УДК 531.7.08+621.372(075,8)

ОЧИСТКА И УЛУЧШЕНИЕ КАЧЕСТВА ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ В ТОМОГРАФИИ МЕТОДОМ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Л. П. Андреев, *старший научный сотрудник,*
Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт«Искра», г. Луганск

Рассмотрены методы и алгоритмы вычислений пространственных распределений координат сцинтилляции, т.е. функции f(x, y) в гамма-томографии. Значительные улучшения качества изображения пространственных распределений получены методами решения интегральных уравнений и вейвлет-преобразований.

Ключевые слова: *гамма-томография, координаты сцинтилляции, амплитудно-пространственная характеристика, вейвлет-преобразование.*

Розглянуто методи і алгоритми обчислень просторових розподілів координат сцинтиляції, тобто функції f(x, y) в гамма-томографії. Значні поліпшення якості зображення просторових розподілів отримані методами вирішення інтегральних рівнянь і вейвлет-перетворень.

Ключові слова: *гамма-томографія, координати сцинтиляції, амплітудно-просторова характеристика, вейвлет-перетворення.*

ВВЕДЕНИЕ

В предлагаемой статье рассмотрены методы обработки изображений пространственных распределений в томографии. Томография - это одно из бурно развивающихся направлений в области получения и обработки информации [1,2]. Современная томография для получения информации использует излучение самой различной физической природы. Для каждого вида излучения характерны свои специфические особенности, которые проявляются в постановке томографического эксперимента и в его аппаратурной реализации, однако та информация, с которой оперирует исследователь при восстановлении изображения, может быть описана очень похожими математическими зависимостями. Именно это обстоятельство позволяет говорить о томографии, как о целом направлении в области обработки информации и, абстрагируясь от конкретного вида излучения, сформулировать основную проблему томографии: как по получаемым в томографическом эксперименте проекционным данным «увидеть» внутреннюю структуру анализируемого объекта.

Современные методы вычислительной томографии базируются в основном на интегральной геометрии и применяются к томографическим измерениям с учетом методов решения некорректных задач. Это прямое и обратное преобразование Радона, одномерные и двумерные преобразования Фурье (прямое и обратное), вейвлет-преобразование и др.

Многие задачи, требующие обработки значительного объема данных, возникают в экспериментах физики высоких энергий. Характерной их особенностью являются большая множественность событий и высокий уровень шума.

1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ

При анализе и интерпретации информации извлечение особенностей сигналов имеет первостепенное значение. Часто важные особенности анализируемого сигнала типа пиков, ограниченных по ширине колебаний характеризуются локальной информацией или в области времени, или в частотной области, или в них обеих. При преобразовании пространственно-временных данных в частотную область помехи и полезная информация занимают различные области. Если полезная информация и помехи могут отделяться друг от друга в частотной области, то можно применить частотную фильтрацию для удаления помех. Но если они имеют близкие по частоте компоненты, то частотная фильтрация не эффективна [3].

Анализирующие функции. Как правило, сигнал $f(t)$ содержит полезную информацию, которая осложнена помехами (шумом). Хорошо, когда полезная информация и шум отделяются во временной области. К сожалению, обычно дело обстоит не так. В этом случае сигнал можно спроектировать (отобразить) в другую область, например, в область изображений, где стремятся отделить интересующую особенность от "шума". Для такого отображения чаще всего используют интегральные преобразования вида [3]

$$\hat{f}(s) = \langle K(s,t), f(t) \rangle = \int_a^b K(s,t) f(t) dt \,, \tag{1.1}$$

где $\hat{f}(s)$ – Фурье-образ, $\langle ... \rangle$ - скалярное произведение, $K(s,t)$-ядро интегрального преобразования. Соотношение (1.1) можно рассматривать как функцию взаимной корреляции между сигналом и ядром при различных значениях параметра s. Соотношение (1.1) является интегральным уравнением (первого рода) относительно функции $f(t)$, поэтому важно выбрать функцию $K(s,t)$ такой, чтобы существовал устойчивый алгоритм ее реконструкции.

