6.8) набирає вигляду

$$\Gamma'' = \tau_o q. \quad (6.12)$$

За $k = 1$ будь-яка зміна циркуляції Γ' перед ґраткою відображується повною мірою на циркуляції за ґраткою. Ґратка є повністю прозорою.

$$\Gamma'' = \Gamma'. \quad (6.13)$$

Очевидно, цей випадок рівнозначний відсутності ґратки.

Як другий приклад використання рівняння (6.8) визначимо циркуляцію за ґраткою для випадку нормального входу, коли циркуляція перед ґраткою дорівнює нулю:

$$\Gamma' = 0.$$

Підставивши в рівняння (6.8), одержуємо величину Γ'' , що дорівнює

$$\Gamma'' = (1 - k)\tau_o q = \tau_n q, \quad (6.14)$$

$$\tau_n = tg \varphi_n, \quad (6.15)$$

де τ_n – коефіцієнт «нормального» режиму, що відповідає безциркуляційному потоку перед ґраткою.

Одержані результати можна показати графічно. Відкладаючи по горизонтальній осі витрату q , а по вертикальній – циркуляцію Γ , одержуємо

можливість зобразити режим потоку точкою в координатах q , Γ . Зміні режиму відповідає деяка лінія, вздовж якої переміщується точка.

Неробочі (нульові) режими, що визначаються рівнянням (6.9), зображуються променем M_0 (рис. 6.6), спрямованим під кутом φ_0 до осі витрат. Будь-яка точка, що належить цьому променю, дає значення q і Γ як для потоку перед граткою, так і за нею.

Режимам нормального входу відповідають точки, які лежать на осі витрат за $\Gamma' = 0$. Для потоку за граткою за рівнянням (6.14) режими визначаються точками, які лежать на промені M_n , спрямованому під кутом φ_n до осі витрат.

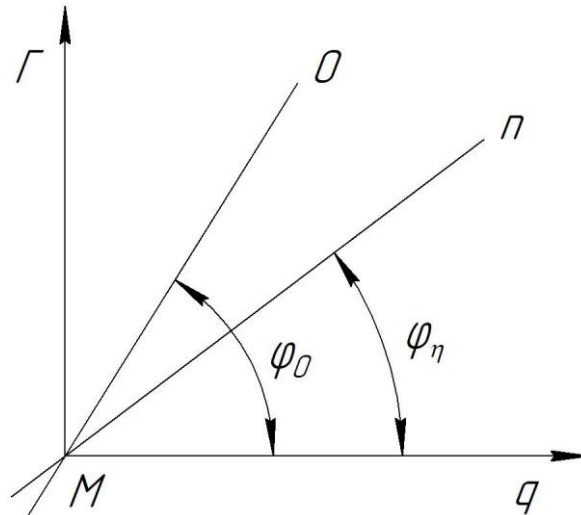


Рисунок 6.6 – Лінії неробочого (нульового) і нормального режимів

Довільна точка з координатами q і Γ зображує деякий потік перед граткою або за нею. Складанню двох будь-яких потоків відповідає алгебраїчне складання витрат і циркуляцій. Водночас точку, що зображує сумарний потік, одержуємо векторним (геометричним) складанням векторів зі складовими q і Γ по осях. Таке складання показано на рисунку 6.7, де точкам A' відповідає потік перед граткою, а точкам A'' – потік за нею. Очевидно, що точкам для потоків перед граткою і за нею відповідає одна і та сама витрата.

Нульова M_0 і нормальна M_n лінії на графіку повністю визначають дію гратки на рідину, що протікає через неї. За їх допомогою можна знайти циркуляцію Γ'' за граткою за заданими витратами q і циркуляцією Γ' перед граткою. На рисунку 6.8 точка A' відображає стан потоку перед граткою. Провівши з A' лінію паралельну осі витрат, подамо заданий потік у вигляді суми двох, які перед граткою визначені відрізками (векторами) MA_0 і A_0A' .

Перша складова є потоком нульового напрямку, отже, точка A_0 зображує і потік за граткою. Друга складова визначає потік нормального входу. Провівши A_0A'' паралельно M_n , знаходимо відповідний йому потік із циркуляцією за граткою, що дорівнює $A'A''$. Точка A'' визначає шуканий режим за граткою. Вона лежить на тій самій вертикалі, що й задана точка A' , оскільки витрата перед і за граткою однакова.

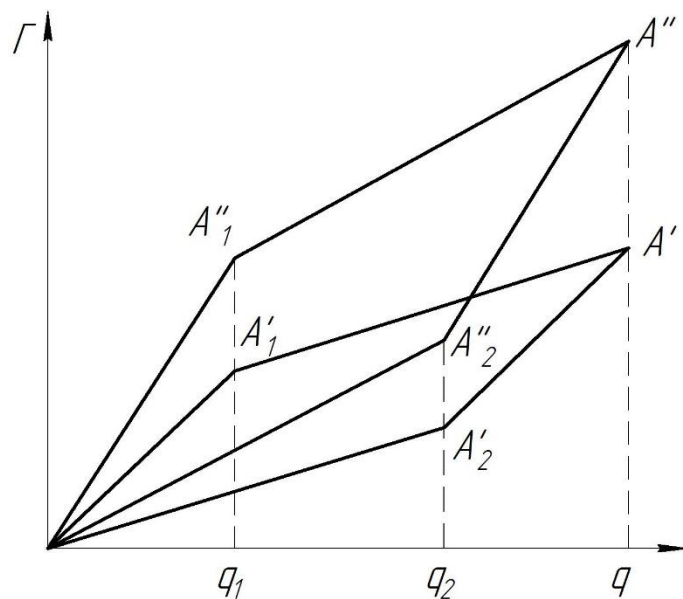


Рисунок 6.7 – Складання двох потоків

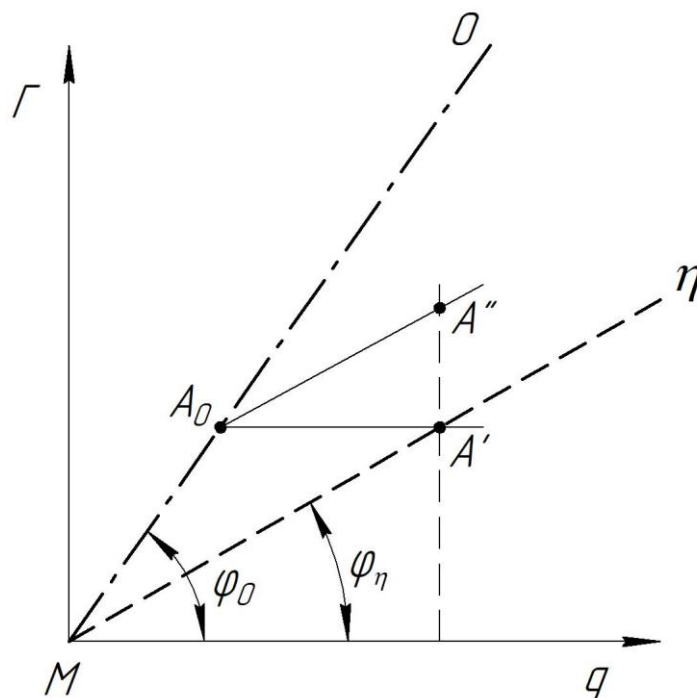


Рисунок 6.8 – Графічне визначення циркуляції Γ'' після ґратки

Точка A'' завжди лежить ближче до нульової лінії, ніж точка A' . Спостерігається тенденція ґратки повертати потік у бік нульового напрямку. Відношення тангенсів φ_n і φ_0 згідно з рівнянням (6.14) дорівнює

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi_n}{\operatorname{tg} \varphi_0} = \frac{(1-k)\tau_0}{\tau_0} = 1 - k.$$

Отже, взаємне розміщення нульової і нормальної лінії дає уявлення про величину коефіцієнта прозорості ґратки. За густої, непрозорої ґратки обидві лінії зливаються в одну й навпаки, чим більше розріджена ґратка, тим більше розходяться ці лінії.

Побудований на рисунках 6.6 і 6.7 графік може розглядатись як зображення характеристики за рівнянням (6.8).

Одержані закономірності дійсні для будь-яких плоских ґраток за достатньо малого відношення $\frac{b}{r}$ (b – ширина ґратки, r – радіус ґратки).

Зупинимося на окремому випадку елементарної циліндричної ґратки. На великій відстані від лопаток такої ґратки складові швидкості течії визначають за значеннями q і Γ :

$$V_x = \frac{q}{2\pi r}, \quad V_y = \frac{\Gamma}{2\pi r}. \quad (6.16)$$

Замінивши витрату q і циркуляцію Γ в рівнянні (6.8) їх виразом через швидкості, одержимо

$$V_y^{II} = kV_y^I + (1 - k)\tau_0 V_x. \quad (6.17)$$

Під час розгляду течії рідини в такій ґратці можна вважати, що вона проходить у нескінченно тонкому циліндричному шарі. Цей шар можна розгорнути на площину, при цьому лопатки утворюють нескінченний ряд – так звану пряму ґратку (рис.6.9) з періодично повторюваних лопаток.

