

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра прикладної математики та моделювання складних систем

Допущено до захисту

Завідувач кафедри ПМ та МСС

_____ Коплик І.В.
(підпис)

«__» _____ 2022 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття освітнього ступеня «бакалавр»


спеціальність 113 «Прикладна математика»

освітньо-професійна програма «Прикладна математика»

тема роботи «**МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВИХ ТА ДЕФОРМАЦІЙНИХ
ПРОЦЕСІВ ПРИ ОБРОБЦІ МЕТАЛІВ РІЗАННЯМ**»

Виконавець

студент факультету ЕЛІТ

Кравченко Тетяна Романівна 
(прізвище, ім'я, по батькові) (підпис)

Науковий керівник

професор, доктор фіз.-мат. наук
(науковий ступінь, вчене звання)

Гончаров Олександр Андрійович
(прізвище, ім'я, по батькові) (підпис)

Суми – 2022 р.

СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет	електроніки та інформаційних технологій
Кафедра	прикладної математики та моделювання складних систем
Рівень вищої освіти	перший <u>(бакалаврський)</u>
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	113 Прикладна математика
Освітня програма	освітньо-професійна «Прикладна математика»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри ПМ та МСС

Коплик І.В. _____

«___» _____ 2022 р.

ЗАВДАННЯ

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ ЗДОБУВАЧУ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Кравченко Тетяні Романівні

1. Тема роботи Моделювання теплових та деформаційних процесів при обробці металів різанням

Керівник роботи Гончаров О.А., професор, доктор фіз.-мат. наук
затверджено наказом по факультету ЕлІТ від «16» лютого 2022 р. № 0146-VI

2. Термін подання роботи студентом «17» червня 2022р.

3. Вихідні данні до роботи 1) Метод скінчених різниць; 2) Теоретичні та експериментальні відомості про теплові та деформаційні процеси при обробці металів різанням.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, що їх належить розробити) Дослідження теплових та деформаційних полів в середині ріжучої пластини без захисного покриття. Практична реалізація побудованої математичної моделі.

5. Перелік графічного матеріалу:

- 1) Температурне поле ріжучої пластини без покриття;
- 2) Теплові профілі в різці з ріжучою пластиною без покриття;
- 3) Залежність деформацій від температури.

6. Консультанти до проекту (роботи), із значенням розділів проекту, що стосується їх

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		Завдання видав	Завдання прийняв

7. Дата видачі завдання «22» березня 2022 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ п/п	Найменування роботи, заходи	Термін виконання	Примітка
1	Провести аналіз літератури за темою «Моделювання теплових та деформаційних процесів при обробці металів різанням».	20.05 - 26.05	Виконано
2	Дослідити джерела виділення та відведення тепла в зоні стружкоутворення.	27.05 - 29.05	Виконано
3	Побудувати фізичну модель, що описує теплові та деформаційні процеси в середині ріжучої пластини.	30.05 - 03.06	Виконано
4	Побудвати математичну модель задачі дослідження.	04.06 - 10.06	Виконано
5	На базі математичної моделі створити комп'ютерну програму.	11.06 - 17.06	Виконано

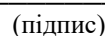
Здобувач вищої освіти

Керівник роботи



(підпис)

Кравченко Т.Р.



(підпис)

Гончаров О.А.

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота: 54 с., 21 рисунок, 2 таблиці і 27 джерел.

Мета роботи: простежити та змодельовати температурне й деформаційне поле в ріжучій пластині без захисного покриття, врахувавши задані граничні умови.

Об'єкт дослідження: процес зміни теплового та деформаційного стану на поверхні металевої пластини без захисного покриття.

Предмет дослідження: комп'ютерна модель теплових та деформаційних полів в металевій пластині без захисного покриття.

Методи дослідження: аналітичний аналіз, метод скінчених різниць, метод прогонки, метод фазової площини.

У результаті досліджень розглянуто комп'ютерно змодельовану систему, яка дозволяє дослідити температурне поле пластини ріжучого інструменту та побудувати залежність зсувних напружень, деформації та температури поверхневої плівкової структури.

Проведені експерименти, що досліджували температурне поле пластини ріжучого інструменту виготовленої з сталі марки DIN 1.7034 без захисного покриття під дією зовнішнього теплового навантаження. На основі одержаних даних проаналізовано температурне поле всередині пластини в залежності від відстані до зовнішнього джерела тепла. З'ясовано глибину проникнення теплоти в середину ріжучої деталі. Розглянуто поверхневу плівкову структуру, що застосовується для зміцнення та підвищення термічної стабільності ріжучого інструменту. Побудовано залежність зсувних напружень, деформації та температури плівки.

Апробація отриманих результатів була проведена на конференціях:
ІМА : 2022 «Інформатика. Математика. Автоматика».

КЛЮЧОВІ СЛОВА: КОМП'ЮТЕРНА МОДЕЛЬ, ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ, ЗАХИСНЕ ПОКРИТТЯ, РІЖУЧА ПЛАСТИНА, ДЕФОРМАЦІЯ.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1	8
ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД	8
Висновки до розділу 1	18
РОЗДІЛ 2	19
ФІЗИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ. ТЕОРЕТИЧНА ОСНОВА	19
2.1 Теплові явища при обробці металів різанням. Рівняння теплового балансу	19
2.2 Температурне поле інструменту.....	21
2.3 Деформаційні процеси та тертя при обробці металів різанням	23
Висновки до розділу 2	25
РОЗДІЛ 3	26
МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ ТА ЇЇ РЕАЛІЗАЦІЯ.....	26
3.1 Математична модель	26
3.2 Метод скінчених різниць(поздовжньо-поперечна схема).....	29
3.3 Метод фазової площини	32
3.4 Результати апробації математичної моделі.....	38
ВИСНОВКИ.....	42
СПИСОК ВИКРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	45
ДОДАТОК А.....	49

ВСТУП

Сучасне машинобудування відіграє значну роль у науково-технічному прогресі людства, тому ставить на меті автоматизацію усіх технологічних процесів. Оброблення металів різанням є одним з базових методів отримання точних деталей, вимоги до якості яких постійно підвищуються. Це забезпечує довговічність інструменту та його зносостійкість. Значне місце у процесі різання займають теплові явища. Так, вони визначають температуру у зоні різання, яка впливає на характер пластичної деформації при утворенні стружки, наріст, усадку стружки, сили різання і мікроструктуру поверхневого шару. В результаті всі ці чинники впливають на інтенсивність зношування інструмента та його період стійкості [1].

Відомо, що теплові процеси, які виникають при обробці металів різанням, безпосередньо пов'язані з деформаційними. Тертя між контактуючими тілами є важливим у всіх інженерних застосуваннях, де тверді металеві поверхні ковзають одна з одною. Це особливо важливо при різанні металу, де пластична деформація більш м'якої частини (робочого матеріалу) відбувається під високим нормальним тиском. Енергія розсіюється під час відносного руху контактуючих поверхонь інструменту, стружки та щойно обробленої поверхні. Крім того, на тертя впливає знос інструменту, що збільшує споживання енергії [2]. Домінуючим механізмом тертя ковзання, як правило, є адгезійна взаємодія між поверхневими нерівностями, особливо для нев'язкопружних матеріалів. Однак більш грубі контактні поверхні та знос інструменту призводять до більш інтенсивної пластичної деформації нерівностей, що збільшує тертя.

Моделювання тертя є дуже складним завданням через низку потенційних факторів впливу, включаючи мікрогеометрію контакту (шорсткість поверхні), відносний рух (постійність руху, поверхнева швидкість), прикладені сили (контактний тиск, постійність прикладених зусиль), температуру (термічні сили), а також жорсткість і вібрацію (відповідність контакту, гасіння тертя

вібрацій, зворотний зв'язок між тертям і структурною реакцією). Загалом значення коефіцієнта тертя, які використовуються при аналітичному та чисельному моделюванні різання металу, значно нижчі, ніж ті, що вимірюються в випробуваннях на ортогональне різання [3]. Окрім цього, характеристики тертя та зносу важко визначити під час випробувань на різання металу, оскільки стружка безперервно ковзає по передній поверхні інструменту в умовах динамічного зношування [4].

РОЗДІЛ 1

ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД

Промислові процеси механічної обробки є одними з найскладніших для моделювання. У різанні металу труднощі пов'язані з сильною пластичною деформацією, а також з екстремальними трибологічними умовами, наявними в інтерфейсі інструмент-заготовка. Наразі вчені активно впроваджують поряд з експериментальними методами використання математичного моделювання теплових та деформаційних процесів засобами комп'ютерних інформаційних технологій. Цим дослідженням присвячено багато наукових праць [5-17].

Так, в роботі [5] представлені останні досягнення у сфері конститутивного тертя та моделі механічної обробки металу. Крім того, розглянуто теплофізичні властивості для теплового моделювання процесу механічної обробки, дані мікроструктури стружки та заготовки разом із відповідними експериментальними методами. На думку авторів, основною проблемою в розробці конститутивних моделей і моделей тертя для різання металу є складність отримання даних про систему динамічне напруження-деформація та про тертя відповідно, які точно описують процес різання. Як правило, ці дані охоплюють обмежений діапазон деформацій, їх швидкостей і температур у порівнянні з тими, що виникають при різанні металу. Отже, використання таких моделей, зазвичай, вимагає екстраполяції цього діапазону, що сприяє неточності в одержаних результатах. Часто використовуються дуже спрощені моделі, наприклад кулонівське тертя. Основними причинами цього є обмежені знання про складні фрикційні взаємодії на поверхнях розділу інструмент-деталь, а також відсутність відповідних експериментальних методів для вимірювання параметрів моделі тертя в умовах, характерних для різання металу. Інші типи даних, критичних для моделювання процесу механічної обробки, включають залежні від температури теплофізичні властивості та дані мікроструктури заготовки, які часто важко знайти або виміряти, для матеріалів і

умов деформації, що цікавлять. Наприклад, новітні конститутивні моделі вимагають даних про мікроструктуру (зміни розміру зерна як функції деформації, швидкості деформації та температури), які недоступні для багатьох робочих матеріалів, що представляють практичний інтерес.

Механічна обробка металу – це важкий процес пластичної деформації, що характеризується неоднорідною термомеханічною деформацією металу з високими швидкостями, яка призводить до зміни мікроструктури та властивостей матеріалу. Науковці встановили, що правильне визначення умов деформації та їх діапазонів у відповідних зонах є суттєвим для розробки та вибору відповідних механічних випробувань для характеристики поведінки робочого матеріалу в умовах, репрезентативних для різання металу.

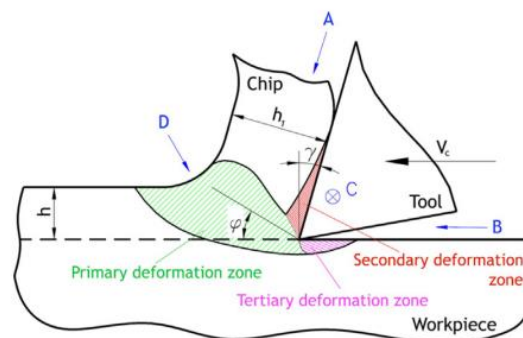


Рис. 1.1 – Зони деформації в процесі різання металу [5].

Для характеристики розподілу деформації та її швидкості при різанні металу використовуються різноманітні експериментальні методи, такі як велосиметрія зображення частинок (Particle Imaging Velocimetry – PIV) [6]. У цій техніці неоднорідні маркери на поверхні заготовки відстежуються за допомогою високошвидкісного зображення (див. рис. 1.2). Поля деформації розраховуються з використанням відносних зміщень неоднорідних поверхневих маркерів.

