

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
Факультет технічних систем та енергоефективних технологій
Кафедра комп'ютерної механіки імені Володимира Марцинковського

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
бакалавра
на тему
Проектування та розрахунок на міцність рами кузова

Виконав: студент 4 курсу групи КМ–81/1

Козубенко А.І.

Рівень підготовки: бакалавр

Спеціальність: 131 Прикладна механіка

ОПП: Комп'ютерний інжиніринг в
механіці

Керівник: асистент Позовний О.О.

Рецензент: зав. кафедри Загорулько А.В.

Суми – 2022

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота бакалавра: 41 с., 23 рис., 29 джер.

Об'єктом дослідження є рама причепа 2-ТСП8 тракторного самоскидного причіпа.

Метою роботи є створення об'ємної моделі рами причепа для аналізу міцності конструкцій з урахуванням лінійності та нелінійності характеристики матеріалу.

Методи дослідження – числовий розрахунок проводився з застосуванням програмного комплексу Ansys для розрахунку деформацій в статичній постановці та визначення еквівалентних напружень за Мізесом (четверта теорія міцності).

В роботі була побудована об'ємна модель рами причепа та підготовлена для розрахунку, на основі спроектованої моделі було проведена її підготовка до розрахунку, була побудована розрахункова сітка та задані граничні умови в сучасному програмному комплексі.

На основі результатів, що було отримано, проведено аналіз такої конструкції та вдосконалено її. В результаті таку методику розрахунку можна використовувати і для інших подібних систем.

**МІЦНІСТЬ, НАПРУЖЕННЯ, ЛІНІЙНИЙ АНАЛІЗ, НЕЛІНІЙНИЙ АНАЛІЗ,
ЧИСЛОВИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ**

ЗМІСТ

ВСТУП	6
Розділ 1. Принцип роботи та розрахункова схема.....	8
1.1 Огляд існуючих моделей.....	8
1.2 Принцип роботи та приклади розрахунків на міцність	13
1.3 Постановка завдання.....	16
1.4 Висновки	17
Розділ 2. Підготовка геометричної моделі	18
2.1 Розробка геометричної моделі.....	18
2.2 Висновки до другого розділу.....	21
Розділ 3. Розрахунок рами причепа.....	22
3.1 Підготовка геометричної моделі до розрахунку	22
3.2 Огляд розрахунку рами в аналітичній постановці	24
3.2 Задання граничних умов для конструкції.....	27
3.3 Результати розрахунку.....	31
3.4 Вдосконалення моделі.....	34
3.5 Задання граничних умов для нової конструкції.....	35
3.6 Результати розрахунку нової конструкції.....	35
ВИСНОВКИ.....	37
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	38

ВСТУП

На дорогах чи в полі – сучасна транспортна техніка на сьогоднішній день має відповідати різноманітним вимогам.

Роль транспорту у сільськогосподарському виробництві значна. Важливою ланкою технологічного ланцюжка всього аграрного виробництва, у сільському господарстві на внутрішньогосподарських перевезеннях є сегмент причіпної транспортної техніки та її технічний стан.

На внутрішньогосподарських перевезеннях вантажів у сільському господарстві поряд з автотранспортом збереже своє значення та тракторний транспорт [1, 10, 11, 18]. Він розвиватиметься у напрямі підвищення вантажопідйомності причепів до 15-30 т, збільшення транспортної швидкості до 40 км/год, оснащення універсальних причепів змінними кузовами, а спеціалізованих - пристосуваннями для навантаження та вивантаження [20, 21]. Зростання вантажопідйомності вимагатиме реконструкції вагового господарства сільськогосподарських та заготівельних переробних підприємств [1, 2, 7, 12], важливу роль у цьому процесі грає технічна експлуатація [9, 14, 19].

Тракторний транспорт у реальних умовах експлуатації працює на дорогах із змінним рельєфом, хвилястим профілем покриття, на ґрунтах з різною твердістю та вологістю. При русі транспортних засобів на підвищених швидкостях має місце виляння причепа з боку в бік, що постійно супроводжує тракторний транспорт під час його експлуатації. Внаслідок цього погіршується робота рушіїв, трансмісії, погіршуються динамічні та експлуатаційні характеристики техніки, умови праці оператора. Щоб знизити амплітуду коливань причепа, оператор змушений посилено працювати кермовим колесом або знижувати швидкість руху, що в свою чергу позначається на втоми оператора, а також продуктивності та маневреності транспортного засобу [3, 4].

Застосування таких енергонасичених тракторів у складі тракторних поїздів відкриває можливість збільшення швидкості руху та вантажопідйомності причепів. Тому питання підвищення стійкості та безпеки руху набувають достатньої актуальності та значущості [5, 6].

Під час розробки типажу тракторних причепів слід виходити з перспектив розвитку тракторів та потреб сільськогосподарського виробництва. При цьому трактор не повинен розглядатися лише як тягач.

Розділ 1. Принцип роботи та розрахункова схема

1.1 Огляд існуючих моделей

Важливою ланкою технологічного ланцюжка всього аграрного виробництва у сільському господарстві на внутрішньогосподарських перевезеннях є сегмент причіпної транспортної техніки та його технічний стан [8, 9].

Важкі та негабаритні вантажі транспортуються спеціально розробленими причепами. Ці причепа відрізняються один від одного як допустимими межами навантаження, так і розміром.

Ступінь спеціалізації – пристосування до перевезення окремих вантажів. Висока спеціалізація, з одного боку, полегшує транспортування специфічних вантажів, але з іншого боку обмежує асортимент перевозимих вантажів.

Аналіз вантажів існуючих номенклатурних груп (відповідно до класифікатора промислової і сільськогосподарської продукції) дає можливість виявити визначальний вплив їхнього характеру і властивостей на сформовану спеціалізацію рухомого складу, що розвивається, і надалі розробити раціональну структуру парку рухомого складу в залежності від структури вантажообігу різних номенклатурних груп вантажів.

Роботу транспортних засобів оцінюють за показниками технічного стану рухомого складу, організації транспортного процесу та раціонального використання рухомого складу.

Такими показниками є:

- Коефіцієнт технічної готовності рухомого складу;
- технічна та експлуатаційна швидкості руху;
- коефіцієнти використання пробігу та вантажопідйомності (пасажиромісткості);
- Об'єм перевезень.

Успішне виконання сільськогосподарських робіт у значній ступеня пов'язано зі своєчасним та об'ємним переміщенням різних матеріалів, таких як корми, добрива, будівельні та інші вантажі.

Багато зазначених робіт здійснюється автотранспортом, проте, якість сільськогосподарських доріг та робота в польових умовах суттєво впливає на своєчасну та якісну заготівлю кормів. Тому важливу складову машин тракторного парку будь-якого сільськогосподарського виробництва грає наявність сучасних автомобілів, тракторних причепів та напівпричепів.

При визначенні потрібного виду та марки причепа транспортних засобів потрібно:

- технічну характеристику транспортних засобів (швидкість, вантажопідйомність, витрата палива тощо);
- вид та клас вантажу;
- групу вантажу з трудомісткості навантаження та розвантаження;
- клас доріг;
- вид маршруту, кількість їздок, тривалість часу роботи;
- відстань та час пробігу;
- Експлуатаційні показники агрегату;

Необхідно впроваджувати тракторні причепа з активним переднім мостом, встановлювати шини зі зниженим тиском (0,75 МПа), дообладнати причепа та напівпричепа бортами (основними, надставними та змінними), а також автоматичним пристроєм для загальмовування коліс у разі аварійної розчіпки з трактором.

Транспортні засоби доставляють паливо, мастильні та будівельні матеріали, добрива, машини, агрегати, сільськогосподарську продукцію і т. д.

Тому вантажі сільськогосподарського призначення ступеня завантаження та використання вантажопідйомності транспортних кузовів діляться на два види: мало-і багато об'ємні. До перших відносяться зерно, добрива, ґрунт і т. д., до других – солома, сіно, гній, силосна маса і т. д.

Так, наприклад, на внутрішньогосподарських перевезеннях у сільському господарстві у складі тракторних поїздів широко використовується напівпричіп самоскидний тракторний ТСП (рис. 1), призначений для транспортування різних сільськогосподарських вантажів, зерна, коренеплодів, органічних добрив, будівельних матеріалів та інших вантажів з вивантаженням. Напівпричіп має балансирний візок з 4-ма шинами, що підвищує плавність ходу, та обладнаний пневматичною гальмівною системою.



Рисунок 1 – Напівпричіп самоскидний тракторний ТСП

Розвантаження вантажів, що перевозяться, здійснюється через задній борт напівпричепа, який має два варіанти відкривання: автоматично відкривається при перекиданні кузова задній клапан і двостулкові дверцята, що відчиняються і зачиняються вручну.

Напівпричіп ТСП може бути обладнаний перевантажувачем зерна.

Причеп 2ТСП (рис2) має дві осі та має вигризок не тільки через задній борт напівпричепа а й через бокові борти.



Рисунок 2 – Напівпричіп самоскидний тракторний 2ТСП

Причіп ПСКТ (рис. 3) призначений для транспортування та розвантаження різних сільськогосподарських та будівельних вантажів. Причіп оснащений конусним кузовом для полегшення висипу вантажів. Ефективний при транспортуванні та механізованого розвантаження силосу, зерна, тирси, гною, компосту, а також «важких» вантажів – коренеплодів, піску, щебню або снігу.

Автономна гідравлічна система дає можливість експлуатувати причіп, коли трактор не має необхідної потужності гідросистеми, а також у випадку, якщо причіп використовується декількома операторами (не перемішується масло тракторів).



Рисунок 3 – Напівпричіп самоскидний ковшовий тракторний

Причепи-самоскиди фірми V.V. BECO (Нідерланди) здатні перевозити важкі вантажі масою від 16 до 26 тон [1]. Стабілізація причепа дозволяє виконувати вивантаження як на слизькій ділянці місцевості, так і на ухилі. Самоскид оснащений гідравлічною підвіскою, яка пропонує більше комфорту на високих швидкостях, а також забезпечує чудові позашляхові якості.