Теория интегральных уравнений во многом аналогична вопросам линейной алгебры, которые подробно изложены в [4]. Напомним, что линейное преобразование можно записать в следующем виде:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{u}, \tag{1.2}$$

где $\boldsymbol{u}(u_1,..., u_n)$ – первоначальный вектор, $\boldsymbol{y}(y_1, ..., y_n)$ – преобразованный вектор , $\boldsymbol{A}$ - матрица, составленная из коэффициентов α_{ik}.

Для того, чтобы подчеркнуть роль ядра в (1.1), его иногда называют *анализирующей функцией* интегрального преобразования и используют несколько иное обозначение $\varphi_s(t) = K(s,t)$ и, следовательно, (1.1) примет вид:

$$\hat{f}(s) = < \varphi_s(t), f(t) > \tag{1.3}$$

В качестве анализирующих функций будем использовать также некоторый функциональный базис $\{\varphi_n(t)\}, n \in \mathrm{Z}$. Анализирующие функции $\phi_s(t)$ могут выбираться такими, чтобы они являлись хорошей основой для описания особенностей, представляющих интерес во входном сигнале $f(t)$. Следует принять во внимание возможность восстановления оригинала (сигнала) из его представления в области изображений (существование функции реконструкции), устойчивость прямого и обратного преобразований.

2. РЕКОНСТРУКЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Решение математических задач томографии сводится к решению операторных уравнений 1-го рода. Известно, что решение таких уравнений является некорректной задачей. При нахождении их приближенных решений необходимо использовать методы регуляризации, позволяющие учитывать дополнительную информацию о задаче [2]. Разнообразие такой информации порождает многочисленные алгоритмы решения основных математических задач вычислительной диагностики. Одна из главных проблем, возникающих при решении математических задач томографии, - выбор оптимального алгоритма, критерием отбора которого может служить, например, качество изображения.

Рассмотрим основные математические соотношения, на которых базируются современные методы вычислительной томографии. Данные соотношения заимствованы из интегральной геометрии и применяются к томографическим измерениям с учетом методов решения некорректных задач [2].

2.1. Реконструкция изображений в гамма-томографии

Вначале кратко рассмотрим устройство блока детектирования гамма-томографа и принцип его работы.

Блок детектирования состоит из коллиматора или кодирующей маски, сцинтилляционного кристалла, набора фотоэлектронных умножителей (ФЭУ), прикрепленных к кристаллу, и блока электроники с компьютером сбора и вычисления координат сцинтилляционных событий. Излучаемые исследуемым объектом гамма-кванты, прошедшие через коллиматор или кодирующую маску, взаимодействуют со сцинтилляционным кристаллом, в результате чего возникают сцинтилляционные вспышки. Интенсивность вспышки пропорциональна энергии, которую гамма-квант оставил в сцинтилляторе. Амплитуды импульсов с анодов ФЭУ зависят от интенсивности световой вспышки и от ее координат. Эту зависимость называют амплитудно-пространственной характеристикой (АПХ).

Существующие алгоритмы вычисления координат сцинтилляционного события можно разбить на две группы: метод Энгера и его модификации, метод максимального правдоподобия и его модификации. Эти методы могут использовать как сигналы со всех ФЭУ в блоке детектирования, так и с некоторого кластера. Кластером ФЭУ обычно называют некоторую группу ФЭУ с фиксированным числом ФЭУ в ней.

2.2. Статистическая постановка задачи

С точки зрения статистической теории определение координат сцинтилляции в позиционно-чувствительном детекторе (ПЧД) непрерывного типа есть задача точечного оценивания параметров некоторого распределения по совокупности статистических реализаций, где параметрами распределения являются координаты точки сцинтилляции, а реализациями – амплитуды сигналов ФЭУ [5].

Используя метод наибольшего правдоподобия, Калашников С.Д. [5,6] нашел выражения для максимально правдоподобных оценок координат сцинтилляции как решение пары алгебраических уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial x} L\left(\vec{K}, \vec{R}\right) = 0; \qquad \frac{\partial}{\partial y} L\left(\vec{K}, \vec{R}\right) = 0; \tag{2.1}$$

где $\boldsymbol{L}\left(\vec{\boldsymbol{K}},\vec{\boldsymbol{R}}\right)$ – функция правдоподобия, имеющая в данном случае весьма сложный вид:

$$L\left(\vec{K},\vec{R}\right)=\prod_{i=1}^{N}\frac{\left|\Omega_i\left(\vec{R}\right)\right|^{k_i}}{K_i\,!}\times\exp\left[-\sum_{i=1}^{N}\Omega_i\left(\vec{R}\right)\right],\tag{2.2}$$