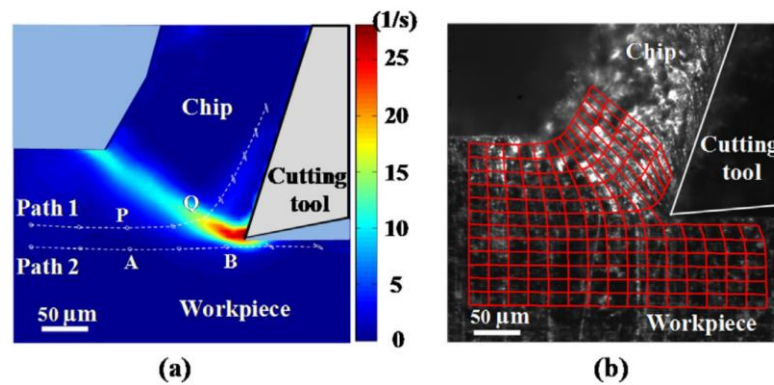


Рис. 1.2 – Метод PIV, що використовується для характеристики деформації при механічній обробці: (а) ефективне поле швидкості деформації, (б) викривлення сітки [7].

Велосиметрію зображення частинок у своїх дослідженнях використовували й інші науковці. Так, автори роботи [8], використовуючи PIV, оцінили швидкість деформації 20 с^{-1} в зоні первинного зсуву та деформацію зсуву 2,05 в мідній стружці OFHC при дуже низькій швидкості різання 0,3 м/хв. Щоб оцінити деформацію та швидкість деформації, вони використали класичну аналітичну модель на основі площини зсуву.

Інша група дослідників [9] провели подібні експерименти на Ti-6Al-4V при порівняно низькій швидкості різання 0,6 м/хв і оцінили швидкості деформації $40\text{--}80 \text{ с}^{-1}$ та деформацію зсуву 1,5. Загалом, метод PIV придатний для вимірюваннями на низьких швидкостях різання через обмеження швидкості зображення, проте це корисна техніка для розуміння та кількісної оцінки поля деформації при різанні металу.

Для дослідження механізму утворення стружки, локалізованої зсувом, автори роботи [10] використали метод високошвидкісного зображення. Процес відбувався при ортогональному різанні Ti-6Al-4V на швидкостях різання 0,25 м/с–5 м/с. Використовуючи комбінацію методів зміщення маркера та мікроскопії, вони оцінили середню деформацію зсуву в смузі зсуву в діапазоні від 10 (при 0,25 м/с) до 40 (при 5 м/с). Швидкість деформації зсуву в області смуги зсуву була оцінена в $4 \times 10^5 \text{ с}^{-1}$ при швидкості різання 1 м/с.

Автори статті [11] в своїх дослідженнях використовували техніку цифрової кореляції зображень (DIC) для оцінки підповерхневих пластичних деформацій, що утворюються при ортогональному різанні OFHC міді зі швидкістю різання 90 м/хв. Результати дослідження показали, що максимальна еквівалентна деформація фон Мізеса дорівнює 0,25 на 150 μm нижче поверхні зрізу для недеформованої стружки товщиною (h) 0,2 мм (див. рис. 1.3). Науковці дійшли висновку, що для визначення максимальних деформацій, які виникають поблизу обробленої поверхні, необхідні подальші вдосконалення DIC.

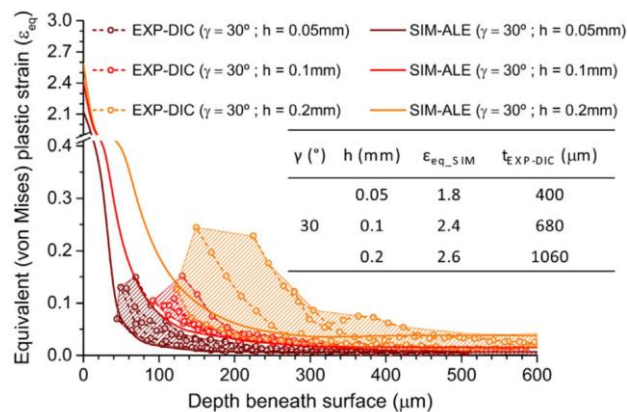


Рис. 1.3 – Виміряні та прогнозовані розподіли пластичної деформації наскрізь по глибині при різних товщинах нерозрізаної стружки [11].

В роботі [5] розглядають феноменологічні конститутивні моделі, які, зазвичай, використовуються для опису високої швидкості деформації та реакції напруги високої температури металів при обробці. Ці моделі називаються феноменологічними, оскільки вони описують матеріальну поведінку за допомогою емпірично встановлених функцій однієї або декількох макроскопічних змінних деформацій, таких як пластична деформація (ϵ_p), швидкість пластичної деформації ($\dot{\epsilon}_p$) та температура (T). Загальна форма таких моделей така:

$$\sigma = \sigma(\epsilon_p; \dot{\epsilon}_p; T; \dots). \quad (1.1)$$

Окрім феноменологічних існують також фізичні конститутивні моделі, які засновані на мікроструктурних аспектах пластичної деформації. Вони математично описують силу течії металу як функцію мікромасштабних фізичних процесів, відповідальних за зміцнення (наприклад, взаємодія дислокації та перешкоди) або пом'якшення (наприклад, динамічне відновлення, безперервна динамічна рекристалізація, ковзання по межі зерен) металу. Добре відомо, що під час пластичної деформації мікроструктура безперервно розвивається, оскільки термічно активовані рухомі дислокації взаємодіють з найближчими та далекими перешкодами, включаючи кристалічну решітку, атоми розчиненої речовини, дислокації та межі зерен. Загальною формою фізично заснованої конститутивної моделі є [12]:

$$\sigma = \sigma(\rho_1, \rho_2; \dot{\varepsilon}_p, T), \quad (1.2)$$

$$\frac{d\rho_1}{d\varepsilon} = F_1(\rho_1, \rho_2; \dot{\varepsilon}_p, T), \quad (1.3)$$

$$\frac{d\rho_2}{d\varepsilon} = F_2(\rho_1, \rho_2; \dot{\varepsilon}_p, T), \quad (1.4)$$

де ρ_1 і ρ_2 – параметри мікроструктури, наприклад середня щільність дислокацій і середній розмір зерна відповідно.

Рівняння (1.2) – (1.4) є математичним описом еволюції параметрів мікроструктури з деформацією. На рис. 1.4 показано порівняння потоку кривих напружень і моделювання механічної обробки з використанням двох конститутивних моделей для OFHC міді.

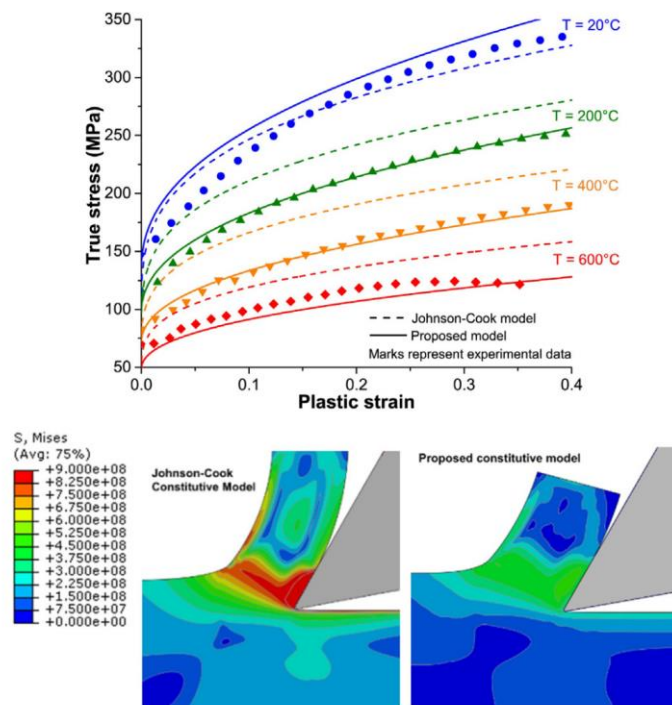


Рис. 1.4 – Порівняння результатів розрахунку пластичної деформації при різанні в рамках різних моделей [13].

У дослідницькій роботі [14] також запропоновано конститутивний підхід для виявлення поведінки тертя під час різання металу. Він заснований на тестах ортогонального різання з різною товщиною нерозрізаної стружки та класичної моделі зони паралельного зсуву Окслі. Це дозволило авторам прогнозувати видимий коефіцієнт тертя в інтерфейсі інструмент–стружка. Для підтвердження ефективності запропонованого підходу було проведено моделювання методом кінцевих елементів різання на вуглецевій сталі AISI 1045. Було зроблено висновок про те, що швидкість деформаційного зміцнення та термічного розм'якшення робочого матеріалу контролюють деформацію та поведінку тертя під час різання. Уявний коефіцієнт тертя зменшується зі швидкістю різання та товщиною нерозрізаної стружки через домінуючий вплив термічного розм'якшення при $h \geq 0,15$ мм. При менших значеннях ($h < 0,15$ мм) коефіцієнт тертя збільшується зі швидкістю різання через значний ефект зміцнення швидкості деформації.

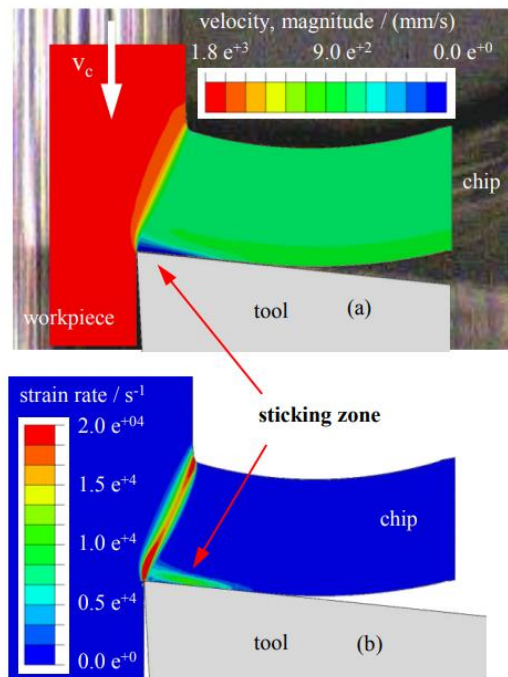


Рис. 1.5 – Моделювання утворення стружки і зони тертя ($v_c = 100$ м/хв, $h = 0,2$ мм) [14].

У статті [15] представлені експериментальні дослідження різноманітних взаємопов'язаних циклічних і тимчасових процесів, що відбуваються на поверхні тертя в жорстких трибологічних умовах під час різання з утворенням кромки наросту (див. рис. 1.6). Викладено результати кінцево-елементного моделювання профілів напруження/температура на поверхні тертя. Це дослідження проводилося на багатошаровому покритті з верхнім шаром глиноземної кераміки, нанесеним методом CVD (хімічне осадження з парової фази) на підкладку з карбїду WC/Co (див. рис. 1.7). Детальний аналіз процесу зношування було проведено за допомогою 3D-оцінки. Під час експериментів на поверхні трибосистеми спостерігалися такі циклічні явища: повторюване утворення і руйнування наростів (самоорганізований критичний процес) та періодичне збільшення й зменшення кількості трибо-плівок теплового бар'єру з сапфірової структури (яка є процесом самоорганізації). Ці два процеси взаємопов'язані з супутнім утворенням кратерів, що в кінцевому підсумку призводить до катастрофічного збою всієї трибосистеми. Як показує рис. 1.6, в

аналізованих умовах на ріжучій кромці генеруються високі температури (близько 740 °C) і навантаження (близько 1,5–2 ГПа). Ця робота демонструє взаємозв'язок між багатомасштабними процесами самоорганізації та явищами поверхні, викликані зносом, у важких трибологічних умовах, пов'язаних з утворенням скупчень.