Сільськогосподарські причепи моделей SUPER від фірми V.V. BECO (рис. 4) відомі своєю міцною та надійною конструкцією.

Конструктивними особливостями причепів є: товщина металу 4 мм і 6 мм нижньої плити, двостороння дія гідравлічного заднього борту, кут підйому від 58 до 60 градусів, LED – освітлення, ширина кузова всередині 2450 мм, гідравлічне рульове керування, вантажопідйомність 26 тонн 9600 кг [1]



Рисунок 4 - Загальний вигляд причепа моделі "SUPER"

З метою зниження пошкоджень плодоовочевої продукції, що перевозиться в контейнерах, розміщених у кузові транспортного засоби, необхідне створення пристрою, що сприяє зниженню травмованості при транспортуванні плодоовочевої продукції контейнери у свіжому вигляді від місця збору. Пристрій для транспортування плодоовочевої продукції [11] складається з контейнера для транспортування плодоовочевої продукції, який зверху накривається кришкою, що має пористу форму поверхні.

Технічний результат від використання пристрою полягає в зниженні травмованості вантажу, що перевозиться

1.2 Принцип роботи та приклади розрахунків на міцність

Здатність кузова витримати той чи інший вантаж залежить від підібраних матеріалів, правильності конструкції та якості складання. Візок повинен бути виготовлений із міцного матеріалу, здатного витримати тягар вантажу та будь-які погодні умови.

Так, наприклад, на внутрішньогосподарських перевезеннях у сільському господарстві у складі тракторних поїздів широко використовується напівпричепи самоскидні тракторні з двома вісями (рис. 4), призначений для транспортування різних сільськогосподарських вантажів, зерна, коренеплодів, органічних добрив, будівельних матеріалів та інших вантажів з бокової та заднім вивантаженням.



Рисунок 4 – Загальний вигляд напівпричепи самоскидного тракторного з двома вісями.

Причіп має такі основні характеристики:

- Підвіска ресора осі ADR, передня вісь гальмівна

- Поворотне коло FAD
- Шини розміром 11.5/80-15.3 (навантаження 2.9 т при 30 км/год)
- Гальмівна система пневматична
- Гідроциліндр 5-ти штоковий телескопічний (Італія)
- Вантажопідйомність 6 т
- Причіпне кільце Ø40, Ø50 або Ø90 мм Scharmuller
- Максимальна швидкість 40 км/год
- Габаритні розміри кузова ДхШхВ - 4050 / 2100 / 540 мм

Конструкція причепа складається з двох основних рам, тобто рами шасі та кузова.

Розвантаження вантажів, що перевозяться, здійснюється через задній або боковий борт напівпричепа, який відкривається за допомогою 5-ти штокового гідроциліндра.

Кузов причепа може складатися з одного ярусу або двох ярусів. При двох ярусному причепі кузов складається з переднього не рухомого борту, бічних бортів для розвантаження розділений на верхній та нижній борт. Задній вивантажувальний борт також розділяється на нижній і верхній борт. Борти складаються із двох сталевих пластин, внутрішня пряма, зовнішня має ребристий профіль.

Вага причепа 2100 кг, обсяг при одному ярусі. 4,6 м³, двох'ярусний 8,8 м³.

З цими даними це вважається, що максимальне навантаження, яке несе конструкція, становить 8,1 тони, розподілені по всій поверхні внутрішньої коробки.

Розрахунки на міцність зосереджені на рамі шасі. Рама шасі утворена листовим металом з ребрами жорсткості, прямокутним профілем та

двутавром виготовленими зі сталі. Окремі профілі з'єднуються зварювальним з'єднанням.

Нижня частина цих профілів пристосована для кріплення елементів підвісу. У центральній частині рама, бічні та поздовжні ребра жорсткості приварені. Вони також служать для монтажу гідравлічного циліндру. У передній і задній частинах базової конструкції розташовані шарніри для кріплення відкидання кузова. Ці шарніри дозволяють перекидатися в трьох напрямках. Дишло знаходиться в передній частині причепа виготовленого зі двох швелерів.

Конструкція каркаса також включає інші сталеві елементи, які зміцнюють конструкцію каркаса.

Визначення параметрів є основним кроком у проектуванні конструкції. Один з важливих елементів, пов'язаних з конструкцією причепа є його рама. Визначення вхідних параметрів дуже важливо в умови граничних умов та окремих навантажень для аналізу міцності.

Перший варіант навантаження причепа представляє ситуацію, коли причіп перебуває в статичному положенні (складений) на прямій поверхні або коли він рухається по прямій з постійною швидкістю. Отже, рама шасі навантажується вагою вантажу та масою кузова, обидва навантаження зумовлені гравітаційним прискоренням $9,81 \text{ м}\cdot\text{с}^{-2}$. Надбудова спирається на всі чотири шарніри. Динамічний коефіцієнт δ_D враховується.

Другий варіант навантаження призначений для заднього перекидання кузова. Причіп перебуває в стані спокою і кузов нахилений до максимального положення 50° . Під час процесу перекидання вантажу, вважається 6000 кг . надбудова спирається на два задні кульові шарніри та на шарнір гідроциліндра, розміщеного в центрі рамки.

Третій варіант навантаження розглядає ситуацію, коли надбудова нахилена вбік, не важливо на який бік. Причіп також знаходиться в статичному положенні. Максимальний кут нахилу становить 45° .

Кузов опирається на два шарніри та центр шарніра. Однак дві опори з одного боку в поздовжньому напрямку розглядаються. Реакції розраховуються аналітично за допомогою методу діаграм вільного тіла та відповідних рівнянь рівноваги.

1.3 Постановка завдання

У цій роботі представлено дослідні і дослідно-конструкторський аналіз роботи з проектування рами напівпричепи, зокрема застосування розрахунків.

Заданням роботи є проектування та розрахунок на міцність рами кузова причепа. Для цих цілей необхідно визначити граничні умови яким підвергаються причеп при максимальних навантаженнях. Вони включають визначення діючих навантажень і визначення ступенів свободи.

На збільшених деталях максимальні значення напружень в основному будуть в місцях з'єднання профілів тяги та двох поздовжніх профілів каркасу) і в структурі нормованих шарнірів. Також постановкою завдання є визначити результати безпечної межі плинності та конструкції рами причепа для випадку навантаження, та оцінити як безпечність нагрзуки даного причепа.

Визначити розподіл напружень показуючих структурну напругу рами причепа при визначених зусиллях.

Провести аналізи на міцність рами причепа що покажуть, що проєктована конструкція рами здатна витримувати потрібні навантаження в статичних або квазістатичних робочих станах. Зробити висновок, що каркасна конструкція є безпечною.

Майбутні дослідження в основному будуть зосереджені на аналізі динамічних впливів на структуру.

Сучасні засоби моделювання здатні моделювати не тільки статичне навантаження причепа а й їзду причепа по різній якості дорожнього покриття в залежності від рівня нерівностей дороги. Така модель стане хорошим

способом визначення розподілу напруги під час руху для різних маневрів, під час перекидання, а також для виняткових випадків навантаження, які можуть виникати під час тривалого використання причепа.

1.4 Висновки

Основною метою діяльності було спроектувати тракторний причеп середнього класу з двома віссями. Всі розміри, такі як загальна довжина, ширина і висота, вся вага (включаючи споряджену масу, загальну вагу), максимальна швидкість та інші, відповідають всім вимогам, запровадженим у постанові [6], а також Європейські нормативні акти [7; 8].

Описаний самоскидний кузов конструктивно простий, має малу енергоємність і надійний у роботі. Технічний результат полягає в забезпеченні рівномірного вивантаження продукції, що перевозиться, що відповідає скорочення ушкодженості продукції, що перевозиться, яке досягається за рахунок наявності рухомих поперечних перегородок з можливістю фіксації їх при відкритті в індивідуальних положеннях з поступовим зниженням кута відкриття, що забезпечує рівномірне зменшення вивантажуваного шару перевезення, що характеризується зниженням ушкоджень при економічно доцільній продуктивності.

Оскільки кузов причепа є нещодавно розробленою частиною причепа, також повинно бути аналізоване з точки зору навантаження при погрузці та виграці в причеп. Ці аналізи також включатимуть визначення важливого навантаження випадків, коли каркас кузова буде максимально завантажений.

Щоб забезпечити повний зв'язок між моделюванням і фактичним прототипом, тестування за допомогою деформації вимірювання будуть виконані коротко.

Ця модель повинна правильно відображати реальну поведінку причепа-самоскида.

Розділ 2. Підготовка геометричної моделі

2.1 Розробка геометричної моделі

У відповідності до вимог ДСТУ обов'язковим є проведення досліджень сільськогосподарських причепів на міцність. Дослідження реальних конструкцій не є вартісними, проте для найкращого підбору рами потрібно розрахувати та створити декілька варіантів. Оскільки всі деталі потрібно виготовляти вручну та індивідуально із-за їх унікальності(поки конструкція не встановлена у масове виробництво), це приводить до втрати часу та коштів. Тому більш дешевим та швидким засобом є побудова математичним способом(основи опору матеріалів) моделі та її розрахункової перевірки. Вже після проведених досліджень потрібно підібрати конструкцію.

В наш час сучасні програмні комплекси використовуються майже всіма компаніями, які займаються виготовленням та проектуванням машинобудівних конструкцій. Головною задачею таких програмних комплексів являється створення простої моделі для розрахунків при використанні методики розрахунку, які заміняють натуральні дослідження.

Для початку визначаються габаритні розміри нашої конструкції причепа(довжина 4м, ширина 2м) відповідно до ДСТУ, основних елементів конструкції рами. За такими даними будується об'ємна геометрична модель в програмі SolidWorks.

Модель причепа будується на основі вхідних даних починаючи з рами причепа, оскільки саме вона бере на себе основне навантаження і від її конструкції залежить основні характеристики причепа. Матеріалом кузова приймаємо сталь, призначену для виготовлення кузовних деталей – сталь 20Х. Для конструювання рами використовуються прямокутні профілі та швелери П-подібні(рис.5). Переважно профілі та швелери виконуються з великих штампованих деталей, з'єднаних точковим зварюванням у замкнуту силову систему.