где $\vec{K}$ – N - мерный вектор, компонентами которого являются числа фотоэлектронов, собранных на 1-динод соответствующего ФЭУ;

$\vec{\boldsymbol{R}}=\left(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}\right)$ – вектор, определяющий искомые координаты в плоскости кристалла;

$\boldsymbol{\Omega_i}\left(\vec{\boldsymbol{R}}\right)$ – средняя амплитуда импульса i-го ФЭУ, или амплитудно-пространственная характеристика (АПХ).

В данном виде решение задачи имеет, скорее всего, только теоретическое значение, поскольку не дает практических путей для нахождения оценок в реальном времени. Практический интерес представляет полученное тем же автором [6] выражение для предельного пространственного разрешения гамма-камеры как нижней границы оценки дисперсии, определяемой неравенством Крамера-Рао. Согласно [6] это значение равно

$$R_{\lim}=2{,}36\sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{K_i}\times\left(\frac{\partial\Omega_i}{\partial R}\right)^2}}\,.\tag{2.3}$$

Выражение

$$I=\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{K_i}\times\left(\frac{\partial\Omega_i}{\partial R}\right)^2\tag{2.4}$$

часто называют информацией Фишера, а каждое из слагаемых в выражении (2.4) - вклад соответствующего ФЭУ в общую информацию о местоположении сцинтилляции.

2.3. Алгоритм взвешенного среднего

Система уравнений (2.1) ставит задачу оптимизации позиционной арифметики в общем виде, однако не дает пути решения этой задачи. Для определения координат сцинтилляции по классическому методу Энгера используются сигналы со всех ФЭУ, и вычисление производится по форме взвешенного среднего. Координаты центров ФЭУ суммируются с весами, пропорциональными амплитудам сигналов ФЭУ [7]:

$$X=\frac{\sum_{i=1}^{N}X_{ci}U_i}{\sum_{i=1}^{N}U_i},\quad Y=\frac{\sum_{i=1}^{N}Y_{ci}U_i}{\sum_{i=1}^{N}U_i},\tag{2.5}$$

где X, Y- оценка координаты события, X_{ci}, Y_{ci} – координаты центров ФЭУ, $U_i = U_i\,(x,\,y)$ – АПХ соответствующего ФЭУ, N – общее число ФЭУ. Реальная АПХ нелинейная, поэтому вычисленные координаты имеют нелинейные искажения. Для проведения коррекции нелинейности необходимо составить таблицу соответствия энгеровских координат реальным координатам события. Эта таблица строится по информации, полученной в процессе калибровки детектирующей головки.

Основной недостаток классического энгеровского алгоритма - это ухудшение собственного пространственного разрешения с увеличением количества ФЭУ детектирующей головки. Это связано с «шумом» ФЭУ, находящихся далеко от точки, в которой произошло сцинтилляционное событие, в результате чего точка на картине размывается и ухудшается пространственное разрешение. Также классический алгоритм не позволяет регистрировать события за границами области центров крайних ФЭУ.

2.4. Кластерный энгеровский алгоритм

Основное отличие кластерных алгоритмов от классического заключается в разбиении области формирования изображения на группы отдельных ФЭУ [7]. В определении координат, в которых произошло сцинтилляционное событие, участвуют не все ФЭУ, а только находящиеся в непосредственной близости от него. Это позволяет повысить пространственное разрешение за счет сведения к минимуму уровня шумов. В то же время кластерные алгоритмы позволяют регистрировать одновременные события и избавляться от эффекта повышения яркости на границах. Но с уменьшением размера кластера увеличивается нелинейность изображения. Координаты центров ФЭУ, входящих в кластер, суммируются с весами, пропорциональными амплитудам сигналов соответствующих ФЭУ:

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{N_c} X_{c_i} U_i}{\sum_{i=1}^{Nc} U_i}, \quad Y = \frac{\sum_{i=1}^{N_c} Y_{ci} U_i}{\sum_{i=1}^{Nc} U_i}, \tag{2.6}$$

где X, Y – оценка координаты события; X_{ci}, Y_{ci} – координаты центров ФЭУ; U_i – амплитуды сигналов ФЭУ; N_c – число ФЭУ в кластере.