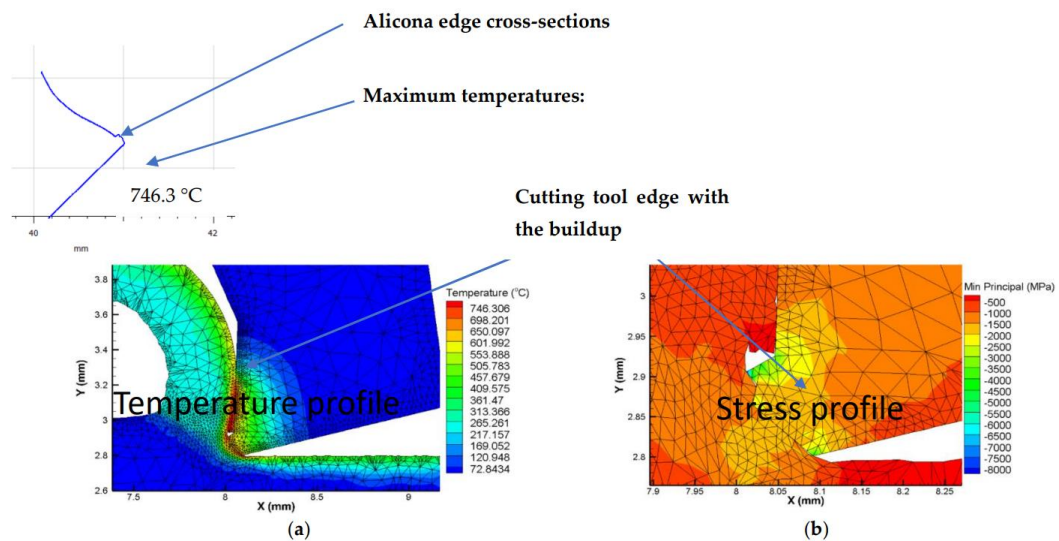


Рис 1.6 – Дані моделювання методом FEM (напруження/температура) [15].

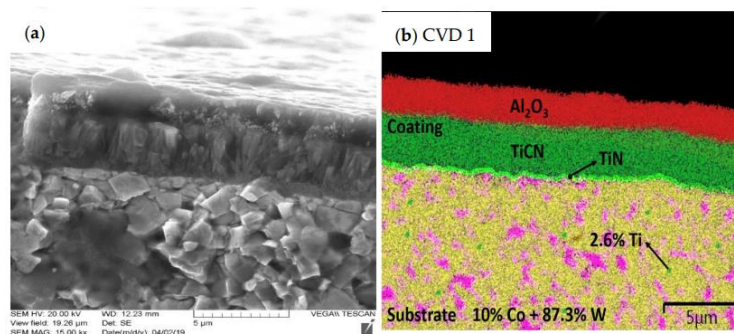


Рис. 1.7 – Зріз покриття, що досліджується $\text{TiN/TiCN/Al}_2\text{O}_3$ [15].

Автори роботи [16] досліджували тертя при косому різанні з використанням токарних керамічних інструментів Si_3N_4 , що мають у конфігурації великий негативний передній кут. Зокрема, тертя на боковій стороні було включено в трибологічний баланс. В якості вхідних даних використали значення компонентів сили, зафіксовані під час випробувань на

знос інструменту при різних швидкостях різання. Звичайні компоненти сили були перетворені в систему координат використовуваного інструменту, щоб дозволити обчислити сили тертя і нормальні сили, що діють на передні та бокові поверхні і, нарешті, відповідні коефіцієнти тертя. Виявлено, що обидва коефіцієнти тертя істотно змінюються в процесі зношування інструменту і відрізняються від визначених для моделі ортогонального тертя. Нова модель тертя була випробувана для механічної обробки сфероїдального чавуну (SCI) з використанням покритих нітридних керамічних вставок і додатково підтверджена трибо-тестуванням циліндрів на диску.

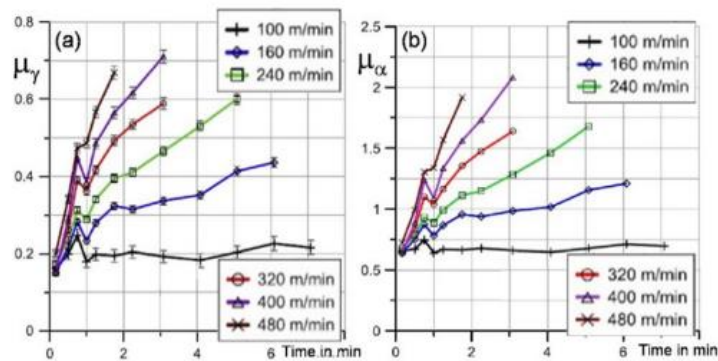


Рис. 1.8 – Зміни коефіцієнта тертя на передній (а) і (б) боковій сторонах [16].

Модель, що базується на концепції узагальненого ефекту тертя, була запропонована у дослідженні [17]. Вона додає до кулонівського тертя ще два ефекти тертя, один пов'язаний з відносним зміщенням, а інший – з відносною швидкістю. Оскільки в цьому особливому стані подача занадто мала, сила тяги (напрямок) має мінімальну величину (дивись рисунок 1.9), і тоді кулонівським тертям по тангенціальному напрямку можна знехтувати. Отже, у тангенціальному напрямі залишаються лише два ефекти тертя: один пов'язаний із переміщенням, а інший — зі швидкістю. Запропонована модель представлена таким чином (рис. 10):

$$m(\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x) = F_f(x, \dot{x}, \mu_1, \mu_2), \quad (1.5)$$

де x являє собою відносне переміщення, ξ , ω_n , і m є коефіцієнтом демпфування, частотою природної системи та еквівалентною масою, F_f є силою тертя, μ_1 та μ_2 представляють обидва ефекти тертя.

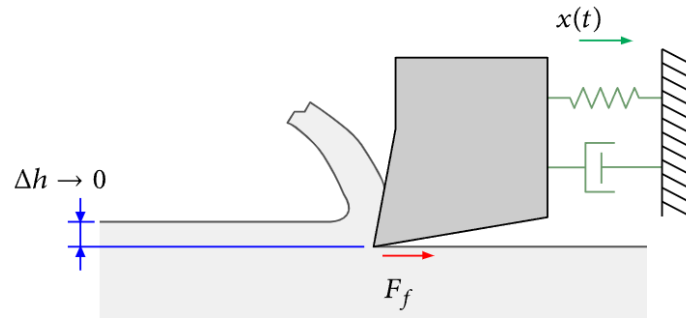


Рис. 1.9 – Динамічні сили тертя при мінімальній глибині різання [17].

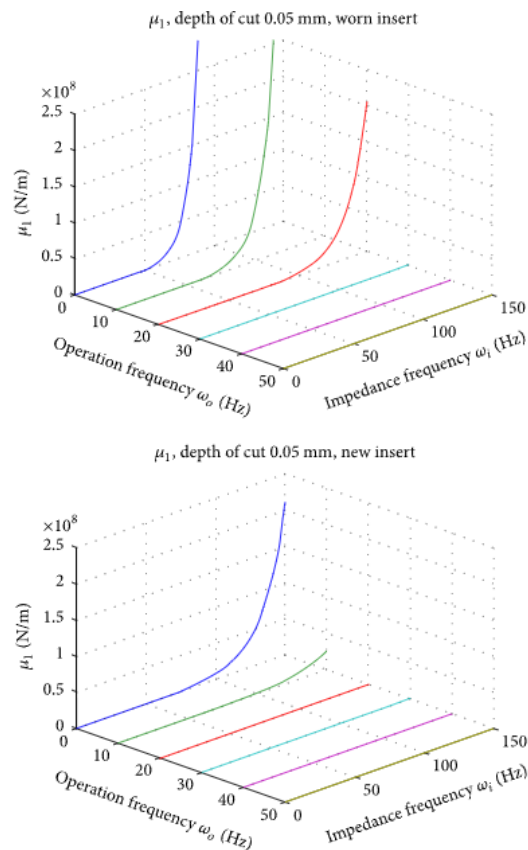


Рис. 1.10 Порівняння μ_1 на глибині різі 0,05 мм, зношеної та нової пластини [17].

З аналізу експериментальних даних було виявлено [17], що сила тертя на боці інструмента має складну функцію. Це залежить не тільки від відносного

переміщення й швидкості між інструментом і оброблюваною деталлю, а й від швидкості різання, глибини різання і динамічної реакції (частоти збудження). Оскільки сила тертя залежить від динамічної реакції, її можна розглядати як джерело нестабільності під час процесу різання. Обидві функції, пов'язані з переміщенням і швидкістю, мають подібні моделі, що показують поведінку затримки в часі. Ця затримка еквівалентна принципу ковзання, але відмінність від загальної теорії тертя полягає в тому, що на тертя на боці сильно впливають умови процесу, і ця залежність є нелінійною. Нелінійне співвідношення між силою тертя та параметрами різання отримано за допомогою функції імпедансу в частотній області. Функція імпедансу здатна ідентифікувати характерну поведінку явища тертя, ізолюючи інші динамічні ефекти. У цій роботі вдалося визначити характерну частоту сили тертя за даними прискорення, а також за даними сили. Таким чином, імпеданс був надійно розрахований. Цю процедуру можна застосувати до інших процесів різання, таких як фрезерування або свердління, де тертя на боці вище.

Висновки до розділу 1

Проведений літературний огляд вказує на те, що питання моделювання теплових та деформаційних процесів при обробці металів різанням є актуальним для науковців. Зокрема це пов'язано з тим, що характеристики тертя та зносу важко визначити під час випробувань на різання металу, оскільки стружка безперервно ковзає по передній поверхні інструменту в умовах динамічного зношування.

РОЗДІЛ 2

ФІЗИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ. ТЕОРЕТИЧНА ОСНОВА

2.1 Теплові явища при обробці металів різанням. Рівняння теплового балансу

В процесі обробки металів різанням під дією контактної взаємодії і деформацій оброблюваного матеріалу відбувається генерування теплоти. Існує три основних джерела виділення тепла в зоні стружкоутворення [18]:

1. Механічна робота, витрачена на пластичну деформацію та руйнування металу. Область генерування охоплює зону найбільших пластичних деформацій, тобто площину сколювання (Q_1);
2. Робота сил тертя на передній поверхні леза різця. Область генерування – контактуючі одна з одною поверхня стружки та передня поверхня леза інструменту (Q_2);
3. Робота сил тертя на задній поверхні леза інструменту. Область генерування – контактуючі одна з одною задня поверхня леза різця та відтворювана лезом поверхня різання (Q_3) [24].