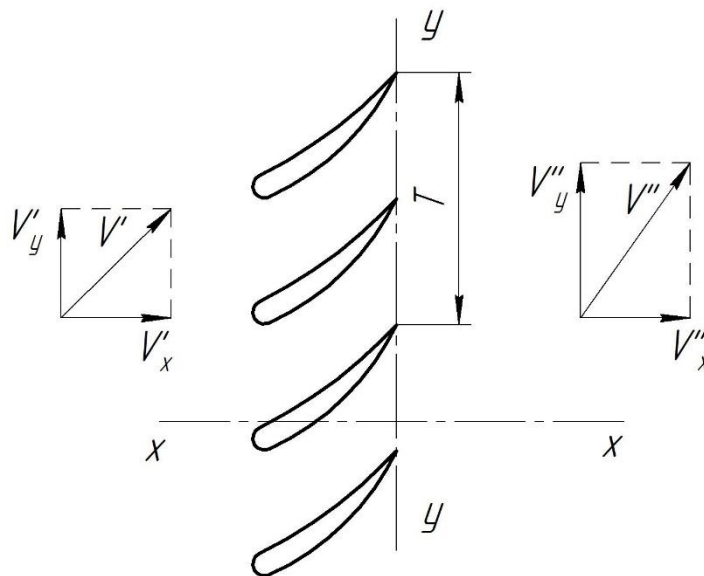


Рисунок 6.9 – Пряма ґратка

Вісь $x-x$, паралельну осі циліндричної ґратки, будемо називати «віссю прямої ґратки», а вісь $y-y$ назвемо «лінією ґратки». Уздовж цієї лінії розміщується нескінченний ряд лопаток із періодом t – кроком ґратки.

У простому випадку однакових лопаток

$$t = \frac{2\pi r}{z},$$

де z – кількість лопаток циліндричної ґратки.

Графічне зображення характеристики прямої ґратки за рівнянням (6.17) наведемо на рисунку 6.10. Очевидно, будь-яка точка на цьому графіку є кінцем вектора повної швидкості перед і за ґраткою. «Нульова» лінія M_0 дає напрямок потоку, за якого обтікання лопаток проходить з циркуляцією, що дорівнює нулю, по контуру, що охоплює лопать. Отже, ця лінія визначає напрямок аеродинамічної хорди або дозволяє встановити межі його зміни.

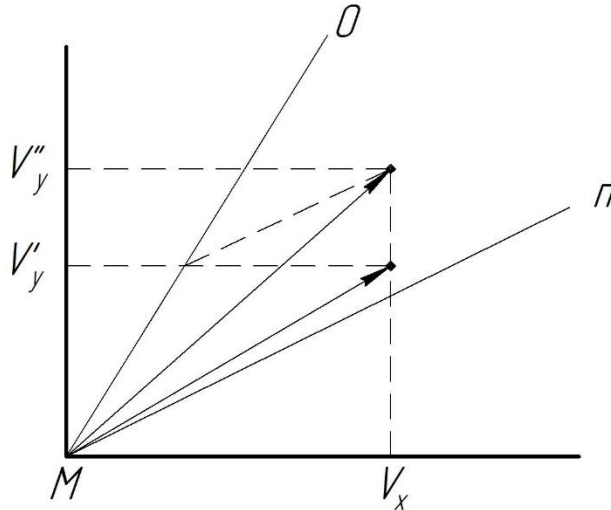


Рисунок 6.10 – Графічне зображення характеристики прямої ґратки

Так, у випадку лопаток у формі відрізків прямих напрямок «нульової» лінії збігається з напрямком цих прямих незалежно від щільності ґратки. У випадку ґратки з тонких колових дужок (рис. 6.11) напрямок аеродинамічної хорди («нульової» лінії) залежить від щільності ґратки. За дуже близько розміщених лопаток (рис. 6.11 а) цей напрямок збігається з напрямком вихідного елемента лопаті $\varphi_0 = \alpha_2$.

У разі досить розрідженої ґратки він визначається аеродинамічною хордою одиничного профілю. Для колової дужки (рис. 6.11 б) маємо

$$\varphi_0 = \alpha_2 + \frac{1}{4}(\alpha_1 - \alpha_2) = \frac{3}{4}\alpha_2 + \frac{1}{4}\alpha_1.$$

Знайдені значення є граничними, між якими знаходиться φ_0 для ґратки з кінцевою величиною кроку лопаток.

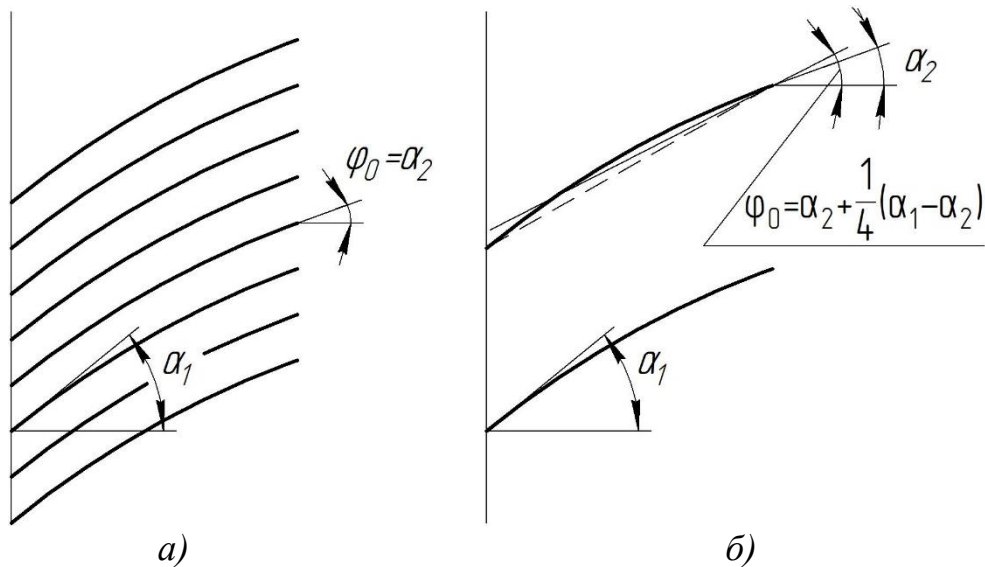


Рисунок 6.11 – Напрямок аеродинамічної хорди («нульової» лінії)

6.3 Характеристика плоскої колової обертової гратки

Щоб підійти до розв'язання задачі про встановлення загальної залежності для потоків, що обтікають обертову гратку, візьмемо два таких потоки. Водночас будемо спочатку розглядати абсолютний рух рідини для якогось сегмента часу, не звертаючись до потоку у відносному русі. Оскільки обидва взяті потоки обтікають обертову гратку з даною кутовою швидкістю ω , то в кожній точці контуру лопаті абсолютні швидкості для обох потоків мають однакові нормальні складові, які задовольняють умову

$$V_n = U_n. \quad (6.18)$$

Отже, абсолютні швидкості в цій точці контуру лопаті можуть відрізнятися лише своїми складовими по дотичній до контуру (рис. 6.12). Величини швидкостей одного потоку можуть бути одержані, якщо до швидкості другого потоку додати такі швидкості, які спрямовані по дотичній до контуру лопаті.

Повну визначеність будемо мати, якщо взяти до уваги, що потоки, які обтікають обертову гратку, мають потенціал швидкостей і на кожній лопаті кінцеву величину швидкості у фіксованій точці загострення. Щоб ці умови не були порушені, додаваний потік повинен бути також потенціальним і мати точку сходження струминок із лопатей у точці загострення. Очевидно, такий потік, що має швидкості на контурах лопатей по дотичних, буде потоком, що обтікає ту саму гратку, але нерухому.

Цей результат формулюємо у вигляді основного положення для даної плоскої колової гратки:

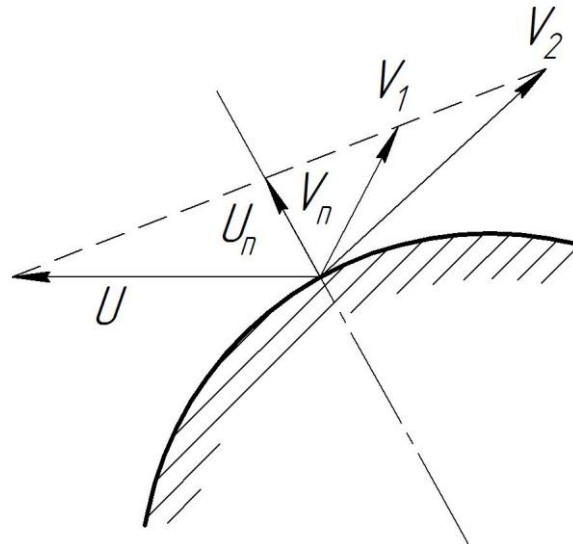


Рисунок 6.12 – Трикутники швидкостей для точки контуру лопаті

Сума двох потоків, із яких один обтікає обертову гратку, а інший – таку саму гратку, але нерухому, дає потік, що обтікає гратку, яка обертається з тією самою кутовою швидкістю.

У зв'язку з важливістю цього основного положення, встановимо його також із розгляду відносних течій. Тут гратка нерухома, але потоки, що її обтікають, мають у кожній точці обертання з кутовою швидкістю ω . Маючи один такий потік, можемо одержати з нього будь-який інший, якщо додати потік, що має швидкості на контурах лопаток по дотичних до них. Додатковий потік не повинен мати обертання, оскільки в результаті складання ми повинні одержати потік із тією самою кутовою швидкістю ω . Звідси випливає, що додатковий потік, не маючи обертання, буде мати потенціал швидкостей і задовольняти всі умови для потоку, що обтікає нерухому гратку. Отже, додаючи до відносного потоку, що обтікає гратку, потік без обертання, що обтікає нерухому гратку, одержуємо другий відносний потік, що обтікає гратку. Переходячи від відносних швидкостей до абсолютних, маємо другий доказ основного положення.

Нехай нам відомий один потік, що обтікає обертову гратку:

$$\Gamma''_s, \Gamma'_s, q_s, \omega_s. \quad (6.19)$$

Виходячи з кінематичної подібності, маємо можливість перерахувати ці величини на іншу кутову швидкість. Пропорційно ω змінюються переносні швидкості та їх нормальні складові U_n на контурі лопаті. Для одержання потоку, що обтікає гратку за іншої кутової швидкості, потрібно в тому самому відношенні змінити й абсолютні швидкості відомого нам потоку, а отже, змінити також витрати і циркуляції.