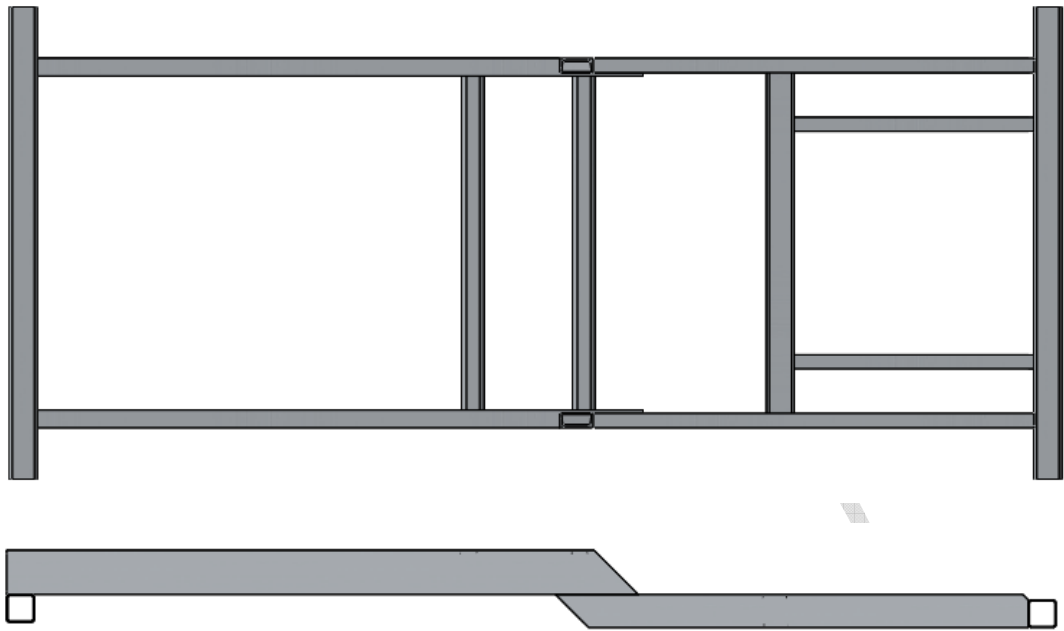


Рисунок 5 Модель рами причепа

При побудові в програмі SolidWorks використовувався 3-Д ескіз(рис.2)

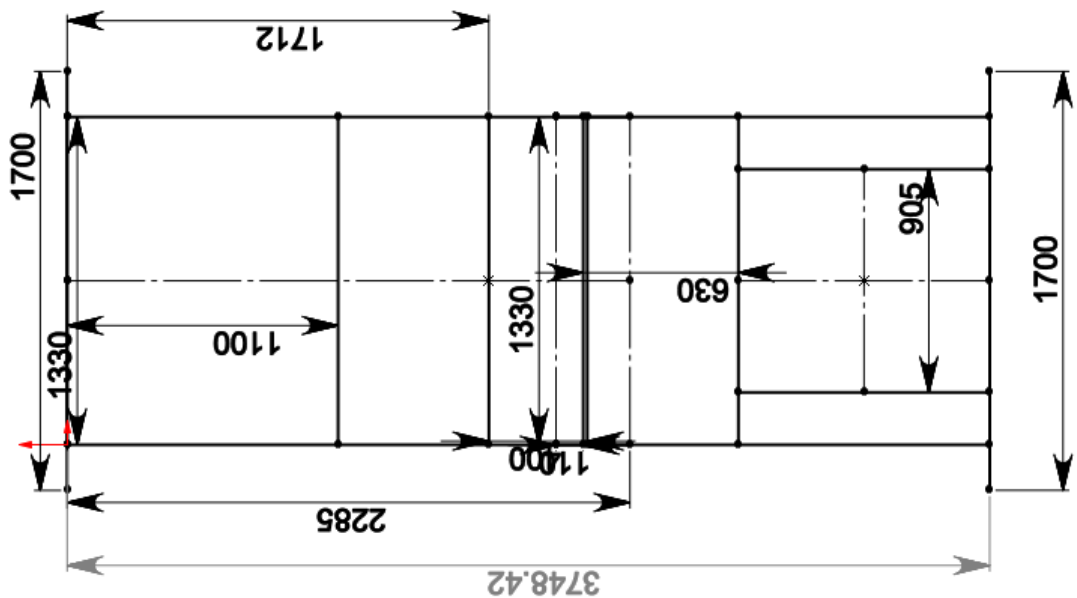


Рисунок 6 – 3Д ескіз рами причепа

на який в подальшому проектувалися п-подібні швелери та прямокутні профілі за допомогою функцій зварних конструкцій в програмі. В результаті

чого було створено модель рами(рис. 5). В подальшому модель рами було доповнено на основі аналогів підсиленнями в місцях кріплення ресор та місцях посадки кузова причепа(рис. 7). Розроблені місці посадки гідроциліндра(рис.7, 2) для підйому кузова та додане поворотне кільце(рис.7, 18) для поворотної рамки, яке також бере на себе навантаження при експлуатації

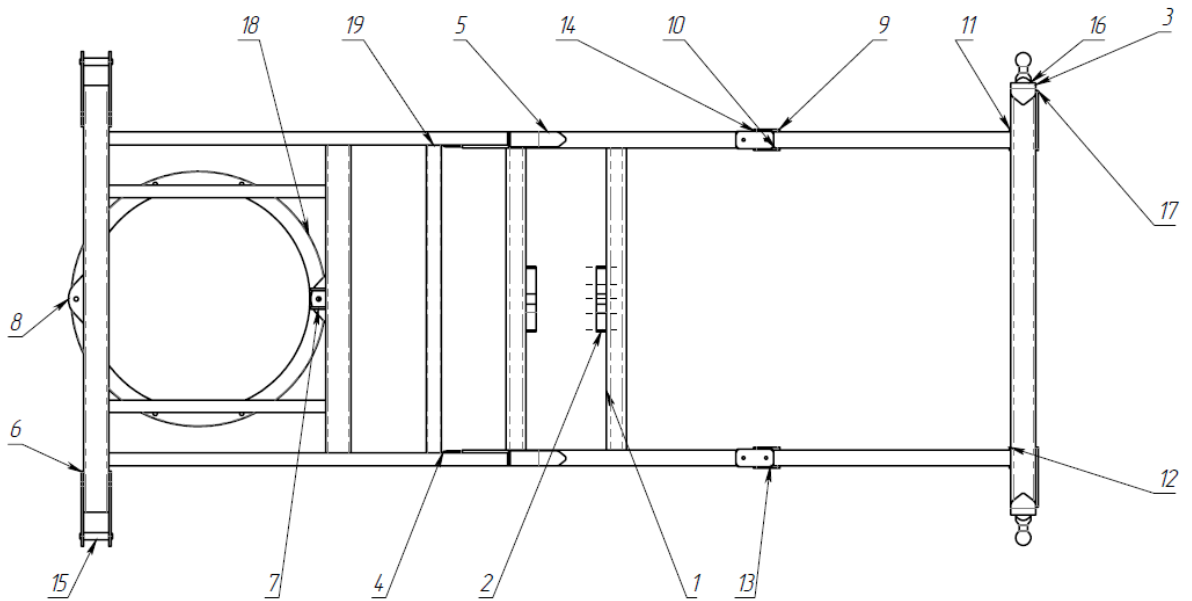


Рисунок 7 – Схема рами причепа з усіма комплектуючими(1 – рама причепа; 2-кріплення гідроциліндра; 3 – пластина під сферу; 4 – накладка на раму мала; 5 – накладка на раму велику; 6 – кронштейн для переднього стакана; 7 – підтримуюча пластина круга; 8 – підкладка під опору круга; 9 – вухо ресори переднє, зовнішнє; 10 – вухо ресори переднє, внутрішнє; 11 – вухо ресори заднє, зовнішнє; 12 – вухо ресори заднє, внутрішнє; 13 – гумова підставка; 14 – упор кузова; 15 – палець повертання; 16 – сфера для заднього стакана; 17 – посилення заднього швелера; 18 – поворотне кільце верхнє; 19 – профіль розпирний)

Під номером 1 на рис.7 додана рама з рис.5, також було підсилено поздовжні профілі в місцях концентраторів напружень(посередині лонжеронів рами та в місцях посадки кузова), при розробці моделі було

додано поворотне кільце 18 на якому закріплена передня частина рами та місця кріплення ресор для закріплення рами.

2.2 Висновки до другого розділу

Несучою системою називають конструкцію, яка сприймає всі навантаження, що виникають при її русі, і є підставою для кріплення вузлів та агрегатів. Рама є важливим елементом причепа. Характерно, що у разі виходу з ладу рами, як і будь-якої іншої системи, що несе, неможлива експлуатація причепа, а ремонтні роботи трудомісткі і дорогі.

Рами поділяють на лонжеронні, хребтові та шарнірні. Лонжерони рами складаються з двох лонжеронів, пов'язаних між собою поперечками. Місця з'єднань лонжеронів та поперечок називають вузлами (рис. 7). Хребтові рами мають одну центральну несучу систему, складену з картерів трансмісії та патрубків. Ці рами не поширені через складність обслуговування трансмісій, підвищених вимог до якості матеріалу, виготовлення та збирання порівняно з лонжеронними.

Шарнірні рами застосовують, як правило, на колісні машини, рух по криволінійній траєкторії якої здійснюється за рахунок повороту шарнірно-з'єднаних секцій (зчленовані колісні машини).

Розділ 3. Розрахунок рами причепа

3.1 Підготовка геометричної моделі до розрахунку

Геометрична модель причепа представлена, як електронна об'ємна модель у форматі програми SolidWorks.

