Міністерство освіти і науки України

Сумський державний університет

Факультет технічних систем та енергоефективних технологій

Кафедра комп'ютерної механіки імені Володимира Марцинковського

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

бакалавра

на тему

Поліпшення характеристик щілинних ущільнень застосуванням гідравлічного удару

> Виконав: студент 4 курсу групи КМ – 81/1 Філатов В.В. Рівень підготовки: бакалавр Спеціальність: 131 Прикладна механіка ОПП: Комп'ютерний інжиніринг в механіці Керівник: доцент Калініченко П.М. Рецензент: зав. кафедри Загорулько А.В.

Суми – 2022

Міністерство освіти і науки України

РЕФЕРАТ

Дипломна робота освітньо – кваліфікаційного рівня "бакалавра": 85 с., 27 рис., 4 табл., 16 джерел.

Об'єкт дослідження – шпапинні ущільнення відцентрового насосу.

Предмет дослідження – гідроудар в шпаринному ущільненні відцентрового насосу.

Мета роботи – дослідження впливу гідравлічного удару на характеристики шпаринного ущільнення.

Методи досліджень – теоретичний науковий метод.

Для дослідження поставленої мети в роботі вирішувалися наступні задачі:

- 1. Побудова розрахункової схеми визначення витрат через шпаринне ущільнення при наявності гідравлічного удару.
- 2. Дослідження впливу гідравлічного удару на витрати через шпаринне ущільнення в залежності від довжини ущільнення.
- 3. Дослідження можливостей використання конструктивних схем шпаринних ущільнень при наявності гідравлічного удару.

Поставлені задачі вирішувалися у рамках одномірної моделі течії рідини в шпаринному ущільненні. Використовувалась задача гідромеханіки до визначення витрат рідини через простий напірний трубопровід.

На прийняті параметри потоку на шпаринному ущільненні отримані залежності по впливу довжини ущільненні на ефективність застосквання гідравлічного удару з метою зменшення витрат потоку через ущільнення. Вплив гідравлічного удару на витрати через ущільнення найбільше впливає на уоротких шпаринах. Тут можливо досягти до 40% зменшення витрат в порівнянні з ущільненням без гідроудару.

ВІДЦЕНТРОВИЙ НАСОС, ШПАРИННЕ УЩІЛЬНЕННЯ, ВИТРАТИ РІДИНИ, ГІДРОУДАР.

3MICT

ПЕРЕЛІК ОСНОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	6
ВСТУП	7
1. СУЧАСНИЙ СТАН ШПАРИННИХ УЩІЛЬНЕНЬ	9
1.1 Характеристика роторних машин	9
1.2 Загальні відомості та класифікація шпаринних ущільненнь	12
1.3 Причина зносостійкості шпаринних ущільнень	13
1.4 Динамічна система ротор – шпаринне ущільнення	14
1.5 Дросельні канали як ущільнення, область застосування	
шпаринних ущільнень	16
1.6 Висновки	20
2. ТЕОРЕТИЧНА СКЛАДОВА РОЗРАХУНКУ ШПАРИННОГО	
ущільнення	22
2.1 Виведення рівняння руху	22
2.2 Витрата та зміна швидкості по зазору	24
2.3 Дотичні напруги	29
2.4 Обчислення сили тиску стінки з урахуванням конвективної	
сили інерції	31
2.5 Врахування місцевих опорів	39
2.6 Приклад переходу на кільцеві канали	46
2.7 Рівняння Бернуллі для в'язкої нестисненної рідини	50
2.8 Одномірний невстановлений рух нестисненної рідини	52
2.9 Ламінарний перебіг у зазорі між двома стінками та у	
прямокутних трубах	55
2.10 Поняття про гідравлічний удар	58
2.11 Висновки	70
3. РОЗРАХУНОК ШПАРИННОГО УЩІЛЬНЕННЯ ПРИ НАЯВНОС	ГΙ
ГІДРОУДАРУ	73

3.1 Висновки	82
ВИСНОВКИ	83
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	



ПЕРЕЛІК ОСНОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

μ – в'язкість рідини;

и – швидкість стінки;

 $\sum h_{1-2}$ — сумарна витрата повного потоку напору на ділянці між перетинами, що розглядаються;

w – середня швидкість за товщиною швидкісного зазору;

Е₁ – енергія потоку без пластинок;

 θ — параметр конусності;

 h_1 , h_2 — зазор на вході та на виході каналу;

ς – загальний коефіцієнт гідравлічних витрат;

Q₀ – витрата через відповідний концетричний кільцевий канал;

 λ_0 — коефіцієнт опору тертя або коефіцієнт Дарсі;

α – безрозмірний коефіцієнт Каріолліса, що враховує нерівномірність розподілу швидкостей;

Re – безрозмірний критерій, званий коефіцієнтом Рейнольдса;

 ρ – густина;

S – площа;

v – середня швидкість у довільно взятому перерізі;

с — швидкість ударної хвилі;

 v_0 — рух рідини;

 $\Delta p_{\rm yg}$ — тиск ударної хвилі;

Е₃ – енергія потоку з пластинками, при коефіцієнті 1;

 E_2 — енергія потоку з пластинками, при коефіцієнті $\frac{1}{2}$;

r – радіус втулки.

ВСТУП

Рівень розвитку вітчизняного насособудування в порівнянні зі світовими аналогами є достатньо високим. Він, в основному, базується на розробках доперебудовнього періоду.

З урахуванням того, що у світі енергетична криза, то в умовах існуючих необхідно ринкових вілносин підтримувати високий рівень конкурентноспроможності як на внутрішньому так і на зовнішньому ринках. Для цього неоюхідно вдосконалювати насосне обладнання при розробці нових та при модернізації існуючих аналогів. Найважливішим показником є підвищення економічності машини. Під економічністю мається на увазі зменшення втрат енергії в результаті передавання її приводом потоку рідини, що оцінюється ККД машини. В роботі розглядається питання зменшення втрат енергії через зменшення об'ємних витрат рідини через дроселюючі ущільнення. Задача вирішується через застосування у складі ущільнення гідравлічного удару. Розробка конструктивної схеми і побудова розрахункової схеми шпаринногго ущільнення на базі гідравлічного удару складає основну суть даної роботи.

В гідромеханіці явище гідроудару може відігравати як корисне так і від'ємну функції. Проведені дослідження направлені на врахуванні корисного впливу гідроудару на характеристики дроселюючих ущільнень. Розглядаються зниження витратних і збільшення жорсткістних характеристик ущільнень насосів.

Конструктивна схема гідроудару в дроселюючих ущільненнях представляє гратку пластин розташованих поперек потоку які обертаються разом з ротором приведення конструктивного рішення насоса. Для гідроудару виконана теоретична частина роботи. Отримані розрахункові залежності для визначення вузол ущільнення. витрат рідини через Для конструктивного рішення розташування вузла гідроудару посередині ущільнення отримані залежності витрат рідини через ущільнення від довжини дроселюючого ущільнення. По отриманим залежностям ефективність застосування гідроудару в дроселюючих ущільненнях зростає при зменшенні довжини дроселюючого ущільнення. Наведені залежності впливу пластин на витратні характеристики ущільнення.

Приведені дослідження по розташуванню пластин по довжині дроселюючого ущільнення. Розташування пластин по довжині дроселюючого ущільнення суттєво діє на жорсткісні характеристики дроселюючих ущільнень особливо для торцевих дроселів. Так ущільнення з самоустановлюючим торцевим зазором має проблему жорсткості. Використання гідроудару практично повністю розв'язує дану проблему.

Запропонований гідроудар в дроселюючих ущільненнях дозволить підняти економічність, зменшуючи витрати, і надійність збільшуючи жорсткість ущільнень енергетичних насосів [1].

1 СУЧАСНИЙ СТАН ШПАРИННИХ УЩІЛЬНЕНЬ

Шпаринні ущільнення - найпростіші та надійніші ущільнення гідромашин. Їх ущільнюючий ефект заснований на використанні гідравлічного опору кільцевих дроселів з малим (0,1-0,3 мм) радіальним зазором. Головним недоліком є порівняно великі протікання рідини, що ущільнюється, особливо при високих тисках.

Шпаринні ущільнення виконуються у вигляді вузьких і протяжних щілин або у вигляді лабіринтів. Ущільнення досягається за рахунок малої величини зазору, яка обмежується радіальним биттям валу та деформаціями корпусних деталей. Принцип дії такого ущільнення заснований на створенні великого гідравлічного опору у довгих та вузьких щілинах, завдяки чому витік зводиться до прийнятної величини.

1.1 Характеристика роторних машин

високі параметри Сучасні ущільнення роторів на € склалними триботехнічними системами і акумулюють у собі новітні досягнення різних галузей науки і техніки: трибомеханіки, матеріалознавства, теплопередачі, теорії пружності, гідрогазодинаміки, теорії коливань, гідроаеропружності, теорії оптимізації. Ущільнення валів, що обертаються, - прецизійні вузли, які виготовляються з надтвердих композитів. Допуски на поверхню складають десяті частки мікрометра, а глибина профільованих серповидних канавок в газових кількома мікрометрами. процесі торцевих ущільненнях вимірюється У виготовлення таких вузлів доводиться вирішувати низку складних технологічних завдань. важливою залишається проблема створення зносостійких Дуже антифрикційних матеріалів і захисних плівок, здатних зберігати вихідну геометрію поверхонь, що труться, схильних до дії високих силових і температурних навантажень при роботі в різних агресивних середовищах. На синтетичний характер теоретичних та технічних проблем думку автора,

герметизації, що формуються як самостійна галузь науки і техніки, повніше відображається їх об'єднаною назвою - гермомеханіка [2].

Особливої актуальності проблеми герметизації набувають у зв'язку з невідкладними завданнями захисту навколишнього середовища: за деякими даними близько 60% викидів в атмосферу становлять неконтрольовані протікання через ущільнення. За даними американських дослідників тільки в США вартість рідин, що втрачаються через ущільнення, становить близько 300 млн. доларів на рік [4].

Орієнтовні дані табл.1.1 дозволяють отримати оцінку об'ємних протікання на підставі їх візуального контролю. Протікання через канали, що дроселюють, відбуваються за рахунок втрати потенційної енергії Δp одиниці об'єму рідини: $\Delta p \sim H/m^2 \sim H \cdot m/m^3 \sim Дж/m^3$. Втрачена при цьому потужність $N = \Delta p Q \sim Дж/c \sim B T$. В останніх колонках табл.1.1 наведено значення енергії, що втрачається на протікання, для перепаду тиску $\Delta p = 1$ МПа.

Візуальна оцінка					Витрати енергії	
потікання	см ³ /с	л/год	л/добу	м ³ /рік	KBT L FOR	За рік,
проткання	$\langle \rangle$				кыттод	кВт·год
1 крапля за 10 с	$5 \cdot 10^{-3}$	0,018	0,43	0,16	$18 \cdot 10^{-3}$	160
1 крапля за 5 с	0,01	0,036	0,86	0,32	$36 \cdot 10^{-3}$	320
1 крапля за 1с	0,055	0,2	4,8	1,75	0,2	$1,75 \cdot 10^3$
Часті краплі	0.22	0.79	19	5 94	0 79	$6.94 \cdot 10^{3}$
(2 — 3 краплі за 1 с)	0,22	0,7 9	17	0,71	0,7 9	0,71 10
Преривчастий	1.1	3.96	95	34.7	396	$35 \cdot 10^{3}$
струмок	1,1	0,70	70	0 1)/	0,70	00 10
Безперервний,	2.5	9	216	78.8	9	$79 \cdot 10^{3}$
тонкий струмок	_,~	-		,.		

Табл.1.1 Орієнтовні дані для візуальної оцінки протікання [2]

Враховуючи кількість насосів, що працюють у всіх галузях промисловості, легко уявити значення ущільнень не тільки для збереження навколишнього середовища, але й для підвищення економічної ефективності різних виробництв, для енерго- та ресурсозбереження [2].

На Заході ці домовленості давно міцно влаштувалися, тому виробники насосів, компресорів та іншої техніки, що обертається, не шкодують грошей на купівлю надійних ущільнень, розуміючи, що такі витрати швидко амортизуються.

Певне уявлення про кількість насосного обладнання, що використовується, можна отримати на підставі даних про водопровідно-каналізаційну систему України, загальна протяжність яких досягає 86 000 кілометрів.

В Україні середньодобове споживання води на душу населення становить 300-400 літрів, що еквівалентно загальному споживанню країни до 800 000 кубометрів на годину. Близько третини цієї вартості витрачається на ущільнення насосів, арматуру, трубопроводи. Про величину втрат свідчить той факт, що у великих європейських містах споживання води становить близько половини (100-200 літрів на добу) за відсутності звичайних для нас перебоїв із водопостачанням. Споживання електроенергії системою водопостачання та каналізації України у 1998 р. становило 7,2 млрд. кіловат-годин, або 3,9% від загального її споживання. Це відповідає встановленій потужності мережного обладнання 820 МВт, причому найбільш енергоємними вузлами цього обладнання є насоси. Вартість втрат електроенергії лише у мережах сягає 30 мільйонів гривень на рік.

У 1986 р. в Україні налічувалося 11 000 насосних станцій та установок уловлювання із загальною кількістю насосів понад 50 000 [5]. На літаку Ту-144 встановлено близько 40 різних відцентрових насосів агрегатів [6].

2002 року в Україні було 5 АЕС із тринадцятьма ядерними реакторами потужністю 1000 МВт кожен. Кожен енергоблок із реактором РБМК-1000 (потужний канальний реактор потужністю 1000 МВт) оснащений 480 насосними агрегатами, що споживають 12% потужності блоку. Витрата води, що циркулює у першому контурі ВВЕР-1000 (водо-водяний енергетичний реактор), становить 80 000 м3/год, а системі технічного водопостачання енергоблока - 200 000 м3/ч [7].

Для однієї тонни нафти використовується до десяти тонн води, а виробництва однієї тонни нейлонового волокна 5600 тонн. Полібні масштаби водоспоживання характерні для гірничодобувної, металургійної, нафтохімічної, фармацевтичної, целюлозно-паперової, переробної та інших галузей промисловості.

Так, кількість працюючих насосів в Україні вимірюється кількома сотнями тисяч одиниць. Їхня робота супроводжується витоками, що забруднюють навколишнє середовище, що несуть не тільки мільйони тонн рідини, що перекачується, а й величезна кількість електроенергії. Тому ще раз наголосимо, що проблеми герметичної механіки безпосередньо пов'язані з екологічною безпекою та збереженням енергії та ресурсів.

1.2 Загальні відомості та класифікація про шпаринне ущільнення

Шпаринні ущільнення використовуються головним чином у проточній частині насоса для обмеження внутрішніх перетікань, зокрема на вході робочого колеса, між ступенями багатоступінчастих насосів, перед врівноважуючим диском гідроп'яти, тобто там, де через утруднений доступ для ремонту та обслуговування потрібна підвищена надійність і допускаються протікання. До цих пір в деяких насосах щілинні ущільнення за інерцією використовуються і як кінцеві для герметизації місць виходу валу з корпусу.

Основною особливістю шпаринних ущільнень є те, що вони є повноохоплюючими гібридними малонавантаженими підшипниками і надають вирішальний вплив на вібраційний стан ротора. Гідродинамічні сили у повноохватних підшипниках визначаються частотою обертання ротора та викликають втрату його динамічної стійкості. Гідростатичні сили суттєво впливають на власну частоту ротора та визначаються осьовим перепадом тиску, тому вони дуже чутливі до осьової форми зазору.