Одержимо новий потік, що обтікає гратку, яка обертається з кутовою швидкістю ω :

$$\Gamma''_m = \Gamma''_s \frac{\omega}{\omega_s}, \Gamma'_m = \Gamma'_s \frac{\omega}{\omega_s}, q_m = q_s \frac{\omega}{\omega_s}. \quad (6.20)$$

Потік, що нас цікавить, можна отримати у вигляді суми перерахованого відомого нам потоку і деякого потоку, навколо тієї самої ґратки, але нерухомої. Величини, що характеризують цей потік, позначимо індексом t :

$$\begin{aligned} q &= q_m + q_t, \\ \Gamma' &= \Gamma'_m + \Gamma'_t, \\ \Gamma'' &= \Gamma''_m + \Gamma''_t. \end{aligned} \quad (6.21)$$

Для нерухомої ґратки одержимо

$$\Gamma''_t = k\Gamma'_t + (1 - k)\tau_o q_t,$$

або на підставі (6.21)

$$\Gamma'' - \Gamma''_m = k(\Gamma' - \Gamma'_m) + (1 - k)\tau_o(q - q_m). \quad (6.22)$$

Рівняння (6.22) можна записати так:

$$\Gamma'' = k\Gamma' + (1 - k)\tau_o q + \Gamma_m, \quad (6.23)$$

$$\text{де } \Gamma_m = \Gamma''_m - k\Gamma'_m - (1 - k)\tau_o q_m = [\Gamma''_s - k\Gamma'_s - (1 - k)\tau_o q_s] \frac{\omega}{\omega_s} = s \cdot \omega.$$

Множник

$$S = \frac{\Gamma''_s - k\Gamma'_s - (1 - k)\tau_o q_s}{\omega_s}$$

може бути підрахований за даними відомого нам одного потоку, що обтікає ґратку, яка обертається з кутовою швидкістю ω_s . Значення множника S не буде залежати від випадковості вибору цього потоку. Це впливає з установленної вище повної визначеності й однозначності потоку, що обтікає ґратку, за заданих значень Γ' і q , отже, єдиного значення Γ'' з рівняння (6.23).

Підставивши значення Γ_m , зводимо рівняння (6.23) до вигляду

$$\Gamma'' = k\Gamma' + (1 - k)\tau_o q + s \cdot \omega. \quad (6.24)$$

Для зручності користування цим рівнянням доцільно ввести поняття «активний радіус»:

$$S = (1 - k) 2\pi r_a^2.$$

Тоді рівняння (6.24) набере вигляду

$$\Gamma'' = k\Gamma' + (1 - k)\tau_o q + (1 - k)2\pi r_a^2 \cdot \omega. \quad (6.25)$$

Таким чином, взаємодія обертової ґратки і потоку згідно з цим рівнянням цілком визначається трьома параметрами, постійними для даної ґратки:

k – коефіцієнтом прозорості ґратки;

τ_o – коефіцієнтом нульового (неробочого) режиму;

r_a – активним радіусом ґратки.

Рівняння (6.25) – це загальна характеристика плоскої колової обертової ґратки. Як приклад використання одержаного рівняння характеристики ґратки розглянемо деякі випадки роботи ґратки. Знайдемо умову, за якої ґратка не змінює циркуляцію в потоці.

$$\Gamma'' = \Gamma' = \Gamma_o, \quad (6.26)$$

$$\Gamma_o = k\Gamma_o + (1 - k)\tau_o q + (1 - k) 2\pi r_a^2 \cdot \omega,$$

$$\Gamma_o(1 - k) = (1 - k)\tau_o q + (1 - k) 2\pi r_a^2 \cdot \omega,$$

$$\Gamma_o = \tau_o q + 2\pi r_a^2 \cdot \omega. \quad (6.27)$$

Визначимо циркуляцію за ґраткою для випадку нормального входу, коли циркуляція перед ґраткою дорівнює нулю:

$$\Gamma' = 0,$$

$$\Gamma'' = (1 - k)\tau_o q + (1 - k)2\pi r_a^2 \cdot \omega = \tau_n q + (1 - k) 2\pi r_a^2 \cdot \omega, \quad (6.28)$$

де $\tau_n = (1 - k)\tau_o$.

За заданої кутової швидкості ω в обох випадках одержали лінійну залежність циркуляції за ґраткою від витрати.

Лінія, що відповідає рівнянню (6.27), може бути названа лінією неробочих режимів. Рівнянню (6.28) відповідає лінія нормальних режимів. Знайдемо розміщення в координатах q (вісь x) і Γ (вісь y) цих ліній.

Лінія неробочих режимів:

- за $q = 0$ $\Gamma_o = 2\pi r_a^2 \cdot \omega$;

- за $\Gamma_o = 0$ $q = -\frac{2\pi r_a^2 \cdot \omega}{\tau_o}$.

Лінія нормальних режимів:

- за $q = 0$ $\Gamma_o = (1 - k)2\pi r_a^2 \cdot \omega$;

$$\bullet \text{ за } \Gamma_n=0 \quad q = -\frac{2\pi r_a^2 \cdot \omega}{\tau_o}$$

Для графічного зображення цих ліній необхідно домовитися про знаки для Γ , ω , τ_o , τ_n . Вибравши довільний додатний напрямок обходу навколо осі ґратки під час визначення циркуляції Γ , будемо вважати ω додатною, якщо відповідні їй колові швидкості спрямовані в бік додатного напрямку обходу.

Кутові коефіцієнти τ_o і τ_n вважають додатними, якщо приріст витрати дає додатний приріст циркуляції за ґраткою.

Останнє достатньо визначити для нерухомої ґратки. Схеми додатних напрямків для випадків течії до центра ґратки і від центра зовні показані на рисунку 6.13.

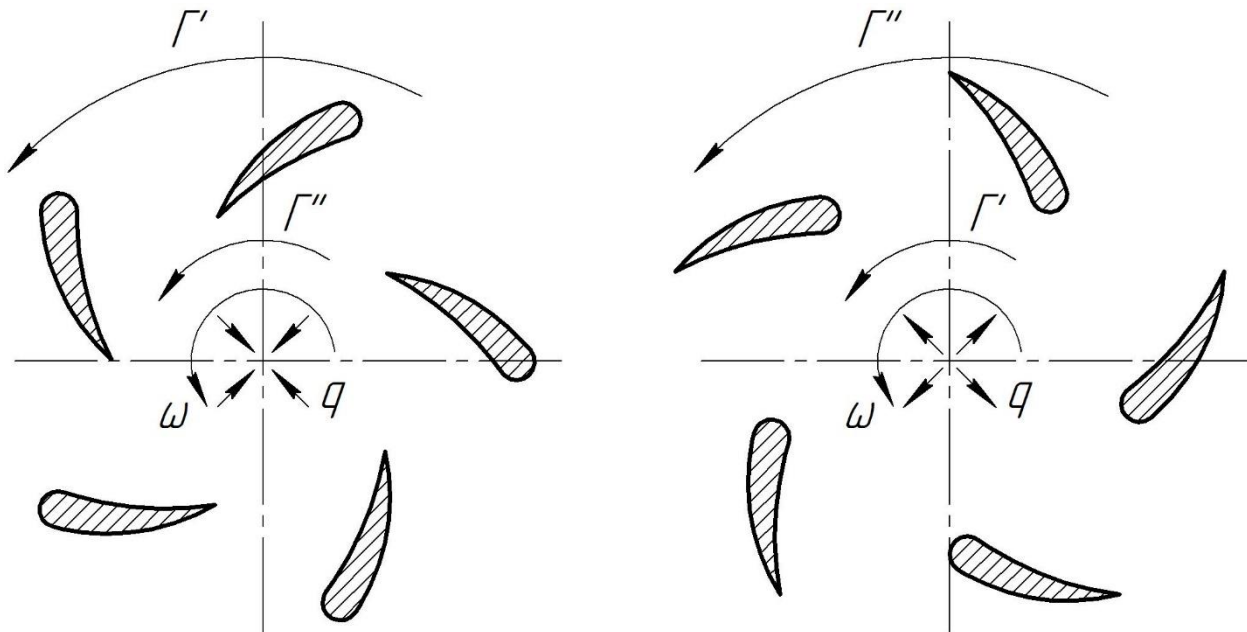


Рисунок 6.13 – Схеми додатних напрямків

Графічне зображення ліній неробочих і нормальних режимів наведено на рисунку 6.14 для випадків додатного і від'ємного τ_o . Звичним у практиці є випадок $\tau_o < 0$.

Розглянемо деякі окремі види ґраток, які дозволяють одержати рівняння характеристики більш простим способом.