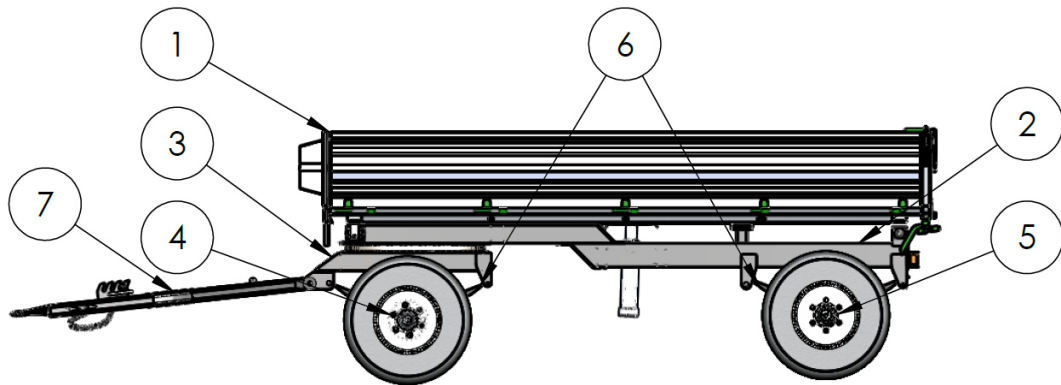


Рисунок 8 – Вид геометричної моделі причепа з рамою: 1 – кузов; 2 – рама; 3 – поворотна рамка; 4 – передня вісь із колесами; 5 – задня вісь із колесами; 6 – ресори; 7 – дишло..

Несучою системою називають конструкцію, яка сприймає всі навантаження, що виникають при русі причепа, і є основою для кріплення вузлів та комплектуючих. Рама є найважливішим елементом причепа. Характерно, що у разі виходу з ладу рами, як і будь-якої іншої системи, що бере на себе основне навантаження, неможлива експлуатація причепа, а ремонтні роботи трудомісткі та дорогі.

Рама кузова(рис. 7) є просторовою несучою системою, навантаженою статичними і динамічними навантаженнями. Напруги в елементах рами визначаються: вигином у вертикальній площині під впливом симетричної системи сил, крученням навколо поздовжньої осі під впливом косиметричної системи сил, вигином у горизонтальній площині, місцевими і вимушеними навантаженнями (навантажена вага, власна вага, зусилля під час руху).

Для того щоб не тільки оцінити загальну піддатливість рами і напруги, що діють у ній, але й виявити небезпечні місця різкої зміни деформацій і напруг і темп їх зміни по довжині рами, значення прогинів, кутів закручування і напруг слід розраховувати для ряду поперечних площин, що проходять через характерні точки (місця приєднання поперечок, зміни висоти або ширини перерізу лонжерону, додаткові навантаження тощо). Результати розрахунку доцільно представляти у вигляді епюр прогинів, кутів закручування та напруги по довжині рами(якщо це програмні комплекси, то доцільно додати розподіл деформацій та напружень по досліджуваній конструкції).

Перед розрахунком на міцність було проведено спрощення геометричної моделі (рис.9) в програмному комплексі ansys. Видалені компоненти, що не впливають на результати розрахунків, а саме: фаски, округлення та додаткові елементи, які не впливають на міцність та жорсткість конструкції. оскільки рама симетрична, то при спрощенні моделі було застосовано симетрію для розрахунку.

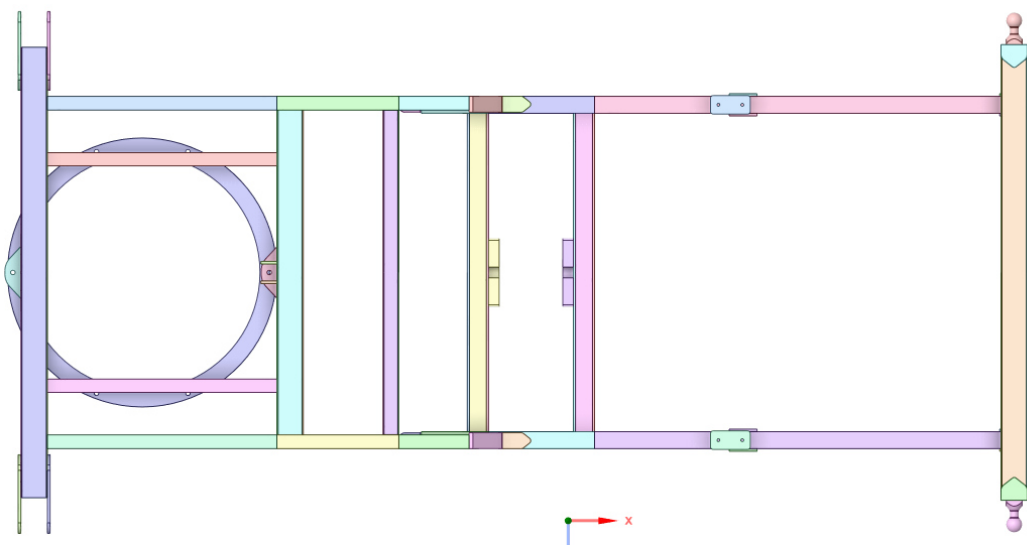


Рисунок 9 – Рама причепа для розрахунку

3.2 Огляд розрахунку рами в аналітичній постановці

Статичні навантаження виникають під дією навантаженої та власної ваги кузова та його рами та від реакцій опор ресор. Під час руху причепа на раму діють динамічні навантаження. Основною причиною виникнення симетричних динамічних навантажень є сили інерції підресорених мас, що діють на раму при коливаннях причепа. Вертикальні та кутові коливання кузова у вертикальній площині обумовлені симетричними складовими прогинів підвіски. Ці коливання викликають згин рами, створюючи напруги в лонжеронах і незначні напруги в поперечках.

Згинальне динамічне навантаження залежить від статичного навантаження та вертикальних прискорень у точках докладання вертикального навантаження

$$P_d = \frac{P_{ст} J}{g} \quad (1)$$

Динамічні навантаження суттєво перевищують статичні та визначаються за допомогою коефіцієнта динамічності:

$$K_d = \frac{P_d}{P_{ст}} \quad (2)$$

Кутові складові прогинів рами та кузова в цілому викликають коливання всієї конструкції кузова та кручення рами, створюючи напруги в поперечних балках.

Для оцінки загальної піддатливості конструкції та напруги, що діють у ній, але й виявити небезпечні місця різкої зміни деформацій і напруг та темп їх зміни по довжині рами, значення прогинів, кутів закручування і напруг слід розраховувати для ряду поперечних площин, що проходять через характерні точки (місця приєднання поперечок, зміни висоти або ширини перерізу лонжерону, додатки навантажень тощо). Результати розрахунку доцільно представляти у вигляді епюр прогинів, кутів закручування та напруги по довжині рами.

Розрахунок на симетричне навантаження (вигин) найпростішої сходової рами полягає у визначенні прогинів та напруг у лонжеронах, представлених у вигляді елементарної балки на опорах.

Напруга вигину в кожному розрахунковому перерізі лонжерону визначають за формулою:

$$\sigma_{зг} = \frac{M_{зг}}{W_{зг}} \quad (3)$$

$M_{зг}$ – згинальний момент.

Згинальний момент розраховується в профілі за формулою:

$$M_{зг} = M_x + Q_x \Delta l_x \quad (4)$$

де M_x та Q_x – згинальний момент та перерізуюча сила в попередньому перерізі, значення яких вже відомі; Δl_x – відстань між перерізами.

Допустима напруга при короткочасних динамічних навантаженнях можна наближено визначити як

$$[\sigma_{зг}] \leq \frac{\sigma_s}{1,4(1+K_d)} \Delta l_x \quad (5)$$

σ_s – границя міцності матеріалу рами кузова.

При розрахунку на косиметричне навантаження (кручення) рама, що складається з двох лонжеронів, пов'язаних декількома поперечними профілями, буде статично невизначеною системою. Силкові фактори, що діють в елементах статично невизначеної системи (і кути закручування), можуть бути визначені різними методами, що викладаються в курсах опору матеріалів, пов'язані з громіздкими та трудомісткими обчисленнями. Однак за деяких припущень розрахунок може бути значно спрощений, або виконані за допомогою методів кінцевих елементів.

Навантажувальні режими і розрахунок рами кузова складні, оскільки кузов, є складною оболонковою конструкцією з різними прорізами і стійками. Донедавна основним методом оцінки міцності кузова вважалися стендові та дорожні випробування на вигин та кручення при навантаженні з тензометруванням напруг у великій кількості точок.

Як відомо, жорсткість рами кузова забезпечується застосуванням лонжеронів. На підставі цього діє правило, що при руйнуванні чи порушенні паралельності лонжеронів експлуатація причепа стає небезпечною або неможливою. Під час експлуатації буде відбуватися неконтрольоване занесення.

Деформації та напруги, що діють у кузові, можна визначати різними аналітичними методами:

1. наближеним - методом потенційної енергії, що використовується при порівняльних розрахунках на початковій стадії проектування кузова;
2. точним - методом, заснованим на теорії тонкостінних стрижнів, що застосовуються зазвичай після завершення проектування кузова;
3. методом кінцевих елементів, що представляє практично необмежені можливості для аналізу напруг і деформацій (вібрацій) у кузові, але потребує застосування ЕОМ(електро-обчислювальних машин).

Основним методом оцінки міцності кузова є стендові або дорожні випробування кузова на вигин та кручення.

Міцність кузова оцінюють за межею текучості матеріалу σ_s . При односторонньому розтягуванні або стисненні напруги, що допускаються, визначають за формулою:

$$\sigma_p = \frac{\sigma_s}{K_\delta} \quad (6)$$

де K_δ Коефіцієнт безпеки, що враховує місцеві концентратори напруг, технологічні відступи, нестабільність механічних властивостей та ін.

Для отримання необхідної міцності кузова при згинанні повинні виконуватись такі умови:

$$\sigma_{ст} + \sigma_{зг} \leq \sigma_{зг} \quad (7)$$

або

$$\sigma_{ст} \leq \frac{\sigma_s}{K_d(1-K_d)} + \sigma_{зг} \leq \sigma_{зг} \quad (8)$$

K_d -коефіцієнт динамічності

При крученні має виконуватися умова:

$$\tau_{кр} \leq \frac{\sigma_s}{K_d(1+\frac{1}{K_d})} \quad (9)$$

При складному напруженому стані:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_{зг}^2 + 3\tau_{кр}^2} \leq \sigma_p \quad (10)$$

3.2 Задання граничних умов для конструкції

Для розрахунку конструкції причепа було задано матеріал сталь 20 з такими характеристиками $E=200000$ [MPa]- модуль граничної жорсткості(модуль Юнга), $\sigma_T=250$ [MPa] - межа текучості, $\sigma_B=460$ [MPa] - межа міцності та $\mu=0,3$ - коефіцієнт Пуассона.