За конструкцією шпаринні ущільнення можна поділити на однощілинні і багатощілинні. Багатощілинні ущільнення хоч і мають великий гідравлічний опір,

але можуть викликати підвищену вібрацію ротора. Однощілинні ущільнення завдяки простоті конструкції та досить малим витокам знайшли широке застосування як ущільнення проточної частини сучасних живильних насосів.

Ущільнення бувають : гладкі торцеві і радіальні, з канавками, з кільцями, що плавають. Вони призначені для обмеження перетікань рідини всередині машини з області високого тиску в область низького тиску через рухомі і нерухомі з'єднання. Шпаринні ущільнення можуть працювати при перепадах тиску до 100 МПа, при високих швидкостях ковзання і практично без обмеження за температурою. У відцентрових насосах шпаринні ущільнення працюють при тиску до 10 МПа і вище, а штангових плунжерних насосах для видобутку нафти – до 25 МПа. Шпаринні зазори в ущільненнях можуть становити від 10...20 до 200...250 мкм. Довжина шпарини у штангових насосах досягає 1800 мм та більше. Так як деталі шпаринних ущільнень не стикаються один з одним, вони мають високу зносостійкість.

Збільшені перетікання обмежують область застосування шпаринних ущільнень, значно знижують ККД гідравлічних машин.

Як кінцеві ущільнення їх не застосовують. На практиці через зношування підшипників насосів деталі шпаринних ущільнень починають торкатися один одного і інтенсивно зношуватися, при цьому витік рідини зростає в третьому ступені від величини зазору. У штангових насосах при перекачуванні забруднених рідин механічні частинки потрапляють у шпаоинний проміжок, і насос заклинює. У шпаринних ущільненнях штангових насосів певні труднощі представляє також виготовлення та ремонт довгомірних плунжерів та циліндрів.

1.3 Причина зносостійкості щілинних ущільнень

Причинами стомлювальних поломок елементів проточної частини (лабіринтних та шпаринних ущільнень) можуть бути періодичні аерогідродинамічні обурення, що виникають при високошвидкісних рідинах по каналах складної форми. У відцентрових насосах інтенсивні пульсації тиску виникають при проходженні лопаток робочого колеса через напрямний апарат або спіральний (равликовий) випускний патрубок. В результаті коливання машини виникають з так званою лопатевою частотою - частотою, кратною добутку числа лопатей робочого колеса на швидкість обертання ротора. У проточних частинах відцентрових машин також можуть виникати аерогідропружні коливання деяких недостатньо жорстких деталей.

Істотний вплив на віброакустичні характеристики насосів має кавітація утворення рухомих порожнин (кавітаційних бульбашок або каверн) у рідині, заповненій парою, газом чи їх сумішшю. Кавітація виникає в результаті локального зниження тиску нижче критичного рівня, що дорівнює рівному тиску насичених парів. Поступаючи в область підвищеного тиску, кавітаційний пузирь миттєво (протягом -0,001 с) гаситься за рахунок конденсації пари і розчинення газу, випромінюючи ударну хвилю і випромінюючи значне локальне підвищення тиску в широкому діапазоні звукових та ультразвукових частот від 1000 Гц і вище [2].

1.4 Динамічна система ротор – шпаринне ущільнення

Особливість відцентрових машин у тому, що ці завдання взаємообумовлені й у більшості випадків може бути задовільно вирішені з допомогою вибору правильної конструкції шпаринних з'єднань, тобто. кільцевих дроселів. Справа в тому, що в відцентрових машинах близько 10% використаної рідини втрачається щілинні з'єднання через робочих коліс на протікання i систему саморозвантажувальних осьових зусиль. Наприклад, для великих живильних насосів це тисячі кіловат. Енергія об'ємних втрат може бути перетворена на корисну енергію, якщо одночасно використовувати щілинні пластини як гідростатичні опори, які можуть не тільки мати високу радіальну жорсткість, але й ефективно гасити коливання ротора. У цьому випадку енергія потоку може не тільки забезпечити необхідну несучу здатність опор, а й, що найголовніше,

знизити рівень вібрації ротора до прийнятного рівня навіть за наявності значного дисбалансу.

Зв'язок між вібраційними характеристиками ротора та конструкцією ущільнення валу було вперше виявлено та досліджено проф. Л.А. Ломакіним в 1953 при доведенні поживних насосів СВП1-220-280 до тиску 22 МПа при подачі 345 м³/ч і частота обертання 6000 об/хв [8]. Проектування та виготовлення насосів здійснювалося на Петербурзькому металургійному заводі інженером С. М. Еттінгер під науковим керівництвом професора А. А. Ломакіна.

При перших пусках насосів на Черепетській ГРЕЦ спостерігалося посилення вібрації, через що через 2-3 години максимум 600-800 годин доводилося зупиняти насос і міняти ротор та кільця ущільнювачів. Величезні зусилля, витрачені на підвищення якості виготовлення та збирання, балансування та центрування, модернізацію підшипників та муфт, не принесли очікуваних результатів. Доводилося зупинятися та уважно аналізувати явища, що відбувалися у процесі введення та експлуатації насосів [9].

Ця обставина привернула увагу спеціалістів. При розробці оптимального методу центрування насоса з редуктором остаточний тест центрування проводився на підігрітому насосі, підключеному до магістралі, що всмоктує. Виявилося, що при підвищенні тиску всередині насоса до 2-2,5 МПа ротор випливав на 0,15-0,20 мм, а при зниженні тиску просідав.

З ініціативи С.М. Етингера була створена модель ротора, що не обертається, в ущільненнях з підведенням тиску від зовнішнього насоса і на ній досліджували залежність центруючих зусиль від конструкції ущільнення, величини радіального зазору і дроселюючого тиску. Досліди показали, що в прийнятих тришпаринних ущільненнях і конструкції насоса для зниження об'ємних втрат при перепаді більше 3 МПа інтенсивні тиску виникають коливання ротора, ШО самозбуджується. Після заміни тришпаринних ущільнень на одинарну проблему вібрації насоса практично повністю усунуто. Всі ці факти лягли в основу теоретичного аналізу радіальних сил у кільцевих шпаринах, успішно проведеного професором А. Ломакіним, який дав фізичне пояснення походження радіальної гідростатичної центруючої сили в стиковій шпарині (ефект Ломакіна-Етінгер) і вивів формулу його розрахунку. У пізніших роботах розглядалися тришпаринні ущільнення, а також циркуляційна та демпфуюча сили, отримані при ламінарному перебігу, та оцінювався їх вплив на динамічну стійкість ротора [10,11].

Ця робота, наряду з тепловими та ядерними енергетичними вимогами у живильних, головних циркуляційних та інших насосах на дедалі вищі параметри, стимулювалася у 1960-70-х роках детальним вивченням спільної гідродинамічної оболонки та їх впливу на коливальні стани роторів відцентрових машин [2]. Роботи зі створення турбонасосів потужних ракетних двигунів для багаторазових космічних апаратів ще більше підвищили інтерес дослідників до динамічних характеристик шліцевих з'єднань та коливань роторів у з'єднаннях [12, 13, 14].

Вплив середовища особливо важливий за наявності великих градієнтів швидкості та тиску. Такі умови характерні для малих зазорів щілинних з'єднань, за якими дроселюються великі перепади тиску, а одна зі стінок належить обертовому, вібруючому ротору [2].

1.5. Дросельні канали як ущільнення, область застосування шпаринних ущільнень

Як шпаринні ущільнення виступає кільцеве гідравлічне звуження (рис. 1.1), що розділяє порожнини, в яких середовище, що ущільнюється, знаходиться під різним тиском.



Рисунок 1.1 – схема радіаотного (кільцевого) та аксіального (торцевого)

Їхня ущільнююча дія не усувається, а лише обмежується потоком між порожнинами і залежить від гідравлічного опору дроселів. Різноманітність способів збільшення опору дроселів призводить до великої кількості конструкцій шпаринних з'єднань. У напрямку нормалі до потоку шпаринні з'єднання діляться на радіальні, або кільцеві, і осьові, або механічні (рис. 1.1). Часто в конструкції присутні радіальні та осьові елементи. Велику групу безконтактних з'єднань з дросельними щілинами становлять лабіринтні з'єднання, у яких переважають місцеві опори.

Ці позитивні якості реалізуються за умови збереження безконтактного режиму роботи, коли відсутній ризик появи подряпин. А для цього необхідно, щоб величина початкового зазору (для радіальних ущільнень) перевищувала сумарний ексцентриситет валу по відношенню до кільця ущільнювача. Ексцентриситет може з'явитися через похибки виготовлення та складання (биття, радіальна та кутова неспіввісність), через силові та температурні деформації, а також через вібрації валу. Це призводить до відповідного зниження ефективності.

Зокрема, на вхідній воронці робочого колеса встановлюються ущільнення переднє ущільнення 1 (рис. 1.2) та між сусідніми ступенями - заднє (міжступінчасте) ущільнення 2 багатоступінчастих відцентрових насосів; роз'ємний циліндричний дросель 3 і кінцевий дросель 4 застосовуються в системах врівноваження осьових сил, що діють на ротор. Досі в деяких насосах сальники використовуються також як торцеві ущільнення для герметизації місць виходу валу з корпусу.



Рисунок 1.2 – Остання ступінь, гідроп'ята і кінцеве ущільнення живильного насоса: 1 - трищілине переднє ущільнення робочого колеса: 2.4 - шпаринне ущільнення гідроп'яти: 3 - торцевий дросель гідроп'яти; 5-плаваюче кільце ущільнювача

На рис. 1.3 показана одна з можливих схем ПТГ та показані місця стиків. 5,7-передні роз'ємні ущільнення 4-х насосів окислювача та 8-ми паливних насосів; 3,9-шарнірні задні колеса; 10-ходове ущільнення паливного насосу; 6-проміжне ущільнення, що перешкоджає протіканню по валу агрегату різнорідних, часто самозаймистих, робочих рідин окислювача і ТНВД; 2 - ущільнення для обмеження проникнення окислювача, яким може бути кріогенна рідина, у порожнині газової турбіни 1 (температура газів може досягати півгори тисяч градусів).



Рисунок 1.3 - Схема турбонасосного агрегату рідинного ракетного двигуна та місця розташування основних вузлів ущільнень ротора.

У малих проміжних зазорах можливі короткочасні локальні контакти деталей ротора і статора, що супроводжуються температурними спалахами.

Ущільнення широко застосовуються в гідравлічних і пневматичних системах автоматики, в гідро- і пневмоприводах (гідроциліндри, плунжери, золотники, регульовані дроселі, клапани), в негерметичних поршневих пристроях, в запірній, регулювальній та запобіжній арматурі, в різних поршневих. у гідравлічних, парових та газових турбінах. Як окремі допоміжні елементи щілинні дроселі входять до складу більшості інших типів агрегатів.

Шпаринні радіальні ущільнення ротора мають проміжки того ж порядку, що і в підшипниках ковзання. Таким чином, ущільнення являє собою повноповоротний підшипник, що несе здатність якого забезпечується не тільки обертанням ексцентрикового валу, але і, в першу чергу, великою різницею осьового тиску на ущільненні. Ця друга гідростатична складова несучої здатності має першорядне значення, оскільки зазвичай перевищує жорсткість радіальних підшипників ковзання. Торцеві шпаринні ущільнення одночасно виконують функції гідростатичних осьових підшипників.

Завдяки цьому шпаринні ущільнення, крім своєї основної функції обмеження перетікання між порожнинами при різних тисках - можуть використовуватися як опори ротора. Неявно ці функції ущільнювачів завжди виконувались у відцентрових насосах. Останнім часом з'явилися конструкції, в яких функції опор вже переведені на шпаринні з'єднання [2].

1.6 Висновки

Досліджено характеристики роторних машин, а саме: галузі застосування та використання, конструкції, схильність до дії високих силових і температурних навантажень, а також проблеми герметизації. У таблиці 1.1. наведено орієнтовані дані оцінки об'ємних протікань на підставі їх візуального контролю. Суттєві значення ущільнень для підвишення економічної ефективності різних виробництв у енерго- та ресурсозбереженні.

Різні виробники насосів, компресорів та іншої техніки, не шкодують грошей на купівлю надійних ущільнень, розуміючи, що такі витрати швидко окупаються.

Про величину витрат свідчить той факт, що в Україні середньодобове споживання води на душу населення вдвічі більше у порівнянні з великими європейськими містами, де відсутні перебої із водопостачанням. Проблеми герметичної механіки безпосередньо пов'язані з екологічною безпекою та збереженням енергії та ресурсів.

Шпаринні ущільнення використовуються головним чином у проточній частині насоса для обмеження внутрішніх перетікань, де через утруднений доступ для ремонту та обслуговування потрібна підвищена надійність і допускаються протікання. Основною особливістю шпаринних ущільнень є те, що вони є повноохоплюваними гібридними малонавантаженими підшипниками і надають вирішальний вплив на вібраційний стан ротора. Збільшені перетікання обмежують область застосування шпаринних ущільнень, значно знижують ККД гідравлічних машин.

Причинами стомлюваних поломок проточної частини можуть бути періодичні аерогідродинамічні обурення, що виникають при високошвидкісних рідинах по каналах складної форми.



2 ТЕОРЕТИЧНА СКЛАДОВА РОЗРАХУНКУ ШПАРИННОГО УЩІЛЬНЕННЯ

2.1 Отримання рівняння руху

Що стосується труби з малою конусністю, то знехтуємо поперечною складовою швидкості у напрямку осі *O*у. Це дозволяє нам вважати тиск постійним у зазорі незалежно від координати *у*. У напрямку осі *O*х канал має досить велику довжину, що дозволяє знехтувати крайовими ефектами і рахувати швидкість у цьому напрямку рівною нулю.

Для виведення рівняння руху запишемо умову рівноваги всіх сил, що діють у напрямку осі *z* на ізольований у потоці елементарний паралелепіпед (рис. 2.1).

Дотичне напруження позитивне в тому місці, для якого напрямок зовнішньої нормалі збігається з позитивним напрямком осі *O*y. Рівняння руху вибраного елемента:



Рисунок 2.1 – Розрахункова схема плоского каналу з малою конусністю та сили, що діють на грані елементарного паралелепіпеда

$$\left[p - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right)\right]dxdy - \left[\tau - \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y}dy\right)\right]dxdz = \rho dxdydz\frac{dw}{dt}$$

З цієї рівності випливає

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = \rho \frac{dw}{dt}.$$

У каналі змінної товщини навіть в режимі, що встановився, присутня конвективна складова

$$\rho w \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{w^2}{2} \right)$$

сили інерції, обумовлена зміною осьової швидкості вздовж каналу. З урахуванням ньютоновського закону в'язкості $\tau = \mu \frac{\partial w}{\partial y}$ (знак τ вже враховано у рівнянні руху обраного елемента).