У разі елементарної циліндричної ґратки радіусом r , що обертається з кутовою швидкістю ω , всі лопаті рухаються з однаковою коловою швидкістю $U = \omega \cdot r$. Відносний рух, який одержуємо накладанням сталої швидкості ($-U$), виявляється безвихровим. Отже, у відносному русі потік нічим не відрізняється від потоку, що обтікає нерухому ґратку. Розгорнувши елементарний циліндричний шар на площину і перейшовши таким чином до прямої ґратки, одержимо показані на рисунку 6.15 плани швидкостей до і після ґратки. Одержуємо співвідношення:

$$W_x = V_x,$$

$$W'_y = \bar{V}'_y - U, \quad (6.29)$$

$$W''_y = \bar{V}''_y - U.$$

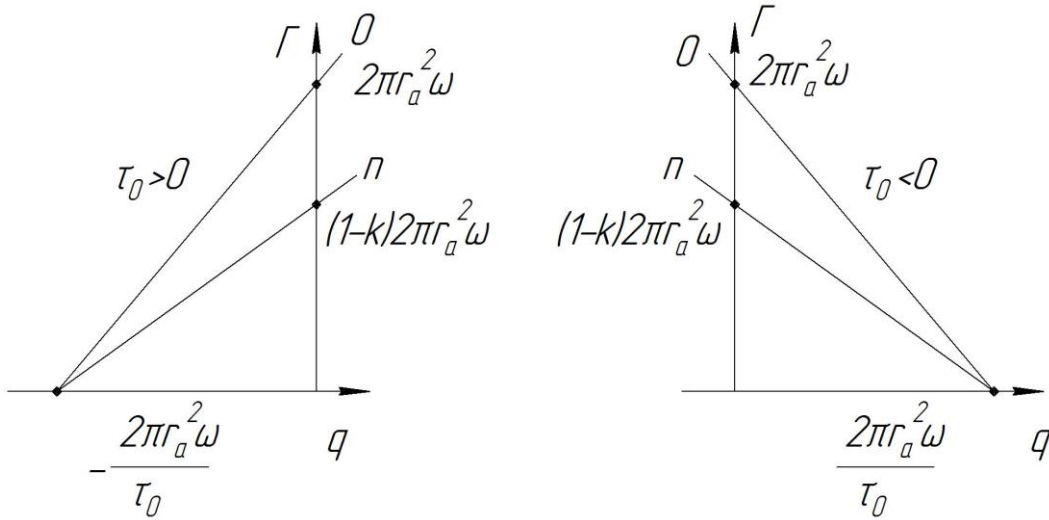


Рисунок 6.14 – Графічне зображення ліній неробочих і нормальних режимів

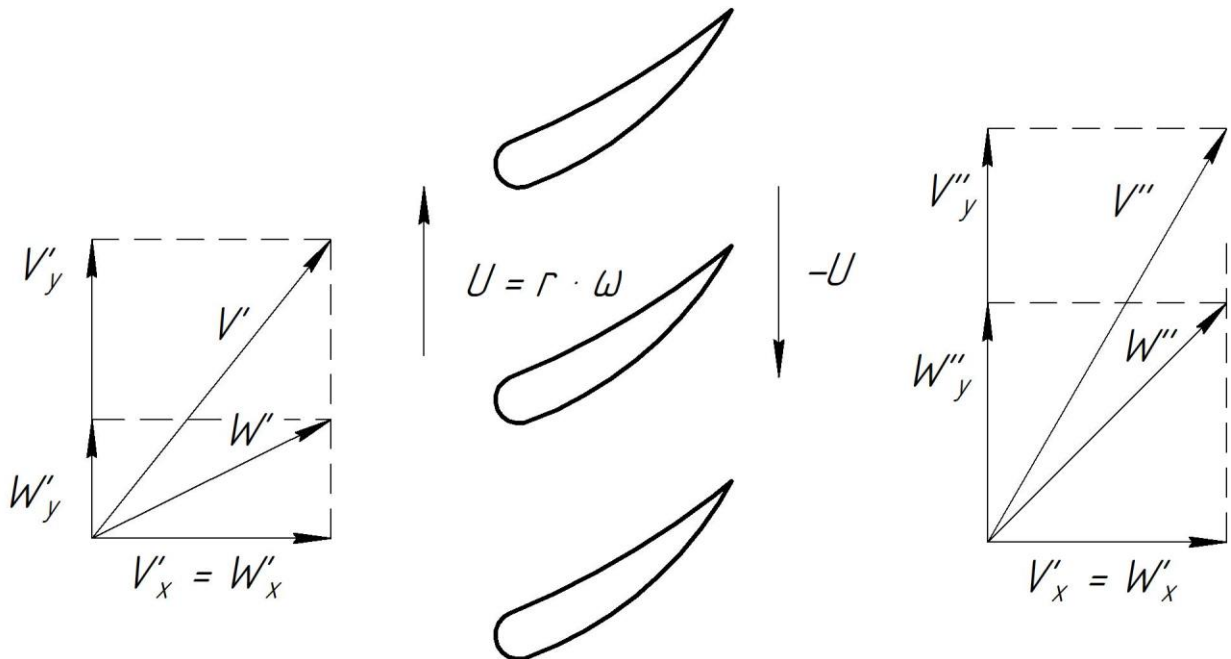


Рисунок 6.15 – Плани (трикутники) швидкостей перед і за граткою

Для складових відносної швидкості можемо використати рівняння (6.17):

$$W''_y = kW'_y + (1 - k)\tau_o W_x. \quad (6.30)$$

Підставивши значення W''_y , W'_y і W_x , одержимо

$$\begin{aligned}
 V_y'' - u &= k(V_y' - u) + (1 - k)\tau_o V_x, \\
 V_y'' &= kV_y' + (1 - k)\tau_o V_x + (1 - k)U.
 \end{aligned}
 \tag{6.31}$$

Це рівняння можна звести до вигляду, порівняного з (6.25), помноживши на $2\pi r$ і використавши рівність (6.16). Беручи до уваги, що $U = \omega \cdot r$, одержимо

$$\begin{aligned}
 2\pi r V_y'' &= k \cdot 2\pi r V_y' + (1 - k)\tau_o V_x \cdot 2\pi r + (1 - k)r \cdot \omega \cdot 2\pi r, \\
 \Gamma'' &= k\Gamma' + (1 - k)\tau_o q + (1 - k)2\pi r^2 \cdot \omega.
 \end{aligned}
 \tag{6.32}$$

Перейдемо до випадку колової ґратки з нескінченним числом тонких лопатей. Така схема є основною для звичайних розрахунків робочих органів гідромашин.

Позначимо: r_2 – радіус вихідних кромek лопатей;
 b_2 – ширина ґратки на виході;
 $\beta_{2л}$ – кут установлення лопаті з від’ємним напрямком колової швидкості на виході.

Побудувавши трикутник швидкостей на виході, зображений на рисунку 6.16 *a* за течії до центра і на рисунку 6.16 *б* – за течії назовні, одержимо для обох випадків

$$V_{2U} = U_2 - \frac{V_{2r}}{tg\beta_{2л}}. \tag{6.33}$$

Щоб перейти до циркуляції, скористаємося тією обставиною, що за нескінченного числа тонких лопатей швидкості V_{2U} і V_{2r} розподілені рівномірно на колі виходу. Помноживши на $2\pi r_2$ і замінивши $U_2 = \omega r_2$, зведемо рівняння (6.33) до вигляду

$$\begin{aligned}
 2\pi r_2 V_{2U} &= 2\pi r_2 \omega r_2 - V_{2r} \cdot 2\pi r_2 ctg\beta_{2л}, \\
 \Gamma'' &= -ctg\beta_{2л} q + 2\pi r_2^2 \omega.
 \end{aligned}
 \tag{6.34}$$

Порівнявши між собою загальні рівняння (6.25), (6.32) і (6.34) для окремих випадків елементарної циліндричної ґратки і ґратки з нескінченним числом тонких лопатей, можемо встановити такі значення параметрів характеристики, наведених у таблиці 6.1.

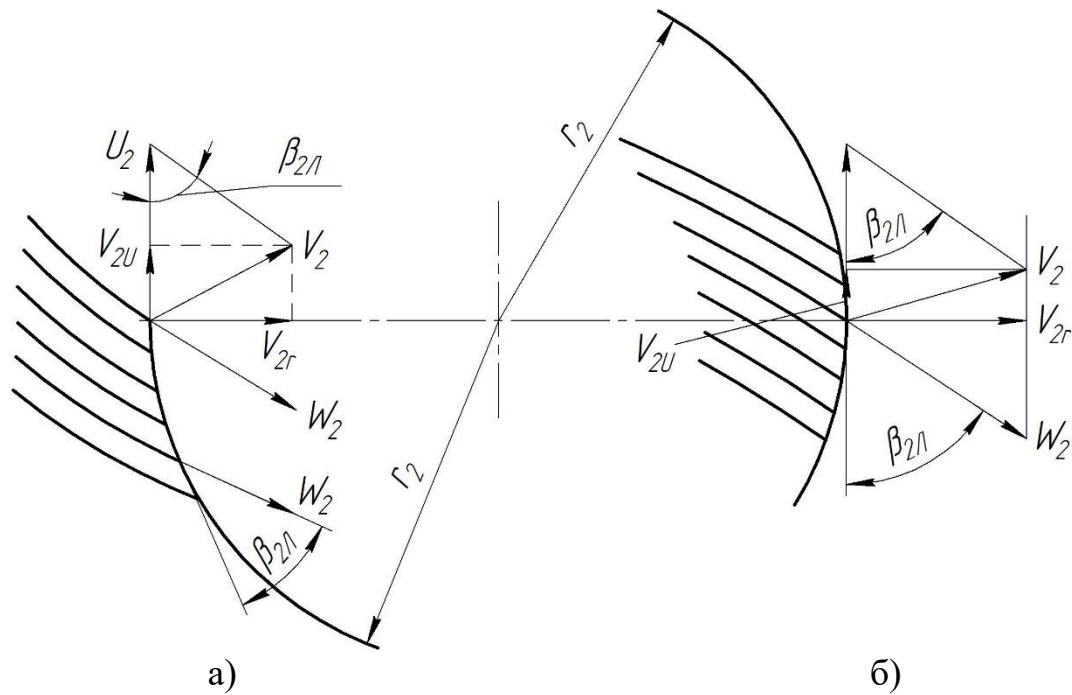


Рисунок 6.16 – Трикутники швидкостей на виході з колової ґратки з нескінченним числом тонких лопатей

Таблиця 6.1 – Значення параметрів характеристик

Параметр	Циліндрична ґратка	Нескінченне число тонких лопатей
k – коефіцієнт прозорості	$k \neq 0$	$k = 0$
τ_o – коефіцієнт неробочого режиму		$\tau_o = -ctg\beta_{2л}$
r_a – активний радіус	$r_a = r$	$r_a = r_2$

Таким чином, для розглянутих окремих випадків розраховували величину вище введеного активного радіуса.