Для лінійних розрахунків брались модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона зі стандартної бібліотеки сталей. При перевищенні допустимих напружень в лінійній постановці в програмі використовуються пластичні деформації(задаються нелінійні характеристики металу). Теорія, що використовується для нелінійних матеріалів, досить проста і може бути використана[26-28]. Для розрахунку на коефіцієнт Рамберга-Осгуда наведені формули[26]:

$$n = \frac{\ln(\frac{F_{us}}{F_{0.2}})}{\ln(\frac{F_{tu}}{F_{ty}})}, \quad \epsilon_{us} = 100(\epsilon_T - \frac{F_{tu}}{E}) \quad (11)$$

Крива матеріалу використовує рівняння:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + 0.002(\frac{\sigma}{E})^n \quad (12)$$

Для розрахунку фактичної кривої напруження-деформації матеріалу є рівняння:

$$E_{true} = \ln(1 + \epsilon) \quad \text{та} \quad \sigma_{true} = \sigma(1 + \epsilon) \quad (13)$$

Примітка: Існують інші формули для обчислення n

Розраховані напруження-деформації корисні для нелінійних розрахунків.

Крива напруження-деформація матеріалу розраховується на основі рівняння [27]:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{F_{ty}} \right)^n$$

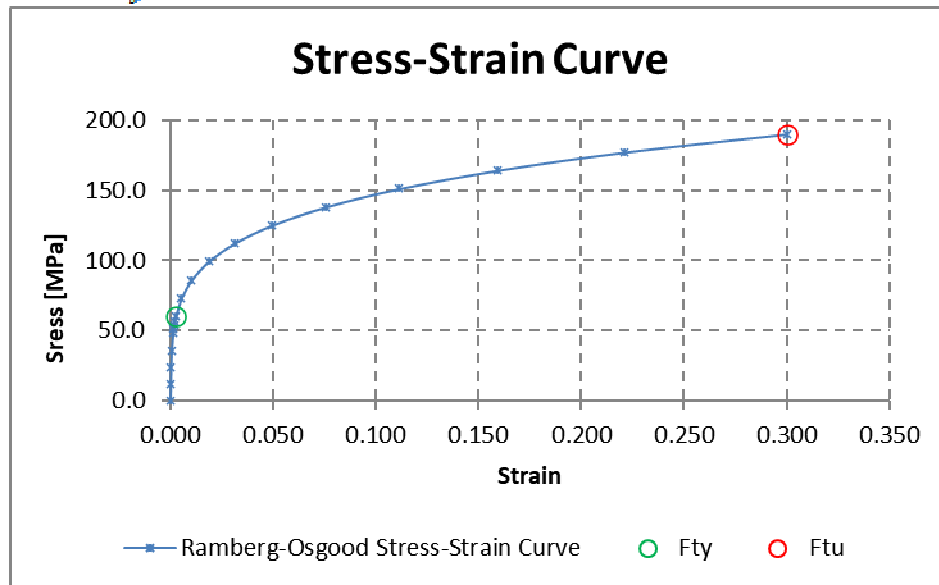


Рисунок 11 – діаграма деформування металевого матеріалу

Діаграма деформації(рис.11) може бути відкоригована до істинної кривої, яка враховує зменшення площі натягу:

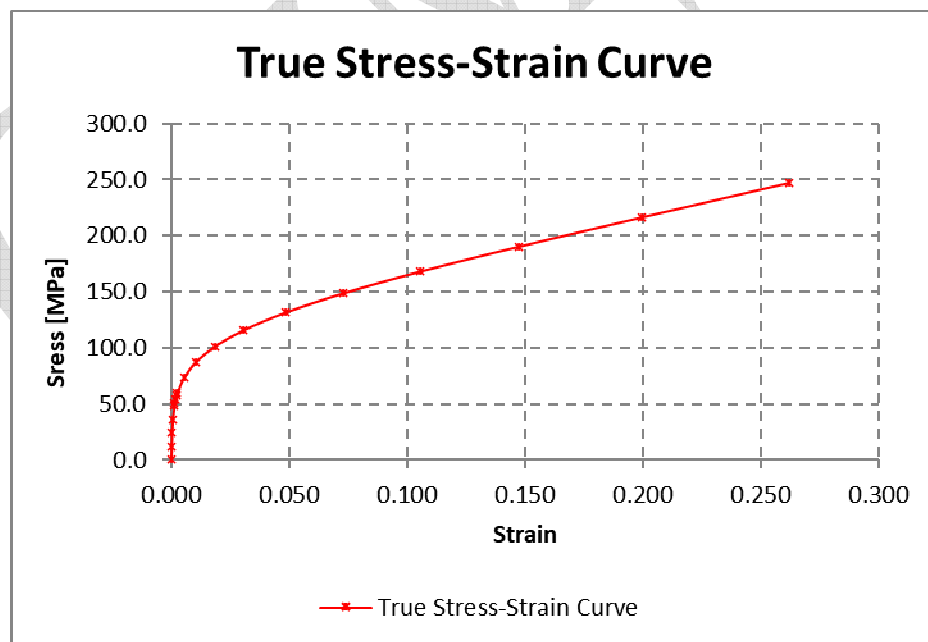


Рисунок 12 - Фактична діаграма напруження-деформації $\varepsilon_{\text{true}} = \ln(1 + \varepsilon)$ та

$$\sigma_{\text{true}} = \sigma(1 + \varepsilon)$$

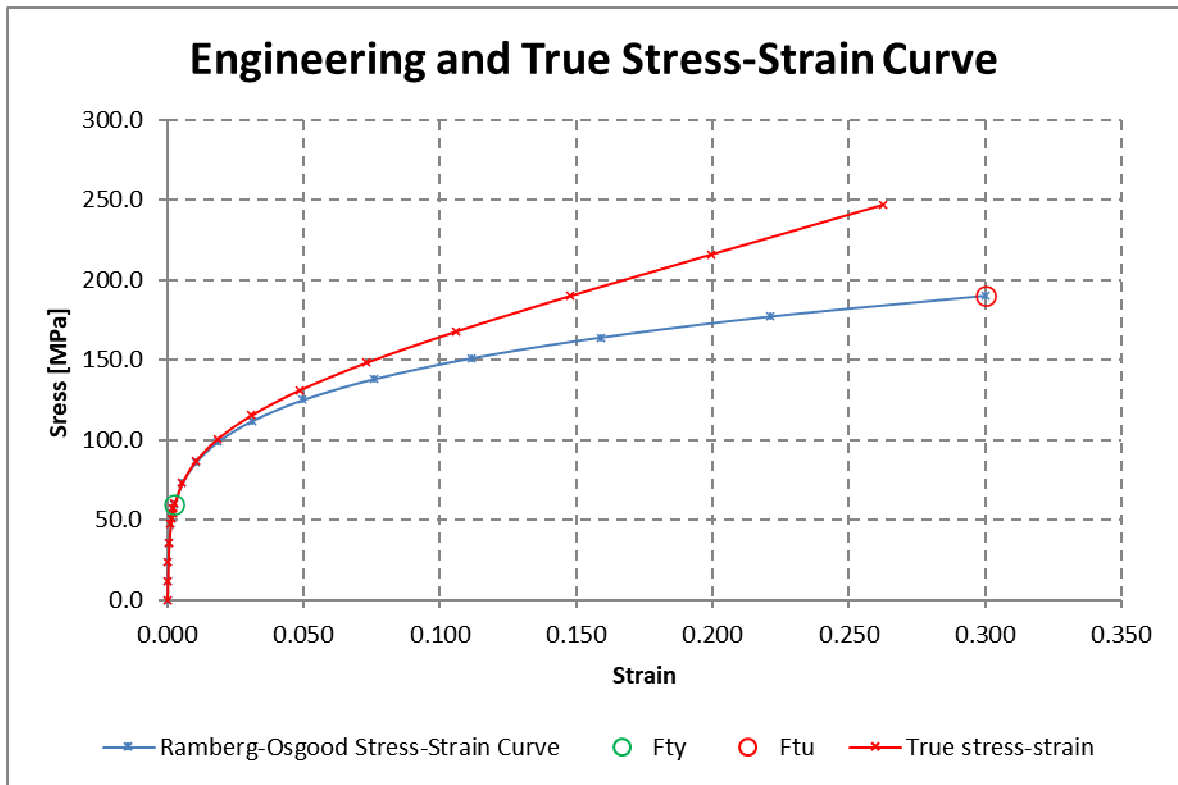


Рисунок 13 - порівняння кривих деформування матеріалу

Сітка кінцевих елементів - одна з ключових особливостей моделювання конструкції та зварних з'єднань, що визначає достовірність опису поведінки конструкції (її жорсткість), що істотно впливає на точність розрахунку міцності і терміну служби.

При побудові сітки для симетричної моделі (рис.14) рами в більшості



Рисунок 14 – Розрахункова сітка

деталей використовувалася гекса сітка, а для деяких елементів форми кола застосовувалися тетра елементи. При розрахунку кількість елементів збільшувалася(в місцях концентраторів) з метою отримання сіткової незалежності.

Зварні з'єднання - це широко використовуваний метод складання конструкцій, що застосовується в багатьох областях, природно відіграє основну роль у забезпеченні надійності та довговічності виробів. При проектуванні зварних з'єднань дуже важливо враховувати вимоги до навантаження, метод зварювання та втомні характеристики серед інших факторів, щоб не допустити руйнування конструкції під час експлуатації. Проте аналіз таких контактів час ускладнений через складності геометрії та самих зварних швів, що призводить до необхідності використання наприклад методу кінцевих елементів (МКЕ), для врахування всіх нюансів аналізу. Моделювання МКЕ - метод аналізу міцності та довговічності зварних конструкцій, що широко використовується та добре зарекомендував себе. В розглядуваній конструкції при заданні сварки між поверхнями задавався контакт – frictionless, а контакт між порошнею та кромкою задавався - bonded, що повністю відповідає моделюванню зварного шва(рис.15).