Для реализации этого алгоритма необходимо предварительно рассчитать таблицы перехода от кластерных энгеровских координат к реальным координатам для каждого кластера, т. е. найти реальные координаты сцинтилляционного события, соответствующие кластерным энгеровским координатам. Расчет этих таблиц проводится с помощью минимизации квадратичного функционала вида

$$f(x, y) = (X_A - X_A(x, y))^2 + (Y_A - Y_A(x, y))^2 , \tag{2.7}$$

где x, y – реальные координаты, в которых произошло сцинтилляционное событие; X_A, Y_A – табличные энгеровские значения; $X_A(x, y)$, $Y_A(x, y)$ – $2D$-сплайны зависимостей энгеровских кластерных координат от реальных координат. Приемлемая точность достигается при шаге по энгеровским координатам – 0.08 мм. Достоинства описанного алгоритма заключаются в хороших результатах по пространственному разрешению и нелинейности, а также в высоком быстродействии. В цифровом варианте гамма-камеры координаты сцинтилляции могут быть вычислены по следующим формулам:

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{N} \alpha_i \cdot u_i}{\sum_{i=1}^{N} u_i}, \quad Y = \frac{\sum_{i=1}^{N} \beta_i \cdot u_i}{\sum_{i=1}^{N} u_i}, \tag{2.8}$$

где u_i – амплитуда сигнала i-го ФЭУ, α_i, β_i – матричные коэффициенты, N – количество ФЭУ.

Матричные коэффициенты для этой формулы вычисляются предварительно и обеспечивают минимальную ошибку определения координат [6].

3. МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ИЗОБРАЖЕНИЙ, ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Получаемые в результате экспериментальных наблюдений тенеграммы и декодированные изображения пространственных распределений источников гамма-излучения всегда оказываются зашумленными Пуассоновской статистикой, присущей процессу регистрации ядерных излучений. Наличие статистических шумов может в значительной степени исказить изображение и привести к ошибке локализации источников.

Новые эффективные способы обработки изображений стали возможны с развитием теории вейвлетов [2], которые представлять мельчайшие особенности функций, изображений и сигналов, вплоть до разрывов первого рода, с привязкой их ко времени или координатам пространства и хорошо приспособлены для изучения структуры неоднородных процессов [3,8]. Вейвлет - преобразование сигнала состоит в его разложении по базису, сконструированному из обладающей определенными свойствами функции (вейвлета), посредствам масштабных изменений и переносов. Каждая из функций этого базиса характеризует как определенную пространственную (временную) частоту, так и ее локализацию в физическом пространстве (времени). В результате появляется возможность анализировать свойства сигнала одновременно в физическом (время, координата) и частотном пространствах.

В случае вейвлет – анализа (декомпозиции) процесса (сигнала) в связи с изменением масштаба вейвлеты способны выявить различие в характеристиках процесса на различных шкалах, а посредством сдвига можно проанализировать свойства процесса в различных точках на всем исследуемом интервале. Именно благодаря свойству полноты этой системы, можно осуществить восстановление (реконструкцию или синтез) процесса посредством обратного ВП.

Вейвлет-преобразование (ВП) одномерного сигнала – это его представление в виде обобщенного ряда Фурье по системе базисных функций

$$\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \tag{3.1}$$

сконструированных из материнского (исходного) вейвлета $\psi(t)$, обладающего определенными свойствами за счет операций сдвига во времени (b) и изменения временного масштаба (a). Множитель $1/\sqrt{a}$ обеспечивает независимость нормы этих функций от масштабирующего числа a.

Итак, для заданных значений параметров a и b функция $\psi_{ab}(t)$ и есть вейвлет, порождаемый материнским вейвлетом $\psi(t)$.