За графічного зображення характеристика ґратки з нескінченним числом тонких лопатей буде мати збіжні нульову і нормальну лінії (рис. 6.17).

Отже, стає зрозумілим, чим відрізняється характеристика колової ґратки в загальному випадку від граничного випадку з нескінченним числом тонких лопатей. Появляється вплив умов входу, оскільки параметр $k \neq 0$. Потім нахил нульової лінії не визначається лише кутом $\beta_{2л}$ лопатей на виході. Можна допустити, що $\tau_o = -ctg\beta_o$, де кут β_o є деяким середнім кутом для ділянки лопаті на виході. І, отже, активний радіус $r_a \neq r_2$. Його величина повинна бути встановлена на підставі опрацювання експериментальних даних або додаткових розрахунків. Проте можна вважати, що величина r_a буде відрізнятися від r_2 , відхиляючись у бік радіуса r_1 . Отже, за течії до центра будемо мати $r_a > r_2$, а за течії назовні $r_a < r_2$.

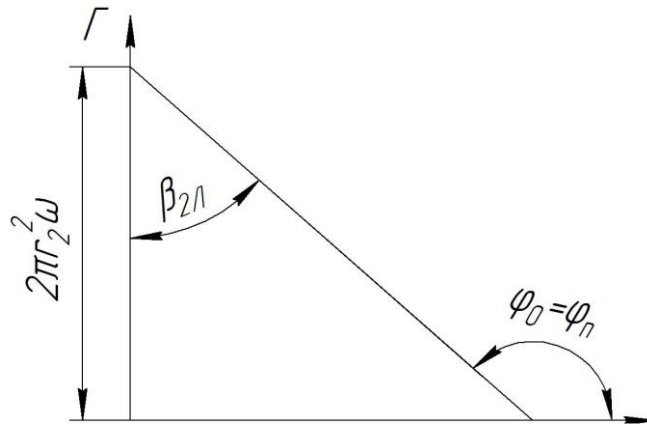


Рисунок 6.17 – Графічне зображення характеристики гратки з нескінченним числом тонких лопатей

Ці фактори необхідно мати на увазі під час аналізу наближених методів розрахунку, які базуються на введенні поправок на кінцеве число лопатей.

6.4 Характеристики просторових ґраток

Робочі органи реальних гідравлічних машин лише в окремих випадках можна розглядати як плоскі колові ґратки. До таких наближено можна віднести напрямні апарати гідротурбін малої і середньої швидкохідностей, робочі колеса відцентрових насосів тихохідного типу. Здебільшого випадків маємо справу з просторовими ґратками. Граничні умови для потоків, що обтікають ці ґратки, беремо такими.

У ділянці перед ґраткою потік має скрізь потенціал швидкостей. На достатній відстані від ґратки (якщо допустити можливість не враховувати вплив інших робочих органів гідромашин) швидкості в точці визначаються геометрією граничних поверхонь обертання, величиною витрати Q і циркуляцією перед ґраткою Γ' . Водночас розподіл швидкостей уздовж якого-небудь кола з центром на осі ґратки буде рівномірним.

Лопаті ґратки мають обтічну форму, закруглену вхідну кромку і загострену вихідну кромку. Потік обтікає всі лопаті без відриву і складові абсолютної швидкості по нормалі до поверхні лопаті в кожній точці дорівнюють нормальній складовій переносної (колової) швидкості лопаті в тій самій точці $V_n = U_n$. У разі нерухомої ґратки швидкості потоку біля лопаток спрямовані по дотичній до їх поверхні.

Лінія сходження струминок із лопаті збігається з лінією загострення. Цим визначається циркуляція навколо кожної лопаті, яка може бути й різною по різних контурах навколо лопаті. Останнє буде в тих випадках, якщо вимога збігу лінії сходження струминок і лінії загострення може бути виконана лише з утворенням вільних вихорів, «підвішених» до лопаті.

У ділянці за ґраткою потік рухається між граничними поверхнями обертання, водночас можна припустити, що інші робочі органи гідромашин на нього жодним чином не впливають.

Цими умовами потік навколо ґратки цілком і однозначно визначається. Проте в ділянці за просторовою ґраткою потік уже не всюди має потенціал швидкості, оскільки має всередині вихори, які сходять із вихідних кромek лопатей. Наведена обставина ускладнює застосування методів складання потоків, придатною лише за відсутності вільних вихорів в усій області потоку.

Проте можна знайти вихід із цієї ситуації і все-таки застосувати цей метод. Практично ми маємо справу не взагалі з довільними лопатями, а з такими, форма яких достатньо добре підібрана і дозволяє розраховувати на обтікання з утворенням вихорів лише незначної інтенсивності порівняно з циркуляцією $\Gamma_{\text{л}}$ навколо лопаті, принаймні на розрахунковому режимі. Що це дійсно так, можна робити висновок за ККД гідромашини, високе значення якого свідчить про дуже малу частку енергії, що витрачається на вихроутворення біля вихідних кромek лопатей. Візьмемо, що те саме буде і в деякому діапазоні режимів біля розрахункового (або, точніше, біля режиму максимуму ККД). Зробимо припущення про можливість заміни дійсних потоків навколо просторової ґратки для цього діапазону режимів умовними (фіктивними) потоками, в яких відсутні вихори також і в просторі за ґраткою. Ці потоки характеризуються тією самою витратою Q і циркуляцією Γ' перед ґраткою, як і дійсні, але за ґраткою мають циркуляцію, що визначається рівнянням

$$\Gamma'' = 2\pi \frac{1}{Q} \int (r V_u)'' dQ. \quad (6.35)$$

До таких умовних потоків може бути застосований метод складання. Допустимість такої заміни повинна бути перевірена на основі експериментальних даних. Повинно бути також з'ясовано, в якому діапазоні режимів вона може бути допущена.

Порівнюючи між собою величини, що характеризують потік перед і за ґраткою, одержуємо:

- для плоскої колової ґратки q ; Γ' ; Γ'' ;
- для просторової ґратки Q ; Γ' ; Γ'' .

Під час складання двох потоків, що обтікають ґратку для обох випадків швидкості в кожній точці додаються геометрично (векторно), а циркуляції Γ і витрати q і Q додаються алгебраїчно. Таким чином, перехід від плоскої до просторової ґратки вимагає лише заміни витрати на одиницю ширини $q = \frac{Q}{b}$ просто витратою Q .

Звідси випливає, що аналітичне знаходження характеристичних рівнянь і вигляд цих рівнянь, одержаний під час розгляду нерухомої і рухомої плоскої колової ґратки, залишаються такими самими і для просторової ґратки.

Звертаючись до графічного зображення величин, що характеризують потік через ґратку, ми повинні по горизонтальній осі відкладати не $q = \frac{Q}{b}$, а витрату Q . Водночас розмірність величин, що відкладаються по осях, є різною:

- по горизонтальній осі Q м³/с;

– по вертикальній осі Γ $\text{м}^2/\text{с}$.

Умовний «вектор», побудований у цих координатах, уже не буде давати чіткого уявлення про величину і напрямок абсолютної швидкості, хоча складові цього «вектора»: Q – пропорційні меридіанній складовій, і Γ – коловій складовій для даної просторової ґратки.

Все-таки ці умовні «вектори» можна складати за звичайними правилами для векторів, що впливає з можливості складати алгебраїчно проєкції Q і Γ . Таким чином, усі побудови і графіки, зроблені для плоскої колової ґратки, повністю застосовувані й для просторової ґратки.

Не повторюючи всіх висновків, можемо відразу написати рівняння характеристики нерухомої просторової ґратки:

$$\Gamma^{\text{II}} = k\Gamma^{\text{I}} + (1 - k)i_0Q. \quad (6.36)$$

Параметр k залишається безрозмірним і може також бути названим коефіцієнтом прозорості ґратки.

Параметр i_0 характеризує потоки, за яких циркуляція не змінюється:

$$\Gamma^{\text{II}} = \Gamma^{\text{I}} = \Gamma_0. \quad (6.37)$$

Водночас для циркуляції Γ_0 одержуємо вираз

$$\Gamma_0 = i_0Q. \quad (6.38)$$

Параметр i_0 аналогічно τ_0 може бути названий коефіцієнтом нульового (неробочого) режиму. Проте він уже не буде безрозмірним, його розмірність $1/\text{м}$.

Рівняння для нерухомої плоскої колової ґратки може бути зведене до вигляду (6.36), якщо підставити

$$q = \frac{Q}{b},$$

$$\Gamma' = k\Gamma' + (1 - k)\frac{\tau_0}{b}Q. \quad (6.39)$$

Для цього випадку маємо

$$i_0 = \frac{\tau_0}{b} = \frac{tg\varphi_0}{b}. \quad (6.40)$$

За циркуляції $\Gamma' = 0$ (нормальний вхід) одержуємо

$$\Gamma'' = \Gamma_n = (1 - k)i_0Q = i_nQ, \quad (6.41)$$

де i_n – коефіцієнт нормального режиму,

$$i_n = \frac{\tau_n}{b} = \frac{tg\varphi_n}{b}. \quad (6.42)$$

Зв'язок між i_o , i_n , k виражається рівнянням

$$(1 - k)i_o = i_n,$$

$$k = 1 - \frac{i_n}{i_o}. \quad (6.43)$$

Для графічного подання характеристики нерухомої просторової ґратки зручно нанести в координатах Q і Γ напрямки, що відповідають нульовому і нормальному режимам (рис. 6.18). За їх допомогою можна знайти циркуляцію Γ'' за ґраткою для заданих Q і Γ .