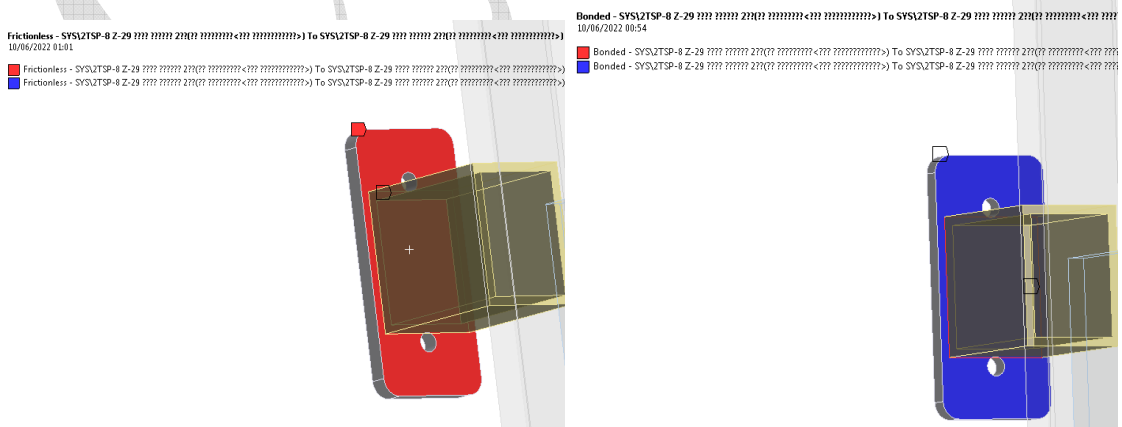


Рисунок 15 – Схема заеріплення деталей за допомогою сварки

Граничні умови задавалися ідентичні до реальних, а результат перевірявся за критеріями оцінювання міцності. Серед граничних умов на обертовому кільці задавалося обмеження *fixed*, в місцях закріплення ресор(рис.8) застосовувалися обмеження на переміщення в радіальному напрямку. Взаємодія між деталями конструкції моделюється контактними елементами з опцією прослизання без тертя на межах розділу. На ділянках різьблення задані контактні елементи з опцією зв'язку в нормальному та дотичному напрямку, що моделюють нерозривне з'єднання.

В місцях посадки кузова задавалися навантаження(рис. 16), оскільки за вимогами, рама має витримувати 6[Т], а в нашому випадку симетрична задача, то задаємо половину, якщо перевести в ньютони, то навантаження приблизно буде $P=30000$ [N].

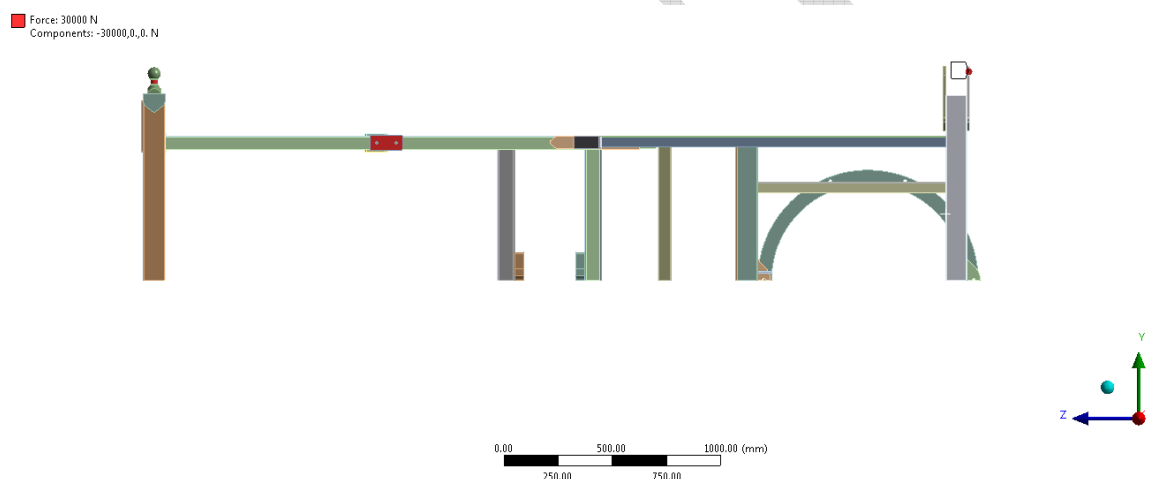


Рисунок 16 Схема навантаження поверхні моделі при граничній умові симетрії

3.3 Результати розрахунку

Внаслідок розрахунків були отримані результати деформацій нашої рами, на рис.16 продемонстровані в збільшеному масштабі для наглядності максимальні деформації 1,3[мм] в місці посадки нашого кузова, розглянувши більш детально наші деформації(по напрямках осей) виявлено, що максимальне переміщення саме по осі Y, що відповідає напрямку нашого розподіленого навантаження та максимальному значенні переміщення.

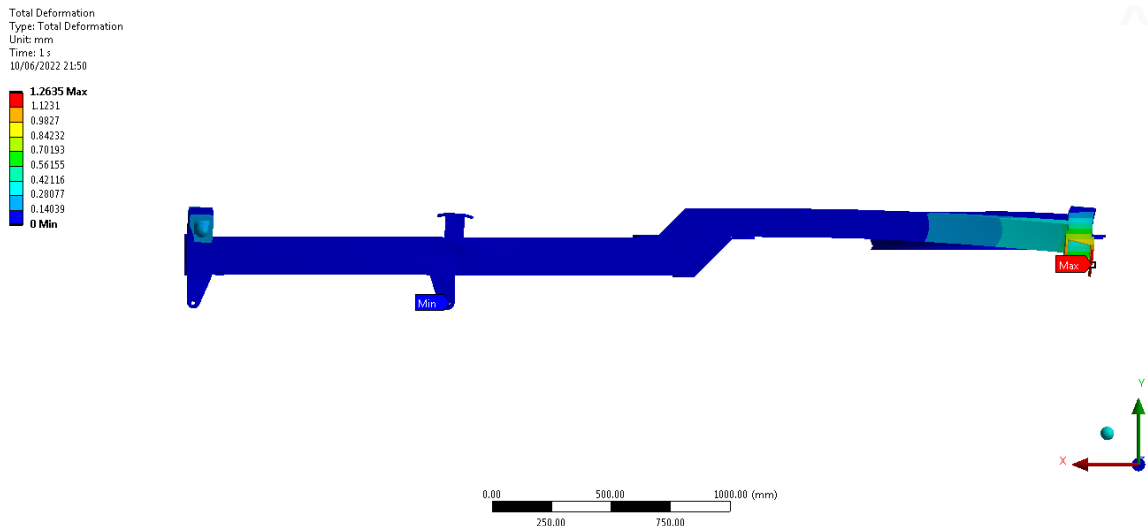


Рисунок 17 – Суммарні переміщення

Оцінка статичної міцності для деталей рами провадиться за критерієм Мізеса. Вагова дія моделюється рівномірно розподіленим навантаженням, що діє в місцях установки причепа на раму і виходячи з методики випробувань на міцність запас міцності повинен бути забезпечений(рис.17). Критерій максимального напруження за Мізесом ґрунтується на теорії Мізес-Хенкі (Mises-Hencky), також відомої як теорія енергії формозміни(рис.18). Для головних напруг σ_1 , σ_2 , σ_3 напруга за Мізесом виражається як:

$$\sigma_{\text{vonMises}} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}}$$

Теорія стверджує, що пластичний матеріал починає ушкоджуватися в місцях, де напруга за Мізесом стає рівною граничній напрузі. У більшості випадків, межа плинності використовується як гранична напруга. Однак, програма дозволяє використовувати граничне розтягування або задавати власну граничну напругу.

$$\sigma_{\text{vonMises}} \geq \sigma_{\text{limit}}$$

Межа плинності - властивість, що залежить від температури. Дана задана величина межі плинності повинна враховувати температуру компонента. Коефіцієнт запасу міцності у цьому місці підраховується на основі

$$\text{Запас міцності (FOS)} = \sigma_{\text{limit}} / \sigma_{\text{vonMises}}$$

Чисте зрушення (зріз)

У разі чистого зсуву $\sigma_{12} = \sigma_{21} \neq 0$, коли інші $\sigma_{12} = 0$, критерій напруги за Мізесом виражається як: $\sigma_{12 \text{ max}} = \sigma \text{ розтягнення} / \sqrt{3} = 0,5777 \sigma \text{ розтягнення}$.

Це означає, що у початковий момент розтягування максимальна напруга зсуву при чистому зсуві менше $\sqrt{3}$ разів, ніж напруга зсуву у разі простого розтягування.