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{w^2}{2} \right) \text{ afo } \frac{\partial}{\partial z} \left(p + \rho \frac{w^2}{2} \right) = \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}. \tag{2.1}$$

Відношення сили інерції до сили $\mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$ в'язкого тертя (обидві сили відносяться до одиниці обсягу) порядку наведеного числа Рейнольдса

$$Re_{a} = Re\frac{H}{l} \sim Re\delta, Re = \frac{2\rho\overline{w}H}{\mu}, \delta = \frac{H}{l},$$

 \overline{w} - середня швидкість по товщині швидкісного зазору. Якщо наведене число Рейнольдса менше одиниці, то вплив конвективної складової сили інерції можна знехтувати порівняно з силою в'язкого тертя. Оскільки $\delta << 1$, то умова

 $Re_a \sim Re \cdot \delta$ виконується в широкому діапазоні чисел Рейнольдса *Re*. Спочатку розглянемо рівняння (2.1) без урахування інерції рідини

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial \tau}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$
(2.2)

Через конусність поперечний переріз каналу змінюється по довжині, а дотична напруга є функцією поперечної (*y*) та поздовжньої (*z*) координат. Отже, умова сталості двох частин вихідного рівняння, у разі не виконується: $\frac{\partial p}{\partial z} \neq const$. Тому тиск уздовж каналу змінюється нелінійно. Тільки у каналі постійного перетину зберігається лінійна зміна тиску [15].

2.2 Витрата та зміна швидкості по зазору

Якщо, як і раніше вважати, що тиск майже постійний по товщині зазору, то останнє рівняння можна проінтегрувати по координаті у і для заданих граничних умов на стінках каналу (рівність нулю швидкостей) отримаємо параболічний, симетричний щодо осі каналу (y = h/2) закон розподілу осьової швидкості

$$w = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} (hy - y^2).$$
(2.3)

Таким чином, для ламінарного режиму течії швидкість по товщині каналу зміниться за параболічним законом, як і в циліндричному дроселі. У формулі (2.3) залишається невідомим градієнт тиску вздовж каналу. Визначимо його, використовуючи рівняння суцільності для каналу одиничної, в напрямку осі Ox, ширини (повна витрата Q = qb, b - ширина каналу)

$$q = \int_0^h w dy = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial y}{\partial x} = const.$$

Введемо параметр конусності та безрозмірну осьову координату:

$$\theta = \frac{\Delta h}{H} = \frac{\vartheta l}{2H}, \ \bar{z} = \frac{2z}{l}, \ |\theta| \le 1, \ |\bar{z}| \le 1$$

 Δh - зменшення зазору на межі каналу ($\bar{z} = 1$) через кут конусності ϑ .

Тепер зміну зазору за довжиною і градієнт тиску можна представити у вигляді

$$h = H(1 - \theta \bar{z}), \quad \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{6\mu l}{H^3} q \frac{1}{(1 - \theta \bar{z})^3}.$$
 (2.4)

Проінтегрувавши останню рівність по *z* для граничних умов $\bar{z} = -1$, $p = p_{10}$, $\bar{z} = 1$, $p = p_{20}$, отримаємо

$$p = p_{10} - \frac{3\mu l}{\theta H^3} q \left[\frac{1}{(1 - \theta \bar{z})^2} - \frac{1}{(1 + \theta \bar{z})^2} \right],$$

звідки $\bar{z}=1$

$$\Delta p = \frac{12\mu l}{H^3} q \frac{1}{(1 - \theta \bar{z})^2} \approx \frac{12\mu l}{H^3} q, \qquad (2.5)$$
$$q = q_0 (1 - \theta^2)^2 \approx q_0 = \frac{\Delta p H^3}{12\mu l},$$

q - витрата через плоский канал одиничної ширини з постійним по довжині зазором H, $\Delta p = p_{10} - p_{20}$.

Градієнт тиску можна отримати, підставивши вираз витрати у формулу (2.4)

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\Delta p}{2} \frac{(1-\theta^2)^2}{(1-\theta^2)^3} \approx -\frac{1}{2} \frac{1}{(1-\theta\bar{z})^3} = \mu \frac{l}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}.$$
 (2.6)

Остання рівність записана на підставі (2.2). Друга формула (2.5) є формулою Хаген-Пуазейля для плоского каналу. З неї випливає, що мала конусність ($\theta << 1$) мало впливає на величину витрати. Наприклад, для $\theta = 0,2$ витрата зменшується на 8% порівняно з витратою через канал паралельними стінками. Слід зазначити, що зменшення витрати залежить від знака конусності. Таким чином, у разі ламінарного перебігу витрата пропорційна першому ступеню перепаду тиску. Використовуючи градієнт тиску, за формулою (2.3) знайдемо розподіл швидкості по довжині і по перетину каналу (нехтуємо доданком θ^2 по порівнюванню з одиницею):

$$w = \frac{\Delta p H^2}{2\mu l} \frac{1}{(1 - \theta \bar{z})^2} \frac{y}{H} \left[1 - \frac{y}{H} \frac{1}{(1 - \theta \bar{z})} \right],$$

тобто швидкість змінюється за параболічним законом, симетрично щодо осі каналу. По осі y = 0,5h швидкість досягає максимального значення $w_{max} = \Delta p H/8\mu l$, а середня швидкість на ділянці перетину

$$\overline{w} = \frac{q}{h} = \frac{\Delta p H^2}{12\mu l} \frac{1}{(1 - \theta \overline{z})} = \frac{w}{(1 - \theta \overline{z})},$$

$$w_0 = \frac{\Delta p H^2}{12\mu l} = \frac{2}{3} w_{\text{max}} \Delta p = \frac{12\mu l}{H^2} w_0,$$
(2.7)

 w_0 - середня швидкість у каналі з постійним відхиленням Н ($\theta = 0$), зумовленим перепадом тиску Δp . Можна відзначити, що середня швидкість (2.7) аналогічна до середньої швидкості в конічній трубі.

Виразимо втрати напору в елементарному перетині dz через кінетичну енергію та коефіцієнт гідравлічних втрат по довжині за формулою, аналогічною формулі Дарсі-Вейсбаха. Гідравлічний діаметр для плоских каналів одиничної ширини $d_h = 4bh/2b = 2h$, звідси

$$dp = -\lambda \frac{dz}{2h} \frac{p\bar{w}^2}{2}; \frac{dp}{d\bar{z}} = -\frac{l}{2} \frac{\lambda}{2h} \frac{p\bar{w}^2}{2} = -\frac{\lambda l}{8H} \frac{\rho w_0^2}{(1 - \theta \bar{z})^3}.$$
 (2.8)

Порівнюючи останній вираз з (2.6), отримаємо $\lambda = 4\Delta pH/plw_0^2$, а з урахуванням (2.4), (2.7) і (2.8),через число Рейнольдса висловимо коефіцієнт супротиву тертя ламінарної течії в плоскому каналі з малою конусністю:

$$\lambda = \frac{96}{Re_0} = \lambda_0 , Re_0 = \frac{2\rho w_0 H}{\mu} = \frac{2\rho q_0}{\mu}.$$

Формула Дарсі-Вейсбаха для плоского каналу з конусом набуває вигляду

$$\Delta p = \frac{\lambda l}{H} \frac{\rho w_0^2}{2} \approx \frac{\lambda_0 l}{2H} \frac{\rho q_0^2}{2H^2},$$

а швидкість і витрата визначаються виразами

$$w_{0} = \left[\frac{4\Delta pH}{\lambda_{0}l\rho}\right]^{\frac{1}{2}}, \quad q_{0} = \left[\frac{4\Delta pH^{3}}{\lambda_{0}l\rho}\right]^{\frac{1}{2}},$$

$$\lambda_{0} = \frac{96}{Re_{0}} = \frac{4\Delta pH}{\rho lw_{0}^{2}} \quad \text{afo} \quad \lambda_{0} = \frac{4\Delta pH^{3}}{\rho lq_{0}^{2}}.$$
(2.9)

Можна оцінити граничне значення втрати напору, при якому зберігається ламінарний режим ($Re_0 = 2\rho q_0 / \mu \le 2 \cdot 10^3$) течії води ($\mu = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}, \rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$). Візьмемо розмір каналу: l = 0,1 м, H = 1 мм.

З визначення числа Рейнольдса приймаємо $q_0 = 10^{-3} \text{ м}^3/c$, а за формулою (2.9) $\Delta p \leq 1,2 \cdot 10^{-3}$ МПа. Таким чином, навіть при перепадах порядку сотої частки атмосфери ламінарний потік порушується. Тільки в каналах з дуже малими зазорами можлива ламінарна течія при більш високих перепадах тиску. Так, для зазору H = 0,1 мм критичне значення перепаду тиску становить 1,2 МПа.

Надалі коефіцієнт опору тертя для гідравлічно гладких каналів виражатиметься узагальненою формулою Блазіуса $\lambda_0 = C/Re_0^n$. У разі ламінарного перебігу, як показано (2.9), C = 96, n = 1; для турбулентного перебігу виявляються справедливими результати, отримані Блазіусом для труб, тобто C = 0,316, n = 0,25; для автомодельної області турбулентного перебігу в дослідах на кільцевих каналах, які при малих відхиленнях добре моделюють плоскі поверхні, отримані C = 0,04, n = 0. Шорсткість можна врахувати за формулами Альтшуля.

Витрати напірного потоку через плоский канал залежать від числа Рейнольдса, яке, своєю чергою, залежить від потоку. При передачі коефіцієнта опору тертя за узагальненим законом Блазіуса витрата (2.9) перетворюється

$$q_{0} = \left[\frac{4\Delta pH^{3}}{l\rho C} \left(\frac{2\rho q_{0}}{\mu}\right)^{n}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{4\Delta pH^{3}}{l\rho C} \left(\frac{2\rho}{\mu}\right)^{n}\right]^{\frac{1}{2}} q_{0}^{n/2},$$

звідки

$$q_0 = \left[\frac{4\Delta p H^3}{l\rho C} \left(\frac{2\rho}{\mu}\right)^n\right]^{\frac{1}{2-n}} = const.$$
(2.10)

Константи *С*, *п* визначаються режимом течії, тому формулу (2.10) можна використовувати як ламінарного, так і турбулентного режимів течії [15].

2.3 Дотичні напруження

3 рівняння (2.2) з урахуванням (2.6) отримаємо

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{1}{l} \frac{\Delta p}{(1 - \theta \bar{z})^3}$$

а після інтегрування по у

$$\tau = -\frac{1}{l} \frac{\Delta p}{(1 - \theta \bar{z})^3} y + C.$$

Оскільки похідна від швидкості (2.7) на осі каналу дорівнює нулю, дотичне напруження на осі теж дорівнює нулю: $y = h/2, \tau = 0$. З цієї умови постійна інтегрування

$$C = \Delta ph/2l(1-\theta \bar{z})^3.$$

Необхідно взяти до уваги, що для шарів рідини, що примикають до верхньої стінки, зовнішня нормаль (рис. 2.2, b) позитивна відмінність від n для нижніх шарів (рис. 2.2, а).

 $\begin{array}{c}
\begin{array}{c}
\begin{array}{c}
\begin{array}{c}
\begin{array}{c}
\end{array}\\
\end{array}\\
\end{array}\\
\end{array}\\
\end{array}\\
\end{array}\\
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}\\
\end{array}\\
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}\\
\end{array}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}\\
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}\\
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}\\
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}\\
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}\\
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\begin{array}{c}
\end{array}
\end{array}$

Рисунок 2.2 – До визначення напрямку дотичних напружень

по градієнту швидкості : a -
$$\frac{\partial w}{\partial n} > 0$$
, b - $\frac{\partial w}{\partial n} < 0$.

Тому в законі Ньютона для дотичних напружень, що діють на нижні та верхні шари рідини з боку основного потоку, потрібно брати різні знаки. Зроблені зауваження дозволяють уникнути можливих помилок, особливо під час аналізу складніших течій.

Повернемося до дотичних напружень у потоці, які після підстановки постійної інтеграції набувають вигляду

$$\tau = \mp \mu \frac{\partial w}{\partial y} = \mp \tau_{max} \frac{1 - 2y/h}{(1 - \theta \bar{z})^2}, \quad \tau_{max} = -\tau_c = \Delta p \frac{H}{2l} = -6 \frac{\mu w_0}{H}$$
(2.11)

де τ_{max} — максимальне дотичне напруження в шарах рідини, що примикають до стінок у перерізі $\bar{z} = 0$; τ_c — напруження передаються з боку рідини на нижню $(\bar{y} = 0)$ і верхню $(\bar{y} = 1)$ стінки в середньому перетині (рис. 2.3).



Рис 2.3 – Розподіл дотичних напружень та швидкостей у конусному каналі

З (2.11) напружень на стінках у будь-якому перетині $\tau_{cz} = \tau_c/(1 - \theta \bar{z})^2$, тобто, вони однакові за величиною та напрямом для обох стінок, що відповідає умові симетрії потоку щодо осі у = 0,5. Сила тертя на ділянці стінки *dz* каналу:

$$dF = au_{cz} dz = \left(\frac{l\tau_c}{2}\right) \cdot \frac{d\bar{z}}{(1-\theta\bar{z})^2}$$
 ,

а повна сила тертя, що діє на кожну зі стінок

$$F = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dF = \frac{l\tau_c}{2} \int_{-1}^{1} \frac{d\bar{z}}{(1-\theta\bar{z})^2} = l\tau_c = \frac{\Delta pH}{2} = 6\mu w_0 \frac{l}{H}$$

Тут використані значення перепаду тиску (2.9) і дотичне напруження (2.11).

У каналах зі змінним зазором елементарну силу тертя характеризують місцевим коефіцієнтом опору: ставленням сили до площі (1 *dz*) та динамічного натиску

$$c_{fz} = \frac{2dF}{dz\rho\overline{w}^2} = \frac{2\tau_{cz}}{\rho\overline{w}^2} = \frac{\tau_c}{\rho w_0^2} = \frac{24}{Re_0}.$$

У разі місцевий коефіцієнт опору постійний по всій довжині каналу: $c_{fz} = c_f$. Порівнюючи вираз коефіцієнта опору з формулою (2.9), зауважуємо, що введений раніше коефіцієнт опору тертя (коефіцієнт Дарсі) пов'язаний з коефіцієнтом опору та дотичними напруженнями на стінках в середньому (z = 0) перетині простим співвідношенням

$$\lambda = 4c_f = 8\frac{\tau_c}{\rho \overline{w}^2} = \frac{4\Delta pH}{l\rho w_0^2} = \frac{96}{Re_0}$$

Отже, між цими характеристиками сил тертя немає принципової відмінності. Деякі зауваження про фізичне значення коефіцієнта опору будуть зроблені в наступному розділі [15].

2.4 Обчислення сили тиску стінки з урахуванням конвективної сили інерції

Зміну тиску по довжині каналу через втрати на тертя (без урахування інерції) можна знайти, підставивши значення витрати (2.5) у вираз тиску або проінтегрувавши (2.6). Після деяких перетворень отримаємо

$$p = p_{10} - \frac{\Delta p}{4\theta} \left[\frac{1}{(1 - \theta \bar{z})^2} - \frac{1}{(1 + \theta \bar{z})^2} \right] = p_{10} + \mu \frac{l}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = p_{10} - \Delta p_{\mu} ,$$

$$\Delta p_{\mu} = \frac{\Delta p}{4\theta} \left[\frac{1}{(1 - \theta \bar{z})^2} - \frac{1}{(1 + \theta \bar{z})^2} \right] \approx \frac{\Delta p}{2} \left[1 + \bar{z} - \frac{3}{2} \theta (1 - \bar{z}^2) \right] = -\mu \frac{l}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$
(2.12)

Отримані втрати при терті не залежать від режиму течії.