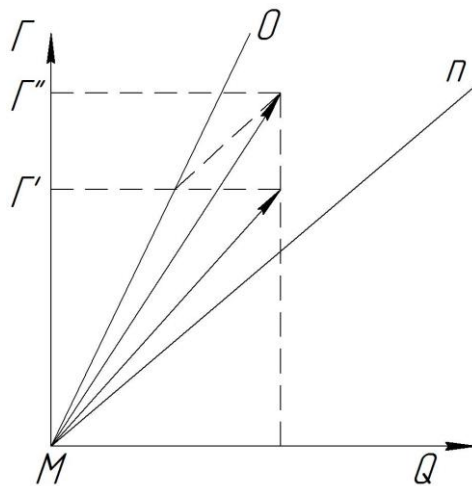


Рисунок 6.18 – Графічне зображення характеристик нерухомої просторової ґратки

Рівняння характеристики просторової обертової ґратки

$$\Gamma'' = K\Gamma' + (1 - k)i_o Q + (1 - k)2\pi r_a^2 \cdot \omega. \quad (6.43)$$

Рівняння (6.43) є основним, придатним для загального випадку просторової ґратки з довільним числом лопатей. Останні можуть бути однаковими або різної форми і розміщуватися симетрично або несиметрично в ґратці. Випадок плоскої колової ґратки буде окремим, але лише для нього це рівняння може вважатися виведеним цілком строго. Для загального випадку рівняння (6.43) повинно бути підтверджене даними експериментів, хоча, як вище зазначалося, попередні міркування дозволяють розраховувати на його застосування в деякому діапазоні режимів поблизу режиму найбільшого ККД.

Рівняння (6.43) містить три параметри, з яких перший k є безрозмірним, а два інших i_o і r_a змінюються пропорційно розмірам ґратки.

Значення цієї залежності під час оброблення експериментальних даних полягає в тому, що дозволяє звести цілу характеристику або, іншими словами, велику кількість експериментальних точок до трьох чисел – параметрів ґратки, які пов'язані лише з її геометрією. Ця обставина полегшує аналіз даних досліду і дозволяє більш упевнено проводити інтерполяцію і навіть екстраполяцію даних.

Під час розв'язування практичних задач у гідродинаміці застосовують розв'язок прямої та оберненої задач. Під час розрахунку робочих органів гідромашини прямою задачею буде визначення параметрів ґратки за її розмірами і геометричною формою. Цю задачу можна розв'язувати як чисто розрахунковим методом, так і систематичним опрацюванням низки експериментальних даних і встановлення емпіричних залежностей.

Останній метод практично виявляється дуже важливим, якщо взяти до уваги всю складність і різноманітність застосованих форм ґраток, і тут наявність залежності (6.43) з трьома параметрами, що характеризують ґратку, дає міцну базу для системного опрацювання дослідних даних і напрацювання емпіричних або наближених методів розрахунку.

Зупинимося на графічному зображенні характеристики просторової обертової ґратки. Насамперед установемо, за яких умов циркуляція не змінюється за течії через ґратку.

Беручи в рівнянні (6.43)

$$\Gamma'' = \Gamma' = \Gamma_0, \quad (6.44)$$

одержуємо

$$\Gamma_0 = i_0 Q + 2\pi r_a^2 \cdot \omega. \quad (6.45)$$

Отже, режиму незмінності циркуляції відповідає у координатах Q – Γ пряма лінія, яка відтинає на осях відрізки:

$$\begin{aligned} \bullet \text{ за } Q = 0 & \quad \Gamma_0 = 2\pi r_a^2 \cdot \omega; \\ \bullet \text{ за } \Gamma_0 = 0 & \quad Q_0 = -\frac{1}{i_0} 2\pi r_a^2 \cdot \omega. \end{aligned} \quad (6.46)$$

Далі за режимів, за яких циркуляція перед ґраткою дорівнює нулю,

$$\Gamma' = \Gamma_n = (1 - k)(i_0 Q + 2\pi r_a^2 \cdot \omega). \quad (6.47)$$

Одержуємо таку саму пряму лінію, для якої:

$$\begin{aligned} \bullet \text{ за } Q = 0 & \quad \Gamma_n = (1 - k)2\pi r_a^2 \cdot \omega; \\ \bullet \text{ за } \Gamma_n = 0 & \quad Q_0 = -\frac{1}{i_0} 2\pi r_a^2 \cdot \omega. \end{aligned} \quad (6.48)$$

Ці прямі (нульова лінія O_m і нормальна лінія N_m), що показані на рисунку 6.19 для звичного в практиці випадку $i_0 < 0$. Якщо циркуляція Γ' перед ґраткою

змінюється пропорційно витраті Q , то кінець вектора зі складовими по осях Q і Γ' переміщується по прямій M_a . Водночас кінець вектора зі складовими Q і Γ'' буде переміщуватися по прямій NA , де A – точка на нульовій лінії. Прямі M_a і NA відповідають звичному для гідротурбін (і насосів) випадку роботи за наявності напрямного апарата перед робочим колесом.

Ці побудови можна використати, щоб знайти циркуляцію Γ'' за ґраткою за відомими Q і Γ' .

Нехай точка E'_1 показує заданий режим перед ґраткою. Провівши лінії ME'_1A і NA , знаходимо на останній лінії точку E''_1 , що визначає шукану циркуляцію Γ'' . Точки E'_1 і E''_1 мають однакові значення витрати Q .

За допомогою графічної характеристики обертової ґратки легко показати, де проходить межа між турбінним і насосним режимами її роботи. У більш широкому, ніж звично, розумінні можна пов'язати ці режими зі знаком моменту на валу ґратки. Якщо момент на валу, що визначається рівністю

$$M = \rho Q \frac{\Gamma'' - \Gamma'}{2\pi}, \quad (6.49)$$

додатний, то режим роботи ґратки буде насосний. Якщо момент від'ємний, то режим турбінний. Для цієї ґратки витрата Q буде лише додатною, оскільки лише в цьому разі можна розраховувати на стікання з лопатей по лінії загострення останніх.

Отже, знак моменту визначається знаком $(\Gamma'' - \Gamma')$ і збігається з ним. Як бачимо з рисунка 6.19, різниця циркуляцій $(\Gamma'' - \Gamma')$ буде додатною, якщо точки E' і E'' , що визначають режим потоків, знаходяться нижче від нульової лінії, і навпаки, ця різниця буде від'ємною, якщо точки E'' і E' знаходяться вище від нульової лінії. Таким чином, нульова лінія є межею між насосним і турбінним режимами роботи просторової обертової ґратки.

Основне рівняння характеристики просторової ґратки визначає Γ'' залежно від трьох змінних. Вважали до цього, що кутова швидкість ω стала. Це дозволило показати характеристику на графіку. Проте під час експериментальних досліджень обмежуватися $\omega = const$ незручно.

Для скорочення числа змінних можна піти двома шляхами.

1 Поділимо всі члени рівняння (6.43) на ω :

$$\frac{\Gamma''}{\omega} = k \frac{\Gamma'}{\omega} - (1 - k) i_o \frac{Q}{\omega} + (1 - k) 2\pi r_a^2.$$

Зазвичай i_o – величина від'ємна. Замінімо її абсолютним значенням $|i_o| = i$, одержимо

$$\frac{\Gamma''}{\omega} = k \frac{\Gamma'}{\omega} - (1 - k) i \frac{Q}{\omega} + (1 - k) 2\pi r_a^2. \quad (6.50)$$

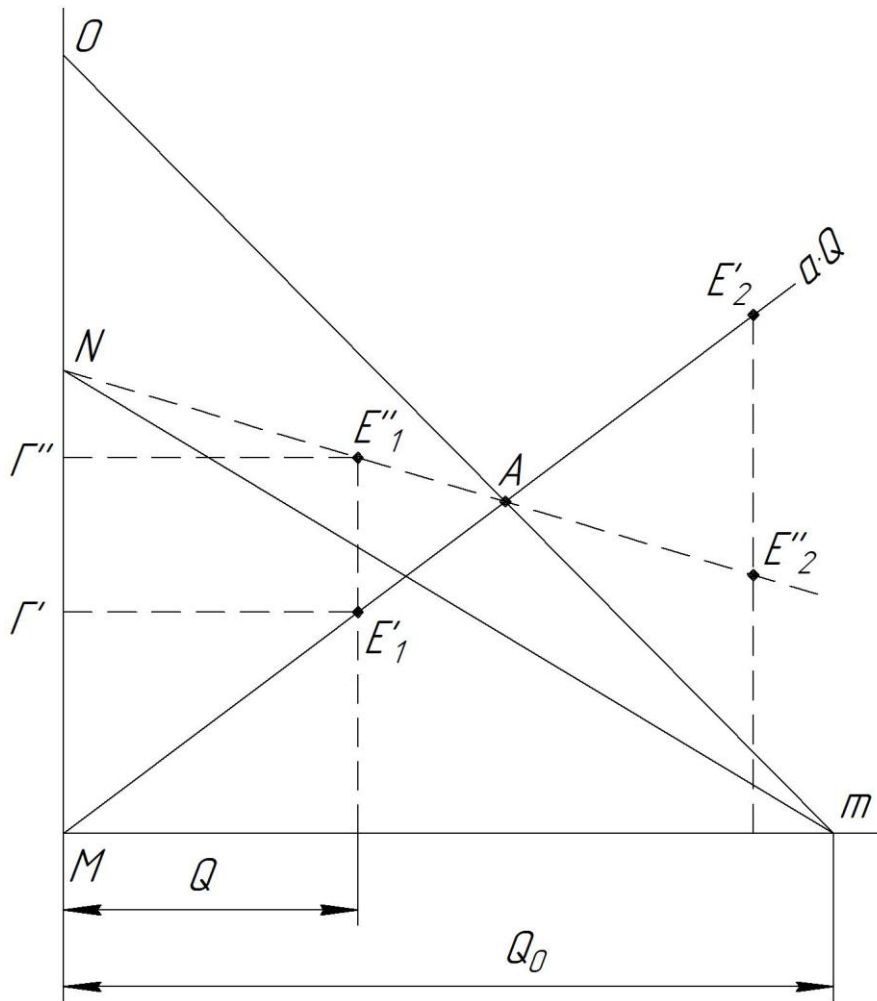


Рисунок 6.19 – Графічне зображення характеристики просторової гратки в координатах Q і Γ

За графічного зображення на горизонтальній осі відкладаємо $\frac{Q}{\omega}$, на вертикальній $\frac{\Gamma}{\omega}$. У нових координатах положення нульової і нормальної лінії не буде залежати від кутової швидкості.