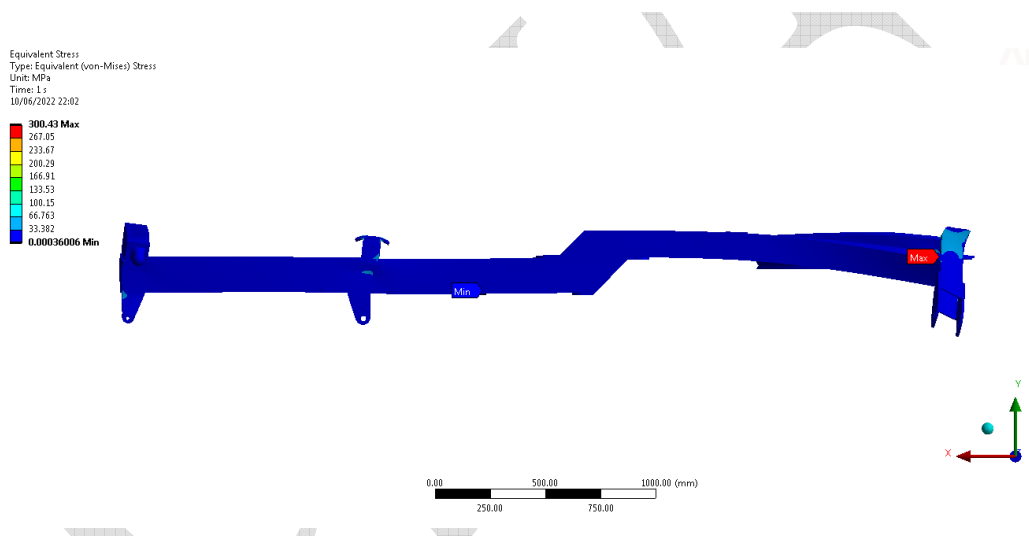


Рисунок 18 – Еквівалентні напруження по вон –Мізесу(зміщення показані в масштабі для наглядності)

Виходячи з отриманих результатів ми оцінюємо коефіцієнт запасу міцності відносно допустимих напружень в матеріалі конструкції та отриманих максимальних після навантаження), $\sigma_{\text{limit}}=250$ [MPa] - межа текучості, а отримані максимальні напруження $\sigma_{\text{vonMises}}=300$ [MPa](рис.18), оскільки отримані напруження перевищують межу текучості то запас

переділивши ці показники отримаємо(рис.19) $0,83$, що не задовольняє нашим умовам стійкості.

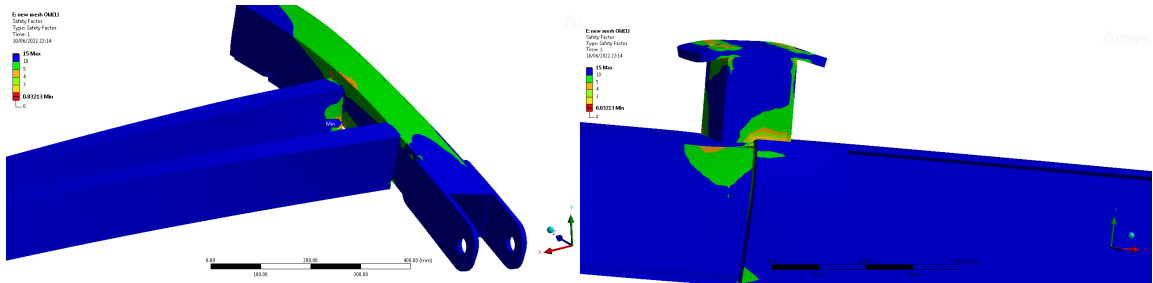


Рисунок 19 – Коефіцієнту запасу міцності відносно допустимих напружень

3.4 Вдосконалення моделі

На рисунку 19 продемонстровані місця найбільших напружень. Такі місця конструкції пов'язані з п-подібними швелерами, а саме в місцях навантаження та з'єднання з профілем виникають максимальні напруження. Пропонується вдосконалити модель в місцях виникнення концентраторів встановивши в додаткові опори(рис.20). По всій конструкції рами п-подібні швелери замінено на прямокутні профілі, котрі беруть на себе більші навантаження при цьому зберігаючи габаритні розміри. по всьому периметру та додавши розпірні балки.

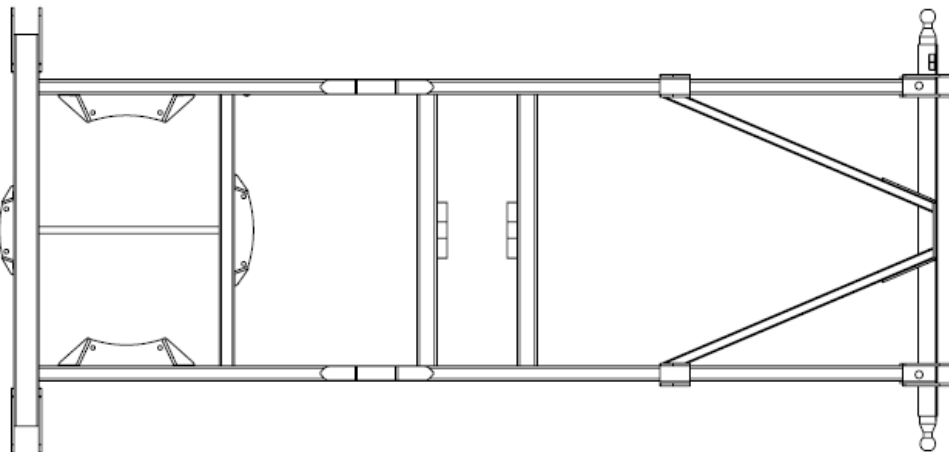


Рисунок 20 – Коефіцієнту запасу міцності відносно допустимих напружень

3.5 Задання граничних умов для нової конструкції

В новій конструкції(рис.21) для прямокутних елементів спрощеної моделі використовувалася гекса елементи, а для деталей округлої форми були застосовані тетра елементи. З метою зменшення кількості елементів

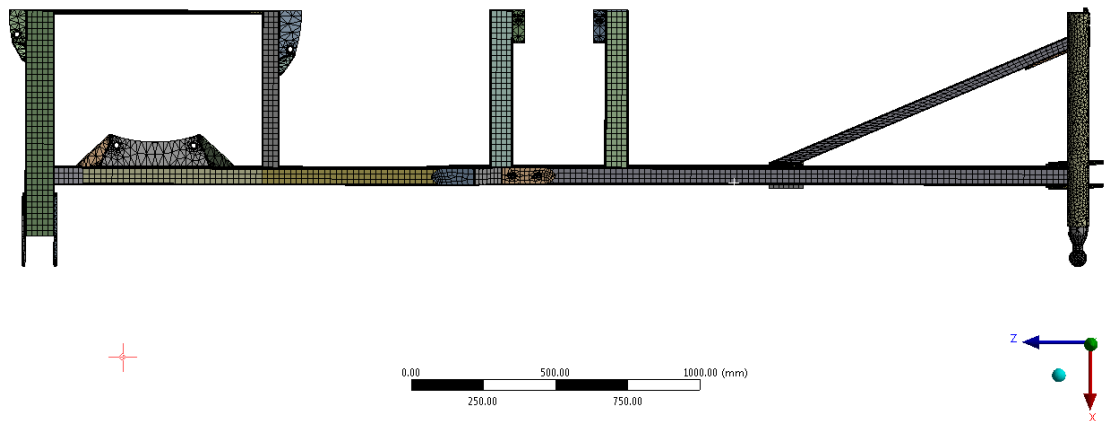


Рисунок 21 – Розрахункова сітка нової моделі

сітки з моделі було виключене обертове коло. В місцях закріплення обертового кільця було обмежено переміщення, зокрема по осі U в місці з'єднання кола з кріпленнями до рами та в радіальному напрямку в місцях закріплення болтів.

3.6 Результати розрахунку нової конструкції

Результатом розрахунків були отримані максимальні деформації в конструкції(рис.22) в яких помітно змінилися розподіл із-за перенесення навантаження та зміцнення конструкції в місцях навантаження.

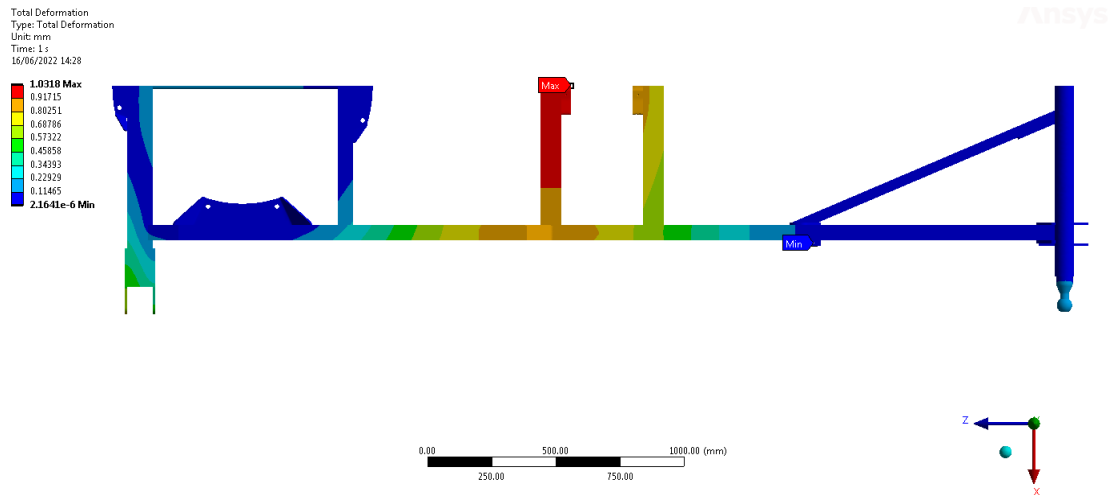


Рисунок 22 – Розрахункова сітка нової моделі

Оцінка запасу міцності з отриманих результатів відносно допустимих напружень в матеріалі конструкції, $\sigma_{\text{limit}}=250$ [MPa] - межа текучості, а отримані максимальні напруження $\sigma_{\text{vonMises}}=138$ [MPa] (рис.23), $(\text{FOS}) = \sigma_{\text{limit}}/\sigma_{\text{vonMises}}=1,8$, що забезпечує запас міцності відповідно до вимог[29] величину коефіцієнта запасу міцності для пластичних матеріалів(сталі) при статичному навантаженні беруть як $\text{FOS} = 1,3-1,5$, що забезпечує представлена конструкція.