На рис.2.4 показані графіки зміни тиску довжиною каналу залежно від параметра конусності. Графіки мають парабалічну форму, опуклу для конфузора (а) та увігнуту для дифузора (b). У каналі з постійним за довжиною проміжком тиск змінюється по лінійному закону. У середньому перетині для параметра конусності $\theta = \pm 0,3$ тиск у конфузорі більш ніж у два з половиною рази перевищує тиск у дифузорі.

Таким чином, величина і знак параметра конусності істотно впливають на розподіл тиску, водночас на витрату майже не впливає.



Рисунок 2.4 - Зміни тиску за довжиною каналу залежно від параметра конусності

Через використання рівняння (2.1) дамо наближену оцінку інерційної складової тиску у вигляді

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(p + \rho \frac{w^2}{2} \right) = \mu \frac{l}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

Проінтегрувавши його за довжиною за граничних умов $\bar{z} = 0 : p = p_{10}$, $w = w_1$, з урахуванням (2.12) отримаємо рівняння Бернуллі для лінії струму в'язкої рідини

$$p + \rho \frac{w^2}{2} + \Delta p_\mu = p_{10} + \rho \frac{w^2}{2} = const.$$

Перший член ліворуч – це гідромеханічний тиск або просто тиск; другий член – динамічний тиск. Відповідно, ці два терміни є потенційною та кінетичною енергією на одиницю об'єму. Останній член відображає витрати механічної енергії на тертя, що перетворюється на теплоту. Оскільки сума лівих членів залишається постійною вздовж лінії струму, збільшення швидкості довжини каналу змішування призводить до зменшення п'єзометричного тиску. У дифузорних каналах навпаки.

Перепишемо рівняння Бернуллі у вигляді

$$p = p_{10} - 0.5\rho(w^2 - w_1^2) - \Delta p_\mu = p_{10} - \Delta p_\mu - \Delta p_\rho,$$

$$\Delta p_\rho = 0.5\rho(w^2 - w_1^2).$$

Як і раніше, для наближеної оцінки інерційного тиску скористаємося середньою товщиною повітряного зазору швидкістю $w = \overline{w}$ (2.7):

$$\Delta p_{\rho} = \frac{\rho}{2} w_0^2 \left[\frac{1}{(1 - \theta \bar{z})^2} - \frac{1}{(1 + \theta \bar{z})^2} \right] \approx \frac{\rho}{2} w_0^2 2\theta \left[1 + \bar{z} - \frac{3}{2} \theta (1 - \bar{z}^2) \right],$$

та з урахуванням виразу швидкості (2.9)

$$\Delta p_{\rho} \approx \frac{\Delta p}{2} \theta \frac{8H}{\lambda_0 l} [1 + \bar{z} - \frac{3}{2} \theta (1 - \bar{z}^2)] = \Delta p_{\mu} \theta \frac{8H}{\lambda_0 l}. \qquad (2.13)$$

На ламінарних режимах $\lambda_0 = 96/Re_0$ автомодельна область турбулентних течій $\lambda_0 \approx 0,04$, отже, для відповідних режимів.

$$\Delta p_{\rho} = \Delta p_{\mu} \theta \, \frac{Re_0}{12} \cdot \frac{H}{l} \,, \ \Delta p_{\rho} = 2 \Delta p_{\mu} \theta \cdot \frac{H}{l} \, 10^2 \,.$$

Тоді загальний тиск у каналі

$$p = p_{10} - \Delta p_{\mu} - \Delta p_{\rho} = p_{10} - \left(\frac{\Delta p}{4\theta} + \frac{1}{2}\rho w_0^2\right) \left[\frac{1}{(1-\theta\bar{z})^2} - \frac{1}{(1+\theta\bar{z})^2}\right] \approx p_{10} - \left(1+\theta\frac{8H}{\lambda_0 l}\right) \left[1+\bar{z}-\frac{3}{2}\theta(1-\bar{z}^2)\right].$$
(2.14)

У каналах дифузора ($\theta < 0$) інерційний тиск збільшується за довжиною та при значенні параметра дифузора $\theta_* = \lambda_0 l/8H$ повністю компенсує втрати тиску на тертя.

На рис.2.4 для параметрів каналу $\theta = \pm 0,3, \frac{H}{l} = 0,01; 0,02$ також показано зміну тиску з урахуванням інерційної поправки. Течія турбулентна, автомодельна: $\lambda_0 = 0,04$. Для простоти приймемо $p_{20} = 0, \Delta p = p_{10}$. У конфузорному каналі ($\theta > 0$) тиск знижується за рахунок збільшення швидкості по довжині (криві 1, 2), у дифузійному каналі (криві 3, 4) навпаки. При зменшенні відношення H/lпоправка зменшується, а в каналі з паралельними стінками, у якому швидкість постійна по довжині, поправка дорівнює нулю. Тиск на виході (2.14)

$$p(\bar{z}=1) = p_{10} - \Delta p \left(1 + \theta \frac{8H}{\lambda_0 l}\right) = p_{20} - \Delta p \theta \frac{8H}{\lambda_0 l}.$$

У звужених каналах ($\theta > 0$) за відсутності протитиску ($p_{20} = 0$) тиск у певному перерізі на вихідному боці стає негативним (рис. 2.4, криві 1,2). Однак «повний» тиск, що є сумою гідромеханіки та динаміки, дорівнює тиску на виході.

Інтегруючи тиск (2.14) по довжині, отримаємо силу тиску f та момент m_x щодо осі Ox, що діють на смугу одиничної ширини. Якщо використовувати «точні» вирази тиску, то

$$f = \frac{l}{2} \int_{-1}^{1} p d\bar{z} = l p_{10} - \frac{l}{2} \left(\frac{\Delta p}{4\theta} + \frac{\rho}{2} w_0^2 \right) \left[i_{021} - \frac{2}{(1+\theta)^2} \right],$$

$$m_x = -\frac{l^2}{4} \int_{-1}^{1} p \bar{z} d\bar{z} = \frac{l^2}{4} \left(\frac{\Delta p}{4\theta} + \frac{\rho}{2} w_0^2 \right) i_{121},$$
(2.15)

де

$$i_{021} = \int_{-1}^{1} \frac{d\bar{z}}{(1 - \theta\bar{z})^2} , \quad i_{121} = \int_{-1}^{1} \frac{\bar{z}d\bar{z}}{(1 - \theta\bar{z})^2} .$$

Силові характеристики містять інтеграли дрібно-раціональних функцій

$$i_{mn} = \int_{-1}^{1} \frac{\bar{z}^m d\bar{z}}{(1 - \theta \bar{z})^n} , \quad i_{mn1} = \int_{-1}^{1} \frac{\bar{z}^m d\bar{z}}{(1 - \theta \bar{z})^n} .$$
(2.16)

Логарифми, що зустрічаються у точних виразах інтегралів, зазвичай замінюють їх на приблизні значення.

$$\ln\frac{1-\theta}{1+\theta} \approx -2\theta - \frac{2}{3}\theta^3 + \frac{2}{5}\theta^5$$

Розрахунок сили та моменту призводить до наступних результатів:

$$f = lp_{10} - \frac{\Delta pl}{2} \left(1 + \theta \frac{8H}{\lambda_0 l} \right) (1 - \theta) ,$$

$$m_x = \frac{\Delta pl^2}{12} \left(1 + \theta \frac{8H}{\lambda_0 l} \right) .$$
(2.17)

На рис. 2.5 представлена залежність безрозмірної сили від геометричних параметрів ($p_{20} = 0, \lambda_0 = 0,04$). Для каналів із відносно великими зазорами інерційна складова сили тиску та її момент можуть бути порівняні з силою тиску повзучості.



Рисунок 2.5 –Залежність безрозмірної сили від геометричних параметрів: 1 - $\frac{H}{l} = 0.01, 2 - \frac{H}{l} = 0.02$

Як і у випадку з конічними трубками, сила інерції пропорційна квадрату середньої швидкості або квадрату витрати. Якщо знехтувати інструкцією, то

$$f = lp_{10} + \frac{\Delta pl}{2}(1-\theta), \ m_x = \frac{\Delta pl^2}{12}.$$
 (2.18)

На рисунку 2.6. показана діаграма тиску p(z) без урахування інерції та її постійної складової p_{20} , що відповідає першому члену другого виразу сили (2.18).

Момент цього члена щодо осі Ох дорівнює нулю, оскільки центр тяжіння відповідної діаграми розташований на осі Ох. Момент дає лише другий член сили $f = 0,5\Delta pl(1 + \theta)$, відповідний змінної складової тиску за довжиною (другий член формули (2.14)).



Рисунок 2.6 – До визначення положення ліній дії складових сил тиску

У деяких завданнях статики та динаміки каналів із пружно зв'язаними стінками необхідно знати положення лінії дії другої складової сили тиску на стінку. По теоремі Варіньона для систем схожих або паралельних сил момент рівнодії дорівнює сумі моментів складових: $-f'z_c = m_x$. З цієї рівності знаходимо абсцису центру тиску сили f':

$$z_c = -\frac{l}{6} \frac{1 - \frac{4}{5}\theta^2}{1 + \theta}.$$
 (2.19)

У каналах з паралельними стінками тиск змінюється за лінійним законом $p = p_{20} + 0.5\Delta p(1 - \bar{z})$, який можна отримати, виявивши невизначеність у (2.12) при $\theta \to 0$. Для цього випадку
$$f = p_{20}l + 0.5\Delta pl$$
, $m_x = \frac{\Delta pl^2}{12}$, $z_c = -\frac{l}{6}$. (2.20)

Слід ще раз підкреслити, що силові характеристики без урахування інерції не включають у явному вигляді величину відхилення. Відхилення входить лише у параметр конусності $v - \vartheta l/2H$. Його вплив очевидний при обліку місцевих гідравлічних опорів, тобто, втрат напору на вході в канал та виході з каналу.

Вплив турбулентності на гідродинамічні характеристики оцінюватимемо для автомодельного режиму турбулентної течії без урахування інерції, за формулою (2.10) прийнявши $\lambda = const = 0,04$:

$$\frac{dp}{d\bar{z}} = -\frac{\lambda l\rho}{8H} \frac{w_0^2}{(1-\theta\bar{z})^3}$$

При цьому залежність градієнта тиску від осьової координати не відрізняється від залежності (2.4), знайденої для ламінарного режиму. Змінюється лише вид постійного коефіцієнта. Після інтеграції по *ī*

$$p = -\frac{\lambda \rho l q^2}{8H^3} \frac{1}{2\theta} \left[\frac{1}{(1 - \theta \bar{z})^2} - \frac{1}{(1 + \theta \bar{z})^2} \right] + C.$$

3 граничної умови на вході $\bar{z} = -1$, $p = p_{10}$ знаходимо $C = p_{10}$, а з умови на виході $\bar{z} = 1$, $p = p_{20}$:

$$p \approx p_{10} - \frac{\lambda \rho l q^2}{8H^3} [1 + \bar{z} - \frac{3}{2}\theta(1 - \bar{z}^2)],$$
$$\Delta p = \frac{\lambda \rho l}{4H} w_0^2, w_0 = \left(\frac{4\Delta p H}{\lambda \rho l}\right)^{0.5}.$$

На відміну від ламінарного режиму з лінійною залежністю між витратою та тиском, в автомодельному турбулентному режимі ця залежність стає квадратичною.

Підставивши витрату в вираз для тиску, остаточно отримаємо формулу, що збігається з (2.14). Отже, сила та імпульс неінерційного напірного потоку залишаються такими ж, як і в ламінарному потоці.

Інерційна складова тиску Δp_p залишається такою самою, як у формулі (2.13), а її внесок у силу тиску визначається доданком

$$f_e = -4 \frac{\Delta p H}{\lambda} \theta (1 - \theta) = -l \rho w_0^2 \theta (1 - \theta),$$

входить до формули (2.17). В автомодельній області турбулентної течії дорівнює $\lambda = 0,04$, $f_p = 100\Delta p\theta(1-\theta)$ [15].

2.5 Врахування місцевих опорів

При русі рідини з відносно великої камери під надлишковим тиском через вузький канал (рис. 2.7) частина потенційної енергії тиску витрачається на подолання місцевих гідравлічних опорів, пов'язаних з раптовим звуженням потоку (незворотні втрати), а частина - переходить у кінетичну енергію рідини.



Рисунок 2.7 – Схема каналу *l* для якого швидкості перед входом і після виходу дорівнюють нулю

Після виходу з каналу рідина втрачає швидкість, і частина кінетичної енергії потоку переходить назад в потенційну енергію тиску, за вирахуванням безповоротних втрат.

Якщо канал має низький опір тертя по довжині в порівнянні з місцевим опором, падіння тиску на вході та відновлення на виході можуть становити більшу частину загального перепаду та суттєво впливати на витрати.

Суттєве значення має вплив місцевих втрат на силові характеристики течії і розподіл тиску каналом . У ряді випадків цей вплив кількісно породжує якісно нові явища. Наприклад, тільки локальні втрати обумовлені наявністю радіальних центруючих сил в кільцевих ексцентричних каналах з паралельними стінками, тому місцеві опори заслуговують на увагу; ними можна знехтувати лише з деякими застереженнями.

Для ламінарного потоку можна дати теоретичну оцінку коефіцієнта гідравлічних втрат на вході. Врахуємо, що перехід від потенційної енергії до кінетичної, як і при розглянутому раніше перебігу в трубі, відбувається не відразу (на вхідній), а на початковій ділянці l_i . Наприкінці цієї ділянки спочатку прямокутний профіль швидкості набуває повністю розвиненої параболічної форми. У каналах зі змінним зазором середня швидкість змінюється по довжині за законом нерозривності і $\overline{w}h = const$, проте у будь-якому перерізі, крім початкового, профіль швидкості описується формулою (2.8).

Розрахуємо втрати напору на початковій ділянці, де утворюється параболічний профіль (2.8). Вважатимемо, що рідина надходить у щілину з великої посудини, тому швидкістю перед щілиною можна знехтувати по відношенню до швидкості в щілині.

Втрата тиску на початковій ділянці витрачається:

- подолання опору по довжині ділянки (Δ*p*_{μi}):

- зміна кінетичної енергії, пов'язана зі зміною зазору вздовж каналу (Δp_{pi});

- до збільшення кінетичної енергії потоку, за рахунок перебудови профілю швидкості на початковій ділянці (Δ*p*₁₁).