Будемо мати:

- нульова лінія

$$\frac{\Gamma_0}{\omega} = 2\pi r_a^2 - i \frac{Q}{\omega}, \quad (6.51)$$

– за $\frac{Q}{\omega} = 0$ $\frac{\Gamma_0}{\omega} = 2\pi r_a^2;$

– за $\frac{\Gamma_0}{\omega} = 0$ $\frac{Q}{\omega} = \frac{2\pi r_a^2}{i};$

- лінія нормальних режимів

$$\frac{\Gamma_n}{\omega} = (1 - k) \left(2\pi r_a^2 - i \frac{Q}{\omega} \right), \quad (6.52)$$

$$\begin{aligned} - \text{ за } \frac{Q}{\omega} = 0 & \quad \frac{\Gamma_n}{\omega} = (1 - k)2\pi r_a^2; \\ - \text{ за } \frac{\Gamma_n}{\omega} = 0 & \quad \frac{Q}{\omega} = \frac{2\pi r_a^2}{i}. \end{aligned}$$

З'ясуємо, коли циркуляція Γ'' за граткою стає дорівнює нулю. Це питання цікаве для дослідження турбін. Для цього в рівнянні (6.49) беремо $\frac{\Gamma''}{\omega} = 0$ й одержуємо

$$\frac{\Gamma'}{\omega} = \frac{\Gamma_m}{\omega} = -\frac{1-k}{k} \left(2\pi r_a^2 - i \frac{Q}{\omega} \right). \quad (6.53)$$

Це також пряма лінія (нормальний вихід із гратки). Маємо для цієї лінії:

$$\begin{aligned} - \text{ за } \frac{Q}{\omega} = 0 & \quad \frac{\Gamma_m}{\omega} = -\frac{1-k}{k} 2\pi r_a^2; \\ - \text{ за } \frac{\Gamma_m}{\omega} = 0 & \quad \frac{Q}{\omega} = \frac{2\pi r_a^2}{i}. \end{aligned}$$

Розміщення всіх трьох характерних ліній наведено на рисунку 6.20. Усі вони проходять через загальну точку на осі $\frac{Q}{\omega}$, де $\left(\frac{Q}{\omega_0} \right) = \frac{2\pi r_a^2}{i}$.

Легко перевірити, що остання лінія режимів нормального виходу паралельна MB, причому NB проведена паралельно осі $\frac{Q}{\omega}$.

Характеристики гратки з лініями O_m , N_m і T_m , що побудована в координатах $\frac{Q}{\omega}$ і $\frac{\Gamma}{\omega}$, може бути прийнята як нормальна форма графічної характеристики. Нанесення лінії T_m необов'язкове, оскільки вона просто визначається по лініях O_m і N_m і необхідна лише під час опрацювання й аналізування випробувань гідротурбін.

Циркуляція Γ' перед граткою створюється підвідним пристроєм. У цьому разі керуючись кінематичною подібністю можемо записати

$$\Gamma' = aQ, \quad \text{або}$$

$$\frac{\Gamma'}{\omega} = a \frac{Q}{\omega}. \quad (6.54)$$

Параметр a визначається формою підводу. На рисунку (6.20) – це лінія MA.

Значення $\frac{\Gamma''}{\omega}$ визначається прямою NA, що проходить через точку перетину прямої MA з нульовою лінією.

В області нижче від нульової лінії різниця $\frac{\Gamma'' - \Gamma'}{\omega}$ додатна, що відповідає роботі гратки як насоса. Вище від нульової лінії ця різниця від'ємна – гратка працює як турбіна.

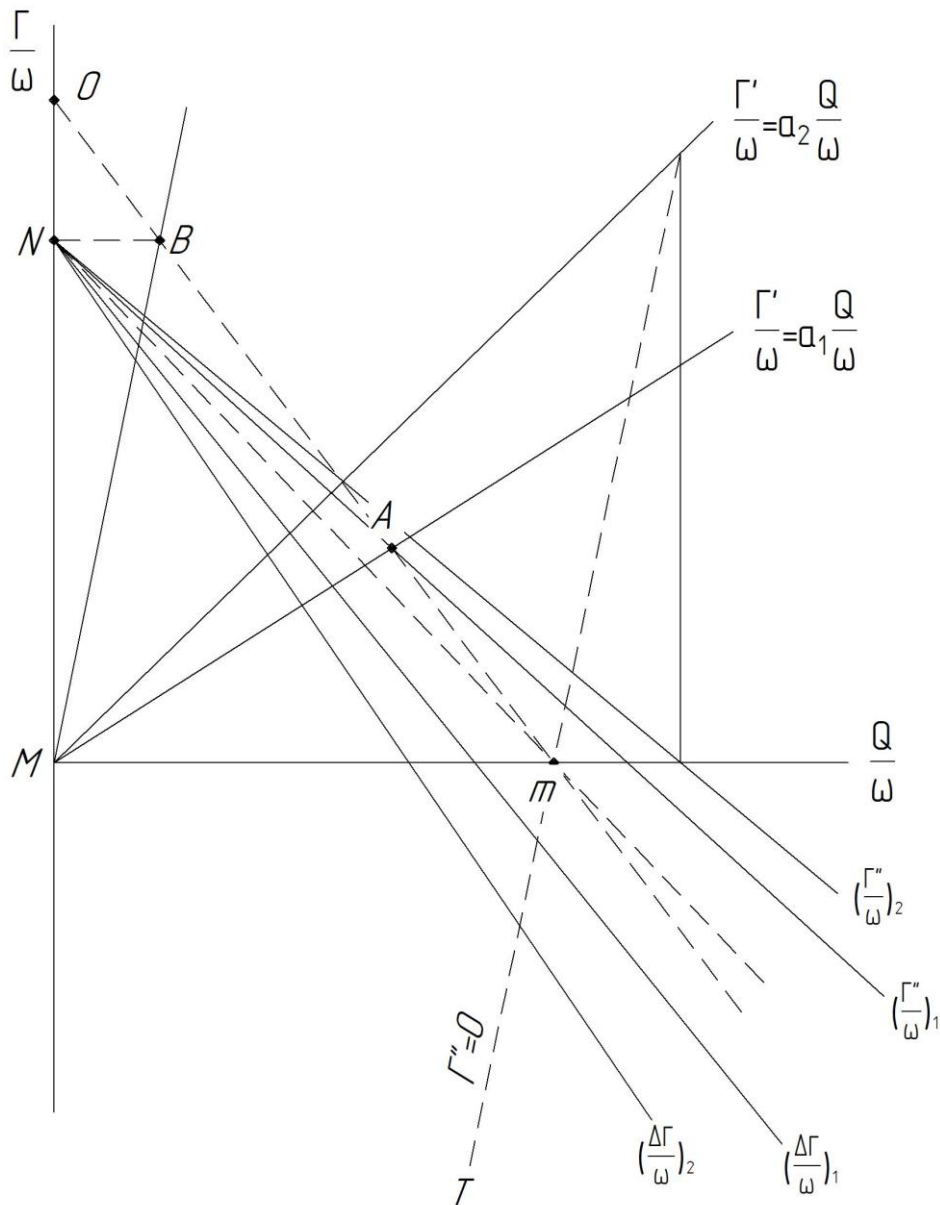


Рисунок 6.20 – Графічне зображення характеристики просторової гратки в координатах $\frac{Q}{\omega}$ і $\frac{\Gamma}{\omega}$

Під час випробування реального насоса або турбіни можна досить просто і точно визначити момент сил на гратці і за рівнянням (6.49) знайти

$$\frac{\Gamma'' - \Gamma'}{\omega} = \frac{2\pi}{\rho} \cdot \frac{M}{Q\omega}$$

Цікаво знайти, якою повинна бути залежність цієї величини від $\frac{Q}{\omega}$. Використаємо такі рівняння (6.50) і (6.54):

$$\begin{cases} \frac{\Gamma''}{\omega} = k \frac{\Gamma'}{\omega} - (1-k)i \frac{Q}{\omega} + (1-k)2\pi r_a^2, \\ \frac{\Gamma'}{\omega} = a \frac{Q}{\omega}, \end{cases}$$

$$\frac{\Gamma'}{\omega} - \frac{\Gamma''}{\omega} = k \cdot a \frac{Q}{\omega} - (1-k)2\pi r_a^2 - a \frac{Q}{\omega},$$

$$\frac{\Gamma'' - \Gamma'}{\omega} = (1-k) \left[2\pi r_a^2 - (i+a) \frac{Q}{\omega} \right]. \quad (6.55)$$

Ця рівність дає лінійну залежність $\frac{\Gamma'' - \Gamma'}{\omega}$ від $\frac{Q}{\omega}$. Водночас для $\frac{Q}{\omega} = 0$, незалежно від форми підвідного пристрою, знаходимо

$$\left(\frac{\Delta\Gamma}{\omega} \right)_0 = (1-k)2\pi r_a^2. \quad (6.56)$$

До такого самого висновку приходимо, звертаючись до графіка характеристики (рис. 6.20). У разі змінності коефіцієнта a в рівнянні (6.54), що відповідає регульованому підвідному пристрою, одержуємо для залежності $\frac{\Gamma'' - \Gamma'}{\omega}$ від $\frac{Q}{\omega}$ в'язку прямих, що мають спільну точку на вертикальній осі координат.