Наиболее распространенные вещественные базисы конструируются на основе производных функций Гаусса $\left(g_0(t) = \exp\left(-t^2/2\right)\right)$. Это обусловлено тем обстоятельством, что функция Гаусса имеет наилучшие показатели локализации, как во временной, так и в частотных областях. Так, например, при $n=1$ получаем вейвлет первого порядка, его назвали WAVE – вейвлетом с равным нулю нулевым моментом.

$$\psi(t) = -t\,exp\left(-t^2/2\right) \qquad (3.2)$$

При $n = 2$ получаем MHAT-вейвлет, так называемую «мексиканскую шляпу». У него нулевой и первый моменты равны нулю. Он имеет лучшее разрешение, чем WAVE-вейвлет:

$$\psi(t) = \left(1 - t^2\right) exp\left(-t^2/2\right) \qquad (3.3)$$

В качестве базисных функций, образующих ортогональный базис, можно использовать широкий набор вейвлетов [8].

3.1. Непрерывное вейвлет-преобразование

Непрерывное (интегральное) вейвлет-преобразование (НВП или CWT).

Сконструируем базис $\psi_{ab}(t)$ с помощью масштабных *непрерывных* преобразований (a) и переносов (b) материнского вейвлета $\psi(t)$ с произвольными значениями базисных параметров a и b в формуле (3.1). Тогда по определению прямое (анализ) и обратное (синтез) НВП (т.е. ПНВП и ОНВП) сигнала $S(t)$ запишутся

$$W_s(a,b) = \left\langle S(t), \psi_{ab}(t) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} S(t)\,\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \qquad (3.4)$$

$$S(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} W_s(a,b)\,\psi_{ab}(t)\,\frac{da\,db}{a^2}, \qquad (3.5)$$

где C_ψ – нормирующий коэффициент

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \left|\Psi(\omega)\right|^2 |\omega|^{-1}\, d\omega < \infty,$$

$\langle\, , \rangle$ – скалярное произведение соответствующих сомножителей; $\Psi(\omega)$ – фурье-преобразование вейвлета $\psi(t)$.

Для ортонормированных вейвлетов $C_\psi = 1$. Из (3.4) следует, что *вейвлет – спектр* – это *масштабно-временной* спектр - является функцией двух аргументов: первый аргумент a (временной масштаб) аналогичен периоду осцилляций, т.е. обратен частоте, а второй b – аналогичен смещению сигнала по оси времени. Следует отметить, что $W_s(b\,, a_0)$ характеризует временную зависимость (при $a = a_0$), тогда как зависимость $W_s(a, b_0)$ можно поставить в соответствие частотную зависимость (при $b = b_0$). Если исследуемый сигнал $S(t)$ представляет собой одиночный импульс длительностью τ_u, сосредоточенный в окрестности $t = t_0$, то его вейвлет-спектр будет иметь наибольшее значение в окрестности точки с координатами $t = \tau_u$, $b = t_0$.

Способы представления (визуализации) $W_s(a,b)$ могут быть различными. Спектр $W_s(a,b)$ является поверхностью в трехмерном пространстве. Однако часто вместо изображения поверхности представляют её проекцию на плоскость ab с изоуровнями, позволяющими проследить изменение интенсивности амплитуд ВП на разных масштабах *(a)* и во времени *(b)*. Кроме того, изображают картины линий локальных экстремумов этих поверхностей, так называемый *скелетон*, который выявляет структуру анализируемого сигнала.

4. ДВУМЕРНЫЕ ВЕЙВЛЕТЫ

До сих пор рассматривался одномерный сигнал. При обработке изображений приходится иметь дело с двумерными массивами S(x, y). Пусть они, как и прежде, задаются в пространстве $V = \{x, y\} \in R$, но теперь как функции двух переменных x и y. В этом случае вместо выражения (3.1) можно воспользоваться двумерным аналогом [3.8]:

$$\frac{1}{\sqrt{a_1 a_2}} \psi\left(\frac{x-b_1}{a_1}, \frac{x-b_2}{a_2}\right), \tag{4.1}$$

где a_1 и a_2, b_1 и b_2 – значения a и b по каждому измерению.

4.1. Двумерное вейвлет-преобразование

Для двумерного диадного ВП непрерывных сигналов

$$a = 2^m, \; b = k2^m = ka,$$

$$\phi_{m,k} = 2^{-m/2} \phi\left(2^{-m} V - k\right), \quad \psi_{m,k} = 2^{-m/2} \psi\left(2^{-m} V - k\right), \tag{4.2}$$

где $\varphi_{m,k}$ - базисная (масштабирующая) функция; $\psi_{m,k}$ - базисная функция (всплеск).