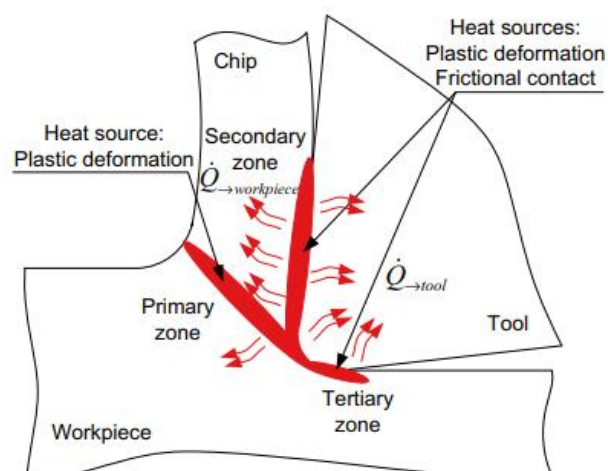


Рис. 2.1 – Основні джерела тепла під час формування стружки при механічній обробці [29].

Під час обробки металу теплота, що безперервно виділяється за час роботи також відводиться із зони різання. Схематично цей процес зображено на рис. 2.2.

Основні джерела відведеного тепла:

1. Відведена теплота q_1 (частина теплоти Q_1 , що проникає в метал оброблюваної заготовки і нагріває її);
2. Відведена теплота q_2 (частина теплоти Q_1 , що йде на нагрів стружки і виноситься нею із зони різання);
3. Відведена теплота q_3 (частина теплоти Q_2 , що йде на нагрів стружки);
4. Відведена теплота q_4 (частина теплоти Q_2 , що нагріває метал ріжучої частини різця і поступово поширюється по всьому його об'єму);
5. Відведена теплота q_5 (частина теплоти Q_3 , що нагріває метал ріжучої частини різця);
6. Відведена теплота q_6 (частина теплоти Q_3 , що проникає в метал оброблюваної заготовки і нагріває її).

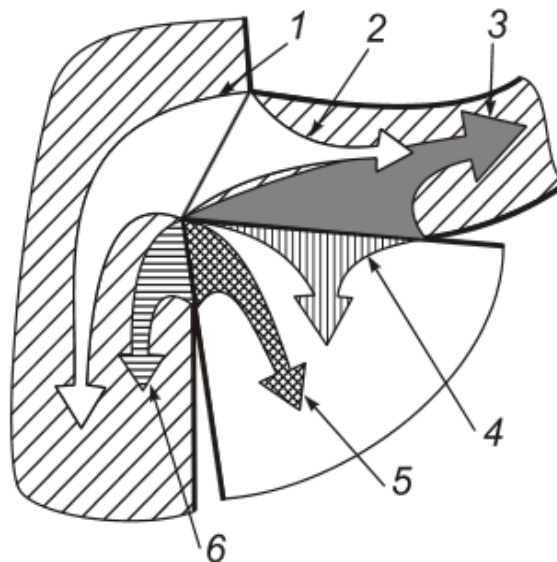


Рис. 2.2 – Схема руху теплових потоків при різанні без охолодження [21].

Отримаємо рівняння теплового балансу:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 \quad (2.1)$$

Дослідники [21] встановили, що найбільшу значимість з джерел відведеної теплоти має сума складових q_1 та q_2 , тобто що основну кількість теплоти виносить зрізана стружка. Частка теплоти $q_3 + q_4$, що відводиться в тіло різця, є незначною. Третя складова $q_5 + q_6$, що виражає кількість теплоти, що відводиться в тіло заготовки зростає зі збільшенням швидкості різання.

2.2 Температурне поле інструменту

Частина теплоти, що надходить в різець, йде на підвищення температури ріжучого леза, а інша розповсюджується по всьому тілу різця. Швидкість поширення теплового потоку залежить від багатьох факторів таких як теплопровідність, маса, температури ріжучої частини і корпусу різця. Графічно температурне поле в різці представляє ряд ізотерм.

Різальне лезо нагрівається нерівномірно. Найбільшу температуру набуває передня поверхня, а ближче до вершини рівень температур зменшується. При віддаленні від передньої поверхні температура у різальному лезі змінюється набагато повільніше, ніж температура у стружці (див. рис. 2.3).

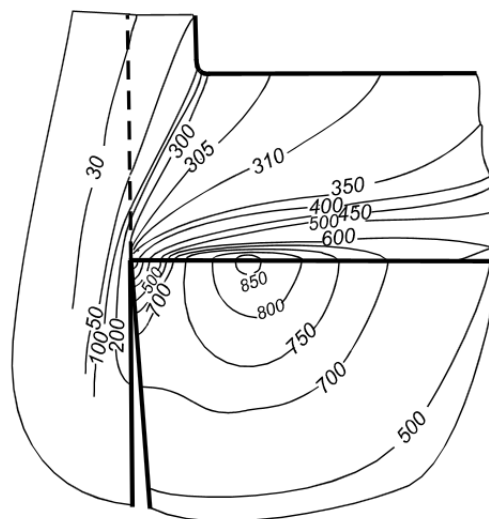


Рис. 2.3 – Температурні поля у стружці, заготовці і різці при обточуванні сталі ШХ15 різцем із твердого сплаву Т14К8 ($V = 80$ м/хв., $S = 0,5$ мм/об, $t = 4,1$ мм)

[22].

Температурне поле на передній поверхні різця на малюнку 2.3, згідно з результатами аналітичних розрахунків виконаних А.Н. Резніковим, зображено на рисунку 2.4. Ізотерма максимальної температури $\theta = 900^{\circ}\text{C}$ – овальна лінія, розташована на відстані приблизно рівній 0.5-1 мм і витягнута уздовж головного ріжучого леза [20].

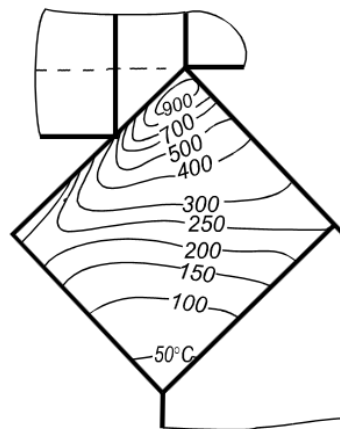


Рис. 2.4 – Температурне поле на передній поверхні різця (за результатами аналітичного розрахунку) [22].

Під дією високих температур інструментальні матеріали поступово втрачають свою міцність, твердість та зносостійкість. Значення температуростійкості, за якого відбуваються вище зазначені процеси, унікальне й залежить від хімічних та структурних властивостей матеріалу. Результатом роботи при підвищених температурах є зменшення зносостійкості, підвищення інтенсивності зношування та скорочення періоду експлуатації інструменту. Проаналізувавши результати досліджень [20-22] можна прийти до висновку, що передня поверхня леза та прилеглий граничний шар піддаються дії найвищих температур. В цих ділянках збігаюча стружка інтенсивно зношує лезо при надвисоких температурах і вони більш схильні до швидкого зносу. Хоча задня поверхня леза значно менше піддається дії високих температур, проте за час роботи різця вона суттєво зростає та може досягти критичної межі. Ці процеси призводять до зменшення терміну експлуатації різця.

2.3 Деформаційні процеси та тертя при обробці металів різанням

При різанні металу існує дві основні зони деформацій та зсуву. Перша розташована на місці, де відбувається основний зсув робочого матеріалу. Крім того, поблизу ріжучої кромки та контакту інструмент-стружка існує зона вторинного зсуву. Поведінка робочого матеріалу при деформації в первинних і вторинних зонах дуже чутлива до умов різання. Вона обумовлена тертям між інструментом та заготовкою, а також на інтерфейсі інструмент-стружка та напругою потоку робочого матеріалу. Неприятливі умови, наприклад високі напруження та температури на межі розділу інструмент-стружка та навколо ріжучої кромки, є причиною надмірного зносу інструменту та неможливості подальшої експлуатації. Для визначення оптимальних умов різання, вибору матеріалу інструменту, геометрії кромки та покриття використовують моделювання методом скінчених елементів. Він дозволяє точно спрогнозувати змінні параметри такі як напруження та температура, що допомагає поліпшити якість оброблених поверхонь й попереджує передчасне руйнування інструменту [23].

Модель Джонсона-Кука є найпоширенішою для моделювання високошвидкісної деформації. Згідно цієї моделі залежність напружень $\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)$ пластичної деформації від деформації ε , швидкості деформації $\dot{\varepsilon}$ та температури T має вигляд [24]:

$$\sigma = [A + B\varepsilon^n][1 - C \ln \dot{\varepsilon}^*][1 - T^{*m}], \quad (2.2)$$

де ε – ефективна пластична деформація; A, B, C, n, m – емпірично визначені параметри моделі; $\dot{\varepsilon}^* = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}$ – безрозмірна швидкість пластичної деформації ($\dot{\varepsilon}_0 =$

0.1 s^{-1}); $T^* = \frac{T - T_e}{T_m - T_e}$ – гомологічна температура, T_m – температура плавлення матеріалу заготовки, T_e – температура навколишнього середовища.

Через високий нормальний тиск на поверхні, в області контакту на параметри тертя між інструментом та стружкою впливають такі фактори, як швидкість різання, швидкість подачі, кут нахилу тощо. Тертя на межі інструмент-стружка є важким для оцінки. Відомо, що воно може бути представлене як взаємозв'язок між нормальним та напруженням тертя на ріжучій поверхні інструменту. Найкращий спосіб зафіксувати характеристику тертя на контакті інструмент-стружка - це безпосередньо виміряти нормальні та фрикційні напруги під час фактичного процесу різання металу. Окрім цього для вимірювання розподілу напружень й побудови залежності напруги та тертя на інтерфейсі інструмент-стружка під час сухого ортогонального різання можна використати метод скінчених елементів.

В роботі [23] досліджено вплив впровадження різних моделей тертя на прогнози моделювання шляхом порівняння прогнозованих змінних процесу з експериментальними результатами. Науковці прийшли до висновку, що моделювання методом кінцевих елементів може передбачити всі розподіли напружень в інструменті, оскільки інструмент визначається як пружне тіло. Приклад ефективного розподілу напружень із використанням моделі змінного зсувного тертя при швидкості різання 150 м/хв наведено на рис. 2.7. Розподіл температури при тих самих умовах різання зображений на рис. 2.8.

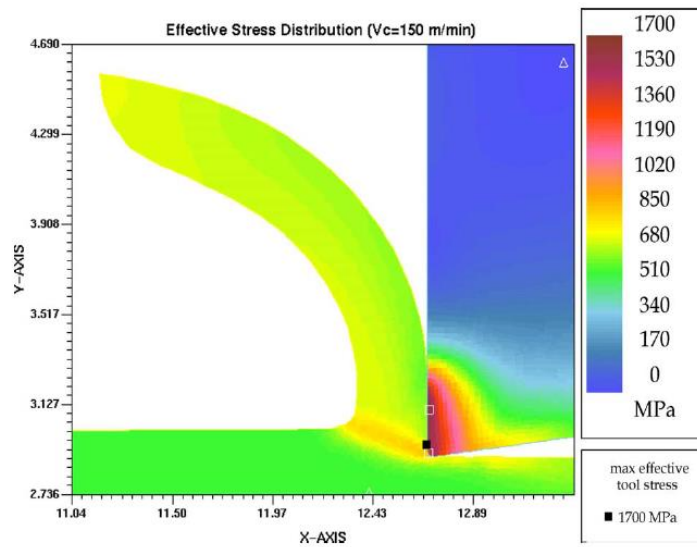


Рис. 2.6 – Прогнозований ефективний розподіл напружень з використанням моделі змінного зсувного тертя при швидкості різання 150 м/хв [23].