Перший вид втрат – втрати на тертя – не пов'язаний з початковою ділянкою та повністю визначається формулою Хагена-Пуазейля (2.11) для всього каналу, включаючи початкову ділянку

$$\Delta p_2 = \Delta p_\mu = \frac{\lambda l}{2H} \frac{\rho w_0^2}{2} = \frac{\lambda l}{2H} \frac{\rho q_0^2}{2H^2},$$
 (2.21)

без урахування вхідних втрат. Визначимо Δp_{11} складову, порівнюючи втрату секундної роботи (потужності) тиску на початковій ділянці з таким самим секундним приростом кінетичної енергії на цій ділянці:

$$\left(\Delta p_{11} + \Delta p_{pi}\right)q = \left[\int_0^h \frac{\rho w^2}{2} w dy\right]_{z=l_i}$$

Використовуючи вирази для місцевої (2.8) та середньої (2.9) швидкостей, остаточну рівність наводимо до вигляду

$$\left[\Delta p_{11} + \Delta p_{pi}\right]q = \left[\frac{\rho}{2}\int_0^h (6\overline{w})^3 \left(\frac{y}{h} - \frac{y^2}{h^2}\right)dy\right]_{z=l_i}$$

і після інтегрування та скорочення на q отримуємо

$$\Delta p_{11} + \Delta p_{pi} = 1,54 \frac{\rho w_i^2}{2} , \qquad (2.22)$$

де w_i – середня швидкість розриву в кінці початкової ділянки. Тиск Δp_{pi} витрачається на збільшення швидкості у звуженні каналу, тому

$$\Delta p_{pi} = \frac{\rho w_i^2}{2} - \frac{\rho w_1^2}{2}$$

Підставляючи останній вираз (2.22) з урахуванням рівняння нерозривності $h_1w_1 = h_iw_i = Hw_0 = const$, остаточно отримуємо

$$\Delta p_{11} = \frac{\rho w_i^2}{2} \left(1 + 0.54 \frac{h_1^2}{h_i^2} \right) = \varsigma_{11} \frac{\rho w_0^2}{2} \frac{1}{(1+\theta)^2} , \qquad (2.23)$$

де $\varsigma_{11} = 1 + 0,54 h_1^2 / h_i^2$ – коефіцієнт, що поєднує локальні гідравлічні втрати на вході в канал і втрати на перебудову профілю швидкості на початковій ділянці для ламінарного течії;

- h_i зазор у перерізі $z = l_i$, тобто. наприкінці початкової ділянки;
- *h*₁, *w*₁ зазор та середня швидкість на вході в канал;

- *h*₂, *w*₂, – зазор та середня швидкість на виході каналу;

- *H*, w_0 , – зазор та середня швидкість у перерізі z = 0.

Для каналу із паралельними стінками $\varsigma_{11} = 1,54 = const.$

Зазвичай канал відкривається у камеру великого об'єму (рис. 2.7) і швидкість знижується за умовою безперервності. Частково, з відрахуванням

безповоротних втрат через раптове розширення потоку, втрачена кінетична енергія відновлюється як потенційна енергія тиску ($h_2w_2 = Hw_0$)

$$\Delta p_{12} = \varsigma_{12} \frac{\rho w_2^2}{2} = \varsigma_{12} \frac{\rho w_2^2}{2} \frac{1}{(1-\theta)^2}.$$
 (2.24)

Коефіцієнт ς_{12} характеризує повне відновлення тиску, це відбувається за рахунок втрати швидкісного тиску після виходу потоку з каналу.

Надалі будемо нехтувати інерційним опором, тобто розглядаємо повзучу течію. Якщо до перепаду тиску, що визначається за формулою Дарсі–Вейсбаха (2.21), додати втрати на вході (2.23) та відняти відновлення тиску (2.24) на виході (рис.2.8), то отримаємо повне навантаження втрат, виражене швидкісним напором у середній частині:

$$\Delta p = p_{10} - p_{20} = \Delta p_2 + \Delta p_{11} - \Delta p_{12} = \varsigma \frac{\rho w_0^2}{2},$$

$$\varsigma = \frac{\lambda l}{2H} + \varsigma_{11} \frac{1}{(1+\theta)^2} - \varsigma_{12} \frac{1}{(1-\theta)^2}.$$
(2.25)



Рисунок 2.8 – Зміна тиску за довжиною каналу з урахуванням місцевих

Перший член $\lambda l/2H = \varsigma_2$, характеризує перепад тиску на подолання опору тертя по довжині каналу

$$\Delta p_{2} = p_{1} - p_{2} = \varsigma_{2} \frac{\rho w_{0}^{2}}{2} = \Delta p - \Delta p_{11} + \Delta p_{12} =$$

$$= \Delta p \left[1 - \frac{\chi}{(1+\theta)^{2}} + \frac{\chi}{(1-\theta)^{2}} \right],$$
(2.26)

де коефіцієнти характеризують відносний перепад тиску на вході та відновлення тиску на виході

$$\chi_1 = \frac{\zeta_{11}}{\varsigma}, \ \chi_2 = \frac{\zeta_{12}}{\varsigma}.$$
 (2.27)

с – загальний коефіцієнт гідравлічних втрат.

На основі оцінки довжини початкової ділянки в плоскому каналі проведено рішення спрощених рівнянь ламінарного перебігу рідини:

$$l_i = 0,02H Re_0 . (2.28)$$

Якщо припустити, що ламінарний режим перебігу зберігається за числами Рейнольдса < 2000, то довжина початкової ділянки не перевищує 40 *H*. Для турбулентних течій, як зазначено у попередньому розділі, довжина початкової ділянки зменшується.

На жаль, для турбулентних режимів течії не вдалося визначити довжину початкової ділянки та перепад тиску для формування швидкості стаційного профілю. Таким чином, місцеві коефіцієнти втрат на вхід у канал і на його вихід приймаються постійними, залежними тільки від форми вхідного та вихідного фронтів, та їх обтічність: $\varsigma_{11} = 1,0 - 1,15$; $\varsigma_{12} = 0,05 - 0,3$.

Зміна тиску за довжиною каналу (2.14) та силові характеристики (2.17) визначаються втратами на тертя (2.26). Тому в розрахунках сил та моментів слід використовувати граничний тиск з урахуванням місцевих опорів (рис. 2.7).

$$p_1=p_{10}-\Delta p_{11}$$
 , $p_2=p_{20}-\Delta p_{11}$, $\Delta p_2=p_1-p_2$.

Формули для сили і моменту приймають вид

$$f = \frac{l}{2}(p_{10} + p_{20}) - \frac{l}{2}(\Delta p_{11} + \Delta p_{12}) + \frac{l}{2}\Delta p_2, \quad m_x \approx \frac{l^2}{12}\Delta p_2,$$

Використовується (2.23), (2.24) і (2.26), остаточно отримує вигляд

$$f = \frac{l}{2}(p_{10} + p_{20}) - \frac{\Delta pl}{2}[\theta - \chi_1(1 - \theta) - \chi_2(1 + \theta)],$$

$$m_{\chi} = \frac{\Delta pl^2}{12} \left[1 - \frac{\chi}{(1 + \theta)^2} + \frac{\chi}{(1 - \theta)^2}\right].$$
 (2.29)

Додатковою силою для турбулентних потоків, що відповідає площі заштрихованого трикутника з основою l_i (рис. 2.7), можна знехтувати, бо ця довжина мала в порівнянні з довжиною каналу.

Для ламінарних течій наближено поправочний вираз можна отримати, використовуючи формулу (2.28) і прийнявши лінійний закон зміни тиску на початковій ділянці :

$$\Delta f = 0.5\Delta p_{11}l_i = 0.01 \frac{\varsigma_{11}}{(1+\theta)^2} \frac{\rho w_0^2}{2} HRe_0.$$
(2.30)

За головною складовою безінерційної сили тиску на смугу одиничної ширини (2.18) виправлення порядку

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta p_{11} l_i}{\Delta p l}.$$

Наведений вище аналіз показує, що основні закономірності течії в плоскому каналі аналогічні картинам течії у трубопроводах. Більше того, експерименти на плоских каналах з визначення межі переходу до турбулентних режимів дають приблизно таке значення критичного числа Рейнольдса, як і для труб. У турбулентному режимі чисельні значення констант формули Блазіуса, що зв'язує коефіцієнт опору тертя з числом Рейнольдса, зберігаються, навіть якщо гідравлічний діаметр прийняти як подвійний зазор [15].

2.6 Приклад переходу на кільцеві канали

Продемонструємо можливість використання результатів аналізу плоских каналів розрахунку деяких властивостей ексцентричних кільцевих каналів. Розглянемо ламінарну течію в кільцевому каналі (рис. 2.9), між втулкою 1 з малим кутом конусності ϑ_0 і валом 2. У центральній частині z = 0 R1 і R2 - радіуси валу та розтрубу.



Рисунок 2.9 – Схема ексцентричного кільцевого каналу

Вал, що залишається паралельним осі втулки, переміщається щодо неї на ексцентриситет e_0 . Середній радіальний проміжок $H = R_1 - R_2$ малий, ніж радіуси $(R_2/R_1 \approx 1)$. Тут $O_1 y$ співпадає з центральною лінією OO_1 , вхідним та вихідним місцевим опором локального каналу для простоти нехтують.

Розіб'ємо кільцеве місце на елементарні канали шириною $R_2 d\varphi$, які можна вважати плоскими. Це включає всі висновки, зроблені раніше в цьому розділі.

Середнє відхилення елементарного каналу h_0 через його малу ширину можна вважати постійним вздовж дуги $R_2 d\varphi$. У той самий час окремих елементарних каналів, розташування яких визначається кутовою координатою φ , у середньому перетині z=0 зазор h_0 записати як, $h_0 = R_2 - R_1 \cos \gamma - e_0 \cos \varphi$ (рис. 2.9). Максимальне значення кута $\gamma: \gamma_{max} \sim e_0/R_1$, тому можна прийняти $\cos \gamma = 1$, а відхилення представлене як,

$$h_0 = H(1 - \varepsilon \cos \varphi), \qquad (2.31)$$

де $\varepsilon = e_0/H$ — відносний ексцентриситет, модуль якого не може перевищувати одиниці. Далі розглядаються малі ексцентриситети, для яких можна застосовувати $\varepsilon^2 << 1$.

Параметр конусності елементарного каналу набуде вигляду

$$\theta = \frac{\vartheta_0 l}{2h_0} = \frac{\theta_0}{1 - \varepsilon \cos \varphi}, \quad \theta_0 = \frac{\vartheta_0 l}{2H}.$$
(2.32)

Формула (2.5) для розрахунку витрати течії в плоскому каналі шириною $R_2 d\varphi$ із зазором (2.31) має вигляд

$$dQ = \frac{\Delta p H^3 R_2}{12\mu l} \left[1 - \frac{\theta_0^2}{(1 - \varepsilon \cos \varphi)^2} \right]^2 (1 - \varepsilon \cos \varphi)^3 d\varphi$$

Повний потік через кільцеподібний ексцентричний канал є результатом суми елементарних витрат по всьому колу. Якщо знехтувати членами вище другого порядку малості, то

$$Q = \int_0^{2\pi} dQ \approx Q_0 (1+1.5\varepsilon^2), \quad Q_0 = \frac{2\pi R_2 \Delta p H^3}{12\mu l} (1-\theta_0^2)^2, \quad (2.33)$$

 Q_0 – витрата через концентричний кільцевий канал. З першої формули (2.33) випливає, що об'ємна витрата збільшується зі збільшенням ексцентриситету. З максимально можливим ексцентриситетом $\varepsilon = 1$ $Q = 2.5Q_0$.

Формула (2.17) для радіальної сили, що діє на внутрішню стінку елементарного каналу (не враховуючи місцевих опорів)

$$dF = fR_1 d\varphi = lp_m + \frac{\Delta pl}{2} \frac{\theta_0 R_1 d\varphi}{1 - \varepsilon \cos \varphi} - l\rho w_0^2 \left(1 - \frac{\theta_0}{1 - \varepsilon \cos \varphi}\right) \frac{\theta_0 R_1 d\varphi}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$$

Проекції елементарної сили

$$dF_x = -dF\sin\varphi$$
 , $dF_y = dF\cos\varphi$.

Якщо проінтегрувати останні доданки по всьому колу каналу і знехтувати доданком ε^2 по відношенню до одиниці, отримуємо

$$F_x = 0, \qquad F_y = \frac{\pi R_1 l \Delta p}{2H} \theta_0 e_0 - \pi R_1 l \rho w_0^2 \theta_0 (1 - 2\theta_0) e_0. \tag{2.34}$$

Другий член є інерційною складовою радіальної сили. Заміна локальної швидкості рівняння (2.1) її середнім значенням (2.9), отриманим для напірної безінерційної течії, призводить до того, що в прийнятому наближенні ця

конвективна сила перейшла в позиційну силу, пропорційну радіальному зміщенню осі вала *e*₀, тобто, прискорення в ньому явно відсутнє.

Якщо виразити швидкість як функцію перепаду тиску (2.11), то (2.34) перетворимо на вигляд ($R_1 \approx R_2$)

$$F_{y} = \frac{\pi R_{1} l \Delta p}{2H} \left[1 - \frac{8}{l \lambda_{0}} (1 - \theta_{0}) \right] e_{0} = k_{s} e_{0} , \qquad (2.35)$$

де k_s — гідростатична жорсткість кільцевого каналу.

Остання формула показує внесок конвективної сили інерції через радіальний тиск на вал. Формула правильна для ламінарної та турбулентної течій, режим розподілу щільності коефіцієнта опору λ_0 .

3 моментом (2.17) виконуються подібні операції:

$$dM_{x} = -m_{x} \cos \varphi R_{1} d\varphi = -\frac{l^{2}}{6} \left(\frac{\Delta p}{2} + \rho w_{0}^{2} \frac{\theta_{0}}{1 - \varepsilon \cos \varphi} \right),$$

$$M_{x} = -\frac{\pi R_{1} l^{2}}{6} \rho w_{0}^{2} \theta_{0}^{2} \varepsilon = -\frac{2}{3} \frac{\pi R_{1} l \Delta p}{\lambda_{0}} \theta_{0} e_{0}, \quad M_{y} = 0.$$
(2.36)

Оскільки проекція на вісь Oy збігається з центральною лінією OO_1 і є віссю симетрії кільцевого каналу, тому вона дорівнює нулю.

Радіальна сила (2.35) у каналах обертання ($\theta_0 > 0$) спрямована проти ексцентриситету, тобто прагне привести вал у стан рівноваги. У дифузійних каналах напрямок сили змінюється на протилежне, і сила стає децентрованою. Повна інерційна складова зменшує модуль радіальної сили, при безконусності – радіальна сила дорівнює нулю. Цей результат суперечить досвіду. [15]

2.7 Рівняння Бернуллі для в'язкої нестисливої рідини

Розглянемо рух нестаціонарної нестисливої в'язкої рідини, для якої рівняння Громеки – Ламба запишем у вигляді

$$-grad\left(\Phi + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}\right) + \nu \nabla^2 u = \frac{\partial u}{\partial t} - u \times \Omega$$

або,

$$-grad E + \nu \nabla^2 u = \frac{\partial u}{\partial t} - u \times \Omega, \qquad (2.37)$$

де $E = \Phi + p/\rho + u^2/2$.

Виберемо орієнтований сегмент дуги ds(dx, dy, dz) (рис. 2.10) на довільній лінії струму в момент часу t і помножимо на нього всі члени цього рівняння скалярно



Рисунок 2.10 – Схема до висновку рівняння Бернуллі для струменя в'язкої нестисливої рідини

Вектор $A = u \times \Omega$ спрямований нормально до площини, в силу властивостей векторного добутку, що містить вектори $u \times \Omega$. Оскільки вектори ds

і u колінеарні, $A \perp ds$ тому скалярний добуток цих векторів дорівнює нулю, тобто

$$(u \times \Omega) \cdot ds = 0. \tag{2.38}$$

Зауважимо, що для фіксованого моменту часу

grad
$$E \cdot ds = \frac{\partial E}{\partial x} dx + \frac{\partial E}{\partial y} dy + \frac{\partial E}{\partial z} dz = d_s E$$

являє собою диференціал функції Е у напрямку s. В цьому випадку

$$-d_s E + \nu \nabla^2 u \cdot ds = \frac{\partial u}{\partial t} \cdot ds.$$
 (2.39)

Якщо проінтегрувати це рівняння лінії струму від ділянки 1 до ділянки 2 деякий час, то отримаємо

$$E_1 - E_2 + \nu \int_{S_1}^{S_2} \nabla^2 u \cdot ds = \int_{S_1}^{S_2} \frac{\partial u}{\partial t} \cdot ds, \qquad (2.40)$$

де індекси 1 і 2 позначають значення величин в перетинах 1 і 2.