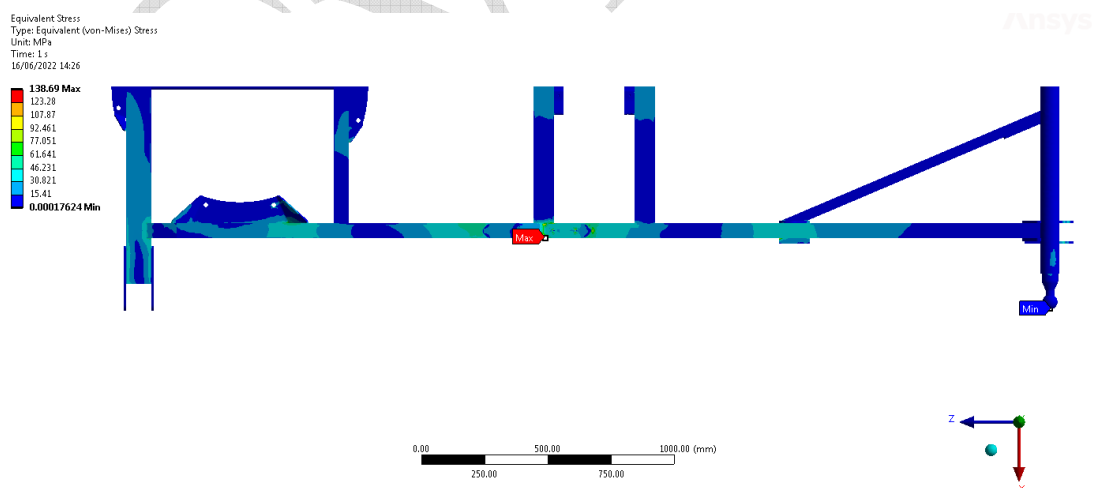


Рисунок 23 – Еквівалентні напруження по вон –Місесу(зміщення показані в масштабі для наглядності)

ВИСНОВКИ

В результаті представлено конструкторські роботи з проектування рами кузова та аналіз на міцність рами причепа, зокрема застосування розрахунків в сучасних програмних комплексах.

Було спроектовано дві рами кузова причепа в програмному комплексі SolidWorks та проведено їх розрахунки на міцність. Для цих цілей були застосовані граничні умови середньостатистичного причепа такого типу, а саме навантаження 6[t]. Під час розрахунку першої конструкції рами були визначені місця максимальних значень напружень, а саме місця з'єднання профілів поперечних з поздовжніми та місця навантаження розподіленої ваги на раму причепа.

В результаті розрахунків було визначено незадовільні результати межі плинності конструкції рами причепа для випадку статичного навантаження, а саме запас міцності (FOS) =0,83 та було оцінено небезпечні місця навантаження даної рами причепа.

Внаслідок визначення розподілу напружень, було зроблено висновки та вдосконалено конструкцію рами замінивши п-подібні швелери на профільну трубу. Також в місцях концентрації напружень були додані додаткові профілі з метою підвищення жорсткості конструкції.

В результаті було проведено аналіз на міцність нової рами причепа, що показала, що проектована конструкція рами здатна витримувати потрібні навантаження в статичних або квазістатичних робочих станах та забезпечувати запас міцності (FOS) =1,8, що задовольняє вимогам.

Майбутні дослідження в основному будуть зосереджені на аналізі динамічних впливів на структуру таких конструкцій, а саме будуть досліджуватися циклічні навантаження та вплив руху по нерівній поверхні.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Автомобільні кузови. (2022) Частина 1 : навч. посіб. / О. М. Артюх, О.В. Дударенко, В.В. Кузьмін та ін. Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2022. – 292 с. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <https://bodia.online/1/eQmIWj>.
2. Анікін Н.В. Підвіска кузова транспортного засобу / Анікін Н.В., Чекмарев В.Н., Боричев С.Н., Успенський І.А., Бишов Н.В., Рябчиков Д.С. Рязанська державна сільськогосподарська академія імені проф. П.А.Костичева – 2005, бюл. № 24. – 2 с. : іл.
3. Безруков Д.В. Причепний транспортний засіб для перевезень сільськогосподарських вантажів / Безруков Д.В., Боричев С.Н., Успенський І.А., Кокорев Г.Д., Піменов А.Б., Юхін І.А., Ніколов І.Н. Рязанський агротехнологічний університет імені П.А.Костичева – 2010, бюл. № 22. – іл.
4. Джінг К., Чен Дж., Ву Дж. (2018) Модальний аналіз каркаса кузова автобуса на основі Nupergworks. J. Сільськогосподарське обладнання та технології., 2: 54-57.
5. Дізо Дж. Статистичний аналіз рами одновісного тракторного причепа. (2021). Дізо Дж., Блатнікий М. (Жилінський університет, Словаччина), Семенов С., Михайлов Є., Дахль В. (Східноукраїнський національний університет, Україна, Луганськ). Інженерія розвитку сільської місцевості. Праці міжнародної наукової конференції (Латвія).
6. Кастехон Л. Комплексна розробка інноваційної концепції алюмінієвого кузова самоскида для перевезень сухих матеріалів. Кастехон Л., Соланас Р., Каррера М., Куартеро Дж. Університет Сарагоси.
7. Копечно Л. Конструкція рами та надбудови причепа. Острава, 2016. Дипломна робота. Гірничий університет – Остравський технічний університет.: [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://hdl.handle.net/10084/115066>. (дата звернення: 23.03.2022).

8. Ловська А.О. (2015) Комп'ютерне моделювання несучої конструкції кузова вагона динаміка під час перевезень поїздом поромом // Східноєвропейський журнал Технології підприємства. 2015. Вип. 3, випуск 7 (75). С. 9–14.

9. Припоров Є.В., Кудря Д.Н. Обґрунтування енергозберігаючого режиму роботи машинно-тракторного агрегату // Праці Кубанського державного аграрного університету. 2014, № 47. С. 174 – 176.

10. Пшемик А. (2017). Аналіз динаміки вантажівки з причепом. / Пшемик А., Тенглер С., Гарлецький А.: Матеріали міжнародної конференції, динамічні системи — теорія та застосування DSTA 2017, Лодзь, Польща

11. Пшемик А. (2020). Розрахунок міцності рам вантажівок-причепів за допомогою програмного забезпечення MSC Adams та методу кінцевих елементів. Сучасні методи проектування будівництва. Конспект лекцій з машинобудування. Спрінгер, Чам. [Електронний ресурс] – Режим доступу: https://doi.org/10.1007/978-3-030-33146-7_43 (дата звернення: 23.03.2022).

12. Рудь Ю.С. (2015). Основи конструювання машин: Підручник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. 2-е вид., переробл. – Кривий Ріг. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <https://cutt.ly/iSHVnBk>.

13. Сливінський Є.В. До питання підвищення безпеки обслуговування самосвальних транспортних причепів // Є.В. Сливінський, Д.С. Кравцов, К.С. Фетисов. Вісник Іркутського державного технічного університету. 2017. Т. 21. № 9. С. 218–223.

14. Степанов І.С. Автомобілі і трактори. Основи ергономіки та дизайну: Підручник для студентів закладів вищої освіти спеціальності «Автомобіле- і тракторобудування» / І.С. Степанов, А.Н. Євграфов, А.Л. Карунін, В.В. Ломакін, В.М. Шарипов // МДТУ "МАМІ", 2002. — 230 с.

15. Фомін О.В. (2012). Використання профілю з перерізом у вигляді прямокутної труби в якості елементів каркасів кузовів залізничних

напіввагонів / О.В. Фомін, В.В. Фомін // Зб. наук. пр. Східноукр. нац. ун-ту імені В. Даля. – Луганськ, 2012. – № 3 (174). – С. 244–250.

16. Успенський І.А. Дослідження руху тракторно-транспортного агрегату. Сільський механізатор. – 2013. - №5. – С. 36-37.

17. Фомін О.В. (2017). Вплив впровадження круглих труб в несучі конструкції кузовів вантажних вагонів за їх фізико-механічними властивостями / Фомін О.В., Ловська А.О., Плахтій О.А., Нерубацький В.П. // Науковий вісник нац. гірничий університет. 2017. Випуск 6. С. 89–96.

18. Хірак П. Дизайн та аналіз монтажу рами причепів. П. Хірак, Дж. Варява, П. Лей, П. Пратік, П. Джигар, П. Крішна, П. Рошан. Міжнародний журнал передових досліджень та інновацій. Випуск 4, 2019.

19. Чан Дж., Юн М., Парк Дж. Легкий дизайн причепа за умови оптимізації товщини. (2010). [Електронний ресурс] – Режим доступу: <https://doi.org/10.1007/s00158-009-0409-x> (дата звернення: 23.03.2022).

20. Чанг Яо, Мендж Янг. (2021) Аналіз жорсткості міцності та режимів для каркаса кузова автобуса. Фізичний журнал: серія конференцій, 2021.

21. Шепелев А.Б. Підвищення тягово-з'єднаних пристроїв колесного трактора в складі тракторно-транспортного агрегату. Шепелев А.Б., Є.В. Припоров, Д.В. Ширін. Технічні науки: Вісник Оренбурського державного аграрного університету, 2020 № 1 (81)

22. Чугунов М.В. Аналіз та проектування елементів конструкцій рухомого складу / Чугунов М.В., В.В. Осика, С.П. Кудаєв, Н.Д. Кузьмичев, В.Н. Кльомин // Наука і освіта: наукове видання МДТУ імені Н.Е. Баумана. 2014. №9. С. 216-226.

23. Юхін І.А. Агрегат внутрішньогосподарських перевезень плодоовочевої продукції з пристроєм стабілізації положення кузова – Рязань: 2011. – 148 с. 24. Юхін І.А., Успенський І.А. Математична модель руху універсального транспортного засобу по полю. Науковий журнал КубДАУ, №92(08), 2013

25. Юхін І.А. Передумови до розробки універсальних транспортних засобів для внутрішньогосподарських перевезень плодоовочевої продукції / І.А. Юхін, І.А. Успенський, К.А. Жуков // Наукове забезпечення розвитку АПК в умовах реформування: матеріали міжнародної науково-практичної конференції ППС, Научових співробітників та аспірантів СпбДАУ, Ч.1, 2013р.

26. Ramberg, W. and Osgood W. R. - Description of stress-strain curves by three parameters - NASA TN 902

27. FAA FAR MMPDS-01

28. HILL, H. N. - Determination of stress-strain relations from "offset" yield strength values - NASA TN927

29. Опір матеріалів. Підручник /Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський. За ред. Г. С. Писаренка — К.: Вища школа, 1993. — 655 с. ISBN 5-11-004083-4