Для ВП дискретных изображений и построения быстрых алгоритмов обработки следует исходить из двумерного кратно масштабного анализа (КМА). Общий подход к определению КМА для многомерного случая рассмотрен в [3,8]. Однако на практике поступают проще. Многомерный и, в частности, двумерный КМА строят как тензорное произведение одномерных КМА. При таком подходе отцовский и материнский вейвлеты будут сформулированы следующим образом:

$$\varphi(x,y) = \phi(x)\phi(y), \qquad \psi_{LH}(x,y) = \phi(x)\psi(y), \tag{4.3}$$

$$\psi_{HL}(x,y) = \psi(x)\phi(y), \qquad \psi_{HH}(x,y) = \psi(x)\psi(y), \tag{4.4}$$

где индексы H и L означают реализацию фильтров ВЧ и НЧ- составляющих. В результате получим одну масштабирующую функцию $\varphi(x,y)$ и три вейвлета $\psi^i(x,y)$

Тогда двумерные вейвлеты запишутся в виде

$$\left.\begin{array}{ll} 2^{-m}\phi\left(2^{-m}x-k\right)\phi\left(2^{m}y-I\right), & 2^{-m}\phi\left(2^{-m}x-k\right)\psi\left(2^{m}y-I\right), \\ 2^{-m}\psi\left(2^{-m}x-k\right)\phi\left(2^{m}y-I\right), & 2^{-m}\psi\left(2^{-m}x-k\right)\psi\left(2^{m}y-I\right). \end{array}\right\} \tag{4.5}$$

Таким образом, на двумерной плоскости происходит анализ по горизонтали, вертикали и диагонали с одинаковым разрешением в соответствии с вейвлетами, описанными выше.

4.2. Анализ операторов

Исторически интересы к всплескам отчасти росли благодаря тому, что они являются эффективным инструментом для исследования задач теории операторов и численного решения дифференциальных уравнений в частных производных. В особенности, они полезны для понимания свойств так называемых операторов Кальдерона-Зигмунда [3].

Сначала рассмотрим, в общем, виде, представление линейного оператора типа Т в wavelet-базисе. Предположим, что функция f разлагается по базису следующим образом:

$$f(x) = \sum_{j,k} \langle f, \Psi_{jk} \rangle \Psi_{jk}(x)$$

Тогда:

$$Tf(x) = \sum_{j,k} \langle f, \Psi_{jk} \rangle T\Psi_{jk}(x)$$

и. используя вейвлет-представленне функции, получим:

$$\sum_{j,k} \langle f, \Psi_{jk} \rangle \sum_{i,l} \langle T\Psi_{jk}, \Psi_{il} \rangle \Psi_{il}(x) = \sum_{il} \left(\sum_{jk} \langle T\Psi_{jk}, \Psi_{il} \rangle \langle f, \Psi_{jk} \rangle \Psi_{il}(x) \right) \qquad \textbf{(4.6)}$$

Другими словами, действие оператора T непосредственно на функцию f переведено в действие бесконечной матрицы $A_T = \left\| \langle T\Psi_{jk}, \Psi_{il} \rangle \right\|$ на последовательность $\left\{ \langle f, \Psi_{jk} \rangle \right\}$.

Представление (4.6) оператора T посредством матрицы АТ часто называют "стандартным представлением" T. Существует также "нестандартное представление" оператора. Например, для интегральных линейных операторов вида

$$Tf(x) = \int K(x,y) f(y) dy$$

нестандартное представление T — просто набор [двумерных] wavelet-коэффициентов ядра K, получающихся при разложении $\left\{ \langle K, \Psi^j{}_{k_1 k_2} \rangle \right\}$.

Для большого класса операторов матричное представление, стандартное или нестандартное, имеет довольно точную структуру со многими малыми элементами. В этом представлении мы можем сжать оператор, просто опуская малые элементы. По существу, это та же самая ситуация, что и в случае сжатия изображений. Теперь "изображением" является ядро $K(x,y)$. Следовательно, основные действия типа инверсии и умножения можно выполнять со сжатыми матрицами вместо дискретной версии оператора T. Это позволит значительно ускорить их численное обращение.