Якщо з масових сил діє лише сила тяжіння, то $\Phi = gz$, а з введенням позначення

$$h'_{c} = -\frac{\nu}{g} \int_{S_{1}}^{S_{2}} \nabla^{2} u \cdot ds = -\frac{\nu}{g} \int_{S_{1}}^{S_{2}} \left(\nabla^{2} u_{x} dx + \nabla^{2} u_{y} dy + \nabla^{2} u_{z} dz \right); \qquad (2.41)$$

$$h'_{i} = \frac{1}{g} \int_{S_{1}}^{S_{2}} \frac{\partial u}{\partial t} \cdot ds, \qquad (2.42)$$

перепишемо формулу (2.40) у вигляді

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_c + h'_i.$$
(2.43)

Враховуючи, що параметри течії в перетинах елементарних витратомірних трубок передбачаються постійними, можна сказати, що рівняння (2.43) справедливе вздовж труби, віссю якої є обрана лінія струму.

У разі стаціонарного руху місцеве прискорення скрізь дорівнює нулю. При $h'_i = 0$ у цьому випадку рівняння (2.43) набуває вигляду

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_c.$$
(2.44)

Це рівняння називається рівнянням Д. Бернуллі і є одним із основних рівнянь гідромеханіки[16].

2.8 Одномірний невстановлений рух нестисливої рідини

Рівняння (2.43) отримано для нестаціонарного руху рідини, що не стискається, що зв'язує миттєві значення параметрів течії у двох точках на лінії струму. Це рівняння відрізняється за формою від рівняння Берніллі для руху, що встановився наявністю в правій частині величини

$$h_i' = \frac{1}{g} \int_{S_1}^{S_2} \frac{\partial u}{\partial t} ds,$$

званої інерційним тиском, що відображає нестаціонарний характер течії.

Рівняння (2.43) може бути однаково застосоване до ламінарних та помірно турбулентних ліній струму, якщо врахувати лише відмінності у термінології терміна h'_c . Надалі ми використовуватимемо його лише для нестаціонарних течій, коли форма лінії струму не змінюється з часом. До таких течій відносяться течії більшості стисливих рідин у трубах і каналах з жорсткими стінками, що не деформуються. Рівняння (2.43) можна поширити на кінцевий потік для них, як і для стаціонарних рухів. Проробимо необхідні операції над інерційною складовою h'_i , помітивши, що усереднення доданків нічим не відрізняється від аналогічного усереднення доданків в рівнянні Бернуллі для руху.

Оскільки лінії струму не змінюються з часом, вектори ds і du/dt колінеарні та їх скалярний добуток у формулі (2.42) можна замінити добутком модулів. Тоді значення усередненого інерційного тиску на перетині ω має бути виражене співвідношенням.

$$h_{i} = \frac{1}{\rho g Q} \int_{\omega} h_{i}' \rho g u \, d\omega = \frac{i}{Q} \int_{\omega} u \, d\omega \int_{S_{1}}^{S_{2}} \frac{\partial u}{\partial t} ds.$$

Через нестисливість рідини і незмінності ліній струму реальна елементарна витрата $dQ = ud\omega$ в даний момент постійна по довжині струмка і тому не залежить від величини *S*. Отже, в останньому виразі можна змінити порядок інтегрування, в результаті чого отримаємо

$$h_{i} = \frac{1}{gQ} \int_{S_{1}}^{S_{2}} ds \int_{\omega} u \frac{\partial u}{\partial t} d\omega = \frac{1}{gQ} \int_{S_{1}}^{S_{2}} ds \frac{\partial}{\partial x} \int_{\omega} \frac{u^{2}}{2} d\omega =$$
$$= \frac{1}{2gQ} \int_{S_{1}}^{S_{2}} \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_{0}v^{2}\omega) ds = \frac{1}{2gQ} \int_{S_{1}}^{S_{2}} \frac{\partial}{\partial x} 2\alpha_{0}\omega v \frac{\partial v}{\partial t} ds$$

де α_0 - коефіцієнт імпульсу, який вважається незалежним від часу; ν – середня по перетину ω швидкість.

Враховуючи, що витрата $Q = v\omega$ залежить тільки від часу, але не залежить від координати *s*, отримуємо

$$h_{i} = \frac{1}{gQ} \int_{S_{1}}^{S_{2}} \alpha_{0} v \omega \frac{\partial v}{\partial t} ds = \frac{1}{g} \int_{S_{1}}^{S_{2}} \alpha_{0} \frac{\partial v}{\partial t} ds$$

або, так як $v = Q(t)/\omega$ (s),

$$h_i = \frac{1}{g} \int_{S_1}^{S_2} \alpha_0 \frac{1}{\omega} \frac{dQ}{dt} ds = \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \int_{S_1}^{S_2} \frac{\alpha_0}{\omega} ds.$$

Якщо розглядати прямолінійну циліндричну трубу ($\omega = const$) і прийняти $\alpha_0 = const$, то

$$h_i = \alpha_0 \frac{1}{g} \frac{L}{\omega} \frac{dQ}{dt} = \alpha_0 \frac{L}{g} \frac{dv}{dt},$$

де $L = s_2 - s_1$ - відстань між вибраним перетинами .

Тепер можна записати рівняння одновимірного руху для потоку кінцевих розмірів :

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 u_2^2}{2g} + h_c + h_i.$$

Незважаючи на те, що рівняння не є суворим і його висновок спирається на наближені припущення, воно успішно застосовується в інженерних розрахунках. Це рівняння називають рівнянням Бернуллі для руху, що не встановився [16].

2.9 Ламінарний перебіг у зазорі між двома стінками та у трубах прямокутного перетину

Розглянемо ламінарну течію у просторі, утвореному двома паралельними плоскими стінками, віддаленими одна від другої на відстань *а* (рис. 2.11).



Рисунок 2.11 - Формування профілю швидкостей на початковій ділянці

Помістимо початок координат всередині простору і направимо вісь Ox за течією, а вісь Oy по нормалі до стінок.

Візьмемо дві нормальні ділянки потоку на відстані l одна від одної і розглянемо потік шириною, що дорівнює одиниці. Виділимо об'єм рідини у вигляді прямокутного паралелепіпеда, розташованого симетрично навколо осі Ox між вибраними перетинами проходу і має поперечні розміри 1 × 2y × 1.

Умовно запишемо рівномірний рух виділеного об'єму вздовж осі Ох:

$$2yp_{\rm TP} = -\mu(du/dy) \ 2l \ ,$$

де $p_{\rm Tp} = p_1 - p_2$ - різницю тиску (перепад) на ділянках, що розглядаються.

Знак мінус пов'язаний з тим, що похідна $dv/dy \in$ негативною.

З попереднього знаходимо збільшення швидкості *dv*, яке відповідає збільшенню координати *dy*:

$$dv = -\frac{p_{\rm TP}}{\mu l} y \, dy.$$

Після інтегрування отримуємо

$$v = -\frac{p_{\rm Tp}}{\mu l}y^2 + C$$

Оскільки при y = a/2 v = 0, знаходимо $C = \frac{p_{\text{тр}}}{2\mu l} \frac{a^2}{4}$, звідси

$$v = \frac{p_{\rm Tp}}{2\mu l} \left(\frac{a^2}{4} - y^2\right)$$
(2.45)

Потім обчислюємо витрати q на одиницю ширини потоку, беремо дві симетричні елементарні області навколо осі Oz розміром 1 x dy і виражаємо елементарні витрати потоку

$$dq = \nu dS = \frac{p_{\rm TP}}{2\mu l} \left(\frac{a^2}{4} - y^2\right) 2dy$$

звідки

$$q = \frac{p_{\rm TP}}{\mu l} \int_0^{a/2} \left(\frac{a^2}{4} - y^2\right) dy = \frac{p_{\rm TP}a^2}{12\mu l}.$$
 (2.46)

Втрата тиску на тертя від витрат потоку Q = qb у зазорі шириною $b \neq 1$; отримуємо

$$p_{\rm TD} = 12\mu l Q/(a^3 b). \tag{2.47}$$

Коли одна зі стінок, що утворюють зазор, рухається в напрямку, паралельному іншій стінці, і тиск у просторі постійний по її довжині, стінка, що

рухається, захоплює за собою рідину і відбувається так званий рух без тертя, без тиску. Виберемо у такому потоці елемент, як у рис. 2.12, і розглянемо чинені на нього сили.



Рисунок 2.12 - Профіль швидкостей у зазорі з стінкою, що рухається

Оскільки тиск р, що чиниться однаково на ліву і праву сторони стрижня, то для врівноважуючих сил потрібно, щоб дотичні напруження на нижній і верхній сторонах також були рівні, тобто $\tau = const$.

Застосовуючи до цього випадку закон Ньютона, отримуємо $\tau = -\mu dv // dy = C$ (знак мінус взятий оскільки dy > 0 dv < 0) і після інтегрування

$$v = -(C/\mu) y + C_1.$$

Знайдемо константи C і C_1 , з огляду на те, що на кінцях потоку при y = a/2 v = 0 і при y = -a/2 v = u, де u — швидкість стінки.

Отже, $C = u\mu/a$ i $C_1 = u/2$.

Після підстановки *C* і *C*₁ в останнє рівняння отримуємо закон розподілу швидкостей

$$v = \left(\frac{1}{2} - \frac{y}{a}\right)u. \tag{2.48}$$

Витрата рідини потоку *q* на ширину зазору визначається за середньою швидкістю

$$q = \left(\frac{u}{2}\right)a. \tag{2.49}$$

Якщо зазначений вище рух стінки відбувається при перепаді тиску в рідині, що заповнює простір, то закон розподілу швидкостей знаходимо там, як суму (або різницю, залежно від напрямку руху стінки) виразів (2.45) та (2.48):

$$v = \frac{p_{\rm TP}}{\mu l} \left(\frac{a^2}{4} - y^2\right) \pm \left(\frac{1}{2} - \frac{y}{a}\right) u$$

Розподіл швидкості у зазорі показано на рис. 2.13 у двох варіантах: а) напрямок зміщення стінки збігається з напрямком перебігу рідини під дією перепаду тиску; б) Напрямок руху стін протилежно потоку рідини [3].



Рисонок 2.13 - Профіль швидкостей у зазорі з стінкою, що рухається, і з перепадом тиску

2.10 Поняття про гідравлічний удар

Гідравлічним ударом зазвичай називають різке підвищення тиску, що виникає у затворі при різкому уповільненні потоку рідини. Конкретно гідравлічний удар є коливальний процес, що виникає в пружному трубопроводі з рідиною, що капає, при різкій зміні її швидкості. Цей процес дуже швидкоплинний і характеризується чергуванням різких підвищень та зниження тиску. Зміна тиску тісно пов'язана з пружною деформацією рідини та стінок труби.

Гідравлічний удар найчастіше виникає коли кран або інший пристрій регулювання потоку швидко закривається або відкривається. Однак можуть бути інші причини його появи.

Теоретичне та експериментальне дослідження гідравлічного удару в трубах вперше було приведено Н.Є. Жуковським та опубліковано в його основній праці «Про водяний молот», виданій в 1808 р.

Рідина рухається трубопроводом зі швидкістю v_0 , де здійснено миттєве закриття крана (рис. 2.14, а). Тоді швидкість удару частинок рідини об клапан гаситься, і кінетична енергія перетворюється на роботу деформації стінок труби і рідини.



Рисунок 2.14 – Стадії гідравлічного удару

При цьому стінки труби розтягуються, і рідина стискається відповідно до підвищення тиску Δp_{yg} . Інші прилеглі частинки стикаються з частинками, що загальмувалися на крані, і також втрачають швидкість, змушуючи ділянку n - n рухатися вправо зі швидкістю c, так званою швидкістю ударної хвилі; сама перехідна область, де тиск змінюється через Δp_{yg} , називається ударною хвилею.

У міру просування ударної хвилі до резервуару рідина зупиняється і стискається по всій трубці, стінки трубки розтягуються. Раптове підвищення тиску $\Delta p_{\rm vg}$ поширюється на усю трубу (рис.2.14, б).

Але це стан не в рівновазі. Під дією перепаду тиску Δp_{yg} рідкі частинки перетікають із труби в бак, причому цей рух починається на ділянці, що безпосередньо примикає до бака. Тепер n - n ділянка рухається у зворотному напрямку — до крана — з тією самою швидкістю, залишаючи тиск урівноваженим p_0 (рис. 2.14, в). Стінки рідини та труби передбачаються пружними, тобто повертаються в колишній стан під дією тиску p_0 . Робота деформації повністю переходить у кінетичну енергію, і рідина в трубі набуває початкової швидкості v_0 , але вже спрямовану в протилежний бік. При цій швидкості «рідка частка» (рис. 2.14, г) прагне відірватися від крана, в результаті чого виникає негативний стрибок ущільнення під тиском $p_0 - \Delta p_{yg}$, який проводиться з крана в бак зі швидкістю *с*, залишаючи за собою стінки труби, що стиснулися, і розширилася рідина, що обумовлено падінням тиску (рис. 2.14, д). Кінетична енергія повертається в роботу деформації, але зі зворотним знаком.

Стан труби в момент приходу негативної ударної хвилі резервуару показано на рисунку 2.14,е. Також на рисунку 2.14,б він не перебуває у рівновазі. На рисунку 2.14,ж показаний процес вирівнювання тиску в трубі і в баку, що супроводжується появою руху рідини зі швидкістю v_0 .

Очевидно, що як ударна хвиля, відбита баком під тиском Δp_{yg} , досягає клапана, виникає ситуація, яка вже мала місце, коли клапан був закритий. Повний цикл гідроудару повторюється.

У дослідах Н.Є. Жуковського зареєстровано до 12 повних циклів із поступовим зниженням Δp_{yd} за рахунок тертя у трубі та дисипації енергії в баку. Історія гідравлічних ударів у часі ілюструється графіком на рис. 2.15, а і б.



Рисунок 2.15 - Тимчасова зміна тиску крана

Пунктирна на діаграмі рисунок 2.15,а, характеризує теоретичну зміну тиску $p_{\rm из6}$ у точці А (дивись рисунок 2.14) безпосередньо на клапані (закриття клапана передбачається миттєвим). Суцільні лінії дають приблизне уявлення фактичний характер зміни тиску в часі. Насправді тиск підвищується (і теж знижується), нехай різко, але відразу. Крім того, відбувається демпфування коливань тиску, тобто зменшення його амплітудних значень за рахунок тертя та втрати енергії у баку.