Ця обставина може бути використана для з'ясування допустимості гіпотези про поширення на просторові ґратки закономірностей, установлених для плоских ґраток.

2 Поділимо всі члени рівняння характеристики рухомої просторової ґратки на Q :

$$\frac{\Gamma''}{Q} = k \frac{\Gamma'}{Q} + (1-k)i_o + (1-k)2\pi r_a^2 \cdot \frac{Q}{\omega}.$$

Ураховуючи, що для $i_o < 0$ маємо

$$\frac{\Gamma''}{Q} = k \frac{\Gamma'}{Q} + (1-k)i_o - (1-k)2\pi r_a^2 \cdot \frac{\omega}{Q}, \quad (6.57)$$

нульова лінія

$$\Gamma'' = \Gamma' = \Gamma_o,$$

$$\frac{\Gamma_o}{Q} = 2\pi r_a^2 \cdot \frac{\omega}{Q} - i, \quad (6.58)$$

$$- \text{за } \frac{\omega}{Q} = 0 \quad \frac{\Gamma_o}{Q} = -i;$$

$$- \text{за } \frac{\Gamma_o}{Q} = 0 \quad \frac{\omega}{Q} = \frac{i}{2\pi r_a^2}.$$

Лінія нормальних режимів

$$\frac{\Gamma'}{Q} = 0,$$

$$\frac{\Gamma_n}{Q} = (1 - k) \left(2\pi r_a^2 \frac{\omega}{Q} - i \right), \quad (6.59)$$

$$\begin{aligned} - \text{за } \frac{\omega}{Q} = 0 & \quad \frac{\Gamma_n}{Q} = -(1 - k)i; \\ - \text{за } \frac{\Gamma_n}{Q} = 0 & \quad \frac{\omega}{Q} = \frac{i}{2\pi r_a^2}. \end{aligned}$$

Розміщення цих ліній показано на рисунку 6.21 в координатах $\frac{\omega}{Q}$ і $\frac{\Gamma}{Q}$.

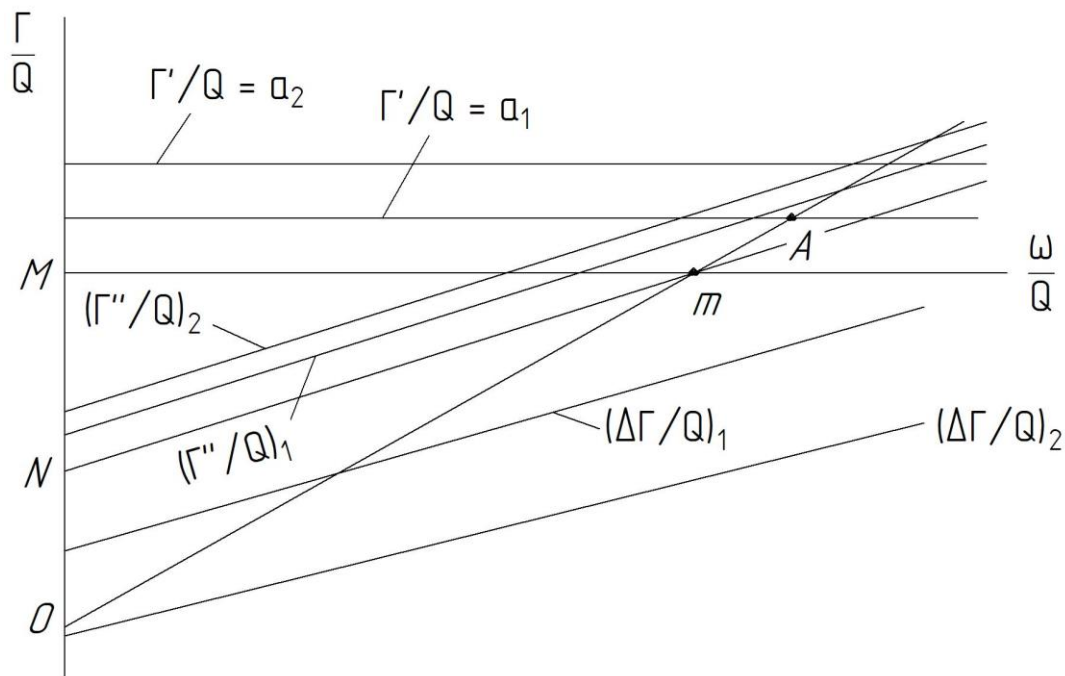


Рисунок 6.21 – Графічне зображення характеристики просторової гратки в координатах $\frac{\omega}{Q}$ і $\frac{\Gamma}{Q}$

Для випадку підведення рідини з циркуляцією маємо перед граткою

$$\frac{\Gamma'}{Q} = a. \quad (6.60)$$

За граткою будемо мати

$$\frac{\Gamma''}{Q} = ka - (1 - k)i + (1 - k)2\pi r_a^2 \frac{\omega}{Q}. \quad (6.61)$$

Це рівняння показане прямою лінією, що проходить через точку А на нульовій лінії паралельно нормальній лінії N_m . Очевидно, турбінні режими роботи ґратки, за яких $\Gamma'' < \Gamma'$, знаходяться в області малих значень $\frac{\omega}{Q}$.

З'ясуємо, який вигляд будуть мати лінії залежності

$$\frac{\Gamma'' - \Gamma'}{Q} = f\left(\frac{\omega}{Q}\right).$$

Використовуючи рівняння (6.57) і (6.60), знаходимо

$$\frac{\Gamma'' - \Gamma'}{Q} = (1 - k) \left[2\pi r_a^2 \frac{\omega}{Q} - (i + a) \right]. \quad (6.62)$$

Це прямі лінії, що паралельні одна одній для різних значень a . Вони паралельні також нормальній лінії N_m .

Обидва викладені шляхи переходу до «зведених» характеристик рівнозначні і можуть бути використані під час експериментальних досліджень гідромашин. Графіки з координатами $\frac{Q}{\omega}$ і $\frac{\Gamma}{\omega}$ доцільні під час дослідження насосів. Координати $\frac{\omega}{Q}$ і $\frac{\Gamma}{Q}$ більш доцільні під час вивчення гідротурбін.

Контрольні питання до розділу 6

- 1 Наведіть схеми гідравлічних машин, що мають одноступінні ґратки.
- 2 Які основні допущення під час розгляду лопатевих ґраток?
- 3 Якими граничними умовами визначається безвихровий рух у гідродинамічних ґратках?
- 4 Наведіть характеристику нерухомої плоскої ґратки.
- 5 Поясніть фізичний зміст коефіцієнта прозорості і коефіцієнта неробочого (нульового) режиму ґратки.
- 6 Наведіть характеристику плоскої колової обертової ґратки.
- 7 Покажіть графічне зображення ліній неробочих і нормальних режимів плоскої колової обертової ґратки.
- 8 Наведіть характеристику циліндричної обертової ґратки.
- 9 На графічному зображенні характеристики просторової ґратки зазначте область насосного і турбінного режимів.

Список використаної літератури

1. Викторов Г. В. Общие основы теории : учебное пособие по курсу «Теория лопастных гидромашин» / Г. В. Викторов. – Москва : МЭИ, 1978. – 90 с.
2. Викторов Г. В. Классификация гидромашин и баланс энергии : учебное пособие по курсу «Теория лопастных гидромашин» / Г. В. Викторов. – Москва : МЭИ, 1979. – 96 с.
3. Викторов Г. В. Подобие и моделирование в гидромашинах : учебное пособие по курсу «Теория лопастных гидромашин» / Г. В. Викторов. – Москва : МЭИ, 1980. – 88 с.
4. Гидравлика, гидромашинны и гидроприводы / Т. М. Башта и др. – Москва : Машиностроение, 1982. – 423 с.
5. Євтушенко А. О. Гідродинамічні машини і передачі : навчальний посібник / А. О. Євтушенко. – Суми : СумДУ, 2005. – 255 с.
6. Евтушенко А. А. Развитие теории рабочего процесса, практики конструирования и применения динамических насосов : монография / А. А. Евтушенко. – Сумы, 2013. – 515 с.
7. Колычев В. А. Кинематические характеристики потока в лопастных гидромашинах : учебное пособие / В. А. Колычев. – Харьков : ИСИО, 1995. – 272 с.
8. Ломакин А. А. Центробежные и осевые насосы / А. А. Ломакин. – Москва ; Ленинград : Машиностроение, 1966. – 364 с.
9. Малюшенко В. В. Энергетические насосы : справ. пособие / В. В. Малюшенко, А. К. Михайлов. – Москва : Энергоиздат, 1981. – 200 с.
10. Михайлов А. К. Лопастные насосы / А. К. Михайлов, В. В. Малюшенко. – Москва : Машиностроение, 1977. – 288 с.
11. Михайлов А. К. Конструкции и расчет центробежных насосов высокого давления / А. К. Михайлов, В. В. Малюшенко. – Москва : Машиностроение, 1971. – 304 с.
12. Овсянников Б. В. Теория и расчет насосов жидкостных ракетных двигателей / Б. В. Овсянников. – Москва : Государственное научно-техническое издательство «ОБОРОНГИЗ», 1960. – 245 с.
13. Руднев С. С. Основы теории лопастных решеток : учебное пособие по курсу «Лопастные насосы» / С. С. Руднев. – Москва : МВТУ, 1976. – 78 с.

Навчальне видання

**Гусак Олександр Григорович,
Панченко Віталій Олександрович**

ТЕОРІЯ ГІДРОМАШИН

Навчальний посібник

Художнє оформлення обкладинки В. О. Панченка
Редактори: Н. В. Клочко, С. М. Симоненко
Комп'ютерне верстання О. Г. Гусака

Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 9,3. Обл.-вид. арк. 12,64. Тираж 300 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач
Сумський державний університет,
вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, 40007
Свідоцтво суб'єкта видавничої діяльності ДК № 3062 від 17.12.2007.