Висновки до розділу 2

Були проаналізовані теплові явища при процесі обробки металів різанням. Побудовано рівняння теплового балансу. Знайдено зони, що найбільше піддаються дії високих температур та як наслідок швидше руйнуються. З'ясовані зони деформацій та умови тертя.

РОЗДІЛ 3

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ ТА ЇЇ РЕАЛІЗАЦІЯ

3.1 Математична модель

Розглянемо двовимірну область рішення (див. рис. 1.3). Маємо різальну пластину без покриття розміром $L_x \times L_y (0.01 \times 0.01)$, по одній з сторін якої наявний вплив теплового навантаження Q . При виборі області рішення точної геометрії різця враховано не було задля спрощення аналітичних розрахунків. Вважатимемо, що інтенсивність теплового потоку рівномірна вздовж усієї ділянки.

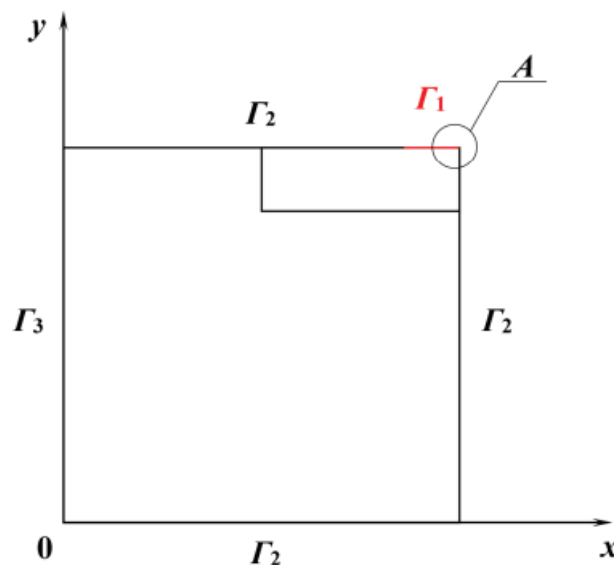


Рис. 3.1 – Схема різальної пластини без покриття, що знаходиться під впливом теплового джерела[25].

Для моделювання теплових та деформаційних процесів в середині пластини спершу необхідно розв'язати диференціальне рівняння теплопровідності, врахувавши усі граничні умови. У двовимірному випадку воно має вигляд:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T, \quad x, y \in D, \quad t > 0, \quad (3.1)$$

де c – теплоємність середовища (Дж/кг·°К); ρ – густина середовища(кг/м³); λ – теплопровідність середовища(Вт/кг·°К).

Тут Δ – оператор Лапласа, що обчислюється наступним чином:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (3.2)$$

Оскільки диференціальне рівняння має безліч розв'язків, тому, щоб виділити потрібний з множини усіх можливих нам необхідно задати початкові та граничні умови. Сукупність початкових і граничних умов називається крайовими умовами. Початкова умова також є часовою крайовою умовою, а гранична умова – просторовою крайовою умовою [25].

Початкова умова визначає заданням закону розподілу температури всередині тіла в початковий момент часу, тобто:

$$t = 0: T = f(x, y), \quad (3.3)$$

де $f(x, y)$ – відома функція.

При рівномірному розподілу температури в тілі початкова умова спрощується: $t = 0: T = T_0 = const$.

Граничні умови задають або дозволяють описати особливості протікання процесу теплообміну на поверхні тіла.

Граничні умови першого роду задають розподіл температури на поверхні (межі) тіла в будь-який момент часу:

$$T = U(x, y, t). \quad (3.4)$$

Граничні умови другого роду задають значення теплового потоку для кожної точки поверхні (межі) тіла в будь-який момент часу:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = q(x, y, t), \quad (3.5)$$

де n – зовнішня нормаль до поверхні (або границі) тіла.

Граничні умови третього роду задають взаємозв'язок між потоком тепла за рахунок теплопровідності від твердої стінки і тепловим потоком з навколишнього середовища (закон Ньютона-Ріхмана):

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_e), \quad (3.6)$$

де h – коефіцієнт теплообміну, T_e – температура зовнішнього середовища.

У відповідності до моделі, зображеної на рисунку 3.1 можна виділити три ділянки Γ_1 , Γ_2 , Γ_3 та описати граничні умови на них. На границі Γ_1 відбувається теплообмін із нагрітою стружкою, а на границі Γ_2 задані умови теплообміну із зовнішнім середовищем (повітрям), тобто задані граничні умови 3-го роду. На границі Γ_3 задані граничні умови 1-го роду, оскільки тут державка різця затиснута у масивному тримачі різця і можна вважати температуру сталою і рівною температурі навколишнього середовища.

Коли температура в зоні різання набуває максимального значення, тобто у випадку стаціонарного теплового диференціальне рівняння теплопровідності (3.1) має вигляд [25]:

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0. \quad (3.7)$$

Математична постановка задачі матиме вигляд:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad \begin{cases} 0 < x < Lx \\ 0 < y < Ly \end{cases} \quad (3.8)$$

Температура ріжучої пластини у всіх її точках в початковий момент часу дорівнює $T_0 = 20^\circ\text{C}$ (початкова умова на):

$$t = 0: T = T_0, \quad 0 < x < Lx, \quad 0 < y < Ly. \quad (3.9)$$

Задамо граничні умови задачі. Враховуючи розміри пластини $L_x \times L_y$ на границі L_y ділянка ріжучої пластини Γ_k , довжина якої $\frac{L_x}{2}$, безпосередньо стикається з оброблюваною деталлю і зовнішня теплота передається в різець. Це відповідає граничній умові третього роду:

$$y = Ly: \frac{Lx}{2} < Lx, -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h(T_k - T_0), t > 0, \quad (3.10)$$

де $T_k = \theta$ – температура в зоні різання, h – коефіцієнт теплообміну між нагрітою стружкою та ріжучою пластиною на границі Γ_1 .

На нижній границі пластини встановлюються граничні умови першого роду, тобто температуру можна вважати сталою.

$$y = 0: T = T_0, t > 0. \quad (3.11)$$

На всіх інших зовнішніх границях, задані умови теплообміну третього роду з навколишнім середовищем вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0, x = Lx \\ 0 < x < \frac{Lx}{2}, y = Ly \end{array} \right\} -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h(T_c - T_0), t > 0, k > 0. \quad (3.12)$$

де T_c – температура навколишнього середовища, h – коефіцієнт теплообміну між навколишнім середовищем (повітрям) і ріжучим інструментом на границі Γ_2 .

Таким чином, математичну модель постановки задачі сформульовано.

3.2 Метод скінчених різниць(поздовжньо-поперечна схема)

Для роз'язання даної задачі було обрано метод скінчених різниць(поздовжньо-поперечна схема).

Сутність методу полягає в тому, що похідні замінюють на відповідні їм різницеві співвідношення, тобто виражають через невідомі значення шуканої функції в окремих дискретних точках – вузлах сітки. В результаті зводимо задачу до системи алгебраїчних рівнянь, в якій невідомими величинами є значення шуканих функцій у вузлах сітки. Розв'язавши цю систему отримаємо наближене чисельне рішення.

Для апроксимації диференціального рівняння (3.8) методом скінчених різниць введемо просторово-часову сітку з координатами:

$$x_i = (i - 1) * h_x, \quad y_j = (j - 1) * h_y, \quad t_n = n * \tau, \quad (3.13)$$

де h_x, h_y – крок сітки по координатам x, y відповідно; τ - крок по часу; $i = \overline{1, N_x}; j = \overline{1, N_y}; n = \overline{0, K}$.

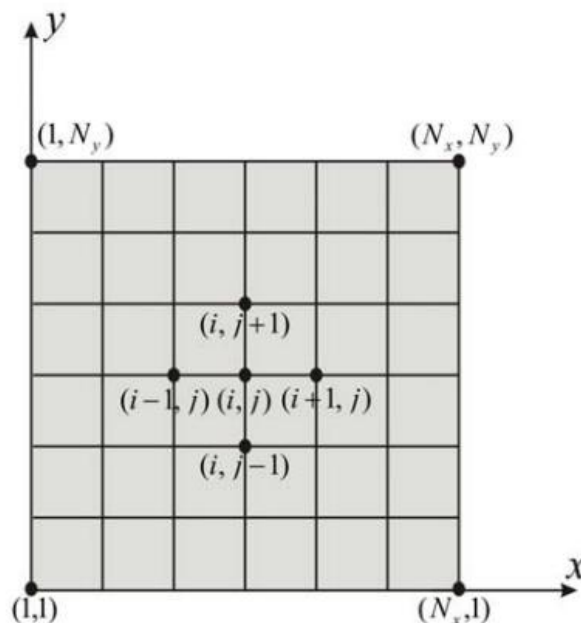


Рис. 3.2 – Різницева сітка поставленої задачі.

Введемо позначення:

$$T(x_i, y_j, t_n) = T_{i,j}^n. \quad (3.14)$$

Для дискретизації рівняння застосуємо одновимірну схему Самарського [26]. Вона полягає в тому, що крок за часом складається з двох етапів:

1. Спочатку розглядаємо вісь ОХ. Проводимо дискретизацію на часовому кроці. В результаті маємо одновимірне рівняння та розв'язуємо його.
2. Розглянемо вісь ОУ та проведемо аналогічні дії. Результатом буде поле температур на даному кроці по часу.

Виконаємо заміну диференціальних операторів на їх кінцево-різницеві аналоги:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,j}^n}{\tau}, \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2}, \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau}, \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}}{h_y^2}. \quad (3.18)$$

Рівняння (3.8) перетвориться в систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\rho * c * \frac{T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,j}^n}{\tau} = \lambda \left(\frac{T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2 * T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} \right), \quad (3.19)$$

$$\rho * c * \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau} = \lambda \left(\frac{T_{i+1,j}^{n+1} - 2 * T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}}{h_y^2} \right). \quad (3.20)$$

Спочатку розглянемо рівняння (3.19) на всій області та розв'яжемо його методом прогонки, а після цього переходимо до (3.20) та виконуємо аналогічні перетворення.

3.3 Метод фазової площини

Розглянемо поверхневу плівкову структуру для зміцнення та підвищення термічної стабільності ріжучого інструменту. Відомо, що поверхні, котрі постійно піддаються дії тертя найчастіше змащують спеціально нанесеними парами та рідинами, що конденсуються. Якщо товщина плівки рівна близько трьом молекулярним розмірам, тобто вона є молекулярно-тонкою, можна спостерігати режим межового тертя. За таких умов плівка має властивості, котрі характерні твердим тілам, зокрема динамічне «плавлення зсувом» та критичне зсувне напруження (межа текучості). Ці процеси можуть призвести до виникнення переривчастого руху (stick-slip), котрий також властивий сухому тертю, і в результаті спричинити руйнування та швидке зношування деталі. Якщо значення критичної температури та швидкості зсуву будуть перевищені, то переривчасте тертя зникне [27].

Для моделювання полів зсувних напружень, деформацій й температури плівки використаємо метод фазової площини. Він дає можливість досліджувати системи виду:

$$\frac{dx}{dt} = f_1(x, y), \quad (3.21)$$

$$\frac{dy}{dt} = f_2(x, y). \quad (3.22)$$

Дослідження відбувається шляхом зображення руху на площині у прямокутній системі координат. Координати x, y називаються фазовими координатами, а час t у явному вигляді не входить у зображення руху. Кожному моменту часу t_k відповідають фіксовані значення координат $x(t_k)$, $y(t_k)$, котрі зображуються в даній системі координат точкою. Таким чином, ми отримуємо фазовий портрет, тобто зображення траєкторії динамічної системи у фазовому просторі. Кожен стан системи відповідає конкретній точці на фазовому портреті, що дає змогу досліджувати особливості її еволюції.