4.3. Двумерное ДВП

На основе частотного подхода к ВП, прямое ВП изображения происходит следующим образом. Предположим, что имеем изображение размером $N \times N$. Первоначально каждая из N строк изображения делится (фильтруется) на низкочастотную (НЧ) и высокочастотную (ВЧ) половины. В результате получается два изображения размером $N \times N/2$. Далее каждый столбец делится точно также, в итоге получается четыре изображения размером $N/2 \times N/2$.: НЧ по горизонтали и вертикали (НЧНЧ!), ВЧ по горизонтали и вертикали (ВЧВЧ1), НЧ по горизонтали и ВЧ по вертикали (НЧВЧ1) и ВЧ по горизонтали и НЧ по вертикали (ВЧНЧ1). Первое из указанных выше изображений делится аналогичным образом на следующем шаге (уровне) преобразования и т.д.

4.4. Удаление шумов, обработка и компрессия изображений

Решения этих задач осуществляется аналогично случаю одномерных сигналов. Вычислив координаты сцинтилляции X, Y для N событий, т.е. построив функцию $f(X,Y)$ одним из ранее описанных методов, применяется двумерное вейвлет-преобразование к функции $f(X,Y)$. Далее осуществляется пороговое ограничение уровня детализирующих коэффициентов. Задав определенный порог и «отсекая» коэффициенты ниже этого порога и применив обратное двумерное ВП, можно значительно снизить уровень шума и сжать изображение.

ВЫВОДЫ

Таким образом, проанализировав возможности и методы обработки изображений, с целью очистки и улучшения качества изображений пространственных распределений в томографии методом вейвлет-преобразований, можно сделать следующие выводы. Применив вейвлет-преобразование к вычисленным координатам сцинтилляции, можно значительно улучшить качество изображения, а значит, уменьшить неоднородность, нелинейность и увеличить разрешающую способность изображения. В результате экспериментальных наблюдений данные в системах получения изображений всегда оказываются зашумленными шумами ФЭУ и пуассоновской статистикой, присущей процессу регистрации ядерных излучений. Наличие статистических шумов и шумов ФЭУ может в значительной степени исказить изображение и привести к ошибке локализации источников. И только масштабирование и отсечение малых сигналов (меньших установленного порога) позволят значительно улучшить качество изображения, а это возможно только при использовании вейвлет-преобразования.

SUMMARY

WAVELET TRANSFORMATIONS FOR SPATIAL IMAGES CLEANING AND QUALITY IMPROVEMENT FOR TOMOGRAPHY

L.P. Andreev,
SRDI "Iskra"

In the article there are methods and algorithms for calculation of spatial distribution of scintillation coordinates described, i.e. functions $f(x, y)$ in gamma-tomogrpahy. Significantly improved spatial distribution image quality is obtained using integral equations' solution methods and wavelet transformations.

Key words: *single photon emission computed tomography, scintillation coordinates, amplitude-spatial characteristic, wavelet transform.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Троицкий И.Н. Статистическая теория томографии / И.Н. Троицкий. - М: Радио и связь,1989.
2. Марусина Н. Я. Современные виды томографии: учебное пособие / Н. Я. Марусина, А.О. Казначеева. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2006.
3. Юдин М.Н. Введение в вейвлет-анализ: учеб. [практическое пособие] / М.Н. Юдин, Ю.А. Фарков, Д.М. Филатов. - М.: Моск. геологоразв. академия, 2001. - 72 с.
4. Смирнов В.И. Курс высшей математики / В.И. Смирнов. – М.: Наука, 1974. – Т.4, Ч.1. - 336 с.
5. Аппаратура и методики радионуклидной диагностики в медицине / К.Д. Калантаров, С.Д. Калашников, В.А. Костылев и др. - М.: ЗАО «ВНИИМП-ВИТА», 2002. - 122 с.
6. Калашников С.Д. Физические основы проектирования сцинтилляционных гамма-камер / С.Д. Калашников. - М.: Энергоатомиздат, 1985. - 120 с.
7. Двухдетекторный однофотонный эмиссионный гамма-томограф / М.А. Арлычев, В.Л. Новиков и др. - Санкт-Петербург: ЭФАТОМ, 2008.
8. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразование: учеб. пособие. / А.Н. Яковлев. - Новосибирск; Изд-во НГТУ, 2003. - 104 с.

Поступила в редакцию 21 июля 2010 г.