Описану картину зміни тиску можна отримати тільки в тому випадку, якщо запас тиску p_0 достатній, тобто якщо $p_0 > \Delta p_{yd}$ і якщо тиск на Δp_{yd} зменшується, воно залишається позитивним. Якщо тиск p_0 низький (що буває дуже часто), то початковий підйом тиску при ударі практично такий самий, як і в попередньому випадку. Проте знизити тиск на Δp_{yd} неможливо; абсолютний тиск на клапані падає майже до нуля ($p_{u36} = -0,1$ МПа), від клапана відривається «стовп рідини», виникає кавітація та утворюється парова порожнина. У зв'язку з цим періодичність процесу порушується, і характер зміни тиску в часі виявляється приблизно таким самим, як на рисунку 2.15,6. Підвищення тиску Δp_{yg} легко зв'язати зі швидкостями v_0 і *c*, розглядаючи елементарне зміщення ударної хвилі dx за час dt і застосовуючи теорему про зміну кількості руху до трубчастого елемента dx. В цьому випадку одержуємо (рис. 2.16).



Рисунок 2.16 - Рух ударної хвилі за час dt

$$\left[\left(p_0+\Delta p_{yg}\right)-p_0\right]Sdt=S\rho(v_0-0)\ dx.$$

Отже, швидкість поширення ударної хвилі

$$c=\frac{dx}{dt}=\frac{\Delta p_{yg}}{\rho v_0},$$

тобто

$$\Delta p_{\rm yg} = \rho v_0 c. \tag{2.50}$$

Отримане вираз називається формулою Жуковського.

Але швидкість *с* поки невідома, тому правильний ударний тиск знаходимо іншим способом, а саме з умови перетворення кінетичної енергії рідини на роботу деформації: розтягування стінок труби та стиснення рідини. Кінетична енергія рідини у трубі радіусом г

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{\pi r^2 l \rho v_0^2}{2}.$$

Робота деформації відповідає потенційній енергії деформованого тіла та становить половину добутку сили на деформацію.

Якщо роботу деформації стінок труби виразити як роботу стискаючих сил на шляху Δr (рис. 2.17,а), то отримаємо



Рисунок 2.17 - Діаграми деформування труб та рідини

$$\Delta p_{\rm yg} 2\pi r l \frac{\Delta r}{2}.$$

За законом Гука

$$\sigma = \frac{2\pi \left[(r + \Delta r) - r \right]}{2\pi r} E = \frac{\Delta r}{r} E, \qquad (2.51)$$

де σ - нормальна напруга у матеріалі стінки труби, пов'язане з тиском $\Delta p_{\rm yg}$ та товщиною стінки δ

$$\sigma = \frac{\Delta p_{ya} r}{\delta}.$$
 (2.52)

Якщо виразити Δr для рівнянь (1.165)51 та σ для рівнянь (1.166)52, дістанемо роботу деформації стінок труби

$$\Delta p_{yg}^2 \pi r^3 l / (\delta E).$$

Роботу стиснення рідини об'єму V можна уявити, як роботу сил тиску на ділянці Δl (рис. 2.17, б), тобто

$$\frac{1}{2}S\Delta p_{\rm yg}\Delta l = \frac{1}{2}\Delta p_{\rm yg}\Delta V.$$

Подібно до закону Гука для лінійної деформації, відносне зменшення об'єму рідини $\Delta V/V$ пов'язане з співвідношенням тиску

$$(\Delta V/V)K = \Delta p_{\rm yg}$$

де K – середні значення адіабатичного модульу пружності рідини для даного Δp_{yg} .

Якщо прийняти об'єм рідини у трубі за V, то отримаємо роботу зі стиснення рідини

$$\frac{1}{2} \frac{\Delta p_{\rm yg}^2 \pi r^2 l}{K}$$

Таким чином, рівняння енергії набуває вигляду

$$\frac{1}{2}\pi r^2 l\rho v_0^2 = \frac{p_{y_d}^2 \pi r^3 l\Delta}{\delta E} + \frac{\Delta p_{y_d}^2 \pi r^2 l}{K}.$$

Вирішуючи для $\Delta p_{\rm yg}$, отримуємо формулу Жуковського

$$\Delta p_{\rm yg} = \rho v_0 \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{K} + \frac{2\rho r}{\delta E}}} = \rho v_0 c. \tag{2.53}$$

Отже, швидкість поширення ударної хвилі дорівнює

$$c = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{K} + \frac{2\rho r}{\delta E}}}.$$
(2.54)

Якщо вважати, що труба має абсолютно жорсткі стінки, тобто $E = \infty$, то з останнього виразу залишається $\sqrt{\frac{K}{\rho}}$, тобто, швидкість звуку в однорідному пружному середовищі із густиною ρ і об'ємним модулем K ($K = -\frac{dp}{\left[\rho d\left(\frac{1}{\rho}\right)\right]} = \rho \frac{dp}{d\rho}$ або $\frac{K}{\rho} = \frac{dp}{d\rho} = c^2$). Для води ця швидкість становить 1435 м/с, для бензину - 1116 м/с, для нафти - 1200-1400 м/с. Оскільки в даному випадку стінки труби не є абсолютно жорсткими, то величина c є швидкість поширення ударної хвилі в пружній рідині, що заповнює пружний трубопровід. Ця швидкість трохи нижче швидкості звуку.

Якщо зменшення швидкості в трубі прагне не до нуля, а до значення v_1 , виникає неповний гідроудар і формула Жуковського набуває вигляду:

$$\Delta p_{\rm yg} = \rho (v_0 - v_1)c.$$

Формули Жуковського застосовуються при дуже швидкому закритті клапана, а точніше за час закриття

$$t_{\mathrm{3ak}} < t_0 = \frac{2l}{c},$$

де t_0 - фаза гідроудару.

За цієї умови виникає прямий гидроудар.

При $t_{3a\kappa} > t_0$ виникає непрямий гідроудар, коли ударна хвиля, яка відбита від резервуара, повертається до клапана до його повного закриття. Очевидно, що підвищення тиску $\Delta p'_{yd}$ в цьому випадку буде менше, ніж Δp_{yd} при прямому ударі.

Якщо припустити, що швидкість потоку зменшується в міру закриття крана, а тиск збільшується лінійно з часом, то можна (мал. 2.18) написати



Рисунок 2.18 - Збільшення ударного тиску у $t_{\text{зак}} > t_0$



звідки

$$\Delta p'_{yd} = \Delta p_{yd} \frac{t_0}{t_{3a\kappa}} = \frac{\rho v_0 c2l}{c t_{3a\kappa}} = \frac{\rho v_0 2l}{t_{3a\kappa}}.$$
 (2.55)

У тупиковому трубопроводі ударний тиск може збільшуватися вдвічі, під надмірним тиском тут розуміється різке підвищення тиску в трубопроводі через його раптове підключення до джерела високого тиску. Обґрунтуємо це за допомогою схеми (рис. 2.19, а) та наступних міркувань.



Рисунок 2.19 - Схеми тупикового трубопроводу

Нехай трубопровід із початковим тиском p_0 буде відокремлений краном від резервуара великого об'єму (або насоса) з високим тиском p_1 . Якщо клапан відкрити негайно, тиск на початку трубопроводу різко збільшиться $\Delta p_{yg} = p_1 - p_0$. Хвиля тиску зі швидкістю С, що виникає в результаті, рухається до кінця трубопроводу. Тиск за його фронтом відрізняється від тиску перед фронтом на Друде, а швидкість рідини у площині фронту зростає від нуля до v_0 , що визначається за формулою (2.50):

$$v_0 = \frac{\Delta p_{\rm yg}}{\rho c}.$$

У міру наближення фронту хвилі до тупикового кінця тиску рідини у всьому трубопроводі збільшується на Δp_{yd} швидкість рідини досягає v_0 . Оскільки подальший рух рідини неможливий, швидкість стовпа рідини повністю гаситься, що у свою чергу збільшує тиск на $\Delta p_{yd} = \rho vc$. При цьому спостерігається нова хвиля тиску (відбита) у трубопроводі, спрямована у бік крана (засувки), за фронтом якої тиск збільшується на $2\Delta p_{yd}$ порівняно з вихідним потоком, а швидкість рідини v = 0 (рис. 2.19,б).

Формули (2.50) та (2.54) отримані з використанням ряду спрощуючих припущень: закон Гука при деформуванні труб та рідини, відсутність тертя в рідині та інших видів розсіювання енергії при ударі, швидкості розподілу швидкості перерізу труби.

Експериментальні дослідження гідравлічних ударів показують, якщо рідина не містить домішок повітря і початковий тиск p_0 невеликий, то формула Жуковського досить добре реалізується експериментом, незважаючи на зроблені вище припущення. Нерівномірність розподілу швидкостей і, отже, режим течії в трубі (ламінарний або турбулентний), мабуть, повинні впливати на величину Δ*p*_{vл}, оскільки від неї залежить кінетична енергія течії. Однак цей вплив практично відсутній. Це пояснюється тим, що при різкому гальмуванні потоку відбувається різке зміщення рівня рідини і велика втрата енергії на внутрішнє ЩО приблизно компенсує надлишок кінетичної енергії тертя, через нерівномірність швидкостей.

Якщо маємо початковий високий тиск p_0 і великі Δp_{yd} останні дещо більше, ніж за формулою Жуковського, з чого випливає збільшення модуля K, тобто, порушення лінійності змін деформації щодо виявлення тиску. Методи запобігання та обмеження гідроударів підбираються для кожного конкретного випадку. Найбільш ефективним методом зниження Δp_{yd} є усунення прямого гідравлічного удару, що в результаті призводить до збільшення часу використання кранів та іншого обладнання. Аналогічний ефект досягається установкою перед пристроями компенсаторів як достатніх місцевих обсягів, гідроакумуляторів або запобіжних клапанів. Зменшення швидкості рідини в трубопроводах (збільшення діаметра труб при заданій витраті) та зменшення довжини трубопроводу (для отримання непрямого удару) також сприяє зменшенню ударного тиску. Іноді замість всіх перерахованих вище способів зменшення Δp_{yd} може бути просто підвищення міцності слабких ланок системи.

Можна порівняти динамічний тиск Δp_{yg} з інерційним тиском $p_{ih} = \rho g h_{ih}$.

Якщо розглядати непрямий удар і припустити, що швидкість рідини v_0 лінійно зменшується у функції часу t при закритті клапана, відношення $\frac{v_0}{t_{3ak}}$ з формули (2.55) можна замінити прискоренням $a = \frac{dv}{dt}$. Тоді ця формула набуває вигляду

$$\Delta p'_{\rm yg} = 2\rho a l$$

або

$$\Delta h'_{\mathrm{yd}} = rac{\Delta p'_{\mathrm{yd}}}{
ho g} = 2rac{a}{g}l = 2h_{\mathrm{iH}}.$$

Таким чином, при непрямому гідроударі ударний напір (або тиск) у 2 рази більший за інерційний напір. Тому за необхідності розрахунку міцності труби розрахунок слід вести не за інерцією, а за ударним тиском.

На рис. 2.20 представлений графік, що порівнює стрибок тиску (суцільна лінія) та інерційний тиск $\Delta p_{\rm vg}$ (пунктирна лінія) залежно від часу закриття крана.



Рисунок 2.20 – Порівняння ударного та інерційного тиску

Перший будується за формулою (2.55) при $t_{3ak} > t_0$, а за $t_{3ak} < t_0$ важається постійним згідно (2.50); друге визначається за формулою $h_{ih} = \frac{a}{g}l$ із заміною

$$a = rac{v_0}{t_{
m зак}}$$
 та $p_{
m iH} =
ho g h_{
m iH}$

Як видно на графіку, створеному при $v_0 = const$ та $t_{3ak} = \frac{t_0}{2}$, $\Delta p_{yd} = p_{ih}$. Однак, якщо $t_{3ak} < t_0$, інерційний тиск нереальний; то при $t_{3ak} > t_0$ інерційний тиск можна розглядати як середній тиск у часі при гідравлічному ударі [3].

2.11 Висновки

Якщо наведене число Рейнольдса менше одиниці, то вплив конвективної складової сили інерції можна знехтувати порівняно з силою в'язкого тертя. Тому тиск уздовж каналу змінюється нелінійно. Тільки у каналі постійного перетину зберігається лінійна зміна тиску.

Таким чином, для ламінарного режиму течії швидкість по товщині каналу зміниться за параболічним законом, як і в циліндричному дроселі.

3 формулою Хаген-Пуазейля для плоского каналу, випливає, що мала конусність мало впливає на величину витрати. Наприклад, для θ=0,2 витрата зменшується на 8% порівняно з витратою через канал паралельними стінками. Слід зазначити, що зменшення витрати залежить від знака конусності. Таким чином, у разі ламінарного перебігу витрата пропорційна першому ступеню перепаду тиску. Тобто швидкість змінюється за параболічним законом, симетрично щодо осі каналу.

Можна відзначити, що середня швидкість на ділянці перерізу аналогічна до середньої швидкості в конічній трубі. Надалі коефіцієнт опору тертя для гідравлічно - гладких каналів виражатиметься узагальненою формулою Блазіуса.

Витрати напірного потоку через плоский канал залежать від числа Рейнольдса, яке, своєю чергою, залежить від потоку. Оскільки похідна від швидкості на осі каналу дорівнює нулю, дотичне напруження на осі теж дорівнює нулю. Напруження на стінках в будь-якому перетині однакові за величиною та напрямом для обох стінок, що відповідає умові симетрії потоку.

На рис.2.4 показані графіки зміни тиску довжиною каналу залежно від параметра конусності. Таким чином, величина і знак параметра конусності істотно впливають на розподіл тиску, водночас на витрату майже не впливає.

Слід ще раз підкреслити, що силові характеристики без урахування інерції не включають у явному вигляді величину відхилення. Відхилення входить лише у параметр конусності. Його вплив очевидний при обліку місцевих гідравлічних опорів, тобто, втрат напору на вході в канал та виході з каналу.

При русі рідини з відносно великої камери під надлишковим тиском через вузький канал частина потенційної енергії тиску витрачається на подолання місцевих гідравлічних опорів, пов'язаних з раптовим звуженням потоку (незворотні втрати), а частина переходить у кінетичну енергію рідини. Якщо канал має низький опір тертя по довжині в порівнянні з місцевим опором, падіння тиску на вході та відновлення на виході можуть становити більшу частину загального перепаду та суттєво впливати на витрати.

Втрата тиску на початковій ділянці витрачається на:

- подолання опору по довжині ділянки ;

- зміну кінетичної енергії, пов'язаної зі зміною зазору вздовж каналу ;

- збільшення кінетичної енергії потоку, за рахунок перебудови профілю швидкості на початковій ділянці.

Втрати на тертя не пов'язані з початковою ділянкою та повністю визначаються формулою Хагена-Пуазейля для всього каналу. Якщо до перепаду тиску, що визначається за формулою Дарсі-Вейсбаха, додати втрати на вході та відняти відновлення тиску на виході, тоді отримаємо повне навантаження втрат, виражене швидкісним напором у середній частині. Таким чином, місцеві коефіцієнти втрат на вхід у канал і на його вихід приймаються постійними, залежними тільки від форми вхідного та вихідного фронтів, та їх обтічність.

Повний потік через кільцеподібний ексцентричний канал є результатом суми елементарних витрат по всьому колу. Об'ємна витрата збільшується зі збільшенням ексцентриситету. У разі стаціонарного руху місцеве прискорення скрізь дорівнює нулю.

Рівняння Д. Бернуллі є одним із основних рівнянь гідромеханіки.

Отримано рівняння одновимірного руху для потоку кінцевих розмірів. Незважаючи на те, що рівняння не є суворим і його висновок спирається на наближені припущення, воно успішно застосовується в інженерних розрахунках. Це рівняння називають рівнянням Бернуллі для руху, що не встановився.