Опишемо основні рівняння для побудови залежності зсувних напружень σ і деформації ε , а також температури T плівки:

$$\sigma_s = \left(\frac{\rho c_v \eta_0 T_c}{\tau_T} \right)^{1/2}, \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{G_0} = \left(\frac{T_\varepsilon}{\tau_T} \right)^{1/2} \left(\frac{\rho c_v T_c \tau_\varepsilon}{\eta_0} \right)^{1/2}, \quad (3.23)$$

для змінних σ , ε , T відповідно, де ρ – густина мастила; c_v – питома теплоємність, T_c – критична температура, $\eta_0 = \eta(T = 2T_c)$ – характерне значення зсувної в'язкості $\eta = \eta_0 \left(\frac{T}{T_{c0}} - 1 \right)^{-1}$, $\tau_T = \rho l^2 c_v / k$ – час теплопровідності, l – довжина теплопровідності, k – коефіцієнт теплопровідності, τ_ε – час релаксації деформації, $G_0 = \frac{\eta_0}{\tau_\varepsilon}$.

Враховуючи подані величини отримаємо систему рівнянь:

$$\tau_\sigma \frac{d\sigma}{dt} = -\sigma + g\varepsilon, \quad (3.24)$$

$$\tau_\varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt} = -\varepsilon + (T - 1)\sigma, \quad (3.25)$$

$$\tau_T \frac{dT}{dt} = (T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2. \quad (3.26)$$

Тут введено додаткові параметри як час релаксації напружень τ_σ , температура T_e далеко від поверхні різання (термостату), стала $g = \frac{G}{G_0} < 1$, де G – модуль зсуву мастила.

Необхідно зазначити, що подана система рівнянь формально збігається з синергетичною системою Лоренца, в котрій роль параметра порядку відіграють зсувні напруження, спряжене поле зводиться до зсувної деформації, а температура є керувальним параметром.

Аналітично отримати точний розв'язок системи рівнянь (3.24)–(3.26) неможливо. Використаємо метод фазової площини, який дозволяє визначити фазові портрети системи та дослідити особливості її еволюції. Точний їх вигляд знаходиться шляхом числового інтегрування рівнянь методом Рунге-Кутта 4-го порядку точності.

Розглянемо перший випадок, коли $\tau_\sigma \ll \tau_\varepsilon, \tau_T$.

Фактично, подана система рівнянь є безрозмірною. Але для зручності введемо масштаб τ_ε для вимірювання часу. Оскільки $\tau_\sigma \ll \tau_\varepsilon, \tau_T$, то в (3.24) можна покласти $\frac{d\sigma}{dt} = 0$, що дає зв'язок:

$$\sigma = g\varepsilon. \quad (3.27)$$

Підставивши його в рівняння (3.25), (3.26), що залишилися, приходимо до системи:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{-\varepsilon}{\tau_\varepsilon} + \frac{(T-1)g\varepsilon}{\tau_\varepsilon}, \quad (3.28)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_e - T - g\varepsilon^2 + g^2\varepsilon^2}{\tau_T}. \quad (3.29)$$

Введемо безрозмірний час $z = \frac{t}{\tau_\varepsilon}$ і параметр $\tau = \frac{\tau_T}{\tau_\varepsilon}$. Підставивши в систему, маємо:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\tau_\varepsilon\partial z} = \frac{-\varepsilon + (T-1)g\varepsilon}{\tau_\varepsilon}, \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial T}{\tau_\varepsilon\partial z} = \frac{T_e - T - g\varepsilon^2 + g^2\varepsilon^2}{\tau_\varepsilon\tau}. \quad (3.31)$$

Скоротимо на τ_ε та отримаємо рівняння в безрозмірному вигляді:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial z} = -\varepsilon + (T-1)g\varepsilon, \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \tau^{-1}(T_e - T - g\varepsilon^2 + g^2\varepsilon^2). \quad (3.33)$$

Для визначення стійких станів системи з точки зору методу фазової площини необхідно знайти координати особливих точок. Для цього розділимо рівняння

Для знайдення особливих точок системи розділимо (3.32) на (3.33).
Отримаємо:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial T} = \frac{-\varepsilon + (T-1)g\varepsilon}{\tau^{-1}(T_e - T - g\varepsilon^2 + g^2\varepsilon^2)}. \quad (3.34)$$

Використовуючи отриманий вираз (3.34), знайдемо особливі точки фазової площини, тобто ті, в котрих напрям дотичної до фазової траєкторії $\varepsilon = \varepsilon(T)$ не визначено. Для цього запишемо систему рівнянь $\frac{\partial \varepsilon}{\partial T} = 0, \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} = \infty$:

$$-\varepsilon[1 - g(T - 1)] = 0, \quad (3.35)$$

$$\tau^{-1}(T_e - T - g\varepsilon^2 + g^2\varepsilon^2) = 0. \quad (3.36)$$

Розглянемо два можливі випадки:

1) $\varepsilon = 0$. Тоді в (3.35) вираз у квадратних дужках може набувати будь-яких значень. Підставимо $\varepsilon = 0$ в (3.36) та отримаємо $T = T_e$. Таким чином, отримали координати першої особливої точки $D(T_e, 0)$.

2) $\varepsilon \neq 0$. У цьому випадку вираз зліва в (3.35) дорівнює нулю, якщо дорівнює нулю вираз в дужках:

$$T = 1 + g^{-1}. \quad (3.37)$$

Підставимо (3.36) в (3.35) та отримаємо:

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\frac{T_e - (1 + g^{-1})}{g(1 - g)}}. \quad (3.38)$$

З фізичних міркувань обираємо $\varepsilon > 0$. Тобто:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{T_e - (1 + g^{-1})}{g(1 - g)}}. \quad (3.39)$$

Таким чином, ми отримали координати другої особливої точки $O \left(1 + g^{-1}, \sqrt{\frac{T_e - (1 + g^{-1})}{g(1 - g)}} \right)$. Очевидно, що інших особливих точок система не має.

Розглянемо другий випадок, коли $\tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma, \tau_T$.

Для зручності введемо масштаб τ_σ для вимірювання часу. Оскільки $\tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma, \tau_T$, то в (3.25) можна покласти $\frac{d\varepsilon}{dt} = 0$, що дає зв'язок:

$$\varepsilon = (T - 1)\sigma. \quad (3.40)$$

Підставивши його в рівняння (3.24), (3.26), що залишилися, приходимо до системи:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{-\sigma[1 - g(T - 1)]}{\tau_\sigma}, \quad (3.41)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_e - T - \sigma^2(T - 2)}{\tau_T}. \quad (3.42)$$

Введемо безрозмірний час $z = \frac{t}{\tau_\sigma}$ і параметр $\tau = \frac{\tau_T}{\tau_\sigma}$. Підставивши в систему, маємо:

$$\frac{\partial\sigma}{\tau_\sigma\partial z} = \frac{-\sigma[1 - g(T - 1)]}{\tau_\sigma}, \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial T}{\tau_\sigma\partial z} = \frac{T_e - T - \sigma^2(T - 2)}{\tau_\sigma\tau}. \quad (3.44)$$

Скоротимо на τ_σ та отримаємо рівняння в безрозмірному вигляді:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = -\sigma[1 - g(T - 1)], \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \tau^{-1}[T_e - T - \sigma^2(T - 2)]. \quad (3.46)$$

Виконавши аналогічні дії наведеним у першому випадку прийдемо до висновку, що фазовий портрет характеризується наявністю двох особливих точок $D(T_e, 0)$ і $O(1 + g^{-1}, \sqrt{T_e - (g^{-1} + 1)(g^{-1} - 1)^{-1}})$.

3.4 Результати апробації математичної моделі

Моделювання теплових та деформаційних процесів під час обробки плоскої пластини різанням з наявним на неї впливом джерела тепла було виконано в середовищі Matlab. Для розрахунків використовувалися наведені раніше математичні співвідношення. Код програми представлений в додатку А.

Для проведення експерименту були обрані наступні параметри режиму різання: швидкість різання $v = 140$ м/хвил, глибина різання $t = 6,0$ мм, подача різця $s = 0,4$ мм/об, Для розрахунку температури в зоні різання була використана емпірична формула:

$$\theta = C_\theta v^x s^y t^z, \quad (3.47)$$

де C_θ – константа, яка враховує умови різання, x, y, z – показники степені, що показують ступінь впливу кожного елемента режиму різання на температуру в зоні різання.

Значення невідомих параметрів були отримані на основі експериментальних даних, наведених в роботі [24], знайдених методом найменших квадратів: для випадку пластини без покриття – $C_\theta = 189,388$, $x = -0.133$, $y = -0.127$, $z = 0.3327$

Враховуючи ці параметри режиму різання було обчислено температуру в зоні різання. Вона становить 868° для ріжучої пластини без покриття. Термофізичні властивості матеріалу, який використовували при проведенні розрахунків наведені в таблиці 3.1 [25].

Таблиця 3.1

Термофізичні властивості матеріалу пластини

	Steel DIN 1.7034
Thermal conductivity (λ), W/(m \cdot° C)	41.9
Density (ρ), kg/m 3	7770
Specific heat capacity (c), J/(kg \cdot° C)	529

Було досліджено температурне поле пластини ріжучого інструменту виготовленої з сталі марки DIN 1.7034. Результати дослідження представлено представлено на рис. 3.3.

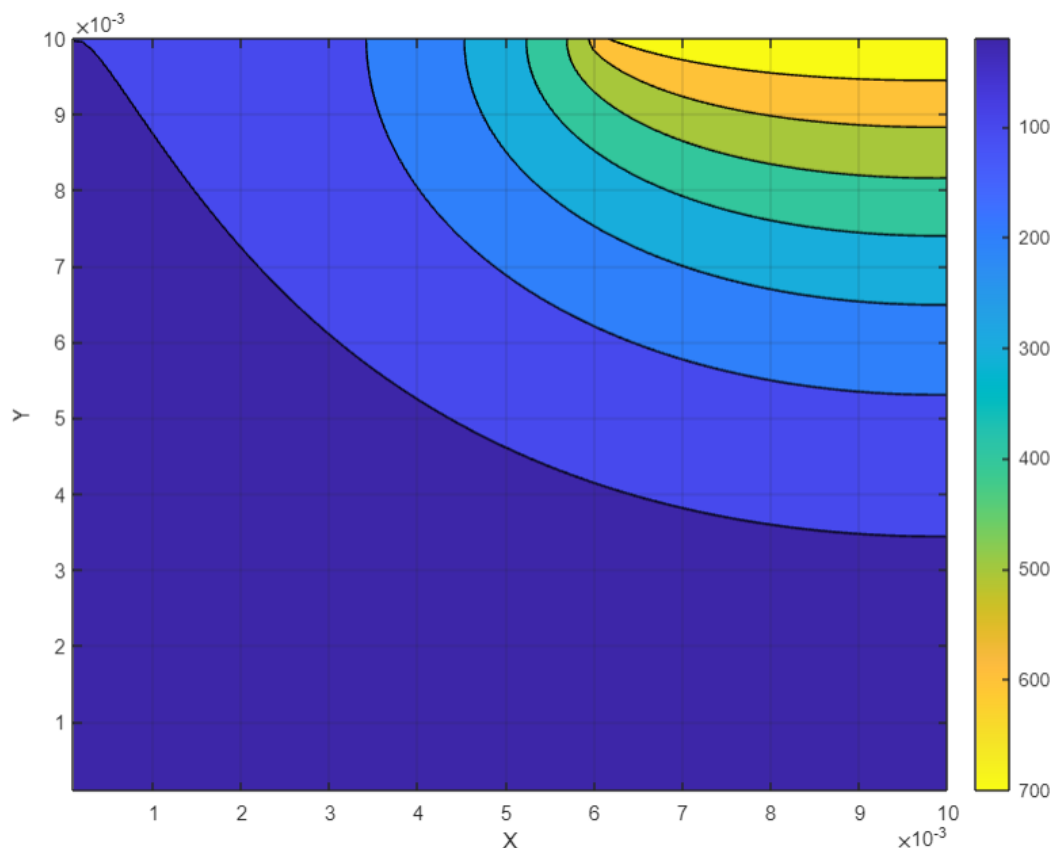


Рис. 3.3 – Температурне поле ріжучої пластини без покриття.

Можна зробити висновок, що в пластині без покриття глибина проникнення теплоти в середину деталі незначна. Однак для покращення цих показників необхідно провести порівняльний аналіз з пластиною з одношаровим або багатошаровим покриттям.

Також була отримана графічна залежність температури всередині ріжучого інструменту від відстані до його поверхні (див. рис. 3.4). Результати показали, що з віддаленням від джерела тепла, температура всередині інструменту поступово зменшується. Зокрема на відстані 7 умовних одиниць температура приблизно дорівнює 658 °С, а при відстані 64 температура знижується до 100 °С. Таким чином, зменшення температури безпосередньо пов'язано зі зменшенням теплового потоку, дії якого піддається деталь, яке в свою чергу залежить від відстані до неї. Цей показник можна значно покращити за допомогою захисних покриттів, котрі зменшують коефіцієнт тертя в системі деталь-різець, що в свою чергу зумовлює збільшення терміну експлуатації інструменту.

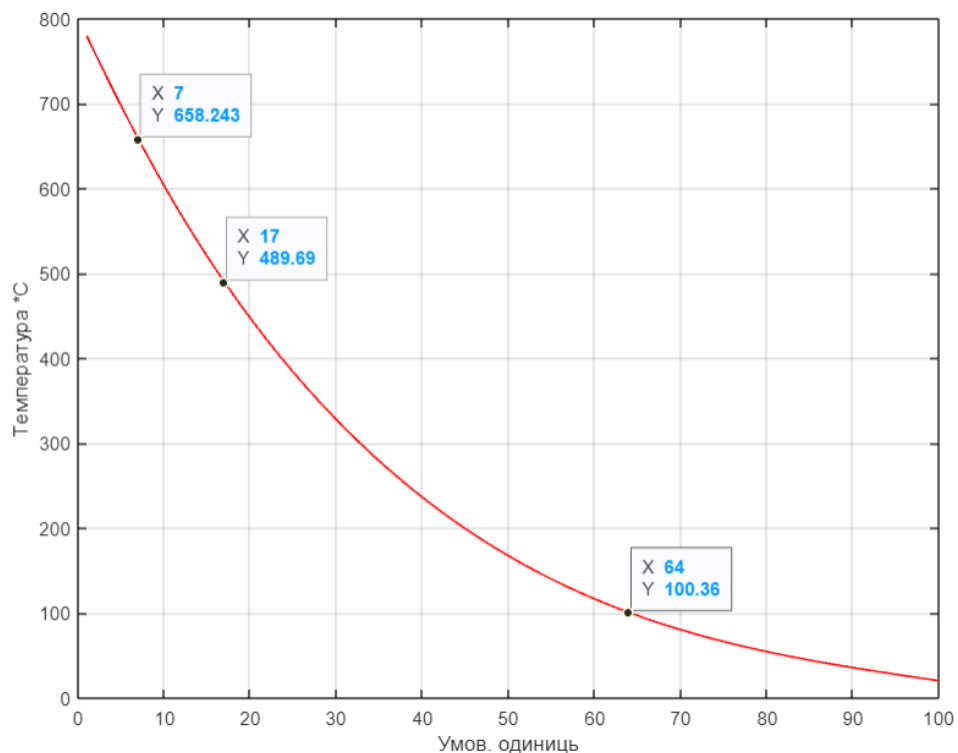


Рис. 3.4 – Теплові профілі в різці з ріжучою пластиною без покриття.

Було з'ясовано вплив деформаційного дефекту модуля зсуву змащення на фазову діаграму режимів граничного тетртя. У якості вхідних параметрів системи були обрані наступні значення: $T_e = 2.5$, $g = 0.5$, $\tau = 1$.

Відповідно до фазового портрету твердоподібної фази та наведених математичних співвідношень можна зробити висновок, що фазовий портрет характеризується наявністю двох особливих точок, однак за розглянутого діапазону змін з них реалізується лише одна. Таким чином, з плином часу система еволюціонує у відповідній точці $D(T_e, 0)$ у стаціонарний твердоподібний стан згідно з графіком, що наведений рисунку 3.5. В передкритичній області, де $T_e \leq T_{c0}$ вона дає стійкий вузол.

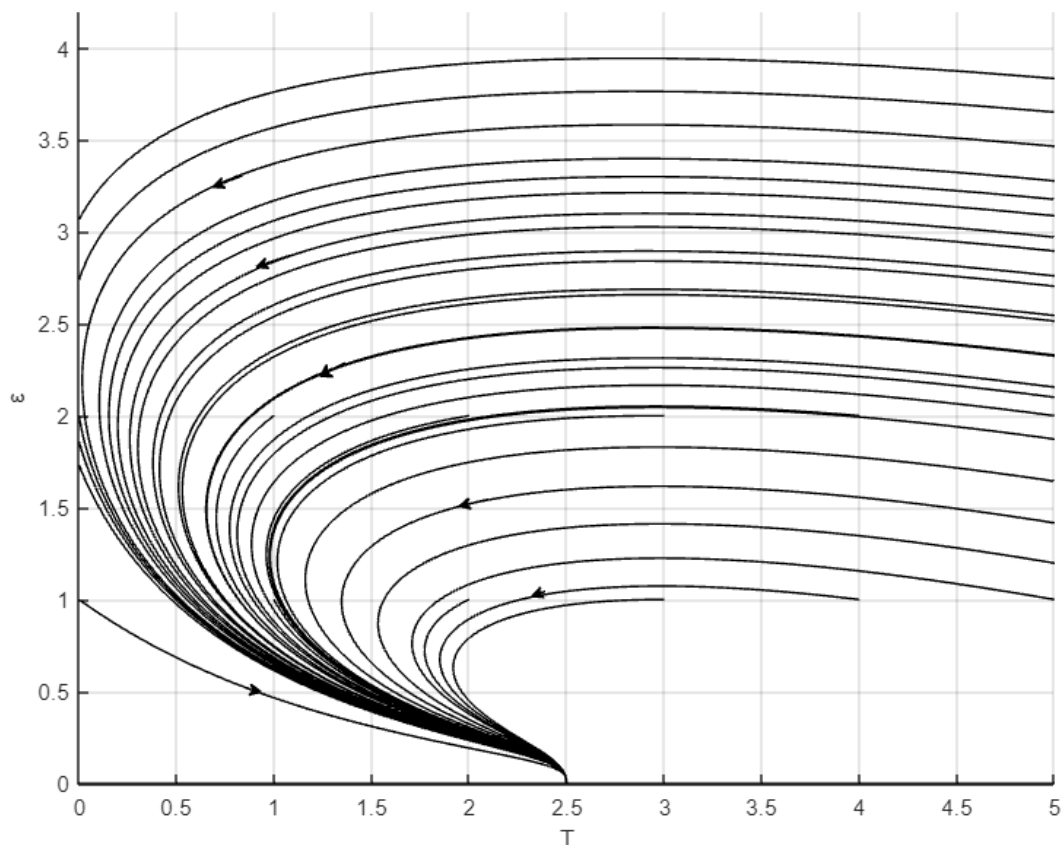


Рис. 3.5 – Залежність деформацій від температури.

Результати вказують на те, що зростання параметра $\tau = \frac{\tau_T}{\tau_\varepsilon}$ призводить до закручування траєкторій навколо особливої точки. Таким чином, при відносно повільній зміні температури та швидкій зміні напружень спостерігається тенденція до виникнення переривчастого режиму тертя.

ВИСНОВКИ

1. В ході роботи проведено літературний огляд на тему моделювання теплових та деформаційних процесів при обробці металів різанням. Було встановлено взаємозв'язок цих явищ та зроблено висновок, що дане питання залишається актуальним для науковців.
2. Розглянуто фізичну модель задачі. Отримано рівняння теплового балансу та з'ясовано основні джерела виділення та відведення тепла з зони стружкоутворення. Визначено зони деформації та зсуву.
3. Побудована математична модель постановки задачі дослідження з врахуванням почтакових та граничних умов. Для дискретизація одержаного рівняння теплопровідності було використано схема Самарського, котра є стійкою та володіє властивістю сумарної апроксимації.
4. Для розв'язання задачі обрано метод скінчених різниць. Це пов'язано з тим, що при виборі області рішення точної геометрії різця враховано не було, тобто область мала правильну форму, що дало можливість побудувати різницеву сітку.
5. Розглянуто поверхневу плівкову структуру, що застосовується для зміцнення та підвищення термічної стабільності ріжучого інструменту. З метою побудови залежності зсувних напружень, деформації та температури плівки було використано метод фазової площини, оскільки аналітично отримати точний розв'язок одержаної системи рівнянь неможливо. Даний метод дозволив визначити фазові портрети системи та дослідити особливості її еволюції.
6. Моделювання теплових та деформаційних процесів в середині пластини було виконано в середовищі Matlab. Аналіз одержаних результатів показав, що з віддаленням від джерела тепла, температура всередині інструменту поступово зменшується. Змодельовано температурне поле всередині ріжучої пластини без покриття та з'ясовано, що глибина проникнення теплоти в

середину деталі незначна. Однак для покращення цих показників необхідно провести порівняльний аналіз з пластиною з одношаровим або багат шаровим покриттям. Окрім цього було встановлено взаємозв'язок між підвищенням температури джерела тепла та полем деформацій.

СПИСОК ВИКРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Мазур М.П. Основи теорії різання матеріалів : підручник [для вищ. навч. закладів] / М.П. Мазур, Ю.М. Внуков, В.Л. Доброскок, В.О. Залога, Ю.К. Новосьолов, Ф.Я. Якубов ; під заг. ред. М.П. Мазура. – 2-е вид. перероб. і доп. – Львів : Новий світ-2000, 2011. – С. 3-5, 197-199.
2. Holmberg, K., and A. Matthews. "Techniques and Applications in Surface Engineering, Coatings Tribology: Properties." (1994).
3. Kragelsky I. V., Dobychin M. N., Kombalov V. S. Friction and wear: calculation methods. – Elsevier, 2013.
4. Sarvesh Kumar Mishra, Sudarsan Ghosh, Sivanandam Aravindan, Investigations into friction and wear behavior of AlTiN and AlCrN coatings deposited on laser textured WC/Co using novel open tribometer tests, Surface and Coatings Technology, Volume 387, 2020, 125513, ISSN 0257-8972. doi:10.1016/j.surfcoat.2020.125513
5. Shreyes Melkote, Wit Grzesik, José Outeiro, Joel Rech, Volker Schulze, et al.. Advances in material and friction data for modelling of metal machining. CIRP Annals - Manufacturing Technology, Elsevier, 2017, 66 (2), 731-754.
6. Lee, S., Hwang, J., Shankar, M.R. et al. Large strain deformation field in machining. Metall Mater Trans A 37, 1633–1643 (2006). doi: 10.1007/s11661-006-0105-z
7. Yang Guo, Christopher Saldana, W. Dale Compton, Srinivasan Chandrasekar, Controlling deformation and microstructure on machined surfaces, Acta Materialia, Volume 59, Issue 11, 2011, 4538-4547. doi :10.1016/j.actamat.2011.03.076
8. Brown, Travis L., et al. "A study of the interactive effects of strain, strain rate and temperature in severe plastic deformation of copper." Acta Materialia 57.18 (2009): 5491-5500.