Гідравлічний удар - є коливальний процес, що виникає в пружному трубопроводі з рідиною, при різкій зміні її швидкості. Цей процес дуже

швидкоплинний і характеризується чергуванням різких підвищень та знижень тиску. Зміна тиску тісно пов'язана з пружною деформацією рідини та стінок труби.

Поняття про швидкість "рідкої частини". У дослідах Н.Є. Жуковського зареєстровано до 12 повних циклів із поступовим зниженням Δp_{yd} за рахунок тертя у трубі та дисипації енергії в баку. Зменшення швидкості рідини в трубопроводах (збільшення діаметра труб при заданій витраті) та зменшення довжини трубопроводу (для отримання непрямого удару) сприяє зменшенню ударного тиску.

При непрямому гідроударі ударний напір (або тиск) у 2 рази більший за інерційний напір. Тому за необхідності розрахунку міцності труби розрахунок слід вести не за інерцією, а за ударним тиском.

72

3 РОЗРАХУНОК ШПАРИННОГО УЩІЛЬНЕННЯ ПРИ НАЯВНОСТІ ГІДРОУДАРУ

Використовуючі наведені дані у парагравах вище, запишемо рівняння для розрахунку шпаринного ущільнення (рис. 3.1)



Рисунок 3.1 – Шпаринне ущільнення відцентрового насосу

Для перетину 1 – 1 та 2 – 2 (рис. 3.1) запишемо рівняння Бернуллі

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum h_{1-2}, \qquad (3.1)$$

так як $z_1 = z_2 = 0$; $v_1 = v_2 = 0$ то

$$P_1 - P_2 = \gamma \left(\sum h_{1-2} \right).$$
 (3.2)

У цій формулі
$$\sum h_{1-2} = h_{\text{BX}} + h_{\text{довж}} + h_{\text{BHX}} = \zeta_{\text{BX}} \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l}{D_{\Gamma}} \frac{v^2}{2g} + \zeta_{\text{BHX}} \frac{v^2}{2g} = \begin{cases} \zeta_{\text{BX}} = 0.5 \\ \zeta_{\text{BHX}} = 1.0 \\ \lambda = 0.04 \\ D_{\Gamma} = 2h \end{cases}$$
$$= [0.5 + \lambda \frac{l}{2h} + 1.0] \frac{v^2}{2g}$$

де $\zeta_{\rm BX}$ –коефіцієнт опору на вході у шпарину,

 $\zeta_{\text{вих}}$ –коефіцієнт опору на виході з шпарини,

*D*_г – гідравлічний діаметр.

З урахуванням того, що

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho v^2}{2} \left(1.5 + \lambda \frac{l}{2h} \right),$$

маємо

$$\frac{P_1 - P_2}{0.5\rho\left(1.5 + \lambda \frac{l}{2h}\right)} = v^2,$$

звідси виразимо швидкість

$$v = \sqrt{P_1 - P_2} \cdot \left[0.5\rho \left(1.5 + \lambda \frac{l}{2h} \right) \right]^{-0.5}$$

Домноживши праву і ліву частину рівняння на $2\pi rh$, отримаємо

$$\underbrace{2\pi rh \cdot v}_{Q} = 2\pi rh \cdot \left[0,5\rho \underbrace{\left(1,5+\lambda \frac{l}{2h}\right)}_{\zeta_{\text{onip}}}\right]^{-0.5} \cdot \sqrt{P_{1}-P_{2}}$$

де $\zeta_{\text{опір}}$ — коефіцієнт опору циліндричної шпарини;

- l = 2L довжина циліндричної шпарини;
- *L* половина довжини циліндричної шпарини.

Беручи різні довжини шпаринного каналу, на проміжутку від 5 до 200 мм, та приймаючи $r = 70 \cdot 10^{-3}$ м, $P_1 = 100$ атм $\approx 10 \cdot 10^6$ Па та $P_2 = 50$ атм $\approx 5 \cdot 10^6$ Па підставляючи по попередній формулі у програмі Mathcad отримаємо вихідні дані (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Розрахунки швидкості та втрат при різних довжинах шпарини

	AGEORDY VICTORORODOTO.	
<i>l,</i> мм	$v, \frac{M}{c}$	$Q, \frac{M^3}{c}$
200	23,9	0,00263
100	32,44	0,00357
80	35,58	0,00391
60	39,84	0,00438
50	42,64	0,00468
40	46,13	0,00507
30	50,64	0,00557
25	53,45	0,00587
20	56,79	0,00624
15	60,85	0,00669
10	65,93	0,00725
5	72,54	0,00797

За даними розрахунків в таблиці 3.1 можна одразу побачити закономірність, що при зменшенні довжини, зростає швидкість рідини, а зі швидкістю зростають і витрати рідини. Це відповідає закон Бернуллі для в'язкої рідини.

Припустимо, що на валу рівно посередині шпаринного ущільнення є n – на кількість пластинок, які прикріплені і обертаються разом з валом, і в свою чергу перешкоджають вільному протіканню рідини по шпарині. У такому випадку до рівняння Бернулі у правій частині додамо складову h_{yg} у формулі (3.1).

Для перетину 1 – 1 та 2 – 2 (рис. 3.2) запишемо рівняння Бернуллі вже з урахуванням гідравлічного удару.



Рисунок 3.2 – Поліпшене шпаринне ущільнення при наявності

гідравлічного удару

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum h_{1-2} + h_{yg}.$$
 (3.3)

Запишемо формулу для визначення h_{yg} .

$$h_{\rm yg} = \frac{L}{g} \frac{dv}{dt},\tag{3.4}$$

із другого закону Ньютона

$$\overline{F} = m\overline{a}$$
,

де $F = \rho Q v = \rho v^2 S_{\Pi \Lambda}$ та $F = \rho L S_{\Pi \Lambda} \frac{dv}{dt}$, прирівнявши їх , отримаємо складову прискорення з урахування якого із формули (3.4) будемо мати так, як

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v^2}{L}$$

то отримаємо (будемо мати)

$$h_{\rm yg} = rac{1}{2} rac{L}{g} rac{v^2}{L} = rac{1}{2} rac{v^2}{g}.$$

Розглянемо два випадки можливого обтікання пластин вузла.

В першому випадоку, приймаємо коефіцієнт $\frac{1}{2}$ вважаючи, що гідравлічний удар діє порівну, справа і зліва при обтіканні пластин.

$$h_{\rm yg} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}.$$

Так як $z_1 = z_2 = 0$; $v_1 = v_2 = 0$ то рівняння (3.2) набуває вигляду

$$P_1 - P_2 = \gamma \left(\sum h_{1-2} + h_{\rm yg}\right)$$

тоді перепишемо формулу (3.3)

$$\sum h_{1-2} + h_{yd} = h_{BX} + h_{dOBK} + h_{BHX} + h_{yd} = \zeta_{BX} \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l}{D_{\Gamma}} \frac{v^2}{2g} + \zeta_{BHX} \frac{v^2}{2g} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}$$
$$= \begin{vmatrix} \zeta_{BX} = 0.5 \\ \zeta_{BHX} = 1.0 \\ \lambda = 0.04 \\ D_{\Gamma} = 2h \end{vmatrix} = [0.5 + \lambda \frac{l}{2h} + 1.0 + 2.0] \frac{v^2}{2g}$$

Розрахунки для першого випадку зведені у таблиці 3.2.

цравлічного удару у першого випадку $\left(h_{\mathrm{yd}}=rac{v^2}{g} ight)$		
<i>l</i> , мм	$v, \frac{M}{C}$	$Q, \frac{M^3}{c}$
200	22,64	0,00249
100	29,48	0,00324
80	31,78	0,00349
60	34,71	0,00381
50	36,51	0,00401
40	38,63	0,00424
30	41,17	0,00452
25	42,64	0,00468
20	44,28	0,00486
15	46,13	0,00507
10	48,22	0,0053
5	50,63	0,00556

Таблиця 3.2 – Розрахунки швидкості та витрат рідини, з урахуванням

Для другого випадку аналогічно, у рівнянні Бернуллі (3.3) справа додається складова $h_{\rm yg}$ (3.4).

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum h_{1-2} + h_{y_A}$$

Запишемо формулу для визначення h_{yd} ,

$$h_{\rm yg} = \frac{L}{g} \frac{dv}{dt},$$

і виразивши через другий закон Ньютона отримуємо, вже рівняння з другим випадком гідравлічного удару, приймаючи коефіцієнт 1. В Цьому випадку, що відповідає ідеальному випадку, гідравлічний удар спрацьовує повністю. Маємо

$$h_{\rm yg} = \frac{v^2}{g}$$

Так як $z_1 = z_2 = 0$; $v_1 = v_2 = 0$ то рівняння (3.2) набуває вигляду

$$P_1 - P_2 = \gamma \left(\sum h_{1-2} + h_{\rm yg} \right)$$

тоді перепишемо формулу (3.3)

$$\sum h_{1-2} + h_{yq} = h_{BX} + h_{QOBW} + h_{BHX} + h_{yq} = \zeta_{BX} \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l}{D_{\Gamma}} \frac{v^2}{2g} + \zeta_{BHX} \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{g}$$
$$= \begin{vmatrix} \zeta_{BX} = 0.5 \\ \zeta_{BHX} = 1.0 \\ \lambda = 0.04 \\ D_{\Gamma} = 2h \end{vmatrix} = [0.5 + \lambda \frac{l}{2h} + 1.0 + 4.0] \frac{v^2}{2g}$$

Розрахунки для другого випадку зведені у таблиці 3.3.

	<i>y</i> ,	
<i>l</i> , мм	$v, \frac{M}{c}$	$Q, \frac{M^3}{c}$
200	21,56	0,00237
100	27,21	0,00299
80	28,98	0,00318
60	31,15	0,00342
50	32,44	0,00356
40	33,9	0,00372
30	35,57	0,00391
25	36,51	0,00401
20	37,52	0,00412
15	38,63	0,00424
10	39,84	0,00438
5	41,16	0,00452

Таблиця 3.3 – Розрахунки швидкості та витрат рідини, з урахуванням

гідравлічного удару у першого випадку $\left(h_{yg} = 2\frac{v^2}{g}\right)$

По даним таблиць 3.1, 3.2 і 3.3 залежність витрат через циліндричний дросель приведена на рис 3.3.



Рисунок 3.3 – Залежність *Q* від *l* на основі отриманих данних табл. 3.1, 3.2, 3.3 (1 – без пластинок; 2 – з коефіцієнтом $\frac{1}{2}$ при наявності пластин; 3 – з коефіцієнтом 1 при наявності пластин)

На рисунку 3.4 показано напірний графів на довжині шпарини 25 мм, без урахування і з урахуванням видів гідроударів.





Рисунок 3.4 – Напірний графік шпарини довжиною 25 мм для ущільнень 1,2,3 згідно рис 3.3

3.1 Висновок

1. Отримано розрахункові залежності для хнаходження витрат рідини через шпаринне ущільнення при наявності гідроудару.

2. Проведено порівняльний аналіз по витратам рідини через циліндричний дросель без і при наявності запропонованого гідроудару.

Для першого випадку при $\left(h_{yg} = \frac{v^2}{g}\right)$ витрати зменшуються майже на 20%, а при другому випадку $\left(h_{yg} = 2\frac{v^2}{g}\right)$ – майже на 40%, що суттєво підвищує ККД насоса.

ВИСНОВКИ

1. Проведено огляд літератрурних джерел по дроселюючим шпаринам

відцентрових насосів. Показано, що існує багато питань і по витратам рідини і по динаміці ротора. По відпрацьованим літературним джерелам основний напрямок зосереджено на зменшенні витрат рідини через дроселюючі шпарини.

2. В роботі запропоновано і надано конструктивне роз'яснення використання можливості зменшення витрат рідини через застосування гідравлічного удару в шпаринному ущільненні. Наведено конструктивне рішення запропонованої задачі.

3. Показано, що в рівняннях руху рідини записаниз в повному вигляді інерціонна складова напору потока рідини при раптовому тормозінні потоку, призводить до зменшення витрат рідини через появу стрибка тиску (напору). Запропоновані теоретичні залежності розрахунку гідроудару за вимоги зменшення витрат рідини через дроселюючий канал. Отримано, що в деяких випадках зменшення витрат рідини, при наявності гідроудару, сягають до 40% у порівнянні з простою конструкцією. Результат розрахунків наведені в роботі у вигляді таблиць і рисунків.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

 Калініченко П.М., Філатов В.В. Полішення характеристик дроселюючих ущільнень використанням гідроудару / Тез. доп. □ Всеукраїнської науково – технічної конференції "Сучасні технології у промисловому виробництві" – Суми. 2022 – с.122.

Марцинковський В.А. Вібрації роторів відцентрових машин: В 2 книгах.
 Книга 1. Гідродинаміка дроселюючих каналів. – Суми: Вид-во СумДУ, 2002. –
 337 с. – Російською мовою.

3. Гідравліка, гідромашини та гідроприводи: Підручник для машинобудівних вузів/Т.М. Башта, С.С. Руднєв, Б.Б. Некрасов та інших.- 2-ге вид., перераб.- М.: Машинобудування, 1982. – 423с., ил.

Forsyth J., Hanzon M., Gawlinski M., Świtalski P. Pompy-Pompownie. N11.
 (73), s. 44 – 46.

5. Петрик А.Д..Подласов А.В., Евреенко Ю.П. Насосы и мелиоротивные насосные станции. – Львов: Вища школа, 1987. – 168 с.

 Краев М.В., Проектирование и расчет уплотнений высокооборотных валов. – Красноярск,: изд-во Красноярского политехнического института, 1978. – 111 с.

7. Марцинковский В.А., Ворона П.Н. Насосы атомных электостанций. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 256 с.

8. Ломакин А.А. Питательные насосы типа СВП–220–280 турбоустановки высоких параметров // Энергомашиностроение. 1955, N 2, с. 1-10.

9. Этингер С.М. Опыт наладки и освоение в эксплуатации питательных насосов сверхвысокого давления типа СВП–220–280 на Черепетской ГРЭС / Паро- и газотурбостроение. 1957, вып.5, с. 155-177.

Бедчер Ф.С., Ломакин А.А. Определение критического числа оборотов насоса с учетом сил, возникающих в уплотнениях / Паро– и газотурбостоение.
 1957, вып. 5, с. 249 – 269.

11. Ломакин А.А. Расчет критического числа оборотов ротора и условия

обеспечения динамической устойчивости роторов высоконапорных гидромашин с учетом сил, возникающих в уплотнениях // Энергомашиностроение. 1958, N 4, с. 1-5.

12. Black M.F., Jenssen D.W. Dynamic hybrid bearing characteristics of annular cantrolled leakage seals/ Prod. J.M.E. 1970, v. 184, p 92–100.

13. Childs D.W. Finite length solutions for rotordynamic coefficients of turbulent annular seals /ASME. 1982, 82-LUB-42.

14. Childs, D.W., Dressman J.B. Convergent tapered annular seals: Analysis and Testing for Rotordynamic Coefficients/ ASME J. Of Tribology. 1985, v. 107, p. 307-317.

15.Марцинковський В.А. Шпаринні ущільнення: теорія і практика. – Суми: Вид-во СумДУ, 2005. – 416с. – Російською мовою.

16. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика: Учебник для вузов по специальности «Гидравлические машины и средства автоматики». 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностр., 1987. – 440 с.