9. C. Huang, T.G. Murthy, M.R. Shankar, R. M'Saoubi, S. Chandrasekar, Temperature rise in severe plastic deformation of titanium at small strain-rates, *Scripta Materialia*, Volume 58, Issue 8, 2008, 663-666. doi:10.1016/j.scriptamat.2007.11.042
10. Dinakar Sagapuram, Ho Yeung, Yang Guo, Anirban Mahato, Rachid M'Saoubi, W. Dale Compton, Kevin P. Trumble, Srinivasan Chandrasekar, On control of flow instabilities in cutting of metals, *CIRP Annals*, Volume 64, Issue 1, 2015, 49-52. doi:10.1016/j.cirp.2015.04.059
11. J.C. Outeiro, S. Campocasso, L.A. Denguir, G. Fromentin, V. Vignal, G. Poulachon, Experimental and numerical assessment of subsurface plastic deformation induced by OFHC copper machining, *CIRP Annals*, Volume 64, Issue 1, 2015, 53-56. doi:10.1016/j.cirp.2015.04.080
12. H. Mecking, U.F. Kocks, Kinetics of flow and strain-hardening, *Acta Metallurgica*, Volume 29, Issue 11, 1981, 1865-1875. doi:10.1016/0001-6160(81)90112-7.
13. L.A. Denguir, J.C. Outeiro, G. Fromentin, V. Vignal, R. Besnard, Orthogonal Cutting Simulation of OFHC Copper Using a New Constitutive Model Considering the State of Stress and the Microstructure Effects, *Procedia CIRP*, Volume 46, 2016, 238-241. doi:10.1016/j.procir.2016.03.208.
14. Mustapha Abouridouanea, Thomas Bergsa , Daniel Schrakneppera , Guido Wirtz , Friction behavior in metal cutting: Modeling and simulation / *Procedia CIRP* 102 (2021), 405–410.
15. Fox-Rabinovich G, Gershman IS, Locks E, Paiva JM, Endrino JL, Dosbaeva G, Veldhuis S. The Relationship between Cyclic Multi-Scale Self-Organized Processes and Wear-Induced Surface Phenomena under Severe Tribological

- Conditions Associated with Buildup Edge Formation. *Coatings*. 2021; 11(8):1002.
doi:10.3390/coatings11081002
16. Wit Grzesik, Joël Rech, Krzysztof Żak, Determination of friction in metal cutting with tool wear and flank face effects, *Wear*, Volume 317, Issues 1–2, 2014, 8-16.
doi:10.1016/j.wear.2014.05.003
17. Ulutan, Durul & Özel, Tuğrul. (2013). Determination of tool friction in presence of flank wear and stress distribution based validation using finite element simulations in machining of titanium and nickel based alloys. *Journal of Materials Processing Technology*, 213, 2217-2237.
doi:10.1016/j.jmatprotec.2013.05.019
18. G. I. Granovsky и V. G. Granovsky, *Metal Cutting: A Textbook for Higher Educational Institutions*, Moskva: Vysshaya Shkola, 1985.
19. B. Haddag, S. Atlati, M. Nouari и M. Zenasni, *Heat and Mass Transfer*, 2015, 1355-1370.
doi:10.1007/s00231-015-1499-1
20. B. Haddag, S. Atlati, M. Nouari и M. Zenasni, «Analysis of the heat transfer at the tool-workpiece interface in machining: determination of heat generation and heat transfer coefficients,» *Heat and Mass Transfer*, 2015, 1355-1370.
21. A.N. Reznikov, *Teplofizika protsessov mekhanicheskoy obrabotki materialov* [Thermal physics of processes of mechanical processing of materials] (Moskva: Mashinostroenie: 1981) (in Russian).
22. A.N. Reznikov, and L.A. Reznikov, *Teplovyye protsessy v tekhnologicheskikh sistemakh* [Thermal processes in technological systems] (Moskva: Mashinostroenie: 1990) (in Russian).
23. T. Özel, *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, 46: 518 (2006).
doi:10.1016/j.ijmachtools.2005.07.001
24. G.R. Johnson, and W.H. Cook, *Eng. Fract. Mech.*, 21: 31 (1985).

doi: 10.1016/0013-7944(85)90052-9

25. A. Goncharov, A. Yunda, E. Mironenko, D. Belous, L. Vasilyeva, Effect of a protective coating on the temperature distribution in a revolving cutting tool and the cutting tool lifetime, 2018, 4-8.
26. Самарський А. А. Теорія різницевих схем. М. 1977. – 656 с.
27. Методичні вказівки до виконання курсової роботи «Нелінійна модель плавлення ультратонкої плівки мастила» з дисципліни «Нелінійні процеси та моделі» (зразок виконання і завдання) / укладач О. В. Хоменко. – Суми : Сумський державний університет, 2013. – 22 с.

ДОДАТОК А

```

clear;
clc;

X = 0.01; %розміри деталі
Y = 0.01;
T = 1; %час
step_h = 0.0001; %просторовий крок
step_tau = 0.0001; %крок по часу
L_x = X/step_h;
L_y = Y/step_h;
x = 0.0001 : step_h : X; %створення просторової сітки
y = 0.0001 : step_h : Y;

lambda = 41.9; density = 7770; speasific_heat_capacity = 529; %теромофізичні
властивості матеріалу основи
coef_thermal_conduct = lambda/density*speasific_heat_capacity; %вводимо
коефіцієнт температуропровідності
coef_1 = 100; % табличне значення
coef_2 = 100000;

t = 0 : step_tau : T; %створення часової сітки
U = zeros(L_x, L_y); %масив поля температур

T_0 = 20; % початкова температура
T_e = 20; % температура повітря(зовн. серед.)
T_k = 868; %температура в зоні різання

```

```
U(:, :) = T_0; %створюємо початкове поле температур
```

```
cut_depth = 60; %параметр режиму різання
```

```
alpha = zeros(1, L_y); %вводимо заміну для розв'язання методом прогонки
```

```
beta = zeros(1, L_y);
```

```
time = 0;
```

```
while time < T
```

```
    %прямий хід прогонки по осі ОХ
```

```
    for i = 1 : L_y
```

```
        %нижня частина
```

```
            alpha(1) = 0;
```

```
            beta(1) = T_e;
```

```
            for k = 2 : L_x-1 %обчислюємо прогоночні коефіцієнти на проміжному  
                часовому шарі
```

```
                a_k = lambda/(step_h*step_h);
```

```
                b_k = 2*lambda/(step_h*step_h) + density*speasific_heat_capacity/step_tau;
```

```
                c_k = lambda/(step_h*step_h);
```

```
                f_k = -density*speasific_heat_capacity*U(k,i)/step_tau;
```

```
                alpha(k) = a_k/(b_k - c_k*alpha(k-1));
```

```
                beta(k) = (c_k*beta(k-1) - f_k)/(b_k - c_k*alpha(k-1));
```

```
            end
```

```
        %верхня частина
```

```
        if i < cut_depth %обчислюємо температуру на правій границі  
            використовуючи праву граничну умову
```

```

        U(end,i) = (lambda*step_h*step_h*U(end,i) +
2*coef_thermal_conduct*step_tau*(lambda*beta(L_y-1) + coef_1*step_h*T_k)) /
(lambda*step_h*step_h + 2*coef_thermal_conduct*step_tau*(lambda*(1-alpha(L_y-
1)) + coef_1*step_h));
    else
        U(end,i)=(lambda*step_h*step_h*U(end,i) +
2*coef_thermal_conduct*step_tau*(lambda*beta(L_y-1) + coef_2*step_h*T_k)) /
(lambda*step_h*step_h + 2*coef_thermal_conduct*step_tau*(lambda*(1-alpha(L_y-
1)) + coef_2*step_h));
    end

    for k = L_x-1:-1:1
        U(k,i) = alpha(k)*U(k+1,i) + beta(k); %обчислюємо температуру на
проміжному часовому шарі
    end
end

%прямий хід прогонки по осі OY

for k = 2:L_x-1
%ліва частина

    alpha(1) = 2*coef_thermal_conduct*step_tau*lambda/(lambda*step_h*step_h
+ 2*coef_thermal_conduct*step_tau*(lambda + coef_1*step_h));
    beta(1) = (lambda*step_h*step_h*U(k,1) +
2*coef_thermal_conduct*step_tau*coef_1*step_h*T_e)/(lambda*step_h*step_h+2*c
oef_thermal_conduct*step_tau*(lambda + coef_1*step_h));

    for i = 2 : L_y-1

```

```

a_k = lambda/(step_h*step_h);
b_k = 2*lambda/(step_h*step_h) + density*speasific_heat_capacity/step_tau;
c_k = lambda/(step_h*step_h);
f_k = -density*speasific_heat_capacity*U(k,i)/step_tau;
alpha(i) = a_k/(b_k-c_k*alpha(i-1));
beta(i) = (c_k*beta(i-1)-f_k)/(b_k-c_k*alpha(i-1));
end

%права частьна
U(k,end) =
(lambda*step_h*step_h*U(k,end)+2*coef_thermal_conduct*step_tau*(lambda*beta(
L_y-
1)+coef_1*step_h*T_e))/(lambda*step_h*step_h+2*coef_thermal_conduct*step_tau
*(lambda*(1-alpha(L_y-1))+coef_1*step_h));

for i = L_y-1 : -1 : 1
    U(k,i) = alpha(i)*U(k,i+1) + beta(i);
end
end
time = time + step_tau;
end

figure;
contourf(x, y, U(:, :))
%colormap(hot)
grid on
xlabel('X')
ylabel('Y')
colorbar('Direction','reverse')

```

% Фазовий портрет залежності поля деформацій від температури

```
clear all;
```

```
figure
```

```
dt = 0.01;
```

```
Tau = 1;
```

```
Te = 2.5;
```

```
g = 0.5;
```

```
for i = 0 : 2
```

```
    for j = 0 : 20
```

```
        t = 0;
```

```
        epsilon = i;
```

```
        T = j;
```

```
        count = 0;
```

```
            for t = 0 : dt : 100
```

```
                count = count + 1;
```

```
                X(count) = epsilon;
```

```
                Y(count) = T;
```

```
                X1 = epsilon + (-epsilon + g * epsilon * (T - 1))*dt;
```

```
                X2 = T + (Tau^(-1))*(Te - T - g*epsilon*epsilon*T - g*epsilon*epsilon)*dt;
```

```
                T = X2;
```

```
                epsilon = X1;
```

```
            end
```

```
        hold on
```

```
    grid on
```

```
    plot(Y, X, 'Color','black')  
    end  
end
```

```
axis( [0 5, 0 4.2])  
xlabel('T')  
ylabel('ε')
```